Ep. 6. 7
576

ISSN 0136-3549
3134-3823

TALLINNA
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED

576

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

TPI '84

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Ep.6.7

576

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

ТПИ '84

УДК 681.5.015:65.011.56

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Электротехника и автоматика XXV

Таллин 1984

621.3.07

Teaduslik Raamatukogu
ENSV TA
TALLINN
АН ЭССР
Научная библиотека

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Труды ТПИ № 576
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Электротехника и автоматика ХХУ

Редактор Э. Рюстерн
Техн. ред. М. Тамме
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 30.03.84
Подписано к печати 17.09.84
Формат 60x90/16. Печ. л. 6,75 + 0,25 прил. Уч.-изд. л. 5,0
Тираж 300. МВ-08099
Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла 2/9. Зак. № 490
Цена 75 коп.

© Таллинский политехнический институт, 1984

№ 576

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 66.01.1.001.57(75)

О.А. Аарна

ВРЕМЕННАЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ИЗБЫТОЧНОСТЬ ИНФОРМАЦИИ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

I. Введение

Понятие состояния является краеугольным камнем современной теории управления. В АСУ ТП, в том числе АСУ химико-технологическими процессами, задача оценки состояния приобретает самостоятельное значение, поскольку оценки состояния используются не только для выработки управляющих воздействий, но и для расчета технико-экономических показателей процесса и других характеристик, функционально связанных с состоянием. С другой стороны, многие контуры управления в АСУ ТП замыкаются через оперативный персонал, вырабатывающий управляющие воздействия на процесс по своим неформальным алгоритмам, используя для этого информацию о состоянии процесса.

В понятие состояния химико-технологической системы (ХТС) как системной абстракции химико-технологического процесса входят накопленные в подсистемах количества вещества, энергии (тепла) и компонентов, а также потоки этих величин между подсистемами. В работе [1] для математического описания ХТС были введены динамические и квазистационарные балансовые модели, связывающие состояние системы с измеряемыми технологическими параметрами, предназначенные для оценки ее состояния с помощью фильтра Калмана. Еще ранее в литературе описаны статические балансовые модели ХТС [2, 3], сводящие оценивание состояния ХТС к линейной или нелинейной оценке параметров при балансовых ограничениях.

Оценка состояния ХТС основана на применении временной и пространственной избыточности информации, содержащейся в

результатах измерения технологических параметров, а также в уравнениях материального и энергетического баланса, связывающих координаты оцениваемого вектора состояния, и в структуре системы технологических измерений. Однако влияние этих двух видов избыточности информации на точность получаемых оценок состояния не исследовано, хотя знание таких зависимостей является необходимой предпосылкой рационального выбора метода оценки состояния ХТС.

2. Временная и пространственная избыточность информации

О состоянии ХТС судят по измеренным значениям температур, давлений, расходов, уровней, концентраций и других технологических параметров в различных точках технологической схемы процесса.

Временная избыточность информации появляется в результате того, что наблюдения за измеряемыми технологическими параметрами происходят непрерывно или с определенной частотой сканирования датчиков. Если для оценки текущего состояния системы использовать все или часть наблюдений технологических параметров, тогда полученные оценки содержат временную избыточность, выражающуюся в том, что точность оценок превышает точность одиночного измерения. Применение временной избыточности информации сводится к сглаживанию, фильтрации или экстраполяции временных рядов.

Источником пространственной избыточности информации могут быть измерение одного параметра состояния ХТС несколькими датчиками или же учет известных соотношений между оцениваемыми координатами вектора состояния в виде уравнений баланса, стехиометрических уравнений или выражений, определяющих новые понятия через известные. При наличии пространственной избыточности информации результаты измерения технологических параметров (после пересчета их в координаты вектора состояния) не удовлетворяют, например, балансовым уравнениям. В силу наличия ошибок измерения это совершенно естественно. Поэтому возникает задача нахождения таких оценок состояния, которые удовлетворяли бы балансовым и другим известным соотношениям и в то же время согласовались с измеренными значениями технологических

параметров с учетом их точности. Наличие пространственной избыточности информации позволяет улучшить точность оценки измеряемых технологических параметров, оценивать некоторые неизмеряемые технологические параметры, а также обнаружить систематические и грубые ошибки измерений.

Описанные две разновидности избыточности информации можно использовать независимо или совместно. В первом случае возможны два варианта:

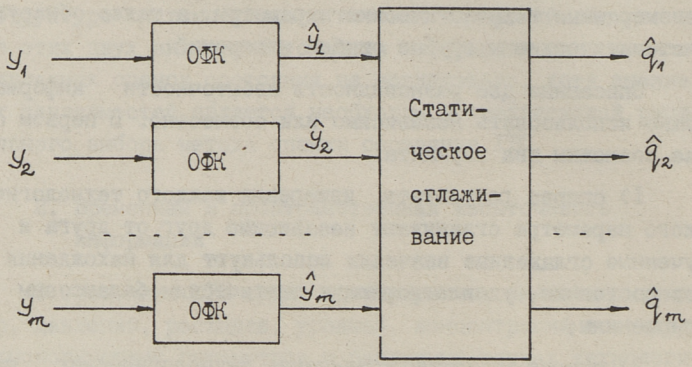
I) сперва результаты измерения каждого технологического параметра сглаживают независимо друг от друга и полученные сглаженные значения используют для нахождения оценок состояния, удовлетворяющих статическим балансовым соотношениям;

2) сперва мгновенные значения технологических параметров используют для вычисления оценок состояния, удовлетворяющих статическим балансовым ограничениям, а полученные оценки сглаживают независимо друг от друга как временные ряды.

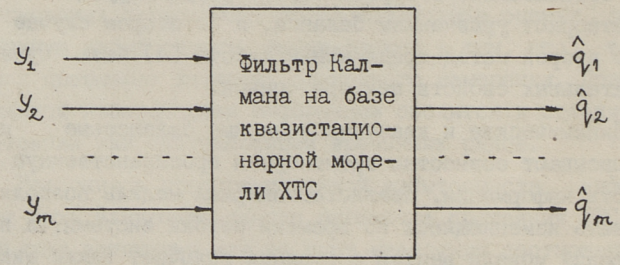
Следует подчеркнуть некоммутативность этих двух операций сглаживания. В первом случае результирующие оценки удовлетворяют уравнениям баланса, а во втором случае нет. Именно второй метод предложен в работе [4] без указания нежелательных свойств вектора оценок.

Динамические и квазистационарные балансовые модели ХТС описывают совместно временную и пространственную избыточность информации. Квазистационарная модель позволяет оценивать изменяющиеся во времени потоки системы, а в динамической модели вектор состояния включает также аккумуляции массы и энергии в подсистемах.

С целью изучения возможностей независимого и совместного использования временной и пространственной избыточности информации нами проведен сравнительный анализ точности оценок потоков, полученных последовательным применением одномерной фильтрации и статического сглаживания (см. фиг. I а) и применением квазистационарной модели ХТС и фильтра Калмана (см. фиг. I б).



а)



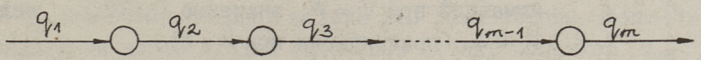
б)

ОФК – одномерный фильтр Калмана

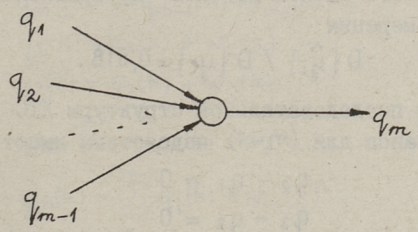
Фиг. 1. Две схемы оценки состояния ХТС.

3. Сравнительный анализ двух схем оценки потоков ХТС

Объектом исследования были две типичные ХТС с регулярной структурой: последовательная и типа звезды (см. фиг.2). Изменяющимся параметром структуры системы было число потоков m. Предполагалось, что все потоки измеряются, причем все измерения потоков имеют одинаковую дисперсию W_i, $i=1,\ldots,m$. Отсюда следует, что число потоков m характеризует и пространственную избыточность информации.



а)



б)

а – последовательная структура ХТС
б – структура типа звезды

Фиг. 2. Потоковые графы ХТС регулярной структуры.

Изменение потоков во времени описывается одномерной моделью в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} q_i(k+1) &= q_i(k) + v_i(k) \\ y_i(k) &= q_i(k) + w_i(k), \end{aligned} \qquad (I)$$

где k – дискретное время $k = 0, I, 2, \ldots,$
q_i – истинное значение потока,

y_i – измеренное значение потока,

v_i – флюктуация потока с нулевым математическим ожиданием и дисперсией V_i,

w_i – шум измерений с нулевым математическим ожиданием и дисперсией W_i, причем $V_i = W_i$ для всех $i = 1, 2, \ldots, m$.

Применяя к последовательности результатов измерений $y_i(k)$ одномерный фильтр Калмана [5], получим оценки потоков $\hat{y}_i$:

$$\hat{y}_i(k+1) = \hat{y}_i(k) + g(k+1)\delta(k+1), \qquad (2)$$

где $g(k+1)$ – коэффициент усиления фильтра Калмана, принимающий при $V_i = W_i$ значение 0,618, если $k \to \infty$ (практически при $k > 5$),

$\delta(k+1)$ – обновляющий процесс: $\delta(k+1) = y_i(k+1) - \hat{y}_i(k)$.

Поскольку модель (1) описывает лишь временную избыточность информации, то учет только временной избыточности на 38 % улучшает точность оценок потоков по сравнению с точностью одиночного измерения

$$D\{\hat{y}_i\} / D\{y_i\} = 0{,}618 .$$

В случае последовательной структуры ХТС (см. фиг. 2 а) уравнения баланса для $(m-1)$ подсистемы имеют вид:

$$\begin{aligned} q_2 - q_1 &= 0 \\ q_3 - q_2 &= 0 \\ &\cdots\cdots \\ q_m - q_{m-1} &= 0 . \end{aligned} \qquad (3)$$

Для ХТС типа звезды (см. фиг. 2 б) справедливо одно уравнение баланса:

$$\sum_{i=1}^{m} q_i = 0. \qquad (4)$$

Применение к этим системам алгоритмов статического сглаживания потоков [2, 3] позволяет получить выражения для дисперсий оценок потоков $D_s\{\hat{q}_i\}$:

– ХТС последовательной структуры:

$$D_s\{\hat{q}_i\} = \frac{1}{m} D\{\hat{y}_i\}, \quad m \geq 1, \qquad (5)$$

– ХТС типа звезды:

$$D_s\{\hat{q}_i\} = \frac{m-1}{m} D\{\hat{y}_i\}, \quad m \geq 2. \qquad (6)$$

В квазистационарной модели ХТС последовательной структуры имеется один независимый поток q_{ℓ} и $(m-1)$ зависимый поток:

$$\begin{aligned} q_{\ell}(k+1) &= q_{\ell}(k) + v_{\ell}(k) \\ y_1(k) &= q_{\ell}(k) + w_1(k) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_m(k) &= q_{\ell}(k) + w_m(k) \\ q_1(k) &= q_2(k) = \ldots = q_m(k) = q_{\ell}(k). \end{aligned} \qquad (7)$$

В силу последней серии равенств, вытекающих из уравнений (3), дисперсии оценок независимого потока и зависимых потоков равны.

В квазистационарной модели ХТС типа звезды имеем $(m-1)$ независимый поток и один зависимый поток, например q_m:

$$\begin{aligned} q_1(k+1) &= q_1(k) + v_1(k) \\ q_2(k+1) &= q_2(k) + v_2(k) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ q_{m-1}(k+1) &= q_{m-1}(k) + v_{m-1}(k) \\ y_1(k) &= q_1(k) + w_1(k) \\ y_2(k) &= q_2(k) + w_2(k) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_{m-1}(k) &= q_{m-1}(k) + w_{m-1}(k) \\ y_m(k) &= \sum_{i=1}^{m-1} q_i(k) + w_m(k) \\ q_m(k) &= \sum_{i=1}^{m-1} q_i(k), \end{aligned} \qquad (8)$$

где для простоты предположено, что потоки $q_1, \ldots, q_{m-1}$ входят в подсистему, а поток q_m выходит. Это предположение упрощает лишь обозначения, но не влияет на свойства получаемых оценок потоков.

Дисперсии оценок независимых потоков $D_k\{\hat{q}_i\}$ являются элементами главной диагонали матрицы ковариации оценок $(m-1)$ - мерного фильтра Калмана $P(k)$, используемого для оценки состояния модели (8):

$$D_k\{\hat{q}_i\} = P_{ii}(k), \qquad (9)$$

$i = 1, \ldots, m-1$. Дисперсия оценки зависимого потока вычисляется по формуле:

$$D_к\{\hat{q}_m\} = (m-1)D\{\hat{q}_i\} - (m-1)(m-2)p, \qquad (10)$$

где p – общий внедиагональный элемент матрицы $P(k)$.

Таблица I

Дисперсии оценок потоков ХТС с последовательной структурой

m	Комбинированный метод		Квазистационарная фильтрация		Отношения дисперсий	
	статическая фильтрация	$D_s\{\hat{q}_i\}$	независимые потоки $D_к\{\hat{q}_l\}$	зависимые потоки $D_к\{\hat{q}_i\}$, $i \neq l$	$\frac{D_к\{\hat{q}_l\}}{D_s\{\hat{q}_l\}}$	$\frac{D_к\{\hat{q}_i\}}{D_s\{\hat{q}_i\}}$
I	I,000	0,6I8	0,6I8	-	I,000	-
2	0,500	0,309	0,366	0,366	I,I84	I,I84
3	0,333	0,206	0,264	0,264	I,282	I,282
4	0,250	0,I54	0,207	0,207	I,344	I,344
5	0,200	0,I24	0,I7I	0,I7I	I,379	I,379
6	0,I67	0,I03	0,I46	0,I46	I,4I5	I,4I5
7	0,I43	0,088	0,I27	0,I27	I,443	I,443
8	0,I25	0,077	0,II2	0,II2	I,455	I,455
9	0,III	0,069	0,I0I	0,I0I	I,464	I,464
I0	0,I00	0,062	0,09I	0,09I	I,470	I,470

Таблица 2

Дисперсии оценок потоков ХТС типа звезды

m	Комбинированный метод		Квазистационарная фильтрация		Отношения дисперсий	
	статическая фильтрация	$D_s\{\hat{q}_i\}$	независимые потоки $D_к\{\hat{q}_i\}$	зависимые потоки $D_к\{\hat{q}_m\}$	$\frac{D_к\{\hat{q}_i\}}{D_s\{\hat{q}_i\}}$	$\frac{D_к\{\hat{q}_m\}}{D_s\{\hat{q}_m\}}$
2	0,500	0,309	0,366	0,366	I,I85	I,I85
3	0,667	0,4I2	0,44I	0,528	I,070	I,280
4	0,750	0,464	0,48I	0,62I	I,037	I,340
5	0,800	0,494	0,506	0,683	I,024	I,382
6	0,834	0,5I5	0,524	0,727	I,0I7	I,4I3
7	0,857	0,530	0,536	0,76I	I,0II	I,436
8	0,875	0,54I	0,546	0,787	I,009	I,455
9	0,889	0,549	0,553	0,807	I,007	I,470
I0	0,900	0,556	0,560	0,8I8	I,006	I,482

В таблицах I и 2 приведены сравнительные данные о точности оценок потоков, полученных описанными двумя методами, т.е. раздельным и совместным применением временной и пространственной избыточности информации, содержащейся в результатах измерения потоков и в структуре ХТС, а также системы технологических измерений.

4. Выводы

Анализ приведенных в таблицах I и 2 результатов,а также результатов оценки потоков реальных ХТС нерегулярной структуры, полученных с применением пакета программ идентификации и оценки состояния непрерывных технологических процессов KALMAN на ЭВМ СМ-4, позволяет сделать следующие выводы:

I) во всех рассмотренных случаях точность оценок потоков, полученных при раздельном (последовательном) использовании временной и пространственной избыточности информации выше точности оценок потоков, полученных с применением квазистационарной модели ХТС;

2) точность оценок зависимых потоков никогда не превышает точности независимых потоков;

3) с ростом пространственной избыточности информации преимущество раздельного применения временной и пространственной избыточности увеличивается;

4) комбинированная схема оценки потоков ХТС, приведенная на фиг. I б, является оптимальной в смысле точности оценок и объема вычислений;

5) квазистационарная модель ХТС представляет теоретический интерес как предельный случай динамической балансовой модели ХТС, но для оценки потоков ее применять не рекомендуется.

Литература

1. Aarna O. Dynamic chemical plant model and its application. - In: Preprints of the Seventh Triennial World Congress of IFAC. Helsinki, Finland, 1978, v. 1, p. 279-286.

2. Vaclavek V. Studies in systems engineering II. On the application of the calculus of observations in calculations of chemical engineering balances. - Collection of Czechoslovak. Chem. Commun., 1969, v. 34, N 2, p. 364-372.

3. Mah R.S.H., Stanley G.M., Downing D.M. Reconciliation and rectification of process flow and inventory data. - Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 1976, v. 15, N 1, p. 175-183.

4. Vaclavek V., Petřiĉkova A., Jancuĉkova H., Kaŝpar L. Dynamic balance computations of chemical processes using time and topologic redundancies. - In: CHEMPLANT'80 "Computers in the Design and Erection of Chemical Plants". Preprints of the 13th European Symposium. Heviz, Hungary, 1980, v. I, p. 412-425.

5. Anderson B.D.O., Moore J.B. Optimal filtering. Englewood Cliffs, Prentice-Hall Inc., 1979. 357 p.

O. Aarna

Temporal and Spatial Redundancy of Information in the Chemical Plant State Estimation

Summary

Chemical plant state estimates produced from technological measurement data, using static and quasi-stationary balance models, contain temporal and spatial redundancy of information. The influence of these two types of redundancy on the accuracy of state estimates is studied. It is shown that separate use of temporal and spatial redundancy yields better estimates and is implemented by simpler algorithms.

№ 576

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 66.01.1.001.57 (75)

О.А. Аарна, Т.В. Тедер

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ХТС

I. Введение

В работе [1] предложена динамическая балансовая модель (ДБМ) и показана возможность ее применения для оценки состояния (данной) ХТС. Идея метода заключается в представлении динамической модели материального баланса в виде линейной стохастической системы, где уравнениями состояния являются уравнения материального баланса и уравнения, описывающие случайное изменение потоков, а уравнения выхода связывают вектор состояния с измеряемыми технологическими параметрами (ТП).

Дискретная форма ДБМ имеет вид:

$$x(k+1) = x(k) + \tau_k F(k)\,x(k) + \tau_k B(k)u(k) + v(k) \qquad (1)$$
$$y(k) = C(k)x(k) + w(k),$$

где x – n-мерный расширенный вектор состояний;
y – m-мерный вектор измеряемых ТП;
u – s-мерный вектор неоцениваемых потоков;
F, B, C – матрицы перехода состояний, входа и выхода соответственно;
$\tau_k = t_{k+1} - t_k$ – длительность k-го интервала дискретности (такта);
v и w – векториальные случайные процессы с известными статистическими характеристиками.

$$\mathcal{E}\{v_k\} = \mathcal{E}\{w_k\} = 0$$
$$R\{w_k, w_k^T\} = R_w, \quad R\{v_k, v_k^T\} = R_v.$$

Применение к этой линейной системе фильтра Калмана (ФК) позволяет рекурсивно обработать результаты измерений и оценить состояние ХТС.

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}^*(k+1) + K(k+1)\,[y(k+1) - C(k+1)\,\hat{x}^*(k)]$$

$$\hat{x}^*(k+1) = F(k)\,\hat{x}(k) + B(k)\,u(k)$$

$$K(k+1) = Q(k+1)\,C^T(k+1)\,[C^T(k+1)\,Q(k+1)\,C^T(k+1) + W]^{-1} \qquad (2)$$

$$P(k+1) = Q(k+1) - K(k+1)\,C(k+1)\,Q(k+1)$$

$$Q(k+1) = F(k)\,P(k)\,F^T(k) + V,$$

где $\hat{x}^*(k+1)$ – априорная оценка,

$Q(k), P(k)$ – ковариационные матрицы априорных и апостериорных оценок вектора $x(k)$.

В настоящее время в системах управления ХТС все больше используют мини- и микро-ЭВМ. Если учитывать, что данные системы работают в режиме реального времени, а порядок расширенного вектора состояний x от нескольких десятков до ста, то нужно найти решение с противоречивым, на первый взгляд, требованием: большой объем вычисления, максимальное быстродействие, мини-ЭВМ.

Целью настоящей работы является подробный анализ алгоритма ФК с точки зрения объема вычислений и нахождение путей повышения эффективности работы данного алгоритма для оценки состояния ХТС.

2. Объем вычислений алгоритма ФК

В таблице I приведены переменные ФК, их размерности и объем памяти ЭВМ для хранения этих данных.

Для определения объема вычислений в ФК учитываем, что сложение двух матриц размерами $m \times n$ требует $m \cdot n$ сложений, а умножение двух матриц требует $m\ell(n-1)$ сложений и $mn\ell$ умножений, если матрицы имеют размерности $m \times n$ и $n \times \ell$ соответственно.

В таблицах 2 и 3 приведены определения переменных ФК и число вычислений.

Обозначаем число умножений в алгоритме ФК через $M(m,n,s)$ и число сложений через $AD(m,n,s)$

$$M(n,m,s) = M_1(n,m,0) + M_2(n,0,s)$$

$$M_1(n,m,s) = 2n^3 + n^2 + 3nm^3 + 2n^2m + n + m^3 + 2nm \qquad (3)$$

$$M_2(n,0,s) = ns$$

Таблица I

Объем памяти алгоритма ФК

Переменная	Название	Размерность	Объем памяти
$\hat{x}(k)$	Оценка состояния в момент времени t_k	$n \times 1$	n
$\hat{x}(k+1)$	Оценка состояния в момент времени t_{k+1}	$n \times 1$	n
$y(k)$	Вектор измеряемых ТП	$m \times 1$	m
$u(k)$	Вектор неоцениваемых потоков	$s \times 1$	s
$F(k)$	Матрица перехода состояний	$n \times n$	n^2
$B(k)$	Матрица входа	$n \times s$	ns
$C(k)$	Матрица выхода	$m \times n$	mn
$Q(k+1)$	Ковариационная матрица априорных оценок	$n \times n$	n^2
$K(k+1)$	Матрица усиления ФК	$n \times m$	nm
$P(k+1)$	Ковариационная матрица апостериорных оценок	$n \times n$	n^2
V	Ковариационная матрица шумов объекта	$n \times n$	n^2
W	Ковариационная матрица шумов измерения	$m \times m$	m^2

$$
\begin{aligned}
AD(n,m,s) &= AD_1(n,m,0) + AD_2(n,0,s) \\
AD_1(n,m,0) &= 2n^3 + n^2 + 2n^2m + 3nm^2 - nm - \\
&\quad - m^2 - n + m^3 \\
AD_2(n,0,s) &= n \cdot s .
\end{aligned}
\tag{4}
$$

При проведении анализа объема вычислений до сих пор не учтена блочная структура матрицы F, B и C.

Матрица перехода состояний F имеет следующий вид [I]:

$$
F(k) = \begin{pmatrix} I_x & -\tau_k A(k) \\ 0 & I_q \end{pmatrix}. \tag{5}
$$

где A – матрица инциденции данной ХТС размерностью $n_x \times n_q$

I_q, I_x – единичные матрицы размерностями $n_q \times n_q$ и $n_x \times n_x$ соответственно,

n_x - число аккумуляций,
n_q - число потоков.

Таблица 2

Объем вычислений алгоритма ФК

Переменная	Определение		Число умножений	Число сложений
$\hat{x}^*(k+1)$	$\hat{x}(k)+\tau_x F(k)\hat{x}(k)+$	$F\cdot\hat{x}$	n^2	n^2-n
	$+\tau_x B(k)u(k)$	$B\cdot u$	$n\cdot s$	$ns-n$
		$F\hat{x}+Bu$	0	n
		$\tau(F\hat{x}+Bu)$	n	0
$Q(k+1)$	$F(k)P(k)F^T(k)+V$	PF^T	n^3	n^3-n^2
		FPF^T	n^3	n^3-n^2
		FPF^T+V	0	n^2
$K(k+1)$	$Q(k+1)C^T[CQ(k+1)\cdot$	QC^T	n^2m	n^2m-nm
	$\cdot C^T-W]^{-1}$	CQC^T	nm^2	nm^2-m^2
		CQC^T+W	0	m^2
		$(CQC^T+W)^{-1}$	m^3	m^3
		$QC^T(\ \ )^{-1}$	nm^2	nm^2-m^2
$P(k+1)$	$Q(k+1)-K(k+1)CQ(k+1)$	CQ	nm^2	nm^2-m^2
		KCQ	n^2m	n^2m-nm
		$Q-KCQ$	0	n^2
$\hat{x}(k+1)$	$\hat{x}^*(k+1)+K(k+1)\cdot$	$C\hat{x}^*$	nm	$nm-n$
	$\cdot[y(k+1)-C\hat{x}^*(k+1)]$	$y-C\hat{x}^*$	0	n
		$K[y-C\hat{x}^*]$	nm	$nm-m$
		$\hat{x}^*+K[\ ]$	0	n

Таблица 3

Общий объем вычислений алгоритма ФК

Переменная	Число умножений	Число сложений
$\hat{x}^*(k+1)$	n^2+n+ns	n^2-n+ns
$Q(k+1)$	$2n^3$	$2n^3-n^2$
$K(k+1)$	$m^3+2nm^2+n^2m$	$m^3+2nm^2+n^2m-2nm$
$P(k+1)$	nm^2+n^2m	$n^2+n^2m+nm^2-m^2-nm$
$\hat{x}(k+1)$	$2nm$	$2nm$

Матрица неоцениваемых потоков B(k) состоит из двух блоков [2]:

$$B(k) = \begin{pmatrix} 0 \\ B_q \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Матрица B_q имеет размерность $n_q \times s$ и каждый столбец ее содержит не более двух ненулевых элементов:

Матрица выхода C(k):

$$C(k) = \begin{pmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_q \end{pmatrix}, \qquad (7)$$

где C_x имеет размерность $m_x \times m_x$

C_q имеет размерность $m_q \times m_q$.

Каждая строка матриц C_x и C_q содержит один ненулевой элемент - коэффициент перехода массы или расхода к соответствующим измеряемым величинам. Если ограничимся на случай, когда один поток или же накопленная масса измеряется только одним датчиком, число ненулевых элементов в каждом столбце этих матриц тоже равно единице.

В таблице 4 приведен объем вычислений ФК, если учтены блочные структуры матриц F, B и C.

$$M_1^*(n,m,0) = 2n^3 + n^2 + n^2m + nm^2 + 3nm + \\ + m^3 + m^2 + m - \frac{n^3 + n - 2n^2}{2} \qquad (8)$$

$$M_2^*(s) = 2s$$

$$AD_1^*(n,m,0) = 2n^3 + n^2 + n^2m + n - nm + \\ + nm^2 + m^3 + m^2 - \frac{n^3 - 2n^3 + n}{2}$$

$$AD_2^*(s) = 2(s-1). \qquad (9)$$

На фигурах I и 2 приведены зависимости M(n, m, s), $M^*(n,m,s)$, AD(n,m,s) и $AD^*(n,m,s)$ от значений n, m и s. Влияние числа неоцениваемых потоков s незначительно по сравнению с числом состояний n и числом измерений m. Заметим, что M, M^*, AD и AD^* более чувствительные к значениям состояний n, чем к значениям измерений m. На фи-

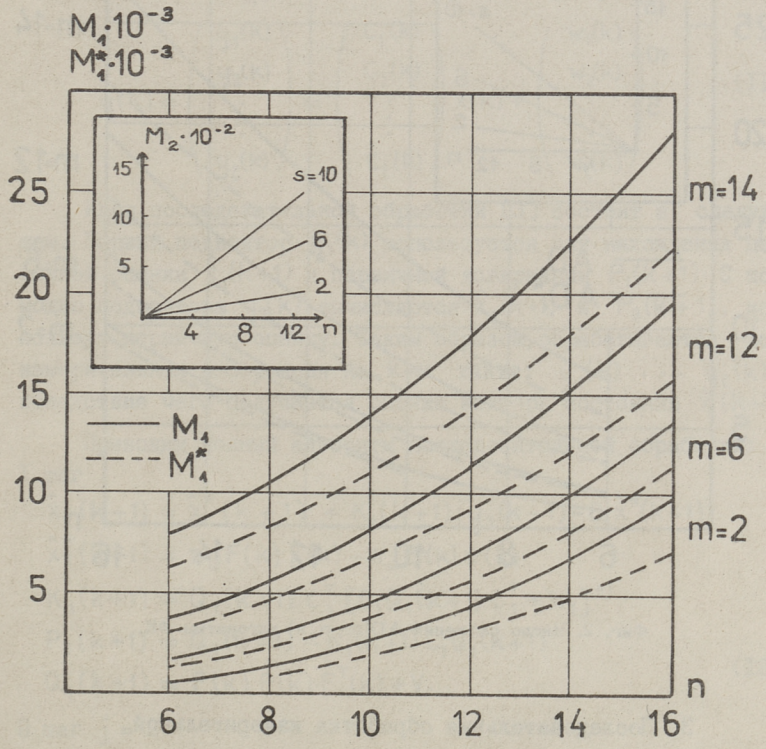
гурах виден также выигрыш в объеме вычислений, если учтена специфическая структура матриц F, B и C.

Таблица 4

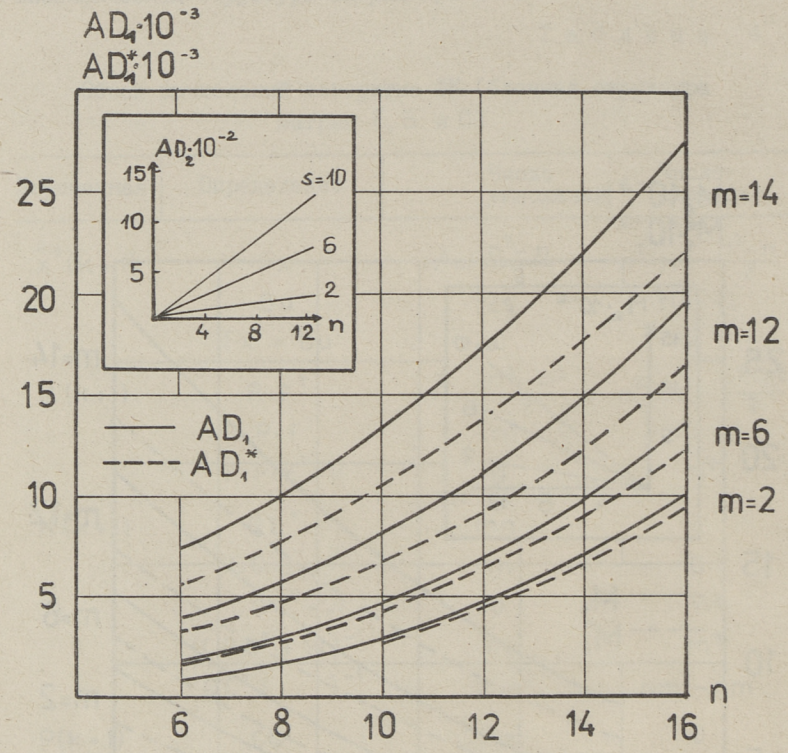
Объем вычислений алгоритма ФК (блочная структура матриц F, B и C)

Переменная	Определение	Число умножений	Число сложений
$\hat{x}^*(k+1)$	Fx	$n^2 - \frac{n^2-n}{2}$	$n^2-n-\frac{n^2-n}{2}$
	Bu	$2s$	$2(s-1)$
	$Fx + Bu$	0	n
$Q(k+1)$	$P\cdot F^T$	$n^3 - \frac{n^3-n^2}{2}$	$n^3-n^2-\frac{n^3-n^2}{2}$
	$F\cdot P\cdot F^T$	n^3	n^3-n^2
	$F\cdot P\cdot F^T+V$	0	n^2
$K(k+1)$	QC^T	mn	0
	CQC^T	m^2	0
	CQC^T+W	0	m^2
	$(CQC^T+W)^{-1}$	m^3	m^3
	$QC^T(\quad)^{-1}$	nm^2	nm^2-nm
$P(k+1)$	CQ	nm	0
	KCQ	n^2m	n^2m-nm
	$Q-KCQ$	0	n^2
$\hat{x}(k+1)$	$C\hat{x}^*$	m	0
	$y-C\hat{x}^*$	0	m
	$K[y-C\hat{x}^*]$	nm	$nm-m$
	$\hat{x}^*+K[\quad]$	0	n

Из вышесказанного следует, что для снижения объема вычислений имеется два пути: уменьшить число состояний (задача декомпозиции) или же, если это возможно, обработать данные в маленьких группах (уменьшение m). Последнее приведет к использованию последовательной обработки измерительной информации.



Фиг. 1. Число умножений $M(m, n, s)$ алгоритма ФК.



Фиг. 2. Число сложений AD(m, n, s) алгоритма ФК.

3. Последовательная обработка измерительной информации

Из алгоритма ФК (2) видно, что при вычислении $K(k+1)$ нужно найти обратную матрицу $(CQC^T+W)^{-1}$. Если же мы имеем дело с многими источниками данных (размерности вектора y матрицы C большие), приходится сталкиваться со многими трудностями (время обработки, точность вычислений). Возникает вопрос, нельзя ли уменьшить размерность этой матрицы или же совсем избавиться от нахождения обратной матрицы.

Предположим, что имеется l статистических независимых источников измерительной информации. Из этого следует, что ковариационная матрица шумов измерения диагональная.

$$\mathcal{E}\{w_k, w_k^T\} = R_w = \mathrm{diag}(R_1, R_2 \dots R_i \dots R_\ell). \qquad (10)$$

Матрица R_i имеет размерность $m_i \times m_i$ и $\sum_{i=1}^{\ell} m_i = m$,

где m размерность вектора выхода y. Теперь можно переписать уравнение выхода из (I) следующим образом:

$$y(k) = \begin{pmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_\ell(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1(k) \\ C_2(k) \\ \vdots \\ C_\ell(k) \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ \vdots \\ w_\ell(k) \end{pmatrix}. \qquad (11)$$

Идея последовательной обработки [3] состоит в следующем. Первый подвектор $y_1(k)$ используется для нахождения первичной оценки $\hat{x}_1(k+1)$ и первичной ковариации $P_1(k+1)$. С помощью подвектора $y_2(k)$ вычисляются $\hat{x}_2(k+1)$ и $P_2(k+1)$, используя первичную оценку. Таким образом, обрабатывается вся измерительная информация на k-м такте: $y_1(k) \dots y_\ell(k)$, вследствие чего получается оценка вектора состояния $\hat{x}(k+1)$.

Приводим полный алгоритм последовательной обработки:

I шаг

$$\begin{aligned}
\hat{x}_1(k+1) &= \hat{x}^*(k+1) + K_1(k+1)\left[y_1(k+1) - C_1\hat{x}^*(k+1)\right] \\
\hat{x}_1^*(k+1) &= \tau_u F(k)\hat{x}(k) + \tau_u B(k)u(k) \\
K_1(k+1) &= Q_1(k+1)\, C_1^T\left[C_1 Q_1(k+1)\, C_1^T + W_1\right]^{-1} \\
P_1(k+1) &= Q_1(k+1) - K_1(k+1)\, C_1 Q_1(k+1) \\
Q_1(k+1) &= F(k)\, P(k) \cdot F^T(k) + V.
\end{aligned} \qquad (12)$$

II шаг $j = 2$

Используем $\hat{x}_1(k+1), P_1(k+1)$ и учтем, что $Q_j = P_{j-1}$

$$\begin{aligned}
\hat{x}_j(k+1) &= \hat{x}(k+1) + K_j(k+1)\left[y_1(k+1) - C_1\hat{x}_{j-1}(k+1)\right] \\
K_j(k+1) &= P_{j-1}(k+1)\, C_j^T\left[C_j P_{j-1}(k+1)\, C_j^T + W_j\right]^{-1} \\
P_j(k+1) &= P_{j-1}(k+1) - K_j(k+1)\, C_j P_{j-1}(k+1).
\end{aligned} \qquad (13)$$

Далее повторяем (I3) с новыми данными измерений до $j = \ell$ (все данные обработаны), получая:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}_{\ell}(k+1)$$
$$P(k+1) = P_{\ell}(k+1). \qquad (I4)$$

Теперь проанализируем, каков выигрыш в объеме вычислений, если использовать последовательную обработку.

Обозначим через t_c время вычислений в алгоритме ФК.

$$t_c = M(m,n,s)t_M + AD(n,m,s)t_A, \qquad (I5)$$

где t_M - время умножения,

t_A - время сложения.

Если же использовать алгоритм последовательной обработки, время t_c зависит от ℓ (разбиения измерений на группы)

$$t_c^{\ell} = \sum_{j=1}^{\ell} t_c(n,m_j,s). \qquad (I6)$$

Из алгоритма (I2) видно, что $\hat{x}^*(k+1)$ и $Q(k+1)$ вычисляются только при первом шаге алгоритма, поэтому можно (I6) переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
t_c^{\ell} &= t_c^{I}(n,s) + t_c^{II}(n,m,\ell) \\
t_c^{I} &= (2n^3+n^2+ns+n)t_M + (2n^3+ns-n)t_A \\
t_c^{II} &= \ell \cdot n^2 t_A + \sum_{j=1}^{\ell} m_j[(2n^2+2n)t_M + \\
&\quad + (2n^2-n)t_A] + \sum_{j=1}^{\ell} m_j^2[3nt_M + (3n-1)t_A] + \\
&\quad + \sum_{j=1}^{\ell} m_j^3(t_M + t_A).
\end{aligned} \qquad (I7)$$

Если $m_j = I$, то формула (I6) несколько видоизменяется (вычисление обратной матрицы в $K(k+1)$ заменяется на деление)

$$\begin{aligned}
t_c^{\ell} &= t_c^{I}(n,s) + t_{c1}^{II}(n,m,\ell) + t_{c2}^{II}(n,1,\ell_1) \\
t_c^{I}(n,s) &= (2n^3+n^2+ns+n)t_M + (2n^3+ns-n)t_A \\
t_{c1}^{II}(n,m,\ell) &= \ell n^2 t_A \cdot \sum_{j=1}^{\ell-\ell_1}{}^{*} m_j[(2n^2+2n)t_M + \\
&\quad + (2n^2-1)t_A] + \sum_{j=1}^{\ell-\ell_1}{}^{*} m_j^2[3n \cdot t_M + (3n-1)t_A] + \\
&\quad + \sum_{j=1}^{\ell-\ell_1}{}^{*} m_j^3(t_M - t_A) \\
t_{c2}^{II} &= \ell_1[(2n^2+5n)t_M + (2n^2+2n-1)t_M + t_D].
\end{aligned} \qquad (I8)$$

где

$$\sum_{j=1}^{\ell-\ell_1}{}^{*} \equiv \sum_{j=1}^{\ell-\ell_1}, \qquad \text{где } m_j \neq 1$$

t_D – время деления,

ℓ_1 – число групп, где $m_j = 1$.

Когда мы учтем блочную структуру матриц F, B и C, получим новые выражения для определения времени обработки.

$$
\begin{aligned}
t_c^{*\ell} &= t_c^{*I}(n,s) + t_{c1}^{*II}(n,m,\ell) + t_{c2}^{*II}(n,1,\ell_1)\\
t_c^{*I} &= \left(2n^3+n^2-\frac{n^3-2n^2+n}{2}\right)t_M +\\
&\quad + \left(2n^3+2(s-1)-\frac{n^3-2n^2+n}{2}\right)t_A\\
t_{c1}^{*II} &= \ell(n^2+n)t_A + \sum_{j=1}^{\ell-\ell_1}{}^{*} m_j\left[(n^2+3n+1)t_M +\right.\\
&\quad \left. + (n^2-n)t_A\right] + \sum_{j=1}^{\ell-\ell_1}{}^{*} m_j^2\left[(1+n)(t_M+t_A)\right] +\\
&\quad + \sum_{j=1}^{\ell\ \ell_1}{}^{*} m_j^3(t_M+t_A)\\
t_{c2}^{*II} &= \ell_1\left[(n^2+4n+2)t_M + (n^2+2)t_A + t_D\right].
\end{aligned}
\qquad (I9)
$$

Из анализа формул (I7)-(I9) выясняются следующие закономерности:

I. Если $m = n$ (все состояния измеряются) или близко к нему (почти все состояния измеряются), тогда целесообразно применять последовательную обработку (выигрыш во времени вычисления около двух раз);

2. Если $m < n/2$, целесообразно обработать данные измерений все вместе.

4. Пример

В качестве примера определено время вычислений для $m=n$ и $m=n/2$ при различных значениях n (таблица 5). При вычислении t_c и $t_c^{*\ell}$ предположено, что все источники измерительной информации независимы ($\ell = m$).

Таблица 5

Время вычислений (в миллисекундах) для алгоритма ФК

m=n \ n	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
t_c	I,0I2	7,6I	25,I6	59,07	II4,66	I97,35	3I2,5I	465,50	66I,72	906,5
t_c^{ℓ}	0,78	4,98	I5,49	35,I8	66,94	II3,64	I78,I6	263,39	372,20	507,48
t_c^{*}	0,79	5,I5	I6,I0	36,66	69,87	II8,74	I86,30	275,57	389,57	53I,34
$t_c^{*\ell}$	0,65	3,72	II,07	24,58	46,I3	77,58	I20,8I	I77,68	250,08	339,86
m=n/2										
t_c	0,53	3,86	I2,57	29,28	56,59	97,I0	I53,43	228,I60	323,9I	443,28
t_c^{ℓ}	0,53	3,58	II,36	26,I3	50,I0	85,5I	I34,60	I99,58	282,7I	386,20
t_c^{*}	0,45	2,89	8,85	I9,98	37,86	64,II	I00,30	I48,30	208,90	284,5
$t_c^{*\ell}$	0,45	2,7I	8,2I	I8,4I	34,73	58,62	9I,52	I34,86	I90,09	258,66

t_A = 4 мкс,
t_M = I0 мкс,
t_D = I2 мкс.

Литература

1. Aarna O. Dynamic chemical plant model and its application. - In: Preprints of the 7th Triennal IFAC World Congress, v. 2., Helsinki, 1978, p. 279-286.

2. Аарна О.А., Йыерс К.А. Исследование динамической модели ХТС. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, I980, № 497, с. 9I-I0I.

3. Anderson B.O., Moore J.B. On optimal filtering.- Prentice-Hall Inc., Engelwood Cliffs, N.Y., 1979.

4. Gura I.A., Bierman A.B. On computitional efficiency of linear filtering algorithms. - Automatika, v. 7, 1971, p. 299-314.

5. Mendel J.M. Computitional requirements for a discrete Kalman filter. - IEEE Transactions on Automatic Control, Dec. 1971, v. AC-16, N 16, p. 748-758.

O. Aarna, T. Teder

A Survey of Chemical Plant State Estimation Algorithm

Summary

Dynamic chemical plant model as a set of state and output equations is given. This model is used for estimating plant technological parameters. Two types of measurement processing are discussed: simultaneous and sequential. Computational requirement and required storage are provided in this paper as functions of the dimensions of the important system matrices for a discrete Kalman filter.

№ 576

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 519.233.2

А.А. Аннус, А.Г. Бахверк

АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ ПО НЕСИНХРОННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ

I. Введение

При построении математического описания статики нелинейного объекта со случайными входными и выходными величинами, в виде совокупности вероятностного описания входных величин и функции преобразования входных величин, возникает задача оценивания параметров функции преобразования, которая в данном случае является моделью объекта. В статье рассматриваются возможности оценивания параметров подобной модели по несинхронным наблюдениям, которые характерны технологическим процессам с групповой обработкой полуфабрикатов при применении выборочных методов контроля, а также при применении разрушающих методов контроля [1, 2].

2. Постановка задачи

Модель объекта для каждого выхода представляет собой зависимость типа

$$r = f(S,\Theta), \qquad (1)$$

где S - вектор входных величин;

Θ - параметры;

r - выходная величина;

f - нелинейная зависимость для выхода r.

Каждый выход можно рассматривать отдельно от других выходов, так как он определен набором входных параметров. Поэтому далее рассматривается скалярная модель типа (I).

В (I) элементы вектора входных величин $S \Rightarrow \{s_1,\dots,s_l\}$ являются в общем случае случайными величинами. Поскольку

входные и выходные величины в реальных процессах наблюдаются с ошибками, можно записать

$$\begin{cases} \eta_i = r_i + \varepsilon_i, \\ \xi_k = \rho_k + \delta_k, \end{cases} \qquad (2)$$

где η_i – i-я наблюдаемая величина выхода,
ξ – k-я наблюдаемая величина входа,
ε_i и δ_k – соответствующие ошибки наблюдения.

Обычно в теории и практике статистического оценивания при оценивании параметров Θ в выражении типа (I) используются выборочные данные вида:

$$\{\eta_i;\ \xi_{1,i} \cdots \xi_{\ell,i}\}_t, \quad i = \overline{1,n_t},\ t = \overline{1,w}, \qquad (3)$$

где n_t – объем выборки,
w – количество выборок.

Частным случаем (3) является случай с детерминированными входами, наблюдаемыми без ошибок, что соответствует структуре данных, которые обычно применяются в регрессионном анализе.

При построении моделей некоторых технологических процессов, когда в процессе используются групповая обработка, выборочный контроль качества и (или) разрушающие методы контроля, получить данные со структурой типа (3) оказывается трудно или даже невозможно. В таком случае выборочные данные могут иметь вид:

$$\{\eta_j\}_t;\ \{\xi_{1,i} \cdots \xi_{\ell,i}\}_t, \quad j = \overline{1,m_t},\ i = \overline{1,n_t},\ t = \overline{1,w}, \qquad (4)$$

где $\{\eta_j\}_t$ – выборка объемом m_t наблюдений выхода, взята из группы t,

$\{\xi_{1,i} \cdots \xi_{\ell,i}\}_t$ – выборка объемом n_t наблюдений входов, взятая из группы t,

ℓ – количество входов,
w – количество групп.

Существенно в (4) то, что конкретной комбинации измеренных входов нельзя поставить в соответствие измеренные значения выхода, значение $\{\eta_j\}_t$ не является измеренным значением выхода при входных значениях $\{\xi_{1,i} \cdots \xi_{\ell,i}\}_{|j=i}$ (и в общем случае $n_t \neq m_t$). Далее наблюдения вида (3) будем называть синхронными, а типа (4) – несинхронными.

Задача оценивания параметров Θ модели (I) по данным (4), рассматриваемая в данной статье, в значительной степени отличается от задач оценивания в обычной постановке [3, 4] по данным типа (3).

3. Методы решения и алгоритмы

Задача оценивания параметров модели типа (4) является задачей восстановления зависимости между случайными величинами по выборочным данным. При использовании несинхронных наблюдений методы решения для поставленной задачи следучет искать среди методов оценивания параметров распределения и параметров преобразования распределения. Эти методы классифицируются следующим образом:

I) методы, базирующиеся на использовании законов распределения;

2) методы, базирующиеся на эмпирических функциях или плотностях распределения;

3) методы, базирующиеся на преобразовании численных характеристик.

К первой группе относится метод максимума правдоподобия (ММП) [5].

Методы, базирующиеся на эмпирической функции распределения, основываются на минимизации некоторого функционала

$$\Phi\left[F_r^*(r) - \hat{F}_r(\hat{r}, \Theta)\right] \to \min, \qquad (5)$$

где $F_r^*(r)$ - эмпирическая функция распределения;

$\hat{r} = f(\delta, \hat{\Theta})$ - прогнозируемое значение r;

$\hat{F}_r$ - функция распределения прогнозируемого $\hat{r}$.

К этим методам относятся методы, использующие статистики, применяемые в критериях согласия, основанные на выборочной функции распределения. Так можно использовать статистику w^2, предложенную Крамером и Мизесом, статистику Колмогорова, статистику Андерса и Дарлинга и т.п. [5].

К методам оценивания параметров с использованием плотности распределения относятся метод минимума хи-квадрат и родственные с ним методы [5].

Так можно использовать статистику

$$x^2 = \sum \frac{[n_{ri} - n_{\hat{r}i}(\Theta)]^2}{n_{\hat{r}i}(\Theta)}, \qquad (6)$$

где n_{ri} – число попаданий в i-й интервал значений измеренного выхода r,

$n_{\hat{r}i}(\Theta)$ – число попаданий в i-й интервал прогнозируемых по модели значений $\hat{r}$, $\hat{r} = f(s, \Theta)$.

Минимизируя (6) получим искомые оценки $\hat{\Theta}$. В процедуру оценивания входит выбор количества и границ интервалов, которые в данном случае используются одни и те же как для r, так и для $\hat{r}$.

Для решения поставленной задачи оказывается возможным использовать числовые характеристики распределений, такие как моментные характеристики и порядковые статистики.

Моментные характеристики используются в методе моментов [5] для оценивания параметров распределения.

Для оценивания параметров преобразования можно записать систему в виде

$$\hat{\mu}_i(r) = \Psi_i(\Theta;\ \hat{\mu}_1(s), \ldots, \hat{\mu}_p(s)),\ i = \overline{1,q}, \qquad (7)$$

где $\hat{\mu}(s)$ – выборочные моменты распределения входной величины s.

При использовании метода моментов, решая уравнения (7), проблема несинхронности измерений внутри выборок отпадает, так как отдельные элементы выборок не используются непосредственно в оценивании, а используются выборочные моменты. На уровне выборок в рассматриваемом случае соответствие существует.

Функции $\Psi(\cdot)$ в (7) являются уравнениями для моментов, определяемых на основе функции $f(\cdot)$ (I) зависимости между переменными r и s.

В ситуации, когда имеется несколько выборок, то есть $\{r\}_t, \{s\}_t, t = \overline{1,w}$ и $w > q$, можно из всей системы уравнений (7) пользоваться лишь одним. В таком случае представляется естественным использовать первое уравнение, так как выборочные оценки более высоких моментов, как правило, имеют большую дисперсию, чем оценки первого момента. Имеем

$$\hat{\mu}_1(r) = m(r) = \Psi_1(\theta; \hat{\mu}_1(s), \ldots, \hat{\mu}_p(s)). \qquad (8)$$

Отсюда оценки $\hat{\theta}$ можно получить путем минимизации некоторого функционала

$$\Phi[m_t(r) - m_t(\hat{r})], \quad t = \overline{1,w}. \qquad (9)$$

Кроме моментных характеристик можно использовать порядковые статистики. Для медианы из (I) будет справедливо выражение:

$$med(r) = f(med(s_1), \ldots, med(s_l); \theta), \qquad (10)$$

где $med(r), med(s_i)$ - медианы входов и выхода.

Оценки параметров $\hat{\theta}$ можно получить минимизируя меру расхождения значения выборочной медианы выхода и предсказания медианы выхода по модели (10) при соответствующих выборочных значениях медиан входов

$$\Phi(\hat{med}_t(r) - med_t(\hat{r})), \quad t = \overline{1,w}, \qquad (11)$$

где $\hat{med}_t(r)$ - оценка медианы выборки t,

$$med_t(\hat{r}) = f(\hat{med}_t(s_1), \ldots, \hat{med}_t(s_l); \theta).$$

Порядковые статистики можно использовать и в случае одной выборки $w = 1$. Рассмотрим случай с одним входом.

В случае монотонной функции $f(\cdot)$ и при отсутствии ошибок измерения можно восстановить синхронность измерений путем упорядочения выборок.

Так, имеем две выборки $\{r_i\}$ и $\{s_k\}$, $i = \overline{1,n}$, $k = \overline{1,m}$, $n \le N$ и $m \le N$. Такие выборки можно поставить в условное соответствие после их упорядочения: $\{r_{(i)}, s_k\}_{i=k}$. Точность такого соответствия будет зависеть от объемов выборок и при $m = n = N$ соответствие будет точным.

Аналогично можно поступить при наличии ошибок измерения: $\{\eta_{(i)}, \xi_{(k)}\}|_{i=k}$, $m = n \le N$.

При наличии одного входа в общем случае можно определить меру расхождения прогнозируемого и измеряемого выхода

$$\varphi[r^*_{(i)} - \hat{r}(s_{(i)}, \theta)], \qquad (12)$$

где $r^*_{(i)}$ - i-я порядковая статистика выхода,

$\hat{r}(s_{(i)}, \theta)$ - значение прогнозируемого выхода при значении входа $s_{(i)}$,

$s(i)$ – i-е значение порядковой статистики входа.

Оценки $\hat{\Theta}$ получаются путем минимизации (I2) по Θ.

При нескольких входах упорядочению подлежит выборка прогнозируемых значений выхода, а минимизируемая мера расхождения имеет вид:

$$\Psi[r^{*}_{(i)} - \hat{r}_{(i)}(s_1, \ldots, s_\ell, \Theta)], \qquad (I3)$$

и процедура оценивания не сводится к случаю синхронных наблюдений как при (I2).

Выше были предложены различные возможности оценивания параметров Θ зависимости (I) при наличии несинхронных наблюдений в виде (4). Из предложенных возможностей оценивания выделим шесть конкретных вариантов:

I) применение метода минимума χ^2(6);

2) применение метода моментов(7);

3) использование управления момента первого порядка (8), (9) и критерия минимума наименьших квадратов (МНК);

4) использование медиан (I0), (I) и критерия МНК;

5) использование порядковых статистик в случае одного входа (I2);

6) использование порядковых статистик в случае нескольких входов (I3).

Приведенные здесь шесть вариантов оценивания параметров представляются наиболее характерными для рассмотренных выше групп методов оценивания. В этих вариантах применяются статистики и критерии, наиболее часто используемые на практике.

При разработке методов и алгоритмов оценивания параметров одним из основных этапов является определение их качества, т.е. определение таких характеристик, как дисперсия оценок, смещение оценок, сходимость алгоритмов, точность предсказания модели и т.п. В данном случае определение качества алгоритмов аналитически связано с большими трудностями, так даже при синхронных наблюдениях с ошибками на входе подобная задача решена лишь для узкого класса зависимостей [4]. Поэтому для решения этой задачи применяется метод имитации. При этом были разработаны конкретные алгоритмы согласно шести приведенным выше вариантам, в которых были зафиксированы процедуры образования сгруппированных

выборок, нахождения уравнений для моментов, решения системы уравнений, минимизации функционалов.

4. Имитационные испытания алгоритмов оценивания

Для анализа и сравнения практической применимости предложенных алгоритмов оценивания параметров применялся метод имитации (отметим наиболее близкие по содержанию работы [6, 7], где приводятся результаты имитационного моделирования процедуры оценивания параметров линейной модели с одним входом с использованием порядковых статистик).

При испытании алгоритмов задавались: исследуемая функциональная зависимость; закон распределения входных величин, параметры распределений средних значений входов, распределений входных величин, распределений ошибок измерения входов и выхода; значения параметров функции, при которых проводятся испытания; количество выборок и объем; количество повторных опытов. Испытания проводились на ЭВМ ЕС 1022.

В качестве примера использовалась зависимость

$$r = a_0 + a_1 s_1^{b_1} + a_2 s_2^{b_2}, \qquad (14)$$

где s_1 и s_2 – входы;
r – выход;
b_1 и b_2 – константы;
a_0, a_1, a_2 – параметры.

Испытания проводились на монотонном участке зависимости (14) с различной кривизной, зависящей от констант b_1 и b_2.

Результаты испытаний алгоритмов оценивания показали, что все предложенные алгоритмы являются работоспособными. Качество оценок, получаемых по различным алгоритмам, существенно различается. В то же время нельзя отдать абсолютное предпочтение какому-то одному алгоритму. Так в случае линейной по параметрам, монотонной, нелинейной по переменным зависимости при входных переменных, распределенных по гауссовскому закону распределения, можно сделать следующие выводы:

1) при отсутствии межгруппового рассеяния и при наличии одного входа лучшим является алгоритм с использованием порядковых статистик для случая одного входа;

2) при отсутствии межгруппового рассеяния и при наличии двух и более входов меньшая дисперсия оценки получается при применении метода минимума хи-квадрат;

3) при наличии значимого межгруппового рассеяния меньше дисперсии оценки получаются по алгоритму, использующему уравнение для момента первого порядка.

Поэтому при выборе алгоритма оценивания в конкретной ситуации необходимо проведение испытания алгоритма на конкретной модели и с конкретным описанием входных переменных.

Далее рассмотрим конкретный пример оценивания параметров функциональной зависимости. Рассматриваемая зависмость взята из модели ТП производства тиристоров. Это зависимость глубины залегания $p-n$-перехода, получаемого в ходе бор-алюминиевой диффузии от величины удельного сопротивления исходного кремния:

$$x_j^2 = a_0 + a_1 \ln \rho_0, \qquad (15)$$

где x_j – глубина залегания $p-n$-перехода,

ρ – удельное сопротивление исходного кремния,

a_0 и a_1 – параметры зависимости.

В качестве исходных данных были взяты данные анализа реального процесса.

Заданные значения параметров: $a_0 = -5000$; $a_1 = 3000$.

Генерировалось 10 выборок по 30 элементов. Для оценивания дисперсии оценок и дисперсии предсказания выхода производилось 30 повторных оцениваний, т.е. общий объем единичных реализаций был равен 9000.

Результаты испытания алгоритмов оценивания приведены в таблице 1. В таблице приведены:

$\hat{a}_0, \hat{a}_1$ – средние значения оценок параметров;

$S(a_0), S(a_1)$ – стандартные отклонения оценок;

$\hat{x}_{j|50}, \hat{x}_{j|100}, \hat{x}_{j|150}$ – предсказываемые по моделям значения глубины залегания $p-n$-перехода при значениях удельного сопротивления $\rho_0 = 50; 100; 150$ Ом соответственно;

Таблица I

Результаты испытания алгоритмов оценивания

Характеристика алгоритма	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_1$	$S(\hat{a}_0)$	$S(\hat{a}_1)$	$\hat{x}_{j\|50}$	$\hat{x}_{j\|100}$	$\hat{x}_{j\|150}$	$S(\hat{x}_{j\|50})$	$S(\hat{x}_{j\|100})$	$S(\hat{x}_{j\|150})$
				Исходная модель						
–	-5000,0	3000,0	–	–	82,07	93,89	I00,I6	–	–	–
				Синхронные наблюдения						
МНК	-2449,9	2455,5	294I	639	84,55	94,II	99,25	2,7I	0,73	I,49
				Несинхронные наблюдения						
Уравнения моменты I-го порядка	-47I0,0	295I,6	2246	488	82,66	94,25	I00,39	2,08	0,37	I,06
Использование медиан	-5082,I	3007,9	3907	853	8I,69	93,65	99,93	3,54	0,56	I,9I
Порядковые статистики	-36043,6	97I8,5	3802	778	43,46	93,32	II2,47	9,47	2,00	I,46
Метод моментов	-37799,4	I0099,0	3933	798	39,92	93,3I	II3,I6	II,00	2,09	I,40
Метод минимума χ^2	-52II,9	3427,I	I304	I4I3	88,76	I00,96	I07,45	I8,I0	I9,77	20,69

$S(\hat{x}_{j|50})$, $S(\hat{x}_{j|100})$, $S(\hat{x}_{j|150})$ – стандартные отклонения выхода, рассчитанного по моделям в точках ρ_0 = 50; 100; 150 Ом.

В таблице I приведены перечисленные выше характеристики для исходной модели (идеальная модель), для случая синхронных наблюдений и для пяти алгоритмов оценивания параметров по несинхронным наблюдениям. По данным таблицы можно проследить различие смещения оценок и рассеяния оценок параметров и прогнозируемого выхода для различных алгоритмов оценивания. Как видно, лучшие результаты оценивания по несинхронным наблюдениям рассматриваемой в примере модели при данных значениях характеристик распределения входа и ошибок наблюдения, получаются по алгоритмам, использующим уравнение момента первого порядка и медианы. Кроме того, исследовались сходимость алгоритмов с определением необходимого объема выборок и количества повторных опытов для обеспечения необходимой точности оценивания различными алгоритмами.

5. Выводы

В заключение можно сказать, что приведенные здесь алгоритмы оценивания позволяют получить оценки параметров нелинейных монотонных функциональных зависимостей по данным со специфической структурой в виде несинхронных наблюдений.

Все приведенные алгоритмы являются работоспособными, но качество получаемых оценок существенно различно.

Проведение имитационных испытаний алгоритмов оценивания для конкретных моделей и при конкретных исходных данных дает возможность выбора наилучшего в некотором смысле алгоритма оценивания. Кроме того, получаемые оценки характеристик рассеяния оценок параметров и прогнозируемого выхода можно использовать в качестве оценок соответствующих характеристик непосредственно при оценивании параметров модели по экспериментальным данным.

Литература

I. Бахверк А.Г. Оценивание параметров одного типа моделей. – Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1980, № 497, с. 103–108.

2. Бахверк А.Г., Кийтам А.А. Применение порядковых статистик при оценивании параметров функциональных зависимостей. - В кн.: Разработка средств измерения, автоматизации и систем управления технологических процессов в силовом полупроводниковом приборостроении (материалы научно-технического семинара). Таллин, 1982, с. 62-66.

3. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. - М., Статистика, 1979. 349 с.

4. Кендалл М., Стюарт А. Статистические выводы и связи. М., Наука, 1973. 899 с.

5. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. М., Наука, 1968. 548 с.

6. Ефимов А.Н., Кутеев В.М. Безэталонные измерения и идентификация методами теории порядковых статистик. - Автоматика и телемеханика, 1978, № 12, с. 30-36.

7. Ефимов А.Н. Методы порядковых статистик и рангов в задачах обработки наблюдений. -Измерение, контроль, автоматизация, 1981, вып. 5(39), с. 19-27.

A. Annus, A. Bachverk

Algorithms for Estimation of Model Parameters Using Unsynchronous Observations

Summary

The paper is concerned with parameter estimation for models in form of monotonous nonlinear relationships when data with specific structure are used. Algorithms for parameter estimation for observing the situation considered are presented. Testing and comparison of algorithms are performed using simulation. Results of testing and recommendations for exploitation of estimation algorithms are presented.

№ 576
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
УДК 65.012.122

А.А. Кийтам, Э.К. Сакс

УТОЧНЕНИЕ РЕШЕНИЯ ПРИБЛИЖЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ КОМПЕНСАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МНОГОСТАДИЙНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

I. Постановка задачи

Рассматриваем систему компенсационного управления (КУ) для многостадийного технологического процесса (ТП) с групповой обработкой полуфабрикатов (ПФ). Система КУ, функционирующая между двумя последовательными стадиями ТП, предназначена для уменьшения разброса параметров изготовляемых изделий. Система осуществляет распределение поступивших с предыдущей стадии обработки ПФ по достаточно однородным по качеству группам, комплектацию из этих групп партий для последующей обработки и определение режима обработки для скомплектованных партий. В [1-3] приведены процедуры приближенной оптимизации систем КУ. В настоящей статье рассматриваются вопросы уточнения приближенно-оптимальных решений, полученных по дисперсионному критерию [2], с целью нахождения экстремального по вероятностному или стоимостному критерию решения.

2. Описание модели

Пусть качество после завершения предыдущей стадии обработки характеризуется значением скалярной переменной y. Обозначим плотность распределения y через $p_y(y)$ и предположим, что $p_y(y)$ равняется нулю вне конечного отрезка $\alpha \leqslant y \leqslant \beta$. Отрезок $[\alpha,\beta]$ разбивается на m интервалов $[y_{t-1}, y_t]$, $\alpha = y_0 < y_1 < \ldots < y_m = \beta$. Поступившие партии ПФ распределяются в зависимости от значения по m промежуточным складам: при $y_{t-1} < y \leqslant y_t$ ПФ направляется в t-й склад. Если в некотором складе накопилось требуемое количество ПФ, то

из них комплектуется новая партия, которая на последующей стадии обрабатывается по режиму x_t. Предположим, что компенсирующие режимы x_t можно выбирать из конечного отрезка: $x_{min} \le x_t \le x_{max}$. Целью выбора различных режимов x_t является уменьшение разброса некоторого параметра w, который определяет качество ПФ после последующей стадии и связан с y линейной моделью с гауссовским шумом:

$$z = a + bx + cy, \quad w = z + \eta, \quad \eta \sim N(0, \sigma_\eta), \qquad (I)$$

где a, b, c – постоянные коэффициенты;

σ_η – стандартное отклонение шума η.

Обозначим центр настройки ТП по w через $w_0 = z_0$. Условие бездефектности обработанного ПФ выражается как условие принадлежности w к симметричному относительно w_0 допуску $\varepsilon = w_0 - \delta_w \le w \le w_0 + \delta_w = \lambda, \ \delta_w > 0$.

Отметим, что коэффициент детерминации $\xi = \sigma_z^2 / \sigma_w^2$, который является мерой связи между y и w для модели (I), можно найти по формуле $\xi = c^2 \sigma_y^2 / (\sigma_\eta^2 + c^2 \sigma_y^2)$.

Оптимизируемыми параметрами описанной системы являются:

1) число интервалов (число складов) m;
2) границы интервалов y_t, $t = \overline{1, m-1}$;
3) режимы обработки x_t, $t = \overline{1, m}$.

3. Процедуры оптимизации

Систему процедур оптимизации можно рассматривать как двухуровневую.

На первом уровне оптимизируется число интервалов m. Здесь применяется критерий экономического типа (минимальная стоимость). Этот уровень можно рассматривать как глобальную оптимизацию, поскольку значение m в основном определяет эффективность системы КУ. В [1] показано, что задачу определения оптимального числа интервалов m^* можно сформулировать как задачу определения максимального значения m, удовлетворяющего неравенству

$$P_m - P_{m-1} > S_0 / (4 r_0) = d, \qquad (2)$$

где P_m – максимальная достигаемая вероятность бездефектных по w ПФ при числе интервалов m;

S_0 – затраты на хранение одного ПФ в течение цикла производства;

r_0 – затраты, возникающие из-за дефектного по w ПФ.

На втором уровне оптимизируются границы интервалов $\{y_t\}$ и режимы обработки $\{x_t\}$. Этот уровень соответствует локальной оптимизации системы КУ при фиксированном m; здесь согласно глобальной оптимизации по (2) требуется максимизировать вероятность P_m. В [I-3] критерий $P_m \to max$ заменен на более простые и удобные в вычислительном смысле критерии дисперсионного и допускового типа. Чтобы оценить эффективность использованных в [I-3] критериев и точность полученных на их основе результатов, необходимо решить задачу локальной оптимизации по критерию $P_m \to max$; эту задачу далее для краткости назовем задачей точной оптимизации.

Таким образом, рассматриваем локальную оптимизацию системы КУ при фиксированном m по критерию максимизации вероятности P_m. С учетом независимости y и η P_m выражается через плотности распределения $p_z(z)$ и $p_\eta(\eta)$ в виде композиционного интеграла

$$P_m = \int_{\varepsilon}^{\lambda} p_w(w)\,dw = \int_{\varepsilon}^{\lambda} dw \int_{-\infty}^{\infty} p_\eta(\tau)\, p_z(w-\tau)\,d\tau .$$

Для модели (I) отсюда получим экстремальную задачу

$$P_m = \int_{\varepsilon}^{\lambda} dw \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_\eta} \varphi_0\left(\frac{w-\tau}{\sigma_\eta}\right)\left[\frac{1}{|c|}\sum_{t=1}^{m} p_y\left(\frac{\tau-a-b\cdot x_t}{c}\right)\right] d\tau \to max \qquad (3)$$

$$x_{min} \le x_t \le x_{max},\ t=\overline{1,m}\ ;$$

здесь и в дальнейшем $\varphi_0(\tau)=\exp(-\tau^2/2)/\sqrt{2\pi}$ – плотность нормированного гауссовского распределения $N(0,1)$.

Обозначим через v_t значение y, которое при режиме x_t преобразуется в значение z, совпадающее с центром настройки ТП по z, т.е.

$$v_t = \frac{1}{c}(z_0 - a - bx_t),\ t=\overline{1,m}\ . \qquad (4)$$

Так как значения v_t определяются режимами обработки x_t, будем далее v_t называть режимными точками.

После некоторых преобразований получим эквивалентную для (3) экстремальную задачу в виде:

$$P_m = \sum_{t=1}^{m} \int_{y_{t-1}}^{y_t} \psi(y, v_t) \cdot p_\eta(\eta) dy \to \max; \quad \psi(y, v_t) = \Phi_0\left[\frac{c(y - v_t) + \delta_w}{\sigma_y}\right] -$$

$$- \Phi_0\left[\frac{c(y - v_t) - \delta_w}{\sigma_y}\right]; \quad y_{min} \le v_t \le y_{max}, \quad t = \overline{1, m}, \tag{5}$$

где $\Phi_0(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\tau} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ – функция распределения нормированного гауссовского распределения $N(0, I)$,

y_{min}, y_{max} – минимальное и максимальное значения y, для которых существует такое x, что $x \in [x_{min}, x_{max}]$ при $\dot{z}_0 = a + bx + cy$.

Для модели (I) y_{min}, y_{max} вычисляются по формулам

$$y_{min} = y_{00} - \left|\frac{b}{c}\right| \delta_x, \quad y_{max} = y_{00} + \left|\frac{b}{c}\right| \delta_x, \tag{6}$$

$$y_{00} = \frac{1}{c}\left(\dot{z}_0 - a - b\,\frac{x_{min} + x_{max}}{2}\right); \quad \delta_x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}.$$

Приведенная экстремальная задача (5) является задачей нелинейного программирования с $2m-1$ оптимизируемыми переменными, из которых m являются режимными точками v_t, $t = \overline{1,m}$, а $m-1$ являются границами интервалов y_t, $t = \overline{1, m-1}$.

Поскольку уравнения $\partial P_m / \partial v_t = 0$ приводят к явным решениям только при некоторых видах распределения $p_y(y)$, для решения (5) необходимо применять методы численной оптимизации. Однако уравнения $\partial P_m / \partial y_t = 0$ представляют систему

$$\frac{\partial P_m}{\partial y_t} = \psi(y_t, v_t) \cdot p_y(y_t) - \psi(y_t, v_{t+1}) \cdot p_y(y_t) = 0, t = \overline{1, m-1},$$

откуда вследствие симметричности $\psi(y, v_t)$ относительно $y = v_t$ получим условия для оптимальных y_t при фиксированных v_t в виде зависимостей

$$y_t = \frac{v_t + v_{t+1}}{2}, \quad t = \overline{1, m-1}. \tag{7}$$

Подставляя зависимости (7) в (5), получим задачу оптимизации с m оптимизируемыми параметрами v_t. Оптимальные

значения y_t следует вычислять после оптимизации по (7), используя найденные оптимальные значения v_t.

Чтобы избежать необходимости применения численных процедур оптимизации с ограничениями, используем приведенные в [3] результаты, полученные при модификации процедур приближенной оптимизации системы КУ для случая с режимными ограничениями. При этом, согласно [3], из m ограничений в (5) достаточно учитывать только два:

$$v_1 \geq y_{min},\ v_m \leq y_{max}.$$

Соответственно имеются четыре варианта решения (5). Представим ход просмотра возможных вариантов в виде следующего алгоритма.

Алгоритм I

I. Решение (5) относительно v_t, $t=\overline{1,m}$. Проверка допустимости полученного оптимального решения. При $v_1 \geq y_{min}, v_m \leq y_{max}$ решение удовлетворяет ограничениям; в противном случае процедура оптимизации продолжается: при $v_1 < y_{min}$, $v_m > y_{max}$ переход к п. 4; при $v_1 > y_{min}, v_m \leq y_{max}$ к п. 3 и при $v_1 \geq y_{min}$, $v_m > y_{max}$ к п. 2.

2. Решение (5) относительно v_t, $t=\overline{1,m-1}$ при $v_m = y_{max}$. Проверка допустимости полученного решения. При $v_1 \geq y_{min}$ решение является допустимым; в противном случае процедура оптимизации продолжается: переход к п. 4.

3. Решение (5) относительно v_t, $t=\overline{2,m}$ при $v_1 = y_{min}$. Проверка допустимости полученного решения. При $v_m \leq y_{max}$ решение является допустимым; в противном случае процедура оптимизации продолжается: переход к п. 4.

4. Решение (5) относительно v_t, $t=\overline{2,m-1}$ при $v_1 = y_{min}, v_m = y_{max}$. Решение всегда допустимое.

При выборе метода оптимизации сравнивались два градиентных метода - метод Давидона и метод сопряженных градиентов [4]. Применялась программа из стандартного программного обеспечения ЕС ЭВМ. Оказалось, что метод сопряженных градиентов эффективнее для решения задачи $P_m \to max$: при равной точности решения при применении метода Давидона число итераций в среднем в I,3 раза больше, чем при применении мето-

да сопряженных градиентов. При точности 10^{-4} время оптимизации для $m \leq 10$ не превосходило на ЕС-1022 30 с.

4. Сравнение результатов приближенной и точной оптимизации КУ

Как отмечалось выше, при построении процедур приближенной оптимизации границ интервалов и режимов обработки при фиксированном m в [1-3] применялись более простые критерии, чем $P_m \to max$. В частности, в [1] рассмотрен интервальный критерий $|z_{max} - z_{min}| \to min$ (критерий А) при близких к единице значениях коэффициента детерминации ξ, а в [2] дисперсионный критерий в виде $\sigma^2(z) = \int (z - z_0)^2 p_z(z) dz \to min$ (критерий В) при $\xi < 1$. Для этих критериев в [1-3] приведены процедуры определения оптимальных $\{y_t\}, \{v_t\}$ и предложены также зависимости для оценки значения P_m. Отметим, что приведенные для дисперсионного критерия процедуры дают лишь приближенное решение.

Для оценки области применимости критериев А, В рассмотрим точное решение задачи $P_m \to max$. Как отмечено выше, оптимальные границы $\{y_t\}$ посредством (4) и (7) выражаются в явном виде от оптимальных режимов $\{x_t\}$. Сложность решения (5) состоит, в основном, в том, что уравнения $\partial P_m / \partial v_t = 0$ не дают явной зависимости оптимальной v_t от границ y_{t-1}, y_t. Для нормированного y получим из (6) уравнение $\partial P_m / \partial v_t = 0$ в виде:

$$\frac{\partial P_m}{\partial v_t} = \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} \cdot \int_{y_{t-1}}^{y_t} \psi_1(\gamma, \xi, y, v_t) \cdot p_y(y)\, dy = 0, \qquad (8)$$

$$\psi_1(\gamma, \xi, y, v_t) = \sqrt{\frac{1-\xi}{\xi}} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial v_t} = \varphi_0\left[\frac{\sqrt{\xi}(y - v_t) + \gamma}{\sqrt{1-\xi}}\right] - \varphi_0\left[\frac{\sqrt{\xi}(y - v_t) - \gamma}{\sqrt{1-\xi}}\right],$$

где γ является нормированной полушириной допуска по w

$$\gamma = \frac{\delta_w}{\sigma_w}.$$

Из (8) видно, что кроме формы распределения $p_y(y)$ решение (8) зависит от коэффициента детерминации ξ и от нормированной полуширины допуска γ. ξ характеризует долю шума в общем разбросе выхода. Значение ξ изменяется в пределах $0 \leq \xi \leq 1$ и увеличивается с уменьшением доли шума; при $\xi = 1$ шум в системе КУ отсутствует. Полуширина допуска

γ характеризует вероятность годных по ω ПФ P_1 в исходной системе (в системе без КУ). В реальных системах КУ γ изменяется примерно в пределах $0{,}75 \le \gamma \le 2$. Большим значениям γ соответствуют большие значения вероятности годных P_1 в системе без КУ.

Рассмотрим зависимость ψ_1 от $y - v_t$. Из (8) видно, что ψ_1 является нечетной функцией относительно $y - v_t$. Из нечетности ψ_1 следует, что при симметричной плотности $p_y(y)$ в интервале $[y_{t-1}, y_t]$ имеет место

$$v_t = \frac{y_t + y_{t-1}}{2}. \qquad (9)$$

Отметим, что при равномерном распределении $p_y(y)$ является симметричным во всех интервалах и, следовательно, (9) справедливо для всех интервалов $[y_{t-1}, y_t]$. Решая (7) вместе с (9) получим, что при равномерном распределении независимо от значений ξ и γ оптимальным является разбиение интервала изменения $y[\alpha, \beta]$ на m равнодлинных интервалов. Оптимальное разбиение на равнодлинные интервалы получено и в [I] для критерия А. Очевидно рассматриваемое решение можно использовать в качестве приближенного решения для всех ξ и γ, но только для распределений $p_y(y)$, близких к равномерному распределению. В [I] приведены также формулы приближенного вычисления P_m для распределений $p_y(y)$, близких к равномерному распределению.

Анализ зависимости ψ_1 от $y - v_t$ при разных значениях ξ и γ показал, что в некоторых случаях с достаточной адекватностью применима линейная аппроксимация ψ_1 от $y - v_t$

$$\psi_1 \approx a_0(y - v_t), \qquad (10)$$

где a_0 - коэффициент чувствительности.

Решая (8) при (10) получим, что v_t равно среднему значению y на отрезке $[y_{t-1}, y_t]$:

$$v_t = \mu_t = \int_{y_{t-1}}^{y_t} y\, p_y(y)\, dy \Big/ \int_{y_{t-1}}^{y_t} p_y(y)\, dy. \qquad (11)$$

Отметим, что (II) вместе с (7) являются точным решением задачи локальной оптимизации при критерии минимизации дисперсии В. Отсюда следует, что использование полученного по критерию В приближенно-оптимального решения в качестве оптимального решения оправдано в тех случаях, когда адекватна линейная аппроксимация (10). На основе проведенных вычисле-

ний можно сказать, что (10) применима для всех m и всех реальных γ при $\xi \leqslant 0{,}3$; для $m \geqslant K$ и $\gamma \geqslant 1{,}25$ при $\xi \leqslant 0{,}5$. При этом критическое число интервалов K зависит от ξ и от формы $p_y(y)$; K тем меньше, чем ближе $p_y(y)$ к равномерному распределению и чем меньше значение ξ. Применение критерия В при больших ξ приводит к решениям, довольно далеким от оптимального решения задачи $P_m \to max$. В качестве примеров приводим сравнительные результаты точной оптимизации и оптимизации на основе критерия В двух конкретных распределений $p_y(y)$:

1) для распределения $N(0,1)$;

2) для логнормального распределения с единичной дисперсией, с единичным коэффициентом асимметрии и параметром сдвига, равным нулю ($\sigma = 1$, $\gamma_0 = 1$ и $\varepsilon = 0$ соответственно).

В таблицах 1 и 3 приведены значения вероятностей P_m^* при значениях коэффициента детерминации ξ = 0,1; 0,5; 0,9 и при значениях нормированного полудопуска γ = 0,75; 1,25; 1,75 для чисел интервалов m = 2, 4, 6, 8, 10 (для гауссовского и логнормального выходных распределений соответственно). Для каждой фиксированной комбинации значений m, ξ и γ в первой строке приведены вероятности P_m^*, соответствующие оптимальному решению согласно (8); во второй строке приведена разность $\varepsilon(P_{m0}) = P_m^* - P_{m0}$ между результатом точной оптимизации P_m^* и результатом приближенной оптимизации P_{m0}, получаемым по дисперсионному критерию согласно [2].

В таблицах 2 и 4 для рассматриваемых примеров (гауссовского и логнормального распределений) приведены соответственно для m = 8 и m = 4 значения границ интервалов $\{y_t\}$ и режимных точек $\{v_t\}$. Значения $\{y_t\}$ и $\{v_t\}$, соответствующие результату точной оптимизации, указаны при тех же комбинациях ξ и γ, что и в таблицах 1 и 3; в последних строках таблиц 2 и 4 приведены $\{y_t\}$ и $\{v_t\}$, полученные при приближенной оптимизации по дисперсионному критерию.

На основе таблиц 1–4 можно сделать вывод, что значения P_m относительно малочувствительны к маленьким вариациям $\{y_t\}$ и $\{v_t\}$. По значениям $\varepsilon(P_{m0})$ можно сказать, что приемлемость приближенного решения, полученного по дисперсионному критерию, при точной оптимизации систем КУ по вероятностному критерию P_m, довольно существенно зависит от значе-

Таблица I

Пример I. P_m^* и $\varepsilon(P_{m0})$ для нормированного гауссовского распределения

ξ	γ	m				
		2	4	6	8	I0
0,I	I,25	0,8036 0,0000	0,8097 0,0000	0,8III 0,0000	0,8II6 0,0000	0,8II9 0,0000
0,5	0,75	0,6388 0,0006	0,6854 0,000I	0,6980 0,000I	0,7032 0,0000	0,7058 0,0000
	I,25	0,8708 0,000I	0,9059 0,0000	0,9I45 0,0000	0,9I78 0,0000	0,9I96 0,0000
	I,75	0,9656 0,000I	0,9808 0,0000	0,9840 0,0000	0,985I 0,0000	0,9856 0,0000
0,9	I,25	0,9526 0,0030	0,9944 0,0032	0,9986 0,00I0	0,9994 0,0008	0,9996 0,0005

Таблица 2

Пример I. $\{y_t\}$ и $\{v_t\}$ для нормированного гауссовского распределения N(0,1) при $m = 8$

ξ	γ	$\lvert y_1\rvert$	$\lvert y_2\rvert$	$\lvert y_3\rvert$	$\lvert v_1\rvert$	$\lvert v_2\rvert$	$\lvert v_3\rvert$	$\lvert v_4\rvert$
0,I	I,25	I,6863	I,0I46	0,482I	2,085I	I,300I	0,729I	0,2366
0,5	0,75	I,6973	I,0245	0,4887	2,0772	I,3I22	0,7386	0,2386
	I,25	I,732I	I,04I7	0,4968	2,I306	I,3340	0,7505	0,2438
	I,75	I,7673	I,0557	0,5022	2,I860	I,3537	0,7575	0,2464
0,9	I,25	2,20I5	I,323I	0,6283	2,7244	I,6964	0,95II	0,3087
Приближенное решение		I,6270	0,9534	0,4500	2,0473	I,2427	0,687I	0,22I2

Таблица 3

Пример 2. P_m^* и $\varepsilon(P_{m0})$ для логнормального распределения $L(\sigma=1, \gamma_a=1, \xi=0)$

ξ	γ	m				
		2	4	6	8	I0
0,I	I,25	0,8034 0,0000	0,8094 0,0000	0,8I09 0,0000	0,8II5 0,0000	0,848 0,0000
0,5	0,75	0,6439 0,00I6	0,6863 0,0005	0,6982 0,0003	0,7032 0,0003	0,7058 0,0003
	I,25	0,8955 0,0003	0,9058 0,0003	0,9I43 0,0003	0,9I78 0,0004	0,9I95 0,0003
	I,75	0,9652 0,0005	0,9803 0,0005	0,9837 0,0004	0,9849 0,0003	0,9855 0,0002
0,9	I,25	0,960I 0,0022	0,9942 0,0030	0,9983 0,0020	0,9992 0,00I3	0,9996 0,0009

Таблица 4

Пример 2. $\{y_t\}$ и $\{v_t\}$ для логнормального распределения $L(\sigma=1, \gamma_a=1, \varepsilon=0)$ при $m=4$

ξ	γ	y_1	y_2	y_3	v_1	v_2	v_3	v_4
0,I	I,25	2,4455	3,3622	4,5757	2,02I9	2,88I6	3,8492	5,3092
0,5	0,75	2,4030	3,2568	4,3298	I,9934	2,8I24	3,70I0	4,9585
	I,25	2,4320	3,3297	4,4887	2,0055	2,8589	3,8006	5,I789
	I,75	2,4783	3,45I7	4,7598	2,0252	2,9323	3,9664	5,5559
0,9	I,25	2,5I62	3,6833	5,III8	I,9656	3,0678	4,2973	5,93I5
Приближенное решение		2,3883	3,I802	4,3254	I,9477	2,7473	3,6535	5,0882

ния коэффициента детерминации ξ. В частности, для приведенных примеров при $\xi \leqslant 0{,}6$-$0{,}7$ приближенное решение можно считать достаточно хорошим. Различие между точным и приближенным решением является существенным прежде всего при ξ, близких к I (как по P_m, так и по $\{y_t\}$ и $\{v_t\}$).

Отметим также, что приближенное решение полученное по дисперсионному критерию, является более приемлемым для распределений $p_y(y)$ с небольшими значениями асимметрии и эксцесса, причем более критическим является значение асимметрии.

Литература

I. Кийтам А.А. Приближенная оптимизация алгоритмов компенсационного управления для многостадийных технологических процессов I. - Автоматика и телемеханика, 1981, № 8, с. 172-178.

2. Кийтам А.А. Приближенная оптимизация алгоритмов компенсационного управления для многостадийных технологических процессов II. - Автоматика и телемеханика, 1981, № 10, с. 177-182.

3. Кийтам А.А., Сакс Э.К. Приближенная оптимизация алгоритмов компенсационного управления с режимными органичениями для многостадийных технологических процессов. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1982, № 550, с. 55-65.

4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., Мир, 1975, 356 с.

A. Kiitam, E. Saks

Improvement of Solution of Approximate Optimization of Compensational Control System for Multistage Technological Processes

Summary

The paper is concerned with a compensational control system for a multistage technological process described by a linear model with Gaussian noise. A procedure for improvement of approximate solution of system optimization is presented, and a comparison of exact and approximate solutions is given.

№ 576

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 65.012.122

Э.К. Сакс

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СОВОКУПНОСТИ ПРОЦЕДУР ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ КОМПЕНСАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МНОГОСТАДИЙНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

I. Назначение комплекса программ

Описываемый комплекс программ предназначен для оптимизации линейных систем компенсационного управления (КУ) многостадийных технологических процессов с групповой обработкой полуфабрикатов. Описание модели оптимизируемой системы КУ приведено в [I]. В настоящей статье полностью сохранены обозначения и термины из [I].

В качестве исходной информации комплекса программ вводятся

- коэффициенты модели a, b, c и дисперсия остаточного шума σ_η^2;
- минимальные и максимальные технологические границы ε, λ для w, y_α, y_β, для y и x_{min}, x_{max}, для x;
- стоимостное отношение d;
- плотность вероятности $p_y(y)$.

Для ввода $p_y(y)$ имеется две возможности. Если y распределен по одному из включенных в комплекс известных теоретических законов распределения (гауссовское, логнормальное, гамма, бета), то вводятся номер типа распределения и значения параметров.

Если теоретическое распределение y неизвестно, то вводятся математическое ожидание, дисперсия, коэффициент асимметрии и коэффициент эксцесса y и в качестве $p_y(y)$ используются аппроксимирующие распределения.

Отметим, что входным распределением системы КУ является усеченное по технологическому допуску y_α, y_β распределение $p_y(y)$.

В результате оптимизации системы КУ в комплексе программ определяются оптимальное число интервалов m^*, оптимальные границы интервалов $\{y_t^*\}$, оптимальные режимы обработки $\{x_t^*\}$, достигаемая при оптимальных параметрах системы КУ вероятность P_m бездефектных полуфабрикатов и значение критерия эффективности q.

2. Структура комплекса

Рассматриваемый комплекс программ базируется на разработанных в [I-4] процедурах точной и приближенной оптимизации системы КУ. В [I-4] рассматривается двухуровневая система оптимизации КУ. На первом уровне определяется оптимальное число интервалов m. На втором уровне определяются оптимальные $\{y_t\},\{x_t\}$ при фиксированном m. Вместо $\{x_t\}$ оптимизируются режимные точки $\{v_t\}$ из [I] с ограничениями $y_{min} \le v_t \le y_{max}$. Вследствие ограничений $y_{min} \le v_t \le y_{max}$ оптимальное решение $\{y_t\},\{v_t\}$ при фиксированном m может быть неограниченным ($\ell(m)=1$), ограниченным снизу ($\ell(m)=2$), ограниченным сверху ($\ell(m)=3$) или ограниченным с обеих сторон ($\ell(m)=4$). Здесь и в дальнейшем через $\ell(m)$ обозначим тип решения $\{y_t\},\{v_t\}$ при фиксированном m. Для системы КУ с $[y_{min}, y_{max}] \subset [y_\alpha, y_\beta]$ всегда существуют такие значения $m_\ell, m_к$; $m_\ell \le m_к$, что при $m \le m(\ell)$ $\ell(m)=1$, при $m_\ell < m \le m_к$ $\ell(m)=2$ или 3 и при $m > m_к$ $\ell(m)=4$. Помимо процедур оптимизации из [I-4] в комплексе применяются для определения оптимального числа интервалов аппроксимирующие формулы. Эти формулы разработаны для систем КУ с $\ell(m^*)=1$. После некоторых модификаций характеристик системы КУ аппроксимирующие формулы применимы и для систем КУ с $\ell(m^*)>1$.

Комплекс программ состоит из следующих блоков:

БI. Определение характеристик системы КУ.

Б2. Определение оптимального числа интервалов m^* по аппроксимирующим формулам.

Б3. Определение приближенно-оптимальных $\{y_t\},\{v_t\}$ при фиксированном m.

Б4. Модификация характеристик системы КУ с целью использования аппроксимирующих формул для вычисления m^*.

Б5. Итеративная процедура определения m^* и приближенно-оптимальных $\{y_t\},\{v_t\}$, начиная с заданного числа интервалов $m_{зад}, m_{зад} < m^*$.

Б6. Уточнение приближенно-оптимальных $\{y_t\},\{v_t\}$ при фиксированном m.

Блоки Б2-Б5 предназначены для определения m^* и приближенно-оптимальных $\{y_t\},\{v_t\}$. Порядок выполнения Б2-Б5 зависит от типа решения $\ell(m)$ системы КУ в близости m^*. На первой итерации выполняются Б2, Б3 и получается оценка $m^* \; m_1$ и тип решения $\ell(m_1)$. Если $\ell(m_1)>1$ (система ограничена при m_1), то требуется вторая итерация. На второй итерации выполняются Б4, Б2, Б3 и получается оценка $m^* m_2, m_2 \leq m_1$ и тип решения $\ell(m_2), \ell(m_2) \leq \ell(m_1)$. Если $\ell(m_2) < \ell(m_1)$, то требуется третья итерация. На третьей итерации выполняется Б5, поскольку определение $m^*, m_2 \leq m^* \leq m_1$ по аппроксимирующим формулам невозможно.

Отметим, что оптимизация выполняется в нормированной относительно случайного входа y метрике.

Комплекс программ состоит из 18 модулей с общим объемом 54 кбайтов и реализован в языке программирования FORTRAN IV для ЕС ЭВМ. Длительность оптимизации одной системы КУ в зависимости от характера системы составляет от 20 до 70 секунд.

3. Реализация процедур оптимизации для конкретных $p_y(y)$. Аппроксимация $p_y(y)$.

В комплексе программ реализуются приведенные в [I-4] процедуры точной и приближенной оптимизации системы КУ для конкретных видов распределения $p_y(y)$. Включенные в комплекс теоретические распределения и используемые аппроксимирующие распределения приведены в таблице I. В первом столбце приведены номера типов распределений, во втором столбце – параметры, в третьем столбце – нормирующее преобразование, в четвертом столбце – виды нормированных плотностей вероятности и в пятом столбце – нелинейные преобразования, используемые для расчета границ интервалов. В таблице 2 приведены расчетные формулы характеристик $p_y(y)$, требуемых в процедурах оптимизации. Во втором столбце таблицы 2 при-

ведены формулы для вычисления вероятности π_0 усеченного по y_α, y_β распределения $p_y(y)$, в третьем столбце формулы для вычисления абсолютного момента κ-го порядка α_κ усеченного $p_y(y)$ и в четвертом столбце формулы для вычисления функции $\Phi(u)=\int_{-\infty}^{u}\sqrt{p_u(\tau)}\,d\tau$ (u – нормированная величина для y).

Для теоретических распределений π, α_κ и $\Phi(u)$ выражаются через известные функции. В таблицах I, 2 применены следующие обозначения: $\Phi_0(\cdot)$ – функция распределения нормированного гауссовского распределения, $H_\kappa(\cdot)$ – полином Эрмита κ-го порядка, $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция, $\Gamma_z(\cdot)$ – неполная гамма-функция, $B(\cdot)$ – бета-функция, $B_z(\cdot)$ – неполная бета-функция, $I_z(\cdot)$ – отношение неполной бета-функции.

Отметим, что $\sqrt{p_u(u)}$ можно рассматривать как некоторую другую плотность вероятности. При этом типы распределений $\sqrt{p_u(u)}$ и $p_u(u)$ совпадают и параметры распределения $\sqrt{p_u(u)}$ выражаются через параметры распределения $p_u(u)$ в явном виде.

В качестве аппроксимирующих распределений используются аппроксимирующие распределения семейства распределений Пирсона [6, 7] и семейства распределений Джонсона [7, 8]. Выбор типа распределения i производится на основе введенных коэффициента асимметрии γ'_a и коэффициента эксцесса γ'_e следующим образом. Вычисляются $\tau_1=\gamma'_e-1{,}5\cdot(\gamma'_a)^2$; $\tau_2=\gamma'_e-1{,}9\cdot(\gamma'_a)^2$. При $\tau_1<-\varepsilon_0$ $i=3$ (бета-распределение); при $|\tau_1|\le\varepsilon_0$ $i=2$ (гамма-распределение); при $|\tau_1|\le\varepsilon_0;\gamma_a=0$ $i=1$ (гауссовское распределение), при $\tau_1>\varepsilon_0;\tau_2<-\varepsilon_0$ $i=4$ (бета-распределение второго рода); при $|\tau_2|\le\varepsilon_0$ $i=5$ (логнормальное распределение) и при $\tau_2>\varepsilon_0$ $i=6$ (распределение S_u Джонсона); ε_0 – заданная точность. Конкретные виды аппроксимирующих распределений приведены в таблице I.

Одновременное использование аппроксимирующих распределений из двух разных семейств обусловлено, во-первых, вычислительным удобством и, во-вторых, возможностью использования известных теоретических распределений. Для небольших значений γ'_e ($\tau_2<-\varepsilon_0$) используются аппроксимирующие распределения Пирсона. Но распределения Пирсона для области $\tau_2>0$ редко используются в практике и $\pi, \alpha_\kappa, \Phi(u)$ для них не выражаются через известные функции. Поэтому для области $\tau_2>\varepsilon_0$

Таблица I

Распределения $p_y(y)$

Номер типа	Название распределения	Параметры	Нормирующее преобразование	Плотность распределения	Преобразование границ
I.	Гауссовское распределение	$\beta_1, \beta_2 > 0$	$u = \frac{y-\beta_1}{\beta_2}$	$\varphi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} EXP\left(-\frac{u^2}{2}\right)$	—
2.	Гамма-распределение	$\beta_1, \beta_2 > 0$, $\beta_3 > 0$	$u = \frac{y-\beta_1}{\beta_2}$	$u^{\beta_3-1} \cdot \frac{EXP(-u)}{\Gamma(\beta_3)}$	—
3.	Бета-распределение	$\beta_1, \beta_2 > 0$, $\beta_3 > 0, \beta_4 > 0$	$u = \frac{y-\beta_1}{\beta_2-\beta_1}$	$u^{\beta_3-1} \cdot (1-u)^{\beta_4-1} / B(\beta_3, \beta_4)$	—
4.	Бета-распределение второго рода	$\beta_1, \beta_2 > 0$, $\beta_3 > 0, \beta_4 > 0$	$u = \frac{y-\beta_1}{\beta_2}$	$\frac{u^{\beta_3-1}}{B(\beta_3,\beta_4)(1+u)^{\beta_3+\beta_4}}$	$\tau = \frac{u}{1+u}$
5.	Логарифмически нормальное	β_1, β_2, $\beta_3 > 0$	$u = y - \beta_1$	$\frac{EXP\{-(\ell n u - \beta_2)^2/(2\beta_3^2)\}}{\sqrt{2\pi} \cdot \beta_3 \cdot u}$	$\tau = \frac{\ln u - \beta_2}{\beta_3}$
6.	S_u распределение Джонсона	$\beta_1, \beta_2 > 0$, $\beta_3, \beta_4 > 0$	$u = \frac{y-\beta_1}{\beta_2}$	$\frac{EXP\{-(g(u)-\beta_3)^2/(2\beta_4^2)\}}{\sqrt{2\pi} \cdot \beta_4 \sqrt{u+1}}$, $g(u) = \ell n(u + \sqrt{u^2+1})$	$\tau = \frac{g(u)-\beta_3}{\beta_4}$

применяется аппроксимирующее распределение S_u Джонсона, для которого π и α_k выражаются через функцию Φ_0. Вычисление $\Phi(u)$ неудобно и для распределений S_u, хотя распределение $\sqrt{p_u(u)}$ аппроксимируемо распределением S_u, но параметры $\sqrt{p_u(u)}$ не выражаются из параметров $p_u(u)$ аналитически.

4. Описание схемы расчета

Рассмотрим программную реализацию блоков БІ-Б6.

БІ. Определение характеристик системы КУ. В блоке определяются:

- аппроксимирующее распределение $p_y(y)$, если введены моменты y;
- вероятность π_0, математическое ожидание μ_0, дисперсия σ_0^2, коэффициент асимметрии γ_a и коэффициент эксцесса γ_e, усеченного по y_α, y_β распределения $p_y(y)$, т.е. для входного распределения системы КУ;
- коэффициент детерминации ξ и нормированная полуширина допуска γ по выходу w.

Тип аппроксимирующего распределения выбирается на основе введенных коэффициентов асимметрии и эксцесса согласно приведенному выше алгоритму. Оценки параметров β_j, $j=\overline{1,4}$ аппроксимирующих распределений вычисляются по зависимостям, полученным на основе метода моментов, по введенным моментным характеристикам y. Соответствующие зависимости для бета- (I и II рода) и гамма-распределений приведены в [7], а для логнормального распределения и S_u - распределения Джонсона в [6]. Отметим, что параметры S_u-распределения не выражаются через моменты аналитически, в комплексе применяется процедура оценивания из [5].

Вычисление вероятности π_0 и моментных характеристик μ_0, σ_0^2, γ_a, γ_e усеченного по y_α, y_β распределения $p_y(y)$ производится согласно типу распределения по приведенным в таблице 2 формулам для вычисления π и α_k. Отметим, что $\mu_0 = \alpha_1$, а $\sigma_0^2, \gamma_a, \gamma_e$ вычисляются от α_j, $j=\overline{1,4}$ по аналитическим зависимостям из [7].

Б2. Определение оптимального числа интервалов m^*. m^* зависит от стоимостного отношения d, от коэффициента детерминации ξ, от полуширины нормированного допуска γ и от

коэффициентов асимметрии и эксцесса γ_a, γ_ℓ входного распределения системы КУ. Аппроксимирующие формулы имеют следующий общий вид

$$m \cong \left[\frac{a_1}{d}\cdot\frac{\xi}{1-\xi}\cdot\tau\cdot\varphi_0(\tau)\right]^{a_2}+a_3\cdot\frac{\xi}{1-\xi}(\gamma-a_4),$$

где $\tau = \gamma/\sqrt{1-\xi}$,

$\varphi_0(\tau)$ - плотность нормированного гауссовского распределения $\varphi_0(\tau)=\exp(-\tau^2/2)/\sqrt{2\pi}$,

a_1, a_2, a_3, a_4 - коэффициенты, являющиеся функциями от γ_a, γ_ℓ.

В качестве m^* выбирается целая часть вычисленного по этой формуле значения m.

БЗ. Определение приближенно-оптимальных границ интервалов $\{y_t\}$ и режимных точек $\{v_t\}$. Блок БЗ оформлен в виде отдельной подпрограммы. $\{y_t\}, \{v_t\}$ зависят от входного распределения, от числа интервалов m и от ограничений y_{min}, y_{max}. Кроме $\{y_t\}, \{v_t\}$ в подпрограмме определяются вероятности $\{\pi_t\}$ интервалов и тип решения ℓ. Вследствие ограничений решение $\{y_t\}, \{v_t\}$ может быть неограниченным ($\ell=1$), ограниченным снизу ($\ell=2$), ограниченным сверху ($\ell=3$) или ограниченным с обеих сторон ($\ell=4$). Алгоритм просмотра возможных оптимальных решений приведен в [4]. Во всех $\ell=\overline{1,4}$ случаях оптимальные границы $\{y_t\}$ вычисляются по формуле

$$y_t = \Phi^{-1}\left\{\Phi(y_H)+K\left[\Phi(y_B)-\Phi(y_H)\right]\right\},$$

где $\Phi(y)=C\int_{-\infty}^{y}\sqrt{p_y(\tau)}\,d\tau$; $y_H=y_\alpha$ при $\ell=1,3$ и $y_H=y_{min}$ при $\ell=2,4$; $y_B=y_\beta$ при $\ell=1,3$ и $y_B=y_{max}$ при $\ell=2,4$; K зависит от t, m и ℓ.

Для теоретических распределений с номерами типа распределения $i=\overline{1,5}$ $\Phi(y)$ вычисляется согласно приведенным в таблице 2 формулам. При входном распределении типа S_u Джонсона ($i=6$) сначала вычисляются по моментным характеристикам распределения $p_y(y)$, моментные характеристики распределения $\sqrt{p_y(y)}$, а затем вычисляются параметры β'_j распределения $\sqrt{p_y(y)}$, с применением соответствующей процедуры из [5]. Далее $\Phi(y)$ выражается через функцию распределения $\Phi_0(\cdot)$ нормированного гауссовского распределения согласно формуле, приведенной в таблице 2. Обратные функции $\Phi^{-1}(\cdot)$ являются функциями квантилей известных теоретических распределений; для расчета применяются численные методы.

Таблица 2

Параметры распределений $p_y(y)$

Номер типа	π_0	α_k	$\Phi(u)$
1	$\Phi_0(u_\beta) - \Phi_0(u_\alpha)$	$\frac{H_{k-1}(u_\alpha)\cdot\varphi_0(u_\alpha) - H_{k-1}(u_\beta)\cdot\varphi_0(u_\beta)}{\pi_0} + f_k$; $f_1=0;\ f_2=1;\ f_3=-3\alpha_1;\ f_4=6\alpha_2-3$	$\Phi_0\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)$
2	$\frac{\Gamma_z(u_\beta,\beta_3)-\Gamma_z(u_\alpha,\beta_3)}{\Gamma(\beta_3)}$	$\frac{\Gamma_z(u_\beta,\beta_3+K)-\Gamma_z(u_\alpha,\beta_3+K)}{\Gamma_z(u_\beta,\beta_3)-\Gamma_z(u_\alpha,\beta_3)}$	$\Gamma_z\left(\frac{u}{2}\cdot\frac{\beta_3+1}{2}\right)$
3	$\frac{B_z(u_\beta,\beta_3,\beta_4)-B_z(u_\alpha,\beta_3,\beta_4)}{B(\beta_3,\beta_4)}$	$\frac{B_z(u_\beta,\beta_3+K,\beta_4)-B_z(u_\alpha,\beta_3+K,\beta_4)}{B_z(u_\beta,\beta_3,\beta_4)-B_z(u_\alpha,\beta_3,\beta_4)}$	$I_z\left(u,\frac{\beta_3+1}{2},\frac{\beta_4+1}{2}\right)$
4	$\frac{B_z(\tau_\beta,\beta_3,\beta_4)-B_z(\tau_\alpha,\beta_3,\beta_4)}{B(\beta_3,\beta_4)}$	$\frac{B_z(\tau_\beta,\beta_3+K,\beta_4-K)-B_z(\tau_\alpha,\beta_3+K,\beta_4-K)}{B_z(\tau_\beta,\beta_3,\beta_4)-B_z(\tau_\alpha,\beta_3,\beta_4)}$	$I_z\left(\tau,\frac{\beta_3+1}{2},\frac{\beta_4-1}{2}\right)$
5	$\Phi_0(\tau_\beta) - \Phi_0(\tau_\alpha)$	$EXP\left\{K\cdot\beta_2+\frac{K^2\cdot\beta_3^2}{2}\right\}\frac{\Phi_0(\tau_\beta-K\cdot\beta_3)-\Phi_0(\tau_\alpha-K\cdot\beta_3)}{\pi_0}$	$\Phi_0\left(\frac{\tau-\beta_3}{\sqrt{2}}\right)$
6	$\Phi_0(\tau_\beta) - \Phi_0(\tau_\alpha)$	$\frac{1}{2^K}\cdot EXP\left(\frac{K^2\cdot\beta_4^2}{2}\right)\cdot\left\{EXP(-K\beta_3)\cdot\frac{\Phi_0(\tau_\beta-K\cdot\beta_4)-\Phi_0(\tau_\alpha-K\cdot\beta_4)}{\pi}+\right.$ $\left.+(-1)^K\cdot EXP(K\cdot\beta_3)\frac{\Phi_0(\tau_\beta+K\cdot\beta_4)-\Phi_0(\tau_\alpha+K\cdot\beta_4)}{\pi}\right\}+f_k$; $f_1=0;\ f_2=-0{,}5;\ f_3=-0{,}75\cdot\alpha_1;\ f_4=-\alpha_2-0{,}125$	$\Phi_0(\tau')$; $\tau'=\frac{g\left(\frac{u-\beta_1'}{\beta_2'}\right)-\beta_3'}{\beta_4'}$

После определения оптимальных границ $\{y_t\}$ вычисляются режимные точки $\{v_t\}$ и вероятности интервалов $\{\pi_t\}$. Оптимальные $\{v_t\}$ для средних классов $t = \overline{2,m-1}$ равны математическим ожиданиям $\{\mu_t\}$ переменной y в интервалах. Значения v_1, v_m зависят от ограничений: $v_1 = y_{min}$ при $l = 2,4$ и $v_1 = \mu_1$ при $l = 1,3$; $v_m = y_{max}$ при $l = 2,4$ и $v_m = \mu_m$ при $l = 1,3$. $\{v_t\}$ и $\{\pi_t\}$ вычисляются по приведенным в таблице 2 формулам для α_1 и π_0, где границы y_α, y_β заменены границами интервалов y_{t-1}, y_t для t-го интервала.

Б4. Модификация исходной системы КУ с целью использования аппроксимирующих формул вычисления m^* для ограниченных случаев. Модификация базируется на том, что разбиение исходной ограниченной с одной стороны (снизу или сверху) системы КУ на m интервалов в смысле вероятности P_m приблизительно эквивалентно разбиению неограниченной системы КУ с усеченным по y_{min} или y_{max} входным распределением на $m-0,5$ интервала. Аналогично, ограниченная с обеих сторон система КУ с m интервалами, в смысле P_m эквивалентна системе КУ с усеченным по y_{min}, y_{max} входным распределением и с $m-1$ интервалами. Аналогично блоку Б1 вычисляются характеристики усеченного распределения и затем модифицированные значения ξ, γ и стоимостного отношения $d(d_{мод} = \pi_{мод} d/\pi_0)$. Модифицированные значения используются только при оценке оптимального m в блоке Б2.

Б5. Двухуровневая приближенная оптимизация системы КУ. В этом блоке производится оптимизация системы КУ при текущем значении числа интервалов m, начиная с заданного значения $m_{зад}$ до значения m^*+1, при котором впервые не удовлетворено неравенство

$$P_m - P_{m-1} < d,$$

где P_m - вероятность годных полуфабрикатов при числе интервалов m. При каждом текущем значении m:

- определяются приближенно-оптимальные границы интервалов $\{y_t\}$, режимные точки $\{v_t\}$ и вероятности $\{\pi_t\}$;

- вычисляется отношение дисперсии S по формуле

$$S = 1 - \left\{ \pi_1 (\mu_1 - v_1)^2 + \pi_m (\mu_m - v_m)^2 - \pi_0 \cdot \mu_0^2 + \sum_{t=1}^{m} \pi_t \cdot v_t^2 \right\} / \{\pi_0 \cdot \sigma_0^2\}$$

и вероятность P_m по формуле

$$P_m = 2 \cdot \Phi_0 \{ \gamma / \sqrt{\xi + (1-\xi) \cdot S} \}.$$

Б6. Уточнение приближенно-оптимальных $\{\gamma_t\},\{\nu_t\}$ при фиксированном m. Для уточнения $\{\gamma_t\},\{\nu_t\}$ используются процедуры оптимизации из стандартного математического обеспечения ЕС ЭВМ. Подробное описание процедуры уточнения приведено в [I].

Литература

I. Кийтам А.А., Сакс Э.К. Уточнение решения приближенной оптимизации систем компенсационного управления для многостадийных технологических процессов. См. наст. сб. с.39-49.

2. Кийтам А.А. Приближенная оптимизация алгоритмов компенсационного управления для многостадийных технологических процессов I. - Автоматика и телемеханика, 1961, № 8, с. 172-178.

3. Кийтам А.А. Приближенная оптимизация алгоритмов компенсационного управления II. - Автоматика и телемеханика, 1961, № 10, с. 177-182.

4. Кийтам А.А., Сакс Э.К. Приближенная оптимизация алгоритмов компенсационного управления с режимными ограничениями для многостадийных технологических процессов. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1982, № 550, с. 55-65.

5. Hill I.D. Fitting Johnson curves by moments. - Applied Statistics, 1976, v. 25, N 2, p. 180-189.

6. Ord J.K. Families of frequency distributions. - London, Griffin, 1972. 231 p.

7. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Теория распределений. М., Наука, 1966. 587 с.

8. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М., Мир, 1969. 400 с.

E. Saks

Software for Optimization of Compensational Control Systems for Multistage Technological Processes

Summary

A scheme of software for realization of an ensemble of procedures for optimization of compensational control systems for multistage technological processes is presented. Formulas for approximate calculation of number of grouping intervals and for approximate optimization of system for different types of distribution of system input are given. Description of software is presented.

№ 576

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 681.515

К.А. Райенд

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕГУЛЯТОРА ПО ВЫХОДУ

I. Введение

Допустим, что объект управления описывается линейной моделью в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A\,x(t) + B\,u(t) + F_u w_u(t), \quad x(0) \\ y(t) &= C\,x(t) + F_y w_y(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(t)$ - вектор состояний размерности n,

$u(t)$ - вектор входов размерности m,

$y(t)$ - вектор выходов размерности r,

$w_u(t), w_y(t)$ - возмущения на входе и выходе,

A, B, C, F_u, F_y - постоянные матрицы соответствующей размерности.

Вектор ошибки управления равняется

$$e(t) = y(t) - y_0(t), \tag{2}$$

где $y_0(t)$ - задающее воздействие.

Для установления желаемого качества переходного процесса добавляем в контур в общем случае ПИД-регулятор по выходу, который описывается уравнением

$$u(t) = -K_p e(t) - K_I \int_0^t e(\tau)\,d\tau - K_D \dot{e}(t), \tag{3}$$

где K_p, K_I, K_D - постоянные матрицы размерности $m \times r$.

Приравнивая матрицы K_I или K_D тождественно нулю, получаем из уравнения (3) уравнения П-, ПД-, ПИ-регуляторов. Параметры регулятора K_p, K_I, K_D нужно выбрать так, чтобы замкнутая система удовлетворяла требуемым показателям качества переходного процесса и выбранные значения параметров являлись бы технически реализуемыми.

В статье приводится метод решения следующей задачи. Даны модель объекта управления (I) и в явном виде требуемые показатели качества переходного процесса замкнутой системы. Найти значения параметров регулятора (3), при которых замкнутая система удовлетворяет требуемые показатели качества.

Существует множество методов расчета настроек промышленных регуляторов, которые в основном графо-аналитические [I, 2]. Предложенный в данной статье метод ориентирован на использование ЭВМ. Задача настройки сводится к задаче нелинейного программирования и решается численным методом.

2. Уравнения замкнутой системы

Для начала рассмотрим замкнутую систему, состоящую из объекта (I) и ПИД-регулятора (3). Изменяем ступенчато задающее воздействие $y_0(t) = y_0 \cdot 1(t)$ и подаем на вход и выход объекта ступенчатые возмущения $w_u(t) = w_u \cdot 1(t)$ и $w_y(t) = w_y \cdot 1(t)$, где y_0, w_u, w_y - постоянные векторы и $1(t)$ - единичная ступенчатая функция. Выводим уравнения, которые описывают реакцию переменных объекта на ступенчатые возмущения.

Образуем расширенную матрицу обратной связи $K = (K_p, K_I, K_D)$ и две вспомогательные селекторные матрицы размерности $3r \times 2r$

$$\dot{S}_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ I & 0 \end{pmatrix},$$

где $I - r \times r$ единичные матрицы.

Обозначим через d расширенный вектор возмущений, $d^T = (w_u, w_y, y_0)^T$.

Вводим переменную $z(t) = \int_0^t e(\tau)\,d\tau$. Следуя статье [3], образуем расширенный вектор состояния и ошибки

$$\Delta x(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \quad \Delta e(t) = \begin{pmatrix} e(t) \\ z(t) \end{pmatrix}.$$

В расширенных переменных уравнения состояния и ПИД-регулятора при ступенчатых возмущениях выражаются в виде

$$\Delta\dot{x}(t) = \tilde{A}\,\Delta x(t) + \tilde{B}\,u(t) + \tilde{F}_u\,d\,1(t), \quad \Delta x(0) \qquad (4)$$

$$\Delta e(t) = \tilde{C}\,\Delta x(t) + F_y\,d\,1(t),$$

$$u(t) = -KS_p \Delta e(t) - KS_D \Delta \dot{e}(t), \qquad (5)$$

где

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix},$$

$$\tilde{F}_u = \begin{pmatrix} F_u & 0 & 0 \\ 0 & F_y & -I \end{pmatrix} \quad \tilde{F}_y = \begin{pmatrix} 0 & F_y & -I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Delta x(0) = \begin{pmatrix} x(0) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Подставляя в (5) выражение $\Delta e(t)$ из (4) и используя производную ступенчатой функции, получаем

$$u(t) = -(I + KS_D \tilde{C} \tilde{B})^{-1} [(KS_p \tilde{C} + KS_D \tilde{C} \tilde{A}) \Delta x(t) - KS_p F_y d\, 1(t) - KS_D (\tilde{F}_u d\, 1(t) + F_y d\, \delta(t))], \qquad (6)$$

где $\delta(t)$ - функция Дирака, $\delta(t) = \frac{d}{dt} 1(t)$.

После подстановки выражения (6) в уравнение состояния (4) получаем уравнение состояния замкнутой системы с ПИД-регулятором

$$\Delta \dot{x}(t) = G \Delta x(t) + F d\, 1(t) + E d\, \delta(t), \quad \Delta x(0), \qquad (7)$$

где матрица замкнутой системы G равняется

$$G = \tilde{A} - \tilde{B} L,$$
$$L = D(KS_p \tilde{C} + KS_D \tilde{C} \tilde{A}),$$
$$D = (I + KS_D \tilde{C} \tilde{B})^{-1},$$
$$F = -\tilde{B} D(KS_p \tilde{F}_y + KS_D \tilde{C} \tilde{F}_u) + \tilde{F}_u,$$
$$E = -\tilde{B} D KS_D \tilde{F}_y.$$

Воздействие импульса в уравнении (7) можно учитывать в начальном состоянии. Тогда уравнение состояния замкнутой системы принимает вид

$$\Delta \dot{x}(t) = G \Delta x(t) + F d\, 1(t), \quad \Delta x'(0) = \Delta x(0) + E d. \qquad (8)$$

После завершения переходного процесса образуются установившиеся вход $u(\infty)$, состояние $\Delta x(\infty)$ и ошибка $\Delta e(\infty)$. Они удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} 0 &= G \Delta x(\infty) + F d \\ \Delta e(\infty) &= \tilde{C} \Delta x(\infty) + \tilde{F}_y d \\ \Delta u(\infty) &= -KS_p \Delta e(\infty). \end{aligned} \qquad (9)$$

Вводим новые расширенные переменные $\tilde{u}(t) = u(t) - u(\infty)$, $\tilde{x}(t) = \Delta x(t) - \Delta x(\infty)$, $\tilde{e}(t) = \Delta e(t) - \Delta e(\infty)$. Запишем уравнения замкнутой системы в переменных $\tilde{u}, \tilde{x}, \tilde{e}$, вычитаем из левой и правой стороны постоянные составляющие, удовлетворяющие уравнени-

ям (9) и получим окончательно уравнения замкнутой системы с ПИД-регулятором

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= G\,\tilde{x}(t), \quad \tilde{x}(0) \\ \tilde{e}(t) &= \tilde{C}\,x(t) \\ u(t) &= -KS_p\tilde{e}(t) - KS_D\dot{\tilde{e}}(t). \end{aligned} \tag{10}$$

Уравнение (10) описывает реакцию замкнутой системы на ступенчатые возмущения относительно установившихся значений. Начальное состояние $\tilde{x}(0)$ равняется $\tilde{x}(0) = \Delta x(0) + Ed - \Delta x(\infty)$. Из уравнений (9) получим $\Delta x(\infty) = -G^{-1}Fd$ и окончательно

$$\tilde{x}(0) = \Delta x(0) + Hd, \quad H = E + G^{-1}F. \tag{11}$$

Уравнения (10) описывают переходный процесс замкнутой системы с ПИ-регулятором, если

$$K = (K_p\ K_I), \quad S_p = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \quad S_D = 0. \tag{12}$$

Уравнения замкнутой системы с ПД-регулятором получаются из уравнений (10), если принимать

$$\begin{aligned} &\tilde{x}(t) = x(t) - x(\infty), \ \tilde{u}(t) = u(t) - u(\infty), \ \tilde{e}(t) = e(t) - e(\infty), \\ &K = (K_p\ K_D), \ S_p = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix}, \ S_D = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}, \\ &\tilde{A} = A, \ \tilde{B} = B, \ \tilde{C} = C, \\ &\tilde{F}_u = (F_u\ 0\ 0), \ \tilde{F}_y = (0\ F_y\ -I). \end{aligned} \tag{13}$$

Уравнения замкнутой системы с П-регулятором получаются из уравнений (10), если использовать обозначения (13) и если дополнительно

$$K = K_p, \ S_p = I, \ S_D = 0. \tag{14}$$

3. Ограничения на параметры регулятора

Параметры промышленного регулятора должны удовлетворять двум видам ограничений. Во-первых, они должны быть физически реализуемые с помощью конкретного типа регулятора. Во-вторых, переходные характеристики замкнутой системы с регулятором должны удовлетворять заданным показателям качества.

Параметры регулятора принадлежат пространству вещественных чисел R_K, размерность которого зависит от типа регулятора. Например, параметры ПИД-регулятора принадлежат пространству $R_K = R^{3(m \cdot r)}$. Для параметров конкретного регулятора имеются пределы изменения, в которых можно их настроить,

$$K^- \leq K \leq K^+. \qquad (I5)$$

Нижние пределы K^- и верхние пределы K^+ параметров регулятора определены конструкцией конкретного типа регулятора. Таким образом, пределы K^- и K^+ определяются в пространстве параметров параллелепипед Ω_0,

$$\Omega_0 = \{ K : K^- \leq K \leq K^+, \; K \in R_K \}. \qquad (I6)$$

В литературе определено много различных показателей качества переходного процесса: колебательность α_1, перерегулирование α_2, время регулирования α_3, максимальное динамическое отклонение α_4, установившаяся ошибка α_5, степень устойчивости α_6, время достижения первого максимума α_7, число колебаний за время регулирования α_8 и т.д. В конкретной задаче воспользуемся только некоторыми показателями, которые являются важными в данном приложении. Важно отметить, что обычно в задании на проектирование системы регулирования не задаются точные значения требуемых показателей качества переходного процесса, а их верхние пределы. Например, требуется, чтобы время регулирования было меньше заданного $\alpha_3 \leq \alpha_{30}$, перерегулирование меньше заданного $\alpha_2 \leq \alpha_{20}$, установившаяся ошибка меньше заданной $\alpha_5 \leq \alpha_{50}$ и т.д.

Показатели качества переходного процесса зависят от параметров регулятора. Каждое требование на показатели качества

$$\alpha_i(K) - \alpha_{i0} \leq 0, \qquad (I7)$$

где α_{i0} - верхний предел показателя качества, определяет в пространстве R_K множество допустимых параметров, которое обозначим через Γ_i. Наложение на качество переходного процесса замкнутой системы ν ограничений определяет ν множеств Γ_i, $1 \leq i \leq \nu$ допустимых значений параметров регулятора. Одновременное выполнение всех ограничений (I7) означает, что параметры регулятора должны принадлежать пересечению $\Gamma = \bigcap_i \Gamma_i$.

Прибавление ограничений физической реализуемости (I5) к ограничениям качества (I7) дает требование, что для выполнения всех ограничений параметры регулятора должны принадлежать множеству допустимых параметров Ω,

$$\Omega = \Omega_0 \cap \Gamma.$$

Решаемость задачи вычисления параметров регулятора, при котором переходный процесс замкнутой системы удовлетворяет всем требованиям качества и регулятор является физически реализуемым, выражается условием $\Omega \neq \phi$.

4. Квадратичные критерии качества переходных процессов

Ограничения (I5) и (I7) определяют множество допустимых значений параметров регулятора. Для определения из допустимого множества конкретных значений параметров регулятора обычно применяется критерий оптимальности. Рассмотрим отклонение от установившегося выхода $y(t)-y(\infty)$. В литературе широко используется квадратичная интегральная оценка качества в виде

$$J_0 = \int_0^\infty (y(t)-y(\infty))^T R (y(t)-y(\infty))\, dt, \qquad (I8)$$

где R - положительно полуопределенная матрица.
Приводим формулу вычисления оценки (I8), если переходный процесс возникает вследствие ступенчатых возмущений.

Допустим, что регулятор имеет интегральную составляющую и используем расширенные переменные. Тогда оценка (I8) выражается в виде

$$J_0 = \int_0^\infty \tilde{e}^T(t)\,\tilde{R}\,\tilde{e}(t)\, dt, \qquad (I9)$$

где $2r \times 2r$ матрица $\tilde{R}$ равняется

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Используем уравнения замкнутой системы (I0). Функционал (I9) равняется тогда

$$J_0 = \int_0^\infty \tilde{x}^T(t)\tilde{C}^T\tilde{R}\,\tilde{C}\,\tilde{x}(t)\, dt. \qquad (20)$$

Если матрица замкнутой системы G устойчивая, тогда значение функционала (20) равняется [4]

$$J_0 = \tilde{x}^T(0)\,P\,\tilde{x}(0), \qquad (2I)$$

где симметричная матрица P является решением уравнения Ляпунова

$$G^TP + PG + \tilde{C}^T\tilde{R}\,\tilde{C} = 0 \qquad (22)$$

и $\tilde{x}(0)$ определяется равенством (II). Формула (2I) является аналогом формулы А.А. Красовского [I, с. 707] в пространстве состояний. Можно проверить на примерах, что формула А.А. Красовского и формула (2I) дают одинаковые выражения для J_0 через коэффициенты передаточной функции замкнутой системы, если на объект воздействует только одно единичное ступенчатое возмущение.

Значение функционала J_0 зависит кроме параметров модели и регулятора от начального состояния объекта $x(0)$ и значений возмущений d. Для устранения зависимости значения функционала от значений начального состояния и от значений возмущений имеется следующая возможность. Допустим $x(0)=0$ и возмущения d нормированы так, что $\|d\|=1$. Тогда

$$J_0|_{x(0)=0,\,\|d\|=1}=\operatorname{tr} H^T P H. \tag{23}$$

Критерий (23) имеет следующую физическую интерпретацию. Предположим, что возмущение есть случайный вектор, который равномерно распределен по поверхности k-мерной ($k=\dim d$) единичной сферы. В этом случае минимизация критерия $\operatorname{tr} H^T P H$ эквивалентна минимизации математического ожидания значения критерия J_0.

Часто в квадратичный функционал добавляются слагаемые, содержащие производные от ошибки регулирования

$$J_q=\int_0^\infty (e^T(t)R_0e(t)+\dot{e}^T(t)R_1e(t)+\ldots+e^{T(q)}(t)R_qe^q(t))\,dt. \tag{24}$$

Используя уравнения замкнутой системы (I0), можно привести квадратичную оценку (24) к виду

$$J_q=\int_0^\infty \tilde{x}^T(t)\,Q_q\tilde{x}(t)\,dt,$$

$$Q_q=\sum_{i=0}^{q}(G^T)^i\tilde{C}^T\tilde{R}_i\tilde{C}G^i,\quad \tilde{R}_i=\begin{pmatrix}R_i & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

Для устойчивой замкнутой системы значение J_q равняется

$$J_q=\tilde{x}^T(0)P_q\tilde{x}(0), \tag{25}$$

где симметричная матрица P_q является решением уравнения

$$G^TP_q+P_qG+Q_q=0.$$

5. Обобщенный подход к вычислению оптимальных параметров регуляторов, удовлетворяющих заданным ограничениям

Задачи определения параметров П-, ПИ-, ПД-, ПИД-регулятора сходны. Сформулируем задачу в общем виде для ПИД-регулятора, откуда задача настройки конкретного регулятора вытекает как частный случай.

Объект управления и регулятор описываются уравнениями (I), (2), (3). Используя ранее введенные обозначения, можем представить задачу вычисления параметров регулятора (3) в виде задачи нелинейного программирования

$$\min_{K \in \Omega} J_q, \qquad (26)$$

где функционал J_q вычисляется по формуле (25). Ограничение $K \in \Omega$ содержит все требования проектировщика системы регулирования на выбор параметров регулятора. Целевая функция J_q является вспомогательным средством для выбора из множества Ω одного элемента в том случае, если проектировщик не умеет или не хочет в явном виде достаточно ограничить множество допустимых параметров регулятора. По существу нет принципиальной разницы, какую целевую функцию J_q использовать, если все требования на замкнутую систему отражаются во множестве допустимых значений Ω. Поэтому на практике часто используют функционал J_0, который имеет ясную физическую интерпретацию.

Задача вычисления параметров ПИ-регулятора имеет также вид (26), если $K=(K_p K_I)$. Задача (26) соответствует задаче вычисления параметров ПД-регулятора, если $K=(K_p K_D)$ и в уравнениях замкнутой системы использовать обозначения (I3) и $\tilde{R}_i=R_i, i=0,\ldots,\rho$. Из задачи (26) получаем задачу вычисления параметров П-регулятора, если принимать $K=K_p$ и использовать в уравнениях замкнутой системы обозначения (I4).

6. Численное решение задачи минимизации

Рассмотрим, как численно решать задачу условной минимизации (26). Функции $\Phi_i(K)=\alpha_i(K)-\alpha_{i_0}$ в общем случае не выражаются аналитически через матрицу обратной связи K. Поэтому невозможно найти аналитическое выражение для границы

допустимого множества Ω. Градиент целевой функции J_q можно выразить аналитически, используя правила дифференцирования следа матрицы. Но эти выражения получаются громоздкими и практически неприменимы. Такие обстоятельства ограничивают множество методов, пригодных для решения задачи (26). Приходится ограничиваться методами условной минимизации, которые не требуют в явном виде вычисления градиента. С другой стороны, обычно удовлетворяет достаточно грубое решение задачи (26), так как исходные данные получены из эксперимента и не обладают высокой точностью.

В работе [5] показано, что методы штрафных функций работают на широком классе задач условной минимизации и применяются успешно для грубых расчетов. Решение задачи (26) часто находится на границе допустимого множества Ω и поэтому целесообразнее использовать метод внешних штрафных функций [5]. При данном методе вводится вспомогательная функция

$$F(K,\tau_j) = J_q + \tau_j S(K), \qquad (27)$$

где $S(K)$- штрафная функция и

τ_j - положительный параметр, называемый коэффициентом штрафа.

Штрафную функцию построим в виде

$$S(K) = \sum_{i=1}^{\nu} \left\{ \max(\Phi_i(K), 0) \right\}^p, \quad p \geq 1. \qquad (28)$$

По методу внешних штрафных функций исходная задача (26) решается следующим образом. Выбирается некоторая монотонно возрастающая последовательность коэффициентов штрафа $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \dots$ и решаются задачи

$$\min_{K \in \Omega} F(K,\tau_j), \; j = 1,2,\dots \qquad (29)$$

В результате получаем последовательность точек $\{K_j\}$. Если Ω не пусто, то при $\tau_j \to \infty$ последовательность $\{K_j\}$ сходится при непрерывности функций $F(K,\tau_j)$ к точке из множества Ω [5]. Если при некотором конечном значении τ_j получено, что $K_j \in \Omega$, то исходная задача (26) решена.

Условием сходимости последовательности $\{K_j\}$ является непрерывность целевой функции J_q и штрафной функции $S(K)$. По определению (24) функция J_q непрерывная. Штрафная функция $S(K)$, определенная равенством (27), является непрерыв-

ной, если ограничения $\Phi_i(K)$ являются непрерывными. Следовательно, для сходимости метода штрафных функций для задачи (26) необходимо выбирать ограничения на качественные характеристики переходных процессов непрерывными функциями от матриц обратной связи.

Применение штрафных функций приводит исходную задачу (26) к многократному решению более простой задачи условной минимизации на параллелепипеде Ω. Для решения задачи (29) используется программа MNK6R из библиотеки численного анализа НИВЦ Московского государственного университета. Программа MNK6R предназначена для решения задач типа (29) градиентным методом с разностным представлением градиента и требует только вычисления значений вспомогательных функций (27).

Ограничения $\Phi_i(K)$ могут быть противоречивые, вследствие чего множество допустимых решений является пустым, $\Omega=\phi$. Для проверки существования допустимых решений решается вспомогательная задача

$$\min_{K\in\Omega_0} S(K). \qquad (30)$$

Очевидно, если $\Omega \neq \phi$, то $\min S(K)=0$. Если найдена точка K_0, при которой $S(K_0)=0$, то точка K_0 является одной из допустимых значений, $K_0\in\Omega$ и задача (26) имеет решение. Точка K используется в качестве начального приближения для последовательности задач (29). Если во множестве Ω_0 нет точки K, при которой $S(K)=0$, то задача (26) не имеет решения.

Описанный в данной статье метод вычисления параметров регулятора по выходу реализован на ЕС ЭВМ. Время расчета П-ПИ-, ПД-, ПИД-регулятора для одного объекта на ЕС-1055 обычно 3-5 минут. Примеры показали, что последовательность $\{K_j\}$ решений задач (29) сходится очень быстро к решению задачи (26). В примерах потребовалось 2-4 итерации. Оказалось, что во многих примерах целевая функция J_0 очень плоская. Из-за плоскости функции J_0 программа требует несколько сотен вычислений функционала, если решение задачи (26) находится внутри множества Ω. Если решение задачи (26) находится на границе множества Ω, то обычно требуется меньше ста вычислений функционала.

Литература

I. Теория автоматического регулирования. Книга I / Под ред. проф. В.В. Солодовникова. М., Машиностроение, 1967. 770 с.

2. Штейнверг Ш.Е. и др. Промышленные автоматические регуляторы. Под ред. Е.П. Стефани. М., Энергия, 1973, 586 с.

3. Smith H.W., Davison E.J. Design of industrial regulators. - Proc. IEEE, v. 119, N 8, 1972, p. 1210-1216.

4. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М., Наука, 1976, 424 с.

5. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М., Наука, 1982, 432 с.

K. Raiend

Computation of the Output Regulator Parameters

Summary

In this paper a method of computing output P-, PI-, PD-, PID-regulator parameters is proposed. The regulator tuning problem is reduced to a nonlinear programming one and solved by numerical methods.

№ 576

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 681.5.013:681.3

Ю.Ю. Ребане, К.Б. Ребане

СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ЭВМ: I - ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

I. Введение

Задача синтеза систем автоматического управления (САУ) является задачей оптимизации. Требуется выбрать структуру и параметры системы так, чтобы наилучшим образом удовлетворять всем предъявленным требованиям. Практически для нахождения оптимального решения рассчитывают несколько вариантов системы и из них выбирают наилучший [2, 3, 4, 5]. Такой подход не позволяет изучать предельные режимы работы системы и результаты зависят от удачного выбора вариантов. Применение ЭВМ не только облегчает расчет систем, но и позволяет решать задачу синтеза САУ как задачу на экстремум критерия оптимальности. Критерием оптимальности может быть быстродействие, качество переходного процесса, точность и т.д.

Широко применяют интегральные критерии качества переходных процессов [6, 7, 8, 9, 10]. Для определения критерия оптимальности требуется интегрировать переходные процессы во времени. Для несложных систем с известной структурой задачу можно упростить или решать аналитически.

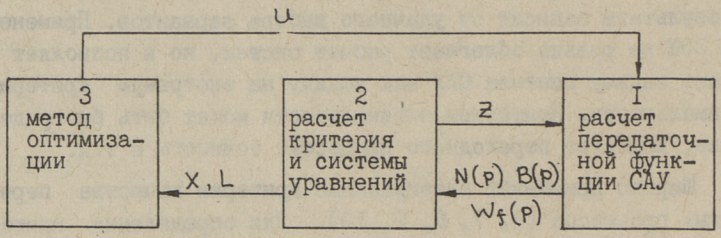
Синтезированная система часто не соответствует требованиям по точности, по быстродействию или по колебательности. Для удовлетворения этих требований можно добавить к критерию оптимизации ограничения в виде неравенств. Решение такой задачи часто оказывается неудовлетворительным, поскольку без хорошего изучения объекта нельзя задавать разумные ограничения. Использование частотных методов для оптимального синтеза ускоряет расчет, но их применение ограничено сложностью вывода формул расчета показателей качества. Приближенные эмпирические соотношения для расчета пока-

зателей качества установлены для ограниченного класса систем, преимущественно для одноконтурных несложных систем[2, 3, 4, II, I2]. В формулы входят константы, значения которых определяют по таблицам и графикам. Эти трудности можно преодолеть, синтезируя САУ по косвенным показателям качества (запас по фазе, частота среза ...).

В настоящей статье излагается метод расчета оптимальных параметров САУ на ЭВМ по косвенным показателям качества.

3. Описание метода

Задачу синтеза рассматривают как задачу минимизации критерия качества при ограничениях в виде системы уравнений. Критерий качества составлен из косвенных показателей качества. Косвенные показатели качества вычисляются из системы уравнений, которая универсальна для САУ с различными структурами. В уравнениях используют только вычисленные значения числителя и знаменателя передаточной функции.



Фиг. 1. Структурная схема алгоритма расчета оптимальных настроек.

На фиг. I приведена структурная схема алгоритма. САУ моделируется отдельным программным модулем. Модуль вычисляет комплексные значения числителя $N(p)$ и знаменателя $B(p)$ передаточной функции при заданном векторе переменных z. В вектор z входят комплексная переменная p и часть искомых параметров регуляторов.

Вектор управления u содержит остальные искомые параметры регуляторов. В блоке 2 из системы уравнений $f(x,u)=0$ вычисляется вектор x и рассчитывается значение критерия $L(x,u)$. В вектор x входят показатели качества и параметры

регуляторов, входящие в вектор z. Метод оптимизации находит такой вектор управления u, который минимизирует критерий качества $L(x,u)$.

Для минимизации критерия качества $L(x,u)$ при ограничениях в виде системы уравнений $f(x,u)=0$ составляем вспомогательную функцию:

$$H = L(x,u) + \lambda f(x,u),$$

где λ - неопределенные множители Лагранжа.

Функцию H минимизируют градиентным методом первого порядка [1] с численным расчетом градиента. Градиент функции H по вектору u рассчитывают следующим образом:

$$\frac{\partial H}{\partial u} \equiv \frac{\partial L}{\partial u} + \lambda^{T} \frac{\partial f}{\partial u},$$

$$\lambda^{T} = -\frac{\partial L}{\partial x} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{-1},$$

где $\frac{\partial L}{\partial x}$, $\frac{\partial L}{\partial u}$ - градиенты критерия по векторам x и u,

$\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial u}$ - матрицы частных производных системы уравнений по векторам x и u,

$( )^{-1}, T$ - обозначает обратную и транспонированную матрицу.

3. Описание САУ

Для простоты рассмотрим одноконтурную систему автоматического управления. Структурная схема системы приведена на фиг. 2. Система состоит из регулятора и объекта с передаточными функциями $W_R(p)$ и $W_0(p)$. Выражаем передаточные функции разомкнутой системы $W(p)$, замкнутой системы $\Phi(p)$, ошибки, по заданию $\Phi_\varepsilon(p)$ и по возмущению $\Phi_f(p)$:

$$W(p) = \frac{y(p)}{y_3(p)} = W_R(p) \cdot W_0(p) = \frac{N(p)}{B(p)},$$

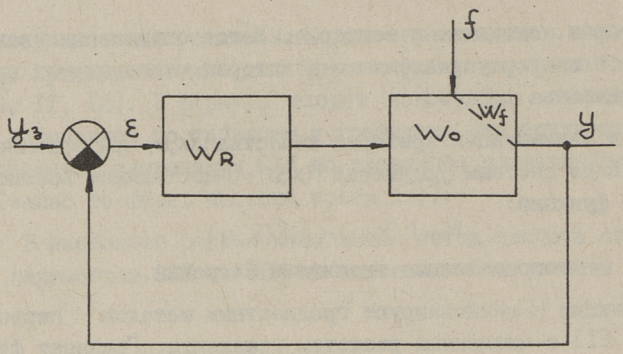
$$\Phi(p) = \frac{y(p)}{y_3(p)} = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{N(p)}{D(p)},$$

$$\Phi_\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{y_3(p)} = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{B(p)}{D(p)},$$

$$\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)} = \frac{W(p)}{1+W(p)},$$

где $D(p) = N(p) + B(p)$.

Для полного расчета системы достаточно иметь возможность вычисления полиномов $N(p)$, $B(p)$ передаточной функции



Фиг. 2. Структурная схема системы.

разомкнутой системы и передаточную функцию по возмущению $W_f(p)$. На основе значений полиномов $N(p)$ и $B(p)$ вычисляют амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазочастотную $\varphi(\omega)$ характеристики системы.

В качестве регулятора применяем ПИД регулятор с передаточной функцией:

$$W_R(p) = \frac{K_R(T_i p + 1)(T_d p + 1)}{p(0{\cdot}1 T_d p + 1)},$$

где K_R - усиление регулятора,
T_i - время изодрома,
T_d - время предварения.

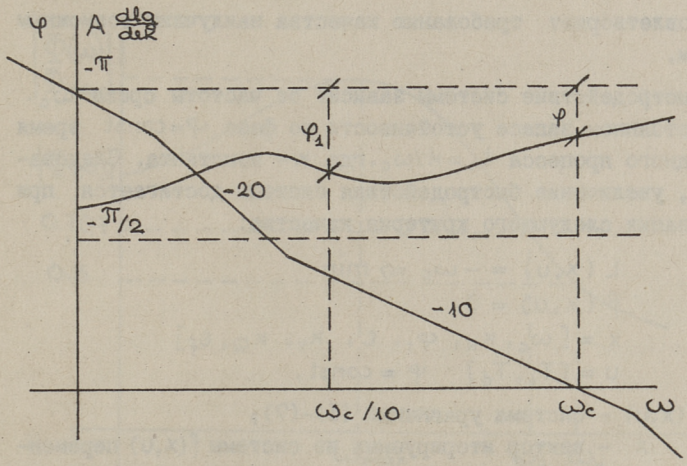
Задачей синтеза является расчет оптимальных настроек регулятора (K_R, T_i, T_d). При расчете многоконтурных схем с несколькими регуляторами увеличивается только количество искомых настроек регуляторов.

4. Синтез САУ по логарифмическим характеристикам разомкнутой системы

На фиг. 3 приведены логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики. При частоте среза ω_c (амплитуда $A = 1$ или $A = 0\,dlg$) определяется запас устойчивости по фазе φ. Напишем систему уравнений для описания частотных характеристик:

$$A(\omega_c) - 1 = 0 \qquad (1)$$

$$\varphi(\omega_c) - \varphi + 180 = 0 \qquad (2)$$



Фиг. 3. Логарифмические частотные характеристики. φ - запас по фазе, ω_c - частота среза.

$$\varphi(\omega_c/10) - \varphi_1 + 180 = 0 \qquad (3)$$

$$\Phi_\varepsilon(0) - \varepsilon = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{d}{dp}\Phi_\varepsilon(p)\Big|_{p=0} - K_V = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2}{dp^2}\Phi_\varepsilon(p)\Big|_{p=0} - K_\Omega = 0 \qquad (6)$$

$$\Phi_f(0) - \varepsilon_f = 0, \qquad (7)$$

где $A(\omega_c)$ - амплитуда при частоте среза;

φ, φ_1 - фаза при частоте среза ω_c и при $\omega_c/10$,

$\varepsilon, \varepsilon_f$ - заданные статические ошибки по заданию и по возмущению;

K_V, K_Ω - коэффициенты ошибки по скорости и по ускорению.

Семь уравнений (I)-(7) имеют I0 переменных:

$$\omega_c,\ \varphi,\ \varphi_1,\ \varepsilon,\ K_V,\ K_\Omega,\ \varepsilon_f,\ K_R,\ T_i,\ T_d.$$

При анализе САУ решают систему уравнений (I)-(7), задавая параметры регулятора K_R, T_i, T_d. Система имеет решение при любых комбинациях параметров регулятора. При решении обратной задачи, т.е. при расчете настроек регулятора система уравнений может оказаться противоречивой и не иметь решения. Всегда можно задать комбинацию ω_c, φ и показателей точности, которая для данной системы физически нереализуема. Такие системы можно решать методом наименьших квадратов, тогда реше-

ние удовлетворяет требованию качества наилучшим возможным образом.

Быстродействие системы зависит от частоты среза ω_c. При постоянном запасе устойчивости по фазе $\varphi = \text{const}$ время переходного процесса $t_n = \kappa/\omega_c$, где κ - константа. Следовательно, увеличение быстродействия системы достигается при минимизации следующего критерия качества:

$$L(x,u) = -\omega_c \Rightarrow \min$$
$$f(x,u) = 0$$
$$x = [\omega_c, \kappa_R, \varphi_1, \varepsilon, \kappa_v, \kappa_\Omega, \varepsilon_f]$$
$$u = [T_i, T_d] \quad \varphi = \text{const},$$

где $f(x,u)$ - система уравнений (I)-(7);

x - вектор итерируемых из системы $f(x,u)$ переменных;

u - вектор управления для метода оптимизации.

Для получения минимальной ошибки системы по скорости применяется критерий:

$$L(x,u) = \kappa_v \Rightarrow \min$$
$$f(x,u) = 0$$
$$x = [\omega_c, \kappa_R, \varphi_1, \varepsilon, \kappa_v, \kappa_\Omega, \varepsilon_f]$$
$$u = [T_i, T_d] \quad \varphi = \text{const}.$$

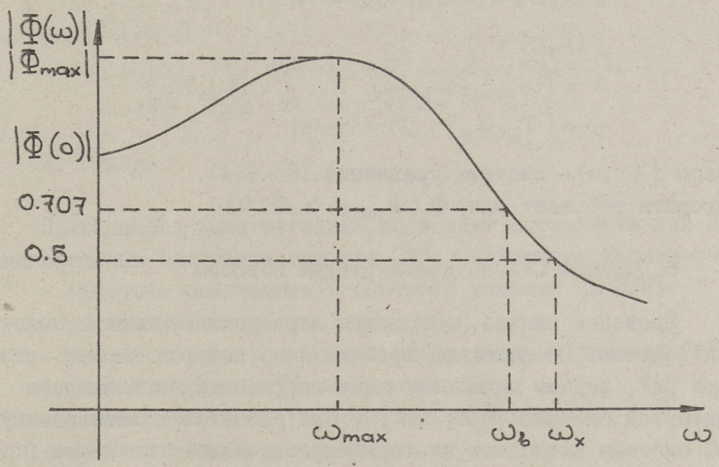
Минимальная колебательность достигается при минимизации следующего критерия:

$$L(x,u) = -\varphi \Rightarrow \min$$
$$f(x,u) = 0$$
$$x = [\omega_c, \kappa_R, \varphi_1, \varepsilon, \kappa_v, \kappa_\Omega, \varepsilon_f]$$
$$u = [T_i, T_d] \quad \omega_c = \text{const}.$$

Метод применим для систем, где разница порядков полинома числителя и знаменателя передаточной функции выше двух. Если разница порядков 2, то синтез ПИД регулятора не удается. Получается условно-устойчивая система с любой частотой среза. В этом случае надо фиксировать T_d и синтезировать ПИ-регулятор.

5. Синтез САУ по частотным характеристикам замкнутой системы

Если система имеет корректирующие звенья в цепях обратной связи, то для синтеза надо использовать передаточ-



Фиг. 4. Амплитудная частотная характеристика замкнутой системы.

ную функцию замкнутой системы. Рассматриваем синтез на амплитудно-частотной характеристике замкнутой системы, которая приведена на фиг. 4. Максимальное значение амплитуды $|\Phi_{max}|$ имеется при ω_{max}. Частоте ω_x соответствует амплитуда 0,5.

Система характеризуется следующей системой уравнений:

$$\frac{d}{d\omega}|\Phi(\omega_{max})| = 0 \qquad (8)$$

$$|\Phi(\omega_b)| - 0{,}707 = 0 \qquad (9)$$

$$|\Phi(\omega_x)| - 0{,}5 = 0 \qquad (10)$$

$$|\Phi(\omega_{max})| / |\Phi(0)| - M = 0 \qquad (11)$$

$$1 - \Phi(0) - \varepsilon = 0 \qquad (12)$$

$$\frac{d}{dp}\ln\Phi(p)\Big|_{p=0} - K_v = 0 \qquad (13)$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2}{dp^2}\ln\Phi(p)\Big|_{p=0} - K_\Omega = 0, \qquad (14)$$

где M - колебательность системы,

ω_b - частота половинной мощности.

Здесь выражения для коэффициентов ошибок взяты из [2].

Синтез САУ аналогичен синтезу по логарифмическим частотным характеристикам. Быстродействие системы увеличивается при минимизации следующего критерия качества:

$$L(x,u) = -\omega_x^2/\omega_B \Rightarrow \min$$

$$f(x,u) = 0$$

$$x = [\omega_{max}, \omega_\beta, \omega_x, K_R, \varepsilon, K_V, K_\Omega]$$

$$u = [T_i, T_d] \quad M = \text{const}$$

здесь $f(x,u)$ - система уравнений (8)-(I4).
Алгоритм работает при $\Phi(\omega_{max}) > \Phi(0)$.

6. Синтез САУ по доминирующим полюсам

Проведем синтез, используя пару доминирующих комплексных полюсов. По исходным требованиям, которым должна отвечать САУ, задаем начальные значения комплексных полюсов замкнутой системы $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$. При расчетах полюсы замкнутой системы вычисляют из характеристического полинома $D(p) = 0$. Колебательность M_1 системы определяется как соотношение второго и первого максимума переходного процесса. Система уравнений имеет следующий вид:

$$\mathrm{Re}\ D(p) = 0 \tag{I5}$$

$$\mathrm{Jm}\ D(p) = 0 \tag{I6}$$

$$M_1 - \exp(-2\pi \cdot |\alpha|/\beta) = 0 \tag{I7}$$

$$|\Phi(\omega_\beta)| - 0{,}707 = 0 \tag{I8}$$

$$|\Phi(\omega_x)| - 0{,}5 = 0 \tag{I9}$$

$$1 - \Phi(0) - \varepsilon = 0 \tag{20}$$

$$\frac{d}{dp} \ln \Phi(p)\Big|_{p=0} - K_V = 0 \tag{2I}$$

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dp^2} \ln \Phi(p)\Big|_{p=0} - K_\Omega = 0 \tag{22}$$

$$\varphi_3(\omega_3) + 45 = 0 \tag{23}$$

здесь Re, Jm - вещественная и мнимая часть.

Уравнения (I8), (I9) используются для учета удаленных полюсов на время переходного процесса. Первый вещественный корень $p_3 = -\omega_3$ вычисляется из фазочастотной характеристики φ_3. $\varphi_3(\omega)$ вычисляется из передаточной функции при замене числителя на пару комплексных корней.

Для повышения быстродействия системы минимизируется следующий критерий качества:

$$L(x,u) = -W_x^2/W_b \Rightarrow \min$$

$$f(x,u) = 0$$

$$x = [\alpha_i, T_i, K_R, \omega_b, \omega_x, \varepsilon, K_V, K_\Omega, \omega_3]$$

$$u = [\beta, T_d] \quad M_1 = \text{const}.$$

7. Выводы

Приведенная выше методика позволяет составлять для ЭВМ универсальные программы синтеза САУ. Алгоритму характерны:

- простота реализации и быстрота решения на ЭВМ;
- расчет САУ по разным критериям;
- расчет параметров предельных возможных режимов САУ;
- расчет многоконтурных сложных САУ;
- расчет системы с несколькими регуляторами;
- простота модификации метода.

При появлении дополнительных требований к синтезируемым системам существующую систему уравнений можно дополнить. Легко можно изменить и критерий качества при выборе новой цели оптимизации.

Алгоритм реализован в системе моделирования химико-технологических схем PEETER-80. Расчет оптимальных параметров регулятора на ЕС-1055 требует 8 секунд.

Литература

1. Брайсон А., Ю-Ши Хо. Прикладная теория оптимального управления. М., Мир, 1972.

2. Горовец А.М. Синтез системы с обратной связью. Советское радио. М., 1970.

3. Ротач В.Я. Расчет динамики промышленных автоматических систем управления. М., Энергия, 1973.

4. Теория автоматического регулирования / Под ред. В.В. Солодовникова. М., Машиностроение, 1967.

5. Райцын Т.М. Синтез систем автоматического управления методом направленных графов. Л., Энергия, 1970.

6. Ротач В.Я., Зверьков В.П., Павлов С.Н., Смирнова Т.Н. Пакет прикладных программ для САПР информационных и структурных схем САУ непрерывными технологическими процессами. Труды МЭИ, 1979, № 419.

7. Чхартишвили Г.С. Программные системы для анализа и синтеза систем автоматического управления.М., Труды МЭИ, 1977, № 349.

8. Солодовников В.В., Деменков И.П., Сивцов В.И., Чулин Н.А. Пакет программ частотного метода как функциональная подсистема САПР САУ. Труды МВТУ, 1983.

9. Ойт М., Яаксоо Ю. Диалоговая система машинного проектирования многомерных регуляторов. - В кн.: Автоматизация проектирования систем управления. Вып. 4. М., Финансы и статистика, 1982.

10. Райенд К. Вычисление параметров регулятора по выходу. См. наст. сб. с.63-73.

11. Вавилов А.А., Имаев Д.Х. Машинные методы расчета систем управления. Изд-во ЛГУ, 1981.

12. Белова Д.А., Кузин Р.Е. Применение ЭВМ для анализа и синтеза автоматических систем управления. М., Энергия, 1979.

J. Rebane, K. Rebane

Computer-Aided Control System Design

I. The Problem Statement

In the paper an approach to the computer-aided control system design, using the system transfer function, is proposed. The problem is formulated as an optimization task with equality constraints, independent of the system structure. Formulations of the problem with different performance criteria are given.

№ 576
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

У. Кортела, П. Лаутала

Хельсинкский технологический университет

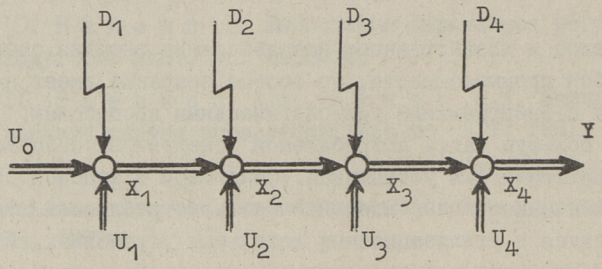
АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ МОЩНОСТИ ПАРОВЫХ КОТЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ МИКРО-ЭВМ

Введение

Умелое и хозяйственное использование энергии очень важно в любой промышленности, но особое значение имеет на предприятиях с энергоемкими технологическими процессами, производящих большую часть потребляемой энергии на собственных теплоэнергетических установках. Например, в финской бумажной промышленности значительная часть потребляемой энергии производится в утилизационных котельных установках. По ряду причин котлы-утилизаторы несут в основном базовую часть нагрузки. То есть, пиковая нагрузка и качество энергии обеспечиваются котлоагрегатами других видов. Для финской промышленности также характерно, что в последние годы многие котельные с жидкого топлива переведены на сжигание угля, торфа и коры. Однако нагрузочные характеристики котлов на твердом топливе, как правило, хуже чем при сжигании нефти. Кроме того, превалирующими станут различного вида возмущения в топливоподаче и процесс сжигания топлива становится далек от идеального. Наиболее сложные проблемы возникают в котельных, работающих на нескольких видах топлива [1]. Вообще говоря, достичь устойчивого и оптимального процесса при помощи обычных систем регулирования котлов не удается ни в одном, ни в другом случае.

Нами предлагается стратегия решения задач автоматического контроля и регулирования, базирующаяся на том, что все активные воздействия на процесс сжигания топлива вдоль всей производственной линии должны быть направлены "в одни ворота", т.е. в случае автоматического управления теплоэнергетическими установками регулируемыми переменными выбирают-

ся виртуальные значения мощности вдоль системы: мощность подаваемого топлива (топливная мощность), тепловая мощность горения в топке (огневая мощность), мощность пара на выходе парогенератора и электрическая мощность. Кроме того, все внутренние и внешние возмущения в подпроцессах должны быть скомпенсированы в точках, наиболее близких к источникам этих возмущений. Такая стратегия, как правило, приводит к успеху, но может потребовать выполнения относительно сложных расчетов и применения ЭВМ в системах автоматического управления котлами. Схематически предлагаемая стратегия изображена на фиг. I.



Фиг. 1. Схема распределения задач регулирования вдоль производственной линии энергоустановки:
X_i - измеряемые (регулируемые) переменные,
U_i - регулирующие воздействия,
D_i - прочие воздействия (возмущения, зависимые регулирования),
Y - выходная величина процесса.

Все регулирующие воздействия U_i необходимо выбирать так, чтобы суммарные эффекты детерминированных и стохастических воздействий в узлах производственной линии на контролируемые выходы X_i были бы как можно малыми. С другой стороны, регулирование, вызываемое изменениями графика нагрузки, должно соответствовать натуральной динамике процесса.

Стратегия регулирования для котлоагрегатов, работающих на различных видах топлива

Котлы, работающие на торфе. В этом случае основные помехи возникают в топливоподаче. Поэтому подпроцессы подачи и сжигания торфа необходимо исследовать специально [2].

Качество и объемная скорость подаваемого торфа всегда сильно колеблются. Эффективная теплота сгорания торфа может варьироваться, например, от 1200 до 4600 МДж/м^3 из-за колебания влажности, плотности и возраста торфа [3]. Отклонения качества и скорости подачи торфа в обыкновенных системах регулирования обнаруживаются только тогда, когда они уже вызывают отклонения температуры и давления выходящего пара.

Мощность процесса горения, т.е. тепловую мощность в топке можно найти по потреблению кислорода в топке [4]. Расчетной величиной является также тепловая мощность подаваемого торфа. Это позволяет скомпенсировать помехи в подпроцессах топливоподачи и горения при помощи каскадного регулятора. Задаваемый уровень теплоты в топке поддерживается пропорциональным выходу основного регулятора котла. Измеряемыми величинами являются содержание кислорода в дымовых газах и расход воздуха горения. Компенсирующий регулятор воздействует только на скорость торфоподающего механизма.

Котлы, работающие на каменном угле. Задача компенсации помех в топливоподаче и в процессе горения также решается применением принципов каскадного регулирования. Для повышения быстродействия внутреннего контура регулирования транспортный газ используется в роли регулирующей величины [5]. Моделирование и регулирование угольных мельниц рассматривается в статьях [6, 7]. Авторами разработана относительно простая нелинейная модель мельницы, которая апробирована на вальцовых мельницах. Регулирование мощности подаваемого топлива нами внедрено на котлах Бенсона, а также на котлах с естественной циркуляцией.

Резкие изменения нагрузки котла вызывают возмущения в системе регулирования уровня воды барабанных котлов. Экспериментальное применение регулирования уровня воды по возмущениям расчетной тепловой мощности в топке рассматривается в [8].

Котлы, работающие на коре. Обычно кора сжигается на решетке. Поэтому первой задачей является поддержание толщины слоя коры по возможности одинаковой по всей площади решетки. Для достижения равномерного и стабильного горения

профиль влажности топлива вдоль решетки также необходимо держать постоянным. В противном случае зоны газификации и сжигания топлива станут неустойчивыми и процесс горения будет сильно расслаиваться.

Опыт авторов показывает, что тепловую мощность в топке можно вычислять по расходу кислорода в топке. Задачу правильного регулирования сушки и сжигания коры на решетке также можно решить методом каскадного регулирования, если котел имеет систему распределенной подачи первичного воздуха под решетку. Такая технология сжигания коры введена в ряде котельных бумажных фабрик Финляндии.

Утилизационные котлы. Процессы и реакции в котлах-утилизаторах бумажных фабрик, модели и регулирование этих котлов рассмотрены в [9, IO, II, I2]. Но пока отсутствует единая стратегия эффективного управления всеми процессами утилизационного котла. Актуальной задачей является, например, расчет и регулирование твердого составляющего в потоке подаваемого в котел щелока.

Эксперименты, проведенные авторами, показали, что отдельное регулирование температуры и давления черного щелока не является наилучшим решением проблемы. Например, при прямом регулировании температуры при помощи пара в потоке топлива возникают нелинейные возмущения. Для получения надежного управления топливоподачей температуру и давление потока щелока необходимо регулировать одновременно (совместно) по действительным характеристикам подаваемого щелока. Такое регулирование позволяет стабилизировать тепловую мощность щелока как выходную величину первого звена в производственной линии.

Котельная для одновременного сжигания нескольких видов топлива. Энергообеспечение в целлюлозно-бумажной промышленности представляет собой сложную задачу. Тепловая нагрузка котельных колеблется очень сильно, например, когда бумажные машины отключаются и запускаются. Оптимальную работу котельной может обеспечить иерархическое управление, построенное по схеме на фиг. IO. На двух нижних уровнях осуществляется стратегия регулирования, использующая решения, рассмотренные в предыдущих случаях. Дополнительно на втором уровне вводится блок сглаживания нагрузки, частично

компенсирующий резкие изменения нагрузки за счет запасной паровой емкости в системе.

На верхнем уровне, на уровне планирования производством, основой управления являются экономические аспекты, в малых системах задачи управления в изменяющихся и частично неопределенных ситуациях – наилучшим образом решает квалифицированный и опытный оператор. Но если процесс снабжен надежными стабилизирующими регуляторами, модели системы и информация о системе становятся все более достоверными и детальными, а советы ЭВМ верхнего уровня оператору более ценными.

На верхнем уровне управления базовый алгоритм распределения нагрузки вперед вычисляет оптимальные установившиеся расходы топлива для всех котлов при всех возможных суммарных нагрузках. Регулирующий пики котел и топливо также выбираются заранее. В качестве исходных данных в алгоритм вводят стоимости всех топлив и к.п.д. всех котлов для всех видов топлива. Начальные данные могут быть грубыми, так как получаемый график будет совещательным и будет скорректирован со стороны оператора.

Планирование и распределение нагрузки котлов и видов топлива на базе данных установившихся режимов не обеспечивает полную оптимизацию работы котельной. Например, правильное планирование запуска и остановки отдельных котлов также играет немаловажную роль с экономической точки зрения.

Результаты экспериментов и прикладные применения

Котлы, работающие на торфе. Так как тепловую мощность подаваемого потока торфа нельзя измерять непосредственно, ее надо вычислять при помощи других измерений и модели процесса. Мощность теплоты в топке (мощность горения) находится на основе израсходуемого количества кислорода.

Практически мощность горения можно вычислять по уравнению

$$P = c(M) \cdot F_{O2}, \qquad (I)$$

где P – тепловая мощность в топке, МВт;
M – влажность торфа, весов. %;

$c(M)$ – параметр, слабо зависящий от влажности торфа;

F_{O2} – расход кислорода, $м^3/с$.

Потребление кислорода находится при помощи уравнения:

$$F_{O2} = 0{,}01\,(21\,F_b - X_{O2}\cdot F_g), \qquad (2)$$

где F_b – расход воздуха, необходимый для полного сгорания топлива, $м^3/с$;

F_g – поток выходящих дымовых газов, $м^3/с$;

X_{O2} – объемное содержание кислорода в дымовых газах, %.

Содержание кислорода в дымовых газах измеряется при помощи циркониум-оксидного датчика, который обеспечивает высокую достоверность измерения. Когда расход дымовых газов не измеряется, он находится по результатам других измерений. Если котельная работает на двух видах топлива (например, на торфе и нефти), поток дымовых газов может быть вычислен по результатам четырех измерений (содержание кислорода, подача воздуха в топку, расход нефти и влажность торфа) следующим образом [13]:

$$F_g = \frac{(c_1 M + c_2)m_т + c_3 m_н}{1 - X_{O2}/21}, \qquad (3)$$

где $m_н$ – расход нефти, кг/с;

c_1, c_2, c_3 – параметры, зависящие от состава используемых видов топлива;

$m_т$ – расход сжигаемого торфа, приведенный на некоторый "стандартный торф" с неизменной композицией состава, кг/с.

Расход торфа вычисляется из зависимости

$$m_т = \frac{21\,F_b - \left(\frac{21 c_3 X_{O2}}{21 - X_{O2}} + 100 c_4\right)\cdot m_н}{100 c_5 (100 - M) + \frac{21(c_1 M + c_2) X_{O2}}{21 - X_{O2}}}, \qquad (4)$$

где c_4, c_5 – параметры, характеризующие топливо.

Расчет потока дымовых газов требует достаточно точного значения влажности торфа. Например, 10 %-ная ошибка в измерении влажности вызывает ошибку в расчетном значении потока дымовых газов 7...10 % в зависимости от абсолютной влажности торфа.

Фиг. 2. Результаты оценки параметров при помощи фильтра Калмана.

Расчет тепловой мощности в топке при помощи уравнений (I)...(4) содержит ряд статических и динамических упрощений. В [I4] рассматривается применение оптимального фильтра Калмана для улучшения динамической точности расчетного определения тепловой мощности (мощности горения) в топках котлов ТЭС Оулу. Результаты экспериментов в ТЭС Оулу характеризует фиг. 2.

Обычно подача топлива регулируется по результатам параметров перегретого пара. Но не все возмущения и помехи в парогенераторе обуславливаются возмущениями в топке. Кроме того, ускорение и улучшение контроля топочных процессов и топливоподачи достигается, если расчетное значение мощности горения используется в роли измеряемой величины. Тогда можно применять каскадный регулятор, компенсирующий возмущения со стороны подаваемого топлива. Структура такой системы приведена на фиг. 3. Система внедрена в ТЭЦ Топпила в г. Оулу и описывается в [2, 3, 4, I3, I4].

Нагрузка производственных электростанций непрерывно колеблется. Поэтому, если котлы работают на твердом топливе, оптимальное содержание избыточного воздуха в дымовых газах также непрерывно варьируется. Для поддержания содержания кислорода в дымовых газах на оптимальном уровне необходимо измерять как содержание O_2, так и CO. Авторами разработан метод для непрерывной минимизации тепловых потерь при помощи рекурсивного алгоритма наименьших квадратов. Потери с уходящим CO при этом идентифицируются в виде функции от содержания кислорода в дымовых газах [I4, I5].

Зависимость тепловых потерь с уходящим CO от содержания O_2 описывает уравнение (5):

$$\hat{L}_{CO} = a_1 \cdot e^{b_1 X_{O2}}, \qquad (5)$$

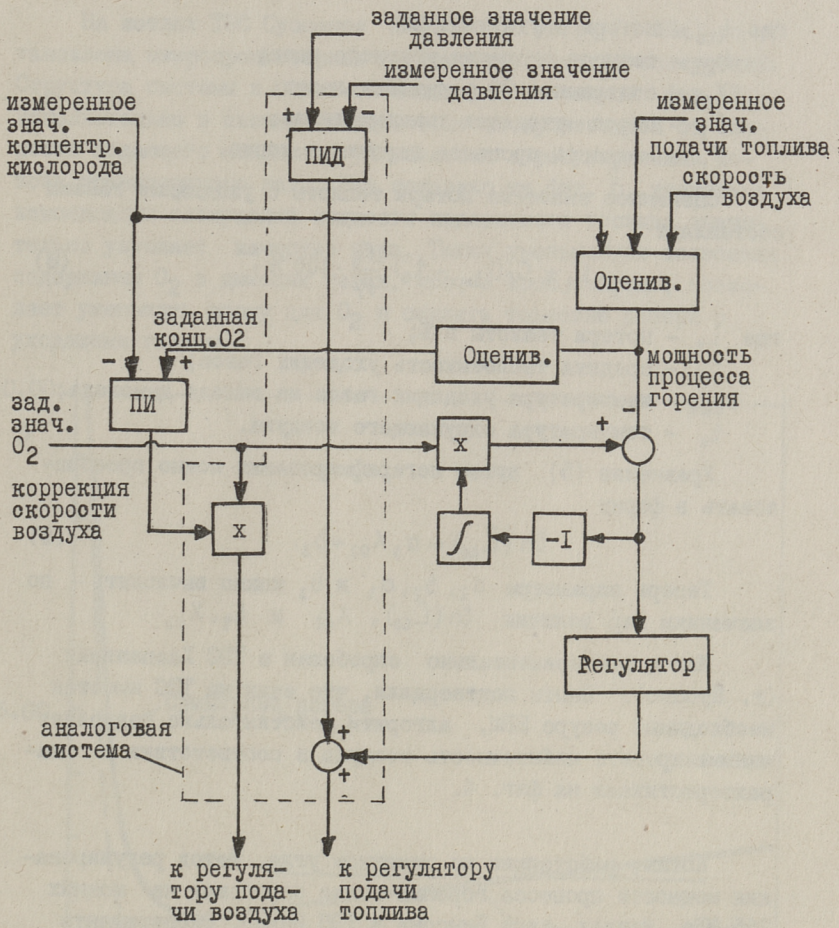
где $\hat{L}_{CO}$ – потери с уходящим угарным газом;

a_1, b_1 – оцененные расчетные коэффициенты;

X_{O2} – процентное содержание кислорода в уходящих газах.

Тепловые потери с уходящим избыточным воздухом аппроксимируются уравнением

$$\hat{L}_{изб.в} = a_2 X_{O2} + b_2, \qquad (6)$$



Фиг. 3. Сопряжение системы компенсации к стандартной САР котельного агрегата.

где a_2, b_2 - расчетные коэффициенты, оцененные параметры.

С другой стороны, потери с CO в процентах можно вычислять из уравнения

$$L_{co} = h_{co} X_{co} \cdot \frac{F_g}{P_r}, \qquad (7)$$

где L_{co} - потери с уходящим CO;
h_{co} - теплота сгорания угарного газа;
X_{co} - содержание CO в дымовых газах;
F_g - поток уходящих дымовых газов;
P_r - мощность процесса горения в топке.

Оцененное значение потери теплоты с уходящими газами составляет

$$L_t = C_f (t_{вых} - t_o) \cdot \frac{F_g}{P_r} \cdot 100\,\%, \qquad (8)$$

где L_t - потери теплоты в %;
C_f - средняя теплоемкость уходящих газов;
$t_{вых}$ - температура уходящих газов на выходе дымохода;
t_o - температура окружающего воздуха.

Уравнение (5) путем логарифмирования можно преобразовать в форму

$$\ln(\hat{L}_{co}) = a_3 X_{O2} + b_3. \qquad (9)$$

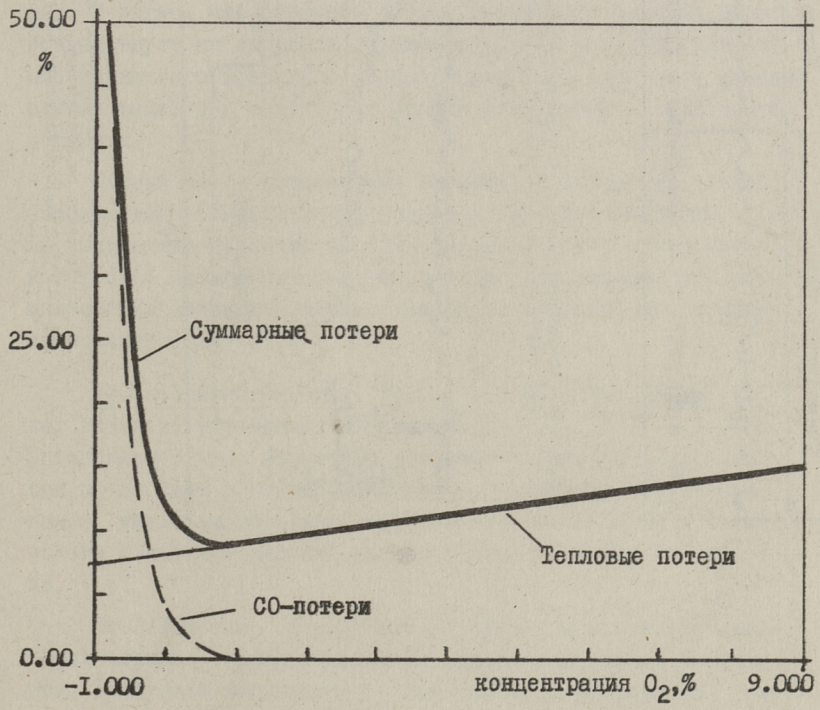
Теперь параметры a_2, b_2, a_3 и b_3 можно вычислять по значениям пар величин $\ln(\hat{L}_{co})$, X_{O2} и L_t, X_{O2}.

Метод экспериментально опробован в ТЭС Хаапаниеми (г. Куопио). Опыты подтвердили, что если на ТЭС имеется необходимый ресурс ЭВМ, алгоритм действительно позволяет минимизировать избыточность воздуха в соответствии с характеристиками на фиг. 4.

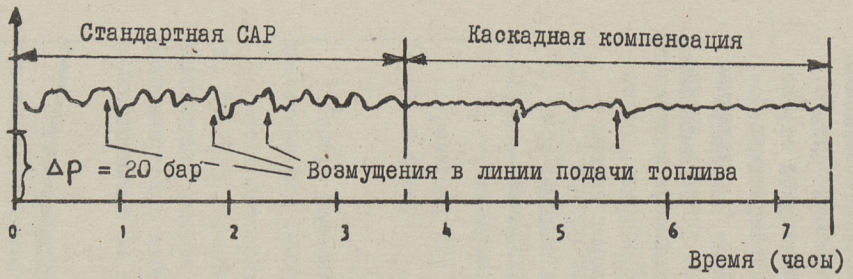
Котлы, работающие на каменном угле. Метод регулирования мощности процесса горения также опробован на мощных 265-МВт котлах типа Бенсона в ТЭЦ Инкоо. Эксперименты показали, что компенсация возмущений со стороны подаваемого топлива в значительной мере стабилизирует процесс горения [5, I5, I6]. Однако непрерывное измерение массовой скорости подаваемого угля на практике будет либо слишком дорогим и сложным, либо будет иметь недопустимо низкую надежность. Поэтому поднимается идея ввести в систему рас-

четную модель угольной мельницы с регулируемой скоростью транспортного газа с целью применения скорости транспортного газа в качестве активной регулирующей величины в системе топливоподачи.

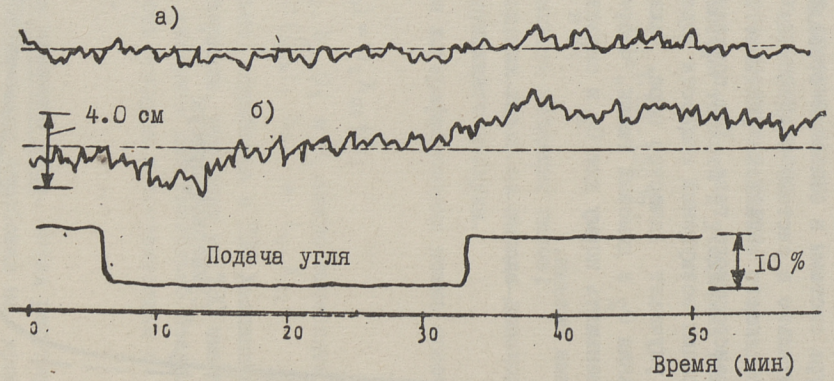
На котлах ТЭС Суоменоя (около 100 кг/с, 14 МПа) установлена микропроцессорная система компенсации возмущений. Структура системы в основном совпадает со схемой фиг. 3. Дополнительно в системе воздействие по производной от скорости подающего механизма учитывается в регулировании потока транспортного газа. Как показано на фиг. 5, каскадная компенсация возмущений мощности подаваемого топлива значительно улучшает качество пара. Также уменьшаются колебания содержания O_2 в дымовых газах, что, в свою очередь, позволяет уменьшить норму для O_2 и снизить тепловые потери с уходящими газами.



Фиг. 4. Оцененные значения потерь для ТЭС, работающей на торфе, при 80 %-ной нагрузке котлов.



Фиг. 5. Сравнение процессов регулирования для стандартной и компенсирующей САР для котла, работающего на каменном угле.



Фиг. 6. Отклик в системе регулирования уровня воды:
а) компенсация по возмущению,
б) САР без компенсирующего контура (стандартная).

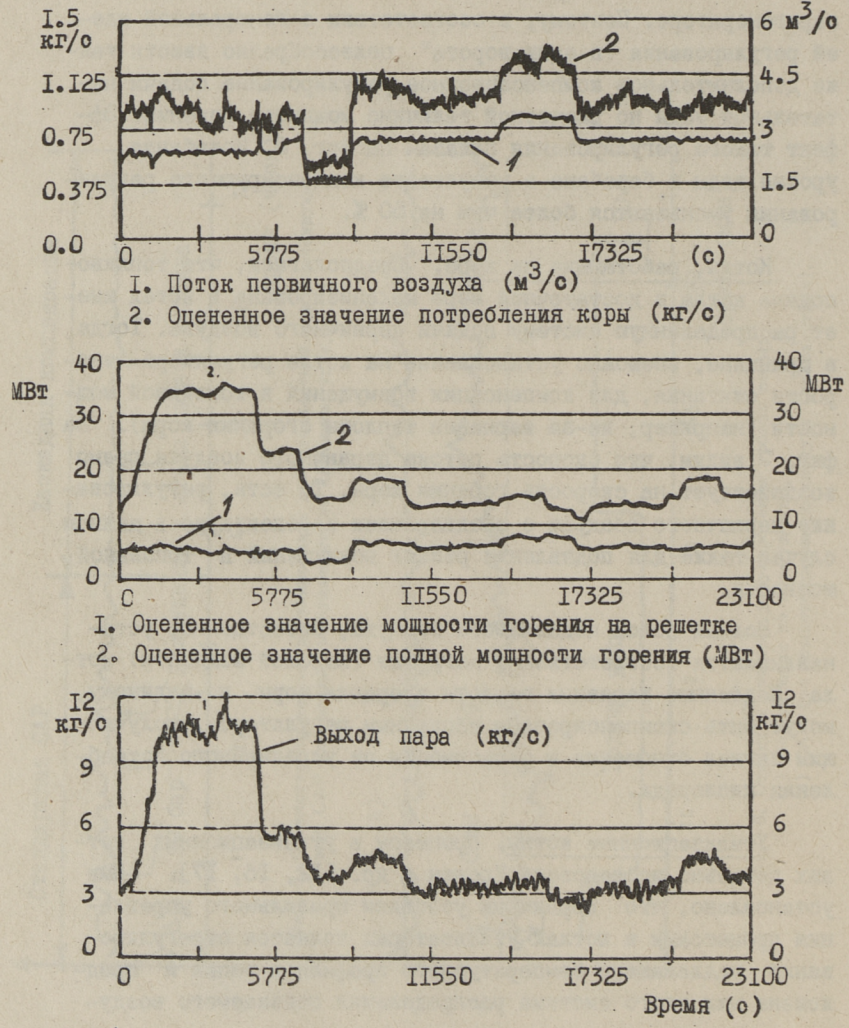
Необходимо отметить, что неустойчивое и возмущенное состояние топочного процесса всегда вызывает возмущения в парогенераторе. Поэтому, в соответствии с генеральной идеей регулирования "в одни ворота" целесообразно ввести также дополнительное компенсационное регулирование подачи питательной воды по расчетной величине мощности горения. Эффект такого регулирования показан на фиг. 6. Колебания уровня воды в барабане в результате компенсирующего регулирования уменьшаются более чем на 50 %.

Котлы, работающие на коре. Предполагаем, что топливоподача котла в достаточной мере механизирована и котел имеет распределенную систему подачи первичного воздуха. Тогда, в принципе, возможно установление на котле регулятора скорости сжигания, для компенсации возмущений в топливной мощности (например, из-за вариации теплоты сгорания коры). На фиг. 7 видим, что скорость потока первичного воздуха прямо воздействует на скорость горения коры. То есть, регулирование первичного воздуха с предварением перспективно в данном случае также для подавления резких возмущений в топливной мощности.

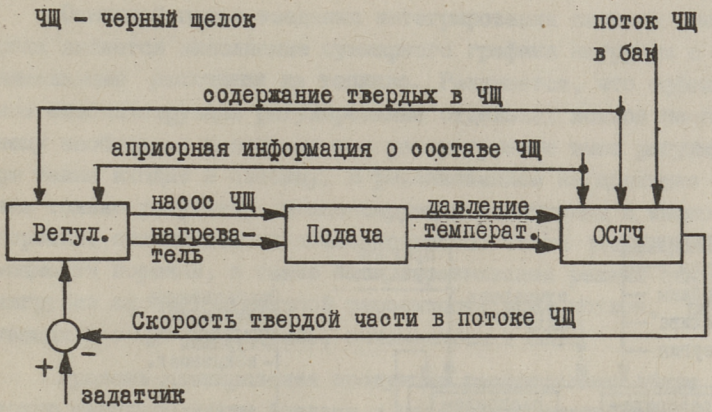
Полный поток подаваемого воздуха, естественно, устанавливается соответственно нагрузке (паровой мощности) котла. Медленные вариации теплоты сгорания коры, по-видимому, могут быть скомпенсированы каскадным регулятором, получающим сигнал отношения в зависимости от усредненного потребления кислорода.

Утилизационные котлы. Процессы в утилизационных котлах детально исследовали Уронен и др. [I2, I6, I7]. Ими установлено, что первичным условием правильного управления процессами в котлах-утилизаторах является отрегулирование надлежащего температурного профиля в топке и предложена для этого система распределения подаваемого воздуха.

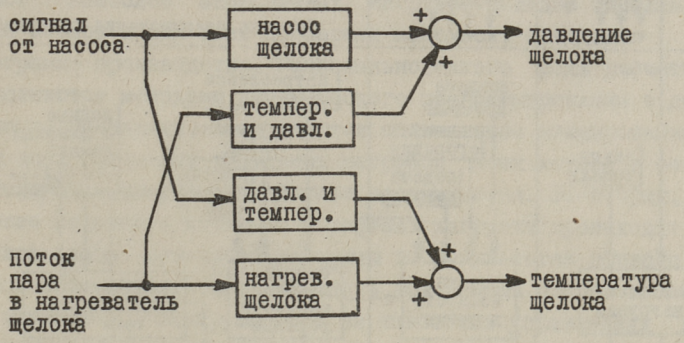
Эксперименты, проведенные авторами на котлах-утилизаторах черного щелока, выяснили, что второй важной величиной, требующей непрерывного расчета и регулирования, является скорость течения сухого наполнителя в щелоке. Экспериментами установлено, что давление и температура распы-



Фиг. 7. Воздействие возмущений в потоке первичного воздуха на оцененное значение потребления коры, мощности процесса горения и продукции пара.



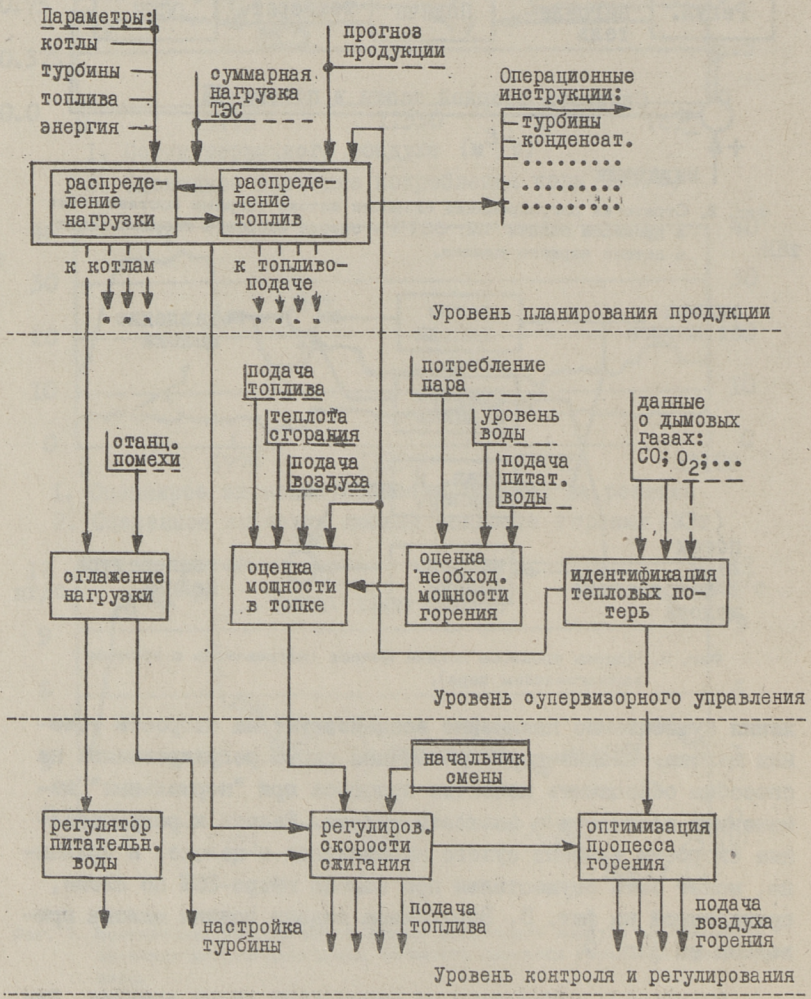
Фиг. 8. Стратегия регулирования скорости потока твердых составляющих в процессе подачи ЧЩ: ОСТЧ – оценка скорости твердой части в потоке черного щелока.



Фиг. 9. Модель процесса подачи щелока (нагреватель с прямым впрызгиванием пара).

ления существенно нелинейно воздействуют на скорость течения щелока. Именно поэтому обычные схемы регулирования не способны обеспечить качество процесса при "нормальных" изменениях плотности и вязкости щелока. Расчет и регулирование скорости течения сухого наполнителя в щелоке, в принципе, может быть осуществлен при помощи микро-ЭВМ по схеме, приведенной на фиг. 8. Блок-схема модели подачи щелока приведена на фиг. 9.

Котельная, работающая на нескольких видах топлива. Для "мультитопливных" производственных ТЭС авторами разработана иерархическая система управления котельной. Блок-схема системы приведена на фиг. 10.



Фиг. 10. Схема управления котельной, работающей на нескольких видах топлива.

Основной целью введения интегрирования системы контроля является выполнение суммарного графика нагрузки с минимальными расходами на топливо. Разумеется, что эффективное стабилизирующее регулирование отдельных котлов по-прежнему необходимо и поэтому все рассмотренные выше регуляторы также входят в систему. В реализованном на практике случае только регулятор, компенсирующий возмущения в мощности горения, отличается от вышеописанного. Схема регулирования мощности горения, а также блок выравнивания резких скачков нагрузки за счет суммарной пароемкости всех котлов, работающих в общую магистраль, описываются в [I].

Уровень планирования продукции распределяет общую паровую нагрузку между котлами и определяет вид топлива для каждого агрегата в соответствии с прогнозируемой нагрузкой. Таким образом, алгоритм распределения предопределяет "каталог" наиболее экономичных нагрузок и видов топлива для всех котлов и для всех суммарных нагрузок, ожидаемых по программе производства. Рационально такого рода расчеты выполняются методами динамического программирования в двух этапах. Во-первых, производится оптимальное планирование для всех ожидаемых суммарных нагрузок всех котлов и соответствующие расходы на топливо запоминаются. Во-вторых, на основе заданного прогноза (графика) нагрузки происходит распределение суммарной нагрузки по результатам первого этапа. Оба этапа можно выполнить при помощи одного и того же алгоритма, базирующегося на известных управлениях динамического программирования

$$
\begin{aligned}
f_n(x) &= \min_{u(1)} \{ H(x, u(1)) + f_{n-1} G(x, u(1)) \}, \\
f_1(x) &= \min_{u(1)} \{ H(x, u(1)) \}, \qquad (10) \\
x(0) &= x^\circ; \quad x(N+1) = x_f,
\end{aligned}
$$

где $I = \sum_{i=1}^{N} H(x(i), u(i))$ – критерий, подлежащий минимизации (отдельные для распределения топлив и для котлов);

$x(i+1) = G(x(i), u(i)) = x(i) - u(i)$ – переходная функция;

$f_n(x)$ – значение критерия I после N шагов, если выбрана оптимальная стратегия после выхода из начального состояния x°;

$x(i)$ - состояние, представляющее количество пара, которое вырабатывается, если принимается решение как использовать а) топлива I,..., i -I и б) котлы I, ..., i - I;

- количество пара, вырабатываемое котлом i на топливе i.

Более детально алгоритм распределения описывается в [I8].

Экспериментально планирование нагрузок и видов топлива проверено в производственной котельной с четырьмя котлами, работающими в общую паровую магистраль. Все котлы могут работать на торфе, каменном угле и нефти. Попарно котлы имеют одинаковые к.п.д. и одинаковые размеры. Алгоритм распределения может управлять не только котлами, несущими базовую часть графика производства, но и котлами, работающими на пиковой части графика.

Заключение

Задачи улучшения систем автоматического регулирования котлов производственных энергоустановок и ТЭС эффективнее решаются, если использовать стратегию для всех процессов производственной линии. В рассмотренных случаях это приводит к методу каскадного регулирования с применением современных методов алгоритмизации и расчета с включением в систему микропроцессорных блоков и микро-ЭВМ.

Усовершенствование систем контроля и регулирования энергоустановок дает наибольший эффект тогда, когда охватываются обе стороны производственной системы (т.е. как производство, так и потребление энергии) и интегрируются как технические, так и экономические аспекты. В качестве примера представлена иерархическая трехуровневая система управления котельной, работающей на нескольких видах топлива.

Литература

1. Kortela U., Salmelin B., Wahlström F. A hierarchical control strategy for multi-fuel multi-boiler systems. Fifth Power Plant Dynamics Control and Testing Symposium. Knoxville, March 1983.

2. Kortela U., Lautala P., Lehtomäki K., Luukkanen J. Estimation and compensation of feed disturbances in peat and coal power plants. Automation days-81, Helsinki, March 1981 (in Finnish).

3. Lehtomäki K., Kortela U., Wahlström F., Luukkanen J. New control methods for combustion stabilization in pear power plants. The Joint Soviet-Finnish Symposium. Automation in process industries. Helsinki, 1982.

4. Kortela U. Estimation and compensation of feed disturbances in some problematic industrial processes. Helsinki University of Technology, Control Eng. Laboratory. Report 32, Thesis for Doctor of Technology. Helsinki, Nov. 1980.

5. Kurki J. Fast oxygen measurement sensors in control of coal power plants. Diploma thesis. Tampere University of Technology. Tampere, 1981 (in Finnish).

6. Malcolm J.M. Mathematical model of drying in a brown coal mill system. - FUEL, Jan. 1976, v. 55, p. 47-58.

7. Eicke G. Das Regelverhalten von Kohleneinblasemühlen. - Brennstoff-Wärme-Kraft, 1966, B. 18, N 2, S. 55-60.

8. Lähteenmäki K. Compensation of combustion power disturbances in a coal power plant. Diploma thesis. Helsinki University of Technology, Control Eng. Laboratory. Helsinki, 1983 (in Finnish).

9. Pantsar O. Recovery boilers, process technics for control engineers. Education Centre of Engineering Societies (INSKO 97-77). Helsinki, 1977 (in Finnish).

10. Tarvainen H., Tinnis V. On process models for a Kraft recovery boiler and their utilization

for computer control. ISA-74, New York, 1974.

11. G a i t u n g F., W i l l i a m s T. A mathematical model of a recovery furnace. Modelling and control of Kraft production system. ISA/75, Pennsylvania, 1975.

12. U r o n e n P., J u t i l a E., P a n t s a r O. A practical approach to the control of recovery boilers. 7th World Congress, IFAC. Helsinki, 1978, p. 249-253.

13. W a h l s t r ö m F., K o r t e l a U. Combustion stabilization and improvement of the efficiency in a peat power plant. IFAC Symposium on Real Time Digital Control Applications. Guadalajara, Mexico, 1983.

14. N o r d b o T. New methods for detecting the flue gases in a coal power plant. Diploma thesis. Tampere University of Technology. Tampere, 1979 (in Finnish).

15. K o r t e l a U., L a u t a l a P. A New Control Concept for a Coal Power Plant. 8th IFAC World Congress. Kyoto, Japan, 1981.

16. J u t i l a E., U r o n e n P., H u o v i n e n M., P e l t o l a H. Some important process technical aspects in the computer control of recovery boilers. - Pulp and Paper, 1980.

17. J u t i l a E., P a n t s a r O., U r o n e n P. Computer control of a recovery boiler. - Pulp and Paper, Canada, 1978, 79, 4, p. T 143-T146.

18. L a u t a l a P., V ä l i s u o H. Optimal allocation of boiler load and fuel in multi-fuel boiler house. Helsinki University of Technology, Control Eng. Laboratory. Report 48. Helsinki, 1983 (in Finnish).

U. Kortela, P. Lautala (Helsinki University of Technology)

Computer Aided Control of Industrial Power Plants

Summary

There are many control problems in different types of industrial power plants. The coordination of the power generation and consumption also has to be considered carefully. We here present some cases in which estimation, control and coordination problems in peat, coal, bark, recovery and multi-fuel boilers are examined. The main idea is to formulate the control structure so that the active functions in and between different subprocesses along the production line are directed at the same goal. Thus the controlled variables in a power plant are e.g. fuel power, heat power in the furnace, steam power and electric power. In the fuel power and heat power control this leads to a cascade type control strategy. As an example of a solution of the coordination we present a specialized hierarchical control structure of a multi-fuel boiler house.

Содержание

I. О.А. Аарна. Временная и пространственная избыточность информации в задачах оценки состояния химико-технологической системы..... 3

2. О.А. Аарна, Т.В. Тедер. Исследование одного алгоритма оценивания состояния ХТС..... I3

3. А.А. Аннус., А.Г. Бахверк. Алгоритмы оценивания параметров моделей по несинхронным наблюдениям 27

4. А.А. Кийтам, Э.К. Сакс. Уточнение решения приближенной оптимизации систем компенсационного управления для многостадийных технологических процессов..... 39

5. Э.К. Сакс. Программная реализация совокупности процедур оптимизации систем компенсационного управления для многостадийных технологических процессов..... 5I

6. К.А. Райенд. Вычисление параметров регуляторов по выходу..... 63

7. Ю.Ю. Ребане, К.Б. Ребане. Синтез систем автоматического управления на ЭВМ: I - постановка задачи. 75

8. У. Кортела, П. Лаутала. Автоматическое регулирование мощности паровых котлов с применением микро-ЭВМ. 85

Цена 75 коп.