TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 357

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ
И
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

Сборник статей

XIУ

ТАЛЛИН 1974

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 357 1974

УДК 624

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ

Х1У

Таллин 1974

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.072

И.И. Ааре

О РАСЧЕТЕ ПАНЕЛИ БАЛКИ ПРИ СДВИГЕ С УЧЕТОМ ЗАКРИТИЧЕСКОЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СТЕНКИ

I. О механизме разрушения панели балки при сдвиге.

При определении несущей способности панели балки в качестве предельного состояния конструкции принимается ее такое состояние, при котором приведенные напряжения на поверхности стенки или максимальные напряжения в поясах достигают предела текучести. При этом предполагается, что общая и местная устойчивость сжатого пояса и ребер жесткости панели обеспечена.

При проектировании тонкостенных сварных балок обычного сечения, пояса которых образованы из листа с небольшой изгибной жесткостью, может возникнуть вопрос,не произойдет ли разрушение балки из-за пластических деформаций сжатого пояса, в то время как в стенке балки пластические деформации могут еще не получить развития.

Результаты экспериментальных исследований почти всех авторов [2] подтверждают, что в тонкостенной балке с поясами небольшой изгибной жесткости пластические деформации возникают в первую очередь в стенках балки. Для подтверждения этого представим картину работы панели, нагруженной, в основном, сдвигающими усилиями. При переходе стенки балки от плоского равновесного состояния к выпученному равновесному состоянию, в поперечном сечении, как правило, происходит перераспределение цепных напряжений, а кроме того,в результате выпучивания стенки, возникают изгибающие и сдвигающие напряжения, достигающие максимальных значений на поверхности стенки. Разумеется, что эти напряжения зависят от совместимости работы стенки с поясами и ребрами жесткости балки. В случае, когда изгибная жесткость пояса панели незначительна, в стенке панели в закритическом состоянии возникают заметные волны вдоль диагонали. Наиболее нагруженной оказывается средняя волна в районе торца сжатого пояса, и, в первую очередь, пластические деформации возникают в стенке балки в указанном районе. При увеличении нагрузки наступает момент, когда часть стенки в этом районе, имеющая заметные искривления и растянутая вдоль диагонали, обрушивается под действием главных сжимающих напряжений. Вследствие этого сжатый пояс в этом районе внезапно прогибается, что и приводит к исчерпанию несущей способности балки в целом.

Рассмотренная последовательность потери несущей способности элементов балки подтверждается результатами экспериментальных исследований над балками с гибкостью стенки до 400 (Шкалоуд, 1970 г.).

Совсем другая картина разрушения панели имеет место в случае панели с поясами увеличенной изгибной жесткости. В данном случае напряженное состояние панели значительно изменяется: главные растягивающие напряжения σ_1, в срединной поверхности стенки панели распределяются значительно более равномерно. В то же время пояса балки станут работать, кроме сжатия, и на изгиб. Разрушение панели может произойти вследствие разрушения стенки панели или в поясе, когда в нем образуется пластический шарнир. Последний образуется, как правило, около середины длины панели. Как показывает опыт, процесс разрушения панели имеет в этом случае более медленный характер, нежели в первом случае.

2. Графики для расчета панели обыкновенной сварной балки при сдвиге.

Теоретические расчеты [I] подтверждают, что в случае, когда пояса балки образуются из сравнительно тонких листов, изгибная жесткость которых небольшая ($\alpha = \frac{b^3t}{J_n} \geq 4000$), несущая способность панели зависит главным образом от жесткости пояса на сжатие $\beta = \frac{F_n}{h_o t}$, которая может иметь значение в пределах $\beta = 0,3...2,0$.

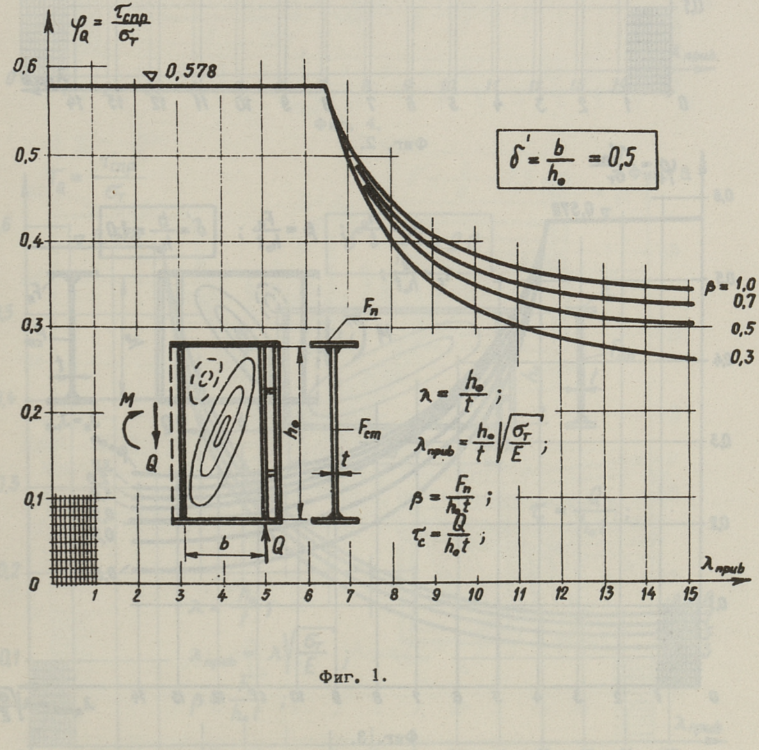
Для практического проектирования на фиг. I...5 представлен ряд графиков для расчета панели с поясами небольшой изгибной жесткости при отношениях сторон панели $\delta' = \frac{b}{a} = 0,5...2,0$ с учетом различных жесткостей пояса на сжатие $\beta = 0,3...2,0$. При составлении этих графиков предполагается, что опорные ребра балки имеют достаточную жесткость на изгиб (в плоскости стенки) $\alpha' = \frac{a^3 t}{J_{op}} \leq 1000$.

Таким образом, при проектировании панели балки, необходимо соблюдать условие

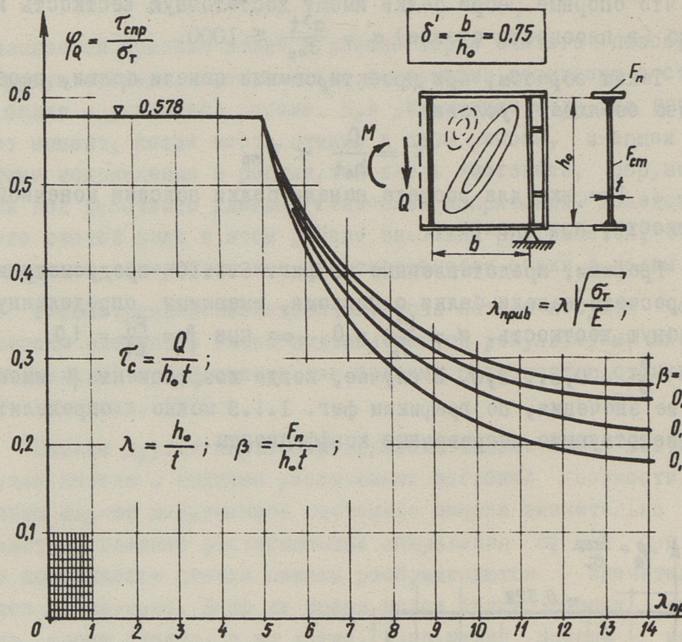
$$\tau = \frac{Q}{h_0 t} < \tau_{пр}$$

3. Графики для расчета панели балки поясами конечной жесткости, при сдвиге.

Графики, представленные на фиг. 6...10 предусмотрены для расчета панели балки с поясами, имеющими определенную изгибную жесткость. $\alpha = \frac{b^3 t}{J_n} = 0 \ldots \infty$ при $\beta = \frac{F_n}{at} = 1,0$ и $\delta' = \frac{b}{a} = 0,5 \ldots 2,0$. В случае, когда коэффициент β имеет другие значения, по графикам фиг. 1...5 можно определить соответствующие поправочные коэффициенты.

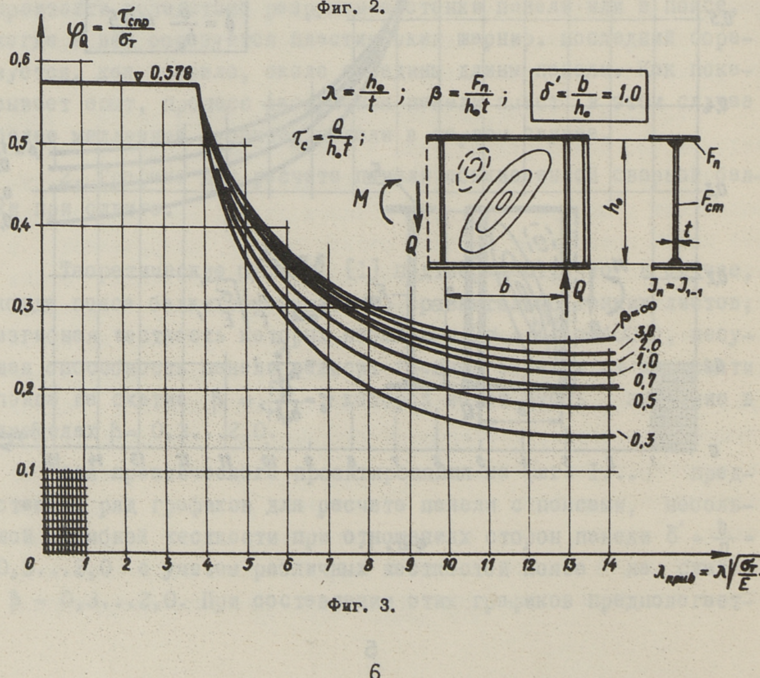


Фиг. 1.



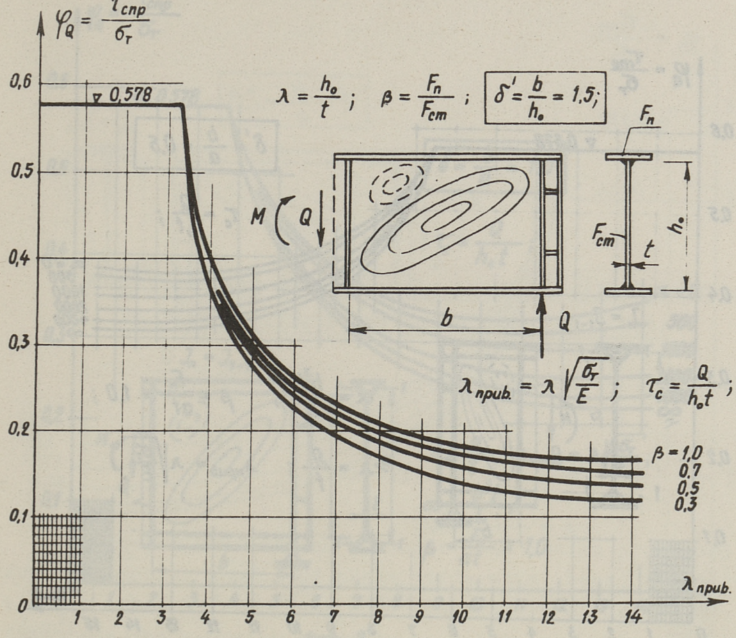
$\varphi_Q = \frac{\tau_{спр}}{\sigma_т}$
$\delta' = \frac{b}{h_o} = 0{,}75$
0,578
$\lambda_{прив} = \lambda\sqrt{\frac{\sigma_т}{E}}$;
$\tau_c = \frac{Q}{h_o t}$;
$\lambda = \frac{h_o}{t}$; $\beta = \frac{F_п}{h_o t}$;
β = 1
0,7
0,5
0,3

Фиг. 2.



$\varphi_Q = \frac{\tau_{спр}}{\sigma_т}$
0.578
$\lambda = \frac{h_o}{t}$; $\beta = \frac{F_п}{h_o t}$;
$\delta' = \frac{b}{h_o} = 1{,}0$
$\tau_c = \frac{Q}{h_o t}$;
$J_п = J_{1-1}$
β = ∞
3,0
2,0
1,0
0,7
0,5
0,3
$\lambda_{прив} = \lambda\sqrt{\frac{\sigma_т}{E}}$

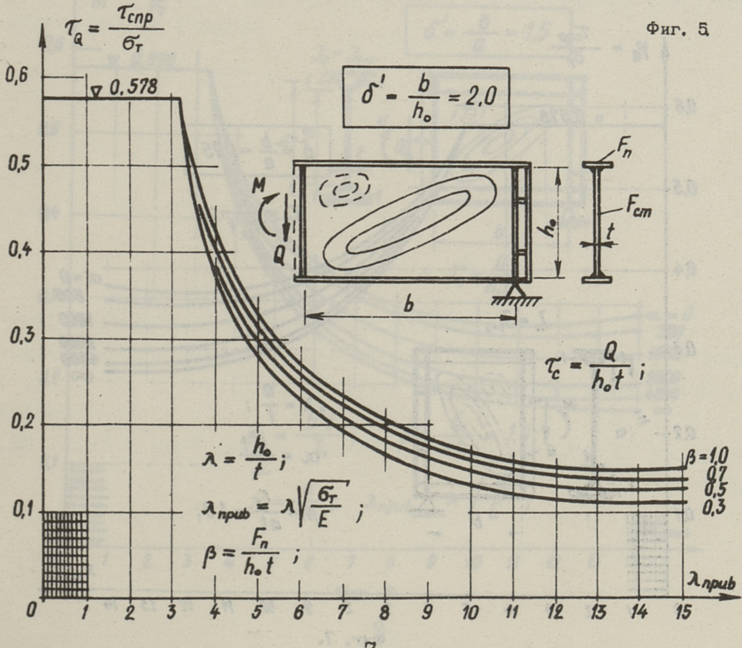
Фиг. 3.



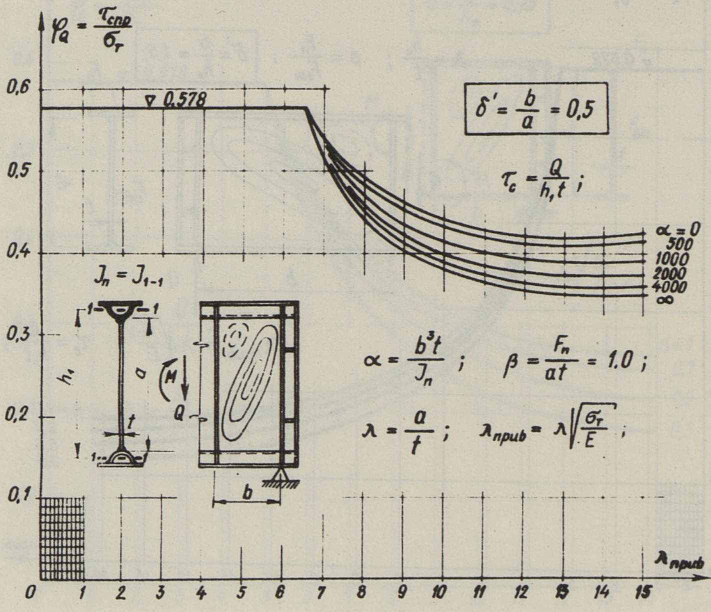
φQ = τспр / σт
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0,578
λ = h₀ / t ; β = Fп / Fст ; δ' = b / h₀ = 1,5;
Fп
M
Q
Fст
t
h₀
b
Q
λприв. = λ √(σт / E) ; τc = Q / (h₀t) ;
β = 1,0
0,7
0,5
0,3
λприв.
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14

Фиг. 4.

Фиг. 5

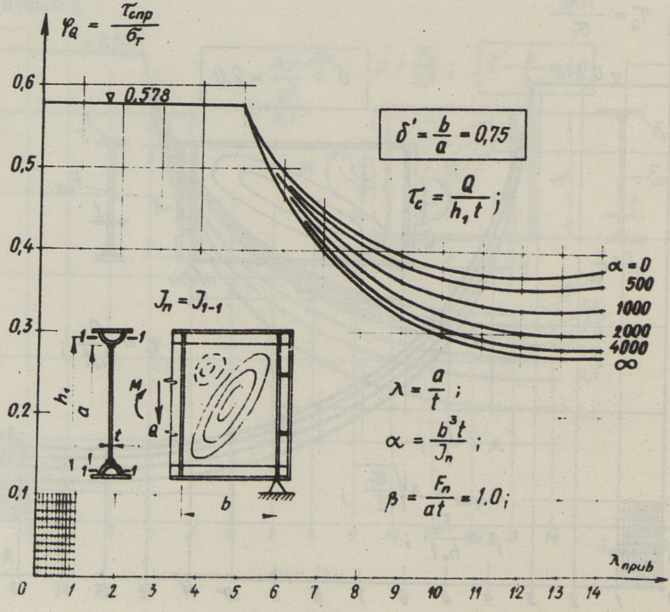


τQ = τспр / σт
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0,578
δ' = b / h₀ = 2,0
Fп
M
Q
Fст
h₀
t
b
τc = Q / (h₀t) ;
λ = h₀ / t ;
λприв = λ √(σт / E) ;
β = Fп / (h₀t) ;
β = 1,0
0,7
0,5
0,3
λприв
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15



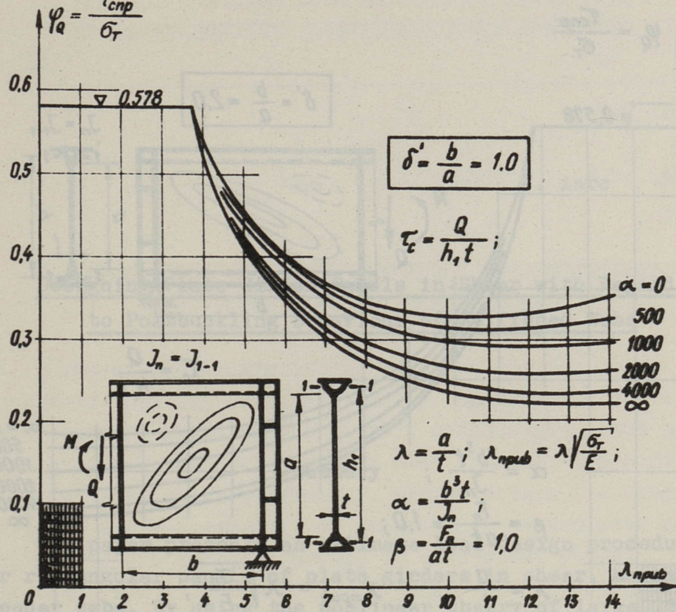
$\varphi_Q = \frac{\tau_{спр}}{\sigma_т}$
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
▽ 0,578
$\delta' = \frac{b}{a} = 0,5$
$\tau_c = \frac{Q}{h_1 t}$;
$\alpha = 0$
500
1000
2000
4000
∞
$J_n = J_{1-1}$
$\alpha = \frac{b^3 t}{J_n}$; $\beta = \frac{F_n}{at} = 1.0$;
$\lambda = \frac{a}{t}$; $\lambda_{прив} = \lambda\sqrt{\frac{\sigma_т}{E}}$;
$\lambda_{прив}$
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Фиг. 6.



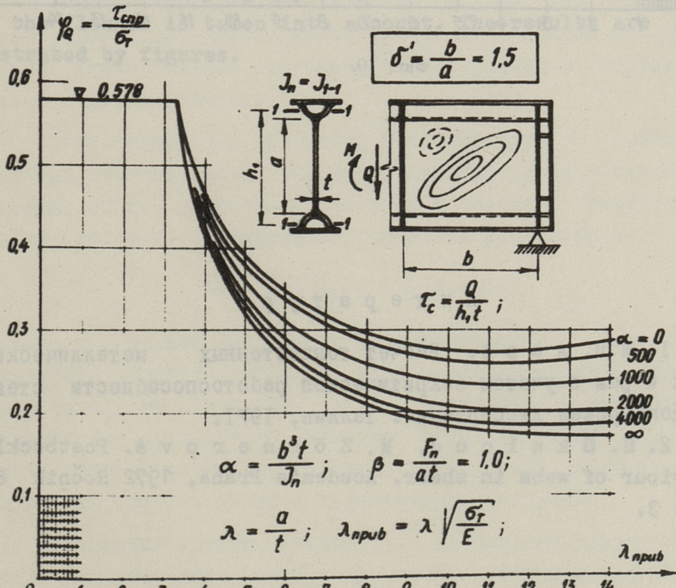
$\varphi_Q = \frac{\tau_{спр}}{\sigma_т}$
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
▽ 0,578
$\delta' = \frac{b}{a} = 0,75$
$\tau_c = \frac{Q}{h_1 t}$;
$\alpha = 0$
500
1000
2000
4000
∞
$J_n = J_{1-1}$
$\lambda = \frac{a}{t}$;
$\alpha = \frac{b^3 t}{J_n}$;
$\beta = \frac{F_n}{at} = 1.0$;
$\lambda_{прив}$
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Фиг. 7.



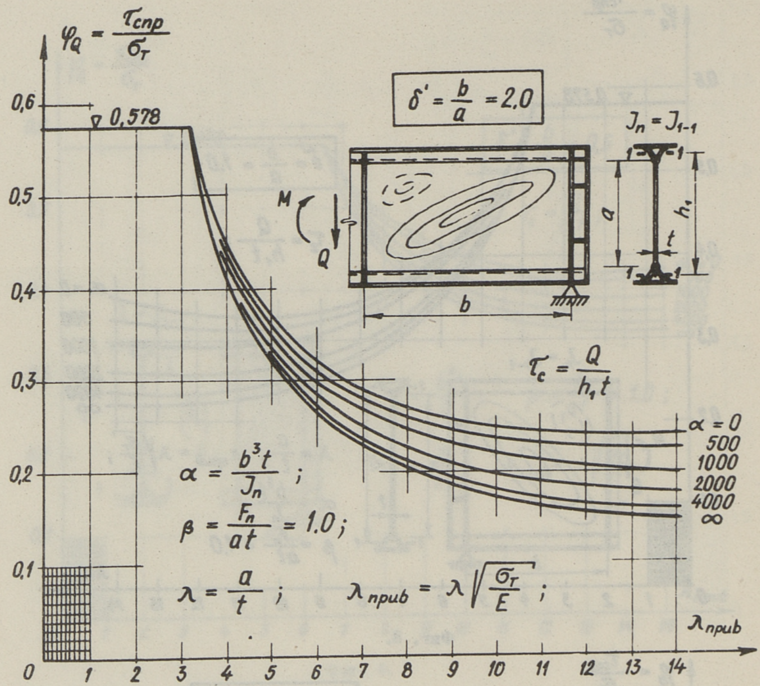
$\varphi_Q = \frac{\tau_{cnp}}{\sigma_T}$
0.578
$\delta' = \frac{b}{a} = 1.0$
$\tau_c = \frac{Q}{h_1 t}$;
$\alpha = 0$
500
1000
2000
4000
∞
$J_n = J_{1-1}$
M
Q
a
h_1
t
b
$\lambda = \frac{a}{t}$; $\lambda_{npub} = \lambda\sqrt{\frac{\sigma_T}{E}}$;
$\alpha = \frac{b^3 t}{J_n}$;
$\beta = \frac{F_n}{at} = 1,0$
λ_{npub}

Фиг. 8.



$\varphi_Q = \frac{\tau_{cnp}}{\sigma_T}$
$\delta' = \frac{b}{a} = 1,5$
0.578
$J_n = J_{1-1}$
M
Q
a
h_1
t
b
$\tau_c = \frac{Q}{h_1 t}$;
$\alpha = 0$
500
1000
2000
4000
∞
$\alpha = \frac{b^3 t}{J_n}$; $\beta = \frac{F_n}{at} = 1,0$;
$\lambda = \frac{a}{t}$; $\lambda_{npub} = \lambda\sqrt{\frac{\sigma_T}{E}}$;
λ_{npub}

Фиг. 9.



Фиг. 10.

Литература

I. И.И. Ааре. Расчет тонкостенных металлических балок и рам с учетом закритической работоспособности стенки. Докторская диссертация. Таллин, I97I.

2. M. Škaloud, M. Zörnerová. Postbucklet behaviour of webs in shear. Academia Praha, 1972 Ročnik 82, Sešit 3.

J. Aare

Designing Plate Girder Panels in Shear with Regard to Postbuckling Behaviour of Stiffened Webs

Summary

The paper presents an ultimate load design procedure for rectangular panels of plate girders in shear, having slender webs. By using the nonlinear theory of large deflections the carrying capacity is determined. The rigidity of the flanges is taken into account. The results are illustrated by figures.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.072

И.И. Ааре, И.С. Гольденберг, В.Р. Кульбах

ЗАВИСИМОСТЬ УСИЛИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАЧТ ОТ СТЕПЕНИ НАТЯЖЕНИЯ ОТТЯЖЕК

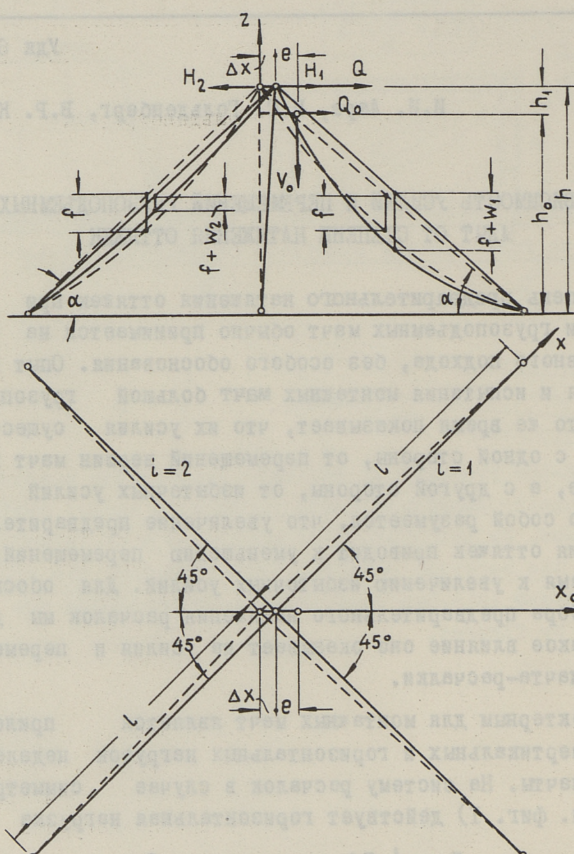
Степень предварительного натяжения оттяжек при эксплуатации грузоподъемных мачт обычно принимается на основе субъективного подхода, без особого обоснования. Опыт проектирования и испытания монтажных мачт большой грузоподъемности в то же время показывает, что их усилия существенно зависят, с одной стороны, от перемещений вершин мачт в пространстве, а с другой стороны, от избыточных усилий оттяжек. Само собой разумеется, что увеличение предварительного напряжения оттяжек приводит к уменьшению перемещений, но,в то же время к увеличению избыточных усилий. Для обоснованного подбора предварительного натяжения расчалок мы должны знать, какое влияние оно оказывает на усилия и перемещения системы мачта-расчалки.

Характерным для монтажных мачт является приложение больших вертикальных и горизонтальных нагрузок недалеко от вершины мачты. На систему расчалок в случае симметричной схемы (см. фиг. I) действует горизонтальная нагрузка

$$Q = \frac{1}{h}\left[Q_0 h_0 + V_0(e + \Delta x)\right].$$

Усилия в оттяжках зависят от их направления относительно плоскости действия нагрузок. Один из характерных случаев представлен на схеме фиг. I. Для определения неизвестного перемещения Δx и усилий расчалок (с учетом симметрии) мы имеем условие равновесия вершины мачты и два уравнения оттяжек как упругих нитей с перемещаемыми опорами.

Уравнения оттяжек обычно [I,2,3] представляются в усилиях. Наш опыт показывает, что решение задачи в случае гру-



Фиг.1.

зоподъемных мачт существенно упрощается в случае представления уравнений оттяжек в перемещениях [4] . При выводе уравнений оттяжек принимаем обычные допущения о равномерности распределения нагрузки от веса оттяжек по пролету

$$q = \frac{p}{\cos\alpha}$$

(p – вес единицы длины расчалки), об упругой, безызгибной работе оттяжек и о малости перемещения вершины мачты, по сравнению с высотой мачты и пролетом оттяжек.

Условие равновесия оттяжки в исходном состоянии может быть представлено в виде

$$H_0 \frac{d^2 z}{dx^2} = q$$

в конечном состоянии – в виде

$$H_i \frac{d^2(z+w)}{dx^2} = q$$

где H_0, H_i – распор i-й оттяжки до и после приложения нагрузки соответственно,

w – функция прогиба оттяжки.

Интегрирование этих уравнений с учетом краевых условий приводит к зависимостям

$$z = (h - 4f)\frac{x}{f} + 4f\frac{x^2}{l^2}, \qquad (1)$$

$$w = -4w_0\left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right), \qquad (2)$$

$$H_0 = \frac{ql^2}{8f}, \qquad (3)$$

$$H_i = \frac{ql^2}{8f\left(1+\frac{w_i}{f}\right)} = \frac{H_0}{1+\frac{w_i}{f}}, \qquad (4)$$

где f – стрела провеса в середине пролета оттяжки, измеренная в вертикальном направлении,

w_i – вертикальное смещение оттяжки в середине пролета.

Интегрирование геометрического уравнения

$$\frac{du}{dx} + \frac{dw}{dx}\left(\frac{dz}{dx} + \frac{1}{2}\frac{dw}{dx}\right) = \frac{H-H_0}{EF}\left(1+\frac{dz}{dx}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (5)$$

с учетом смещения конца оттяжки на Δx (см. фиг. I) дает

$$\frac{8f^2}{3l^2}\frac{w_i}{f}\left(2+\frac{w_i}{f}\right) \mp \frac{\Delta x}{l\sqrt{2}} = \frac{H_i - H_0}{EF}\left(1+\frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (6)$$

Совместное решение уравнений (3),(4) и (6) приводит к уравнениям оттяжек в перемещениях

$$\frac{w_i}{f}\left(2+\frac{w_i}{f}\right) \mp \frac{3l\Delta x}{8f^2} + \frac{3H_0 l^2}{8EFf^2\left(1+\frac{w_i}{f}\right)}\left(1+\frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}} = 0 \qquad (7)$$

где знак "-" соответствует увеличению, а знак "+" уменьшению стрелы провеса оттяжки.

Совместное решение уравнений (7) при i =I и i =2 с условием равновесия вершины мачты

$$Q=(H_2-H_1)\sqrt{2}=H_0\sqrt{2}\left(\frac{1}{1+\frac{w_1}{f}}-\frac{1}{1+\frac{w_2}{f}}\right) \qquad (8)$$

приводит к системе из двух уравнений в перемещениях

$$\frac{w_1}{f}\left(2+\frac{w_1}{f}\right)+\frac{w_2}{f}\left(2+\frac{w_2}{f}\right)+\frac{3H_0l^2\left(1+\frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{8EFf^2}\left[\frac{1}{1+\frac{w_1}{f}}+\frac{1}{1+\frac{w_2}{f}}\right]=0\,, \qquad (9)$$

$$\frac{1}{1+\frac{w_1}{f}}-\frac{1}{1+\frac{w_2}{f}}=\frac{Q}{H_0\sqrt{2}}\,. \qquad (10)$$

После определения прогибов оттяжек из системы (9)...(IO)перемещение вершины мачты определяется одним из уравнений(7)

$$\frac{\Delta x}{l}=\frac{H_0\left(1+\frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{EF\left(1+\frac{w_1}{f}\right)}+\frac{8f^2}{3l^2}\frac{w_1}{f}\left(2+\frac{w_1}{f}\right)=$$

$$=\frac{-H_0\left(1+\frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{EF\left(1+\frac{w_2}{f}\right)}+\frac{-8f^2}{3l^2}\frac{w_2}{f}\left(2+\frac{w_2}{f}\right). \qquad (11)$$

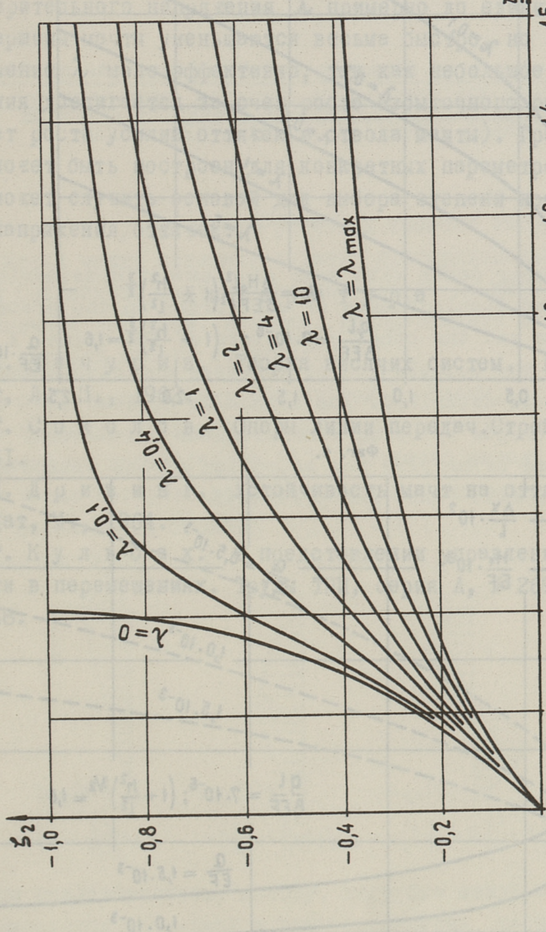
Распоры вант имеют значения

$$H_1=\frac{H_0}{1+\frac{w_1}{f}}\,,\qquad H_2=\frac{H_0}{1+\frac{w_2}{f}}\,. \qquad (12)$$

Из формул (9) и (IO) следует, что каждому сочетанию относительных прогибов оттяжек $\xi_1=\frac{w_1}{f}$ и $\xi_2=\frac{w_2}{f}$ отвечают определенные значения параметра нагрузки $\varkappa=\frac{Q}{H_0\sqrt{2}}$ и параметра предварительного напряжения

$$\lambda=\frac{3H_0l^2}{8EFf^2}\left(1+\frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

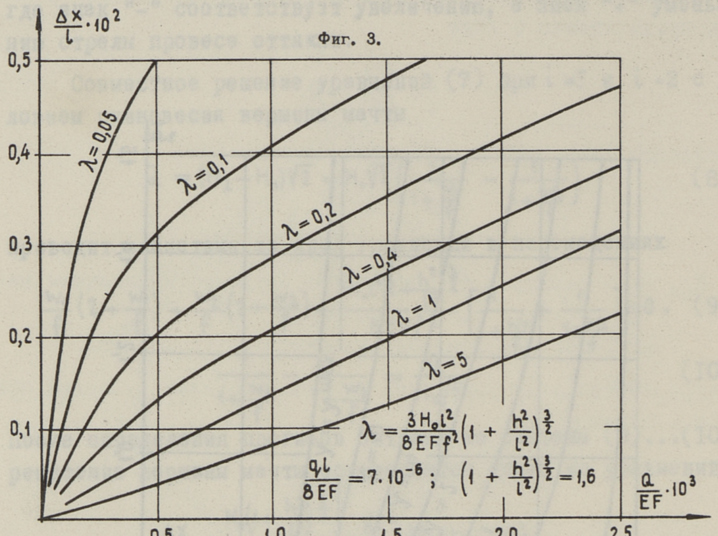
Возможные соотношения относительных прогибов и соответствующие изолинии параметра предварительного напряжения представлены на графике фиг. 2. Характерные зависимости смещения вершины мачты от нагрузки при разных степенях предварительного напряжения явствуют из графиков фиг. 3.



ξ_1
ξ_2
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
1,4
1,6
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
−1,0
$\lambda = 0$
$\lambda = 0,1$
$\lambda = 0,4$
$\lambda = 1$
$\lambda = 2$
$\lambda = 4$
$\lambda = 10$
$\lambda = \lambda_{max}$

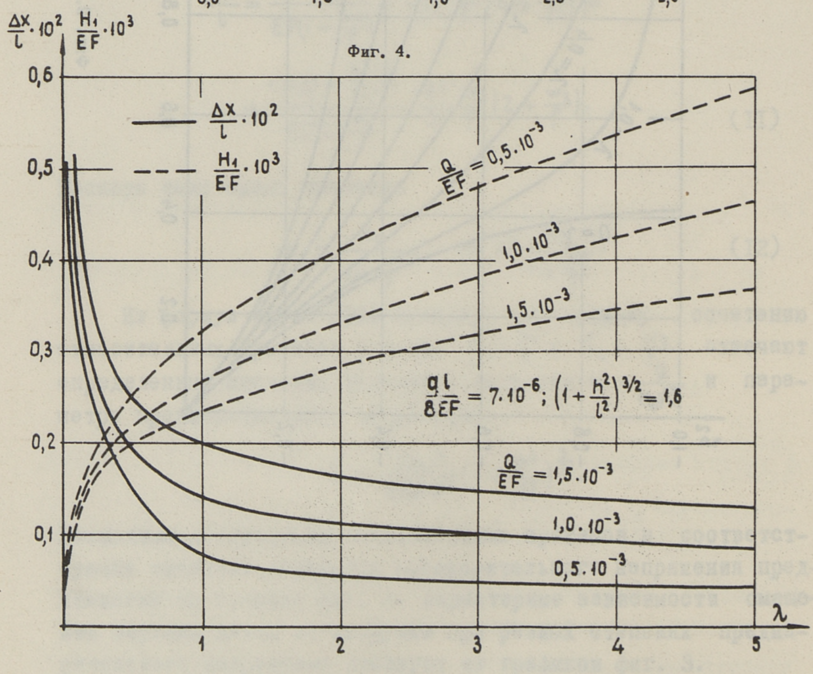
Фиг. 2.

Фиг. 3.



$\frac{\Delta x}{l} \cdot 10^2$
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
$\lambda = 0,05$
$\lambda = 0,1$
$\lambda = 0,2$
$\lambda = 0,4$
$\lambda = 1$
$\lambda = 5$
$\lambda = \frac{3 H_o l^2}{8 EF f^2}\left(1 + \frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}}$
$\frac{q l}{8 EF} = 7 \cdot 10^{-6}$; $\left(1 + \frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}} = 1,6$
$\frac{Q}{EF} \cdot 10^3$
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5

Фиг. 4.



$\frac{\Delta x}{l} \cdot 10^2$ $\frac{H_1}{EF} \cdot 10^3$
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
$\frac{\Delta x}{l} \cdot 10^2$
$\frac{H_1}{EF} \cdot 10^3$
$\frac{Q}{EF} = 0,5 \cdot 10^{-3}$
$1,0 \cdot 10^{-3}$
$1,5 \cdot 10^{-3}$
$\frac{q l}{8 EF} = 7 \cdot 10^{-6}$; $\left(1 + \frac{h^2}{l^2}\right)^{3/2} = 1,6$
$\frac{Q}{EF} = 1,5 \cdot 10^{-3}$
$1,0 \cdot 10^{-3}$
$0,5 \cdot 10^{-3}$
λ
1
2
3
4
5

Наглядным базисом для обоснованного выбора степени предварительного напряжения оттяжек может служить совмещенный график (фиг. 4), по которому одновременно можно оценить и положительную и отрицательную роль предварительного напряжения при заданной нагрузке. При увеличении параметра предварительного напряжения λ примерно до единицы, смещения вершины мачты уменьшаются весьма быстро, но дальнейшее увеличение λ мало эффективно, так как небольшое уменьшение смещения достигается за счет роста избыточного распора(т.е. за счет роста усилий оттяжек и ствола мачты). График такого типа может быть построен для конкретных параметров нагрузки и может служить основой для выбора степени предварительного напряжения оттяжек.

Литература

I. В.К. Качурин. Теория висячих систем. Госстройиздат, Л.– М., 1962.
2. А.Г. Соколов. Опоры линии передач.Стройиздат, М., 196I.
3. А.Я. Дривинг. Устойчивость мачт на оттяжках.Стройиздат, М., I964.
4. В.Р. Кульбах. О представлении управлений упругой нити в перемещениях. Труды ТПИ, серия А, № 269, Таллин, 1968.

J. Aare, I. Goldenberg, V.Kulbach

Dependence of Stresses and Displacements of Mast Crane on the Pretension Degree of Tiebacks

Summary

The paper deals with some problems of considering stresses and displacements of mast crane on the pretension of tiebacks and the other parameters of the crane. A new method for the calculation of stresses and displacements of mast crane is described. The method is derived in terms of displacements by using dimensionless parameters. As a result, some principles for selection of the ultimate parameters of mast crane are presented.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

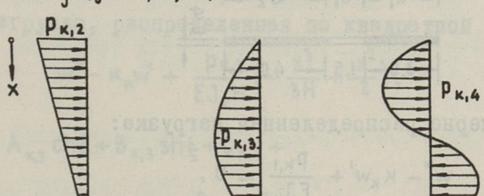
УДК 624.043.23

Л.А. Алликас

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАГРУЗКИ МЕЖДУ СТОЛБАМИ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ДИАФРАГМЫ ЗДАНИЙ

Обычно в приближенных расчетах внешняя нагрузка распределяется между столбами обратно пропорционально перемещениям (на некотором определенном уровне по высоте здания) от единичной нагрузки. В общем, распределение нагрузки на разных уровнях здания отличается.

С целью разъяснения упомянутой проблемы, в настоящей статье представлен приближенный метод расчета, который основывается на нашей работе [I] . Согласно методу, отыскиваются такие нагрузки столбов диафрагмы, которые приравнивали бы перемещения столбов w_k $(k = 1, 2, \dots, n)$ на дискретных высотах x_j $(j = 1, 2, \dots, m)$ зданий.



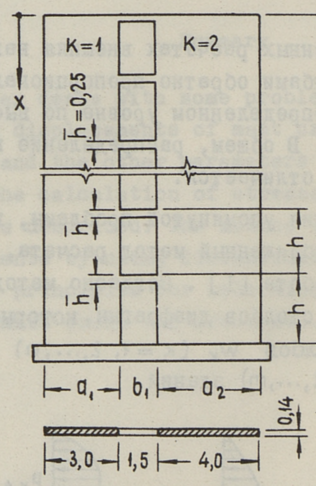
$p_{k,2}(x) = \left(1 - \frac{x}{H}\right) p_{k,2}$ $\quad p_{k,3}(x) = \left(\frac{x}{H} - \frac{x^2}{H^2}\right) p_{k,3}$ $\quad p_{k,4}(x) = \left(2\frac{x}{H} - 6\frac{x^2}{H^2} + 4\frac{x^3}{H^3}\right) p_{k,4}$

По представленному методу, нагрузка между столбами аппроксимируется нагрузкой в виде равномерно распределенной ($p_{k,1}$) , треугольника ($p_{k,2}$) , квадратной ($p_{k,3}$) и кубической параболы ($p_{k,4}$). В таком случае перемещения столбов приравнены на четырех уровнях высоты здания, в качестве которых выбрано $x_1 = 0$, $x_2 = 0{,}25H$ и $x_3 = 0{,}5H$. Выбранные нагрузки на уровне $x = H$ равняются нулю. (фиг.I).

В формулах нижний первый индекс означает номер столба или номер отверстия диафрагмы, а второй индекс - тип нагрузки.

Обозначения с черточкой соответствуют единичным нагрузкам.

Использованным четырем видам нагрузки (в качестве внешней - равномерно распределенная нагрузка, которая обозначается p) будут соответствовать дифференциальные уравнения, их решения и постоянные интеграции:



Фиг. 2.

I. Равномерно распределенная нагрузка:

$$w''' - k_k w' + \frac{p_{k,1}}{EJ_k} = 0 , \qquad (1,a)$$

где $$k_k = \frac{6}{J_k}\left[\frac{i_{k-1}}{b^2_{k-1}}(a_k + b_{k+1}) + \frac{i_k}{b^2_k}(a_k + b_k)\right];$$

$$i_k = \frac{\bar{J}_k}{h}$$

$\bar{J}_k$ - момент инерции сечения связи;

E - модуль упругости материала диафрагмы;

h, a_k, b_k - выявляется из фиг. 2.

$$w_{k,1} = A_{k,1} ch\xi + B_{k,1} sh\xi + C_{k,1} + \frac{p_{k,1}}{2k_k EJ_k} x^2 , \qquad (1,b)$$

$$A_{\kappa,1} = -\frac{p_{\kappa,1}}{\kappa_\kappa^2 EJ_\kappa},$$

$$B_{\kappa,1} = -A_{\kappa,1}\frac{sh\sqrt{\kappa_\kappa}H - \sqrt{\kappa_\kappa}H}{ch\sqrt{\kappa_\kappa}H}, \qquad (1,c)$$

$$C_{\kappa,1} = -A_{\kappa,1}\left(\frac{1}{ch\sqrt{\kappa}H} + \sqrt{\kappa_\kappa}H\,tagh\sqrt{\kappa_\kappa}H - \frac{\kappa_\kappa H^2}{2}\right),$$

где $\xi = \sqrt{\kappa_\kappa}x$.

2. Треугольно распределенная нагрузка.

$$w''' - \kappa_\kappa w' + \frac{p_{\kappa,2}}{EJ_\kappa H}\left(Hx - \frac{x^2}{2}\right) = 0, \qquad (2,a)$$

$$w_{\kappa,2} = A_{\kappa,2}ch\xi + B_{\kappa,2}sh\xi + C_{\kappa,2} + \frac{p_{\kappa,2}}{\kappa_\kappa EJ_\kappa H}\left(-\frac{x}{\kappa_\kappa} + \frac{Hx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right), \quad (2,b)$$

$$A_{\kappa,2} = -\frac{p_{\kappa,2}}{\kappa_\kappa^2 EJ_\kappa},$$

$$B_{\kappa,2} = -A_{\kappa,2}\frac{sh\sqrt{\kappa_\kappa}H + \frac{1}{\sqrt{\kappa_\kappa}H} - \frac{\sqrt{\kappa_\kappa}H}{2}}{ch\sqrt{\kappa_\kappa}H}, \qquad (2,c)$$

$$C_{\kappa,2} = -A_{\kappa,2}\left[\frac{1}{ch\sqrt{\kappa_\kappa}H} - \left(\frac{1}{\sqrt{\kappa_\kappa}H} - \frac{\sqrt{\kappa_\kappa}H}{2}\right)tagh\sqrt{\kappa_\kappa}H + 1 - \frac{\kappa_\kappa H^2}{3}\right].$$

3. Нагрузка, распределенная по квадратной параболе.

$$w''' - \kappa_\kappa w' + \frac{p_{\kappa,3}}{EJ_\kappa H}\left(-\frac{x^3}{3H} + \frac{x^2}{2}\right), \qquad (3,a)$$

$$w_{\kappa,3} = A_{\kappa,3}ch\xi + B_{\kappa,3}sh\xi + C_{\kappa,3} +$$

$$+ \frac{p_{1,3}}{\kappa_\kappa EJ_\kappa H}\left(\frac{x}{\kappa_\kappa} - \frac{x^2}{\kappa_\kappa H} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12H}\right), \qquad (3,b)$$

$$A_{\kappa,3} = \frac{p_{\kappa,3}}{\kappa_\kappa EJ_\kappa H}\,\frac{2}{\kappa_\kappa^2 H},$$

$$B_{\kappa,3} = -A_{\kappa,3}\left[tagh\sqrt{\kappa_\kappa}H - \frac{\kappa_\kappa^2 H}{2}\,\frac{\frac{1}{\kappa_\kappa} - \frac{H^2}{6}}{\sqrt{\kappa_\kappa}ch\sqrt{\kappa_\kappa}H}\right], \qquad (3,c)$$

$$C_{\kappa,3} = -\frac{p_{\kappa,3}}{\kappa_\kappa EJ_\kappa H}\left\{\frac{2}{\kappa_\kappa^2 H}ch\sqrt{\kappa_\kappa}H - \right.$$

$$\left.\left[\frac{2}{\kappa^2 H}tagh\sqrt{\kappa_\kappa}H - \frac{\frac{1}{\kappa_\kappa} - \frac{H^2}{6}}{\sqrt{\kappa_\kappa}ch\sqrt{\kappa_\kappa}H}\right]sh\sqrt{\kappa_\kappa}H + \frac{H^3}{12}\right\}$$

4. Нагрузка, распределенная по кубической параболе:

$$w''' - k_к w' + \frac{p_{1,4}}{EJ_к H}\left(\frac{x^4}{H^2} - 2\frac{x^3}{H} + x^2\right), \qquad (4,a)$$

$$w_{к,4} = A_{к,4}\,ch\,\xi + B_{к,4}\,sh\,\xi + C_{к,4} +$$

$$+ \frac{p_{к,4}}{k_к EJ_к H}\left[\frac{2}{k_к}\left(1+\frac{12}{k_к H^2}\right)x - \frac{6}{k_к H}x^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3}\left(1+\frac{12}{k_к H^2}\right)x^3 - \frac{1}{2H}x^4 + \frac{1}{5H^2}x^5\right], \qquad (4,b)$$

$$A_{к,4} = \frac{p_{к,4}}{k_к EJ_к H}\,\frac{12}{k_к^2 H},$$

$$B_{к,4} = -A_{к,4}\left(tagh\sqrt{k_к}H + \frac{\frac{k_к H}{6} - \frac{2}{H}}{\sqrt{k_к}\,ch\sqrt{k_к}H}\right), \qquad (4,c)$$

$$C_{к,4} = -A_{к,4}\left[ch\sqrt{k_к}H - \left(sh\sqrt{k_к}H + \frac{k_к H^2 + 12}{6\sqrt{k_к}H}\right)tagh\sqrt{k_к}H + 2 + \frac{k_к^2 H^4}{360}\right]$$

Для иллюстрации метода расчета представляются результаты численного примера со следующими данными: $H = 10h = 27$ м и $E = 2,5\cdot10^6$ т/м^2 (фиг. 2).

Моменты инерции сечений элементов диафрагмы $i = 0,676\cdot10^{-4}$ м^4/м и $k_1 = 25,7\cdot10^{-4}$ 1/м^2.

Из уравнения непрерывности перемещений следует:

$$\bar{w}_{1,1}(x_j)\,p_{1,1} - \bar{w}_{1,2}(x_j)\,p_{1,2} - \bar{w}_{1,3}(x_j)\,p_{1,3} - \bar{w}_{1,4}(x_j)\,p_{1,4} =$$

$$= \bar{w}_{2,2}(x_j)\,p_{2,2} + \bar{w}_{2,3}(x_j)\,p_{2,3} + \bar{w}_{2,4}(x_j)\,p_{2,4}, \qquad (5)$$

где $x_1 = 0$, $x_2 = 0,25H$, $x_3 = 0,5H$.

Учитывая, что в конкретном случае $p_{1,1} + p_{2,1} = p$, $p_{1,2} = p_{2,2}$, $p_{1,3} = p_{2,3}$ и $p_{1,4} = p_{2,4}$ получим систему уравнений

$0,18896\,p_{1,1} - 0,13746\,p_{1,2} - 0,03009\,p_{1,3} - 0,01043\cdot p_{1,4} = 0,06521\,p$,

$0,15648\,p_{1,1} - 0,09380\,p_{1,2} - 0,02138\,p_{1,3} - 0,00878\,p_{1,4} = 0,04774\,p$,

$0,07275\,p_{1,1} - 0,05076\,p_{1,2} - 0,01243\,p_{1,3} - 0,00676\,p_{1,4} =$

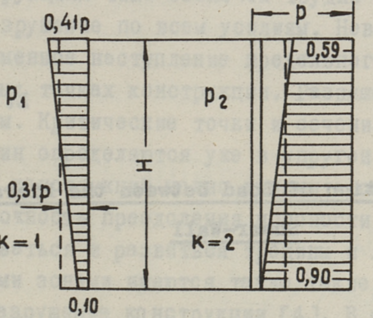
$= 0{,}02429\ p,$

$$0{,}02310\ p_{1,1} - 0{,}01562\ p_{1,2} - 0{,}00410\ p_{1,3} - 0{,}00499\ p_{1,4} = 0{,}00722\ p.$$

решения которой будут следующие:

$$p_{1,1} = 0{,}104\ p,$$
$$p_{1,2} = -\ 0{,}307\ p,$$
$$p_{1,3} = -\ 0{,}040\ p,$$
$$p_{1,4} = -\ 0{,}201\ p.$$

Нагрузки столбов, определенные вышеуказанным методом, представлены на фиг. 3.



Фиг. 3.

Углы поворота, моменты и поперечные силы столбов диафрагмы, используя решения дифференциального уравнения (формулы (I) ... (4), вычисляются уравнением:

$$V = w', \quad M = -EJ_k w'', \quad Q = -EJ_k w'''. \qquad (6)$$

Приближенное распределение нагрузки между столбами диафрагмы предлагаем вычислять не по перемещениям, а по эпюрам перемещений по формуле:

$$p_k = \frac{p}{F_{w_k} \sum \frac{1}{F_{w_i}}}, \qquad (7)$$

где $i = 1, 2 \ldots, k, \ldots n$,

p – общая нагрузка, действующая на диафрагму,

p_k – нагрузка на столбы k,

$F_{w_k} = \int_0^H w_k\,dx$ – площадь эпюры перемещения.

В данном примере получается $p_1 = 0{,}313p$ (на фиг. 3 - пунктирная линия).

Литература

I. Х.Х. Лаул, Л.А. Алликас. О расчете вертикальных диафрагм зданий. Труды ТПИ, серия А, № 333, Таллин, 1972.

L. Allikas

Distribution of Load between the Piers of Shear-Wall

An approximate method is presented for the analysis of the distribution of load between the piers of wind bracing wall throughout the height of the building. The method is based on the continuous connection technique. Different configurations of the separately loaded piers are constrained to the same shape by the connecting beams. The parameters of unknown functions can be obtained from the compatibility conditions (5).

The numerical example is presented.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.074.4

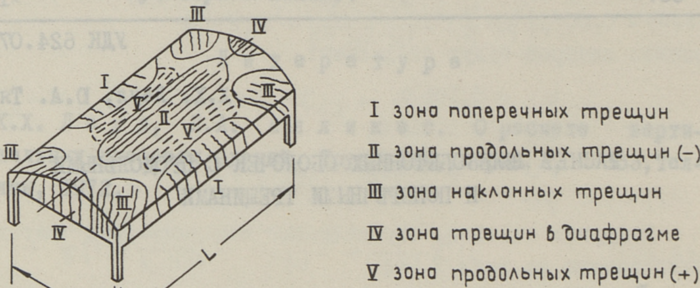
Х.Х. Лаул, Ю.А. Тярно

РАСЧЁТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК С ПРОДОЛЬНЫМИ И ПОПЕРЕЧНЫМИ ТРЕЩИНАМИ

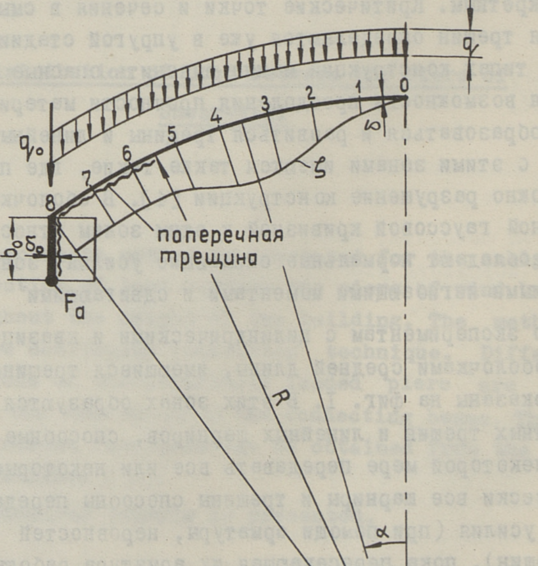
В конструкциях типа оболочек трудно представить одновременное разрушение по всем усилиям. Невозможно представить одновременное наступление предельного состояния во всех отдельных точках конструкции. Разрушение всегда бывает дискретным. Критические точки и сечения в смысле образования трещин определяются уже в упругой стадии. При различных типах конструкций можно выяснить опасные зоны, где имеется возможность преодоления прочности материала, где могут образоваться и развиться трещины и линейные шарниры. Наряду с этими зонами имеются также такие, где по существу невозможно разрушение конструкции [4]. В оболочках с положительной гауссовой кривизной к этим зонам относятся зоны, где преобладают нормальные сжимающие усилия, зоны с незначительными изгибающими моментами и сдвигающими усилиями.

По экспериментам с цилиндрическими и квазицилиндрическими оболочками средней длины, имеющиеся трещино-опасные зоны показаны на фиг. I. В этих зонах образуются системы дискретных трещин и линейных шарниров, способные полностью или в некоторой мере передавать все или некоторые усилия. Практически все шарниры и трещины способны передавать сдвигающие усилия (при помощи арматуры, неровностей поверхности трещин), пока пересекающая их арматура работает в упругой стадии.

Важным вопросом является развитие или затухание трещин. Для дальнейшего развития существующей трещины требуется, чтобы I) в конце трещины напряжение бетона достигло прочности бетона на растяжение и 2) увеличение длины трещины не вызывало увеличения потенциальной энергии всей системы.


I
II
III
IV
V
L
l
I зона поперечных трещин
II зона продольных трещин (−)
III зона наклонных трещин
IV зона трещин в диафрагме
V зона продольных трещин (+)

Фиг. 1.


q
0
1
2
3
4
5
6
7
8
ω
δ
q_0
b_0
δ_0
F_a
поперечная трещина
R
α
$\alpha_{тр}$
α_0

Фиг. 2.

Так как на раскрытие и развитие трещин в стадии с трещинами на распределение усилий влияет арматура конструкции (рабочая и конструктивная), то необходимо произвести расчёты с учетом конкретного армирования. Исходным этапом для всех расчётов оболочек является упругая стадия. Можно сказать, что при нормальном армировании, трещины от главных растягивающих усилий (как правило в угловых зонах) незначительно влияют на распределение и перераспределение усилий после возникновения трещин. Для существования оболочки с косой трещиной, она должна быть в состоянии воспринимать все мембранные усилия полностью.

В [I], [2] нами рассмотрен расчет цилиндрических и квазицилиндрических железобетонных оболочек с трещинами в растянутой зоне. Для возможности доведения расчета до численных результатов были выдвинуты следующие основные предпосылки:

1) картина поперечных трещин не меняется вдоль оболочки,
2) на протяжении трещин бетон оболочки не работает на восприятие продольных сил T даже между трещинами (т.е. предполагается, что в продольном направлении модуль упругости бетона E равен нулю),
3) трещины имеются уже до загружения и протяжение их в ходе аппроксимации наперед задано,
4) по трещинам можно передавать сдвигающие силы S ,
5) задача является линейной до дальнейшего развития трещины, т.е. до момента, когда продольные напряжения в бетоне у концов принятых трещин достигнут величины прочности бетона на растяжение.

В начале аппроксимации протяжения трещин предполагаем, что трещины развиваются по всей высоте бортового элемента. Эксперименты и расчёты показывают, что трещины развиваются как правило дальше в криволинейную часть и затухают в определенных зонах в зависимости от типа конструкции и характера поперечного распределения нагрузки.

Цилиндрические оболочки с поперечными трещинами и продольными линейными шарнирами имеют некоторые особенности при определении параметров приращения сдвигающих сил.

Приращение сдвигающих сил [I] представляется в зоне без поперечных трещин.

$$\zeta = a_I \frac{\alpha}{\alpha_{тр}} + \sum_{i=1}^{K} \sin\frac{i\pi\alpha}{\alpha_{тр}} a_i$$

а в зоне с поперечными трещинами $\zeta = a_I$ так как в протяжении трещин $T_1 = 0$ и по [I] ζ = постоянный. Угол $\alpha_{тр}$ задаётся наперед в ходе итерации. Действительный поперечный изгибающий момент $m_2 = m$ определяется в виде

$$m = M_o + \sum_{i=1}^{K} m_i a_i + m_I a_I .$$

Условие вертикального равновесия единичной полоски принимает вид

$$qR\alpha_o + q_o + \sum_{i=1}^{K} R\frac{(-1)^{i+1}\sin\alpha_{тр}}{\frac{i\pi}{\alpha_{тр}} - \frac{\alpha_{тр}}{i\pi}} a_i + \left[b_o + R(1-\cos\alpha_o) - R(1-\cos\alpha_{тр}) + R\left(\frac{\sin\alpha_{тр}}{\alpha_{тр}} - \cos\alpha_{тр}\right)\right] a_I = 0.$$

Условие равенства продольных напряжений в линии соединения криволинейной части и бортового элемента:

$$\sum_{i=1}^{K} (-1)^i \frac{i\pi}{\alpha_o R} a_i + \frac{1}{\alpha_o R} a_I = \frac{\delta}{\delta_o}\left(-\frac{a_I}{b_o} + \frac{4a_o}{b_o}\right)$$

в оболочках с поперечными трещинами отпадает.

Предполагая, что арматура в криволинейной части в зоне отрицательных моментов воспринимает только часть поперечного изгибающего момента, $m = m_{пред.}$ [3] получаем дополнительное условие для определения зависимых параметров.

$$m_n = M_{on} + \sum_{i=1}^{K} m_{in} a_i + (m_{In} + m_{IIn}) a_I$$

$n = 0, 1, 2, \dots$ номер точки на поперечном сечении

где

$$M_{on} = -qR^2\left[\cos\alpha - \cos\alpha_o - (\alpha_o - \alpha)\sin\alpha\right] - q_o R(\sin\alpha_o - \sin\alpha)$$

$$m_{in} = \frac{R^2}{J^2 - 1}\left[(-1)^i\left(J - \frac{1}{J}\right) + (-1)^{i+1} J\cos(\alpha_{тр} - \alpha) + \frac{1}{J}\cos J\alpha\right], \quad \text{здесь } J = \frac{i\pi}{\alpha_{тр}}$$

$$m_{In} = \begin{cases} R^2\left[\frac{\cos(\alpha_{тр} - \alpha)}{\alpha_{тр}} + \sin(\alpha_{тр} - \alpha) - \left(\frac{\alpha_{тр}}{2} + \frac{1}{\alpha_{тр}}\right) + \frac{\alpha^2}{2\alpha_{тр}}\right], & \text{когда } \alpha < \alpha_{тр} \\ 0, & \text{когда } \alpha > \alpha_{тр} \end{cases}$$

$$m_{IIn} = \begin{cases} -R^2\left[(\alpha_o-\alpha)-\sin(\alpha_o-\alpha)\right]+R^2\left[(\alpha_{тр}-\alpha)-\sin(\alpha_{тр}-\alpha)\right]-b_oR(\sin\alpha_o-\sin\alpha), & \text{когда } \alpha<\alpha_{тр} \\ -R^2\left[(\alpha_o-\alpha)-\sin(\alpha_o-\alpha)\right]-b_oR(\sin\alpha_o-\sin\alpha), & \text{когда } \alpha>\alpha_{тр} \end{cases}$$

Моменты M_{0n}, m_{in}, m_{In}, m_{IIn} могут быть расчитаны также при помощи таблиц [I].

В зависимости от предельных поперечных изгибающих моментов $m_{пред.}$ можно получить ряд дополнительных условий $m_n = m_{n пред.}$ Условие предельного момента в точке 0 имеет вид $m_o = m_{o пред.}$ Если в точке I при $m_1 = m_{1 пред.}$ в точке 0 $m_o > m_{o пред.}$, надо учитывать также условие $m_o = m_{o пред}$, если $m_o \leqslant m_{o пред}$ этого условия не надо учитывать и т.д.

Из этих условий можно получить

$$a_I = \sum_{i=m}^{k} k_{Ii} a_i + K_I$$

$$a_1 = \sum_{i=m}^{k} k_{1i} a_i + K_1$$

$$a_2 = \sum_{i=m}^{k} k_{2i} a_i + K_2$$

Независимые параметры "а" определяются из $n-m$ условий минимума потенциальной энергии

$$\frac{\delta\pi}{\delta a_k} = \frac{6}{\delta^2}\int_0^{s_o} m\frac{\partial m}{\partial a_k}ds + 0{,}267\int_0^{s_o+b_o} макс\,T\,\frac{\partial(максT)}{\partial a_k}ds = 0$$

Все необходимые усилия определяются при помощи параметров "а". Максимальная протяженность поперечной трещины (вопрос развития или затухания) определяется при помощи итерации, т.е. задаются длины поперечных трещин, предельные изгибающие моменты $m_{пред}$ и при той же нагрузке сравниваются количества потенциальной энергии внутренних сил.

Литература

I. Х.Х. Лаул. Расчёт цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. Труды ТПИ, серия А, № 50, Таллин 1953.

2. Х.Х. Лаул. Применение метода Кастильяно-Ритца к рас-

чету длинных цилиндрических оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 33, Таллин 1949.
3. Х.Х. Л а у л, Ю.А. Т я р н о. Вопросы расчета цилиндрической оболочки линейным коньковым шарниром. Строительные конструкции и строительная физика. Сборник статей X. Труды ТПИ, серия А, № 296, Таллин 1970.
4. Х.Х. Л а у л, Ю.А. Т я р н о. Влияние условий опирания на разрушения квазицилиндрических оболочек. Строительные конструкции и строительная физика. Сборник статей XП. Труды ТПИ, серия А, № 333, Таллин 1972.

H. Laul, Ü. Tärno

A Design Method for Concrete Shells with Line Hinges and Cracks

Summary

The paper deals with a simplified design method for computing reinforced concrete cylindrical shells with cracks. The method is called the method of approximating shear forces. It tries to take into account as much as possible the peculiarities of reinforced concrete. The shear forces are approximated taking into account the physical conditions (cracks, plastic line hinges). The design method allows to evaluate the internal forces in the state with cracks and line hinges.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 357 1974

УДК 624.04.001.24

М.Х. Лейбур, Ю.Й. Таккер

ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОСТИ КРАЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КВАДРАТНЫХ В ПЛАНЕ ГИПАРОВ НА ИЗГИБАЮЩИЕ МОМЕНТЫ НА КОНТУРЕ

I. Введение

Влияние жесткости краевых элементов на напряженно-деформированное состояние оболочек типа гиперболических параболоидов изучалось многими исследователями. Выявлено, что податливость контурных балок гипаров внесет коренные изменения в распределение усилий не только в оболочке но и ее краевых элементах. Следовательно определение формы, размеров и типа армирования рандбалок при проектировании гипаров становится весьма серьезной проблемой.

В настоящей статье приводятся некоторые соображения, которые могут быть применены при конструировании краевых элементов гипаров.

2. О методике расчета

Рассматривается оболочка (фиг. I) срединная поверхность которой

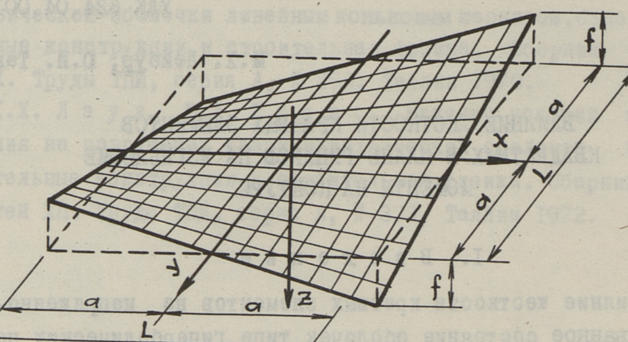
$$z = \frac{f}{ab}xy. \qquad (1)$$

По методике, изложенной в статье [I], используется дифференциальное уравнение моментной теории оболочек В.З. Власова в виде

$$\nabla^8 F + \frac{12}{\delta^2}\nabla_k^4 F = \frac{q_z}{D}. \qquad (2)$$

При граничных условиях, соответствующих шарнирному опиранию на жесткий контур

$$w = M_x = N_{xy} = u = 0. \qquad (3)$$



Фиг. 1.

F представляется тригонометрическим рядом

$$F(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty} F_n(y)\sin\lambda x=\sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{\rho\lambda y}\sin\lambda x, \qquad (4)$$

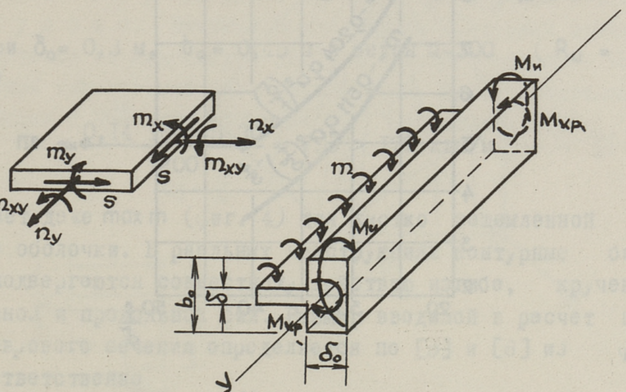
где

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda=\frac{n\pi}{a},\quad \rho_{1-2}=\pm\varkappa_1,\quad \rho_{3-4}=\pm\varkappa_2,\quad \rho_{5-8}=\pm(\varkappa_3\pm i\mu_3),\\
&\left.\begin{matrix}\varkappa_1\\ \varkappa_2\end{matrix}\right\}=\left[1+\tfrac{1}{2}\sqrt{r+s}\pm\sqrt{\sqrt{(r+s)^2+3(r-s)^2}-(r+s)}\right]^{\frac{1}{2}},\\
&\left.\begin{matrix}\varkappa_3\\ \mu_3\end{matrix}\right\}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{\left(1-\tfrac{1}{2}\sqrt{r+s}\right)^2+\tfrac{1}{4}\left[\sqrt{(r+s)^2+3(r-s)^2}+(r+s)\right]}+\right.\\
&\qquad\left.+\left(1-\tfrac{1}{2}\sqrt{r+s}\right)\right]^{\frac{1}{2}},\\
&r=\left(-q+\sqrt{q^2+p^3}\right)^{\frac{1}{3}},\quad s=\left(-q-\sqrt{q^2+p^3}\right)^{\frac{1}{3}},\\
&q=-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\lambda^4}\right)^2,\quad p=\frac{4}{3}\left(\frac{\alpha}{\lambda^4}\right),\quad \alpha=\frac{\nabla^2 E\delta}{D}=\frac{4E\delta k^2}{D}
\end{aligned}\right\}\qquad (5)$$

Подставляя выражения (5) в (4), получим

$$F(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_1 e^{\rho_1 \lambda y} + C_2 e^{\rho_2 \lambda y} + C_3 e^{\rho_3 \lambda y} + C_4 e^{\rho_4 \lambda y} + C_5 e^{\rho_5 \lambda y} + C_6 e^{\rho_6 \lambda y} + C_7 e^{\rho_7 \lambda y} + C_8 e^{\rho_8 \lambda y} \right] \sin \lambda x . \qquad (6)$$

Рассматриваемый вариант опирания оболочки в большинстве случаев не отражает поведения реальных конструкций под нагрузкой. Однако, изложенная методика была удачно использована в статье [2] при расчете оболочки, жестко защемленной по периметру. По [2] изгибающие моменты на контуре (фиг. 2) могут быть определены из простой формулы



Фиг. 2.

$$m = -0{,}5II\, q \frac{a^2}{4} \left(\frac{f}{\delta}\right)^{-\frac{4}{3}} . \qquad (7)$$

По методике в статье [3] оболочка рассматривается как плита на упругом основании. Разрешающее дифференциальное уравнение записывается в виде

$$D \nabla^4 w + Ew\left(\frac{I}{R_I^2} + \frac{I}{R_2^2}\right) = q, \qquad (8)$$

где

$$\frac{I}{R_I} = \frac{I}{R_2} = \frac{f}{ab} . \qquad (9)$$

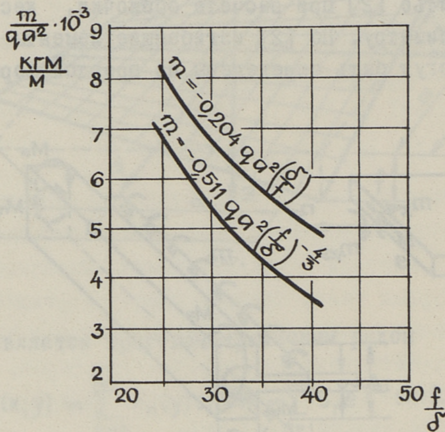
Для жестко защемленной по контуру оболочки функция прогибов выражается:

$$w = \frac{q}{4D\beta^4}\left[1 - e^{-\beta x}(\cos\beta x + \sin\beta x)\right] \qquad (I0)$$

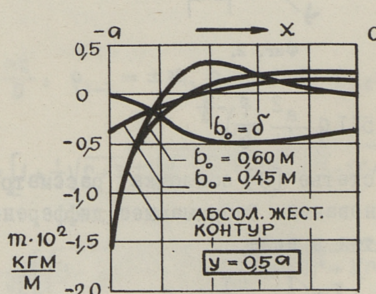
и изгибающие моменты на контуре квадратной в плане оболочки следующие:

$$m = -0,204\; q \frac{a^2}{4} \left(\frac{\delta}{f} \right) \qquad (II)$$

Сравнение величин, полученных из формул (7) и (II), приведено на фиг. 3.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

3. О расчете контурных балок

При податливом контуре, когда оболочка опирается на рандбалки, их жесткость резко сказывается на величине изгибающих моментов (фиг. 4). Здесь мы использовали результаты статьи [4], принимая параметры оболочки: $L = 2a = 12$ м, $f = 1,2$ м, $\delta = 0,1$ м, $\delta_o = 0,3$ м и $q = 410$ кГ/м^2.

При проверке крутильной прочности контурных балок из

$\sum X = 0$ (фиг. 2) получили

$$2M_{kp} + mL = 0 \qquad (12)$$

По строительным нормам

$$M_{kp} \leqslant 0{,}7 R_u b_o \delta_o^2 \qquad (13)$$

и теперь из (12)

$$m \leqslant -\frac{0{,}14 R_u b_o \delta_o^2}{L} \qquad (14)$$

При $\delta_o = 0{,}3$ м, $b_o = 0{,}45$ м и бетон М-300 ($R_u = 160$ кг/см^2)

$$m = \frac{0{,}14 \ 160 \ 45 \ 30^2}{1200} = 755 > 177 \text{ кгм/м}$$

превышает даже $\max m$ (фиг. 4) для жестко защемленной по контуру оболочки. В реальных конструкциях контурные балки часто подвергаются совместному действию изгиба, кручения, поперечной и продольной сил. Размер вводимой в расчет полки b таврового сечения определяется по [5] и [6] из формул соответственно

$$b = 0{,}22\, a \left(\frac{\delta}{f}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{и} \quad b = (0{,}1 - 0{,}2)\, a \qquad (15)$$

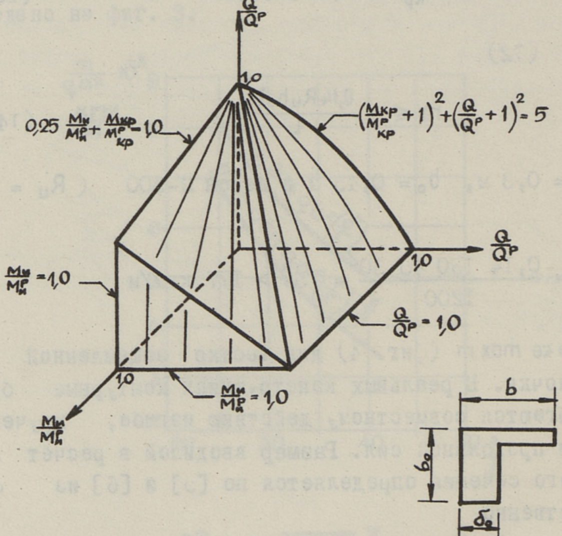
При определении размеров и проверке прочности контурных балок таврового сечения при совместном действии изгиба, кручения и поперечной силы можно воспользоваться зависимостями, приведенными на фиг. 5,

где M_u^p, M_{kp}^p, Q^p – разрушающие величины соответственно изгиба, кручения и сдвига.

4. Выводы

Податливость контурных балок имеет большое значение при перераспределении усилий в оболочке.

При проверке прочности контурных балок под оболочки целесообразно ввести в расчет тавровое сечение, принимая во внимание совместное действие изгиба, кручения, поперечной и продольной сил.



Фиг. 5.

Л и т е р а т у р а

1. K. A p è l a n d and E.P. P o p o v. Analysis of Bending Stresses in Translational Shells. Proceedings of the Colloquium on Simplified Calculation Methods. Brussels, September, 1961. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1962.

2. W.H. L o o f. Duscussion on the paper. Analysis of Bending Stresses in Translational Shells, by K.A. Apeland and E.P. Popov.

3. G.S. R a m a s w a m y. Design and Construction of Concrete Shell Roofs. McGraw-Hill Book Company, 1968.

4. G.A. C r o l l, J.C. S c r i v e n e r. Edge Effects in Hyperbolic Paraboloid Shells. Journal of the Structural Division. Proceedings of the Americal Society of Civil Engineers, March 1969.

5. P. C i c a l a. Elastic Theory of Hypar Shells. Journal of the American Concrete Institute, January 1962.

6. J. S c h l e i c h. Zum Tragverhalten von Hyparschalen mit nicht unterstützten Randträgern. Beton- und Stahlbetonbau, März 1970.

7. P.K. S y a m a l, M.S. M i r z a, D.P. R a y. Plain and Reinforced Concrete L-Beams Unter Combined Flexure, Shear and Torsion. ACJ, November 1971.

8. К.Г. А б р а м о в и ч, И.И. С а м о л ь я н о в Г.А., Г у д о в а. Влияние податливости контурных элементов и затяжки на напряженно-деформированное состояние оболочки типа гиперболического параболоида. Пространственные конструкции в Красноярском крае III, Красноярск 1968.

M. Leibur, Ü. Takker

The Influence of Stiffnesses of the Edge Members of Square Hypar Shells upon the Boundary Moments

Summary

The influence of edge constraint upon the negative moments adjacent to the edge beams of square hypar shells is discussed. Considerations are given to an estimation of ultimate strength of the edge beams under combined flexure, shear, and torsion.

5. P. G i c a l a. Elastic Theory of Hyper Shells. Journal of the American Concrete Institute, January 1962.

6. G. S c h i e l e n. Zum Tragverhalten von Hyperschalen mit nicht unterstützten Randträgern. Beton- und Stahlbetonbau, März 1970.

7. P.K. S y a m a l, M.S. M i r z a, D.P. R a y. Plain and Reinforced Concrete L-Beams Under Combined Flexure, Shear and Torsion. ACI, November 1971.

8. Н.Г. А б р а м о в а, [illegible], Г.А. Г у д о в а. Влияние податливости контурных элементов и затяжки на напряженно-деформированное состояние оболочки типа гиперболического параболоида. Пространственные конструкции в Красноярском крае III, Красноярск 1968.

M. Leibur, V. Takker

The Influence of Stiffnesses of the Edge Members of Square Hypar Shells upon the Boundary Moments

Summary

The influence of edge constraint upon the negative moments adjacent to the edge beams of square hypar shells is discussed. Considerations are given to an estimation of ultimate strength of the edge beams under combined flexure, shear and torsion.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.04.001.24

М.А. Лойтве

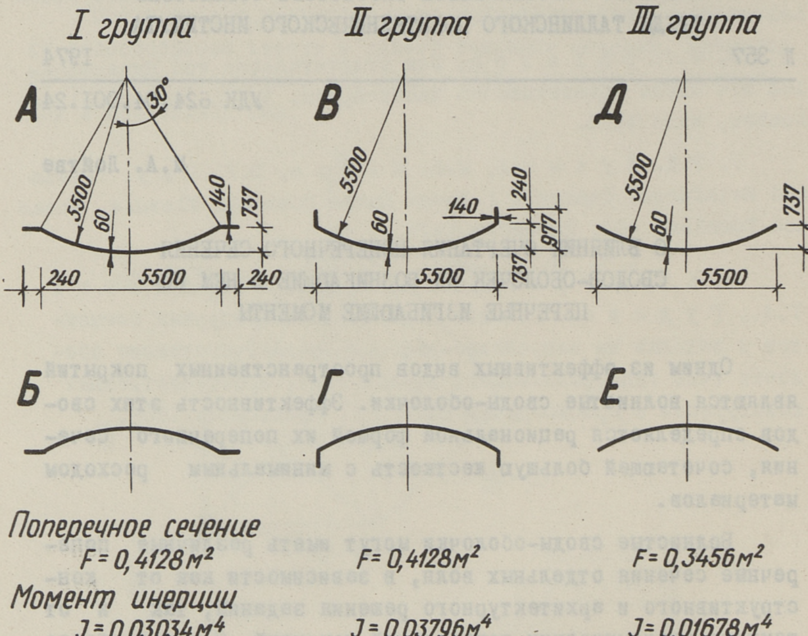
О ВЛИЯНИИ ОЧЕРТАНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ СВОДОВ-ОБОЛОЧЕК НА ВОЗНИКАЮЩИЕ В НЕМ ПОПЕРЕЧНЫЕ ИЗГИБАЮЩИЕ МОМЕНТЫ

Одним из эффективных видов пространственных покрытий являются волнистые своды-оболочки. Эффективность этих сводов определяется рациональной формой их поперечного сечения, сочетающей большую жесткость с минимальным расходом материалов.

Волнистые своды-оболочки могут иметь различные поперечные сечения отдельных волн, в зависимости как от конструктивного и архитектурного решения заданий, так и от технико-экономических показателей покрытий. Среди наиболее характерных поперечных сечений сводов-оболочек, разработанных в Советском Союзе, можно отметить сечения, имеющие однозначную гауссовую кривизну - отрицательную или положительную - (своды с вогнутыми или выпуклыми волнами).

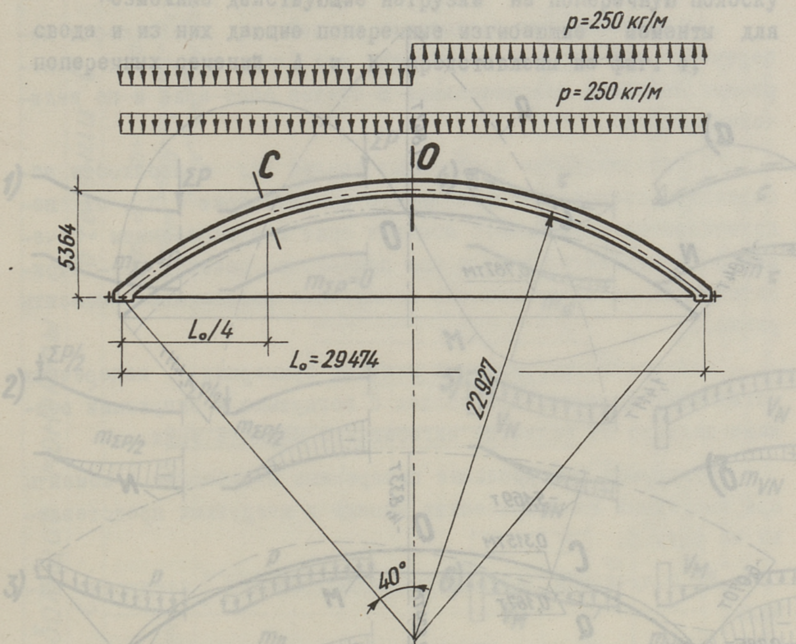
Наиболее выгодной формой поперечного сечения отдельных волн является такая форма, при которой в ней возникают минимальные поперечные изгибающие моменты. В настоящей работе сравниваются величины поперечных изгибающих моментов при различных поперечных сечениях волн.

Рассматриваемые поперечные сечения даны на фиг. I. В одной группе рассматриваются одинаковые поперечные сечения. Первые поперечные сечения в группах (А, В и Д) образуют своды с вогнутыми, вторые (Б, Г и Е) - с выпуклыми волнами. Одинаковые бортовые элементы в первой группе горизонтальные, во второй группе вертикальные; в третьей группе бортовые элементы отсутствуют. Криволинейные части поперечных сечений при всех вариантах по размерам равны.



Фиг. 1.

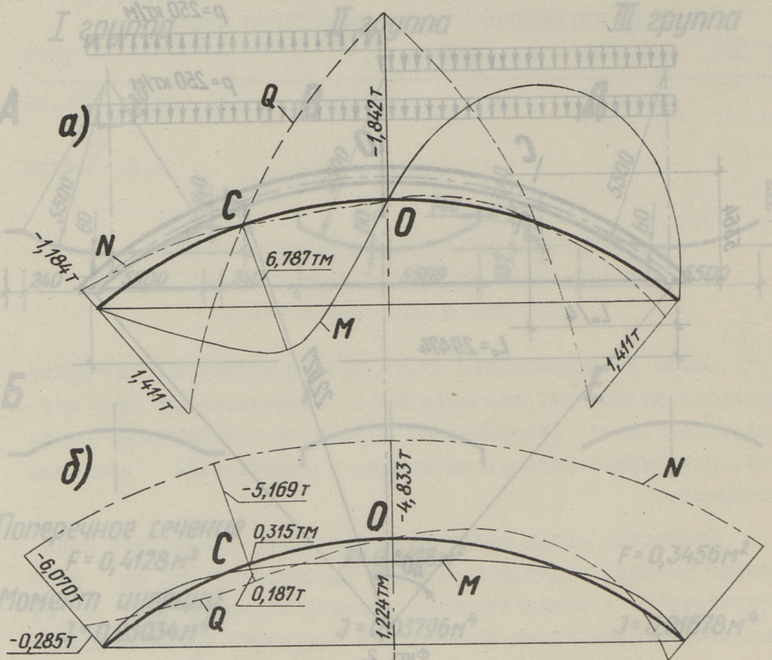
Геометрические данные рассматриваемых волн в продольном направлении представлены на фиг. 2. Расчеты проведены при обратносимметричной и симметричной вертикальной равномерно распределенной внешней нагрузке p = 250 кг/м. Усилия арки из данных нагрузок представлены на фиг. 3. При расчете в поперечном направлении рассматривается поперечная полоска свода с шириной единицы при отсутствии ограничений деформаций поперечного сечения. Поперечные изгибающие моменты определяются с помощью формул сопротивления материалов, применяя гипотезу плоских сечений (рассматривается консоль, имеющая защемленную неподвижную опору в середине волны по ее вертикальной оси симметрии). Выбранные граничные условия и метод расчета пригодны для сравнения относительных величин поперечных изгибающих моментов при разных поперечных сечениях, так как поперечные изгибающие моменты на волны с горизонтально закрепленными бортовыми элементами и найденные методом аппроксимации сдвигающих сил [I] уменьшаются пропорционально величинам, полученным при выбранных условиях.



Фиг. 2.

Из экспериментальных исследований волн железобетонных сводов-оболочек выяснено [2], [3], что в волнах возникали максимальные поперечные изгибающие моменты в местах экстремального момента арки. Следовательно, целесообразно определять величины поперечных изгибающих моментов при обратносимметричной нагрузке в сечении С , при симметрично равномерно распределенной нагрузке в сечении О (см.фиг.2 и 3). Так как при односторонней равномерно распределенной внешней нагрузке поперечные изгибающие моменты получают сложением поперечных изгибающих моментов при обратносимметричной и симметричной нагрузке, то поперечные изгибающие моменты при симметричной нагрузке определяли и в сечении С .

Поперечные изгибающие моменты при обратносимметричной нагрузке определяются для всех поперечных сечений, представленных на фиг. I, при симметричной нагрузке для сечений первой группы (для А и Б).



Фиг. 3. Поперечные силы Q, нормальные силы N и изгибающие моменты арки M а) при обратносимметричной внешней нагрузке; б) при симметричной внешней нагрузке.

Поперечные изгибающие моменты возникают при действии следующих внутренних сил: приращения сдвигающих усилий и составляющих продольных усилий в плоскости поперечного сечения.

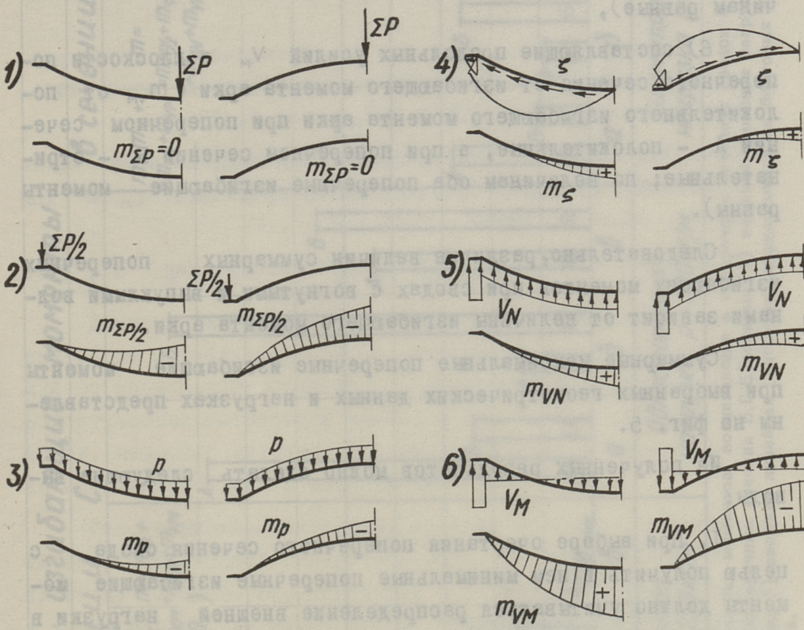
Величины поперечных изгибающих моментов зависят также от распределения внешней нагрузки в поперечном направлении, которое рассматривается в трех вариантах:

а) сосредоточенной на оси симметрии поперечного сечения,

б) сосредоточенной на бортовых элементах и

в) равномерно распределенной.

Возможные действующие нагрузки на поперечную полоску свода и из них дающие поперечные изгибающие моменты для поперечных сечений А и Б представлены на фиг. 4,



Фиг. 4

где:

I) внешняя линейная нагрузка ΣP сосредоточена на оси симметрии поперечного сечения (поперечный изгибающий момент $m_{\Sigma P} = 0$),

2) внешняя линейная нагрузка $\Sigma P/2$ сосредоточена на бортовых элементах ($m_{\Sigma P/2}$ при обоих поперечных сечениях отрицательные и по величинам равные),

3) внешняя нагрузка p равномерно распределена (m_p при обоих поперечных сечениях отрицательные и по величинам равные),

4) приращение сдвигающих сил ς , определяемое по приращению поперечных сил [I] (m_ς при обоих поперечных сечениях положительные или отрицательные в соответствии с направлением приращения сдвигающих сил и по величинам равные),

5) составляющие продольных усилий V_N в плоскости поперечного сечения от нормальных сил (m_{VN} при обоих поперечных сечениях положительные в сжатой зоне арки и по величинам равные),

6) составляющие продольных усилий V_M в плоскости поперечного сечения от изгибающего момента арки (m_{VM} от положительного изгибающего момента арки при поперечном сечении А - положительные, а при поперечном сечении Б - отрицательные; по величинам оба поперечные изгибающие моменты равны).

Следовательно, различие величин суммарных поперечных изгибающих моментов при сводах с вогнутыми и выпуклыми волнами зависит от величины изгибающего момента арки.

Суммарные максимальные поперечные изгибающие моменты при выбранных геометрических данных и нагрузках представлены на фиг. 5.

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

I. При выборе очертания поперечного сечения свода с целью получить в нем минимальные поперечные изгибающие моменты должно учитываться распределение внешней нагрузки в поперечном направлении. С этой точки зрения при вертикальной линейной внешней нагрузке, сосредоточенной на бортовых элементах волнистые своды с вогнутыми волнами более приемлемы, чем с выпуклыми волнами, особенно при наличии равномерно распределенной внешней нагрузки на одну сторону свода (в продольном направлении). Несколько меньшими остаются поперечные изгибающие моменты в своде с вогнутыми волнами также при односторонней равномерно распределенной внешней нагрузке, которая в поперечном направлении равномерно распределена. Волнистые своды с выпуклыми волнами оправдывают себя в тех случаях, когда линейная внешняя нагрузка сосредоточена на оси симметрии поперечного сечения.

2. Значение оформления бортовых элементов для величин поперечных изгибающих моментов в общем незначительно. При сравнении поперечных сечений Б, Г и Е (фиг. I) заметные уменьшения поперечных изгибающих моментов (20...30 %) имеется только в поперечном сечении Г, но при указанном сече-

Фиг. 5. Величины максимальных поперечных изгибающих моментов, возникающие в поперечных сечениях сводов с вогнутыми (поперечные сечения А,В,Д,) и выпуклыми (поперечные сечения Б,Г,Е)волнами: а) внешняя линейная нагрузка сосредоточена на оси симметрии поперечного сечения,; б) внешняя линейная нагрузка сосредоточена на бортовых элементах; в) внешняя нагрузка равномерно распределена.

нии увеличивается его высота, по сравнению с сечениями Б и Е, и уменьшается его ширина, по сравнению с сечением Б.

Литература

1. Х.Х. Лаул, М.А. Лойтве. Практический метод расчета пологих железобетонных сводов-оболочек отрицательной кривизны. Труды ТПИ № 229, серия А, 1965.
2. М.А. Лойтве. Экспериментальное исследование железобетонных сводов-оболочек двойной кривизны. Труды ТПИ № 229, серия А, 1965.
3. Ю.В. Чиненков. Докторская диссертация. М., 1970.

M. Loitve

About the Influence of the Shape of the Vaulted Shells' Transverse Section on the Transverse Bending Moments

Summary

In the present paper the extreme transverse bending moments in vaulted shells with convex and concave waves at various distribution of live loads in the transversional as well as in the longitudinal direction are compared. The transverse bending moments are calculated using the well-known formulas of the resistance of materials. Numerical results are presented on the diagram.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.04

В.А. Отсмаа

О РАСЧЕТЕ ДЛИННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБОЛОЧКИ ПО НАКЛОННОМУ СЕЧЕНИЮ НА МАКРОСТАТИЧЕСКИЙ ИЗГИБАЮЩИЙ МОМЕНТ

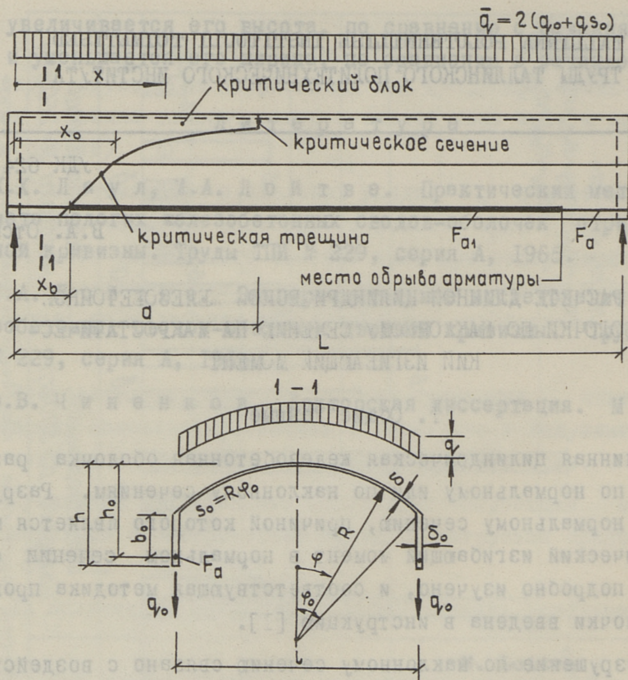
I. Общие данные

Длинная цилиндрическая железобетонная оболочка разрушается по нормальному или по наклонному сечениям. Разрушение по нормальному сечению, причиной которого является макростатический изгибающий момент в нормальном сечении оболочки, подробно изучено, и соответствующая методика проверки оболочки введена в инструкцию [I].

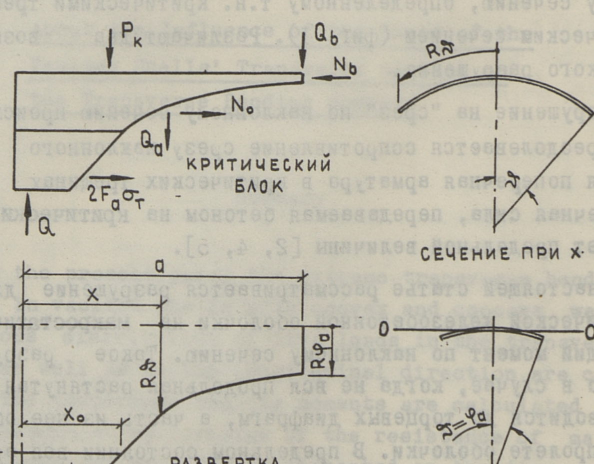
Разрушение по наклонному сечению связано с воздействием макростатической поперечной силы. Оно происходит по наклонному сечению, определенному т.н. критическими трещинами и критическим сечением (фиг. I). Различают два возможных вида такого разрушения.

Разрушение на "срез" по наклонному сечению происходит, когда преодолевается сопротивление срезу наклонного сечения: вся поперечная арматура в критических трещинах течет и поперечная сила, передаваемая бетоном на критический блок, достигает предельной величины [2, 4, 5].

В настоящей статье рассматривается разрушение длинной цилиндрической железобетонной оболочки на макростатический изгибающий момент по наклонному сечению. Такое разрушение возможно в случае, когда не вся продольная растянутая арматура доводится до торцевых диафрагм, а часть из нее обрывается в пролете оболочки. В предельном состоянии вся арматура, проходящая критические трещины, течет и происходит поворот критического блока относительно остальной части оболочки вокруг горизонтальной оси О – О, расположенной в кри-


q̄ = 2(q₀+qs₀)
1
x
критический блок
x₀
критическое сечение
критическая трещина
F_{a1}
F_a
1
x_b
место обрыва арматуры
a
L
1 – 1
q
$s_0=R\varphi_0$
δ
h
h_0
b_0
R
δ_0
F_a
φ
q_0
φ_0
q_0
l

Фиг. 1.


P_k
Q_b
N_b
N_0
Q_a
КРИТИЧЕСКИЙ
БЛОК
$2F_a\sigma_T$
Q
Rφ
φ
СЕЧЕНИЕ ПРИ X
a
x
0
0
$R\varphi_a$
$R\varphi$
$s_0=R\varphi_0$
x_0
b_0
x_b
РАЗВЕРТКА
ПОВЕРХНОСТИ
$\varphi=\varphi_a$
СЕЧЕНИЕ ПРИ X=a

Фиг. 2.

тическом сечении критического блока (фиг. 2). Предполагая такое раскрытие критических трещин, которое не позволяет передавать бетоном никаких усилий через эти трещины и пренебрегая влиянием шпоночного действия продольной арматуры, условие несущей способности оболочки выражается в виде

$$M \leqslant M_a, \tag{I}$$

где M – изгибающий момент в критическом сечении критического блока, т.е. момент всех внешних сил, действующих на критический блок, относительно оси 0 – 0;

M_a – предельный момент усилий во всей арматуре, проходящей критические трещины, относительно оси 0 – 0.

M и M_a представляются в виде

$$M = M_A - M_v - M_k, \tag{2}$$

$$M_a = M_н + M_{Qav} + M_{Qak}, \tag{3}$$

где, при обозначениях по фиг. I и 2, момент от опорной реакции оболочки как "большой балки"

$$M_A = La(qs_o + q_o); \tag{4}$$

моменты от внешней нагрузки, расположенной соответственно на бортовые элементы и на криволинейную часть критического блока

$$M_v = 2q_o x_0 (a - 0{,}5x_0), \tag{5}$$

$$M_k = 2q\left[s_0 x_0 (a - 0{,}5x_0) + R\int_{x_0}^{a} \varphi (a - x)\, dx\right]; \tag{6}$$

момент от предельного усилия в продольной арматуре

$$M_н = 2F_a \sigma_т \left[R\left(\frac{\sin\varphi_a}{\varphi_a} - I\right) + h_0\right]. \tag{7}$$

Моменты M_{Qav} и M_{Qak} от предельных усилий в поперечной арматуре, проходящей критические трещины соответственно в бортовых элементах и в криволинейной части определяются по [3], принимая следующие обозначения:

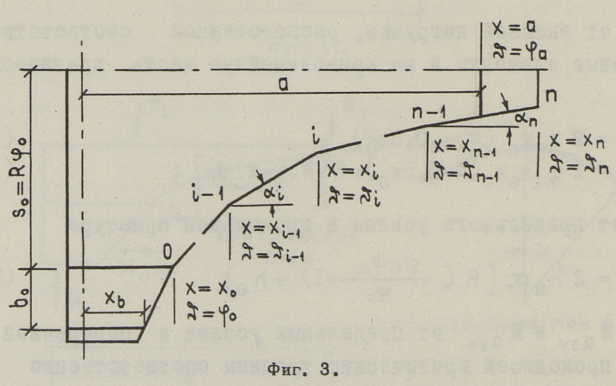
β_v, β_k – угол между поперечной арматурой и образующей оболочки в бортовых элементах и в криволинейной части;

q_{xv}, q_{xk} – предельное усилие поперечной арматуры на единицу длины образующей оболочки в бортовых элементах и в криволинейной части.

$$M_{Qav} = 2q_{xv}\left(x_0 - x_b + \frac{b_0}{tg\beta_v}\right)\left[R\cos\beta_v\left(\frac{\sin\varphi_a}{\varphi_a} - \cos\varphi_0 + \frac{b_0}{2R}\right) + \sin\beta_v\left(a - 0{,}5x_b - 0{,}5x_0\right)\right], \quad (8)$$

$$M_{Qak} = 2q_{xk}\sin\beta_k\left[\int_{x_0}^{a}(a-x)\sin\vartheta\,dx - \frac{R}{tg\beta_k}\int_{\varphi_0}^{\varphi_a}(a-x)\sin\vartheta\,d\vartheta\right] + 2q_{xk}R\cos\beta_k\left\{\frac{\sin\varphi_a}{\varphi_a}\left[a - x_0 - \frac{R}{tg\beta_k}(\varphi_a - \varphi_0)\right] + \frac{R}{tg\beta_k}\left(\sin\varphi_a - \sin\varphi_0\right) - \int_{x_0}^{a}\cos\vartheta\,dx\right\}. \quad (9)$$

Зависимость $\vartheta = f(x)$ можно принимать по [3], предполагая, что форма критической трещины соответствует траектории главных сжимающих напряжений второй стадии напряженного состояния. При этом критическая трещина проходит место обрыва продольной арматуры и распространяется ниже нулевой линии под углом в 45^0 к образующей оболочки. Для практического применения, ввиду сложной зависимости ϑ и x, целесообразно после определения формы критической трещины по [3], ее заменить полигональной линией (фиг. 3).



Фиг. 3.

2. Определение предельной нагрузки оболочки

Предполагаем, что отношение $k = \frac{q_0}{q s_0} = const$. В качестве неизвестных принимаются предельная нагрузка q и φ_a. Последний определяет расположение критического сечения

$$a = x_{n-1} + \frac{R}{tg\alpha_n}\left(\vartheta_{n-1} - \varphi_a\right). \quad (10)$$

Обозначаем изгибающий момент относительно оси 0 - 0 от нагрузки $q = I$

$$M^* = \frac{M}{q} . \tag{II}$$

Тогда предельная нагрузка оболочки

$$q = \frac{M_a}{M^*} . \tag{I2}$$

Соответствующий наиопасной форме критического блока угол φ_a получается из условия минимума воспринимаемой нагрузки

$$M^* \frac{dM_a}{d\varphi_a} - M_a \frac{dM^*}{d\varphi_a} = 0 . \tag{I3}$$

M^*, M_a и их производные выражаются через φ_a в виде

$$M^* = (L-2x_0)s_0 (I+k)\left[x_{n-1} + \frac{R}{tg\alpha_n}(\vartheta_{n-1} - \varphi_a)\right] + s_0 x_0^2 (I+k) - 2R\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - x_{i-1})\left\{\vartheta_{i-1}\left[x_{n-1} + \frac{R}{tg\alpha_n}(\vartheta_{n-1}-\varphi_a) - 0{,}5(x_i + x_{i-1})\right] - 0{,}5(\vartheta_{i-1} - \vartheta_i)\left[x_{n-1} + \frac{R}{tg\alpha_n}(\vartheta_{n-1} - \varphi_a) - \frac{I}{3}(2x_i + x_{i-1})\right]\right\} - \frac{R^3}{3tg^2\alpha_n}(\vartheta_{n-1} - \varphi_a)^2(2\vartheta_{n-1} + \varphi_a), \tag{I4}$$

$$\frac{dM^*}{d\varphi_a} = -\frac{R}{tg\alpha_n} s_0 (I+k)(L-2x_0) + \frac{R^2}{tg\alpha_n}\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - x_{i-1})(\vartheta_{i-1} + \vartheta_i) + \frac{R^3}{tg^2\alpha_n}(\vartheta_{n-1}^2 - \varphi_a^2). \tag{I5}$$

M_a и $\dfrac{dM_a}{d\varphi_a}$ определяем по компонентам

$$M_н = 2F_a\sigma_т\left[R\left(\frac{\sin\varphi_a}{\varphi_a} - I\right) + h_0\right], \tag{7}$$

$$M_{Qav} = 2q_{xv}\left(x_0 - x_b + \frac{b}{tg\beta_v}\right)\left\{R\cos\beta_v\left(\frac{\sin\varphi_a}{\varphi_a} - \cos\varphi_0 + \frac{b_0}{2R}\right) + \sin\beta_v\left[x_{n-1} + \frac{R}{tg\alpha_n}(\vartheta_{n-1} - \varphi_a) - 0{,}5(x_b + x_0)\right]\right\}, \tag{I6}$$

$$M_{Qak} = 2Rq_{xk}\sin\beta_k\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{I}{tg\alpha_i} + \frac{I}{tg\beta_k}\right)\left\{\left[x_{n-1} + \frac{R}{tg\alpha_n}(\vartheta_{n-1} - \varphi_a) - x_{i-1} - \frac{R}{tg\alpha_i}\vartheta_{i-1}\right](\cos\vartheta_i - \cos\vartheta_{i-1}) + \frac{R}{tg\alpha_i}(\vartheta_i\cos\vartheta_i - \sin\vartheta_i - \vartheta_{i-1}\cos\vartheta_{i-1} + \sin\vartheta_{i-1})\right\} + 2\frac{R^2}{tg\alpha_n}q_{xk}\sin\beta_k\left(\frac{I}{tg\alpha_n} + \frac{I}{tg\beta_k}\right)(\varphi_a\cos\vartheta_{n-1} - \tag{I7}$$

$$- \sin\varphi_a - \vartheta_{n-1}\cos\vartheta_{n-1} + \sin\vartheta_{n-1}) +$$

$$+ 2Rq_{xk}\cos\beta_k \sum_{i=1}^{n-1} (I + \frac{tg\alpha_i}{tg\beta_k})\Big[\frac{\sin\varphi_a}{\varphi_a}(x_i - x_{i-1}) +$$

$$+ \frac{R}{tg\alpha_i}(\sin\vartheta_i - \sin\vartheta_{i-1})\Big] +$$

$$+ 2\frac{R^2}{tg\alpha_n} q_{xk}\cos\beta_k (I + \frac{tg\alpha_n}{tg\beta_k})(\frac{\sin\varphi_a}{\varphi_a}\vartheta_{n-1} - \sin\vartheta_{n-1}),$$

$$\frac{dMa}{d\varphi_a} = \frac{dM_N}{d\varphi_a} + \frac{dM_{Qav}}{d\varphi_a} + \frac{dM_{Qak}}{d\varphi_a}, \tag{I8}$$

где

$$\frac{dM_N}{d\varphi_a} = 2F_a\sigma_T R\frac{\varphi_a\cos\varphi_a - \sin\varphi_a}{\varphi_a^2}, \tag{I9}$$

$$\frac{dM_{Qav}}{d\varphi_a} = 2Rq_{xv}(x_0 - x_b + \frac{b_0}{tg\beta_v})(\cos\beta_v\frac{\varphi_a\cos\varphi_a - \sin\varphi_a}{\varphi_a^2} -$$

$$- \frac{\sin\beta_v}{tg\alpha_n}), \tag{20}$$

$$\frac{dM_{Qak}}{d\varphi_a} = \frac{2R^2}{tg\alpha_n} q_{xk}\sin\beta_k\Big[(\frac{I}{tg\alpha_n} + \frac{I}{tg\beta_k})(\cos\vartheta_{n-1} - \cos\varphi_a) + \tag{2I}$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}(\frac{I}{tg\alpha_i} + \frac{I}{tg\beta_k})(\cos\vartheta_{i-1} - \cos\vartheta_i)\Big] +$$

$$+ 2Rq_{xk}\cos\beta_k\frac{\varphi_a\cos\varphi_a - \sin\varphi_a}{\varphi_a^2}\Big[R\vartheta_{n-1}(\frac{I}{tg\alpha_n} + \frac{I}{tg\beta_k}) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}(I + \frac{tg\alpha_i}{tg\beta_k})(x_i - x_{i-1})\Big].$$

После решения уравнения (I3) относительно φ_a последнее подставляется в (I4, 7, I6, I7) и по (I2) определяется предельная нагрузка q.

3. Проверка оболочки при данной нагрузке

Проверка происходит по формуле (I), причем φ_a определяется из условия

$$\frac{d}{d\varphi_a}(M_a - qM^*) = 0. \tag{22}$$

$\frac{dMa}{d\varphi_a}$, $\frac{dM^*}{d\varphi_a}$ в формуле (22) и M, M_a в (I) принимаются по (I4 ÷ 2I).

Формула (22) по существу представляет условие

$$Q_A = Q_a, \tag{23}$$

где поперечная сила, передаваемая на критический блок через критические трещины и в критическом сечении

$$Q_A = (L - 2x_0)(qs_o + q_0) - Rq\sum_{i=1}^{n-1}(\vartheta_{i-1} + \vartheta_i)(x_i - x_{i-1}) - \tag{24}$$
$$- \frac{R^2 q}{tg\alpha_n}(\vartheta_{n-1}^2 - \varphi_a^2)$$

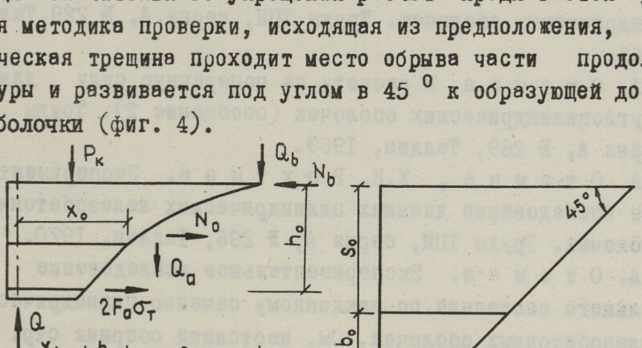
и предельная поперечная сила, воспринимаемая в критических трещинах поперечной арматурой

$$Q_a = 2q_{xv}\sin\beta_v(x_0 - x_b + \frac{b}{tg\beta_v}) + \tag{25}$$
$$+2Rq_{xk}\sin\beta_k\Big[\Big(\frac{I}{tg\alpha_n} + \frac{I}{tg\beta_k}\Big)(\cos\varphi_a - \cos\vartheta_{n-1}) +$$
$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\Big(\frac{I}{tg\alpha_i} + \frac{I}{tg\beta_k}\Big)(\cos\vartheta_i - \cos\vartheta_{i-1})\Big].$$

После определения φ_a из (22) или (23) подставляем φ_a в (I4, 7, I6, I7) и проверяем условие (I)

4. Упрощенная методика проверки наклонного сечения на изгибающий момент

Для значительного упрощения расчета предлагается упрощенная методика проверки, исходящая из предположения, что критическая трещина проходит место обрыва части продольной арматуры и развивается под углом в 45^0 к образующей до гребня оболочки (фиг. 4).



Фиг. 4.

Тогда в условии несущей способности

$$M \leq M_a = M_N + M_{Qav} + M_{Qak} \tag{I'}$$

отдельные члены выражаются в виде

$$M = (qs_o + q_o)(x_0 + s_o)L - 2q_o x_0 (s_0 + 0{,}5x_0) - \tag{26}$$

$$- 2q\left[s_0 x_0 (s_0 + 0{,}5x_0) + \frac{s_0^3}{3}\right],$$

$$M_N = 2F_a \sigma_T h_0, \tag{27}$$

$$M_{Qav} = 2q_{xv} b_0 \left(I + \frac{I}{tg\beta_v}\right)\left[R\cos\beta_v\left(\frac{b_0}{2R} - \cos\varphi_0\right) + \right.$$

$$\left. + \sin\beta_v (s_0 + 0{,}5 b_0)\right], \tag{28}$$

$$M_{Qak} = 2R^2 q_{xk}\left(I + \frac{I}{tg\beta_k}\right)\left[\sin\beta_k(\sin\varphi_0 - \varphi_0\cos\varphi_0) - \right.$$

$$\left. - \cos\beta_k \sin\varphi_0\right]. \tag{29}$$

Получаемая точность, по сравнению с вышеизложенной более точной методикой, удовлетворительна [6].

Литература

I. Инструкция по проектированию железобетонных тонкостенных пространственных покрытий и перекрытий. М., 1961.

2. В.А. Отсмаа. Экспериментальное исследование предельного состояния цилиндрических оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 202, Таллин, 1963.

3. В.А. Отсмаа. К расчету на поперечную силу круглоцилиндрических оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 229, Таллин, 1965.

4. В.А. Отсмаа. К расчету на поперечную силу длинных круглоцилиндрических оболочек (сообщение 2). Труды ТПИ, серия А, № 269, Таллин, 1969.

5. В.А. Отсмаа, Х.К. Рохтмаа. Экспериментальное исследование длинных цилиндрических железобетонных оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 296, Таллин, 1970.

6. В.А. Отсмаа. Экспериментальное исследование предельного состояния по наклонному сечению цилиндрических железобетонных оболочек. См. настоящий сборник стр. 59.

V. Otsmaa

Calculation of the Ultimate Bending Moment in the Inclined Section of Reinforced Concrete Cylindrical Long Shell Roofs

Summary

Two possible ways of crushing of the above mentioned shell roofs are described and a calculation method for the ultimate bending moment in the inclined section of shell roofs is presented in this paper.

$$-2q_{\tau}\left[s_0 x_0 (s_0 + 0{,}5x_0) + \frac{x_0^3}{3}\right],$$

$$M_u = 2F_0\sigma_T h_0, \tag{27}$$

$$M_{Qdv} = 2q_{dv} b_0 \left(1 + \frac{1}{tg\,\beta_v}\right)\left[R\cos\beta_v\left(\frac{d_*}{2R} - \cos\varphi_*\right) + \sin\beta_v\,(s_0 + 0{,}5\,d_*)\right], \tag{28}$$

$$M_{Qdx} = \text{[illegible]} - \cos\beta_x \sin\varphi_*\,] \tag{29}$$

Полученная точность, по сравнению с вышеизложенной более точной методикой, удовлетворительна [6].

1. Инструкция по проектированию [illegible] пространственных покрытий [illegible]
2. В.А. О т с м а а. Экспериментальное исследование предельного состояния цилиндрических оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 202, Таллин, 1963.
3. В.А. О т с м а а. К расчету на поперечную силу круговоцилиндрических оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 220, Таллин, 1965.
4. В.А. О т с м а а. К расчету на поперечную силу длинных круговоцилиндрических оболочек (сообщение 2). Труды ТПИ, серия А, № 259, Таллин, 1968.
5. В.А. О т с м а а, [illegible]. Экспериментальные исследования длинных цилиндрических железобетонных оболочек. Труды ТПИ, серия А, № [illegible], Таллин, 1970.
6. В.А. О т с м а а. Экспериментальное исследование предельного состояния по наклонному сечению цилиндрических железобетонных оболочек. См. настоящий сборник стр. 59.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.04.

В.А. Отсмаа

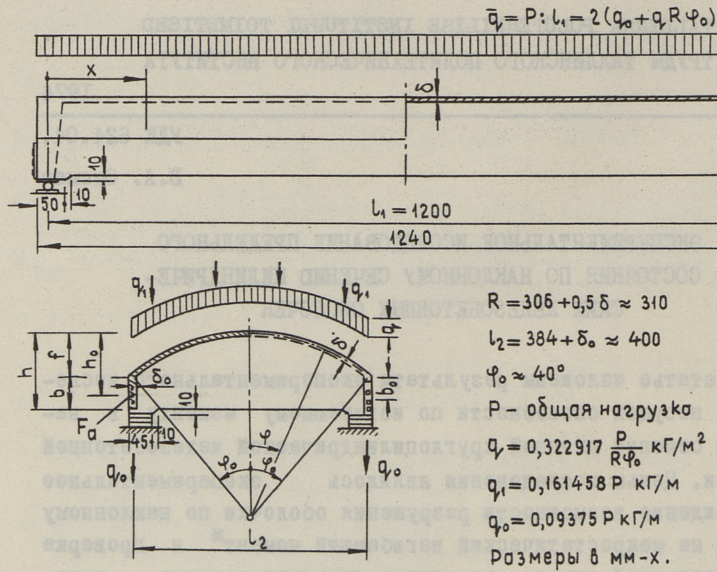
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ПО НАКЛОННОМУ СЕЧЕНИЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК

В статье изложены результаты экспериментального исследования несущей способности по изгибающему моменту в наклонном сечении длинной круглоцилиндрической железобетонной оболочки. Целью исследования являлось экспериментальное подтверждение возможности разрушения оболочки по наклонному сечению на макростатический изгибающий момент[*] и проверка соответствующей такому разрушению методики расчета, изложенной в [2].

Были изготовлены и испытаны 8 моделей из цементного раствора с геометрическими размерами, приведенными на фиг. I и в таблице I. Обозначения приняты по фиг. I. Продольная арматура бортового элемента (таблица 2) моделей IУ I, У 3 и У 4 была полностью доведена до опорного сечения у торцевой диафрагмы. У остальных оболочек часть продольной арматуры обрывалась в пролете на IO см от опорного сечения. В криволинейной части и в бортовых элементах все модели имели поперечную арматуру (перпендикулярную к образующей оболочки) из обожженной проволоки Ø I,I мм с шагом 30 мм и с пределом текучести 2315 кг/см^2 (модели IУ I, IУ 2, IУ 3, IУ 4), или 2600 кг/см^2 (модели У I, У 2, У 3, У 4). Сопротивление раствора центральному сжатию $R_{пр}$ определялось на образцах 4x4xI6 см, сопротивление растяжению R_p на образцах 8 x 2 см (таблица I).

Модели испытывались на специальном стенде до разрушения. Бортовые элементы загружались линейной нагрузкой q_o, равномерно распределенная нагрузка криволинейной части q была заменена четырьмя линейными нагрузками q_1 (фиг. I).

---
[*] Подразумевается изгибающий момент оболочки как "большой балки".



Фиг. 1.

Разрушение всех моделей произошло после развития системы нормальных и наклонных трещин. Общий характер развития трещин был похож на описанный в [I]. До разрушения у всех моделей образовались сильно раскрытые наклонные критические трещины, определяющие форму критического блока[ж].

У оболочек с отрывом в пролете части продольной арматуры F_a образование критического блока началось с появления наклонной трещины, проходящей место обрыва арматуры F_a. При нагрузке 70 ÷ 97 % от разрушающей напряжения продольной арматуры достигли в опорном сечении предела текучести и в бортовом элементе возникла новая ветвь наклонной трещины, направленная в сторону опорного сечения. Это сопровождалось большими деформациями модели, сильным раскрытием критических трещин (особенно в бортовом элементе), а также увеличением плеча внутренней пары z (фиг. 2).

Возникновение и развитие наклонных трещин вызвало перераспределение усилий в моделях. Характер перераспределения, качественно не зависящий от мощности продольной арматуры, доведенной до опоры, аналогичен описанному в [I].

ж Применяются понятия, принятые в [I, 2].

Таблица I

Геометрические размеры моделей и прочности раствора

Тип модели	δ	δ_o	h	h_o	b_o	φ_o	$R_{пр}$	R_p
	мм	мм	мм	мм	мм		кг/см^2	кг/см^2
IУ I	7,6	I4,9	I40	I22	49	$40^0 6'$	3I3	4I,0
IУ 2	8,4	I4,9	I40	I22	49	$40^0 6'$	3I3	4I,0
IУ 3	7,3	I5,6	I40	I22	49	$40^0 I2'$	296	33,I
IУ 4	7,I	I5,3	I40	I22	49	$40^0 I2'$	296	33,I
У I	7,8	I7,6	II7	99	26	$40^0 26'$	273	43,8
У 2	7,2	25,8	93	80	7	$40^0 I2'$	273	43,8
У 3	7,3	I6,2	II7	99	26	$40^0 I2'$	297	44,5
У 4	7,I	25,6	93	80	7	$40^0 I2'$	297	44,5

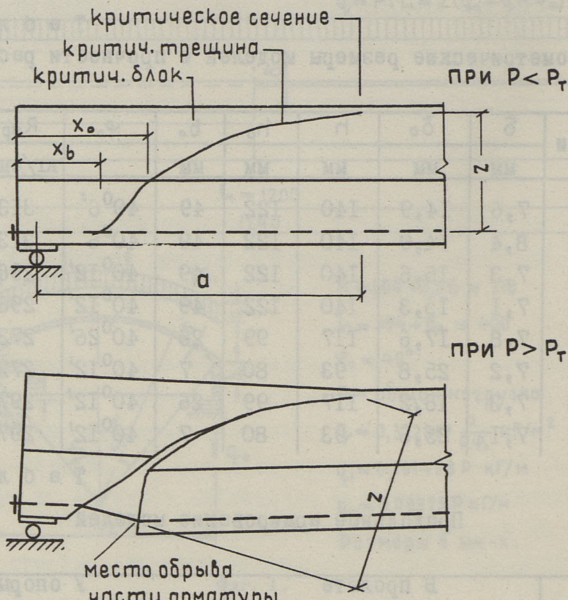
Таблица 2

Продольное армирование моделей

Тип модели	В пролете			У опоры		
		$\sigma_т$ (σ_p)	$\sigma_т F_a$		$\sigma_т$ (σ_p)	$\sigma_т F_a$
		кг/см	кг		кг/см	кг
IУ I	3Ø4	6350	2400	3Ø4	6350	2400
IУ 2	2Ø4 IØ4	6350 3580	2050	IØ4	3580	450
IУ 3	IØ5 2Ø4	6350 3580	2I50	2Ø4	3580	900
IУ 4	2Ø4 IØ3	6350 2980	I8I0	IØ3	2980	2I0
У I	2Ø4 IØ3	6350 2690	I790	IØ3	2690	I90
У 2	IØ4 IØ3	6350 2690	990	IØ3	2690	I90
У 2	IØ4 IØ3	6350 2690	990	IØ3	2690	I90
У 3	3Ø4	6350	2400	3Ø4	6350	2400
У 4	2Ø4	6350	I600	2Ø4	6350	I600

Величины нагрузок и средние параметры, характеризующие форму критического блока испытанных моделей даны в таблице 3. Применены следующие обозначения.

P_p, $P_т$, $P_н$ – общая нагрузка на модель при разрушении, при



Фиг. 2.

достижении предела текучести в продольной арматуре F_a опорного сечения, при появлении первой наклонной трещины;

x_o, x_b - среднее расстояние критической трещины от опорного сечения соответственно по линии $\varphi = \varphi_o$ и по высоте центра тяжести продольной арматуры F_a;

a - среднее расстояние между опорным и критическим сечениями;

φ_a - средний угол от гребня оболочки до критической трещины в критическом сечении.

Исходя из экспериментально полученной формы критической трещины вычислены по [2] в критическом сечении критического блока изгибающие моменты М (от нагрузки P_p), $M_т$ (от нагрузки $P_т$) и момент предельных усилий всей арматуры, проходящей критические трещины M_a (таблица 3).

Из сравнения M и M_a вытекает, что у моделей с уменьшенной на опоре площадью арматуры F_a (IУ2, IУ4, УI, У2) разрушение произошло по наклонному сечению на макростатический изгибающий момент ($M_a < M$). Некоторое увеличение момента M выше величины M_a объясняется приростом плеча внутренней пары z (фиг. 2), не учитываемым при вычислении Ма. Учитывая возникающие при нагрузке $P > P_т$ большие нелинейные деформации и местные повреждения в районе критического блока следовало бы рассматривать в качестве предельной нагрузки нагрузку $P_т$. Соответствующий изгибающий момент $M_т$ хорошо совпадает с M_a.

У моделей IУ I, IУ 3, У 3 и У 4 изгибающий момент при разрушении M был значительно меньше момента M_a и напряжения в арматуре F_a ниже предела текучести. Причиной разрушения этих моделей был "срез" по наклонному сечению.

Результаты испытаний моделей IУ 2, IУ 4, У I и У 2 использовались для оценки методики проверки несущей способности цилиндрических оболочек по наклонному сечению на макростатический изгибающий момент, изложенной в [2].

Методика предполагает, что критическая трещина проходит место обрыва части продольной арматуры и совпадает с траекторией главных сжимающих напряжений второй стадии напряженного состояния. Угол φ_a (или месторасположение критического сечения а) определяется из условий минимума воспринимаемой нагрузки, общая теоретическая нагрузка при достижении предела текучести арматурой F_a $P_т^{теор} = 2l_1(q_0 + q_r R\varphi_0)$ - из условия равновесия моментов. Вычисленные по [2] φ_a, а и $P_т^{теор}$ даны в таблице 3.

Опыты показывают, что место обрыва части арматуры F_a точно не совпадает с координатой x_b, но находится где-то между x_0 и x_b. В таблице 3 приведены теоретические величины φ_a, а и $P_т^{теор}$ и для случая, где x_0 совпадает с местом обрыва арматуры ($x_0 = 10$ см). Влияние изменения величины x_0 на $P_т^{теор}$ оказалось не существенным. Зависимость $P_т^{теор}$ от а показана на фиг. 3.

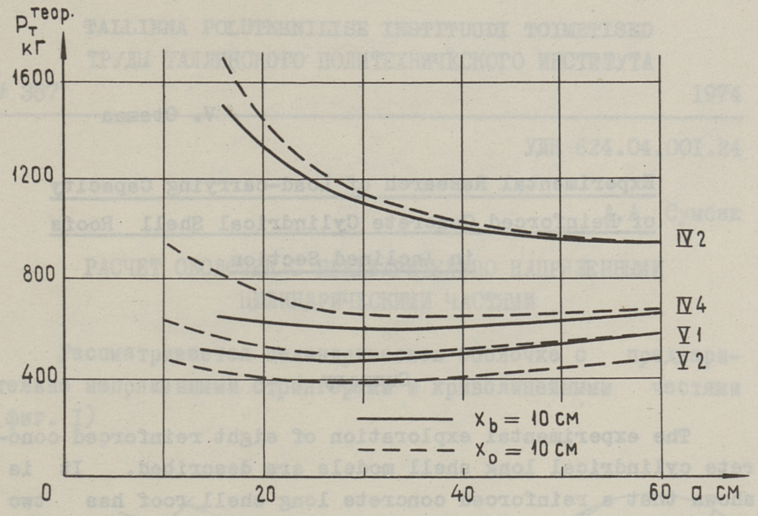
Надо отметить, что найденная величина $P_т^{теор}$ является наименьшей возможной нагрузкой при достижении предела текучести в арматуре F_a в опорном районе. В действительности предел текучести может быть достигнут также при больших нагрузках: когда наклонная критическая трещина возникает при нагрузке больше, чем $P_т^{теор}$ или когда критическая трещина не развивается до теоретического критического сечения (например, модель IУ 2).

Таблица 3

Результаты испытаний и проверочных расчетов

			IУ 1	IУ 2	IУ 3	IУ 4	У 1	У 2	У 3	У 4
По эксперименту	$P_р$	кГ	1490	1230	1600	1050	750	750	1650	1200
	$P_т$	кГ		1200		900	560	520		
	$P_н$	кГ		800		900	560	400		
	$x_о$	см	14,3	10,5	8,3	13,0	10,5	7,6	9,0	6,1
	x_b	см	6,3	4,5	13,3	1,0	4,0	6,0	4,0	4,2
	a	см	34,8	31,0	28,0	30,0	29,5	32,0	33,4	36,2
	$\varphi_a^о$		12,8	7,8	10,0	9,3	6,9	8,4	13,2	5,6
	M_a	кГм	629	143	249	101	73	59	521	296
	M	кГм	196	152	184	124	89	97	215	181
	$M_т$	кГм		148		106	67	68		
Теоретически, X = 10 см	$P_т^{теор}$	кГ		970		610	480	390		
	$\varphi_a^о$			4,7		14,3	15,2	14,7		
	a	см		60		32,8	27,8	27,3		
Теоретически, $X_о$ = 10 см	$P_т^{теор}$	кГ		960		680	510	390		
	$\varphi_a^о$			3,0		10,9	13,7	14,6		
	a	см		60		37,4	29,3	27,5		
Упрощ. мет.	X_b = 10 $P_т^{теор}$	кГ		1040		610	490	390		
	$X_о$ = 10 $P_т^{теор}$	кГ		1130		660	510	400		

В таблице 3 даны еще нагрузки $P_т^{теор}$, вычисленные по упрощенной методике [2] на основе предположения, что критическая трещина развивается под углом в 45° к образующей до гребня оболочки. Полученные результаты для случаев x_b = 10 см и $x_о$ = 10 см мало отличаются от вышеприведенных результатов.



Фиг. 3.

Литература

1. В.А. Отсмаа, Х.К. Рохтмаа. Экспериментальное исследование длинных цилиндрических железобетонных оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 296, Таллин, 1970.

2. В.А. Отсмаа. О расчете длинной цилиндрической железобетонной оболочки по наклонному сечению на макростатический изгибающий момент. См. настоящий сборник стр. 49.

V. Otsmaa

Experimental Research of Load-carrying Capacity of Reinforced Concrete Cylindrical Shell Roofs in Inclined Section

Summary

The experimental exploration of eight reinforced concrete cylindrical long shell models are described. It is shown that a reinforced concrete long shell roof has two possible ways of crushing in the inclined section: shear crushing and bending moment crushing.

The results of the experimental investigation are used for estimating the exactness of a theoretical design method.

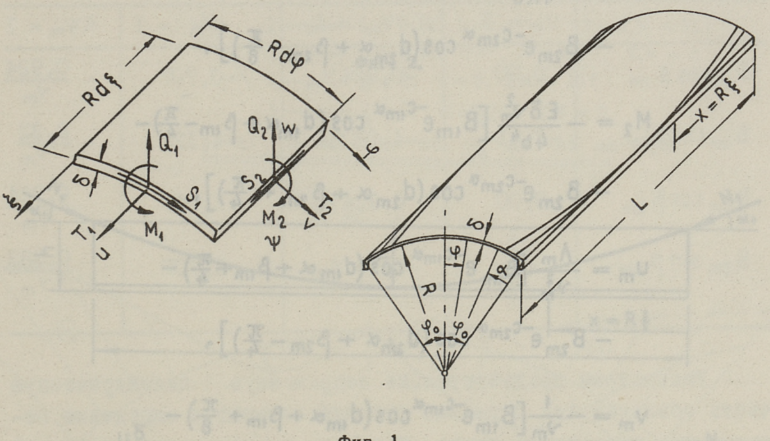
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.04.001.24

А.А. Сумбак

РАСЧЕТ ОБОЛОЧЕК С ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЧАСТЯМИ

Рассматривается цилиндрическая оболочка с предварительно напряженными стрингерами и криволинейными частями (фиг. I)



Фиг. 1.

Расчет оболочки разделим на две части: а) оболочка нагружена внешней нагрузкой и предварительным напряжением в стрингерах (фиг. 2.А), б) оболочка нагружена предварительным напряжением в цилиндрической части оболочки (фиг. 2. В).

В настоящей статье рассматриваем только задачу В (решение задачи А дано в [4]). Усилия и перемещения оболочки (задача В) могут быть выражены формулами (I), изложенными В.В. Новожиловым [I].

$$T_{1m} = -\frac{E\delta\Lambda_m^2}{R\nu_m^2}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\cos(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}+\frac{\pi}{4}) -$$

$$- B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\cos(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}-\frac{\pi}{4})\Big],$$

$$T_{2m} = -\frac{E\delta\Lambda_m^4}{R\nu_m^4}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\sin(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}) -$$

$$- B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\sin(d_{2m}\alpha+\beta_{2m})\Big],$$

$$S_m = -\frac{E\delta\Lambda_m^3}{R\nu_m^3}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\sin(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}-\frac{\pi}{8}) +$$

$$+ B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\cos(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}+\frac{\pi}{8})\Big],$$

$$Q_{2m} = -\frac{E\delta\nu_m^3}{4Rb^4}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\sin(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}+\frac{\pi}{8}) -$$

$$- B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\cos(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}-\frac{\pi}{8})\Big],$$

$$M_2 = -\frac{E\delta\nu_m^2}{4b^4}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\cos(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}-\frac{\pi}{4}) -$$

$$- B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\cos(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}+\frac{\pi}{4})\Big],$$

$$u_m = \frac{\Lambda_m}{\nu_m^2}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\cos(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}+\frac{\pi}{4}) -$$

$$- B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\cos(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}-\frac{\pi}{4})\Big],$$

$$v_m = -\frac{1}{\nu_m}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\cos(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}+\frac{\pi}{8}) -$$

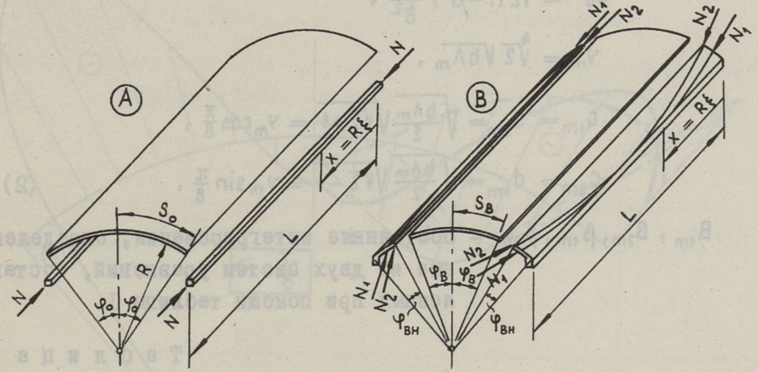
$$- B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\sin(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}-\frac{\pi}{8})\Big],$$

$$w_m = B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\cos(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}) +$$

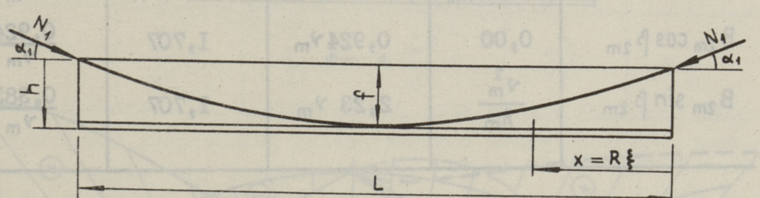
$$+ B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\cos(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}),$$

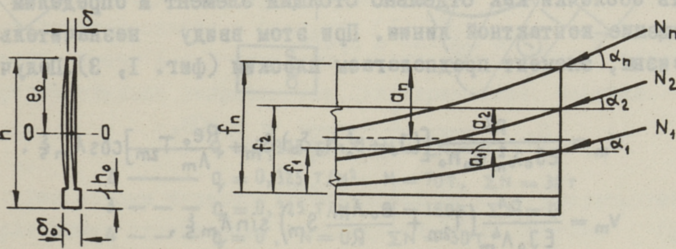
$$\psi_m = -\frac{\nu_m}{R}\Big[B_{1m}e^{-c_{1m}\alpha}\cos(d_{1m}\alpha+\beta_{1m}-\frac{\pi}{8}) +$$

$$+ B_{2m}e^{-c_{2m}\alpha}\sin(d_{2m}\alpha+\beta_{2m}+\frac{\pi}{8})\Big], \qquad (I)$$


A
B
N
S_o
R
φ_o
$x = R\xi$
L
N_1
N_2
S_B
φ_B
φ_{BH}

Фиг. 2.


N_1
α_1
h
f
$x = R\xi$
L


δ
e_o
h
0 — 0
h_o
δ_o
N_n
N_2
N_1
α_n
α_2
α_1
a_n
a_2
a_1
f_n
f_2
f_1

Фиг. 3.

где $\Lambda_m = (2m-1)\frac{\pi R}{L}$, $(m=1;\ 2;\ 3;\ \dots)$,

$$4b^4 = 12(1-\mu^2)\frac{R^2}{\delta^2},$$

$$\nu_m = \sqrt[4]{2}\sqrt{b\Lambda_m},$$

$$c_{1m} = d_{2m} = \sqrt{\frac{b\Lambda_m}{2}}\sqrt{\sqrt{2}+1} = \nu_m \cos\frac{\pi}{8},$$

$$c_{2m} = d_{1m} = \sqrt{\frac{b\Lambda_m}{2}}\sqrt{\sqrt{2}-1} = \nu_m \sin\frac{\pi}{8}, \qquad (2)$$

B_{1m}, B_{2m}, β_{1m}, β_{2m} - постоянные интегрирования, определенные из двух систем уравнений, составленных при помощи таблицы I.

Таблица I

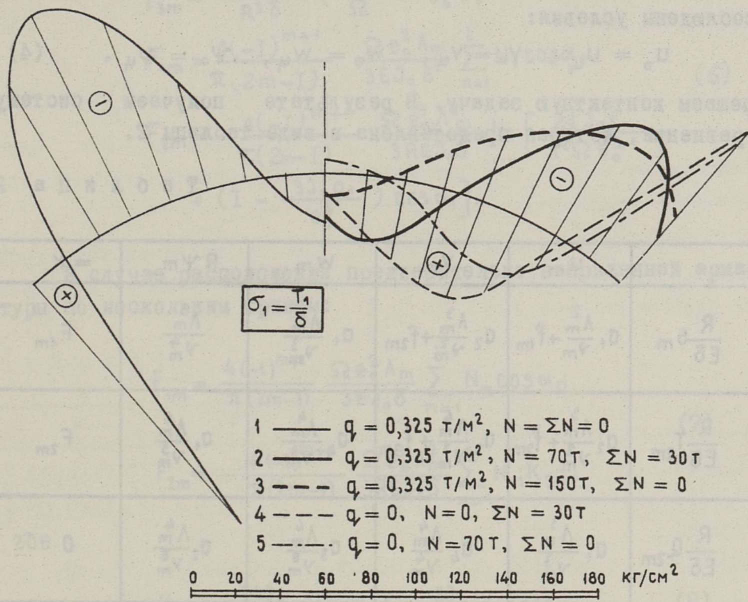
	$u_m = 1$	$v_m = 1$	$w_m = 1$	$R\psi_m = 1$
$B_{1m}\cos\beta_{1m}$	0,00	$-0{,}924\,\nu_m$	-0,707	$-\frac{0{,}924}{\nu_m}$
$B_{1m}\sin\beta_{1m}$	$-2{,}41\frac{\nu_m^2}{\Lambda_m}$	$-4{,}08\,\nu_m$	-4,12	$-\frac{2{,}32}{\nu_m}$
$B_{2m}\cos\beta_{2m}$	0,00	$0{,}924\,\nu_m$	1,707	$\frac{0{,}924}{\nu_m}$
$B_{2m}\sin\beta_{2m}$	$\frac{\nu_m^2}{\Lambda_m}$	$2{,}23\,\nu_m$	1,707	$\frac{0{,}383}{\nu_m}$

Рассмотрим предварительно напряженную цилиндрическую часть оболочки как отдельно стоящий элемент и определим перемещение контактной линии. При этом ввиду незначительной кривизны, элемент предполагаем плоским (фиг. I, 3). Получим:

$$u_m = \frac{R^2}{EJ_o\lambda_m^2\delta_o h_o}\left[(J_o + e_o^2 h_o\delta_o)S_m + \frac{Re_o}{\Lambda_m}T_{2m}\right]\cos\Lambda_m\xi,$$

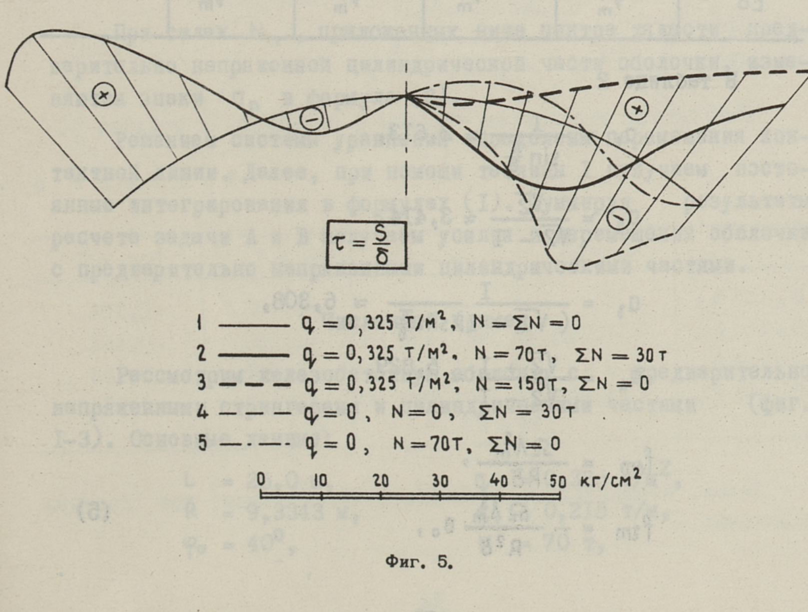
$$v_m = \frac{R^4}{EJ_o\Lambda_m^4}\left(T_{2m} + \frac{e_o\Lambda_m}{R}S_m\right)\sin\Lambda_m\xi,$$

$$w_m = 0, \quad \psi_m = 0. \qquad (3)$$



$\sigma_1 = \frac{T_1}{\delta}$
1 q = 0,325 т/м², N = ΣN = 0
2 q = 0,325 т/м², N = 70т, ΣN = 30т
3 q = 0,325 т/м², N = 150т, ΣN = 0
4 q = 0, N = 0, ΣN = 30т
5 q = 0, N = 70т, ΣN = 0
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180 кг/см²

Фиг. 4.



$\tau = \frac{S}{\delta}$
1 q = 0,325 т/м², N = ΣN = 0
2 q = 0,325 т/м², N = 70т, ΣN = 30т
3 q = 0,325 т/м², N = 150т, ΣN = 0
4 q = 0, N = 0, ΣN = 30т
5 q = 0, N = 70т, ΣN = 0
0 10 20 30 40 50 кг/см²

Фиг. 5.

Далее, учитывая, что на контактной линии должны быть соблюдены условия:

$$u_0 = u_ц , \quad v_0 = v_ц , \quad w_0 = w_ц , \quad \psi_0 = \psi_ц . \qquad (4)$$

решаем контактную задачу. В результате получаем систему уравнений, которая представлена в виде таблицы 2.

Таблица 2

	u_m	v_m	w_m	$R\psi_m$	$=K$
$\frac{R}{E\delta}S_m$	$a_1\frac{\Lambda_m^2}{\nu_m}+f_{1m}$	$a_2\frac{\Lambda_m^3}{\nu_m^2}+f_{2m}$	$a_1\frac{\Lambda_m^3}{\nu_m^3}$	$\frac{\Lambda_m^3}{\nu_m^4}$	F_{1m}
$\frac{R}{E\delta}T_{2m}$	$a_2\frac{\Lambda_m^3}{\nu_m^2}+f_{2m}$	$a_3\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^3}+f_{3m}$	$a_4\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^4}$	$a_1\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^5}$	F_{2m}
$\frac{R}{E\delta}Q_{2m}$	$a_1\frac{\Lambda_m^3}{\nu_m^3}$	$a_4\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^4}$	$a_3\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^5}$	$a_2\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^6}$	0
$\frac{1}{E\delta}M_2$	$\frac{\Lambda_m^3}{\nu_m^4}$	$a_1\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^5}$	$a_2\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^6}$	$a_1\frac{\Lambda_m^4}{\nu_m^7}$	0

В таблице 2

$$a_1 = \frac{I}{\sin\frac{\pi}{8}} \approx 2,613,$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-I} \approx 3,414,$$

$$a_3 = \frac{I}{(\sqrt{2}-I)\sin\frac{\pi}{8}} \approx 6,308,$$

$$a_4 = \frac{\sqrt{2}+I}{\sqrt{2}-I} \approx 5,829,$$

$$f_{1m} = \frac{\Omega\Lambda_m^2}{R\delta},$$

$$f_{2m} = -\frac{\Omega\Lambda_m^3}{R^2\delta}e_0, \qquad (5)$$

$$f_{3m} = \frac{\Omega \Lambda_m^4}{R^3 \delta} \left(\frac{J_o}{\Omega} + e_o^2 \right), \qquad (5)$$

$$F_{1m} = \frac{4(-I)^{m+1}}{\pi(2m-I)} \; \frac{\Omega e_o^2 \Lambda_m}{3EJ_o \delta} \sum_{n=1}^{i} N_1 \cos\alpha_1, \qquad (6)$$

$$F_{2m} = -\frac{4(-I)^{m+1}}{\pi(2m-I)} \; \frac{\Omega e_o^3 \Lambda_m^2}{3REJ_o \delta} N_1 \left[\frac{24 J_o f}{\pi^2 \Omega e_o^3} + \left(I - \frac{3J_o a_1}{e_o^3} \right) \cos\alpha_1 \right].$$

В случае расположения предварительно напряженной арматуры по нескольким кривым:

$$F_{1m} = \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \; \frac{\Omega e_o^2 \Lambda_m}{3EJ_o \delta} \sum_{n=1}^{i} N_n \cos\alpha_n$$

$$F_{2m} = -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \; \frac{\Omega e_o^3 \Lambda_m^2}{3REJ_o \delta} \sum_{n=1}^{i} N_n K_{2n}, \qquad (7)$$

где

$$K_{2n} = \frac{24 J_o}{\pi^2 \Omega e_o^3} f_n + \left(1 - \frac{3J_o}{\Omega e_o^3} a_n \right) \cos\alpha_n . \qquad (8)$$

При силах N_n, приложенных ниже центра тяжести предварительно напряженной цилиндрической части оболочки, изменяются знаки a_n в формуле (8).

Решением системы уравнений определены перемещения контактной линии. Далее, при помощи таблицы I получаем постоянные интегрирования в формулах (I). Суммируя результаты расчета задачи А и В получаем усилия и перемещения оболочки с предварительно напряженными цилиндрическими частями.

Численный пример

Рассмотрим железобетонную оболочку с предварительно напряженными стрингерами и цилиндрическими частями (фиг. I-3). Основные данные:

$L = 25,0$ м, $\quad q = 0,325$ т/м^2,
$R = 9,3343$ м, $\quad q_o = 0,215$ т/м,
$\varphi_o = 40^0$, $\quad N = 70$ т,

$$
\begin{aligned}
&\varphi_B = 29^0, && N_1 = N_2 = N_3 = 20\ т,\\
&\delta = 0{,}07\ м && f_1 = 0{,}60\ м,\\
&h_0 = \delta_0 = 0{,}30\ м, && f_2 = I{,}20\ м,\\
&h = I{,}80\ м, && f_3 = I{,}80\ м,\\
& && E = 300.000\ кг/см^2
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

В расчетах ограничиваемся учетом только первого члена ряда Фурье (m = I), чем достигается удовлетворительная для практики точность.

Вначале заполним таблицу 2, т.е. составим систему уравнений, определяющую перемещения контактной линии. Результаты даны в таблице 3.

Таблица 3

u_1	v_1	w_1	$R\psi_1$	$=K$
I,I709	0,I268	0,0333	0,00254	I744,39 $\frac{1}{E}$
0,I268	0,II0I	0,0I74	0,00I55	-I549,02 $\frac{1}{E}$
0,0333	0,0I74	0,00374	0,000403	0
0,00254	0,00I55	0,000403	0,00006I5	0

Решая систему уравнений (таблица 3) находим:

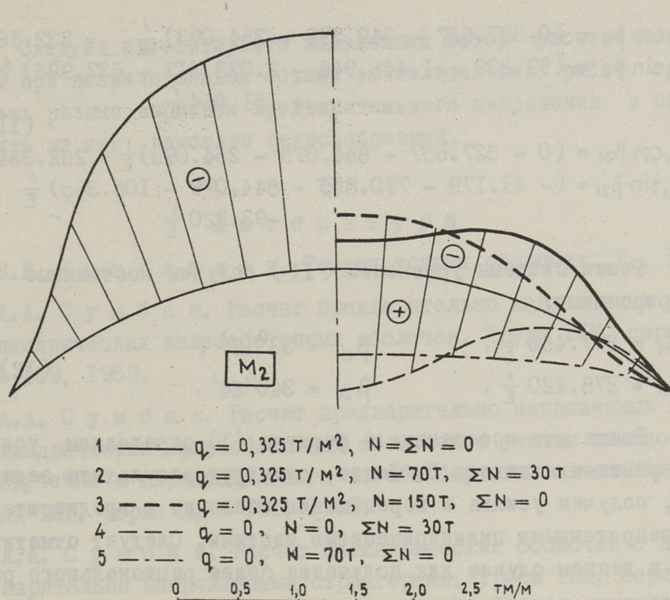
$$
\begin{aligned}
&u_1 = -I9I6\,\frac{1}{E}, && w_1 = 494.48I\,\frac{1}{E}\\
&v_1 = -7063I\,\frac{1}{E}, && R\psi_1 = -\,I.380.943\,\frac{1}{E}
\end{aligned}
\qquad (I0)
$$

Результаты заполнения таблицы I приведены в таблице 4.

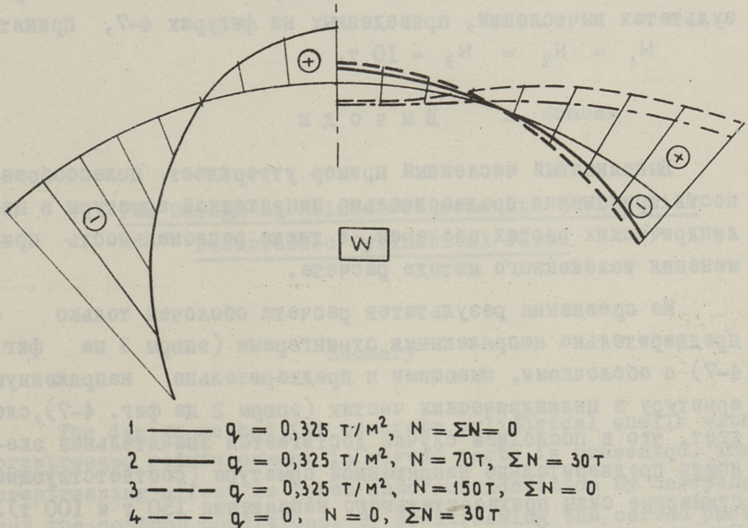
Таблица 4

	$u_1 = I$	$v_1 = I$	$w_1 = I$	$R\psi_1 = I$
$B_{11}\cos\beta_{11}$	0	-4,639	-0,707	-0,I84
$B_{11}\sin\beta_{11}$	-5I,795	-20,486	-4,I20	-0,462
$B_{21}\cos\beta_{21}$	0	4,639	I,707	0,I84
$B_{21}\sin\beta_{21}$	2I,492	II,I97	I,707	0,0763

Далее, используя таблицы 4 и (I0), составим две системы уравнений:


⊖
⊕
M_2
1 $q = 0{,}325$ т/м², $N = \Sigma N = 0$
2 $q = 0{,}325$ т/м², $N = 70$т, $\Sigma N = 30$т
3 $q = 0{,}325$ т/м², $N = 150$т, $\Sigma N = 0$
4 $q = 0$, $N = 0$, $\Sigma N = 30$т
5 $q = 0$, $N = 70$т, $\Sigma N = 0$
0 0,5 1,0 1,5 2,0 2,5 тм/м

Фиг. 6.


⊕
⊖
W
1 $q = 0{,}325$ т/м², $N = \Sigma N = 0$
2 $q = 0{,}325$ т/м², $N = 70$т, $\Sigma N = 30$т
3 $q = 0{,}325$ т/м², $N = 150$т, $\Sigma N = 0$
4 $q = 0$, $N = 0$, $\Sigma N = 30$т
5 $q = 0$, $N = 70$т, $\Sigma N = 0$
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 см

Фиг. 7.

$$B_{11}\cos\beta_{11} = (0+327.657 - 349.598 + 254.093)\frac{1}{E} = 232.162\frac{1}{E}$$

$$B_{11}\sin\beta_{11} = (99.239 + 1.446.946 - 2.032.317 + 637.996)\frac{1}{E} = 151.864\frac{1}{E}$$

$$(11)$$

$$B_{21}\cos\beta_{21} = (0 - 327.657 + 844.079 - 254.093)\frac{1}{E} = 262.334\frac{1}{E}$$

$$B_{21}\sin\beta_{21} = (-41.179 - 790.855 + 844.079 - 105.365)\frac{1}{E} = -93.320\frac{1}{E}$$

Решая системы уравнений (II) получим постоянные интегрирования:

$$B_{11} = 277.450\frac{1}{E}, \qquad \beta_{11} = 33^0 12', \qquad (12)$$

$$B_{21} = 278.420\frac{1}{E}, \qquad \beta_{21} = 340^0 24'.$$

Вводя эти постоянные в формулы (I) определяем усилия и перемещения задачи В. Далее, суммируя результаты задач А и В, получим усилия и перемещения оболочки с предварительно напряженными цилиндрическими частями. Следует отметить, что в данном случае для получения более рационального распределения усилий, оказалось целесообразным уменьшение предварительного напряжения. Поэтому в окончательных результатах вычислений, приведенных на фигурах 4-7, приняты

$$N_1 = N_2 = N_3 = 10 \text{ т}.$$

Выводы

Выполненный численный пример утверждает целесообразность применения предварительно напряженной арматуры в цилиндрических частях оболочек, а также рациональность применения изложенного метода расчета.

Из сравнения результатов расчета оболочек только с предварительно напряженными стрингерами (эпюры 3 на фиг. 4-7) с оболочками, имеющими и предварительно напряженную арматуру в цилиндрических частях (эпюры 2 на фиг. 4-7), следует, что в последнем случае достигается значительная экономия предварительно напряженной арматуры (соответствующие суммарные силы предварительного напряжения 150 т и 100 т). При этом уменьшаются перемещения w и достигается более рациональное распределение M_2 и τ, только в распределении σ_1 возникает некоторый нежелательный при железобетонных оболочках прирост на коньке оболочки.

Следует отметить, что изложенный метод расчета позволяет при незначительном объеме вычислительных работ сравнивать разные варианты предварительного напряжения и определить из них наиболее целесообразный.

Литература

I. В.В. Новожилов. Теория тонких оболочек. Л., 1962.

2. А.А. Сумбак. Расчет предварительно напряженных цилиндрических железобетонных оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 159, 1959.

3. А.А. Сумбак. Расчет предварительно напряженных цилиндрических железобетонных оболочек с учетом жесткостей кручения и горизонтального изгиба бортовых элементов. Труды ТПИ, серия А, № 161, 1959.

4. А.А. Сумбак. Расчет цилиндрических оболочек с предварительно напряженными стрингерами. Труды ТПИ, серия А, № 200, 1963.

A. Sumbak

The Design of Reinforced Concrete Shells with Prestressed Cylindrical Parts

Summary

The design method for concrete cylindrical shells with prestressed reinforcement in curved parts is presented. The prestressing effect is taken into consideration by carrying out the contact conditions. By prestressing the curved parts it is possible to achieve a more expedient stressed state and a considerable economy of reinforcement. The paper is illustrated by the design results of a prestressed cylindrical shell.

Следует отметить, что изложенный метод расчета позволяет при значительном объеме вычислительных работ существенно режиме варьирования предварительного напряжения и определить из них наиболее целесообразный.

Л и т е р а т у р а

1. В.В. Н о в о ж и л о в. Теория тонких оболочек. Л., 1962.
2. А.А. С у м б а к. Расчет предварительно напряженных цилиндрических железобетонных оболочек. Труды ТПИ, серия А, № 169, 1959.
3. А.А. С у м б а к. Расчет предварительно напряженных цилиндрических железобетонных оболочек с учетом жесткостей кручения и торсионального жесткого бортового элемента. Труды ТПИ, серия А, № 171, 1960.
4. А.А. С у м б а к. Расчет цилиндрических оболочек с предварительно напряженными бортовыми элементами. Труды ТПИ, серия А, № 200, 1963.

S u m m a r y   A. Sumbak

THE DESIGN OF CYLINDRICAL CONCRETE SHELLS WITH PRESTRESSED EDGE BEAMS

Summary

The design method for concrete cylindrical shells with prestressed reinforcement in outside parts is presented. The prestressing effect is taken into consideration by varying out the contact conditions. By prestressing the edge beam it is possible to achieve more efficient stress state and a considerable economy of reinforcement. The paper is illustrated by the design results of a practical example.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

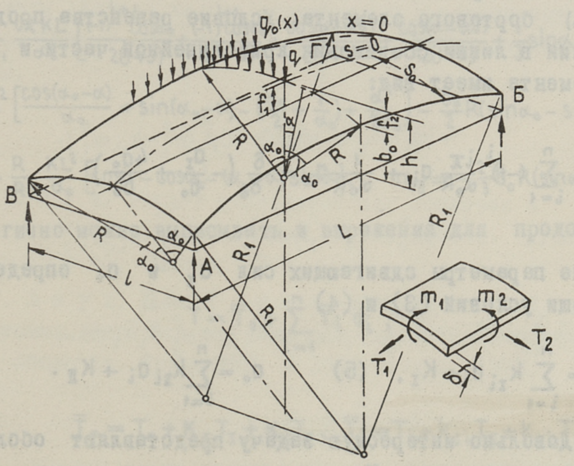
№ 357 1974

УДК 624.074.4

Ю.А. Тярно

РАСЧЕТ КВАЗИЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ

В статье рассматривается расчет железобетонных квазицилиндрических оболочек средней длины. К таким оболочкам относятся пологие оболочки (фиг. I) положительной гауссовой кривизны, которые по принципу работы близки к цилиндрическим оболочкам – работают под значительными поперечными изгибающими моментами (в продольном направлении оболочка очень пологая – $R_1/R > 4$, $f_1/R_1 < 1/15$).



Фиг.1.

Представленный метод расчета базируется на методе аппроксимации сдвигающих сил [I]. В середине оболочки предполагается, что приращение сдвигающих сил в криволинейной части и в бортовом элементе в упругой стадии имеют вид:

$$\zeta = a_I \frac{\alpha}{\alpha_0} + \sum_{i=1}^{n} a_i \sin\frac{i\pi\alpha}{\alpha_0}, \quad (I) \qquad \zeta = a_I\left(1-\frac{b}{b_0}\right) + a_0\frac{4b(b_0-b)}{b_0^2} \quad (2)$$

Условие вертикального равновесия единичной полоски выписывается для срединного поперечного сечения $x = L/2$ в виде:

$$q R\alpha_0 + q_0 + \sum_{i=1}^{n} Ra_i \frac{(-1)^{i+1}\sin\alpha_0}{\frac{i\pi}{\alpha_0} - \frac{\alpha_0}{i\pi}} + \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{iKL^2\pi}{R_1 R\alpha_0}\int_0^{s_0}\cos\frac{i\pi s}{s_0}ds +$$

$$+ \frac{2}{3}b_0 a_0 + \left[\frac{b_0}{2} + R\left(\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0} - \cos\alpha_0\right) + \frac{KL^2}{R_1 R\alpha_0}\int_0^{s_0} ds\right] a_I = 0 \qquad (3)$$

которое после вычисления интегралов принимает вид

$$q R\alpha_0 + q_0 + \sum_{i=1}^{n} Ra_i \frac{(-1)^{i+1}\sin\alpha_0}{\frac{i\pi}{\alpha_0} - \frac{\alpha_0}{i\pi}} + \frac{2}{3}b_0 a_0 + \left[\frac{b_0}{2} + R\left(\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0} - \cos\alpha_0\right) + \frac{KL^2}{R_1}\right] a_I = 0 \qquad (3')$$

В остальных сечениях x предполагается, что равновесие достигается одновременным изменением высоты $b_0(x)$ и нагрузки $q_0(x)$ бортового элемента. Условие равенства продольных напряжений в линии соединения криволинейной части и бортового элемента имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} (-1)^i \frac{i\pi}{\alpha_0 R} a_i + \frac{1}{\alpha_0 R} a_I = \frac{\delta}{\delta_0}\left(-\frac{a_I}{b_0} + \frac{4a_0}{b_0}\right) \qquad (4)$$

Зависимые параметры сдвигающих сил a_I и a_0 определяются при помощи условий (3) и (4)

$$a_I = \sum_{i=1}^{n} k_{Ii} a_i + K_I, \quad (5) \qquad a_0 = \sum_{i=1}^{n} k_{IIi} a_i + K_{II}. \quad (6)$$

Довольно интересную задачу представляют оболочки с поперечными трещинами. Как показывают эксперименты, поперечные трещины образуются в пределах бортового элемента и мало развиваются в криволинейную часть оболочки. Так как поперечные трещины не могут передавать продольных сил, в пределах бортового элемента $\zeta = a_I$ (т.е. приращение сдвигающих сил постоянное). Параметр a_I определяется из условия вертикального равновесия

$$qR\alpha_0+q_0+\sum_{i=1}^{n}Ra_i\,\frac{(-1)^{i+1}\sin\alpha}{\frac{i\pi}{\alpha_0}-\frac{\alpha_0}{i\pi}}+\left[b_0+R\left(\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}-\cos\alpha_0\right)+\frac{KL^2}{R_1}\right]a_I=0. \qquad (3'')$$

Условие равенства продольных сил (4) выпадает. Поперечные изгибающие моменты в середине продольного пролета расчитываются при помощи формул (5) и (6) в виде

$$m=M_0+\sum_{i=1}^{n}(m_i+m_i^R)a_i+(m_I+m_I^R)a_I+m_{II}a_0=\bar{M}_0+\sum_{i=1}^{n}\bar{m}_ia_i\,, \qquad (7)$$

где

$$\bar{M}_0=M_0+K_I(m_I+m_I^R)+K_{II}m_{II}\,,\quad \bar{m}_i=m_i+m_i^R+k_{Ii}(m_I+m_I^R)+k_{IIi}m_{II},$$

$$M_0=-qR^2\left[\cos\alpha-\cos\alpha_0-(\alpha_0-\alpha)\sin\alpha\right]-q_0R(\sin\alpha_0-\sin\alpha)$$

$$m_i=\frac{R^2}{J^2-1}\left[(-1)^i\left(J-\frac{1}{J}\right)+(-1)^{i+1}J\cos(\alpha_0-\alpha)+\frac{1}{J}\cos J\alpha\right],\quad \text{где}\quad J=\frac{i\pi}{\alpha_0}$$

$$m_i^R=\frac{R}{R_1}\,\frac{i\pi KL^2}{\alpha_0}\left[\frac{(-1)^{i+1}\cos\alpha_0}{2(1+J)}+\frac{(-1)^{i+1}\cos\alpha_0}{2(1-J)}+\frac{\cos(\alpha+\alpha J)}{2(1+J)}+\frac{\cos(\alpha-\alpha J)}{2(1-J)}+\frac{1}{J}\sin\alpha\cdot\sin J\alpha\right]$$

$$m_I=R^2\left[\frac{\cos(\alpha_0-\alpha)}{\alpha_0}+\sin(\alpha_0-\alpha)-\left(\frac{\alpha_0}{2}+\frac{1}{\alpha_0}\right)+\frac{\alpha^2}{2\alpha_0}\right]-\frac{b_0}{2}R(\sin\alpha_0-\sin\alpha)$$

$$m_I^R=-\frac{R}{R_1}\,\frac{KL^2}{\alpha_0}\left[\cos\alpha-\cos\alpha_0-(\alpha_0-\alpha)\sin\alpha\right],\qquad m_{II}=-\frac{2}{3}b_0R(\sin\alpha_0-\sin\alpha).$$

Аналогично можно выписывать и выражения для продольных сил

$$T=\bar{T}_0+\sum_{i=1}^{n}\bar{T}_i\,a_i\,, \qquad (8)$$

где

$$\bar{T}_0=T_0+K_IT_I+K_{II}T_{II},\quad \bar{T}_i=T_i+k_{Ii}T_I+k_{IIi}T_{II}\,,$$

$$T_0=0,\quad T_i=KL^2\,\frac{\partial\xi_i}{\partial s}.$$

Независимые параметры $a_1, a_2, \ldots, a_n$ определяются из n условия минимума потенциальной энергии четверти оболочки

$$\frac{6}{\delta^2}C\int\limits_0^{s_0} m\frac{\partial m}{\partial a_i}ds + C_4\int\limits_0^{s_0+b_0} T\frac{\partial T}{\partial a_i}ds = 0.$$

Из выражений (7) и (8) определяем

$$\frac{\partial m}{\partial a_i} = \bar{m}_i \quad и \quad \frac{\partial T}{\partial a_i} = \bar{T}_i.$$

Отдельные интегралы имеют вид

$$\frac{6}{\delta^2}C\int\limits_0^{L/2} m\frac{\partial m}{\partial a_i}ds = \frac{6}{\delta^2}C\int\limits_0^{L/2}\bar{M}_0\bar{m}_i ds + \frac{6}{\delta^2}\sum_{K=1}^{n} a_K C\int\limits_0^{L/2}\bar{m}_i\bar{m}_K ds =$$

$$= \frac{6}{\delta^2}\Big[C_1\int\limits_0^{s_0}\bar{M}_0\bar{m}_i ds + C_2\int\limits_0^{s_0}\big[\bar{M}_0(m_i^R + k_{Ii}m_I^2) +$$

$$+ K_I m_I^R\bar{m}_i\big]ds + C_3\int\limits_0^{s_0} K_I m_I^R(m_i^R + k_{Ii}m_I^R)ds\Big] +$$

$$+ \frac{6}{\delta^2}\sum_{K=1}^{n} a_K\Big[C_1\int\limits_0^{s_0}\bar{m}_i\bar{m}_K ds + C_2\int\limits_0^{s_0}\big[(m_K^R + k_{IK}m_I^R)\bar{m}_i +$$

$$+ (m_i^R + k_{Ii}m_I^R)\bar{m}_K\big]ds + C_3\int\limits_0^{s_0}(m_i^R + k_{Ii}m_I^R)\cdot$$

$$\cdot(m_K^R + k_{IK}m_I^R)ds\Big] = A_i + \sum_{K=1}^{n} A_{iK}a_K,$$

$$C_4\int\limits_0^{L/2} T\frac{\partial T}{\partial a_i}ds = C_4\int\limits_0^{s_0+b_0}\bar{T}_0\bar{T}_i ds + C_4\sum_{K=1}^{n} a_K\int\limits_0^{s_0+b_0}\bar{T}_i\bar{T}_K ds =$$

$$= B_i + \sum_{K=1}^{n} B_{iK}a_i.$$

Коэффициенты C, C_1, C_2, C_3 и C_4 отражают изменение продольных сил T, изгибающих моментов m_i^R, m_I^R и т.д. в продольном направлении оболочки, и вычисляются численными методами интегрирования. Коэффициенты A_i, A_{iK}, B_i, B_{iK} можно определить также численными методами, разделяя поперечное сечение не меньше чем на 8 частей.

Независимые параметры $a_1, a_2, \dots, a_n$ вычисляются из системы уравнений

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} (A_{1k} + B_{1k}) a_k - (A_1 + B_1) = 0 \\ \sum_{k=1}^{n} (A_{2k} + B_{2k}) a_k - (A_2 + B_2) = 0 \\ \text{-------------------} \quad \text{---} \\ \sum_{k=1}^{n} (A_{nk} + B_{nk}) a_k - (A_n + B_n) = 0 . \end{cases}$$

Внутренние силы определяются при помощи формул:

$$m_{2m} = \bar{M}_0 + \sum_{i=1}^{n} (m_i + m_i^R) a_i + (m_I + m_I^R) a_I + m_{II} a_0 ,$$

$$\text{макс}\, T_{1m} = KL^2 (\bar{T}_0 + \sum_{i=1}^{n} \bar{T}_i a_i),$$

$$S_m = -\left(\frac{L}{2} - x\right) \left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i a_i + \xi_I a_I \right).$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$ номер точки на поперечном сечении ($\alpha = 0 \to m = 0$). Метод расчета программирован на ЭВЦМ "Минск 22". Результаты расчета хорошо совпадают с результатами экспериментов (более 15 разных моделей) и будут опубликованы в будущем.

Л и т е р а т у р а

1. Х.Х. Л а у л. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. Труды ТПИ, Серия А, № 50, Таллин, 1953.

2. Х.Х. Л а у л, Ю.А. Т я р н о. Влияние условий опирания бортовых элементов на виды разрушения квазицилиндрических оболочек. Труды ТПИ, № 333, Таллин, 1972.

Ü. Tärno

A Design Method for Quasicylindrical Shells

Summary

The paper deals with a simplified design method for computing reinforced concrete quasicylindrical shells in elastic state and shells with cracks. The method is based on approximating shear forces. The design method allows to evaluate the internal forces in the elastic state and in the state with cracks.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 357 1974

УДК 624.074.4

Ю.А.Тярно, М.Х.Вахер, Р.К.Ни'ул

ВЛИЯНИЕ КРИВОЛИНЕЙНОЙ РАСТЯНУТОЙ АРМАТУРЫ НА ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ

В настоящей статье представляются результаты исследования влияния продольной криволинейной растянутой арматуры на внутренние усилия в цилиндрических оболочках. В статье представляются метод расчета и результаты экспериментального исследования.

Метод базируется на методе аппроксимации сдвигающих сил [I], причем предполагается, что I) продольная арматура предусмотрена в виде стрингера и довольно пологая, 2) трещины имеются уже до загружения и длина их задается наперед (в пределах высоты бортового элемента), 3) по поперечным трещинам существует возможность передачи сдвигающей силы (см. фиг. I).

Приращение сдвигающих сил в криволинейной части и в бортовом элементе назначают соответственно в виде:

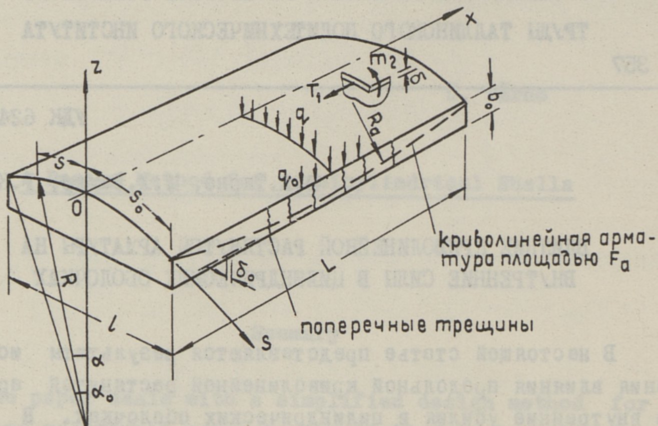
$$\zeta_{кр} = a_I \frac{\alpha}{\alpha_0} + \sum_{i=1}^{n} a_i \sin\frac{i\alpha}{\alpha_0}, \qquad \zeta_{\sigma} = a_I . \tag{I}$$

Зависимый параметр a_I определяется из условия равновесия единичной полосы в вертикальном направлении.

$$q_1 R\alpha_0 + q_0 + \sum_{i=1}^{n} R \frac{(-1)^{i+1}\sin\alpha_0}{\frac{i\pi}{\alpha_0} - \frac{\alpha_0}{i\pi}} a_i + \left[b_0 + R\left(\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0} - \cos\alpha_0\right) + \frac{kL^2}{R_a}\right] a_I = 0 \tag{2}$$

$$a_I = \sum_{i=1}^{n} k_{Ii} a_i + K_I . \tag{3}$$

Поперечные изгибающие моменты $m_2 = m$ представляются в форме



Фиг. 1.

$$m_2 = M_o + \sum_{i=1}^{n} a_i m_i + a_I (m_I + m_I^{R_a}) =$$

$$= \bar{M}_o + \sum_{i=1}^{n} a_i \bar{m}_i + \sum_{i=1}^{n} (K_I + k_{Ii}) m_I^{R_a} a_i \qquad (4)$$

где

$$\bar{M}_o = M_o + K_I m_I, \qquad \bar{m}_i = m_i + k_{Ii} m_I,$$

$$M_o = -q R^2 \frac{\psi_o}{100} - q_o R \frac{\psi_a}{100}, \qquad m_i = (-1)^i \frac{R^2}{100} \psi_i,$$

$$m_I = -\frac{R}{100} (R \psi_I + b_o \psi_a), \qquad m_I^{R_a} = -\frac{KL^2}{R_a} \frac{R\psi_a}{100}.$$

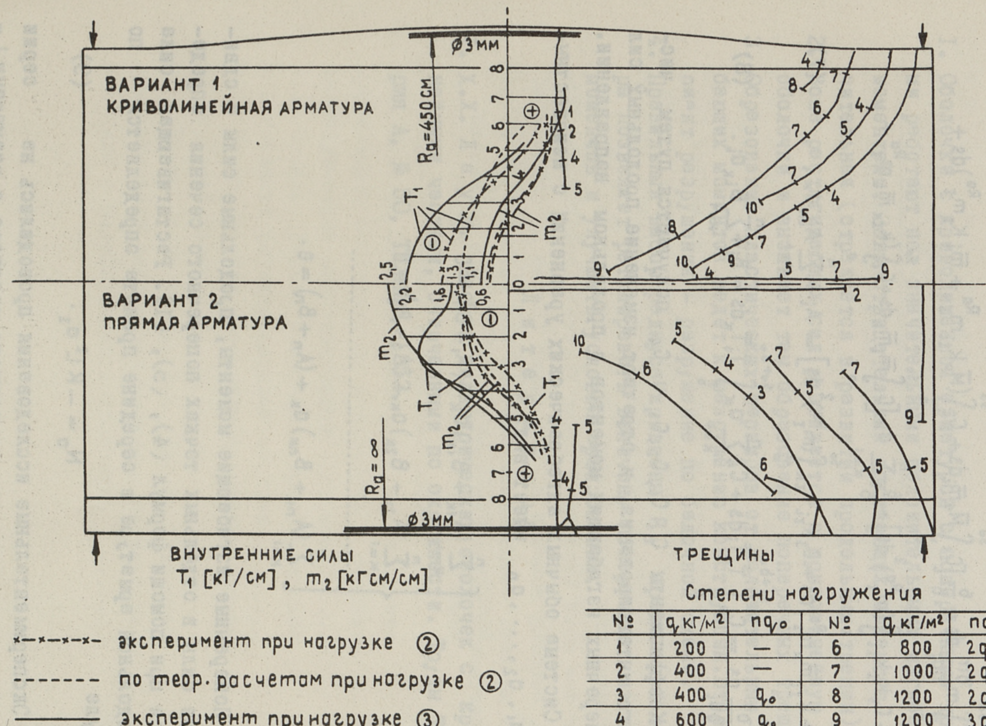
Величины ψ_o, ψ_a, ψ_i и ψ_I определяются из таблиц в [I].

Продольные силы в середине пролета макс $T = T$ находятся после исключения зависимого параметра:

$$T = (T_o + T_I K_I) + \sum_{i=1}^{n} (T_i + T_I k_{Ii}) a_i = \bar{T}_o + \sum_{i=1}^{n} \bar{T}_i a_i \qquad (5)$$

здесь $\quad T_i = KL^2 \dfrac{\partial \zeta_i}{\partial s}$.

Независимые параметры a_i определяются в соответствии с методом Кастильяно-Ритца, путем условия минимума потенциальной энергии внутренних сил.



Степени нагружения

№	q кГ/м²	nq_0	№	q кГ/м²	nq_0
1	200	—	6	800	$2q_0$
2	400	—	7	1000	$2q_0$
3	400	q_0	8	1200	$2q_0$
4	600	q_0	9	1200	$3q_0$
5	800	q_0	10	1400	$3q_0$

Фиг. 2.

$$\frac{6}{\delta^2} C^* \int_0^{s_0} m \frac{\partial m}{\partial a_i} ds + C_4 \int_0^{s_0+b_0} T \frac{\partial T}{\partial a_i} ds = 0, \tag{6}$$

где $\frac{\partial m}{\partial a_i} = \bar{m}_i, \quad \frac{\partial T}{\partial a_i} = \bar{T}_i$.

Отдельные интегралы имеют вид:

$$\frac{6}{\delta^2} C^* \int_0^{s_0} m \frac{\partial m}{\partial a_i} ds = \frac{6}{\delta^2} \Big[C_1 \int_0^{s_0} \bar{M}_0 \bar{m}_i ds + C_2 \int_0^{s_0} (\bar{M}_0 k_{Ii} m_I^{R_a} + \bar{m}_i K_I m_I^{R_a}) ds +$$

$$+ C_3 K_I k_{Ii} \int_0^{s_0} (m_I^{R_a})^2 ds \Big] + \frac{6}{\delta^2} \sum_{k=1}^{n} a_k \Big[C_1 \int_0^{s_0} \bar{m}_i \bar{m}_k ds + C_2 \int_0^{s_0} (k_{Ik} \bar{m}_i m_I^{R_a} +$$

$$+ k_{Ii} \bar{m}_k m_I^{R_a}) ds + C_3 k_{Ii} k_{Ik} \int_0^{s_0} (m_I^{R_a})^2 ds \Big] = A_i + \sum_{k=1}^{n} A_{ik} a_k , \tag{7}$$

$$C_4 \int_0^{s_0+b_0} T \frac{\partial T}{\partial a_i} ds = C_4 \int_0^{s_0+b_0} \bar{T}_0 \bar{T}_i ds + C_4 \sum_{k=1}^{n} a_k \int_0^{s_0+b_0} \bar{T}_i \bar{T}_k ds = B_i + \sum_{k=1}^{n} B_{ik} a_i . \tag{8}$$

Коэффициенты C, C_1, C_2, C_3 и C_4 получаются путем численного интегрирования, и отражают изменение продольных сил и поперечных изгибающих моментов в продольном направлении.

Система обычных алгебраических уравнений с неизвестными $a_1, a_2, \ldots, a_n$ имеет вид:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} (A_{1k} + B_{1k}) a_k + (A_1 + B_1) = 0 \\ \sum_{k=1}^{n} (A_{2k} + B_{2k}) a_k + (A_2 + B_2) = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \sum_{k=1}^{n} (A_{nk} + B_{nk}) a_k + (A_n + B_n) = 0 . \end{cases}$$

Поперечные изгибающие моменты, продольные силы и сдвигающие силы в отдельных точках поперечного сечения определяются при помощи формул (4), (5), (I). Растягивающая сила в продольной арматуре в середине пролета определяется по формуле

$$N_a = - K L^2 a_I . \tag{9}$$

Экспериментальные исследования проводились на серии моделей из армированного цементного раствора с размерами L = I,20 м, l = 0,60 м, b_0 = 5,5 см, $\alpha_0 = 35^0$, толщиной криволинейной части $\delta = 4 \div 7$ мм. Криволинейная арматура имела диаметр 3 -4 мм. Внутренние усилия, развитие трещин,сравнение экспериментальных данных с теоретическими в оболочках с криволинейной и прямолинейной растягивающей арматурами представлены на фиг. 2.

Выводы

1. Оболочки с криволинейной арматурой с поперечными трещинами работают под значительными положительными изгибающими моментами. Зона отрицательных изгибающих моментов незначительная (отражается в развитии продольных трещин).
2. Зона растягивающих сил развивается в криволинейную часть оболочки и вызывает там образование поперечных трещин.
3. Образование пластических шарниров от положительных изгибающих моментов ведет к разрушению конструкций. Второй вариант разрушения - разрушение по балочной схеме.
4. Правильный выбор радиуса кривизны R_a продольной арматуры позволяет регулировать величину поперечных изгибающих моментов и улучшить условия армирования.

Литература

1. Х.Х. Лаул. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. Труды ТПИ, Серия А, № 50, Таллин, 1953.

Ü. Tärno, M. Vaher, R. Nigul

The Effect of Curvature Longitudinal Reinforcing on Inner Forces of Concrete Cylindrical Shells

Summary

The paper deals with a simplified design method for computing reinforced concrete cylindrical shells with curvature longitudinal reinforcing. The method is based on approximating shear forces. The paper presents formulas for the most important inner forces: longitudinal forces T_1, bending moments m_2 and shear forces S calculated by this method. Comparisons between the calculating method and experiments made with various shells are presented.

О г л а в л е н и е

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА. Сборник статей XIУ. Таллинский политехнический институт. Редактор В.Райдна. Технический редактор Е.Ракеева. Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 26/IX 1973 г. Подписано к печати 5/Ш 1974. Бумага 60x90/16. Печ. л. 5,75 + 0,5 прилож. Учетно-изд. л. 4,5. Тираж 350. МВ-01545. Зак. №191. Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Цена 45 коп.

Цена 45 коп.