TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 136 1958

М. КЫЙВ

О ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ БАРИОН-МЕЗОН

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН, 1958

Ep. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 136 1958

М. КЫЙВ

О ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ БАРИОН-МЕЗОН

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН, 1958

Как известно, имеется предположение [1], что все барионы взаимодействуют с К-мезонами одинаково. Относительно поля К-мезона барионы являются электрическими мультиплетами с равными массами. Имеется только одна константа связи взаимодействия барион—К-мезон. Расщепление мультиплета бариона вызывает взаимодействие барион — π-мезон, которое приводит к различию масс барионов. Во взаимодействии барион—π-мезон имеется несколько констант связи.

Такой схеме взаимодействия барион—К-мезон дана математическая форма [2]. В работе исходят из понятия 7-мерного «изо-гиперпространства». В таком пространстве (3-мерное изотопическое пространство $\times$ 4-мерное гиперпространство) найдена инвариантная функция Гамильтона, которая дает для всех барионов одинаковое взаимодействие барион—К-мезон (одна константа связи). Расщепление вследствие π-поля не показано.

С другой стороны недавно приведена схема [3], в которой вопрос рассматривается в ином аспекте, взаимодействия барион—π-мезон подобны (одна константа связи) — т. н. «очень сильное взаимодействие» (VSC). Различие в массах дает взаимодействие барион—К-мезон — т. н. «взаимодействие средней силы» (MSC), при котором каждый мультиплет бариона имеет свою константу связи. Все π- и К-мезоны этой схемы псевдоскалярные. В работе не дано изотопической формулировки.

Ниже сделана попытка показать, что в 7-мерном изотопическом пространстве можно сформулировать обе схемы, которые представляют собой два частных случая общей проблемы. Также будет показана связь между схемами [1], [2], [3], [4] и [5].

I

Исходим из понятия 7-мерного изотопического «$J \times L$» пространства, которое получается прямым умножением трехмерного «J»—пространства на четырехмерное «L»—пространство.

Обозначим операторы инфинитезимальных вращений в 3-мерном J-пространстве через J_1, J_2, J_3, в 4-мерном

L-пространстве — через L_{12}, L_{13}, L_{14}, L_{23}, L_{24}, L_{34}. Последние подчиняются соотношениям

$$[L_{\alpha\beta}, L_{\delta\gamma}] = iL_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} + iL_{\beta\gamma}\delta_{\alpha\delta} - iL_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} - iL_{\beta\delta}\delta_{\alpha\gamma}$$

и (1)

$$L_{\alpha\beta} = -L_{\beta\alpha}.$$

Конечно:

$$[L_{\alpha\beta}, \mathcal{J}_i] = 0.$$

Образуем операторы

$$L_i^{\pm} = \tfrac{1}{2}(L_{kl} \pm L_{i4}), \tag{2}$$

где индексы i, k, l = 1, 2, 3 изменяются циклично.

Легко убедиться, что

$$[L_i^{\pm}, L_k^{\pm}] = iL_l^{\pm}$$

(индексы i, k, l = 1, 2, 3 изменяются циклично)
и

$$[L_i^{\pm}, L_k^{\mp}] = 0$$

Таким образом собственные значения операторов

$$\vec{L}^{\pm 2} = L_1^{\pm 2} + L_2^{\pm 2} + L_3^{\pm 2}$$

равны

$$(\vec{L}^{\pm 2})_{соб} = L^{\pm}_{соб}(L^{\pm}_{соб} + 1), \text{ где } L^{\pm}_{соб} = 0, \tfrac{1}{2}, 1\ldots \tag{3}$$

Собственные значения $L_3^{\pm}$ определяются условием

$$-L^{\pm}_{соб} \leqslant L^{\pm}_{3\,соб} \leqslant L^{\pm}_{соб}\ {}^{*} \tag{4}$$

Представление группы вращения в 4-мерном L пространстве определяется числами $L^{+}L^{-}$.

---

* Индекс соб в дальнейшем опускается.

Пусть представлениям группы вращения пространства J×L

$$D^L(L^+L^-)\times D^J(J)$$

соответствуют барионы, K-мезоны, и π-мезоны.

Такие представления определяют квантовые числа L^{+2}, L^{-2}, J^2, L_3^+, L_3^-, J_3 и их линейные комбинации.

В дальнейшем нас интересуют величины:

$$L_3^+,\ L_3^-,\ J_3,\quad x_3=L_3^++L_3^-=L_{12},\ y_3=L_3^+-L_3^-$$

$$A_3^+=J_3+L_3^+,\quad X_3=J_3+x_3.$$

Рассмотрим представления:

$$D^L(\tfrac{1}{2}\,0)\times D^L(0\,\tfrac{1}{2})\times D^J(\tfrac{1}{2}) \qquad \text{(Ia)}$$

$$D^L(1\,0)\times D^J(0) \qquad \text{(Ib)}$$

$$D^L(\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2})\times D^J(0) \qquad \text{(Ic)}$$

Пусть представлению (Ia) соответствует барион, как показано в таблице 1.

Таблица 1

J_3	L_3^+	L_3^-	x_3	y_3	X_3	A_3^+	Частица
$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	1	1	Σ^+
	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$\Sigma^{I\circ}$
	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\frac{1}{2}$	p
	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	Ξ°
$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	0	$\Sigma^{II\circ}$
	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	Σ^-
	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	n
	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	Ξ^-

$$D^L(0\,\tfrac{1}{2})\,D^L(\tfrac{1}{2}\,0)\,D^J(\tfrac{1}{2})$$

Дадим определение электрического заряда

$$Q = X_3 = J_3 + x_3 \qquad (5)$$

в единицах элементарного заряда e и величины

$$Y = S + n = 2L_3^{*} \qquad (6)$$

где S — странность по Гелль-Манну, и n — число барионов минус число антибарионов.

Теперь волновая функция бариона является биспинором в L пространстве $(D^L(1/2\,0) \times D^L(0\,1/2))$ и спинором в J-пространстве

$$\Psi_B = \begin{pmatrix} N \\ \Xi \\ \Sigma_\alpha \\ \Sigma_\beta \end{pmatrix} \qquad (7)$$

N, Ξ, Σ_α, Σ_β в J-пространстве представлены в виде

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \quad \Xi = \begin{pmatrix} \Xi^0 \\ \Xi^- \end{pmatrix}, \quad \Sigma_\alpha = \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ \Sigma_0^{II} \end{pmatrix}, \quad \Sigma_\beta = \begin{pmatrix} \Sigma_0^{I} \\ \Sigma^- \end{pmatrix} \qquad (8)$$

Здесь Σ_0^{II} и Σ_0^{I} являются линейными комбинациями Σ_0 и Λ_0.

Волновая функция (7), (8) совпадает с волновой функцией, приведенной в работе [2]. При этом следует отметить, что $D^L(1/2\,0) \times D^L(0\,1/2) \times D^J(1/2)$ является единственным представлением в пространстве L×J, которое дает 8 однократно заряженных частиц **.

---

* Квантовые числа J_3, J'_3 в работе [2] соответствуют в наших обозначениях числам x_3 и $-y_3$.

** Взяв другое определение для заряда, можно найти представление, соответствующее 8 однократно заряженным частицам — $D^L(1/2\,1/2) D^J(1/2)$ (причем $Q = J_3 + L_3^{+}$), но в таком случае невозможно найти представления для π— и K—мезонов.

II

Функция Гамильтона, определяющая взаимодействие между барионом и К-мезоном или π-мезоном, имеет в обычном пространстве—времени в принципе следующий вид:

$$\overline{\text{фермион}} \cdot \text{фермион} \cdot \text{бозон} + \text{hc} \tag{9}$$

Для того, чтобы получить для взаимодействий функцию Гамильтона, инвариантную в $L \times J$ пространстве, мы должны взять для К-мезонов и π-мезонов (бозонов) тензорные представления, тогда как фермион (барион) представлен спинором в этом пространстве.

Назовем взаимодействия, для которых функция Гамильтона в $L \times J$-пространстве является инвариантной, т. е. константами движения которых являются $J^2, L^{+2}, L^{-2}, J_3, L_3^+, L_3^-$ взаимодействием I рода.

Очевидно, что можно образовать инвариантную функцию Гамильтона, используя для бозонов представления (Ib) и (Ic).

Дадим эти представления в виде таблицы

Таблица 2

J_3	L_3^+	L_3^-	x_3	y_3	X_3	A_3^+	Частица
0	+½	+½	+1	0	+1	+½	K^+
0	+½	—½	0	+1	0	+½	$\bar{K}^0$
0	—½	+½	0	—1	0	—½	K^0
0	—½	—½	—1	0	—1	—½	K^-

$$D^L(\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}) \times D^J(0)$$

Такому представлению может соответствовать К-мезон, волновая функция $K\alpha$ которого является вектором в 4-мерном L пространстве и скаляром в 3-мерном J пространстве.

Инвариантный гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$H_{iIk} = g_{Ik} \overline{\Psi}_B \Gamma_\alpha \Psi_B K_\alpha , \qquad (10)$$

где

$$K_\alpha = (K_1\ K_2\ K_3\ K_4)$$

действительный вектор

и

$$K_+ = 1/\sqrt{2}\,(K_1 - iK_2);\ K_0 = 1/\sqrt{2}\,(K_3 - iK_4) , \qquad (11)$$

а $\Gamma\alpha$-матрицы, которые подчиняются соотношениям

$$\Gamma_\alpha \Gamma_\beta + \Gamma_\beta \Gamma_\alpha = 2\,\delta_{\alpha\beta} .$$

Такая функция Гамильтона вводится в работе [2]. Здесь все барионы одинаково взаимодействуют с К-мезонами имеется только одна константа в связи g_{IK} и это соответствует идее Швингера [1] о взаимодействии барионов и К-мезонов.

Таблица 3

J_3	L_3^+	L_3^-	x_3	y_3	X_3	A_3^+	Частица
1	0	0	0	0	1	1	π^+
0	0	0	0	0	0	0	π_0
—1	0	0	0	0	—1	—1	π^-

$$D^L(00) \times D^J(1)$$

Таким образом π-мезоны являются векторами в J пространстве и скаляром в L-пространстве: *

---

* 3 заряженные частицы можно описать также при помощи представления $D^L(10) \times D^J(0)$, но в таком случае инвариантное взаимодействие запрещает реакции обмена зарядом.

$$\pi_i = (\pi_1 \pi_2 \pi_3); \text{ где}$$
$$\pi_1 = 1/\sqrt{2}\,(\pi^+ + \pi^-); \; \pi_2 = i/\sqrt{2}\,(\pi^- - \pi^+); \; \pi_3 = \pi_0 \tag{12}$$

Можно образовать инвариантную функцию Гамильтона для взаимодействия бариона с π-мезоном.

$$H_{iI\pi} = i g_{I\pi}\, \overline{\Psi}_B\, \gamma_5\, \vec{\tau}\, \Psi_B\, \vec{\pi}\,, \tag{13}$$

где $\vec{\tau}$ является вектором спинорных матриц Паули в J-пространстве и скаляром в L-пространстве.

Развертывая последнее выражение

$$H_{iI\pi} = i g_{I\pi} (\overline{N}\,\overline{\Xi}\,\overline{\Sigma}_\alpha \overline{\Sigma}_\beta)\, \gamma_5\, \vec{\tau} \begin{pmatrix} N \\ \Xi \\ \Sigma_\alpha \\ \Sigma_\beta \end{pmatrix} \vec{\pi}\,,$$

где Σ_α и Σ_β определены следующим образом

$$\Sigma_\alpha = \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ 1/\sqrt{2}\,(i\Lambda^0 - \Sigma^0) \end{pmatrix}; \; \Sigma_\beta = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2}\,(i\Lambda^0 + \Sigma^0) \\ \Sigma^- \end{pmatrix}.$$

Получим

$$\begin{aligned} H_{iI\pi} = {} & i g_{I\pi} (\overline{N} \gamma_5 \vec{\tau} N \vec{\pi} + \overline{\Xi} \gamma_5 \vec{\tau}\, \Xi\, \vec{\pi} + \overline{\Sigma}{}^+ \gamma_5 \Sigma^+ - \\ & - \overline{\Sigma}{}^- \gamma_5 \Sigma^-) \pi_0 + (\overline{\Sigma}{}^0 \gamma_5 \Sigma^- - \overline{\Sigma}{}^+ \gamma_5 \Sigma^0) \pi^+ + \\ & + (\overline{\Sigma}{}^- \gamma_5 \Sigma^0 - \overline{\Sigma}{}^0 \gamma_5 \Sigma^+) \pi^- + [\, i (\overline{\Sigma}{}^0 \gamma_5 \Lambda^0 \pi^0 + \\ & + \overline{\Sigma}{}^+ \gamma_5 \Lambda^0 \pi^+ + \overline{\Sigma}{}^- \gamma_5 \Lambda^0 \pi^-) + hc \,] \end{aligned} \tag{13a}$$

Отсюда видно, что полученная функция Гамильтона отличается от функции Гамильтона Гелл-Манна [3] только множителем i перед членом Λ^0. Таким образом наше взаимодействие «I рода» соответствует т. н. «очень сильному» (VSC) взаимодействию Гелл-Манна.

В итоге две константы связи взаимодействия «I рода» g_{IK} и $g_{I\pi}$ определяют соответственно те взаимодействия Швингера [1] и Гелл-Манна [3], в которых все барионы взаимодействуют одинаково. Эти взаимодействия не позволяют объяснить различие масс барионов.

III

Попытаемся теперь найти взаимодействия барион-мезон, которые приводят к расщеплению мультиплета бариона и которые обуславливают различие масс m_N, m_Λ, m_Σ, m_Ξ.

Рассмотрим представление

$$D^L(0\tfrac{1}{2}) \times D^J(\tfrac{1}{2}) \qquad \text{(IIa)}$$

(спинор в L-пространстве и в J-пространстве)

Таблица 4

J_3		L_3^+	L_3^-	x_3	y_3	X_3	A_3^+	частица
$+\frac{1}{2}$	{	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+1$	$+\frac{1}{2}$	K^+
		0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	$\bar{K}^0$
$-\frac{1}{2}$	{	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	K^0
		0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	K^-

$$D^L(0\tfrac{1}{2}) \times D^J(\tfrac{1}{2})$$

Отсюда видно, что K-мезону может соответствовать также представление (IIa). Но такой K-мезон не может взаимодействовать с барионом (Ia) без нарушения инвариантности в J×L пространстве.

Дадим определение т. н. взаимодействию II рода. **Это такое взаимодействие, функция Гамильтона которого коммутирует с операторами $(\vec{J}+\vec{L}^+)^2, J_3+L_3^+, L_3^-, X_3$**

Рассмотрим эти операторы подробнее. Ясно, что операторы $\vec{J}+\vec{L}^{+}$ представляют собой операторы 3-мерного инфинитезимального вращения. Так как

$$[J_1+L_1^+, J_2+L_2^+]=[J_1 J_2]+[L_1^+ L_2^+]=$$
$$=iJ_3+iL_3^- = i(J_3+L_3^+)$$

и т. д.

и

$$[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, J_3+L_3^+]=[\vec{J}^2+\vec{L}^{+2}+2(\vec{J}\vec{L}), J_3+L_3^+]=0$$

и т. д.

Таким образом функция Гамильтона для взаимодействия II-го ряда есть инвариант в пространстве $\vec{J}+\vec{L}^{+}$.

Найдем константы движения этой проблемы:

Очевидно, что

$$[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, L_3^+]\neq 0 \quad \text{так как}$$
$$[\vec{J}\cdot\vec{L}^{+}, L_3^+]\neq 0$$
$$\text{также} \quad [(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, J_3]\neq 0$$

Таким образом требование инвариантности для функции Гамильтона в пространстве $\vec{J}+\vec{L}^{+}$ нарушает ее инвариантность в пространствах $\vec{J}$ и $\vec{L}^{+}$. Величины L_3^+ и J_3, не являются больше константами движения.

Но

$$[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, L_3^-]=0$$
$$[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, X_3]=[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, J_3+x_3]=$$
$$=[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, J_3+L_{12}]=0$$
$$[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, A_3^+]=[(\vec{J}+\vec{L}^{+})^2, J_3+L_3^+]=0$$

Эти отношения можно проверить при помощи выражения (1). Следовательно L_3^-, X_3 действительно могут быть константами движения.

Обозначим

$$\vec{I} = \vec{J} + \vec{L}^+ \qquad (14)$$

и опять

$$2L_3^- = Y$$

Учитывая, что

$$I_3 = J_3 + L_3^+ = J_3 + \tfrac{1}{2}(L_{12} + L_{34})$$

$$2L_3^- = Y = L_{12} - L_{34}$$

$$Q = X_3 = J_3 + L_{12}$$

Получим соотношение

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} = I_3 + \frac{S}{2} + \frac{n}{2} \qquad (15)$$

Получено известное соотношение Гелл-Манна. Видим, что оператор $\vec{I}$ можно отождествить с изотопическим спином Гелл-Манна-Нишиджима[5] и величину $2L_3^-$, с $S+n$.

Как видно из таблицы 1, наше представление барионов в 3-мерном $\vec{J}+\vec{L}^+$ пространстве расщепляется на 4 мультиплета:

Спиноры N и Ξ, скаляр Λ°, вектор Σ. Очевидно, что К-мезон, который соответствует представлению (IIa), может взаимодействовать с барионом взаимодействием II рода.

Определив величину $p = e^{iL_3^-\pi}$ как оператор четности в пространстве $\vec{J}+\vec{L}^+$, можем дать гамильтониану взаимодействия II рода такой же вид, как в работе [5]

$$H_{iIIk} = g_{II1}\bar{\Lambda}^\circ\gamma\bar{K}N + g_{II2}\bar{\vec{\Sigma}}\vec{\bar{K}}\vec{\tau}N + \, , \qquad (16)$$
$$+ig_{II3}\bar{\Lambda}^\circ\gamma\Xi CK + ig_{II4}\bar{\vec{\Sigma}}\gamma\Xi C\vec{\tau}K + hc,$$

где теперь Λ° изоскаляр — $I=0 \quad Y=0$, а

$$\vec{\Sigma}=(\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3); \; \Sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Sigma^{+}+\Sigma^{-});$$

$$\Sigma_2 = \frac{1}{i\sqrt{2}}(\Sigma^{-}-\Sigma^{+}),$$

$\Sigma_3=\Sigma^{\circ}$ есть изопсевдовектор $I=1 \quad Y=0$.

$N=\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$ есть изоспинор первого рода

$K=\begin{pmatrix} K^{+} \\ K^{\circ} \end{pmatrix}$ „ „ „

$\Xi=\begin{pmatrix} \Xi^{\circ} \\ \Xi^{-} \end{pmatrix}$ „ „ второго рода.

и γ—матрицы в пространстве-времени $\gamma=\begin{cases} 1 \\ i\gamma_5 \end{cases}$ в случае Гелл-Манна.

$C=i\tau_2$ — матрица в изопространстве.

Получим 4 различные константы связи g_{II1}, g_{II2}, g_{II3}, g_{II4}. . Таким образом, наше взаимодействие II рода между барионами и K-мезоном соответствует т. н. взаимодействию средней силы Гелл-Манна (MSC).

Рассмотрим теперь представление

$$D^{L}(\tfrac{1}{2}\,0)\times D^{J}(\tfrac{1}{2}) \qquad \text{(IIb)}$$

Таблица 5

J_3	L_3^{+}	L_3^{-}	x_3	y_3	X_3	A_3^{+}	Частица
$+1/2$	$+1/2$	0	$+1/2$	$+1/2$	$+1$	$+1$	π^{+}
$+1/2$	$-1/2$	0	$-1/2$	$-1/2$	0	0	π_1°
$-1/2$	$+1/2$	0	$+1/2$	$+1/2$	0	0	π_2°
$-1/2$	$-1/2$	0	$-1/2$	$-1/2$	-1	-1	π^{-}

$$D^{L}(\tfrac{1}{2}\,0)\times D^{J}(\tfrac{1}{2})$$

π-мезон, который соответствует такому представлению, может взаимодействовать с барионом (Ia) только во взаимодействии II рода. В пространстве $\vec{J}+\vec{L}^{+}$ π-мезон распадается на вектор и скаляр. К обычному векторному π-мезону прибавляется еще аномальный скалярный π_0^0 -мезон.

Снова определяя четность в пространстве $\vec{J}+\vec{L}^{+}$ при помощи оператора $p=e^{iL_3^{-}\pi}$, можем написать взаимодействие бариона с π-мезоном в форме Д'Эспанья-Прентки [5]

$$
\begin{aligned}
H_{iII\pi} = {} & ig'_{II1}\bar{N}\gamma_5\vec{\tau}N\vec{\pi} + g'_{II2}(i\bar{\Lambda}^0\gamma_5\vec{\Sigma}\vec{\pi}+hc) + \\
& + ig'_{II3}(\bar{\vec{\Sigma}}\gamma_5\times\vec{\Sigma})\vec{\pi} + ig'_{II4}\bar{\Xi}\gamma_5\vec{\tau}\Xi\vec{\pi} + \\
& + ig''_{II1}\bar{N}\gamma_5 N\pi_0^0 + ig''_{II2}\bar{\Lambda}^0\gamma_5\Lambda^0\pi_0^0 + \\
& + ig''_{II3}\bar{\vec{\Sigma}}\gamma_5\vec{\Sigma}\pi_0^0 + ig''_{II4}\bar{\Xi}\gamma_5\Xi\pi_0^0,
\end{aligned}
\tag{17}
$$

где

$\vec{\pi}=(\pi_1\ \pi_2\ \pi_3)$ — изопсевдовектор: $I=1$ $У=0$ и π_0^0 изоскаляр.

Для того, чтобы опустить аномальный π_0^0 -мезон, нужно взять

$$g''_{II1}=g''_{II2}=g''_{II3}=g''_{II4}=0$$

Таким образом, получим взаимодействие бариона с π-мезонами, которое содержит 4 (8) константы связи. Такое взаимодействие соответствует взаимодействию π-мезон-барион Швингера.

Константы связи

$$g_{II1},\ g_{II2},\ g_{II3},\ g_{II4},\ g'_{II1},\ g'_{II2},\ g'_{II3},\ g'_{II4}$$
$$(g''_{II1}\ g''_{II2}\ g''_{II3}\ g''_{II4})$$

должны иметь значения, которые определяют действительное распределение масс.

Так взаимодействие II рода дает расщепление бариона на мультиплеты с разными массами. Наличие мезонов двух разных типов K (Ib), K (IIa) и π (Ic), π (IIb) отражает два различных вида взаимодействия с барионами *.

Отметим вкратце, что по нашей схеме можно образовать также слабое взаимодействие, подобно тому, как это сделано в работе [6].

Определив взаимодействие III рода, гамильтониан которого инвариантен в пространстве

$$\vec{X} = \vec{J} + \vec{L}^{+} + \vec{L}^{-} = \vec{J} + \vec{x}\,;\ (X_3 = Q)$$

можем убедиться, что L_3^- не коммутирует с оператором X^2 и не является константой движения. Также и оператор I_3.

Такое взаимодействие соответствует слабому взаимодействию в формулировке, приведенной в работе [6].

В заключение обратим внимание на факт, что взаимодействие II рода можно сформулировать не только способом [5], но и способом Полкингорна-Салама [4], требуя инвариантность гамильтониана в 4-мерном пространстве, представления которого записываются

$$D(L^-,\ J + L^+)\ ^{**}$$

Такая схема в точности соответствует распределению данных частиц по Полкингорну-Саламу.

Мы предпочли представление Д'Эспанья-Прентки, в котором можно определить необходимые константы связи.

IV

Приведем коротко связь схемы Гелл-Манна и Швингера с нашим представлением в 7-мерном $J \times L$ пространстве.

---

* Отметим, что также и представления (Ib) и (Ic) могут дать инвариантный гамильтониан с представлением (Ia) в пространстве $\vec{J} + \vec{L}^{+}$.

**Легко проверить, что $\left[\vec{L}^{-2},\ (\vec{J} + \vec{L}^{+})^2\right] = 0$ и т. д.

1) Схема Швингера

a) бариону соответствует представление $D^J(1/2) \times D^L(1/2\,0) \times D^L(0\,1/2)$

b) К-мезону соответствует представление $D^J(0) \times D^L(1/2\,1/2)$

c) π-мезону соответствует представление $D^J(1/2) \times D^L(1/2\,0)$

Взаимодействие барион—К-мезон инвариантно в пространстве $J \times L$, гамильтониан дан выражением (13), константа связи g_{IK}. Взаимодействие барион—К-мезон инвариантно в пространстве $\vec{J} + \vec{L}^+$, $p = e^{i\overline{L_3}\pi}$, гамильтониан взаимодействия дан выражением (17), константы связи

$$g'_{\Pi 1}, g'_{\Pi 2}, g'_{\Pi 3}, g'_{\Pi 4} \quad (g''_{\Pi 1}\ g''_{\Pi 2}\ g''_{\Pi 3}\ g''_{\Pi 4}).$$

2) Схема Гелл-Манна

a) бариону соответствует представление $D^J(1/2)\,D^L(1/2\,0)\,D^L(0\,1/2)$

b) К-мезону соответствует представление $D^J(1/2)\,D^L(0\,1/2)$

c) π-мезону соответствует представление $D^J(1)\,D^L(0\,0)$

Взаимодействие π-мезон—барион инвариантно в пространстве $J \times L$, гамильтониан дан выражением (13), константа связи $g_{I\pi}$. Взаимодействие барион—К-мезон инвариантно в пространстве $\vec{J} + \vec{L}^+$, $p = e^{i\overline{L_3}\pi}$, гамильтониан взаимодействия дан выражением (16). Константы связи

$$g_{\Pi 1}, g_{\Pi 2}, g_{\Pi 3}, g_{\Pi 4}.$$

К-мезоны и π-мезоны в пространстве-времени псевдоскаляры.

В конце представим взаимодействия (16) и (17) в компактной форме, используя волновую функцию Ψ_B (7). Эта форма (хотя формальная) оказывается более удобной при разборе некоторых вопросов.

Запишем (16)

$$H_{i\,II\,k} = i K_\xi \overline{\Psi_B} \gamma_5 G_\xi \Psi_B , \tag{18}$$

где

$$K_\xi = (K_1, K_2, K_3, K_4)$$
$$K_+ = 1/\sqrt{2}\,(K_1 - iK_2);\ K_0 = 1/\sqrt{2}\,(K_3 - iK_4)$$

а G_ξ суть 8-рядные матрицы:

$$G_\xi = \begin{pmatrix} 0 & G_\xi'^{*T} \\ G_\xi' & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_1' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ig_{II4} & 0 \\ -ig_1 & 0 & 0 & ig_2 \\ -ig_3 & 0 & 0 & ig_4 \\ 0 & g_{II2} & 0 & 0 \end{pmatrix};\quad G_2' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & g_{II4} & 0 \\ g_1 & 0 & 0 & g_2 \\ g_3 & 0 & 0 & g_4 \\ 0 & ig_{II2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_3' = \begin{pmatrix} g_{II2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar g_1 & \bar g_2 & 0 \\ 0 & \bar g_3 & \bar g_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -ig_{II4} \end{pmatrix};\quad G_4' = \begin{pmatrix} ig_{II2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\bar g_1 & -i\bar g_2 & 0 \\ 0 & i\bar g_3 & -i\bar g_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g_{II4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} g_1 &= -1/2\,(g_{II1} + ig_{II2}) & \bar g_1 &= 1/2\,(g_{II2} + ig_{II1}) \\ g_2 &= 1/2\,(g_{II4} - ig_{II3}) & \bar g_2 &= 1/2\,(-g_{II3} + ig_{II4}) \\ g_3 &= -1/2\,(g_{II1} - ig_{II2}) = g_1^* & \bar g_3 &= 1/2\,(-g_{II2} + ig_{II1}) \\ g_4 &= -1/2\,(g_{II4} + ig_{II3}) & \bar g_4 &= -1/2\,(g_{II3} + ig_{II4}) \end{aligned} \tag{19}$$

Подставляя

$$\Psi_B = \begin{pmatrix} \Psi_{B1} \\ \Psi_{B2} \end{pmatrix},\ \text{где}\ \Psi_{B1} = \begin{pmatrix} N \\ \Xi \end{pmatrix}\ \text{и}\ \Psi_{B2} = \begin{pmatrix} \Sigma_\alpha \\ \Sigma_\beta \end{pmatrix},$$

получим

$$H_{i\,II\,k} = iK_\xi\left(\bar{\Psi}_{B_1}\gamma_5 G_\xi'^{*T}\Psi_{B_2} + \bar{\Psi}_{B_2}\gamma_5 G_3'\,\Psi_{B_1}\right)$$

(в соответствии с Гелл-Манном $\gamma = i\gamma_5$)

Развертывая последнее выражение, мы получим результат, идентичный с (16).

Таким образом взаимодействия, соответствующие идее Гелл-Манна, будут

$$H_{i\,I\,\pi} = ig_{I\pi}\,\bar{\Psi}_B\,\gamma_5\,\vec{\tau}\Psi_B\vec{\pi},$$

$$H_{i\,II\,k} = iK_\xi\,\bar{\Psi}_B\,\gamma_5\,G_\xi\,\Psi_B.$$

Представляем (17) также в компактной форме, не учитывая аномального взаимодействия π_0^0 мезона:

$$H_{i\,II\,\pi} = i\pi_i\,\bar{\Psi}_B\,\gamma_5\,\mathcal{G}_i\,\Psi_B \tag{20}$$

где π_i есть π-мезон-вектор приведенный выше, а $\mathcal{G}_i$ есть 8-рядные матрицы

$$\mathcal{G}_i = \begin{pmatrix} \mathcal{G}_i^1 & 0 \\ 0 & \mathcal{G}_i^2 \end{pmatrix}, \tag{21}$$

где

$$\mathcal{G}_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & g_1 & g_2 & 0 \\ g_1^* & 0 & 0 & g_2^* \\ g_2^* & 0 & 0 & g_1^* \\ 0 & g_2 & g_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{G}_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & -ig_1 & -ig_2 & 0 \\ ig_1^* & 0 & 0 & -ig_2^* \\ ig_2^* & 0 & 0 & -ig_1^* \\ 0 & ig_2 & ig_1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathcal{G}_3^2 = \begin{pmatrix} g_{II3}' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ig_{II2}' & 0 \\ 0 & -ig_{II2}' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g_{II3}' \end{pmatrix}$$

и

$$g_1 = \frac{1}{2}\left(g'_{II3} - i g'_{II2}\right)$$

$$g_2 = -\frac{1}{2}\left(g'_{II3} + i g'_{II2}\right),$$

а знак * отмечает комплексно сопряженные величины.

А

$$\mathcal{G}_i^1 = \begin{pmatrix} g'_{II1}\tau_i & 0 \\ 0 & g'_{II2}\tau_i \end{pmatrix}$$

Подставляя получим

$$H_{iII\pi} = i g'_{II1} \vec{\pi} \overline{N} \gamma_5 \vec{\tau} N + i g'_{II3} \vec{\pi} \overline{\Xi} \gamma_5 \vec{\tau} \Xi +$$
$$+ i \pi_i \overline{\Psi}_{B_2} \gamma_5 \mathcal{G}_i^2 \Psi_{B_2}$$

Развертывая последнее выражение, мы получим результат, идентичный с (17).

Так что взаимодействия, соответствующие идее Швингера, будут

$$H_{iIk} = g_{Ik} \overline{\Psi}_B \Gamma_\alpha \Psi_B K_\alpha$$
$$H_{iII\pi} = i\pi_i \overline{\Psi}_B \gamma_5 \mathcal{G}_i \Psi_B .$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Schwinger. Phys. Rev., 104, 1164. (1956).
2. Tiomno. Nuovo Cim., 6, 70. (1957).
3. Gell-Mann. Phys. Rev., 106, 1296. (1956).
4. Polkinghorne, Salam. Nuovo Cim., 2, 385. (1955).
5. D'Espagnat, Prentki. Nucl. Phys., 1, 33. (1956).
6. D'Espagnat, Prentki, Salam. Nucl. Phys., 5, 447. (1958).

М. Кыйв
О ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ БАРИОН-МЕЗОН
Издательство
Таллинского Политехнического Института

*

Редактор Г. Метс
Технический редактор А. Тамм
Корректор Ы. Каар

Сдано в набор 25. VI 1958 г. Подписано к печати 12. VII 1958 г. Бумага $54\times84^{1}/_{16}$. Печатных листов 1,25. По формату 60×92 печатных листов 1,02. Учетно-издательских листов 0,56. Тираж 800.
Заказ № 4473. МВ-04589.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк, 2.

Цена 40 коп.

3.17

Цена 40 коп.