

Er. 6.7
457

TALLINN

TALLINNA
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED

457

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

ТРИ
'78

АНАЛИЗ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИХ
УСТРОЙСТВ
И СИСТЕМ
АСУТП



Труды по электротехнике
и автоматике ХУ1

Ep.6.7

457

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

**ТРИ
'78**

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 621

● АНАЛИЗ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИХ
УСТРОЙСТВ
И СИСТЕМ
АСУТП

Труды по электротехнике
и автоматике ХУ1

Таллин - 1978

1917
75

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
CHICAGO, ILLINOIS

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
CHICAGO, ILLINOIS

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
CHICAGO, ILLINOIS

1917
Teodusk
Rasmatskogo
IV
Teoduste Akedemii

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЙ МЕТОД ДИАГНОЗА НЕИСПРАВНОСТЕЙ
В КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМАХ

I. Введение

В настоящее время в связи с постоянно возрастающей степенью интеграции и сложностью цифровых объектов важное значение приобретают вопросы их контроля и диагноза. Основной причиной трудностей решения задач построения алгоритмов диагноза цифровых объектов является высокая размерность этих задач. Источниками высокой размерности являются описание объектов диагноза на логическом уровне и большое число всех возможных, особенно кратных, неисправностей.

Процесс устранения кратной неисправности представляет собой последовательность операций по устранению соответствующих одиночных неисправностей. Поэтому практической необходимости в рассмотрении кратных неисправностей как таковых нет. Достаточно задать множество возможных одиночных неисправностей объекта и дать процедуру локализации их в условиях любой возможной фактически существующей кратной неисправности [1]. Исследование соотношений эквивалентности позволяет сузить в свою очередь множество рассматриваемых одиночных неисправностей. Так, например, показано, что при классе неисправностей типа логических констант на входах и выходах логических элементов достаточно рассматривать неисправности лишь на ветвях разветвлений и неразветвляющихся входах [2].

Наиболее общие результаты при диагнозе кратных неисправностей типа логических констант в комбинационных схемах получены в работе П.П. Пархоменко [1]. С целью

аналитической обработки результатов диагностического эксперимента в [1] вводится модель объекта в виде эквивалентной формы (ЭФ) и разрабатывается специальная алгебра α -состояний. При реализации этого подхода возникают трудности при интерпретации неисправностей во внутренних узлах схемы. С точки зрения непосредственного задания неисправностей более удобной является модель обобщенной функции, предложенная в [3], которая, однако, приводит к увеличению размерности задачи диагноза. В работе [4] показывается возможность перераспределения преимуществ и недостатков эквивалентных форм и обобщенных функций путем задания функций объекта в смешанной форме, в которой ветви внутренних узлов разветвлений представлены их обобщенными функциями через α -состояния, а ветви входных полюсов схемы представлены функциями в ЭФ.

Непосредственное применение описанного в [1] и [4] подхода к вычислению подозреваемых неисправностей все же приводит к большому объему обрабатываемой информации. Известные способы реализации ЭФ связаны или с большой размерностью модели (в случае нормальной формы), или со сложностью обработки модели (при скобочной форме).

В данной статье предлагается декомпозиционный подход к диагнозу кратных неисправностей в комбинационных схемах. Анализ объекта по частям с последующим склеиванием частичных результатов диагноза позволяет резко уменьшить трудоемкость при вычислении подозреваемых неисправностей.

2. Постановка задачи

Рассмотрим объект диагноза (комбинационную схему) в виде множеств $\{f_{\text{вых}}\}$ и $\{f_{\text{вн}}\}$, соответственно, выходных

$$y_i = f_i(X_i, Q_i), \quad f_i \in \{f_{\text{вн}}\} \quad (1)$$

и внутренних

$$q_k = f_k(X_k, Q_k), \quad f_k \in \{f_{\text{вн}}\} \quad (2)$$

функций на множестве переменных $\{z\} = \{x\} \cup \{q\}$,

где $\{x\}$, $\{q\}$, $\{y\}$ - соответственно, множества входных, внутренних и выходных переменных схемы;

$X_p(Q_p)$ - векторы, компоненты $x_j(q_j)$ которых составляют подмножества $\{x\}_p \subseteq \{x\}$ $\{q\}_p \subseteq \{q\}$.

При этом допускаются частные случаи, где или $\{q\}_p = \emptyset$, или $\{x\}_p = \emptyset$.

Множество $\{f_{вн}\}$ определяется в результате соответствующей структурной декомпозиции исходной схемы и в этом смысле может задаваться по-разному. В предельных случаях может иметь место или функциональное описание объекта (если $\{f_{вн}\} = \emptyset$), или структурно-аналитическое описание объекта (если $\{f_{вн}\}$ включает функции всех структурных элементов схемы).

Влияние неисправностей при некоторой переменной $z_k \in \{z\}$ опишем в виде обобщенного дифференциала $\tilde{d}z_k$, который аналогично обобщенной функции \tilde{z}_k [3] определяется в виде:

$$\tilde{d}z_k = dz_k \vee df_k, \quad (3)$$

где dz_k и df_k интерпретируются как ложное изменение значения переменной z_k соответственно из-за неисправностей, действующих непосредственно при переменной z_k , и неисправностей, влияющих на аргументы $z_j \in \{z\}_k$ функции $z_k = f_k(z_k)$. При этом df_k представляется в виде полного дифференциала [5]:

$$df_k = f_k(z_k) \oplus f_k(z_k \oplus \tilde{d}z_k), \quad (4)$$

где компонентами вектора $\tilde{d}z_k$ являются в свою очередь обобщенные дифференциалы $\tilde{d}z$. В частном случае, при $z_k \in \{x\} \subseteq \{z\}$, имеем: $\tilde{d}z_k = dz_k$.

Множество R всех одиночных неисправностей схемы можно задавать в виде объединения подмножеств $R(z_k) \subseteq R$ неисправностей, привязанных к переменным $z_k \in \{z\}$. Неисправности $R_j \in R(z_k)$ при конкретной z_k в общем случае опишем в виде уравнения:

$$Q_j(z) dz_k = 1, \quad (5)$$

где $Q_j(z)$ - дополнительное условие, выполнение которого требуется для влияния неисправности $R_j \in R(z_k)$ на значение $z_k \in \{z\}$.

Перечисление дополнительных условий для некоторых примерных классов неисправностей приведено в таблице I.

Т а б л и ц а I

Тип неисправности		Дополнительные условия
Логические константы	$z_k \equiv 1$	$Q = \bar{z}_k$
Логические константы	$z_k \equiv 0$	$Q = z_k$
Короткое замыкание между	z_k, z_l	$Q = z_k \bar{z}_l \quad (Q = \bar{z}_k z_l)$
Перепутывание проводов	z_k, z_l	$Q = z_k \oplus z_l$

В данной работе ограничимся рассмотрением одиночных и кратных устойчивых логических неисправностей типа констант 1 или 0 на ветвях разветвлений и неразветвляющихся входах объекта. С целью непосредственного задания этих неисправностей определим множество $\{z\}$ так, чтобы в $\{x\}$ вошли переменные неразветвляющихся входов схем, а в $\{q\}$ — переменные всех ветвей разветвлений в схеме. Введение понятия направленных дифференциалов [6] позволяет задавать неисправности $z_k \equiv 1$ и $z_k \equiv 0$ соответственно в виде условий:

$$\begin{aligned} d_0 z_k &= \bar{z}_k dz_k = 1, \\ d_1 z_k &= z_k dz_k = 1, \end{aligned} \quad (6)$$

представляющих собой частный случай уравнения (5).

Множество всех рассматриваемых неисправностей можно определить, следовательно, через множество направленных дифференциалов $\{d_\alpha z\}$, $\alpha \in \{0, 1\}$.

Задано некоторое множество $\{X^s\}$ входных наборов X^s , $s = \bar{1}, \bar{t}$, на базе которых организуется диагностический эксперимент. В ходе эксперимента определяются фактические значения выходных функций y_i^s объекта, получаемые при подаче на последний каждого входного набора X^s , $s = \bar{1}, \bar{t}$.

Используя итеративно понятие обобщенного дифференциала (3) для учета влияния возможных неисправностей, можем описать поведение объекта в процессе эксперимента в виде системы булевых дифференциальных уравнений [7]:

$$df_i(Z, dZ) \Big|_{X^s} = f_i(Z) \Big|_{X^s} \oplus y_i^s, \quad s = \bar{1}, \bar{t}; \quad i = \bar{1}, \bar{n}, \quad (7)$$

где $n = |\{f_{\text{вых}}\}|$,

$Z(dZ)$ – вектор, компоненты которого составляют множество $\{z\}(\{dz\})$.

При этом значение $df_i = 1$ является признаком действия на выходе i неисправностей $z_k \equiv 0 (z_k \equiv 1)$, описываемых высказываниями $z_k dz_k (\bar{z}_k dz_k)$, $z_k \in \{z\}$.

Решение системы (7) позволяет поставить диагноз объекта в виде некоторого высказывания о подозреваемых неисправностях.

3. Описание метода

Рассмотрим дифференциал df функции $f(z)$, согласно выражению полного дифференциала [5], в следующем виде:

$$df = f(Z) \oplus f(Z \oplus dZ), \quad (8)$$

где компонентами векторов Z и $Z \oplus dZ$ являются, соответственно, z_k и $z_k \oplus dz_k$, причем, согласно (6):

$$dz_k = \begin{cases} d_0 z_k, & \text{если } z_k = 0, \\ d_1 z_k, & \text{если } z_k = 1. \end{cases}$$

Используя соотношение (8), заменяем систему (7) следующим уравнением:

$$\bigwedge_{\substack{s=1, \bar{t} \\ i=1, \bar{n}}} (f_i(Z \oplus dZ) |_{X^s} \oplus \bar{y}_i^s) = 1. \quad (9)$$

После замены компонентов вектора Z и переменных y_i^s их истинными значениями при соответствующем входном наборе X^s , $s = \bar{1}, \bar{t}$, получим некоторое уравнение:

$$\bigwedge_{s=\bar{1}, \bar{t}; i=1, \bar{n}} \Phi_i^s(dZ^s) = 1, \quad (10)$$

где компонентами вектора dZ^s являются направленные дифференциалы $dz_k^{s,p} \in \{d_0 z_k, d_1 z_k, \bar{d}_0 z_k, \bar{d}_1 z_k\}$.

Здесь p – номер вхождения дифференциала переменной z_k в функцию Φ_i^s . При помощи дальнейших упрощений вида:

$$\begin{aligned} \bar{d}_\alpha z_k \bar{d}_\alpha z_k &= \bar{d} z_k, \\ d_\alpha z_k d_\alpha z_k &= 0, \\ d_\alpha z_k \bar{d}_\alpha z_k &= d_\alpha z_k, \end{aligned} \quad (II)$$

$$\begin{aligned} \overline{d_\alpha z_k} d_{\bar{\alpha}} z_k &= d_{\bar{\alpha}} z_k, \\ d_\alpha z_k \overline{d_{\bar{\alpha}} z_k} &= 0, \end{aligned}$$

где $\alpha \in \{0, 1\}$, вытекающих из определения (6), находим решение уравнения (10) в виде некоторой булевой функции $\Phi^{(t)}(dZ^{(t)})$, где

$$dZ_k^{(t,p)} \in \{d_0 z_k, d_1 z_k, \overline{d_0 z_k}, \overline{d_1 z_k}, \overline{d_0 z_k}, \overline{d_1 z_k}\}. \quad (12)$$

Функция Φ^t представляет собой высказывание о возможных комбинациях подозреваемых неисправностей. В частном случае, когда функция $\Phi^{(t)}$ имеет вид

$$\Phi^{(t)} = \bigwedge_{k: z_k \in \{z\}} \overline{d z_k}, \quad (13)$$

отмечается факт отсутствия неисправностей.

Произведя в выражении (10) следующие замены

$$\begin{aligned} d_0 z &= z^1, & \overline{d_0 z} &= z^{\bar{1}}, & \overline{d z} &= z^H, \\ d_1 z &= z^0, & \overline{d_1 z} &= z^{\bar{0}}, & & \end{aligned} \quad (14)$$

можем перейти от дифференциальной формы (10) к соответствующим функциям α -состояний переменных z , $\alpha \in \{0, 1, n\}$ [1]. Легко заметить, что при рассматриваемом классе неисправностей между составлением и решением дифференциальных уравнений и соответствующих уравнений с функциями α -состояний [1] принципиальных различий нет. В первом случае используются операции булевой алгебры, во втором случае — операции алгебры α -состояний.

Ниже предлагается декомпозиционный метод дешифрации диагностических экспериментов, позволяющий заметно уменьшить затраты вычисления по сравнению с методами [1, 4].

С целью уменьшения размерности задачи решения уравнения (9), заменяем последнее, согласно описанию объекта в виде системы функций (1) и (2), более простым уравнением

$$\bigwedge_{s=\bar{1}, \bar{t}; i=\bar{1}, n} (f_i(z_i \oplus \tilde{d}z_i) |_{x^s} \oplus \bar{y}_i^s) = 1, \quad (15)$$

где компонентами векторов $\tilde{d}z_i$ служат обобщенные дифференциалы:

$$\tilde{d}z_k = dz_k \vee (f_k(Z_k)|_{X^s} \oplus f_k(Z_k \oplus \tilde{d}z_k|_{X^s})). \quad (I6)$$

Для $z_k \in \{x\}$ имеем: $\tilde{d}z_k \equiv dz_k$.

Определение I. Неисправности $d_\alpha q_k$ функции $q_k = f_k(Z_k)$ называем доминирующими, а неисправности $d_\alpha z_j$, где $z_j \in \{z\}_k$, подчиняющими.

Утверждение I. Подчиняющие неисправности $d_\alpha q_j$ функции $q_k = f_k(Z_k)$, в присутствии доминирующих неисправностей $d_\alpha q_k$, не могут быть локализованы путем анализа значений переменных q_k .

Из утверждения I, доказательство которого очевидно, вытекает следующее следствие.

Следствие I. С целью сужения рассматриваемого множества кратных неисправностей и уменьшения трудоемкости диагноза, можно использовать свойство

$$\forall \alpha_1, \alpha_2 \in \{0, 1\} : d_{\alpha_1} q_k \wedge d_{\alpha_2} f_k = 0,$$

где $q_k = f_k(Z_k)$.

Утверждение 2. При умножении обобщенных дифференциалов некоторой функции $q = f(Z)$, определяемых наборами X^s и X^{s+1} , имеем:

$$\tilde{d}q^s \tilde{d}q^{s+1} = dq^s dq^{s+1} * df^s df^{s+1},$$

где знаком операции $*$ служит \wedge , если оба $\tilde{d}q^s$ и $\tilde{d}q^{s+1}$ имеют знаки инверсии, и \vee в остальных случаях. Отметим, что в первом случае результат умножения $dq^s dq^{s+1}$ является элементом множества $\{\overline{d_0 q}, \overline{d_1 q}, \overline{d_1 q}\}$.

Доказательство утверждения 2 вытекает из анализа выражения $\tilde{d}q^s \tilde{d}q^{s+1}$ для всех комбинаций $\tilde{d}q^s, \tilde{d}q^{s+1} \in \{d_0 q, \overline{d_0 q}, d_1 q, \overline{d_1 q}\}$ с учетом следствия I.

Полученный результат в виде утверждения 2 позволяет использовать следующий алгоритм при решении уравнения (I5).

Алгоритм

I. Заменой компонентов векторов Z_i и Z_k , а также переменных y_i^s , их истинными значениями при входных наборах X^s , $s = \overline{1, t}$ и соответствующими упрощениями приводят

уравнение (I5) и функции (I6) соответственно к следующим видам:

$$s = \overline{1, t}; \quad i = \overline{1, n} \quad \Phi_i^s(\widetilde{dZ}_i^s) = 1, \quad (I7)$$

$$\widetilde{dZ}_k^{s,p} = dz_k^{s,p} \vee df_k^{s,p}(\widetilde{dZ}_k^s), \quad (I8)$$

где $z_k \in \{q\}$.

2. Между вхождениями дифференциала $\widetilde{dZ}_k^{s,p}$ в выражениях (I7) и (I8), где $z_k \in \{q\}$, и соответствующими функциями $df_k^{s,p}$ устанавливаются связи. С целью уменьшения количества ссылок (адресов связи), $\widetilde{dZ}_k^{s,p}$ рассматриваются формально как $dz_k^{s,p}$.

3. Производится циклическое упрощение левой части уравнения (I7) путем выполнения следующей итеративной операции:

$$\Phi_i^{(s)}(\widetilde{dZ}_i^{(s)}) = \Phi_i^{(s-1)}(\widetilde{dZ}_i^{(s-1)}) \wedge \Phi_i^s(\widetilde{dZ}_i^s), \quad (I9)$$

где $\Phi^{(1)}(\widetilde{dZ}_i^{(1)}) = \Phi^1(\widetilde{dZ}_i^1), \quad s = \overline{2, t}$.

Пункт 3 выполняется для всех $i = \overline{1, n}$.

4. Каждое произведение

$$\widetilde{dZ}_k^{(s,p)} = \widetilde{dZ}_k^{(s-1,p_1)} \widetilde{dZ}_k^{s,p_2},$$

где $z_k \in \{q\}$ при выполнении операции (I9), вызывает, согласно утверждению 2, произведение переменных

$$dz_k^{(s,p)} = dz_k^{(s-1,p_1)} dz_k^{s,p_2}$$

и произведение функций

$$df_k^{(s,p)} = df_k^{(s-1,p_1)} df_k^{s,p_2}. \quad (20)$$

Между $\widetilde{dZ}_k^{(s,p)}$ и полученными результатами $dz_k^{(s,p)}$ и $df_k^{(s,p)}$ устанавливаются соответствующие связи. При этом, с целью уменьшения количества ссылок, $\widetilde{dZ}_k^{(s,p)}$ и $dz_k^{(s,p)}$ (если $dz_k^{(s,p)} \neq 0$) формально отождествляются. Выполнение операции (20) может привести к рекурсивному обращению к пункту 4.

5. Производится циклическое упрощение левой части уравнения (17) при помощи следующей итеративной операции

$$\Phi_i^{(t)}(\tilde{dZ}_{(i)}^{(t)}) = \Phi_{(i-1)}^{(t)}(\tilde{dZ}_{(i-1)}^{(t)}) \wedge \Phi_i^{(t)}(\tilde{dZ}_i^{(t)}), \quad (21)$$

где

$$\Phi_{(i)}^{(t)}(\tilde{dZ}_{(i)}^{(t)}) = \Phi_i^{(t)}(\tilde{dZ}_i^{(t)}), \quad i = \overline{2, n}.$$

6. Каждое произведение

$$\tilde{dZ}_k^{(t,p)} = \tilde{dZ}_{k_1}^{(t,p_1)} \tilde{dZ}_{k_2}^{(t,p_2)}, \quad (22)$$

где $z_{k_1} = z_{k_2} = f_k(Z_k)$, при выполнении операции (22), вызывает, согласно утверждению 2, произведение соответствующих функций:

$$df_k^{(t,p)} = df_k^{(t,p_1)} df_k^{(t,p_2)}. \quad (23)$$

Отметим, что умножение $dz_{k_1}^{(t,p_1)} dz_{k_2}^{(t,p_2)}$ к упрощениям не приводит (переменные z_{k_1} и z_{k_2} являются независимыми в смысле задания неисправностей) и поэтому его выполнения при нахождении $\tilde{dZ}_k^{(t,p)}$ не требуется. Выполнение операции (23) может привести к рекурсивному обращению к пункту 6.

7. Результат выполнения алгоритма представляется в виде уравнения

$$\Phi_{(n)}^{(t)}(dX_{(n)}^{(t)}, \tilde{dQ}_{(n)}^{(t)}) = 1 \quad (24)$$

и некоторого множества функций

$$df_k^{(t,p)} = F_k^{(t,p)}(dX_k^{(t)}, dQ_k^{(t)}). \quad (25)$$

(здесь вектор $\tilde{dQ}_k^{(t)}$ может и отсутствовать), так что каждому вхождению дифференциала $\tilde{dQ}_k^{(t,p)}$ при векторах $\tilde{dQ}_{(n)}^{(t)}$ и $\tilde{dQ}_k^{(t)}$ соответствует ссылка к некоторой функции (25). При помощи операции суперпозиции можно выражение $\Phi_{(n)}^{(t)}$ привести к развернутому виду $\Phi^{(t)}(dZ^{(t)})$ (см. выше), представляющему собой диагноз объекта — высказывание о возможных комбинациях подозреваемых неисправностей.

В случае большой размерности функций $f \in \{f_{\text{вых}}\} \cup \{f_{\text{вн}}\}$, представляющих деревообразные части исходной схемы, можно провести соответствующую декомпозицию этих частей. В результате расширится множество $\{f_{\text{вн}}\}$ и появится дополнительное множество переменных $\{z\}'$, приводящее к анализу лишних несущественных неисправностей. Вопросы оптимальной декомпозиции исходной схемы в данной статье не рассматриваются.

4. Векторное представление дифференциальных уравнений

С целью упрощения изложенных операций алгоритма диагноза заменим аналитическое представление функций $\Phi_k^s(\tilde{d}z_k^s)$ и $df_k^{s,p}(\tilde{d}z_k^s)$ более удобным, векторным представлением, предложенным в работе [1]. При задании векторов используем, аналогично [1], символы множества $C = \{0, \bar{0}, 1, \bar{1}, n, \bar{n}, \phi, -\}$. Соответствие этих символов к дифференциалам приведено в таблице 2.

Т а б л и ц а 2

Символ	Код символа	Дифференциальное представление
0	0000I	$d_1 z$
$\bar{0}$	10110	$\bar{d}_1 z$
1	00010	$d_0 z$
$\bar{1}$	01101	$\bar{d}_0 z$
n	00100	$\bar{d} z$
\bar{n}	00011	$d z$
ϕ	00000	$d_0 z \wedge d_1 z$
-	11111	-

Каждой функции $\Phi_k^s(\tilde{d}z_k^s)$ и $df_k^{s,p}(\tilde{d}z_k^s)$ сопоставим таблицу векторов в символах множества C - таблицу покрытия. Каждому вектору в таблице покрытия соответствует некоторая конъюнкция рассматриваемой функции. Количество компонентов в векторах соответствует мощности множества аргументов $|\{z_k\}_k|$ данной функции. Компоненты dz_k где $z_k \in \{q\}$, включают, помимо символа

из множества C , также ссылку к некоторой другой таблице, согласно связи, установленной по пунктам 2, 4, 6, алгоритма. В этом случае компонента вектора в таблице покрытия имеет вид s/A , где s - символ из множества C , а A - ссылка (адрес связи).

Из операций над векторами, аналогично [I], будут использоваться две: операция умножения и операция поглощения. В таблице 2 приводится один возможный способ кодирования символов множества C , позволяющий привести операцию умножения векторов к простому их логическому умножению. Операция поглощения реализуется аналогично [I] методом покомпонентного сравнения пар векторов. Умножение компонентов с ссылками, согласно пункту 4 алгоритма, сопровождается умножением ссылаемых таблиц покрытия; полученные результаты связываются между собой также при помощи ссылки. Из утверждения 2 следует, что при нулевом результате умножения компонентов с ссылками соответствующий результирующий вектор удаляется лишь в том случае, если умножение ссылаемых функций также пусто. Операция поглощения для компонентов с ссылками возможна только при одноименных ссылках.

Метод дешифрации диагностического эксперимента с целью выделения подозреваемых неисправностей представляет собой, согласно описанному алгоритму, многошаговую процедуру генерирования и умножения таблиц покрытия. Все таблицы, появляющиеся при этой процедуре, можно разделить (секционировать) в группы, согласно заданному описанию объекта в виде функций (1) и (2). Каждой функции $f_k(z_k)$, $f_k \in \{f_{вых}\} \cup \{f_{вн}\}$ сопоставляется одна секция таблиц. Все операции, проводимые между таблицами при дешифрации эксперимента, происходят, согласно утверждению 2, только внутри секции. Переходы между секциями определяются ссылками при компонентах dz_k , $z_k \in \{q\}$. Каждая компонента может иметь ссылки лишь на одну определенную секцию.

При дешифрации диагностических экспериментов целесообразно базироваться на следующих легко доказываемых утверждениях.

Утверждение 3. Аргумент $z_j \in \{z_i\}$ выходной функции $y_i = f_i(z_i)$, $f_i \in \{f_{вых}\}$ можно считать свободным от не-

исправностей, как только в секции f_i при выполнении пункта 3 алгоритма появляется таблица покрытия, в которой все входящие компоненты dz_j имеют символ n (или n/A).

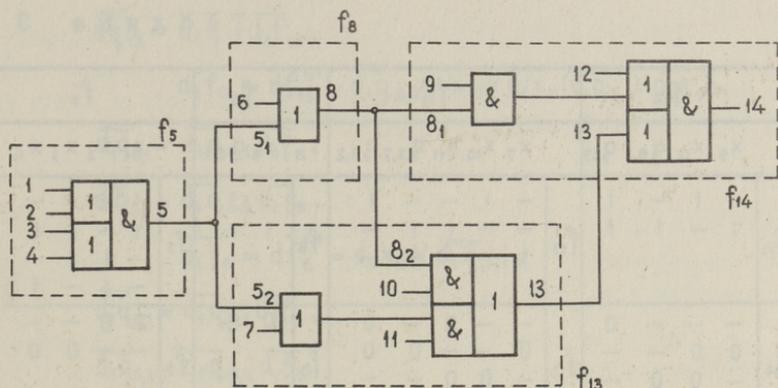
Утверждение 4. Аргумент $z_j \in \{Z\}_k$ внутренней подфункции $q_k = f_k(Z_k)$, $f_k \in \{f_{вн}\}$ можно считать свободным от неисправностей, как только в секции f_k при выполнении пунктов 3 и 5 алгоритма образуется некоторое множество M таблиц покрытия, в которых все входящие компоненты dz_j имеют символ n (или n/A) и существует таблица в выходной секции $f_i \in \{f_{вых}\}$ с некоторой компонентой dz_h , $z_h \in \{q_j\}$, ссылки при всех входящих которой порождают обращения (непосредственно или через другие секции) к таблицам множества M и ни одной другой таблице в секции f_k . Множество M может включать также только одну таблицу.

Пример. Применение метода проиллюстрируем на примере диагноза схемы фиг. 1, декомпонированной в четыре подсхемы и представленной в виде следующей системы функций:

$$\begin{aligned} y_{14} &= f_{14}(x_9, x_{12}, q_{8,1}, q_{13}) = q_{13}(x_{12} \vee x_9, q_{8,1}), \\ q_{13} &= f_{13}(x_7, x_{10}, x_{11}, q_{5,2}, q_{8,2}) = \\ &= q_{8,2} x_{10} \vee x_{11} (q_{5,2} \vee x_7), \\ q_8 &= f_8(x_6, q_{5,1}) = x_6 \vee q_{5,1}, \\ q_5 &= f_5(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2)(x_3 \vee x_4). \end{aligned} \tag{26}$$

Описание этих функций, а также обратных функций, в векторной форме приведено секционированными группами в таблице 3. Заданы также совокупность входных наборов X^s , предполагаемые значения внутренних подфункций f_5, f_8, f_{13} на этих наборах и фактические значения выходной переменной y_{14}^s , реализуемой схемой на этих наборах (таблица 4). Предполагается возможность существования в схеме кратных неисправностей.

Процедура дешифрации заданного диагностического эксперимента описана по шагам в таблице 5. На каждом шаге



Фиг. 1. Декомпозиционный метод диагноза неисправностей в комбинационных схемах.

или находятся функции Φ_{14}^s и $df_k^{s,p}$, где $k = 5, 8, 13$; $p = 1, 2, \dots$; $s = 1, \overline{13}$ (по пунктам 1 и 2 алгоритма), или определяются произведения $\Phi_{14}^{(s)}$ и $df_k^{(s,p)}$ (по пунктам 4 и 3 алгоритма). Так как схема имеет один выход, то пункты 5 и 6 алгоритма не выполняются. Функции Φ_{14}^s и $df_k^{s,p}$ переводятся в форму таблиц покрытия, и все умножения функций проводятся на языке таблиц. Адреса таблиц, по которым устанавливаются ссылки, фиксируются в столбцах А.

Рассмотрим подробнее некоторые шаги.

Шаг I. Обращается набор X^1 из таблицы 4. Согласно (I5), при $s = 1$ получим из функции f_{14} следующее дифференциальное уравнение:

$$dy_{14}^1 = \Phi_{14}^1 = \{(q_{13} \oplus \widetilde{d}q_{13}) [(x_{12} \oplus dx_{12}) \vee \vee (x_9 \oplus dx_9)(q_{8,1} \oplus \widetilde{d}q_{8,1})]\} \oplus \overline{y}_{14}^1.$$

Используя данные набора X^1 из таблицы 4, находим:

$$dy_{14}^1 = \Phi_{14}^1 = \overline{d}_1 q_{13} (d_0 x_{12} \vee \overline{d}_1 x_9 \overline{d}_1 q_{8,1}) = 1,$$

где, согласно (I6):

Таблица 3

f_{14}				f_{13}					f_8		f_5			
x_9	x_{12}	$q_{8,1}$	q_{13}	x_7	x_{10}	x_{11}	$q_{5,2}$	$q_{8,2}$	x_6	$q_{5,1}$	x_1	x_2	x_3	x_4
f_{14}	-	1	-	1										
	1	-	1	1	f_{13}	-	1	-	1		f_8	1	-	
						1	-	1	-			f_5	1	-
													-	1
													-	1
\bar{f}_{14}	-	-	-	0	\bar{f}_{13}	-	-	0	-	0	\bar{f}_8	0	0	
	0	0	-	-		0	-	-	0	0		\bar{f}_5	0	0
	-	0	0	-		-	0	0	-	-			-	0
						0	0	-	0	-				

Таблица 4

S	x_I	x_2	x_3	x_4	f_5	x_6	x_7	f_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	f_{13}	f_{14}
I	I	0	I	0	I	0	I	I	I	I	I	0	I	I
2	I	0	I	0	I	0	I	I	0	I	I	I	I	I
3	I	0	I	0	I	0	I	I	0	I	I	0	I	0
4	I	0	I	0	I	0	0	I	I	0	0	I	0	0
5	I	0	I	0	I	0	0	I	I	0	I	I	I	I
6	I	0	I	0	I	0	0	I	I	I	0	I	I	I
7	I	0	0	0	0	0	0	0	I	0	I	I	0	0
8	I	0	0	0	0	0	I	0	I	0	I	I	I	I
9	0	0	I	0	0	0	0	0	I	I	0	I	0	0
10	I	0	0	0	0	I	I	I	I	I	I	0	I	I
11	I	0	0	0	0	0	I	0	I	I	I	0	I	0
12	I	0	0	I	I	0	I	I	I	I	I	0	I	I
13	0	I	0	I	I	0	I	I	I	I	I	0	I	I

$$\begin{aligned}
\bar{d}_1 \bar{q}_{13} &= \bar{d}_1 \bar{q}_{13} \bar{d}_1 \bar{f}_{13}, \\
\bar{d}_1 \bar{f}_{13} &= d f_{13}^{1,1} = \bar{d}_1 \bar{q}_{8,2} \bar{d}_1 x_{10} \vee \bar{d}_1 x_{11} (\bar{d}_1 \bar{q}_{5,2} \vee \bar{d}_1 x_7), \\
\bar{d}_1 \bar{q}_{8,1} &= \bar{d}_1 \bar{q}_{8,1} \bar{d}_1 \bar{f}_8, \\
\bar{d}_1 \bar{q}_{8,2} &= \bar{d}_1 \bar{q}_{8,2} \bar{d}_1 \bar{f}_8, \\
\bar{d}_1 \bar{f}_8 &= d f_8^{1,1} = d_0 x_6 \vee \bar{d}_1 \bar{q}_{5,1}, \\
\bar{d}_1 \bar{q}_{5,1} &= \bar{d}_1 \bar{q}_{5,1} \bar{d}_1 \bar{f}_5, \\
\bar{d}_1 \bar{q}_{5,2} &= \bar{d}_1 \bar{q}_{5,2} \bar{d}_1 \bar{f}_5, \\
\bar{d}_1 \bar{f}_5 &= d f_5^{1,1} = (\bar{d}_1 x_1 \vee d_0 x_2) (\bar{d}_1 x_3 \vee d_0 x_4).
\end{aligned}$$

В таблице 5 функциям Φ_{14}^1 , $d f_{13}^{1,1}$, $d f_8^{1,1}$ и $d f_5^{1,1}$ сопоставлены подтаблицы с адресами соответственно 1, 2, 3 и 4. Элементам этих таблиц, которые соответствуют обобщенным дифференциалам $\bar{d}q$, присвоены необходимые ссылки по названным адресам.

Шаг 2. Обрабатывается набор X^2 , в результате чего находится функция Φ_{14}^2 и соответствующая ей подтаблица с адресом 5. Функции $d f_k^{2,1}$ не отличаются от $d f_k^{1,1}$, поэтому новых подтаблиц в соответствующих секциях f_k ($k = 14, 8, 5$) не появляется.

Шаг 3. Производится умножение $\Phi_{14}^1 \wedge \Phi_{14}^2$, в результате чего находится функция $\Phi_{14}^{(2)}$ и соответствующая ей таблица с адресом 6. Произведения функций $d f_k^{1,1} \wedge d f_k^{1,1}$, необходимые на этом шаге, новой информации не дают.

Шаг 5. Производится умножение $\Phi_{14}^{(2)} \wedge \Phi_{14}^3$, в результате чего находится функция $\Phi_{14}^{(3)}$ и таблица с адресом II. Рассмотрим следующую покомпонентную операцию

$$\bar{0}/2 \wedge 0/8 = \phi/12 = \phi/\phi = \phi,$$

выполняемую при умножении таблиц 6 и 7. Умножение символов $\bar{0}$ и 0 является пустым. Но имеющиеся при символах ссылки приводят к умножению таблиц 2 и 8. Поскольку получаемая таблица I2 также будет пустой, то и рассматриваемая покомпонентная операция дает нулевой результат.

Одновекторная таблица II имеет символы n в столбцах 9 и I2. Это свидетельствует о том, что, согласно утверждению 3, в схеме отсутствуют неисправности в узлах 9, I2, чему соответствует условие

$$\overline{d}x_9 \overline{d}x_{I2} = 1. \quad (27)$$

Соотношение (27) можно далее использовать с целью упрощения функций Φ_{I4}^s , $s = \overline{4, I3}$. Для этого векторы в таблицах покрытия этих функций необходимо умножить на вектор/nn—/.

Шаг 7. В однострочной таблице I7 в столбце I3 обнаруживается элемент $n/I8$. Это свидетельствует о том, что в схеме отсутствует неисправность в узле I3, $\overline{d}q_{I3} = 1$. Однако поскольку таблица I8 не пуста, а об исправности функции f_{I3} ничего не известно, то из этого не следует, что $\overline{d}q_{I3} = 1$, а также не следует дополнительные возможности упрощения функций Φ_{I4}^s , $s = \overline{5, I3}$.

Шаг 8. Построенная на этом шаге таблица 22 имеет символы n в столбце II. Согласно утверждению 4, можем сказать, что в схеме исправна ветвь между узлами II и I4. Полученное соотношение $\overline{d}x_{II} = 1$ можно далее использовать с целью упрощения таблиц, генерируемых на основе наборов X^s , $s = \overline{6, I3}$, в секции f_{I3} таблицы 5.

Шаг I7. После выполнения шага можно дешифровать техническое состояние объекта на основе таблицы 43, а также таблиц 3, 4, 44, 32, 45, 46, найденных по цепочкам ссылок. Переходя к дифференциальным уравнениям, объединим полученный результат, разнесенный по названным таблицам, согласно пункту 7 алгоритма, в виде функции $\Phi_{I4}^{(9)}$. После соответствующих упрощений и перестановок получим:

$$\Phi_{I4}^{(9)} = \psi_1 \wedge \psi_2 = 1,$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \overline{d}x_4 \overline{d}x_3 \overline{d}x_7 \overline{d}x_9 \overline{d}x_{I0} \overline{d}x_{II} \overline{d}x_{I2} \wedge \\ &\quad \wedge \overline{d}q_{5,1} \overline{d}q_{5,7} \overline{d}q_{8,2} \overline{d}q_{I3}, \\ \psi_2 &= \overline{d}_0x_2 \overline{d}_0x_4 \overline{d}_0x_6 (\overline{d}_1x_1 \vee d_0x_2) \overline{d}_1q_{8,1} \wedge \\ &\quad \wedge (d_0x_6 \vee \overline{d}_1q_{5,1} (\overline{d}_1x_1 \vee d_0x_2) (\overline{d}_1x_3 \vee d_0x_4)). \end{aligned}$$

Таблица 5

Шаг	f ₁₄				f ₁₃				f ₈		f ₅				Операции					
№ 5	A	9	I2	8 _I	I3	A	7	IO	II	5 ₂	8 ₂	A	6	5 _I		A	I	2	3	4
I	I	I	o	I	o/3	o/2	o/2	2	o	o	o/4	o/3	3	I	o/4	4	o	o	I	I
2	2	5	I	o	o/3	o/2	o/2													
3	(2)	6	o	I	o/3	o/2	o/2													I, 5→6
4	3	7	1	1	o/9	o/8		8	o	o	o/10	o/9	9	1	o/10	10	o	1	o	1
5	(3)	II	н	н	o/3	o/2		I2	o				I3	o		I4	o			6, 7→II 2, 8→I2 3, 9→I3 4, 10→I4
6	4	I5	н	н		1/16		I6	1	1	o/10	o/9								
7	(4)	I7	н	н	o/3	н/18		I8	o	н	o/4	o/9								II, 15→I7 2, 16→I8
8	5	I9	н	н		o/20		20	I	o	o/4	o/3								
9	(5)	2I	н	н	o/3	н/22		22	I	н	o/4	o/9								17, 19→21 18, 20→22
10	6	23	н	н		o/24		24	o	н	o/3									
11	(6)	25	н	н	o/3	н/26		26	I	н	o/4	o/3								21, 23→25 22, 24→26
12	7	27	н	н		1/28		28	1	н	1/29				29	o	1	1	1	
13	(7)	30	н	н	o/3	н/31		31	1	н	н/32	o/3			32	o	н	1	1	25, 27→30 26, 28→31 4, 29→32
14	8	33	н	н		o/34		34	o	н	I/35				35	o	н	I	I	

Продолжение таблицы 5

Шаг	f ₁₄				f ₁₃				f ₈			f ₅				Операции
	№	5	A	9 I 2 8 I I 3	A	7 I O II 5 ₂ 8 ₂	A	6 5 I	A	I 2 3 4						
15(8)	36	н н	о̄/3	н/37	37	н н н н	32	о̄/3			38	∅			30, 33→36	
16 9	39	н н		7/40	40	н н н		7/4I	4I	7 7/42	42	7 7 н			31, 34→37 32, 35→38	
17(9)	43	н н	о̄/3	н/44	44	н н н н	32	н/45	45	7 н/46	46	н 7 н			36, 39→43	
18 10	47	н н	о̄/49	о̄/48	48	н н н		о/49	49	I/50	50	н н I			37, 40→44 3, 4I→45 4, 42→46	
19(I O)	5I	н н	о̄/53	н/52	52	н н н н	32	н/54	53	I/50	55	н 7 н I			43, 47→5I	
										о̄/4						
20 II	57	н н н н		о/58 7/59	58			∅	59	7 7/60	60	н н 7				
2I(II)	6I	н н н		н/52					62	н н/60	63	∅			5I, 57→6I	
22 I2	64	н н	о̄/66	о̄/65	65	н н н н н н		о̄/66 о̄/67	66	н о̄/67	67	н н н н I н о̄			53, 59→62 50, 60→63	
23(I2)	68	н н н	н/7I	н/69	69	н н н н н н н н	32	н/70 н/54	70	н ∅/55 н н/73	72	н н н			6I, 64→68 52, 65→69 54, 66→70 62, 66→7I	
										7I н н/72	73	н 7 н о̄			32, 67→72 46, 67→73	
24 I3	74	н н	о̄/76	о̄/75	75	н н н		о̄/77 о̄/76	76	н о̄/77	77	н о̄ н н				
25(I3)	78	н н н	н/8I	н/79	79	н н н н н н н н	82	н/80 н/80	80	н н/83	82	н о̄ н н н I н н			68, 74→78 69, 75→79 54, 76→80 70, 76→80 7I, 76→8I 32, 77→82 46, 77→83 73, 77→83 55, 77→84	
										8I н н/77	83	н н н н				
											84	∅				

Здесь ψ_1 объединяет информацию об исправной части схемы, ψ_2 определяет высказывание о подозреваемых неисправностях.

Шаг 25. Рассматриваемый пример выбран так, чтобы исходы эксперимента на всех наборах были правильными. На 25-м шаге, после анализа всех наборов из таблицы 4, выясняется, что, согласно утверждениям 3 и 4, в схеме все неисправности отсутствуют. Номера шагов, на которых сделано суждение об отсутствии неисправностей на тех или других

узлах, перечислены в таблице 6. Следовательно, приведенный пример иллюстрирует также возможность использования предложенного метода для проверки полноты тестовых наборов.

Т а б л и ц а 6

Подсхема	f_{14}	f_{13}	f_8	f_5
Номер узла подсхем	9 I2 8 _I I3	7 IO II 5 ₂ 8 ₂	6 5 _I	I 2 3 4
Шаг	5 5 2I 7	I5 II 9 I3 I7	2I I7	I7 25 I3 23

З а к л ю ч е н и е

Предложенный декомпозиционный метод диагноза технического состояния комбинационных схем заключается в последовательной дешифрации диагностического эксперимента отдельно для некоторым способом декомпонированных подсхем. Полученные частичные решения склеиваются лишь после всех упрощений в конце процедуры. Приведение сложной задачи к некоторому количеству относительно простых задач обеспечивает заметное уменьшение трудоемкости при дешифрации эксперимента.

Задача оптимальной декомпозиции схемы в данной статье не рассматривалась. При уменьшении декомпонированных подсхем уменьшается также трудоемкость при их обработке, но усложняется система ссылок и увеличиваются затраты, связанные с организацией и обработкой ссылок. Минимально необходимая декомпозиция определяется классом рассматриваемых неисправностей.

При представлении схем с памятью в виде итеративной сети комбинационных схем, оказывается возможным расширить область применения предложенного метода также на класс последовательностных схем.

Л и т е р а т у р а

И. Пархоменко П.П. Диагноз технического состояния дискретных устройств методом выделения подозреваемых неисправностей. I. Комбинационные устройства. Устойчивые неисправности. - "Автоматика и телемеханика", 1971, № 6, с. 126-137.

2. B o s s e n, D.C. Cause-Effect Analysis for Multiple Fault Detection in Combinational Networks. - IEEE Trans. on Comp., Vol. C-20, No. 11, pp.1252-1257, 1971.

3. P o a g e, J.F. Derivation of Optimum Tests to Detect Faults in Combinational Circuits. - Proc.Sympos.Math. Theory Automata, New-York, 1962, Brooklyn, N.Y., Polytechn. Press, 1963.

4. Основы технической диагностики. Под ред. П.П. Пархоменко. М., "Энергия", 1976, с. 463.

5. T h a y s e, A., D a v i o, M. Boolean Differential Calculus and Its Application to Switching Theory. - IEEE Trans. on Comp., Vol. C-22, No 4, pp.409-420, 1973.

6. B o s h m a n n, D. Einführung in die strukturelle Automatentheorie. - VEB Verlag Technik, Berlin, S.234, 1975.

7. U b a r, R. Multiple Fault Analysis in Logic Circuits. - IFAC-Symposium on Discrete Systems, Dresten, 1977.

R. Ubar

Dekompositionverfahren zur Fehlerdiagnose in kombinatorischen Schaltungen

Zusammenfassung

Es wird eine neue Methode für die Fehlerdiagnose in kombinatorischen Schaltungen vorgeschlagen. Sie beruht auf dem Boole'schen Differentialkalkül. Dazu wird ein allgemeines mathematisches Modell für beliebige logische Fehler in Form des Differentials sowie zusätzlicher logischer Bedingungen eingeführt. Es wird gezeigt, daß größere Schaltungen mit Hilfe der Dekomposition behandelt werden können.

УДК 681.32

А. Вийлуп

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ ЦВМ

В настоящее время при реализации системы диагностики ЦВМ применяются аппаратные, микропрограммные и программные средства. При проектировании системы диагностики необходимо определить, как и сколько использовать средств разных уровней. Ниже рассматриваются вопросы выбора модели ЦВМ, описания неисправностей на ней и возможности применения этой модели при проектировании системы диагностики однопроцессорной ЦВМ.

Модель ЦВМ. При разработке системы диагностики ЦВМ необходимо использовать модель, которая

- позволяет удобно описывать неисправности;
- отражает иерархическую структуру управления ЦВМ;
- имеет описание одинаковой структурой на разных уровнях модели.

Для описания ЦВМ используем модель [1, 2], согласно которой процесс PS рассматривается как функция от процессора PR , программы P и состояния S , т.е.

$$PS = (PR, P, S).$$

Процессор PR^{i+1} уровня $i+1$, $i = 1, 2, \dots, n$, рассматривается в [2] как функция от процессора PR^i , программы P^i , состояния S^i уровня i , от программы P^{i+1} и состояния S^{i+1} уровня $i+1$,

$$PR^{i+1} = (PR^i, P^i, S^i, P^{i+1}, S^{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

т.е. понятия процесса и процессора совпадают. На основе этой модели и [3, 4] выбираем несколько упрощенную модель

$$PR^{i+1} = (PR^i, P^i, S^i).$$

Представляем модель процессора PR^i ориентированным графом $G^i = (V^i; \Gamma^i)$, где V^i - множество вершин, а Γ^i - отображение $V^i \rightarrow V^i$.

Разделим V на непересекающиеся подмножества $V = ZUAUC$, где Z — множество переменных, A — множество информационных операторов и C — множество управляющих операторов.

Переменные $z \in Z^i$ отражают информационное значение схемных точек ЦВМ на уровне i , т.е. P^i и S^i . Для всех $z \in Z$ справедливо:

$$\Gamma z \in AUCU\phi, \Gamma^{-1}z \in AUGU\phi.$$

Переменные z , не имеющие последователей (предшественников), отражают связь ЦВМ с внешней средой.

Информационные операторы $a \in A^i$ отражают функции преобразования значений Z^i , и приводятся они в действие управляющими операторами $c \in C^i$. Для всех a справедливо:

$$\Gamma a \in Z, \Gamma^{-1}a \in ZUC.$$

Управляющие операторы $c \in C^i$ отражают правило применения информационных операторов как функцию от значений Z^i , т.е. от P^i и S^i . Для всех c справедливо:

$$\Gamma c \in A, \Gamma^{-1}c \in ZU\phi.$$

Случай $\Gamma^{-1}c = \phi$ соответствует жестко фиксированному правилу выбора информационных операторов, например, последовательностью выполнения элементарных функций в логической схеме.

Управляющим словом w называем значение переменных $z \in \Gamma^{-1}c$, а множество всех определенных на процессоре PR^i управляющих слов W^i называем словарем процессора.

Программой $p \in P^i$, где P^i — множество всех программ процессора PR^i , называем любую последовательность слов $w \in W^i$, фиксированных как значения переменных $z \in Z^i$.

Все операторы представляются при помощи двух моделей — функциональной и структурной.

Функциональная модель φ_k^i оператора a_k^i имитирует функцию, выполняемую оператором a_k^i без учета реальных процессов преобразования информации, протекающих в ЦВМ, и предназначена она для повышения скорости моделирования процесса PS^i на уровне i .

Структурная модель ψ_k^i оператора a_k^i описывает функционирование оператора a_k^i как процесса уровня $i-1$,

определяемого программой p_k^{i-1} на процессоре PR^{i-1} .

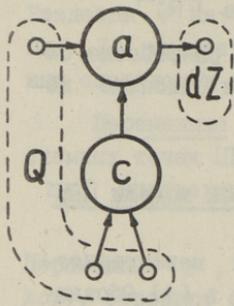
Для применения вышеописанной модели при разработке системы диагностики ЦВМ необходимо определять и описание неисправностей на всех уровнях модели.

Описание неисправностей на многоуровневой модели ЦВМ

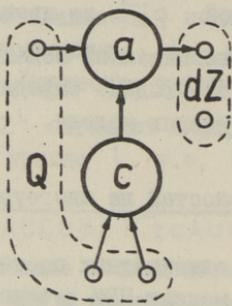
Вопросы описания однократных постоянных неисправностей на многоуровневой модели ЦВМ рассмотрены в [4]. Обозначим, аналогично [4], через dZ_k^i минимальное подмножество значений переменных $z \in Z^i$, искажаемых неисправностью r_k^i , а через Q_k^i — минимальное подмножество значений $z \in Z^i$, необходимых для выявления dZ_k^i . В [4] описание неисправностей рассмотрено в соответствии с компонентами модели ЦВМ такими, как искажение непосредственно значений переменных, искажение функций информационных операторов и искажение функций управляющих операторов (названных интерпретатором в [4]). С целью описания всех однократных постоянных неисправностей в едином виде расширяем условия Q_k^i так, что для любой Q_k^i существует некоторый $w_j^i \in Q_k^i$, т.е. для выявления искажения dZ_k^i необходимо применять оператор a_j^i при определенных дополнительных условиях. Операторами высших уровней невозможно непосредственно задавать всех значений переменным нижних уровней, необходимых для выявления неисправностей физических компонентов на уровне $i > 1$ и, следовательно, в общем случае, неисправность описывается множеством последовательностей пар (Q, dZ) , т.е.

$$r_k^i = \{Q, dZ\}_k^i.$$

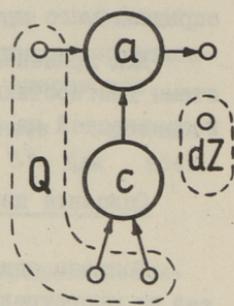
Описание неисправности непосредственно можно найти на уровне логических схем, а описания высших уровней получить итеративно при переводе $r_k^i \rightarrow r_k^{i+1}$ на структурной модели G^{i+1} . По существу перевод описания неисправности с уровня i на уровень $i+1$ является генерированием всех тестов для r_k^i , где проверяемыми объектами являются минимальные части процессора G^i , управляемые средствами уровня $i+1$. В общих чертах перевод $r_k^i \rightarrow r_k^{i+1}$ можно представить алгоритмом А1.



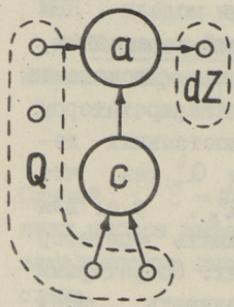
1)



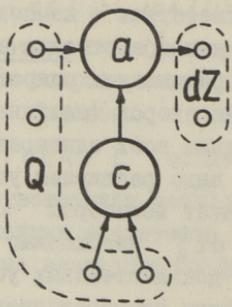
2)



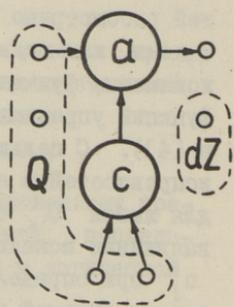
3)



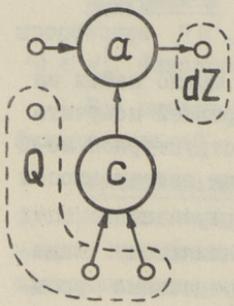
4)



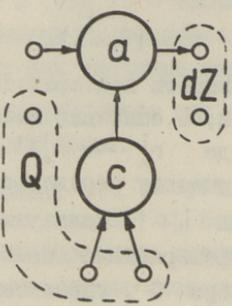
5)



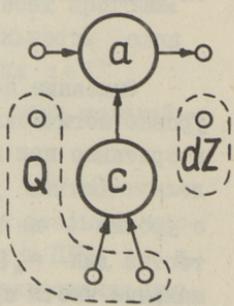
6)



7)

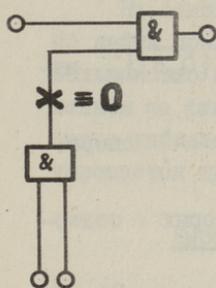


8)

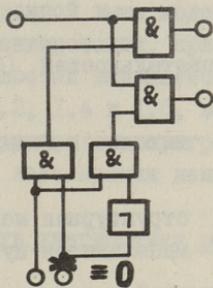


9)

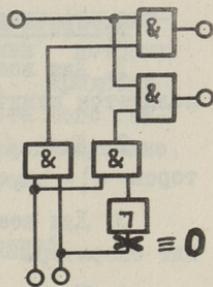
Фиг. 1.



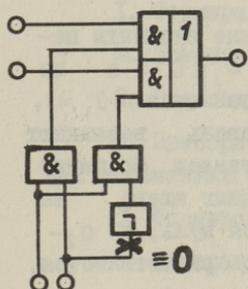
1)



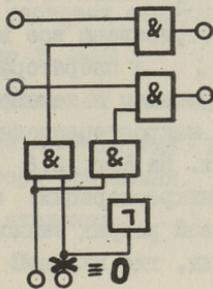
2)



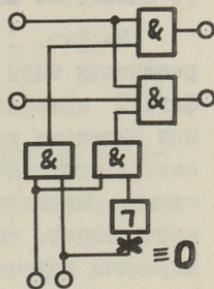
3)



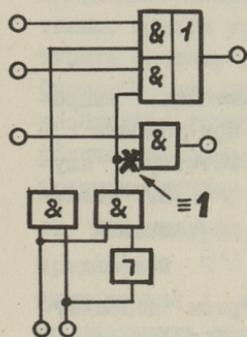
4)



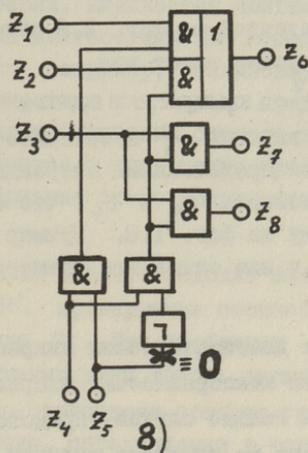
5)



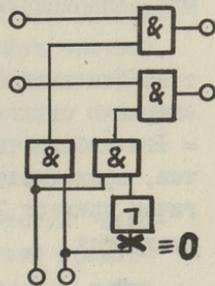
6)



7)



8)



9)

Фиг. 2.

Алгоритм А1.

1. Для всех последовательностей $(Q, \overline{dZ})_k^i \in \{Q, \overline{dZ}\}_k^i$ выполняется пункт 2.

2. Для $(Q, dZ)_k^i$ находится подмножество A_j^i операторов $a_j^i: w_j \in Q_k$.

3. Для всех a_n^{i+1} , структурная модель которых содержит операторы $a^i \in A_j^i$, выполняется пункт 4.

4. На основе структурной модели ψ_n^{i+1} и модели G^i генерируются тесты для $(Q, \overline{dZ})_k^i$, при этом Q^{i+1} формируется из тестовых стимулов $z \in Z^{i+1}$, а dZ^{i+1} - из минимального множества искажений переменных $z \in Z^{i+1}$.

На фиг. 1 проиллюстрированы все возможные варианты пересечения пары $(Q, dZ)_k^i$ и оператора $a_j^i, w_j^i \in Q_k^i$, а на фиг. 2 приведены примеры схем и неисправностей типа $\equiv 0, \equiv 1$, при переводе которых на микрооперационный уровень возникают соответствующие ситуации. На фиг. 2,8 представлен фрагмент схемы, реализующий две микрооперации: a_1 - сдвиг влево на один разряд, где в нулевой разряд записывается ноль, и a_2 - передача другого операнда, где нулевой разряд разветвляется, т.е.

$$a_1: z_6 = z_4, z_7 = 0; \quad w_1: z_4 z_5 = 11$$

$$a_2: z_6 = z_4, z_7 = z_3, z_8 = z_3; \quad w_2: z_4 z_5 = 10.$$

Описание приведенной на фиг. 2.8 неисправности $\equiv 0$ на микрооперационном уровне имеет вид

$$r_1^2 = (z_3, z_4, z_5; dz_7, dz_8),$$

т.е. для выявления влияния r_1^2 необходимо применять микрооперацию сдвига с неопределенными операндами при условии $z_3 = 1$ и наблюдать изменения z_7 и z_8 , что соответствует случаю, представленному на фиг. 1.8. Пример на фиг. 2.7 аналогичен примеру 2.8, а все остальные примеры в комментарии не нуждаются.

При разработке диагностических микропрограмм используются и другие модели неисправности, например в [5, 6], однако в них отражается только случай, представленный на фиг. 1.1. и, следовательно, они не являются полными.

На основе приведенной выше модели неисправности можно найти правила проектирования, при выполнении которых большинство неисправностей выявляется в виде, представленном на фиг. I.1, I.2, I.4 и I.5, в результате чего заметно упрощается структура тестпрограмм и, следовательно, упрощается процедура локализации неисправностей.

Выбор средств диагностики разных уровней

Тестовую проверку можно представить в виде общей структуры, приведенной, например, в [7], согласно которой элементарный цикл проверки состоит из следующих действий:

1. Формирование тестовых стимулов Z_c .
2. Преобразование $Z_c \rightarrow Q$.
3. Выявление реакции dZ объекта.
4. Преобразование $dZ \rightarrow Z_{cp}$, где Z_{cp} - множество входных переменных оператора сравнения.
5. Формирование эталонов Z_e .
6. Сравнение $Z_{cp} \oplus Z_e$.
7. Управление процессом проверки согласно результату сравнения.

Часть процессора $G^i_n \subset G^i$, способную реализовать элементарный цикл проверки, называется диагностическим ядром. В принципе можно для диагностики ЦВМ использовать средства только одного уровня, например, реализовать полную аппаратную систему диагностики или только программную систему. Очевидно, что при проектировании системы диагностики ЦВМ необходимо решать вопрос о том, какие средства и в каком количестве целесообразнее всего использовать в каждом конкретном случае.

Рассмотрим, каким образом находят подмножества неисправностей $R^{i,i} \in R^i$, проверяемые соответственно средствами уровня i в виде R^i . При разбиении $R^i \rightarrow \{R^{i,i}\}$ можно различить ограничения двух типов: ограничения, определяемые непосредственно свойствами средств уровня i и структурой ЦВМ, и ограничения, определяемые в основном экономическими критериями. Ограничениями первого вида являются тре-

бование непрерывности проверки для обнаружения неисправности типа сбоя, требование работоспособности ядра для выполнения тестпрограммы, достигаемость неисправностей ядром. Эти ограничения определяют жестко некоторую часть разбиения, изменить которую можно только изменением структуры самого объекта. Остальную часть неисправностей можно проверять средствами разных уровней и выбор конкретного варианта их определяется стоимостью реализации тестпрограмм, стоимостью затрат времени для проверки и сложностью локализации неисправностей на выбранном уровне.

Учитывая большое количество неисправностей $r \in R^i$, сложность объекта и возможность упрощения типа описания неисправностей на высших уровнях, целесообразно при выборе средств диагностики использовать упрощенный подход, где анализируются не отдельные неисправности уровня $i=1$, а только их подмножества согласно операторам $a \in A^2$, при применении которых эти неисправности можно обнаружить. При таком упрощении можно при выборе средств диагностики использовать алгоритм А2.

Алгоритм А2.

1. На основе вероятности возникновения неисправностей типа сбоя находят подмножество операторов $\{a\}_{сб}$, аппаратурная проверка которых неизбежна, $\{a\}_{сб} \rightarrow R^1$.

2. По G^i находят минимальное ядро $G_{я}^i \subset G^i$, $i=2, n$, состоящее из подмножества операторов $A_{я}^i \subset A^i$.

3. По структурным моделям f_j операторов $a_j \in A_{я}^i$, $i=3, n$ находят множество K^i компонентов ядра G^i . В K^i вносят компоненты всех нижних уровней.

4. По структурной модели G^i с глубиной i находят множество Π^i операторов $a \in A^i$, $i=2, i$, проверяемых ядром $G_{я}^i$.

5. Находят все возможные пересечения $R^{\{i\}}$ множеств Π^i

$$R^{\{i\}} = \prod_{i \in \{i\}} \Pi^i \setminus \cup_{j \notin \{i\}} \Pi^j.$$

6. Для всех $a \in R^{\{i\}}$ выбирают экономически наиболее подходящий уровень проверки a .

7. Исследуются возможности модифицирования процессоров G^i , $i=\overline{1,n}$ с целью минимизации общей стоимости системы диагностики.

Для выполнения пунктов 3, 4, 5 алгоритма А2, можно сравнительно просто составить программы для ЦВМ, но формализовать пункты 1, 2, 6, 7 сложнее. Приведенная выше методика была использована при разработке системы диагностики реальной мини-ЦВМ, в наборе A^2 которой было 93 микрооперации.

Л и т е р а т у р а

1. L a w s o n, H. W. Function Distribution in Computer System Architectures. - Proceedings of 3rd Annual Computer Architecture Symposion. Clearwater, Florida 1976, p.93-97.

2. L a w s o n, H. W. Measuring Complexity in Computer Systems. Linköping University, Sweden, 1976, p.1-28.

3. В и й л у п А. Компилятор иерархической модели ЦВМ. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1976, № 409, с.83-91.

4. В и й л у п А. Модель ЦВМ как объекта диагноза. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1977, № 432, с. 31-36.

5. С и в а ч е н к о П. М., Гуляев В. А. Принципы использования и организации микропрограммного контроля и диагноза в малых ЦВМ - "Управляющие системы и машины", 1975, № I, с. 45-50.

6. R a m a m o o r t h y, G. V., C h a n g, L. C. System Modeling and Testing Procedures for Microdiagnostics. - IEEE Trans. on Comp., Vol. C-21, No 11, 1972, p.1169-1183.

7. П а р х о м е н к о П. П. Основы технической диагностики. М., "Энергия", 1976, 464 с.

Design of a Computer Diagnostic System

Summary

The hardware, microprogram and program level means are used to detect and locate the faults of computer. In this paper a method to determine the level of diagnostic means for a particular fault set is presented.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ СЕТИ ПРИ ДЕКОМПОЗИЦИИ
 НЕПОЛНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННЫХ МИКРОПРОГРАММНЫХ АВТОМАТОВ

1. Введение

Настоящая статья является продолжением работы по декомпозиции микропрограммных автоматов [1], и в ней рассмотрены вопросы, связанные с реализацией заданного неполностью определенного автомата A в виде сети микропрограммных автоматов N . Метод для решения упомянутой задачи для полностью определенных автоматов был предложен в [1] и заключался в следующем. Основой для построения сети N служит множество ортогональных разбиений $P = \{\pi_1, \dots, \pi_m\}$ на множестве состояний автомата. Каждому разбиению π_i из этого множества ставится в соответствие один автомат A_i сети N . Для определения связей автомата A_i с другими автоматами в сети необходимо вычислить максимальное разбиение $M_p(\pi_i)$, образующее с разбиением π_i пару разбиений

$(M_p(\pi_i), \pi_i)$ [2]. При этом для полностью определенного автомата существует единственное такое разбиение $M_p(\pi_i)$. Связи между компонентными автоматами сети, т.е. структура сети, определяются путем построения для каждого автомата A_i множества непосредственно предшествующих ему автоматов $\mathcal{A}_i = \{A_j\}$. Для определения множества \mathcal{A}_i необходимо найти такое подмножество разбиений $P_i \subseteq P$, которое удовлетворяет условию:

$$M_p(\pi_i) \supseteq \prod_{\pi_j \in P_i} \pi_j. \quad (I)$$

Множество P_i может быть выбрано неоднозначно, поэтому среди таких множеств используется множество с минимальным числом элементов. Так как связи каждого автомата в сети определяются по отношению (I) независимо от связей дру-

гих автоматов, то минимизация числа взаимосвязей каждого автомата в целом дает сеть с наименьшим числом связей [5].

При декомпозиции неполностью определенного автомата для каждого разбиения π_i существует не единственное разбиение $M_p(\pi_i)$, а множество несравнимых между собой таких разбиений. Поэтому, используя вышеупомянутый способ для неполностью определенных автоматов, необходимо для каждого максимального разбиения $M_p(\pi_i)$ найти минимальное по числу элементов множество P_i и потом, среди множества всех таких разбиений $\{P_i\}$ найти минимальное множество. Такой путь для неполностью определенных автоматов, особенно если они слабо определены, неэффективен. В настоящей статье предложен более совершенный метод для определения связей в сети автоматов. Для этой цели вводится понятие смешанной пары (φ, π) , в которой первый элемент в паре φ является покрытием, а второй элемент π — разбиением на множестве состояний автомата. В статье доказано, что для определения минимального числа связей в сети автомата можно использовать максимальное покрытие $M_c(\pi)$, образующее с разбиением π смешанную пару $(M_c(\pi), \pi)$, причем максимальное покрытие $M_c(\pi)$ как для полностью, так и для неполностью определенных автоматов определяется единственным образом.

В заключении введения отметим, что при описании микропрограммного автомата будет использован аппарат кубического представления булевых функций [3].

2. Основные определения

Как уже сказано в введении, наше внимание сосредоточено на изучении структурных свойств сети автоматов независимо от того, как будет вырабатываться информация на выходе сети. Ввиду этого, мы немного упростим модель микропрограммного автомата, исключив из него множество выходных сигналов и функцию выходов.

Определение I

Микропрограммный автомат (без выхода) есть тройка

$$A = (S, \{0, 1\}^L, \delta),$$

где S — конечное множество состояний автомата;

$\{0,1\}^l$ — l -мерное булево пространство входов;

$\delta: S \times \{0,1\}^l \rightarrow S$ — функция перехода автомата.

На основе функции δ можно каждому переходу автомата из состояния a_m в состояние a_s поставить в соответствие комплекс 0-кубов (элементов пространства $\{0,1\}^l$) $K^0(a_m, a_s)$ следующим образом [4]:

$$K^0(a_m, a_s) = \{z \mid z \in \{0,1\}^l \wedge \delta(a_m, z) = a_s\}.$$

Как обычно, автомат A называется полностью определенным, если функция переходов δ полностью определена. В этом случае для любого состояния $a_m \in S$ справедливо:

$$K^0(a_m) = \bigcup_{a_s \in S} K^0(a_m, a_s) = \{0,1\}^l.$$

Если автомат неполностью определен, то $K^0(a_m) \subset \{0,1\}^l$.

Обозначим через $K_{dc}^0(a_m)$ комплекс тех 0-кубов, для которых переход из состояния a_m не определен, а через C — безызбыточное покрытие [3] некоторого комплекса K^0 .

Приведем далее необходимые для нас определения, связанные с понятиями пар покрытий и разбиений.

Определение 2

Пусть 2^S — система всех подмножеств множества S . Множество $\{B_1, \dots, B_k\}$, где $B_i \in 2^S$, называется покрытием на множестве S , если

$$(i) \bigcup_i B_i = S,$$

$$(ii) B_i \subseteq B_j \rightarrow B_i = B_j.$$

Покрытие с непересекающимися непустыми блоками называется разбиением. Для разбиений условие (ii) заменяется более сильным условием:

$$(iii) B_i \neq B_j \rightarrow B_i \cap B_j = \emptyset.$$

Определение 3

Два покрытия φ и φ' на множестве состояний автомата образуют пару покрытий (φ, φ') [2], если только для любых $B \in \varphi$ и $z \in \{0,1\}^l$ найдется $B' \in \varphi'$ такое, что

$$\delta(B, z) \subseteq B'. \quad (2)$$

Если в условии (2) функция δ не определена на некоторых парах (a, z) , т.е. автомат A неполностью определен, то пара (φ, φ') называется слабой парой покрытий.

Аналогично определению 3 вводится понятие пары и слабой пары разбиений (π, π') .

Максимальное покрытие, образующее с заданным покрытием пару покрытий, обозначим через $M_c(\varphi)$; таким же образом обозначим $M_p(\pi)$ — максимальное разбиение, образующее пару разбиений с заданным разбиением π . Для полностью определенных автоматов $M_c(\varphi)$ и $M_p(\pi)$ определяются однозначно. Если же автомат неполностью определенный, то для фиксированного разбиения π существует множество слабых пар разбиений $\{(M_p(\pi), \pi)\}$ с различными, несравнимыми между собой первыми компонентами. Такое положение обусловлено различными интерпретациями неопределенных переходов в автомате A . Как доказано в [2], даже для неполностью определенных автоматов сохраняется единственность максимального покрытия $M_c(\pi)$. И, наконец, введем понятие смешанной пары.

Определение 4

Покрытие φ и разбиение π на множестве состояний автомата образуют смешанную пару (φ, π) , если только и для любых $B \in \varphi$ и $z \in \{0, 1\}^l$ найдется $B' \in \pi$ такое, что выполняется условие (2). Так как смешанная пара является частным случаем пары покрытий, то и для разбиения π в смешанной паре существует единственное максимальное покрытие $M_c(\pi)$.

3. Способ определения структуры сети

Основой для определения структуры сети является приведенное в введении соотношение (I). Мы уже говорили, что при декомпозиции неполностью определенного автомата не целесообразно исходить из слабых пар разбиений $\{(M_p(\pi), \pi)\}$. В то же время, для этой цели не подходит и пара покрытий $(M_c(\varphi), \varphi)$ ввиду того, что в этом случае, как показано в [2], соотношение, аналогичное (I), не может быть принято за основу определения структуры сети. Смешанная пара $(M_c(\pi), \pi)$ обладает одновременно обоими этими достоинствами: она единственна, и по соотношению, аналогичному (I), может быть определена структура сети. Для доказательства последнего покажем справедливость следующей леммы.

Лемма:

Пусть π и τ некоторые разбиения на множестве состояний S . Тогда

- 1) $M_p(\pi) \geq \tau \rightarrow M_c(\pi) \geq \tau$,
- 2) $M_c(\pi) \geq \tau \rightarrow (\exists M_p(\pi)) \geq \tau$. (3)

Доказательство:

Первое утверждение не вызывает сомнений, так как всегда выполняется соотношение $M_c(\pi) \geq M_p(\pi)$. Для доказательства второго утверждения заметим, что любое разбиение τ , удовлетворяющее (3), образует с разбиением π слабую пару разбиений (τ, π) . Предположим теперь, что следствие в выражении (3) не выполнено, т.е. не найдется ни одного максимального разбиения $M_p(\pi)$, большего или равного τ . Но такое предположение противоречит максимальнойности разбиений $M_p(\pi)$ и наше предположение не верно. Этим лемма доказана.

Учитывая соотношение (I), из леммы непосредственно следует справедливость следующей теоремы:

Теорема:

Множество автоматов $\mathcal{A}_i = \{A_j\}$ непосредственно предшествует в сети автомату A_i , если можно выбрать множество разбиений $P_i = \{\pi_j\} \in P$, удовлетворяющее условию:

$$M_c(\pi_i) \geq \prod_{\pi_j \in P_i} \pi_j. \quad (4)$$

Таким образом, построение сети с минимальным числом связей сводится к вычислению для каждого разбиения $\pi_i \in P$ максимального покрытия $M_c(\pi)$ и определения множества $P_{i \min}$ с минимальным числом элементов, удовлетворяющего условию (4).

4. Вычисление покрытия $M_c(\pi)$.

Центральной задачей при определении структуры сети является вычисление максимального покрытия $M_c(\pi)$, образующего с разбиением π смешанную пару $(M_c(\pi), \pi)$. Известно, что с любым покрытием φ на множестве связано отношение толерантности ψ на этом множестве, классы толерантности ко-

торого и образуют блоки покрытия φ . В настоящем пункте мы покажем, как для микропрограммного автомата задать отношение толерантности, определяющее покрытие $M_c(\pi)$.

Введем вспомогательную функцию $F_\pi: S \times \{0,1\}^l \rightarrow \pi$, определенную следующим образом:

$$F_\pi(a, z) = B, \text{ если } \delta(a, z) \in B,$$

где $B \in \pi, a \in S$ и $z \in \{0,1\}^l$.

Зададим теперь на множестве S отношение ψ^1 :

$$a_\delta \psi a_m \iff \forall z \in \{0,1\}^l [F_\pi(a_\delta, z) = F_\pi(a_m, z) \vee \\ F_\pi(a_\delta, z) = d.c. \vee F_\pi(a_m, z) = d.c.].$$

Нетрудно заметить, что так определенное отношение ψ обладает свойствами рефлексивности и симметричности, т.е. является отношением толерантности. Из определения 4 непосредственно следует, что фактор-множество S/ψ отношения ψ является покрытием $M_c(\pi)$. Однако в случае микропрограммных автоматов определение отношения ψ по (5) является очень трудоемким из-за большой мощности входного множества $\{0,1\}^l$. Поэтому мы предложили метод определения отношения ψ , в котором учитывается представление микропрограммного автомата с помощью множества комплексов $\{C(a_m, a_\delta) \mid a_m, a_\delta \in S\}$. Каждой паре $(a, B) \in S \times \pi_i$ ставим в соответствие комплекс 0-кубов

$$K^0(a, B) = \{z \mid z \in \{0,1\}^l \wedge F_{\pi_i}(a, z) = B\}.$$

Так как $K^0(a, B) = \bigcup_{a_\delta \in B} K^0(a, a_\delta)$, то $C(a, B) = \bigcup_{a_\delta \in B} C(a, a_\delta)$.

Теперь нетрудно убедиться в том, что отношение ψ можно определить следующим образом:

$$a_\delta \psi a_m \iff (\forall B \in \pi_i) [C(a_\delta, B) \approx C(a_m, B)],$$

где " \approx " — слабая эквивалентность комплексов, определяемая следующим образом:

$$C' \approx C'' \iff K^0(C') \subseteq K^0(C'') \cup K_{d.c.}^0(C'') \wedge K^0(C'') \subseteq K^0(C') \cup K_{d.c.}^0(C').$$

Нетрудно заметить, что $C' \approx C'' \iff C' \cap \bar{C}'' = \emptyset \wedge \bar{C}' \cap C'' = \emptyset$.

1) Через d.c. обозначим неопределенное значение функции F_π .

где \bar{C} - безызбыточное покрытие подмножества $\{0,1\}^L \setminus (K^0(C) \cup K_{d,c}^0(C))$.

Тем самым, для практического вычисления отношения ψ пользуемся следующим соотношением:

$$a_s \psi a_m \leftrightarrow (\forall V \in \pi_i) [C(a_s, V) \cap \bar{C}(a_m, V) = \bar{C}(a_s, V) \cap C(a_m, V) = \emptyset].$$

Теперь можно сформулировать алгоритм определения множества O_i следующим образом:

Алгоритм I. Шаг 1. Определить отношение ψ .

Шаг 2. $M_c(\pi_i) = S/\psi$.

Шаг 3. Найти множество $P_{i \min}$, которое и определяет множество O_i .

Пример: Рассмотрим декомпозицию микропрограммного автомата A , заданного в таблице I по множеству разбиений $\pi_1 = \{1, 2, 3, 4; \overline{5, 6}\} = \{b_1, b_2\}$, $\pi_2 = \{1, 2, 5, 6; \overline{3, 4}\}$, $\pi_3 = \{1, 3, 5; \overline{2, 4, 6}\}$.

Очевидно, что $\pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \pi_3 = 0$.

Т а б л и ц а I

Исходное состояние a_m	Состояние перехода a_s	Входной сигнал $C(a_m, a_s)$			
		x_1	x_2	x_3	x_4
1	5	ж	х	1	0
	5	0	х	1	1
	1	1	1	0	1
	6	0	1	0	х
	2	1	1	0	0
2	4	х	1	0	х
	5	х	х	1	0
	6	х	х	1	1
3	1	0	х	0	х
	5	1	х	1	х
4	1	0	0	0	х
	4	0	1	0	х
	6	1	х	1	х
5	1	1	0	0	х
	3	0	0	0	х
	5	1	1	0	х
6	2	х	0	0	х
	6	1	1	0	х

Функции $\{C(a_m, B_\delta) \mid a_m \in S; B_\delta \in \pi_1\}$ представлены в таблице 2.

Т а б л и ц а 2

Исходное состояние a_m	Блок пере-хода B_δ	Входной сигнал $C(a_m, B_\delta)$			
		x	x	I	x
1	b_2	x	x	I	x
	b_1	x	I	0	x
2	b_1	x	I	0	x
	b_2	x	x	I	x
3	b_1	0	x	0	x
	b_2	I	x	I	x
4	b_1	0	x	0	x
	b_2	I	x	I	x
5	b_1	x	0	0	x
	b_2	I	I	0	x
6	b_1	x	0	0	x
	b_2	I	I	0	x

Непосредственно из этой таблицы получим: $\Psi = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6)\}$.

Действительно, $C(1, b_2) \cap \bar{C}(3, b_2) = x x \{x \cap 0 x 0 x = \emptyset$

и $\bar{C}(1, b_2) \cap C(3, b_2) = x 1 0 x \cap 1 x \{x = \emptyset$, аналогично

$C(1, b_1) \cap \bar{C}(3, b_1) = \bar{C}(1, b_1) \cap C(3, b_1) = \emptyset$ и поэтому $(1,3) \in \Psi$ и т.д.

Граф G_Ψ приведен на фиг. 1. Нетрудно видеть, что $M_c(\pi_1) = \{1, 2, 3, 4; \overline{3, 4, 5, 6}\}$. Так как $\pi_1 \in M_c(\pi_1)$, то $P_1 = \{\pi_2\}$. Отметим, что в данном случае $\{M_p(\pi_1) = \{\overline{1, 2, 3, 4}; \overline{5, 6}\}, \{\overline{1, 2}; \overline{3, 4, 5, 6}\}, \{\overline{1, 2, 4}; \overline{3, 5, 6}\}, \{\overline{1, 2, 3}; \overline{4, 5, 6}\}\} = \{\pi_1', \pi_1'', \pi_1''', \pi_1'''\}$, причем $\pi_1 \cdot \pi_2 \in \pi_1''$, $\pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \pi_3 \in \pi_1'''$, $\pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \pi_3 \in \pi_1''''$.

Другими словами, разбиения $\pi_1'', \pi_1''', \pi_1''''$ не определяют минимального множества компонентных автоматов, от которых зависит функционирование компонентного автомата A_1 .

В заключение отметим, что метод декомпозиции, основанный на слабых смешанных парах, является обобщением метода декомпозиции полностью определенных автоматов, так как для полностью определенных автоматов справедливо: $M_c(\pi) = M_p(\pi)$.

Л и т е р а т у р а

1. J a k o b s o n, G., K e e v a l l i k, A.,
L e i s, P. Some Aspects of the Construction of the MPA Networks. - IFAC-Symposium on Discrete Systems, Vol. 1. Dresten, 1977, pp. 120-128.

2. H a r t m a n i s, J., S t e a r n s R.E. Algebraic Structure Theory of Sequential Machines. Prentice Hall, Inc., N.J., 1966 p.211.

3. М и л л е р Р. Теория переключательных схем, т. I. М., "Наука", 1970, 416 с.

4. Б а р а н о в С.Н. Синтез микропрограммных автоматов. Л., "Энергия", 1974, 216 с.

5. Я к о б с о н Г.Э., К е е в а л л и к А.Э. Метод сокращения числа связей в сети автоматов. - Сб. НИИТЭЗ им. М.И.Калинина "Проблемное ориентирование средств машинного проектирования", Таллин, 1974, с. 103-109.

P. Leis

Determination of the Structure in Incompletely Specified Microprogram Automata Networks

Summary

In this paper the method for the decomposition of incompletely specified microprogram automata is considered. A concept of mixed pairs on the state set is introduced for the determination of the network with minimal number connections.

А. Кийтам

К АНАЛИЗУ МОДЕЛЕЙ ОДНОГО КЛАССА МНОГОСТАДИЙНЫХ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ ВЕРОЯТНОСТНОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. Введение

Рассматриваем многостадийный технологический процесс (ТП) производства изделий одинаковой конструкции с применением группового способа обработки и наличием контроля качества полуфабрикатов между отдельными стадиями ТП. Ввиду стохастичности ТП в ряде случаев возникает существенный разброс параметров, определяющих качество полуфабрикатов. Одним из основных способов уменьшения разброса является выбор соответствующего компенсирующего режима для последующих стадий ТП [1]. Ввиду группового характера обработки нельзя (или нецелесообразно) выбирать режим отдельно для каждого полуфабриката, но можно выбирать режим для некоторой группы полуфабрикатов. Ясно, что при образовании более однородных исходных групп можно добиться и большей однородности выходных групп. Однако уменьшение интервала однородности исходных групп ведет к увеличению заделов полуфабрикатов между стадиями и возрастанию затрат на их хранение. Таким образом, возникает задача сравнения (возможно, оптимизации) различных алгоритмов комплектации (АК) единиц групповой обработки. Во многих случаях эту задачу целесообразно решать с помощью вероятностной модели ТП. При построении модели естественным является ее декомпозиция согласно многостадийной структуре ТП [2]. Так как вследствие комплектации возникает необходимость оперирования со сложными распределениями (усеченными и вновь объединенными), то при анализе различных алгоритмов возникает необходимость вычисления сложных интегралов и, следовательно

но, здесь часто целесообразно применять метод вероятностного моделирования (имитацию).

В настоящей статье рассматриваем некоторые вопросы, связанные с анализом АК по количественному скалярному признаку.

2. Модель

Рассмотрим некоторую точку ТП, куда поступают обработанные на участке I группы полуфабрикатов с объемом n_1 . Пусть y — контролируемый в этой точке ТП количественный скалярный случайный параметр, по которому происходит комплектация в группы, и Ω — область изменения y . Предположим, что y образуется по схеме аддитивного сложения помех групповой обработки [3]:

$$y_{ij} = \mu_y + \varepsilon_i + \xi_{ij}, \quad (I)$$

где μ_y — среднее значение y ;
 ε — межгрупповая составляющая помехи;
 ξ — внутригрупповая составляющая помехи;
 i — индекс обрабатываемой группы ($i = \overline{1, 2, \dots}$);
 j — индекс полуфабриката в группе ($j = \overline{1, n_1}$).



Фиг. 1. Схема модели.

Накопленная в рассматриваемой точке ТП совокупность полуфабрикатов с некоторым объемом n разбивается на m групп, которые обрабатываются по различным технологическим режимам x_t , $t = \overline{1, m}$. Любой АК состоит, следовательно, из следующих двух частей:

- алгоритм разбиения исходной совокупности на группы;
- алгоритм выбора x_t для t -й группы.

В зависимости от применяемых алгоритмов разбиения совокупности и выбора x_t получаются различные АК, которые можно классифицировать по различным признакам (по признаку классификации, по типу расстояния между полуфабрикатами, по фиксированности разбиения Ω , по правилам перемешивания групп, по критериям и статистикам для выбора x_t и т.д.). Ограничиваемся здесь рассмотрением одного из простейших алгоритмов комплектации: АК с фиксированным разбиением Ω вместе с фиксированным режимом обработки для каждой группы. АК задается следующими правилами:

1. На Ω фиксируется разбиение $\{\Omega_t\}$, $t = \overline{1, m}$; т.е.

$$\bigcup_{t=1}^m \Omega_t = \Omega \text{ и } \Omega_t \cap \Omega_s = \emptyset, 1 \leq t < s \leq m < \infty.$$

2. Если в области Ω_t накопилось n_2 полуфабрикатов, то они объединяются в группу и обрабатываются на участке 2 по заранее фиксированному режиму x_t , (т.е. x_t не зависит от значений $y_{ij} \in \Omega_t$). Оставшиеся полуфабрикаты образуют задел; n_2 — фиксированное число.

Целью выбора x_t является уменьшение разброса некоторого параметра w , связанного с y соотношением

$$w = z + \eta, \quad z = f(x, y), \quad (2)$$

где $f(x, y)$ — некоторая детерминированная функция;
 η — приведенная к w помеха в стохастической зависимости w от y .

Если здесь y обозначает выходной параметр k -й стадии, то w может быть выходным параметром ТП или параметром состояния [2] после некоторой $(k+l)$ -й стадии, в частности, следующей ($l = 1$) или последней стадии; η тогда отражает стохастичность проведения следующих стадий и измерительных операций.

Предположим, что ε , ξ и η независимы в совокупности, имеют нулевые средние $\mu_\varepsilon = \mu_\xi = \mu_\eta = 0$ и дисперсии σ_ε^2 , σ_ξ^2 и σ_η^2 . Пусть $p_y(y)$ и $\sigma_y^2 = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\xi^2$ обозначают плотность и дисперсию y , а π_t , p_t , μ_t и σ_t^2 — соответственно вероятность попадания y в Ω_t , плотность, среднее и дисперсию для $y \in \Omega_t$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \pi_t &= \int_{\Omega_t} p_y(y) dy > 0, \quad \mu_t = \frac{1}{\pi_t} \int_{\Omega_t} y p_y(y) dy, \\ \sigma_t^2 &= \frac{1}{\pi_t} \int_{\Omega_t} (y - \mu_t)^2 p_y(y) dy. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Соответственно для z имеем при $y \in \Omega_t$

$$\left. \begin{aligned} \mu_t(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} z p_t(z) dz = \frac{1}{\pi_t} \int_{\Omega_t} f(x_t, y) p_y(y) dy, \\ \sigma_t^2(z) &= \frac{1}{\pi_t} \int_{\Omega_t} [f(x_t, y) - \mu_t(z)]^2 p_y(y) dy, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и если $f(x_t, y)$ монотонная по y , то плотность $p_t(z)$ равна

$$p_t(z) = \frac{1}{\pi_t} p_y [f^{-1}(x_t, z)] \cdot \left| \frac{\partial f^{-1}(x_t, z)}{\partial z} \right|, \quad (5)$$

где $f^{-1}(x_t, z)$ — функция, обратная по y функции $f(x_t, y)$.
Теперь

$$\left. \begin{aligned} p_z(z) &= \sum_{t=1}^m \pi_t p_t(z), \\ \mu_z &= \int_{-\infty}^{\infty} z p_z(z) dz = \sum_{t=1}^m \pi_t \mu_t(z) = \sum_{t=1}^m \int_{\Omega_t} f(x_t, y) p_y(y) dy, \\ \sigma_z^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (z - \mu_z)^2 p_z(z) dz = \sum_{t=1}^m \pi_t \{ \sigma_t^2(z) + [\mu_t(z) - \mu_z]^2 \}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Выбор разбиения $\{\Omega_t\}$ и режимов x_t осуществляется согласно критериям комплектации. Если $f(x, y)$ монотонна по y , то разбиение $\{\Omega_t\}$ дается последовательностью точек $-\infty = y_0 < y_1 < \dots < y_{m-1} < y_m = \infty$. В качестве критериев могут применяться, например, следующие:

а) минимизация квадратичной функции потерь

$$V = \int_{-\infty}^{\infty} (z - z_0)^2 p_z(z) dz = \sum_{t=1}^m \pi_t \{ \sigma_t^2(z) + [\mu_t(z) - z_0]^2 \}, \quad (7)$$

где $z_0 = w_0$ — центр настройки ТП по w ;

б) максимизация вероятности попадания Z или w в заданный допуск (z_1, z_2) или (w_1, w_2) ;

в) принадлежность всех значений Z в заданный интервал $z_1 \leq Z \leq z_2, z_1 < z_2$.

3. Эффективность комплектации

Рассмотрим теперь определение эффективности комплектации, исходя из стоимостных показателей ТП. Если считать, что параметр γ всегда измеряется, то затраты на измерение γ можно исключить из рассмотрения. Основным компонентом расходов тогда будут затраты на хранение полуфабрикатов. Обозначим затраты на хранение одного полуфабриката в течение одного цикла производства через s_0 (под циклом производства понимаем здесь среднее время между выпуском группы с объемом n_2). Тогда затраты на хранение полуфабрикатов в течение одного цикла будут

$$z = s_0 \sum_{t=1}^m a_t, \quad (8)$$

где a_t — средний объем задела для Ω_t .

Если предположить, что скомплектованная группа (с объемом n_2) без ожидания направляется на обработку, то a_t определяется накоплением полуфабрикатов в Ω_t . Обозначим через n_t число полуфабрикатов, попавших в Ω_t с момента запуска ТП (т.е. с момента $n_t = 0$), и через l_t — объем остатка (т.е. $l_t = n_t - j \cdot n_2$, где $j \cdot n_2 \leq n_t < (j+1)n_2$). Тогда a_t равно среднему значению l_t : $a_t = \mu(l_t)$. Так как распределение n_t как предел биномиального распределения можно аппроксимировать нормальным распределением со средним $\pi_t n_1 k$ и дисперсией $\pi_t (1 - \pi_t) n_1 k$, где k — число обработанных групп, то для любого j при $0 \leq j \leq n_2 - 1$ получим для $0 < \pi_t < 1$

$$\begin{aligned} P^*(l_t=j) &= \lim_{k \rightarrow \infty} P(n_t=j) = \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^{k-1} \binom{k n_2}{i n_2 + j} \cdot \pi_t^{i n_2 + j} \cdot (1 - \pi_t)^{k n_2 - i n_2 - j} = \end{aligned}$$

$$= \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{k-1} \varphi \left[\frac{i n_2 + j - \pi_t n_1 k}{\sqrt{\pi_t (1 - \pi_t) n_1 k}} \right] = \frac{1}{n_2},$$

где $\varphi(t) = \exp(-t^2/2) / \sqrt{2\pi}$.

Таким образом, средний объем остатка не зависит от n_1 и π_t и равняется:

$$a_t = \mu(l_t) = \sum_{j=0}^{n_2-1} j \cdot P^*(l_t = j) = \frac{n_2-1}{2}. \quad (9)$$

Следовательно, при сделанных предположениях затраты на хранение полуфабрикатов в течение одного цикла производства равны

$$s_m = s_0 m (n_2 - 1) / 2. \quad (10)$$

Так как комплектация проводится с целью уменьшения разброса w , то критерий эффективности комплектации должен отражать возможности воздействия на распределение w и дается как некоторый функционал от распределения w [4].

Рассмотрим случай, когда изделия считаются дефектными при их попадании за пределы допуска $w_1 \leq w \leq w_2$; тогда доход от комплектации в течение одного цикла производства выражается в виде

$$\left. \begin{aligned} u_m &= n_2 u_0 [P_m(w_1 \leq w \leq w_2) - P_1(w_1 \leq w \leq w_2)] = n_2 u_0 \Delta P_m, \\ P_m(w_1 \leq w \leq w_2) &= \int_{w_1}^{w_2} p_m(w) dw, \quad m \geq 1, \end{aligned} \right\} \quad (II)$$

где u_0 - доход от реализации одного изделия;

$p_m(w)$ - плотность распределения w при числе областей m ;

$P_1(w_1 \leq w \leq w_2)$ - вероятность попадания в допуск при отсутствии комплектации (т.е. при $m = 1$).

С учетом (10) и (II) эффективность комплектации теперь выражается в виде

$$q_m = u_m - (s_m - s_1) = u_0 n_2 \Delta P_m - s_0 (m-1)(n_2-1)/2. \quad (12)$$

Комплектация полезна, если $q_m > q_1 = 0$. Число областей, при котором q_m достигает максимума, является оптимальным.

4. Аппроксимация зависимости $p_m(z)$ от m

(при $m \rightarrow \infty$)

Закон распределения $p_m(z)$ образуется как результат объединения нескольких усеченных распределений $p_t(z)$. Следовательно, $p_m(z)$ и $p_m(w)$ имеют сложный вид, и для расчета ΔP_m в (I2) может оказаться целесообразным применение метода вероятностного моделирования. В таком случае при планировании и обработке имитационных экспериментов полезно знать приближенный вид зависимости ΔP_m от m . Далее рассматриваем возможности аппроксимации зависимости ΔP_m от m , ограничиваясь рассмотрением модели вида

$$z = f(x, y) = \psi^{-1}(b_0 + b_1 x + b_2 y), \quad \psi(z) = b_0 + b_1 x + b_2 y, \quad (I3)$$

где $\psi(\cdot)$ — некоторая монотонная функция;

b_0, b_1, b_2 — постоянные.

Предположим, что $p_y(y)$ равняется нулю вне интервала

(y_0, y_m) , $-\infty < y_0 < y_m < \infty$ и области Ω_t определяются как равнодлинные отрезки (y_{t-1}, y_t) ; $y_t - y_{t-1} = h = (y_m - y_0)/m$.

Границы y_0 и y_m могут быть пределами допуска по y (пределами предварительной браковки по y). Если модель (I3), монотонно возрастающая по y и x_t , определяется по формуле

$$x_t = \frac{1}{b_1} [\psi(z_t) - b_0 - b_2 y_{t-1}], \quad t = \overline{1, m} \quad (I4)$$

вместе с $z_2 = \psi^{-1}[\psi(z_1) + b_2 h]$, $\psi(z_2) - \psi(z_1) = (y_m - y_0) b_2 / m$,

то плотность $p_z(z)$ равна нулю вне интервала (z_1, z_2) .

Для $z_1 \leq z \leq z_2$ на основе (5) и (6) получим

$$p_z(z) = \sum_{t=1}^m p_y \left[\frac{\psi(z) - b_0 - b_1 x_t}{b_2} \right] \cdot \frac{1}{b_2} |\psi'(z)|, \quad (I5)$$

где $\psi'(z) = \frac{d\psi(z)}{dz}$.

При $m \rightarrow \infty$ получим теперь $z_2 - z_1 \rightarrow 0$, $\psi(z_2) - \psi(z_1) \rightarrow 0$, $h \rightarrow 0$

и, следовательно, для $z_1 \leq z \leq z_2$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} p_z(z) = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^m p_y [y_{t-1} + h\theta] \frac{1}{b_2} |\psi'(z)|,$$

где $0 \leq \theta = [\psi(z) - \psi(z_1)] / b_2 \leq 1$. Отсюда

$$\begin{aligned} p_\infty(z) &= \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{t=1}^m h p_y [y_{t-1} + h\theta] \cdot |\psi'(z)| \frac{1}{b_2 h} = \\ &= \frac{1}{b_2 h} |\psi'(z)| \int_{y_0}^{y_m} p_y(y) dy = \frac{1}{b_2 h} |\psi'(z)|. \end{aligned}$$

С учетом $h = (y_m - y_0) / m$ получим теперь (δ - постоянная)

$$p_\infty(z) = \lim_{m \rightarrow \infty} p_z(z) = \frac{m}{b_2(y_m - y_0)} |\psi'(z)| = \delta m |\psi'(z)|. \quad (I6)$$

Следовательно, для модели (I3) вместе с (I5) форма плотности $p_\infty(z)$ определяется формой функции $\psi(z)$ и не зависит от формы $p_y(y)$; при этом величина $\psi(z)$ распределена в асимптотике $m \rightarrow \infty$ равномерно на отрезке $[\psi(z_1), \psi(z_2)]$. Следовательно, если модель $z = f(x, y)$ на отрезке $[y_0, y_m]$ хорошо аппроксимируется линейной моделью $z = b_0 + b_1 x + b_2 y$, то при достаточно большом числе областей распределение z можно аппроксимировать равномерным распределением. Относительно практической ценности (I6) отметим следующее:

1. Для большинства практических случаев хорошая аппроксимация распределения $\psi(z)$ равномерным распределением достигается при достаточно малом m ; так, для унимодальных распределений часто достаточно $m = 4 \dots 6$. При этом аппроксимация тем лучше, чем ближе распределение $p_y(y)$ к равномерному. Если y распределена по равномерному закону, то (I6) является точным и при конечных m .

2. Для практических целей аппроксимация (I6) часто применима и при $P(y_0 \leq y \leq y_m) = 1 - \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ достаточно малая вероятность и $\varepsilon \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$ (т.е. для распределений с $p_y(y) > 0$ на бесконечном интервале).

3. (I6) остается в силе, если в (I3) $b_0 = \varphi_0(x)$, $b_1 =$

$= \varphi_1(x)$ — произвольные функции от x , а x_t и y_t определяются так, чтобы

$$\psi(z_1) = b_0(x_t) + b_1(x_t) y_{t-1},$$

$$\psi(z_2) = b_0(x_t) + b_1(x_t) y_t, \quad t = \overline{1, m};$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \max_t \pi_t = 0.$$

С учетом выражения дисперсии равномерного распределения на основе (I6) получим теперь, что при $m \rightarrow \infty$

$$\sigma_m^2[\psi(z)] = \frac{(y_m - y_0)^2 b_2^2}{12} \cdot \frac{1}{m^2}. \quad (I7)$$

Следовательно, зависимость $\sigma_m^2(w)$ от m можно при $\mu_m(z) = \mu_1(z)$ для больших m аппроксимировать моделью

$$\sigma_m^2(w) = \sigma_m^2(z) + \sigma_\eta^2 = \frac{1}{m^2} \sigma_1^2 + \sigma_0^2, \quad (I8)$$

где σ_0^2 и σ_1^2 идентифицируются по результатам имитационных экспериментов.

Распределение w выражается в виде композиции распределений z и η . В частности, если $z = b_0 + b_1 x + b_2 y$ и $\eta \sim N(0, \sigma_\eta^2)$, то применением формулы функции распределения для композиции нормального и равномерного закона получим при симметричном относительно центра распределения допуске (w_1, w_2) для (II) формулу

$$P_m = 2\Phi\{\Phi^{-1}[(P_1+1)/2]/\sqrt{q}\} - 1, \quad (I9)$$

$$\text{где } q = \frac{m^2 + \tau_1^2 - m^2 \tau_1^2}{m^2 [m^2 + \tau_1^2 (1 - m^2)]}, \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-\frac{t^2}{2}) dt,$$

а $\tau_1^2 = \sigma_1^2(z) / [\sigma_1^2(z) + \sigma_\eta^2]$ — доля дисперсии $\sigma_1^2(z)$ в общей дисперсии $\sigma_1^2(w)$. Если P_m не слишком близкие, то P_1 и τ_1 можно оценить на основе имитационных экспериментов.

Таким образом, аппроксимирующие выражения (I8) и (I9) можно использовать при оптимизации m по (I2). Однако их применимость при небольших m и отклонениях от сделанных

относительно модели предпосылок требует перед применением специальной проверки; как выше было сказано, соответствующие расчеты чаще целесообразно проводить методом вероятностного моделирования.

5. Максимизация эффективности имитации

Рассмотрим теперь одну возможность оптимизации вычислений по модели (1), (2) для АК с фиксированным разбиением $\{\Omega_t\}$ вместе с фиксированным режимом для каждой области Ω_t . Предположим для определенности, что рассчитываемым функционалом является безусловное среднее $\mu(w)$ и его оценкой среднее выборки \bar{w} . Пусть $t_\varepsilon, t_\xi, t_\eta$ и t_f обозначают время имитации ε, ξ и η и время расчета по модели $z = f(x, y)$ соответственно; оставшееся машинное время (на суммирование, выбор x_t и т.п.) будем здесь считать пренебрежимо малым. Эффективность некоторой схемы расчета $\mu(w)$ определим следующим образом [5]:

$$e = [\sigma^2(\bar{w}) \cdot t(\bar{w})]^{-1} \rightarrow \max, \quad (20)$$

где $\sigma^2(\bar{w})$ - дисперсия \bar{w} ;
 $t(w)$ - время вычисления \bar{w} .

При простейшей схеме имитации имеем

$$w_i = f[x_t(y_i), y_i] + \eta_i, \quad y_i = \mu_y + \varepsilon_i + \xi_i, \quad i = \overline{1, N},$$

где $\eta_i, \varepsilon_i, \xi_i$ - независимые реализации помех;
 N - объем выборки.

Соответственно имеем

$$\sigma^2(\bar{w}) = \frac{1}{N} \sigma^2(w) = \frac{1}{N} [\sigma^2(z) + \sigma_\eta^2] = \frac{1}{N} [\alpha_m^2 (\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\xi^2) + \sigma_\eta^2],$$

$$t(\bar{w}) = N t(w) = N (t_\varepsilon + t_\xi + t_f + t_\eta),$$

$$e^{-1} = [\alpha_m^2 (\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\xi^2) + \sigma_\eta^2] \cdot (t_\varepsilon + t_\xi + t_f + t_\eta),$$

где α_m - коэффициент статистической линеаризации [6] для модели $z = f(x, y)$ при числе областей m (при предположениях для (18) $\alpha_m = \alpha_1/m$).

Ставим теперь задачу оптимального распределения машинного времени для имитации ε, ξ и η с целью максимизации

е (или эквивалентно, с целью минимизации времени расчета для достижения заданной точности оценки \bar{w}). Пусть n_ξ и n_η обозначают число реализации ξ и η , соответствующих одной реализации ε и γ соответственно. Так как из-за иерархичности схемы имитации естественно определить n_ξ и n_η раздельно, имеем для γ

$$e_{\gamma}^{-1} = (\sigma_{\varepsilon}^2 + \frac{1}{n_{\xi}} \sigma_{\xi}^2) (t_{\varepsilon} + n_{\xi} t_{\xi}) \rightarrow \min, \quad (21)$$

откуда получим оптимальное значение n_{ξ} :

$$n_{\xi}^* = \frac{\sigma_{\xi}}{\sigma_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{t_{\varepsilon}}{t_{\xi}}}. \quad (22)$$

Аналогично для n_{η} получим

$$n_{\eta}^* = \frac{\sigma_{\eta}}{\sigma_z} \sqrt{\frac{t_z}{t_{\eta}}} = \frac{\sigma_{\eta}}{\alpha_m \sqrt{\sigma_{\xi}^2 + n_{\xi}^* \sigma_{\varepsilon}^2}} \sqrt{\frac{1}{t_{\eta}} (t_{\rho} + t_{\xi} + \frac{t_{\varepsilon}}{n_{\xi}^*})}.$$

Если $n_{\xi}^* < 1$ или $n_{\eta}^* < 1$, то $n_{\xi}^* = 1/n_{\xi}^*$ и $n_{\eta}^* = 1/n_{\eta}^*$ обозначают оптимальное число реализации ε и z , приходящихся на одну реализацию ξ и η соответственно. Предположим для определенности, что $1 \leq k \leq n_{\xi}^* < k+1$, k - целое число. Тогда оптимальная схема имитации γ ведет к иерархической схеме имитации с рандомизированным объемом подвыборки:

$$\gamma_{ij} = \mu_{\gamma} + \varepsilon_i + \xi_{ij}, \quad j = \overline{1, n_{\xi i}}.$$

Легко заметить, что максимальная эффективность в смысле (21) достигается при рандомизации объема между k и $k+1$:

$$P(n_{\xi i} = k) = p_k, \quad P(n_{\xi i} = k+1) = p_{k+1}, \quad p_k + p_{k+1} = 1.$$

вместе с $p_k = \frac{1}{n_{\xi}^*} k(k+1) - k = k(k+1 - n_{\xi}^*)/n_{\xi}^*$.

Однако с практической точки зрения можно отметить, что схема с рандомизированным объемом подвыборки ведет к усложнению алгоритма имитации и поэтому можно часто n_{ξ}^* (или n_{ε}^* , n_{η}^* , n_z^*) просто округлять к ближайшему целому числу. Помимо указанного специфического приема можно применять и другие известные приемы уменьшения дисперсии [5].

Л и т е р а т у р а

Г. И н ш а к о в А.Н. и др. Алгоритм комплектования производственных партий при производстве полупроводниковых

приборов. - "Электронная техника", сер. 2, 1976, вып. 3, с. 112-120.

2. Аннус А., Кийтам А. Вероятностная модель технологического процесса производства силовых полупроводниковых приборов. - "Тр. Таллинск. политех. ин-та", 1975, № 387, с. 177-186.

3. Плескунин В.И. и др. Оценка точности и стабильности процессов групповой технологии в АСУТП. - "Электронная техника", сер. 9, 1974, вып. I, с. 121-128.

4. Милош Н.И., Рандма Р.Г. Цели и способы автоматического управления процессами полупроводниковой технологии. - Сб.: Приборы и системы автоматизации, Таллин, НИИТЭЗ, 1975, с. 58-68.

5. Наммерслеу, Ж.М., Нандвсон, Д.С. Monte Carlo Methods. London, Methuen, 1964.

6. Под ред. Доступова Б.Г. Статистические методы в проектировании нелинейных систем автоматического управления. М., "Наука", 1970.

A. Kiitam

To Analysis of Models of Multistage Technological Processes of Certain Type Using Simulation

Summary

Multistage technological process which involves selection of regime in some point of process in accordance with the value of quantitative scalar parameter, with corresponding grouping of half-finished products, is considered. The criterion of efficiency of grouping is formulated and asymptotic approximation for dependence of efficiency on number of areas of grouping is proposed. Problem of optimal distribution of trials for analysis of model using simulation is solved.

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ
ЧАСТОТНЫМИ МЕТОДАМИ

Результаты применения теории оптимальной фильтрации (демодуляции) показывают, что оптимальным устройством для слежения за фазой гармонического сигнала с непостоянной частотой в присутствии аддитивного белого шума является система фазовой автоподстройки (ФАП) [1, 2]. Передаточная функция $F(s)$ фильтра низких частот (ФНЧ) оптимальной системы имеет следующий вид:

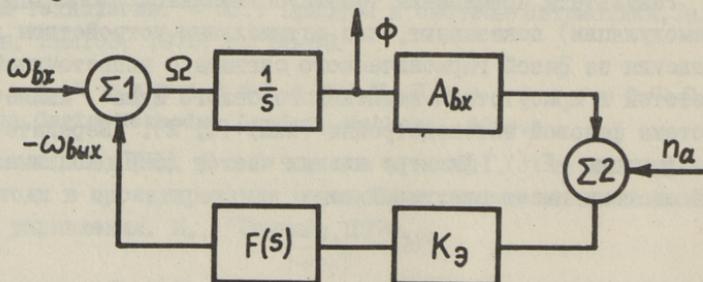
$$F(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}. \quad (1)$$

Оптимальные значения постоянных времени T_1 и T_2 и коэффициента передачи K_c зависят от отношения сигнал/шум на входе системы и от спектральных свойств входного сигнала. Следовательно, оптимальная система должна быть самонастраивающейся.

Реализация самонастраивающейся системы связана с серьезными трудностями и поэтому на практике применяют так называемые "квазиоптимальные" системы с рационально выбранными постоянными параметрами [3]. Диапазон выбора параметров обычно жестко ограничен дополнительными условиями, которые теория оптимальной фильтрации не учитывает. Сюда относится, например, требование надежного и быстротекущего процесса захвата в пределах заданной полосы. Поэтому, для большинства случаев применения системы ФАП, теория оптимальной фильтрации лишь показывает потенциально достижимый предел, который является мерой при оценке качества данной системы относительно ее фильтрующих свойств.

Конкретно рассмотрим работу системы ФАП в качестве автоматического синфазатора для синхронного детектора. Осо-

бым требованием в таком случае является то, что допустимая ошибка по фазе должна не превышать несколько градусов. Это значит, что для уменьшения статической ошибки по фазе, коэффициент передачи системы K_C должен иметь высокие значения и работу системы в состоянии синхронизма можно анализировать с помощью линейной модели [4]. Линейная модель системы на фиг. 1 содержит сумматор $\Sigma 1$ для сравнения угловых частот входного и выходного сигналов $\omega_{вх}$ и $\omega_{вых}$. Ошибка по частоте Ω преобразуется в ошибку по фазе Φ с помощью интегратора с передачей в операторной форме $\frac{1}{s}$.



Фиг. 1. Линейная модель системы ФАП.

Следующий блок имеет передачу, которая равна амплитуде входного сигнала $A_{вх}$. Низкочастотный вариант n_a аддитивной помехи N_a , действующей на входе системы [4], вводится в модель через сумматор $\Sigma 2$. Передача $K_э$ содержит передачи всех электронных блоков, входящих в состав системы, предполагая, что коэффициент передачи ФНЧ всегда единичный. Передаточная функция ФНЧ обозначена через $F(s)$, а коэффициент передачи разомкнутой системы K_C выражается формулой:

$$K_C = A_{вх} K_э \left[\frac{1}{s} \right].$$

Выходной величиной является ошибка по фазе Φ , а входной величиной — частота входного сигнала $\omega_{вх}$:

$$\omega_{вх} = \omega_{вх}^0 + N_\omega,$$

где $\omega_{вх}^0$ — центральная частота входного сигнала;

N_ω — случайная составляющая частоты $\omega_{вх}$.

Аддитивная помеха N_a действует как постороннее возму-

чение и передача для нее отличается от передачи для входного сигнала $\omega_{\text{вх}}$. Поведение линейной модели системы с ФНЧ с передаточной функцией (I) описывают передаточные функции

$$W_{\omega}(s) = \frac{\Phi(s)}{\omega_{\text{вх}}(s)} \quad \text{и} \quad W_{\alpha}(s) = \frac{\Phi(s)}{\alpha(s)},$$

которые выражаются через следующие формулы:

$$W_{\omega}(s) = \frac{T_c(T_2 s + 1)}{T^2 s^2 + (T_1 + T_c)s + 1} = \frac{s + \omega_2}{s^2 + \frac{\omega_1 + \Omega_y}{\omega_1 \Omega_y} \omega_0^2 s + \omega_0^2}, \quad (2)$$

$$W_{\alpha}(s) = \frac{1}{A_{\text{вх}}} \cdot \frac{T_1 s + 1}{T^2 s^2 + (T_1 + T_c)s + 1} = \frac{1}{A_{\text{вх}}} \frac{\omega_0}{\omega_1} \frac{s + \omega_1}{s^2 + \frac{\omega_1 + \Omega_y}{\omega_1 \Omega_y} \omega_0^2 s + \omega_0^2}, \quad (3)$$

где собственная частота системы $\omega_0 = \frac{1}{T}$, причем $T = \sqrt{T_2 T_c}$ и $T_c = \frac{1}{K_c}$, а частоты среза $\omega_1 = \frac{1}{T_1}$ и $\omega_2 = \frac{1}{T_2}$.

Если случайная составляющая N_{ω} частоты входного сигнала $\omega_{\text{вх}}$ и аддитивная помеха N_{α} на входе системы являются случайными процессами с постоянными спектральными плотностями $S_{\omega} [(\frac{\text{рад}}{c})^2 / \text{Гц}]$ и $S_{\alpha} [v^2 / \text{Гц}]$ в окрестности частоты $\omega_{\text{вх}}$ в пределах полосы, во много превышающей полосу пропускания системы, то действие этих случайных возмущений можно выразить через эквивалентные передачи v_{ω} и v_{α} :

$$v_{\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_{\omega}(j\omega)|^2 d\omega, \quad (4)$$

$$v_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_{\alpha}(j\omega)|^2 d\omega. \quad (5)$$

Дисперсия фазовой ошибки $D_{\phi} [\text{рад}^2]$ выражается формулой:

$$D_{\phi} = v_{\alpha} S_{\alpha} + v_{\omega} S_{\omega}.$$

Для всех систем ФАП второго порядка (ФНЧ первого порядка) эквивалентные передачи (4) и (5) могут быть определены следующими формулами:

$$v_{\omega} = \frac{1}{\omega_0} \left[\beta \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + \Omega_y} \right) + \frac{1}{4\beta} \right], \quad (6)$$

$$V_a = \frac{1}{A_{bx}^2} \omega_0 \left[\beta \left(\frac{\Omega_y}{\omega_1 + \Omega_y} \right)^2 + \frac{1}{4\beta} \right], \quad (7)$$

где собственная частота ω_0 и коэффициент затухания β замкнутой системы удобно определить следующими выражениями:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_2 \Omega_y}, \quad \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_0}{\omega_1} + \frac{\omega_0}{\Omega_y} \right). \quad (8)$$

Если $\Omega_y \rightarrow \infty$, то (6) и (7) получают следующие простые формы:

$$V_\omega = \frac{1}{4\beta\omega_0} \quad (9)$$

$$V_a = \frac{\omega_0}{A_{bx}^2} \left[\beta + \frac{1}{4\beta} \right]. \quad (10)$$

Бесконечную полосу удержания можно реализовать применением ФНЧ типа идеального интегратора:

$$F(s) = \frac{T_1 s + 1}{\tau_2 s}, \quad (11)$$

где τ_2 - постоянная времени интегратора.

При ФНЧ с передаточной функцией (11) передаточные функции системы ФАП следующие:

$$W_\omega(s) = \frac{\tau_2 T_c s}{T^2 s^2 + T_1 s + 1} = \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1} s + \omega_0^2},$$

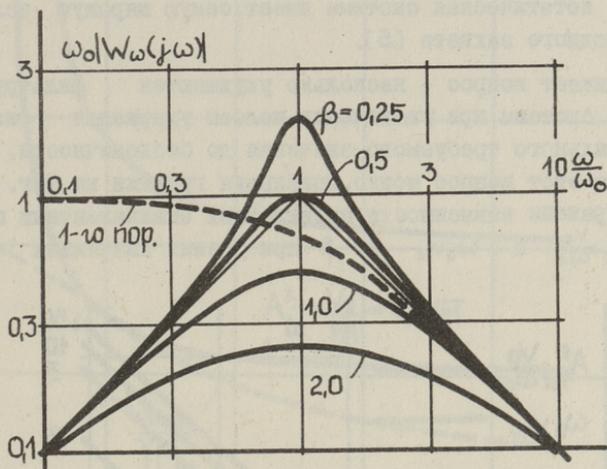
$$W_a(s) = \frac{1}{A_{bx}^2} \frac{T_1 s + 1}{T^2 s^2 + T_1 s + 1} = \frac{1}{A_{bx}^2} \frac{\omega_0^2}{\omega_1} \frac{s + \omega_1}{s^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1} s + \omega_0^2},$$

а соответствующие логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) системы приведены на фиг. 2 и 3. Выражения для ω_0 и β следующие:

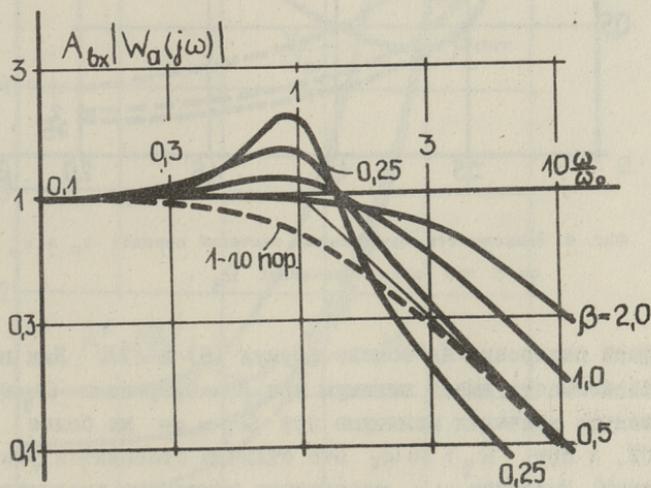
$$\omega_0 = \sqrt{\Omega_2 K_c}, \quad \beta = \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{\omega_1}, \quad (12)$$

где $\Omega_2 = \frac{1}{\tau_2}$.

Система ФАП с идеальным интегратором в ФНЧ является астатической системой и имеет некоторые преимущества. Статическое рассогласование по фазе имеет нулевое значение при любых расстройках по частоте и при любых амплитудах входного сигнала A_{bx} , а фазовая ошибка от равномерного во времени изменения расстройки по частоте имеет конечное постоянное значение. Кроме того, среди систем 2-го



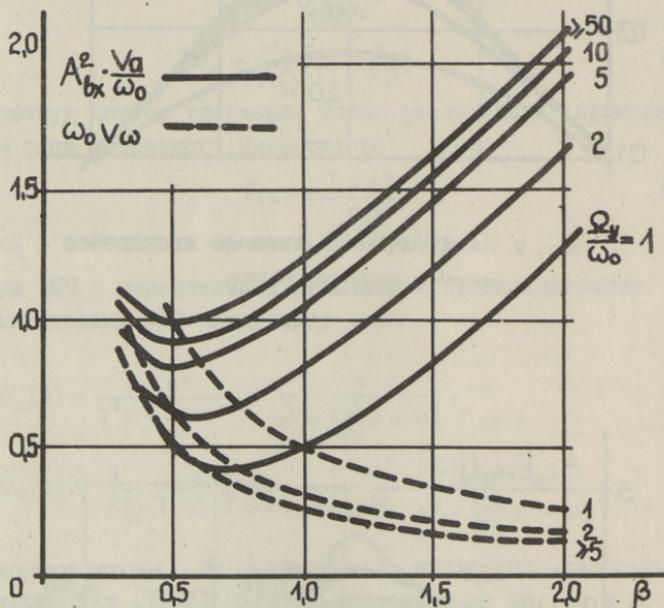
Фиг. 2. ЛАЧХ системы 2-го порядка относительно частоты входного сигнала.



Фиг. 3. ЛАЧХ системы 2-го порядка относительно аддитивной помехи.

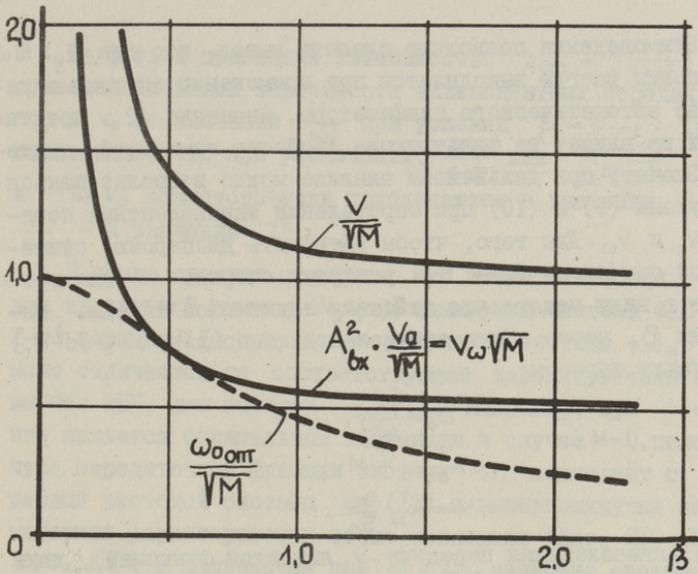
порядка астатическая система имеет самую широкую полосу однопериодного захвата [5].

Возникает вопрос – насколько ухудшатся фильтрующие свойства системы при увеличении полосн удержания системы от минимального требуемого значения до бесконечности. Ответить на этот вопрос можно, используя графики на фиг. 4, где изображены зависимости приведенных эквивалентных передач $A_{bx}^2 \frac{V_a}{\omega_0}$ и $\omega_0 V_\omega$ от β при разных значениях $\frac{\Omega_y}{\omega_0}$.

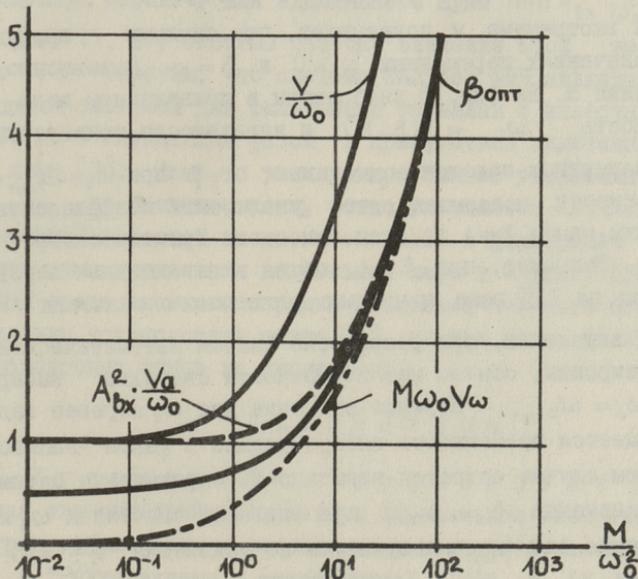


Фиг. 4. Зависимость приведенных значений передач v_a и v_ω от β при разных значениях Ω_y .

Графики построены на основе формул (6) и (7). Как видно, эта зависимость имеет минимум при $\beta = 0,5$, если $\Omega_y \geq 10 \omega_0$, что меньше значения минимума при $\Omega_y = \infty$ не более чем на 10%, а при $\Omega_y \geq 50 \omega_0$ это отличие становится уже незаметным. Значение $\omega_0 V_\omega$ постепенно убывает с увеличением β и практически не зависит от значения Ω_y , если $\Omega_y \geq 5 \omega_0$.



Фиг. 5. Приведенные зависимости оптимального значения ω_{0opt} и эквивалентных передач v_a , v_{ω} и v при $\omega_0 = \omega_{0opt}$ от β .



Фиг. 6. Зависимости оптимального значения β_{opt} и приведенных значений эквивалентных передач v_a , v_{ω} и v при $\beta = \beta_{opt}$ от значений $\frac{M}{\omega_0^2}$.

Эти сведения позволяют сделать вывод, что при $\Omega_y > 10\omega_0$, что почти всегда выполняется при применении системы в качестве автоматического синфазатора, значение Ω_y практически не влияет на фильтрующие свойства замкнутой системы. Значит, при дальнейшем анализе можно воспользоваться формулами (9) и (10) при определении эквивалентных передач V_a и V_ω . Для того, чтобы уменьшить дисперсию сумматорной ошибки по фазе D_ϕ , в первую очередь следует иметь в виду подавление действия аддитивной помехи. Выражаем D_ϕ через общую эквивалентную передачу v [$\text{rad}^2 H_z$] следующим образом:

$$D_\phi = \frac{S_a}{A_{bx}^2} v,$$

где

$$v = A_{bx}^2 v_a + M v_\omega.$$

а

$$M = A_{bx}^2 \frac{S_\omega}{S_a}.$$

Общая эквивалентная передача v является функцией двух параметров замкнутой системы — ω_0 и β , и зависит от значения весового коэффициента M :

$$v = \omega_0 \left(\beta + \frac{1}{4\beta} \right) + \frac{M}{4\beta\omega_0}.$$

Поиск экстремума v показывает, что оптимум находится при значениях переменных $\omega_0 = 0$ и $\beta = \infty$ независимо от значения M . На фиг. 5 изображены в приведенном виде зависимости $\omega_{0\text{опт}} = f(\beta, M)$ и зависимости приведенных эквивалентных передач v_a, v_ω и v от β при $\omega_0 = \omega_{0\text{опт}}$. Эти зависимости показывают, что увеличение коэффициента затухания свыше $\beta = 1$ не дает заметного практического эффекта. Например, при $\beta = 1$ общая эквивалентная передача v лишь на 11% выше предельно достижимого значения $\min v = \sqrt{M}$.

К сожалению, при разработке систем автоматической синфазировки, обычно нет возможности свободно выбирать $\omega_0 = \omega_{0\text{опт}}$. Нередко значение для ω_0 заранее задано или имеется возможность выбора только в узком диапазоне. В таком случае остается возможность определения оптимального значения $\beta = \beta_{\text{опт}}$ при заданных значениях ω_0 и M . Выражения для $\beta_{\text{опт}}$, получаемое из уравнения $\frac{\partial v}{\partial \omega} = 0$, следующее:

$$\beta_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{M + \omega_0^2}{4\omega_0^2}}.$$

На фиг. 6 приведена зависимость $\beta_{\text{опт}} = f\left(\frac{M}{\omega_0^2}\right)$, и в приведенных видах зависимости эквивалентных передач V_d , V_ω и V от значений $\frac{M}{\omega_0^2}$ при условии $\beta = \beta_{\text{опт}}$. Графики показывают, что при увеличении $\frac{M}{\omega_0^2}$ как $A_{\text{бх}}^2 \frac{V_d}{\omega_0}$, так и $M \omega_0 V_\omega$ асимптотически приближаются к значению $\beta_{\text{опт}}$, а $\frac{V}{\omega_0}$ - к значению $2\beta_{\text{опт}}$.

В итоге следует отметить, что асимптотическая ЛАЧХ для аддитивной помехи $|W_d(j\omega)|$ замкнутой системы ФАП с ФНЧ I-го порядка (I) при полосе удержания системы $\Omega_y > 10 \omega_0$ мало отличается от соответствующей характеристики системы без ФНЧ, для которой $\Omega_y = \omega_0$. Например, при $\beta = 0,5$, что является оптимальным значением в случае $M=0$, положение нуля передаточной функции системы ω_1 совпадает с собственной частотой системы ω_0 (I2) и вышеупомянутые асимптотические характеристики точно совпадают (фиг. 3). Но при $\beta > 0,5$, что получается при $\omega_1 < \omega_0$, свойства системы относительно фильтрации аддитивного шума уже значительно хуже, чем у вышеупомянутой системы без ФНЧ. Система 2-го порядка с идеальным интегратором в ФНЧ (II) имеет минимальную приведенную передачу для аддитивного шума $\min A_{\text{бх}}^2 \frac{V_d}{\omega_0} = 1,0$ (см. фиг. 4), а у системы без ФНЧ значение этой величины равно 0,5. Отметим, что система ФАП без ФНЧ является оптимальной системой для фильтрации сигналов с известной частотой, но с блуждающей фазой в присутствии аддитивного белого шума [3]. Итак, с увеличением полосы удержания с $\Omega_y = \omega_0$ до бесконечности, резко улучшается слежение за неизвестной частотой входного сигнала, а фильтрация аддитивного шума ухудшается по меньшей мере в 2 раза. Применение ФНЧ более высокого порядка позволяет повысить подавление только узкополосных помех [6], но при этом фильтрация широкополосных шумов не улучшается.

Л и т е р а т у р а

И. Кульман Н.К., Стратонович Р.Л. Фазовая автоподстройка частоты и оптимальное измерение параметров узкополосного сигнала с непостоянной частотой в шуме. - "Радиотехника и электроника", 1964, т. IX, № I, с. 67-77.

2. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М., "Советское радио", 1975, 704 с.

3. Современные методы проектирования автоматического управления. Под ред. Б.Н.Петрова. М., "Машиностроение", 1967, 703 с.

4. Витерби Э.Д. Принципы когерентной связи (пер. с англ.) М., "Советское радио", 1970, 392 с.

5. Мин М.В., Павле Т.Э. Определение полосы затягивания системы ФАПЧ второго порядка. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975, № 387, с. 73-77.

6. Артым А.Д., Трифионов С.В. Частотные методы анализа и синтеза систем ФАП. М., "Связь", 1976, 160 с.

M. Min

Frequency-Domain Analysis of the Phase-Locked Loop System

Summary

The results of the frequency-domain research of the linearized second-order phase-locked loop (PLL) system are presented in this paper. The aim of the study was the determination of the optimal values of the low-pass filter time constants and the gain of the opened-loop system. The system tracking the instable frequency of the input signal under the conditions of the additive white noise was examined. It is concluded, that the filtering capabilities of the system do not depend on the value of the hold-in range of the system if this range is more than one order greater than the natural frequency of the PLL system.

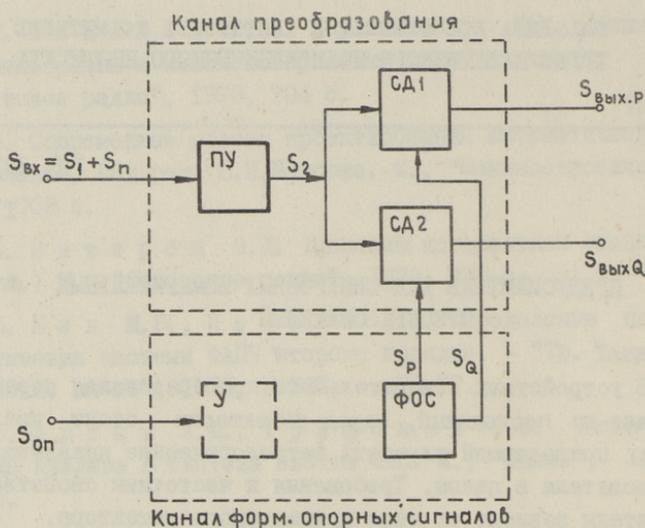
УДК 621.375.4

Т. Парве

ПРЕДУСИЛИТЕЛЬ ДЛЯ СИНХРОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

В устройствах измерительного преобразования переменного сигнала в постоянный, перед детектором стоит предусилитель, позволяющий улучшать метрологические показатели преобразователя в целом. Требования к частотным свойствам предусилителя зависят от типа применяемого детектора, которым может быть, например, измерительный выпрямитель или же синхронный детектор, снабженный устройством формирования опорного сигнала из сигнала с выхода предусилителя (ПУ) с помощью системы фазовой автоподстройки. В этом случае требуется лишь постоянство модуля передачи ПУ в рабочей полосе частот с заданной относительной погрешностью. Если же для формирования опорного сигнала для синхронного преобразователя пользоваться внешним опорным сигналом $S_{оп}$ (фиг. 1), то придется учитывать и фазовый сдвиг сигнала, вносимый ПУ. В таком случае в канал формирования опорного сигнала перед формирователем (ФОС) обычно устанавливается устройство (У), фазовый сдвиг опорного сигнала $S_{оп}$ в котором обеспечивает нужную компенсацию фазового сдвига преобразуемого сигнала S_1 в ПУ. В некоторых случаях введение компенсирующего устройства У представляет серьезные трудности, например, если опорный сигнал $S_{оп}$ является негармоническим. Так и возникает задача минимизации погрешностей преобразования, вызванных неидеальностью частотных свойств ПУ.

Решение этой проблемы путем применения теории оптимального синтеза устройств по полосе пропускания при заданной погрешности модуля передачи [1, 2] совместно с применением так называемых фазовых фильтров или корректирующих устройств, связано с определенными трудностями в прак-



Фиг. 1. Схема синхронного измерительного преобразователя.

тике. В практических решениях требуется простота схемного решения, удобство налаживания, стабильность характеристик, малая передача шумов и помех S_n и т.д. Поэтому представляет интерес рассмотреть, какими возможностями обладают ПУ, описываемые простейшими, широко используемыми передаточными функциями (ПФ). Для этого находим общие выражения для разных погрешностей передачи ПУ.

Обозначая синфазную с опорным $S_{оп}$ составляющую входного сигнала S_1 предусилителя ПУ через X_1 и квадратную с опорным составляющую через Y_1 , можем описывать входной сигнал в комплексном виде формулой:

$$\dot{S}_1 = X_1 + jY_1.$$

Выражая передачу \dot{W} предусилителя через его действительную P и мнимую Q части, получаем для выходного сигнала \dot{S}_2 предусилителя выражение

$$\dot{S}_2 = \dot{W}\dot{S}_1 = (P + jQ)(X_1 + jY_1) = (PX_1 - QY_1) + j(PY_1 + QX_1). \quad (I)$$

Выходной сигнал идеального предусилителя с усилением K_0 описывается выражением

$$\dot{S}_{2id} = K_0(X_1 + jY_1) = K_0X_1 + jK_0Y_1. \quad (2)$$

Используя выражения (1) и (2), можно определить относительную погрешность передачи усилителя для синфазной составляющей X_1 формулой

$$\begin{aligned} \gamma_x &= \frac{\operatorname{Re}\dot{S}_2 - \operatorname{Re}\dot{S}_{2id}}{\operatorname{Re}\dot{S}_{2id}} = \frac{RX_1 - QY_1 - K_0X_1}{K_0X_1} = \\ &= \frac{P - K_0}{K_0} - \frac{Q}{K_0} \cdot \frac{Y_1}{X_1} = \gamma_x^p + \gamma_x^q, \end{aligned} \quad (3)$$

и относительную погрешность передачи усилителя для квадратурной составляющей Y_1 формулой

$$\begin{aligned} \gamma_y &= \frac{\operatorname{Im}\dot{S}_2 - \operatorname{Im}\dot{S}_{2id}}{\operatorname{Im}\dot{S}_{2id}} = \frac{PY_1 + QX_1 - K_0Y_1}{K_0Y_1} = \\ &= \frac{P - K_0}{K_0} + \frac{Q}{K_0} \cdot \frac{X_1}{Y_1} = \gamma_y^p + \gamma_y^q. \end{aligned} \quad (4)$$

Как видно, выражения для относительной погрешности передачи как синфазного, так и квадратурного компонентов содержат одинаковую составляющую $\frac{P - K_0}{K_0}$ и составляющую с повторителем $\frac{Q}{K_0}$, умноженным на отношение величин составляющих сигнала $\frac{Y_1}{X_1}$ или $\frac{X_1}{Y_1}$, которые могут принимать значения от $-\infty$ до $+\infty$. Следовательно, целесообразно определить относительную погрешность измерения компонентов сигнала относительно величины номинального значения этих компонентов (то есть относительно значения предела измерения) X_{1n} и Y_{1n} .

Ограничимся значениями отношения $\frac{Y_1}{X_{1n}}$ и $\frac{X_1}{Y_{1n}}$ в пределах от -1 до $+1$. В этом случае для предельных значений приведенных погрешностей γ_{x_n} и γ_{y_n} передач компонентов X_1 и Y_1 входного сигнала S_1 из формул (3) и (4) получаем следующие формулы:

$$\gamma_{x_n} = \frac{P - K_0}{K_0} \pm \frac{Q}{K_0}, \quad (5)$$

$$\gamma_{y_n} = \frac{P - K_0}{K_0} \pm \frac{Q}{K_0}. \quad (6)$$

Как видно из формул (5) и (6), для обеспечения малых приведенных погрешностей передачи обоих составляющих входного сигнала, придется обеспечить малое значение мнимой части Q передачи и постоянство значения действительной части P передачи в диапазоне рабочих частот. Также видно, что при одинаковых ограничениях на $\frac{Y_1}{X_{1n}}$ и $\frac{X_1}{Y_{1n}}$ результаты, полученные для γ_{x_n} , справедливы и для γ_{y_n} .

Если путем синхронного преобразования измеряется только синфазная с опорным составляющая X_I входного сигнала S_1 при отсутствии квадратурной составляющей ($Y_1=0$), то относительная погрешность преобразования выражается формулой

$$\gamma_x(\omega) = \frac{P(\omega)}{K_0} - 1.$$

Поскольку $P(\omega) = K(\omega) \cdot \cos \varphi(\omega)$, то эта погрешность может быть выражена через амплитудно-частотную $K(\omega)$ и фазочастотную $\varphi(\omega)$ характеристики ПУ формулой

$$\gamma_x(\omega) = \frac{K(\omega)}{K_0} \cdot \cos \varphi(\omega) - 1,$$

где $\frac{K(\omega)}{K_0}$ представляет из себя амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) ПУ в приведенном виде. Погрешность $\gamma_x(\omega)$ может быть выражена и через относительную погрешность АЧХ ПУ

$$\gamma_x^k(\omega) = \frac{K(\omega) - K_0}{K_0},$$

и через погрешность $\gamma_x^\varphi(\omega)$ передачи синхронного преобразования, вызванную фазовым сдвигом $\varphi(\omega)$ в ПУ и описываемую формулой

$$\gamma_x^\varphi(\omega) = \cos \varphi(\omega) - 1,$$

в следующем виде:

$$\gamma_x(\omega) = \gamma_x^k(\omega) + \gamma_x^\varphi(\omega) + \gamma_x^k(\omega) \cdot \gamma_x^\varphi(\omega).$$

Последняя формула позволяет пользоваться АЧХ и фазочастотной характеристикой (ФЧХ) ПУ при определении погрешности, причем последним членом формулы из-за его малости часто можно пренебрегать. Допустимый фазовый сдвиг $\varphi(\omega)$ в ПУ ограничивается неравенством

$$\gamma(\omega) \leq \arccos [\gamma_x^\varphi(\omega) + 1],$$

показывающим, что для 1% погрешности следует ограничиваться значением $\varphi(\omega) \leq 8,1^\circ$, а для 5% погрешности значением $\varphi(\omega) \leq 18,2^\circ$.

Рассмотрим, какие возможности представляет реализация предусилителя с передаточной функцией (ПФ) первого порядка

$$W_1(p) = \frac{1}{1 + Tp},$$

в которой через T обозначена постоянная времени цепи и через p — комплексная переменная.

Комплексная частотная характеристика усилителя с ПФ первого порядка следующая:

$$\dot{W}_1(j\omega) = K_0 \cdot \frac{1}{1 + j\omega T} = K_0 \left(\frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2} \right)$$

или

$$\dot{W}_1(ju) = K_0 \cdot \left(\frac{1}{1 + u^2} - j \frac{u}{1 + u^2} \right),$$

где

$$u = \omega T = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Следовательно, действительная часть P и мнимая часть Q ПФ имеют следующие частотные зависимости:

$$P_1(u) = K_0 \cdot \frac{1}{1 + u^2},$$

$$Q_1(u) = K_0 \cdot \frac{u}{1 + u^2}.$$

Для составляющих приведенной погрешности получаем выражения

$$\gamma_{x_n}^P = - \frac{u^2}{1 + u^2} \quad \text{и} \quad \gamma_{x_n}^Q = - \frac{u}{1 + u^2}.$$

Это значит, что $\gamma_{x_n}^P = u \cdot \gamma_{x_n}^Q$ и на частотах $\omega < \omega_0$ получается $\gamma_{x_n}^P < \gamma_{x_n}^Q$, что при $\omega \ll \omega_0$ позволяет пользоваться упрощенной формулой погрешности в виде $\gamma_{x_n}(u) \approx -u$, показывающей, что $\gamma_{x_n} \leq 0,01$ на частотах $\omega \approx 0,01 \omega_0$.

Для случая, когда измеряется только синфазная составляющая X_T , относительная погрешность передачи выражается формулой

$$\gamma_x(u) = \frac{P_1(u)}{K_0} - 1 = - \frac{u^2}{1 + u^2},$$

показывающей, что $\gamma_{x_n} \leq 0,01$ при $\omega \approx 0,1 \omega_0$.

Интересно отметить, что у устройства с ПФ первого порядка

$$K_1(u) = \cos \varphi_1(u) = \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}},$$

что значит, что погрешность преобразования от спада АЧХ ПУ равна погрешности от фазового сдвига в ПУ.

Находим соответствующие показатели для предусилителя с ПФ второго порядка:

$$W_2(p) = K_0 \cdot \frac{1}{1 + 2\beta T p + T^2 p^2},$$

где T — постоянная времени;

β — коэффициент затухания.

Комплексная частотная характеристика по переменной $u = \omega T = \frac{\omega}{\omega_0}$ в этом случае описывается формулой

$$\begin{aligned} W_2(ju) &= K_0 \cdot \frac{1}{1 + j2\beta u - u^2} = \\ &= K_0 \cdot \left[\frac{1-u^2}{(1-u^2)^2 + 4\beta^2 u^2} - j \frac{2\beta u}{(1-u^2)^2 + 4\beta^2 u^2} \right]. \end{aligned}$$

Следовательно, действительную P_2 и мнимую Q_2 части можно представить формулами:

$$P_2(u) = K_0 \cdot \frac{1-u^2}{1 + (4\beta^2 - 2)u^2 + u^4}$$

и

$$Q_2(u) = -K_0 \cdot \frac{2\beta u}{1 + (4\beta^2 - 2)u^2 + u^4}.$$

Для частотных зависимостей составляющих приведенной погрешности γ_x^p и γ_x^a получаем выражения

$$\gamma_x^p(u) = \frac{(1-4\beta^2)u^2 + u^4}{1 + (4\beta^2 - 2)u^2 + u^4}$$

и

$$\gamma_x^a(u) = \pm \frac{2\beta u}{1 + (4\beta^2 - 2)u^2 + u^4};$$

последнюю при фиксированных выше условиях

$$-1 \leq \frac{Y_1}{X_{1n}} \leq +1 \quad \text{и} \quad -1 \leq \frac{X_1}{Y_{1n}} \leq +1.$$

Пренебрегая членами четвертого порядка, можно сделать вывод, что для обеспечения отсутствия погрешности γ_x^p придется установить $1-4\beta^2=0$ (то есть $\beta = 0,5$), а для обеспечения малой погрешности γ_x^a придется установить как можно малое значение β . Одним возможным решением проблемы выбора отношения этих погрешностей будет требование их равенства на граничной рабочей частоте u_m $\gamma_x^p(u_m) = \gamma_x^a(u_m)$, дающее уравнение $(1-4\beta^2)u_m^2 + u_m^4 = \pm 2\beta u_m$,

откуда выражение для требуемого значения затухания получается в виде

$$\beta_m = \sqrt[4]{u_m (\pm 1 \pm 2\sqrt{u_m^4 + u_m^2 + 0,25})},$$

подходящим решением которого получаем $\beta_m \approx \frac{1}{2u_m}$ при $u_m \ll 1$. Учитывая, что $|\gamma_x^a(u)| \approx 2\beta u$ или что при заданном выше условии $|\gamma(u_m)| = 2|\gamma_x^a(u_m)| \approx 4\beta_m u_m$, можем найти, что $\gamma(u_m) \leq 0,02$ на частотах $\omega \leq 0,1 \omega_0$, если выбрать $\beta = \beta_m = 0,05$, что является весьма малым значением для широкополосных усилительных устройств. Расширение полос рабочих частот можно лишь за счет увеличения погрешности, достигающей при $u_m = 0,2$ уже значения $|\gamma(u_m)| = 0,04$.

В случае, когда измеряется только синфазная составляющая X_T , относительная погрешность преобразования от частотных искажений сигнала в ПУ выражается формулой

$$\gamma_x(u) = \frac{P_2(u)}{K_0} - 1 = \frac{(1-4\beta^2)u^2 - u^4}{1+(4\beta^2-2)u^2+u^4}.$$

Относительно простым является и усилитель с ПФ второго порядка с реальным нулем

$$W_{21}(p) = \frac{\tau p + 1}{T^2 p^2 + 2\beta T p + 1}.$$

Хотя технические аспекты реализуемости ПУ с таким ПФ на довольно высоких частотах могут вызывать подозрение, представляет интерес, каковы потенциальные возможности применения ПУ, имеющего такую ПФ.

Определяем

$$W_{21}(j\omega) = K_0 \frac{[1 - \omega^2(T^2 - 2\beta T\tau)] + j[\omega(\tau - 2\beta T) - \tau T^2 \omega^3]}{1 - \omega^2 T^2 (1 - 2\beta^2) - T^4 \omega^4}$$

и

$$W_{21}(ju) = K_0 \frac{[1 - u^2(1 - 2\beta k)] + j[u(k - 2\beta) - ku^3]}{1 + (4\beta^2 - 2)u^2 + u^4},$$

где

$$k = \frac{\tau}{T}.$$

Для приведенных погрешностей получаем формулы

$$\gamma_{x_n}^p(u) = \frac{1 - u^2(1 - 2\beta k)}{1 + (4\beta^2 - 2)u^2 + u^4} - 1$$

и

$$\gamma_{x_n}^a(u) = \pm \frac{u(k - 2\beta) - ku^3}{1 + (4\beta^2 - 2)u^2 + u^4}.$$

Малые значения $\gamma_{x_n}^p(u)$ при $u \ll 1$ достижимы выполнением условия $-(1-2\beta k) = 4\beta^2 - 2$, а малые значения $\gamma_{x_n}^q(u)$ - выполнением условия $k - 2\beta = 0$.

Эти выражения можно привести к более наглядным видам:

$$k = 2\beta - \frac{1}{2\beta} \quad \text{и} \quad k = 2\beta.$$

Как видно, при больших значениях β оба условия могут быть выполнены с определенной точностью, однако большие значения β неприемлемы с точки зрения максимального использования возможностей усилителей с отрицательной обратной связью.

Учитывая то, что погрешность $\gamma_{x_n}^q(u)$ имеет зависимость от u первого порядка, целесообразно в первую очередь выполнять второе условие $k - 2\beta = 0$, дающее для выбора k формулу $k = 2\beta$.

Исследуя систему с ПФ, где $k = 2\beta$, было отмечено, что его погрешности $\gamma_{x_n}^p(u)$ и $\gamma_{x_n}^q(u)$ близки к полученным выше погрешностям для системы второго порядка при условии $\gamma_{x_n}^p(u) = \gamma_{x_n}^q(u)$, однако они достижимы в широком диапазоне значений β и k . Это значит, что требования, предъявляемые к точности фиксации и стабильности как для передачи цепи прямой передачи, так и постоянной времени τ в ПУ с отрицательной обратной связью, могут быть значительно ослаблены. Если глубина обратной связи достаточно велика, то влияние собственных полюсов разомкнутого усилителя на добротность невелика.

Приведенные выше результаты можно распространять и на низкочастотную область ПФ. Единственной особенностью в этом случае следует отметить необходимость учета влияния импеданса источника сигнала на свойства ПУ.

Л и т е р а т у р а

1. Островский Л.А. Основы теорий электроизмерительных устройств. Л., "Энергия", 1971, 544 с.

2. Ланне А.А. Потенциальные характеристики линейных фильтрующих цепей. М., "Связь", 1974, 57 с.

T. Parve

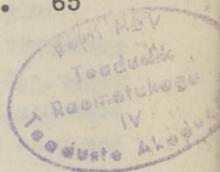
Preamplifier for Synchronous Measuring Transducers

Summary

The problem of choosing the transfer function for the preamplifier of synchronous transducer is discussed in this paper. It is shown that the amplifiers with second order transfer function have great advantages in comparison with the ones having first order transfer function, especially if it is necessary to transduce both, the synphase and quadrature, components of signals. For that case the possibility of application of the most common type of negative feedback amplifiers whose transfer function has two poles and one zero is analysed. The results of analysis show the preferability of the last ones for the simple realization of the preamplifier.

С о д е р ж а н и е

1.	Р.Убар. Декомпозиционный метод диагноза неисправностей в комбинационных схемах.	3
2.	А.Вийлуп. Разработка системы диагностики ЦВМ	23
3.	П.Лейс. Определение структуры сети при декомпозиции неполностью определенных микропрограммных автоматов.	33
4.	А.Кийтам. К анализу моделей одного класса многостадийных технологических процессов методом вероятностного моделирования.	43
5.	М.Мин. Анализ системы фазовой автоподстройки частотными методами.	55
6.	Т.Парве. Предусилитель для синхронных измерительных преобразователей.	65



ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Труды № 457
АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ
И СИСТЕМ АСУТП
Труды по электротехнике и автоматике. Сборник статей ХУ1
Редактор В. Кукк. Техн. ред. Л. Лоопер
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 7 апр. 1978 года
Подписано к печати 3 ноября 1978 года
Бумага 60x90/16. Печ. л. 4,75 + 0,25 приложение
Уч.-изд. л. 4,2. Тираж 300. МВ-09123
Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № 894
Цена 65 коп.

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ
И СИСТЕМ АСУТП

Труды по электротехнике и автоматике

Сборник статей XVI

УДК 681.32.001.4

Декомпозиционный метод диагноза неисправностей в комбинационных схемах. Убар Р. "Труды Таллинского политехнического института", № 457, 1978, с. 3-22.

В работе предлагается декомпозиционный подход к диагнозу кратных неисправностей в **комбинационных** цифровых схемах. Метод базируется на применении аппарата булевых дифференциалов. Задается модель неисправностей в виде дифференциала и дополнительных условий. Анализ диагностического эксперимента проводится независимо в отдельных подсхемах объекта с последующим склеиванием полученных частичных результатов.

Таблиц 6, фигур 1, биб. наименований 7.

УДК 681.32

Разработка системы диагностики ЦМ. Вийдуп А. "Труды Таллинского политехнического института", № 457, 1978, с. 23-31.

В статье приводится методика выбора аппаратурных микрооперационных, микрокомандных и командных средств для организации системы диагностики однопроцессорной ЦМ. Рассматривается многоуровневая модель ЦМ, описание неисправностей на этой модели и алгоритм выбора диагностических ядер разных уровней.

Фигур 2, библ. наименований 7.

Определение структуры сети при декомпозиции
неполностью определенных микропрограммных
автоматов. Лейс П. "Труды Таллинского политех-
нического института", № 457, 1978, с. 33-41.

В работе, основываясь на понятии смешанной пары, пред-
лагается метод определения структуры сети при декомпозиции
неполностью определенных микропрограммных автоматов.

Таблиц - 2, фигур I, библиографических наименований 5.

К анализу моделей одного класса многостадийных
технологических процессов методом вероятностного
моделирования. Кийтам А. "Труды Таллинского
политехнического института", № 457, 1978, с. 43-54.

Рассматривается многостадийный технологический процесс
с наличием выбора режима в некоторой точке процесса по ко-
личественному скалярному признаку, вместе с соответствующей
комплектацией групп обрабатываемых полуфабрикатов. Фор-
мулируется критерий эффективности комплектации и предла-
гается аппроксимация зависимости эффективности от числа об-
ластей комплектации m при асимптотике $m \rightarrow \infty$. Решается
задача оптимального распределения реализаций для анализа
модели методом вероятностного моделирования.

Фигур I, библиографических наименований 6.

Анализ системы фазовой автоподстройки частотными
методами. Мин М. "Труды Таллинского политех-
нического института", № 457, 1978, с. 55-64.

В статье приведены результаты исследования линеаризи-
рованной системы фазовой автоподстройки (ФАП) второго по-
рядка частотными методами. Исследование проводилось с

целью определения оптимальных значений для постоянных времени фильтра низких частот и коэффициента передачи разомкнутой системы. Рассмотрена работа системы ФАП, следящей за непостоянной частотой в условиях аддитивного белого шума. Сделан вывод, что фильтрующие свойства системы практически не зависят от значения полосы удержания, если эта полоса более чем на один порядок шире собственной частоты системы ФАП.

Фигур 6, библиографических наименований 6.

УДК 621.376.4

Предусилитель для синхронных измерительных преобразователей. Парве Т. "Труды Таллинского политехнического института", № 457, 1978, с. 65-73.

В статье рассматриваются проблемы выбора передаточной функции предусилителя для синхронного измерительного преобразователя. Показывается, что предусилитель с передаточной функцией второго порядка имеет существенные преимущества по сравнению с усилителем с передаточной функцией первого порядка. Особенно явно это выражается у векторного преобразователя, где отдельно преобразуются синфазная и квадратурная составляющие сигнала. Приводятся результаты анализа возможностей применения предусилителя с передаточной функцией второго порядка с одним нулем, по которым сделан вывод, что именно такого типа передаточная функция является предпочтительной при сравнительно простой реализации предусилителя.

Фигур 1, библиографических наименований 2.



Цена 65 коп.