

Er. 6.7  
207

VAHETUS

TALLINNA POLÜTEHNILISE  
INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 207

**ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ  
И  
АВТОМАТИКЕ**

**СБОРНИК СТАТЕЙ**



TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
СЕРИЯ А № 207 1963

---

УДК 621

ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ  
И  
АВТОМАТИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

ТАЛЛИН 1963

Ep. 5641



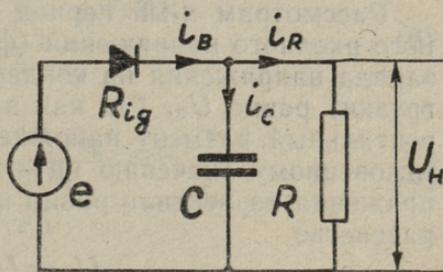
УДК 621.376.23

Х. В. Силламаа

## УСТАНОВЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ НА ВЫХОДЕ ДЕТЕКТОРА

Необходимость решения задач, связанных с переходными процессами в цепях, содержащих детекторные элементы, возникает во многих приложениях радиотехники, автоматики и в смежных им областях. Простейшей из подобных задач является расчет переходного процесса в однополупериодном детекторе при скачкообразном изменении огибающей входного напряжения. Несмотря на целый ряд исследований [1, 2, 3, 4, 5], посвященных этому вопросу, до настоящего времени не имеется удобного инженерного метода расчета. Существующие методы или основываются на приближенных исходных условиях, или оказываются слишком громоздкими для практического применения.

На практике маломощных устройств наиболее часто встречается схема однополупериодного детектора с емкостной нагрузкой (фиг. 1). В этом случае расчет сводится к рассмотре-



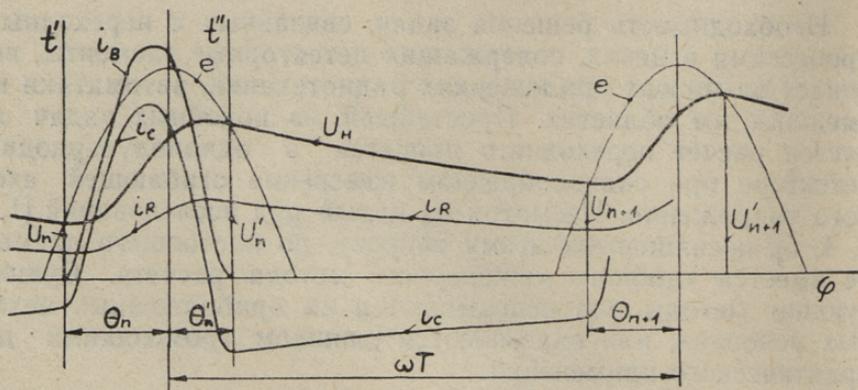
Фиг. 1. Схема однополупериодного детектора с емкостной нагрузкой

нию эквивалентной схемы, где на параллельную цепочку  $RC$  (нагрузка детектора) поступают синусоидальные импульсы с промежуточными интервалами длительностью  $1/2 T$ . Случай двухполупериодного детектирования отличается только тем, что интервалы между импульсами отсутствуют.

Для дальнейшего расчета принята линейно-ломанная аппроксимация характеристики детектора, т. е. предполагается, что внутреннее сопротивление вентильного элемента

в пропускном направлении постоянное и равно  $R_{ig}$ , а в обратном направлении равняется бесконечности. Тогда анализ цепи можно разбить на две части — т. н. интервал заряда (вентиль открыт) и интервал разряда (вентиль закрыт). Такое разделение скорее формальное, ибо в начале и в конце интервала зарядки имеет место и заряд конденсатора.

Благодаря трансцендентным зависимостям, связывающим характеристики режима работы детектора с параметрами схемы, невозможно математически выразить выходное напряжение детектора в функции от числа периодов, а расчет необходимо вести последовательно для каждого периода.



Фиг. 2. Токи и напряжения в схеме детектора для  $n$ -го периода после включения

Рассмотрим  $n$ -ый период после включения синусоидального входного напряжения (фиг. 2). К началу  $n$ -го интервала заряда напряжения на конденсаторе (и на сопротивлении нагрузки) равно  $U_n$ . Так как в момент появления тока через вентильный элемент напряжение на нагрузке  $U_n$  равняется мгновенному значению питающего напряжения (падение напряжения на вентиле равно нулю), то имеет место очевидное равенство

$$U_n = U_m \cos \theta_n, \quad (1)$$

где  $U_m$  — амплитуда питающего напряжения, а  $\theta_n$  — соответствующий угол запираения детектора. Совершенно аналогично можно связывать напряжение в конце интервала зарядки со соответствующим углом запираения детектора

$$U'_n = U_m \cos \theta'_n, \quad (2)$$

а также

$$U_{n+1} = U_m \cos \theta_{n+1} \quad (3)$$

и т. д. Из этих равенств следует, что косинусы углов запира-  
ния напряжений на границах интервалов являются мерой от-  
носительного напряжения на выходе детектора. Поэтому до-  
статочно определить углы запираения детектора для каждого  
последующего периода, а относительное напряжение на вы-  
ходе получается просто как косинус соответствующего угла  
запираения.

При исследовании процессов в течении интервала зарядки  
за начало отсчета времени удобнее всего принять момент, со-  
ответствующий появлению тока через вентиль ( $t'=0$  на фиг. 2).  
Тогда напряжение питания выражается

$$e(t') = U_m \sin\left(\omega t' + \frac{\pi}{2} - \Theta_n\right) = U_m \cos(\omega t' - \Theta_n). \quad (4)$$

Из схемы фиг. 1, учитывая то, что на конденсаторе имеется  
начальное напряжение  $U_n$ , получим следующие дифференци-  
альные уравнения в операторной форме

$$i_c \left( R_{ig} + \frac{1}{pC} \right) + i_R R_{ig} = U_m \cdot e(p) - U_n \cos \Theta_n,$$

$$i_c \frac{1}{pC} - i_R R = -U_n \cos \Theta_n, \quad (5)$$

$$i_c + i_R = i_B,$$

решение которых даст

$$i_R = U_m \frac{\frac{e(p)}{R + R_{ig}} + \frac{\cos \Theta_n}{R} p\tau_9}{1 + p\tau_9}, \quad (6)$$

$$i_c = U_m \frac{p\tau_9 \left[ \frac{e(p)}{R_{ig}} - \frac{R + R_{ig}}{R R_{ig}} \cos \Theta_n \right]}{1 + p\tau_9}, \quad (7)$$

$$i_B = \frac{U_m \tau_9}{R_{ig} \tau} \cdot \frac{e(p) (1 + p\tau) - p\tau \cos \Theta_n}{1 + p\tau_9}, \quad (8)$$

где введены следующие обозначения:

$$\tau = RC, \quad (9)$$

$$\tau_9 = \frac{R R_{ig}}{R + R_{ig}} C, \quad (10)$$

$$e(p) = \frac{p^2 \cos \theta_n + p \omega \sin \theta_n}{p^2 + \omega^2}. \quad (11)$$

После перехода к оригиналам окончательно получим

$$i_B = \frac{U_m \cos \theta_n}{R + R_{lg}} \cdot \frac{1 + (\omega\tau - \omega\tau_3) \operatorname{tg} \theta_n + \omega^2 \tau \tau_3}{1 + (\omega\tau_3)^2} \times \\ \times \left[ \cos \omega t' + \operatorname{tg} (\theta_n - \beta) \sin \omega t' - \exp\left(-\frac{t'}{\tau_3}\right) \right] \quad (12)$$

где обозначены

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{\omega\tau_3}{\kappa + (\omega\tau_3)^2}, \quad (13)$$

$$\kappa = \frac{\tau_3}{\tau} = \frac{R_{lg}}{R + R_{lg}}. \quad (14)$$

Таким образом ток через ventиль содержит гармоническую и экспоненциальную составляющие. Далее устанавливаем связь между углами запираения  $\theta_n$  и  $\theta'_n$ . Это возможно из условия равенства нулю тока через ventильный элемент в конце интервала заряда, т. е.

$$i_n = 0, \text{ при } t' = \frac{\theta_n + \theta'_n}{\omega}.$$

Согласно данному условию из уравнения (12) получим

$$\cos (\theta_n + \theta'_n) + \operatorname{tg} (\theta_n - \beta) \sin (\theta_n + \theta'_n) = \\ = \exp\left(-\frac{\theta_n + \theta'_n}{\omega\tau_3}\right), \quad (15)$$

которое после некоторых преобразований можно привести к виду

$$\frac{\cos (\theta'_n + \beta)}{\cos (\theta_n - \beta)} = \exp\left(-\frac{\theta_n + \theta'_n}{\omega\tau_3}\right). \quad (16)$$

Данное уравнение даст нам возможность при заданных значениях  $\theta_n$ ,  $\omega\tau_3$  и  $\kappa$  определить  $\theta'_n$ . Ввиду трансцендентности уравнения (16) дать непосредственное аналитическое выражение для  $\theta'_n = f(\omega\tau_3, \kappa, \theta_n)$  не удастся и к вопросу о решении уравнения вернемся после рассмотрения интервала разряда.

В течение интервала разряда ventильный элемент заперт и происходит просто разряд конденсатора  $C$  с начальным на-

пряжением на сопротивление  $R$ . За начало отсчета времени здесь уместно брать момент  $t''=0$  (фиг. 2). Кривая изменения напряжения конденсатора следует экспоненту

$$u_c(t'') = U'_n \exp\left(-\frac{t''}{\tau}\right) = U_m \cos \Theta'_n \exp\left(-\frac{t''}{\tau}\right), \quad (17)$$

где значение  $\tau$  соответствует формуле (9). Разряд конденсатора в случае однополупериодного выпрямления длится в течение промежутка времени

$$t''_p = \frac{2\pi - (\Theta'_n + \Theta_{n+1})}{\omega}, \quad (18)$$

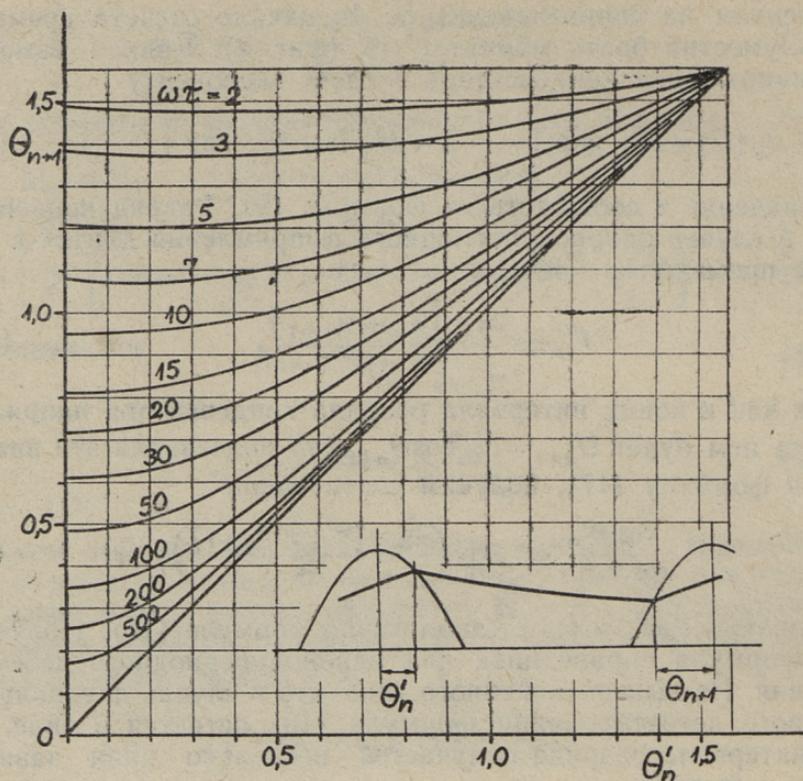
и так как к концу интервала разряда конденсатора напряжение на нем будет  $U_{n+1} = U_m \cos \Theta_{n+1}$ , то подставляя эти значения в формулу (17), получим соотношение

$$\frac{\cos \Theta'_n}{\cos \Theta_{n+1}} = \exp\left(\frac{2\pi - (\Theta'_n + \Theta_{n+1})}{\omega\tau}\right), \quad (19)$$

связывающее  $\Theta'_n$  и  $\Theta_{n+1}$  аналогично формуле (16). Полученная формула справедлива для однополупериодного детектирования. Из вышеизложенного ясно, что в случае двухполупериодного детектирования формула (16) остается в силе, а для интервала разряда получается несколько иная зависимость, а именно

$$\frac{\cos \Theta'_n}{\cos \Theta_{n+1}} = \exp\left(\frac{\pi - (\Theta'_n + \Theta_{n+1})}{\omega\tau}\right). \quad (20)$$

Для получения полной кривой огибающей выходного напряжения детектора необходимо в случае однополупериодного детектора пользоваться поочередно формулами (16) и (19), а в случае двухполупериодного детектирования соответственно формулами (16) и (20). Так как для обоих случаев техника расчета ничем не отличается, то в дальнейшем рассматривается только однополупериодный детектор. Ход решения следующий: в момент включения  $U_1=0$  и поэтому  $\Theta_1 = \frac{\pi}{2}$  (если имеется другое начальное условие, то это здесь легко учитывается). Из формулы (16) найдем  $\Theta'_1$ , а теперь на основе найденного  $\Theta'_1$  из формулы (19) определяем  $\Theta_2$  — начальный угол запираия для второго периода. Таким образом можно вести расчет последовательно для каждого периода до тех пор, пока  $\Theta_n \approx \Theta_{n+1}$  и процесс можно считать практически установившимся. Соответствующие относительные амплитуды получаются как косинусы углов запираия. Основной трудностью является решение уравнений (16), (19) и (20).



Фиг. 3. Зависимость угла запираия  $\Theta_{n+1}$  от параметров для 'схемы однополупериодного детектора

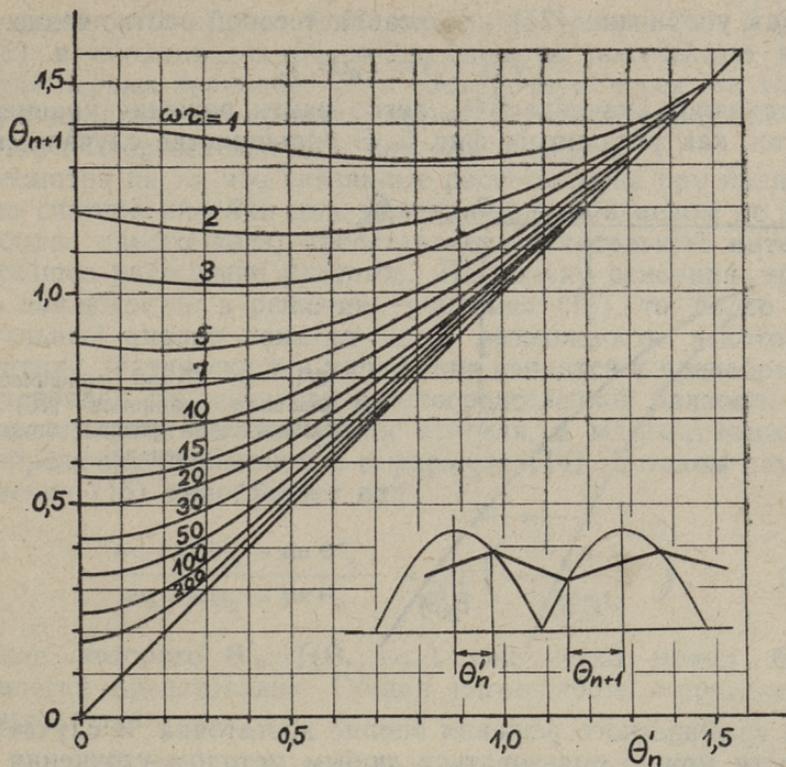
Что касается уравнений (19) и (20), описывающие интервал разрядки, то они были нами решены приближенными методами и результаты представлены в виде семейств кривых, на фиг. 3 для случая однополупериодного детектирования и на фиг. 4 для двухполупериодного детектирования. Решение уравнения (16) зависит от трех параметров  $\Theta'_n = f(\Theta, \omega\tau_s, \omega t)$  и поэтому графическое представление решений затруднительно. Здесь можно рекомендовать следующий общий метод графического расчета:

Прологарифмируя уравнение (16), получим

$$\ln \cos (\Theta_n - \beta) - \frac{\Theta_n}{\omega\tau_s} = \ln \cos (\Theta'_n + \beta) + \frac{\Theta'_n}{\omega\tau_s}. \quad (21)$$

Для заданного значения  $\beta$  и  $\tau_s$  вычислим сначала отдельно следующие функции

$$F_1(\Theta') = \ln \cos (\Theta' + \beta) + \frac{\Theta'}{\omega\tau_s},$$



Фиг. 4. Зависимость угла записания  $\theta_{n+1}$  от параметров для схемы двухполупериодного детектора

$$F_2(\theta) = \ln \cos(\theta - \beta) - \frac{\theta}{\omega\tau_3}$$

в пределах аргумента от 0 до  $\frac{\pi}{2}$ .

При расчетах можно пользоваться таблицей 1 и задаваться сначала вместо  $\theta$  величиной  $\theta \pm \beta$ .

В результате расчета получим две кривых  $F_1(\theta)$  и  $F_2(\theta)_n$ .

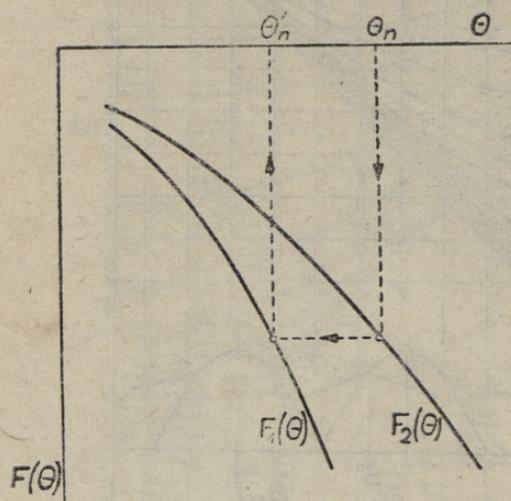
Таблица 1

$x$	$\ln \cos x$	$x$	$\ln \cos x$	$x$	$\ln \cos x$
0	0	0,6	-0,1920	1,2	-1,0151
0,1	-0,0050	0,7	-0,2681	1,3	-1,3186
0,2	-0,0201	0,8	-0,3614	1,4	-1,7721
0,3	-0,0457	0,9	-0,4754	1,5	-2,6486
0,4	-0,0822	1,0	-0,6156		
0,5	-0,1306	1,1	-0,7905		

Так как уравнение (21) представляет собой соотношение

$$F_1(\theta'_n) = F_2(\theta_n),$$

то, задаваясь значением  $\theta_n$ , легко найти решение уравнения  $\theta'_n$ , так, как указано на фиг. 5. В большинстве случаях точ-



Фиг. 5. Схема графического решения уравнения (16) для нахождения углов запирания вентиля

ность графического решения вполне достаточна. В случае необходимости можно пользоваться любым методом уточнения решений уравнений. Так, по методу Ньютона получается на основе первого приближения  $\theta'_{nI}$  решения уравнения (16) более точное значение

$$\theta'_{nII} = \theta'_{nI} + \frac{\theta_n + \theta'_{nI} - \omega\tau_3 \ln \frac{\cos(\theta_n - \beta)}{\cos(\theta'_{nI} + \beta)}}{\omega\tau_3 \operatorname{tg}(\theta_{nI} + \beta) - 1}. \quad (22)$$

Аналогичная формула для уточнения решения уравнения (19)

$$\theta_{(n+1)II} = \theta_{(n+1)I} + \frac{2\pi - \theta'_{nI} - \theta_{(n+1)I} - \omega\tau \ln \frac{\cos \theta'_{nI}}{\cos \theta_{(n+1)I}}}{1 + \omega\tau \operatorname{tg} \theta_{(n+1)I}}. \quad (23)$$

Предлагаемый графический метод не позволяет определить установившихся значений  $\theta_{уст}$  и  $\theta'_{уст}$ . Для их определения можно или пользоваться кривыми в [7]\*, или применить

\* Автором указанной работы по существу уже были получены формулы (16), (19) и (20) в немного видоизмененной форме (формулы 2 и 3 в указанной работе). Однако иной подход автора к вопросу не позволил ему сделать вывод о возможности применения этих соотношений для расчета неустановившихся режимов.

следующий простой способ. На семейство кривых фиг. 3 (или фиг. 4) в координатах  $\Theta'_n$  и  $\Theta_{n+1}$  нанести полученные данные для первых периодов. Если проведенную через эти точки кривую продлить до кривой, соответствующей заданной  $\omega t$ , то точка их пересечения дает нам  $\Theta_{уст}$  и  $\Theta'_{уст}$ .

Несмотря на то, что указанные расчеты даже при наличии только счетной линейки для решения задачи в целом не займут более одного часа, представляет значительный интерес дальнейшее упрощение расчетов. Поскольку основная трудность заключается в решении уравнения (16), то более обстоятельный анализ показал здесь возможность некоторых упрощений. Физически эти упрощения сводятся к пренебрежению разрядом конденсатора в непосредственной близости моментов отпирания и запираания вентиля, а математически к пренебрежению величиной  $\kappa$  в формуле (14). В таком случае уравнение (16) приобретает вид

$$\frac{\omega\tau_3 \cos \Theta'_n - \sin \Theta'_n}{\omega\tau_3 \cos \Theta_n + \sin \Theta_n} = \exp\left(-\frac{\Theta_n + \Theta'_n}{\omega\tau_3}\right), \quad (24)$$

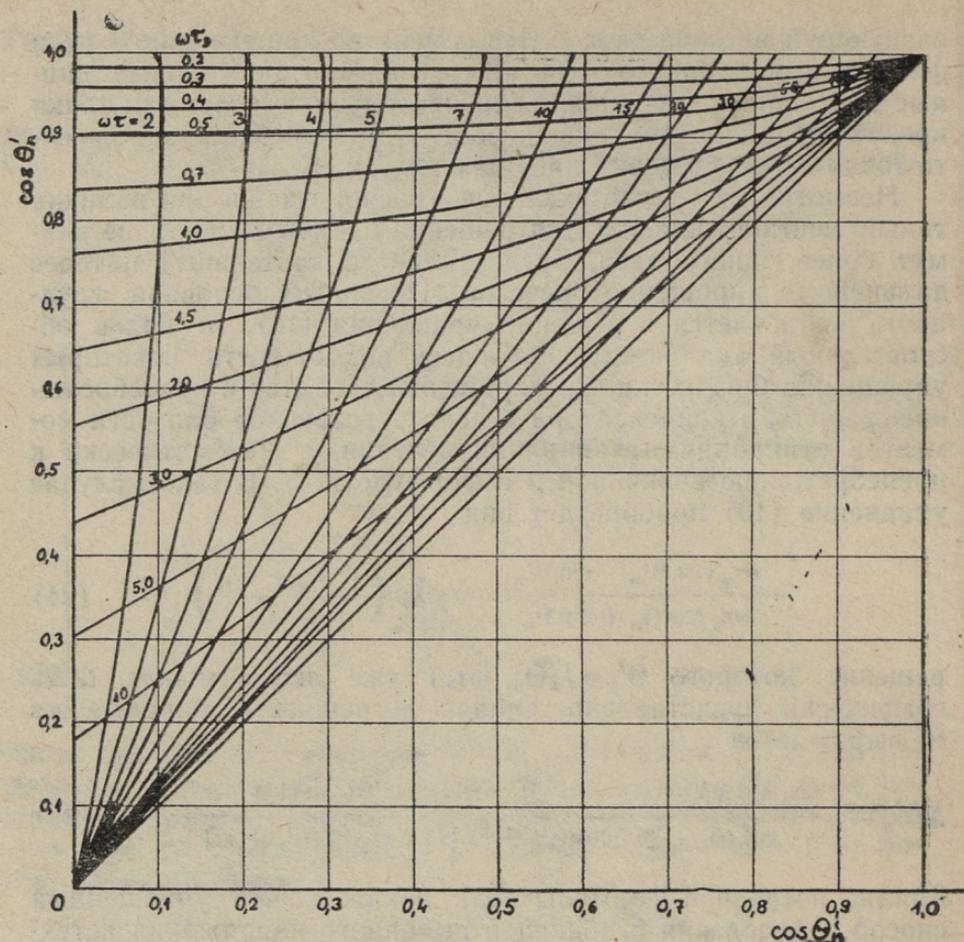
решение которого  $\Theta'_n = f(\Theta_n, \omega\tau_3)$  уже легко может быть графически представлено. Общая погрешность определения  $\Theta'$  выражается

$$\Delta\Theta'_n = \frac{\omega\tau_3 \sin [2\beta - (\Theta_n - \Theta'_n)] \cdot \text{arcctg} [\omega\tau_3 + \omega\tau(1 + (\omega\tau_3)^2)]}{\cos(\Theta_n - \beta) \cdot \cos(\Theta'_n + \beta) [1 - \omega\tau_3 \text{tg}(\Theta'_n + \beta)]}. \quad (25)$$

Анализ последней формулы (25) покажет, что упрощенный способ определения огибающей выходного напряжения детектора обеспечивает погрешность не более 0,5% (соответствует примерно погрешности графиков) при соблюдении следующих условий:

$$\begin{aligned} \omega\tau_3 &> 1,5, \\ \omega\tau &> \frac{250}{(\omega\tau_3)^2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Поскольку нас почти всегда интересуют не сами углы, а соответствующие амплитуды, то на фиг. 6 приведено семейство характеристик, соответствующее решениям уравнения (24). Для ускорения расчета на том же графике представлено также семейство кривых для относительных амплитуд, характеризующие интервал разрядки и представляющие решение уравнения (19). Пользование графиком фиг. 6. исключительно просто. Для заданных параметров схемы  $\omega\tau_3$  и  $\omega\tau$  выбира-

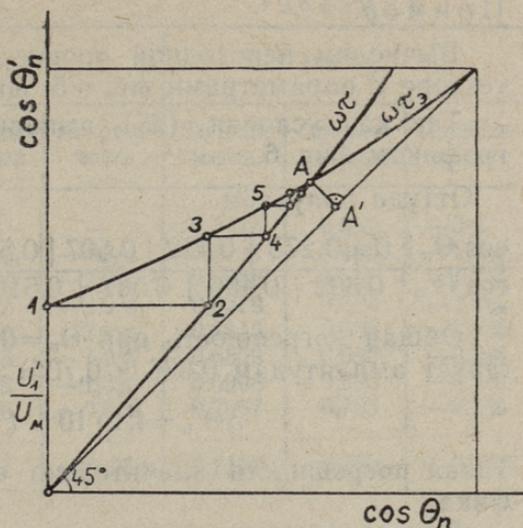


Фиг. 6. График для нахождения упрощенным методом относительных амплитуд напряжения на выходе детектора

ются соответствующие кривые. Исходной точкой является начало координат. В течение первого интервала зарядки напряжение на выходе детектора растет до напряжения  $\frac{U'_1}{U_m}$  (см. фиг. 7), определяемое ординатой точки 1. Относительное напряжение в конце первого интервала разрядки определяется абсциссой точки 2. В течение второго интервала зарядки напряжение растет до величины, соответствующей ординате (полной) точки 3, и т. д. Таким образом весь расчет сводится к проведению между кривыми  $\omega\tau_2$  и  $\omega\tau$  последовательных отрезков, параллельных координатным осям (согласно фиг. 7).

Очевидно, что установившемуся состоянию соответствует точка пересечения кривых  $\omega\tau$  и  $\omega\tau_2$ . Отрезок  $A-A'$  (фиг. 7)

Фиг. 7. Схема использования графиком для нахождения относительных амплитуд напряжения на выходе детектора



является мерой пульсации выходного напряжения, а координаты точки  $A'$  дают нам среднюю амплитуду выходного напряжения. (Строго говоря, получаемые величины  $\cos \Theta_n$  и  $\cos \Theta'_n$  немного отличаются от максимальных и минимальных значений выходного напряжения в течение данного периода (см. фиг. 2). Однако для практики эта разница несущественна).

Так как в большинстве реальных схемах условия (26) выполняются, то при помощи графика фиг. 6 можно получить исключительно быстрое решение поставленной задачи. Не выполняются отмеченные условия на практике лишь при малых значениях  $\omega t^3$ , однако в таком случае переходным процессом в детекторе вообще можно пренебречь (тот же самый вывод можно сделать из рассмотрения графика фиг. 6), так как уже к концу первого периода зарядки напряжение на выходе успеет расти почти до установившегося значения.

Наконец, несколько слов о погрешностях метода. Основным недостатком предлагаемого метода расчета является несомненно возможность накопления погрешностей в расчете. Однако, учитывая то обстоятельство, что в большинстве случаях длительность переходного процесса не превышает 5...6 периодов (при этом прирост напряжения все время уменьшается), общая погрешность не превышает нескольких процентов. Такая, и даже несколько большая погрешность, по нашему мнению, не имеет большого значения, так как погрешности, вызванные например принятой аппроксимацией вентильного элемента, не меньше.

### Пример.

Вычислим переходной процесс в однополупериодном детекторе с параметрами  $\omega\tau_0 = 5$ ,  $\omega\tau = 50$ .

Так как условия (26) выполнены, можно пользоваться графиком фиг. 6.

Оттуда получаем

$\cos \theta_n$	0	0,273	0,422	0,507	0,560	0,595	0,618	...	0,651
$\cos \theta'_n$	0,302	0,466	0,561	0,618	0,655	0,680	...	0,720	

Общая погрешность при  $\theta_n = 0,877$  и  $\theta'_n = 0,786$  (соответствует амплитудам 0,636 и 0,705) по формуле (25)

$$\Delta\theta'_n = 4,1 \cdot 10^{-4} (\approx 0,04\%).$$

Такая погрешность значительно меньше погрешностей графика.

Для сравнения вычислим эту же характеристику по общему точному методу. Сначала вычислим  $F_1(\theta)$  и  $F_2(\theta)$  (римскими цифрами в таблице 2 указана последовательность расчетов). Соответствующие графики показаны на фиг. 8 и результаты расчетов, а также полученные по первому методу, приведены в следующей таблице 3.

Таблица 2

$\theta - \beta$		$\theta \pm \beta$	Incos ( $\theta \pm \beta$ )	$\theta' + \beta$			
$F_2(\theta)$	$\frac{\theta}{\tau\omega_0}$			$\theta$	$\theta'$	$\frac{\theta'}{\tau\omega_0}$	$F_1(\theta')$
V	IV	III	I	II	VI	VII	VIII
-0,0394	-0,0394	0,197	0	0	-0,197	-0,0394	-0,0394
-0,0644	-0,0594	0,297	0,1	-0,0050	-0,097	-0,0194	-0,0244
-0,0995	-0,0794	0,397	0,2	-0,0201	+0,003	+0,0006	-0,0195
-0,1451	-0,0994	0,497	0,3	-0,0457	+0,103	+0,0206	-0,0251
-0,2016	-0,1194	0,597	0,4	-0,0822	0,203	0,0406	-0,0416
-0,2800	-0,1394	0,697	0,5	-0,1306	0,303	0,0606	-0,0700
-0,3614	-0,1594	0,797	0,6	-0,1920	0,403	0,0806	-0,1114
-0,4575	-0,1794	0,897	0,7	-0,2681	0,503	0,1006	-0,1675
-0,5608	-0,1994	0,997	0,8	-0,3614	0,603	0,1206	-0,2408
-0,6948	-0,2194	1,097	0,9	-0,4754	0,703	0,1406	-0,3348
-0,8550	-0,2394	1,197	1,0	-0,6156	0,803	0,1606	-0,4550
-1,0499	-0,2594	1,297	1,1	-0,7905	0,903	0,1806	-0,6099
-1,2945	-0,2794	1,397	1,2	-1,0151	1,003	0,2006	-0,8145
-1,6180	-0,2994	1,497	1,3	-1,3186	1,103	0,2206	-1,0980
-2,0915	-0,3194	1,597	1,4	-1,7721	1,203	0,2406	-1,5315
-2,9880	-0,3394	1,697	1,5	-2,6486	1,303	0,2606	-2,3830

Таблица 3

$\Theta_n$	$\Theta'_n$	$\cos \Theta_n$			$\cos \Theta'_n$		
		Точный метод	Приближенный	Погрешность	Точный метод	Приближенный	Погрешность
1,5708	1,254	0	0	—	0,3115	0,302	—3%
1,282	1,078	0,2848	0,273	—4,3%	0,4731	0,466	—1,4%
1,121	0,966	0,4348	0,422	—2,9%	0,5686	0,561	—1,3%
1,021	0,892	0,5225	0,507	—2,9%	0,6279	0,618	—1,5%
0,959	0,844	0,5743	0,560	—2,4%	0,6645	0,655	—1,4%
0,919	0,815	0,6066	0,595	—1,9%	0,6859	0,680	—0,9%
0,894	0,796	0,6263	0,618	—1,3%	0,6996	0,696	—0,5%
0,877	0,786	0,6395	0,636	—0,5%	0,7067	0,705	—0,2%
0,859	0,770	0,6532	0,651	—0,25%	0,7179	0,720	—0,25%

Так как первые результаты отличаются относительно больше, рассмотрим на этом примере также уточнение решения уравнения.

Из графического расчета для первого периода при  $\omega\tau_0 = 5$ ;  $\kappa = 0,1$ ;  $\Theta_1 = 1,5708$  получили  $\Theta'_1 = 1,254$ . При помощи формулы (22) получим  $\Theta'_{1II} = 1,264$ . Повторяя еще раз уточнение:  $\Theta'_{1III} = 1,263$ .

В последнем результате уже все цифры правильны.  $\cos \Theta'_1 = 0,303$ , следовательно менее точным оказался именно результат по «точному» методу.

Пользуясь полученным результатом, уточним значение следующего угла  $\Theta_2$ . На основе формулы (23) получив  $\Theta_{2II} = 1,286$ , и повторяя еще раз,  $\Theta_{2III} = 1,286$ .

Таким образом уже второе приближение оказывается точным до четвертого места. Соответствующая амплитуда получается  $\cos \Theta_2 = 0,2810$ , и следовательно, истинное значение находится между полученными с разными методами.

Следующий заряд  $\Theta'_{3II} = 1,083$  и соответствующий  $\cos \Theta_{3II} = 0,469$ .

На практике такой точности обычно не требуется и проведенное уточнение следует рассматривать как методическую иллюстрацию, подтверждающую еще раз преимущества графического расчета, основанного на применении графика фиг. 6. В последнем случае весь расчет требует всего несколько минут и в этом отношении имеет явные преимущества по сравнению с описанными в литературе методами.

## ЛИТЕРАТУРА

1. N. D. Papaleksi. Über die Vorgänge in einem Wechselstromkreis mit elektrischem Ventil. Annalen der Physik, B. 39, 1912, Nr. 15.
2. Р. Д. Лейтес. Нестационарные процессы в цепи с вентильным элементом и смешанной нагрузкой. Электричество, 1948, № 5, стр. 47.
3. И. С. Гоноровский. Анализ устанавливающихся процессов при включении синусоидальной электродвижущей силы в контур, содержащий вентиль. ИЭСТ, 1938, № 10.
4. Я. С. Ицхоки. Установление напряжения на конденсаторе, питаемом выпрямленным пульсирующим напряжением. Электричество, 1937, № 17—18.
5. Л. С. Гуткин. Преобразование сверхвысоких частот и детектирование. ГЭИ, 1953.
6. А. А. Куликовский. Анализ переходных процессов в диодном детекторе с учетом влияния входа детектора на предшествующий контур. Радиотехника и электроника, 1959, № 3.
7. А. М. Утевский. Теория и метод расчета  $m$ -фазных выпрямителей с емкостным фильтром. ГЭИ, 1949.
8. З. Б. Голембо. Расчет переходных процессов в цепях с вентилями. Изв. АН СССР, ОТН, 1950, № 10.
9. А. А. Куликовский. Процесс установления при детектировании импульсных сигналов. Радиотехника, 1955, № 6.

*В. А. Крахт*

## РАЗРАБОТКА ПРОСТОЙ СХЕМЫ ИМПУЛЬСНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

В последние годы намечается возросший интерес к импульсным системам, в частности импульсным системам регулирования. В значительной мере это вызвано с развитием как теории, так и техники цифровых вычислительных устройств. Теории дискретных систем посвящено множество исследований и монографий [1, 2, 3] и ее в настоящее время можно считать достаточно развитой. Сказать это же о разработке схем, технике осуществления и применении импульсных систем регулирования однако невозможно.

Как известно, огромное количество объектов автоматического регулирования можно рассматривать в виде инерционного звена первого порядка с постоянным запаздыванием (для объектов со самовыравниванием) или в виде идеального или инерционного интегрирующего звена с постоянным запаздыванием (для объектов без самовыравнивания).

Простейшим регулятором для таких объектов может служить релейный регулятор. Таким системам присущ ряд недостатков, но зато они имеют ряд преимуществ, таких как крайне простая схема и возможность применения в качестве сервомотора нерегулируемого двигателя переменного тока, в том числе трехфазного асинхронного.

В более ответственных случаях, когда релейные регуляторы не удовлетворяют поставленным задачам, прибегают к регуляторам т. н. непрерывного действия. Схема регулятора усложняется и, кроме того, требуются регулируемые сервомоторы, что существенно осложняет систему. На промежуточное между релейными и непрерывными системами место следует отнести релейные регуляторы с так называемым скользящим или пульсирующим режимом, которые тоже не нуждаются в регулируемых исполнительных двигателях. Пропорциональность действия таких регуляторов получается за счет приближенно пропорциональной зависимости между вы-

работанным сигналом управления и временем включенного положения исполнительного двигателя. Такой же принцип, но в более строгой форме, может стать основой для работы импульсных регуляторов, рассматриваемых ниже.

Во многих работах [1, 4, 5] доказано, что качество процессов в импульсных системах в ряде случаев не хуже качества процессов в непрерывных системах, а в некоторых случаях даже их превышает. Кроме того, импульсные устройства позволяют придавать системам новые свойства, принципиально невозможные в линейных непрерывных системах. Так, например, в линейных импульсных системах возможен оптимальный переходный процесс (переходный процесс, заканчивающийся в конечное время).

В работе [4] рассматриваются системы с объектами первого порядка с запаздыванием и с импульсными регуляторами, причем регулирующее воздействие выявляется в виде амплитудно-модулированных прямоугольных импульсов со скважностью  $\gamma=1$ . К рассмотрению подвергаются дискретные пропорциональные (П), интегральные (И) и пропорционально-интегральные (ПИ) регуляторы, причем исполнительный двигатель включен в состав регулятора. Регулятор описан только математической связью между входными и выходными величинами.

Рассмотрим возможные комбинации импульсного элемента и серводвигателя в виде интегратора. Последовательное соединение  $\delta$ -импульсного элемента и идеального интегратора (фиг. 1а) позволяет получить импульсный И-регулятор. Действительно, передаточной функции  $W_0(p) = \frac{k}{p}$  соответствует импульсная переходная функция

$$\omega(t) = k \cdot 1(t),$$

$z$ -преобразование\* которой даст дискретную передаточную функцию

$$W_0(z, \varepsilon) = W_0(z, 0) = k \frac{z}{z-1}, \quad (1)$$

где  $k$  — коэффициент усиления,  $z = e^{pT}$ , причем  $T$  — интервал или период дискретности.

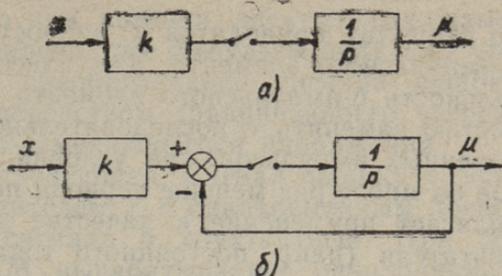
---

\*  $Z$  — преобразованием или так называемым дискретным преобразованием Лапласа (см. [1, 2, 3]) для дискретной  $f(nT)$  называется такая функция  $F(z)$ , определенная следующим образом

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) z^{-n},$$

где  $z = e^{pT}$  и  $p$  — комплексная переменная.

Фиг. 1. Импульсный И-регулятор (а) и П-регулятор (б)



Передаточной функции (1) соответствует разностное уравнение

$$\mu(nT) = k \sum_{i=1}^n x(iT), \quad (2)$$

что, как известно, и является уравнением простейшего дискретного интегратора и, в частности, И-регулятора. При охвате, полученной цепи 100%-ной отрицательной обратной связью (фиг. 1б), получим дискретный П-регулятор. Разомкнутая система описывается функцией (1), деленной на  $k$ , а передаточная функция при наличии обратной связи в системе будет [1, 2]

$$W(z, 0) = \frac{kW_0(z, 0)}{1 + z^{-1}W_0(z, 1)} = \frac{k \frac{z}{z-1}}{1 + z^{-1} \frac{z}{z-1}} = k,$$

где  $W_0(z, 1)$  — значение функции  $W_0(z, \varepsilon)$  при параметре  $\varepsilon=1$ . В данном случае  $W_0(z, 1) = W_0(z, 0)$ .

Передаточной функции

$$W(z) = k \quad (3)$$

соответствует разностное уравнение

$$\mu(nT) = kx(nT), \quad (4)$$

что и является уравнением П-регулятора. Отметим, что передаточной функции в смысле обычного преобразования по Лапласу

$$W(p) = k \frac{1 - e^{pT}}{p}, \quad (5)$$

являющейся изображением импульсной переходной функции в виде прямоугольного импульса со скважностью  $\gamma=1$  и амплитудой  $k$ , соответствует такая же функция (3).

Звено, описываемое функцией (5), называется фиксатором первого порядка или П-импульсным элементом.

Разработка простых импульсных П- и И-регуляторов с использованием исполнительного двигателя как интегратора

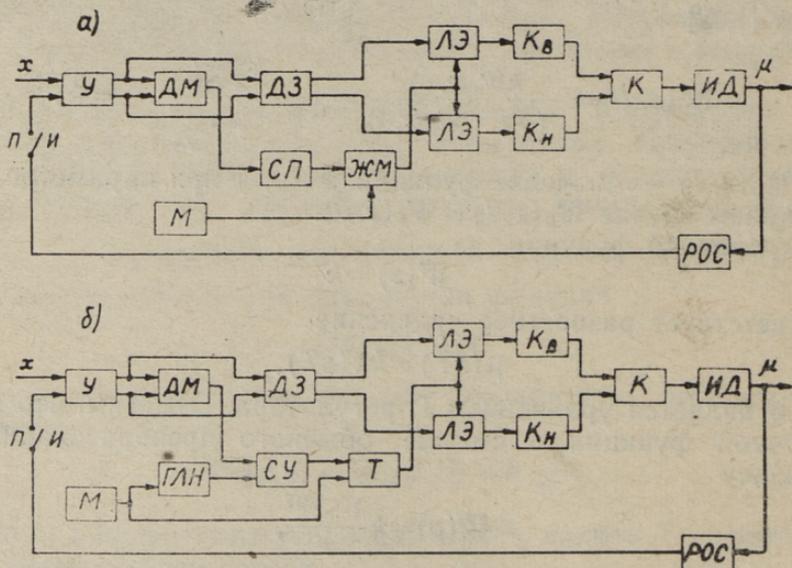
по существу приводится к вопросу технической реализации  $\delta$ -импульсного элемента. Как известно, выходную последовательность  $\delta$ -импульсного элемента можно с достаточной точностью заменить с последовательностью амплитудно-модулированных импульсов, при условии, что длительность импульсов во много раз меньше периода повторения их. Но это предполагает применение в качестве интегратора регулируемого двигателя (напр. постоянного тока). Использование нерегулируемого двигателя требует, по-видимому, перехода от амплитудно-импульсной модуляции (АИМ) к широтно-импульсной модуляции (ШИМ), причем длительность импульса должна линейно зависеть от входного сигнала в дискретные моменты ( $t = nT$ ) времени. Последнее соотношение записывается

$$\gamma(nT) = kx(nT),$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

При этом полученная система с ШИМ с достаточной точностью соответствует исходной системе, т. е. системе с  $\delta$ -импульсным элементом [1], если

$$\max \gamma T \ll T \quad (7)$$



Фиг. 2. Структурная схема импульсного регулятора:

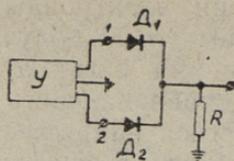
- а) — схема с управляемым ждущим мультивибратором;  
 б) — схема со сравнивающим устройством и генератором линейно-изменяющегося напряжения

Блок-схемы импульсных регуляторов изображены на фиг. 2а и 2б. В схеме 2а для получения импульсов с ШИМ использован управляемый ждущий мультивибратор ЖМ. Последнего

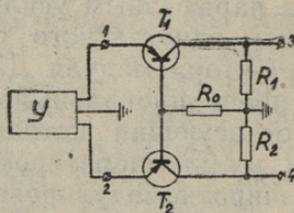
можно осуществить только при помощи электронных ламп. В схеме 2б широтно-модулированные импульсы получают при помощи предварительного преобразования сигнала ошибки во временный интервал посредством сравнивающего устройства и генератора линейно-изменяющегося напряжения.

Работа схемы фиг. 2а следующая. Сигнал ошибки  $x$  усиливается парафазным усилителем  $У$  с одновременным преобразованием одноктактного сигнала в двухтактный. При помощи детектора модуля ДМ вырабатывается однополярный сигнал, пропорциональный модулю сигнала ошибки, и с этим через согласующий катодный повторитель СП управляют ждущим мультивибратором ЖМ, на выходе которого и получаем широтно-модулированные импульсы. Но последние не зависят от знака рассогласования. Знак сигнала учитывается детектором знака ДЗ, подключенного к выходу парафазного усилителя  $У$  и имеющего два выхода. В случае сигнала ошибки  $x$  одной полярности появляется напряжение на одном выходе ДЗ, в случае противоположной полярности сигнала  $x$  появляется напряжение на другом его выходе. Вырабатываемые ждущим мультивибратором широтно-модулированные импульсы управляют через логические элементы ЛЭ типа «И» и электронные ключки  $Kв$  (вперед) или  $Kв$  (назад) работой контактором управления исполнительного двигателя. Управляющим сигналом для логических элементов ЛЭ служит сигнал на выходе ДЗ.

Схема на фиг. 2б отличается от рассмотренного способом получения широтно-модулированных импульсов. Для этого здесь служат сравнивающее устройство СУ, генератор линейного напряжения ГЛН и триггер Т. Мультивибратором М запускается ГЛН и одновременно перебрасывается триггер Т. Сравнивающим устройством СУ сравниваются выходные напряжения ДМ и ГЛН и в момент равенства этих напряжений вырабатывается импульс, возвращающий триггер Т в прежнее положение. Таким образом на выходе Т появляются широтно-модулированные импульсы. В остальной схема совпадает со схемой на фиг. 2а. Отметим, что схему фиг. 2б полностью можно осуществить на полупроводниковых элементах. Если контактор управления заменить дросселями насыщения, то схемы будут бесконтактными, что конечно повышает их надежность. Все электрические схемы составных элементов, кроме ДМ и ДЗ, общеизвестны и объяснения не требуют. Схема детектора модуля ДМ дана на фиг. 3, а схема детектора знака ДЗ — на фиг. 4. Как видно из фиг. 3, ДМ представляет собой двухполупериодный выпрямитель, подключенный к двухтактному выходу парафазного усилителя  $У$ . Детектор знака по существу является электронным вариантом по-



Фиг. 3. Детектор модуля



Фиг. 4. Детектор знака

ларизованного реле. Он содержит два полупроводникового триода  $T_1$  и  $T_2$  и три сопротивления  $R_0$ ,  $R_1$  и  $R_2$ .

Если напряжение на выходе 1 двухтактного усилителя  $У$  превышает напряжение на выходе 2, то транзистор  $T_1$  открыт, а  $T_2$  заперт. На выходе 3 появляется напряжение. Если напряжение на выходе 2 усилителя превышает напряжение на выходе 1, то соответственно будет открыт триод  $T_2$  и заперт триод  $T_1$  и напряжение появляется на выходе 4.

В обеих схемах фиг. 2а и 2б период повторения импульсов определяется задающим генератором — мультивибратором  $M$ . Как известно из теории импульсного регулирования [1, 4], в случае объекта регулирования с постоянным запаздыванием на время  $T_L$  период повторения  $T$  желательно выбрать немного больше времени запаздывания:

$$T > T_L \quad (8)$$

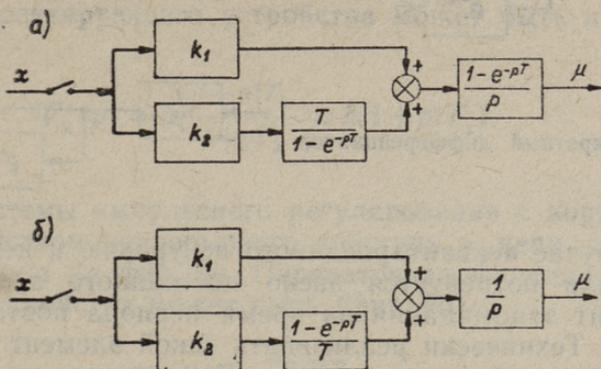
При использовании ШИМ последнее условие следует заменить следующим

$$T > T_L + \gamma_{\max} T, \quad (9)$$

где  $\gamma_{\max}$  — наибольшее значение скважности широтно-модулированного импульса.

Разработка более сложных импульсных регуляторов связана с существенным осложнением схемы. Рассмотрим, например, возможные принципиальные схемы простейшего ПИ — регулятора. Очевидно, что параллельное соединение вышеописанных схем П- и И-регуляторов технически неприемлемо, хотя передаточная функция простейшего ПИ-регулятора может быть выражена суммой передаточных функций (1) и (3). Если предполагать, как раньше, что в системе нужен серводвигатель и последний рассматривать составным

элементом регулятора, то возможные принципиальные схемы ПИ-регулятора изображены на фиг. 5а и 5б.



Фиг. 5. Импульсный ПИ-регулятор:  
а) — схемы с дискретным интегратором.

Для схемы 5а получим, учитывая передаточную функцию П-регулятора (5),

$$W(p) = \left( k_1 + k_2 \frac{T}{1 - e^{-pT}} \right) \cdot \frac{1 - e^{-pT}}{p}$$

и из этого \*

$$W(z, 0) = k_1 + k_2 T \frac{z}{z-1}, \quad (10)$$

а для схемы 5б, учитывая передаточную функцию И-регулятора (1),

$$W(p) = \left( k_1 + k_2 \frac{1 - e^{-pT}}{T} \right) \frac{1}{p}$$

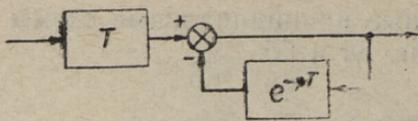
и на основе этого

$$W(z, 0) = k_1 \frac{z}{z-1} + \frac{k_2}{T}. \quad (11)$$

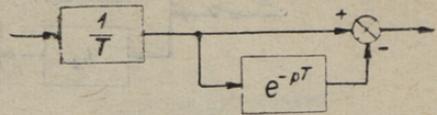
Сравнивая полученные уравнения (10) и (11) с уравнениями П- и И-регулятора (1) и (3), легко заметить, что схемы на фиг. 5а и 5б действительно соответствуют импульсному ПИ-регулятору.

Структурные схемы дискретного интегратора и дифференциатора, являющихся составными элементами соответственно схем фиг. 5а и 5б, изображены на фиг. 6 и 7 [6]. Как видно из этих схем, для дискретного интегрирования и дифференциро-

\* См. таблицы Z-преобразования в [3].



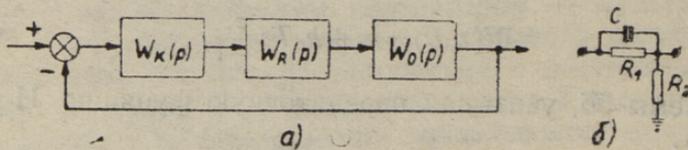
Фиг. 6. Дискретный интегратор



Фиг. 7. Дискретный дифференциатор

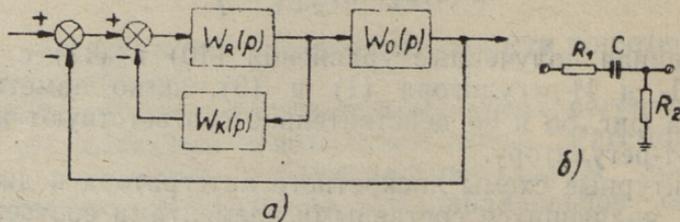
вания в случае неквантированного по уровню и некодированного сигнала потребуется звено постоянного запаздывания или элемент запоминания на время периода повторения импульсов  $T$ . Технически реализовать такой элемент простым и надежным способом невозможно. Квантование по уровню и закодирование сигнала требует применения устройств цифровой вычислительной техники. Введение в систему импульсного регулирования более сложной дискретной коррекции неизбежно требует применения цифровой вычислительной техники.

В [1, 3, 5] указывается, что качество процесса импульсного регулирования в конкретных случаях можно улучшить введением в систему простых устройств коррекции непрерывного действия.



Фиг. 8. Импульсная система с последовательным корректирующим устройством непрерывного действия:

а) — блок-схема системы,  
б) — схема корректирующего устройства



Фиг. 9. Импульсная система с корректирующим устройством непрерывного действия в цепи обратной связи:

а) — блок-схема системы,  
б) — схема корректирующего устройства

Блок-схема системы импульсного регулирования с последовательной коррекцией приведена на фиг. 8а. Передаточная функция корректирующего устройства может быть например (фиг. 8б):

$$W_k(p) = k \frac{1 + p\xi T_k}{1 + pT_k} \approx k(1 + p\xi T_k). \quad (12)$$

Схема системы импульсного регулирования с корректирующим устройством непрерывного действия в цепи обратной связи приведена на фиг. 9а. Передаточная функция корректирующего устройства может быть (фиг. 9б):

$$W_R(p) = \frac{k_R p T_R}{1 + p T_R}. \quad (13)$$

Такие корректирующие устройства в ряде случаев [1, 4] позволяют получить оптимальные процессы (конечное время регулирования) даже в системах с постоянным запаздыванием.

В заключение отметим, что применение подобных импульсных регуляторов особенно целесообразно в системах, имеющих и другие элементы импульсного действия, например объекты циклического действия или измерительные элементы импульсного типа. Период повторения импульсного регулятора следует согласовать с периодом действия других импульсных элементов, что вполне возможно с применением устройств импульсной техники.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я. З. Цыпкин. Теория импульсных систем. Физматгиз, 1958.
2. Г. С. Поспелов. Импульсные системы автоматического регулирования. Автоматическое управление и вычислительная техника. Сб. трудов под ред. В. В. Солодовникова, вып. 3, Машгиз, 1960.
3. Л. Т. Кузин. Расчет и проектирование дискретных систем управления. Машгиз, 1962.
4. Е. К. Круг. Динамические свойства и настройка систем с дискретными регуляторами. Автоматика и телемеханика, т. XXIII, № 4, 1962.
5. Р. И. Ольденбург и Г. Сарториус. Динамика автоматического регулирования (пер. с нем.). Гостехиздат, 1949.
6. Г. С. Гетманов. Динамические особенности реализации некоторых линейных операций на цифровой вычислительной машине. Автоматическое управление и вычислительная техника. Сб. трудов под ред. В. В. Солодовникова, вып. 3. Машгиз, 1960.



УДК 621.382.61

В. Р. Хейнрихсен

МАГНИТНАЯ СИСТЕМА ГЕНЕРАТОРА *э.д.с.* ХОЛЛА

В различных областях техники широко применяются множительные устройства, основанные на использовании эффекта Холла в полупроводниках [1, 2].

При использовании эффекта Холла в измерительных целях необходимо знать количественные соотношения входных и выходных сигналов в зависимости от температуры, магнитной индукции, динамического и частотного диапазона и т. д.

Вопросам линейности динамического и частотного диапазона выходного канала и токового входного канала посвящено ряд работ [1, 2, 3].

В данной статье рассмотрены вопросы выбора и расчета параметров магнитного входного канала в зависимости от предъявленных требований.

Магнитный канал генератора *э.д.с.* Холла как правило состоит из ферромагнитного сердечника и воздушного зазора для размещения датчика.

Конкретный расчет магнитной системы и выбор магнитного материала определяется рядом факторов, из которых наиболее важными являются максимальная требуемая индукция  $B_{\max}$ , максимальная рабочая частота  $f_{\max}$  и допустимая погрешность, вносимая магнитным каналом.

Погрешность магнитной системы в основном определяется нарушением линейной связи между током намагничивания  $I$  и индукции  $B_z$ , т. е.

$$B = cI, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности  $c$  должен быть постоянной величиной.

Согласно [4] коэффициент пропорциональности

$$c = \frac{w}{s_b R_M} = \frac{1}{s_b} \sqrt{\frac{L}{R_M}}, \quad (2)$$

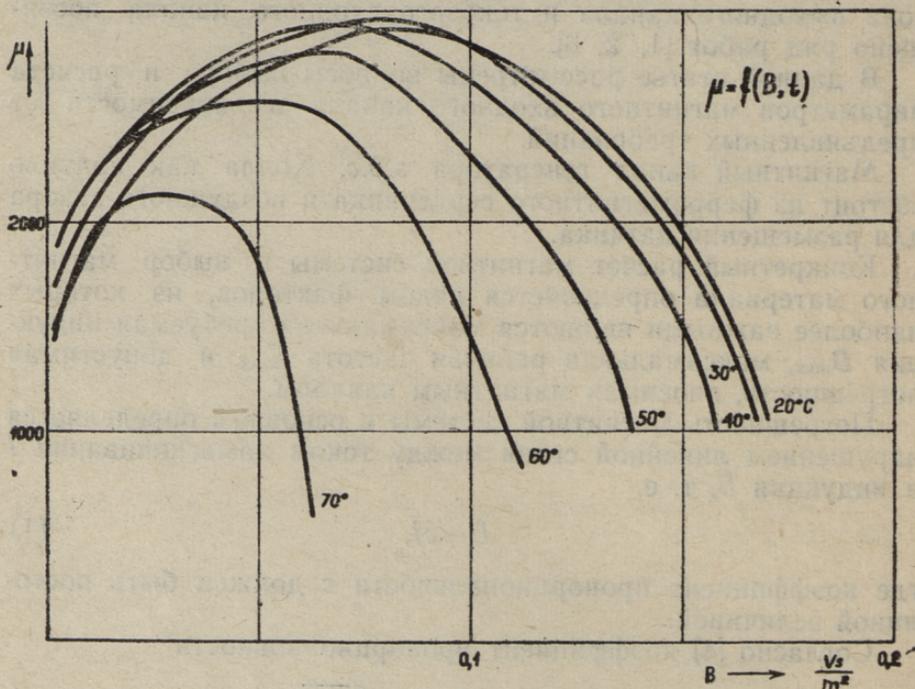
где  $w$  — число витков;  
 $s_b$  — сечение воздушного зазора;  
 $R_m$  — магнитное сопротивление.

$$R_m = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{l_{b1}}{s_b} + \frac{l_m}{\mu s_m} \right); \quad (3)$$

$L$  — индуктивность системы;  
 $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума;  
 $\mu$  — магнитная проницаемость ферромагнитного материала;  
 $s_m$  — сечение магнитопровода;  
 $l_b, l_m$  — длина воздушного зазора и магнитной цепи.

Из формул (2) и (3) следует, что изменение коэффициента пропорциональности вызвано в основном изменением магнитной проницаемости.

При работе в области звуковых частот и выше обычно в качестве ферромагнитных материалов применяют ферриты, обладающие малыми потерями. Но зависимость проницаемости ферритов от магнитной индукции, температуры и частоты



Фиг. 1. Зависимость магнитной проницаемости феррита от индукции и температуры

имеет сложный характер. В качестве примера на фиг. 1 представлены зависимости проницаемости от температуры при различных индукциях и частоте 1000  $\text{гц}$  никельцинкового феррита с начальной относительной проницаемостью  $\mu_n = 1800$ .

Как видно, никельцинковые ферриты с большой начальной проницаемостью обладают значительной температурной зависимостью. В этом отношении наиболее благоприятную температурную зависимость имеют марганцевоцинковые ферриты, у которых высокая начальная проницаемость 2000—3000 сочетается с высокой температурой Кюри (120—150°C). Для никельцинковых ферритов такая температура Кюри может быть достигнута лишь при начальных проницаемостях 400—600.

Используя кривые зависимости проницаемости от индукции, температуры и частоты, можно определить пределы изменения проницаемости в заданных диапазонах индукции, температуры и частоты.

Выражая изменение проницаемости относительно проницаемости при максимальной индукции, получим относительное изменение индукции  $\delta_\mu$  для максимального значения проницаемости  $\mu_{\max}$

$$\delta_\mu = \frac{\mu_{\max} - \mu}{\mu} \quad (4)$$

и для минимального значения проницаемости  $\mu_{\min}$

$$\delta_\mu = \frac{\mu_{\min} - \mu}{\mu} \quad (4-a)$$

Если считать, что относительное изменение коэффициента пропорциональности  $c$  мало, то учитывая (2) и (3) можно относительное изменение проницаемости привести к относительному изменению магнитной индукции  $\delta_B$ , где

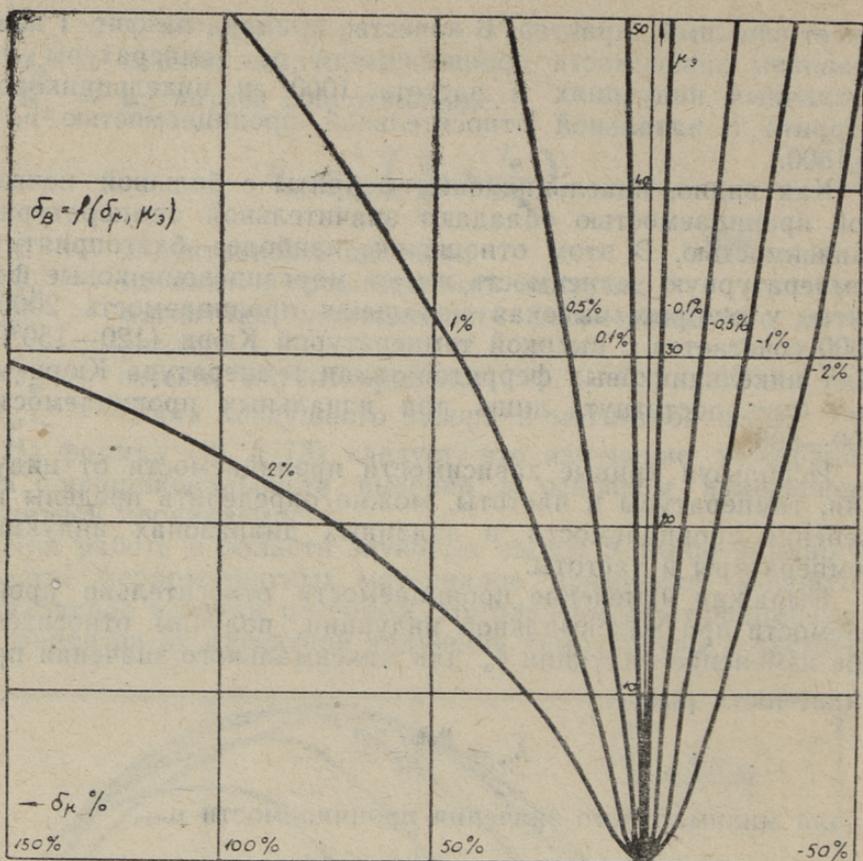
$$\delta_B = \frac{\delta_\mu}{\mu_\varepsilon (1 + \delta_\mu) + 1} \quad (5)$$

Здесь эквивалентная проницаемость  $\mu_\varepsilon = \mu \frac{l_b s_M}{l_M s_b}$  (6)

Обычно величина  $\delta_B$  является заданной и целесообразно определить допустимую погрешность магнитной проницаемости  $\delta_\mu$ .

Из (5) получаем

$$\delta_\mu = \delta_B \frac{1 + \mu_\varepsilon}{1 - \mu_\varepsilon \delta_B} \quad (7)$$



Фиг. 2. Зависимость эквивалентной проницаемости от относительной погрешности магнитной индукции и относительной погрешности магнитной проницаемости

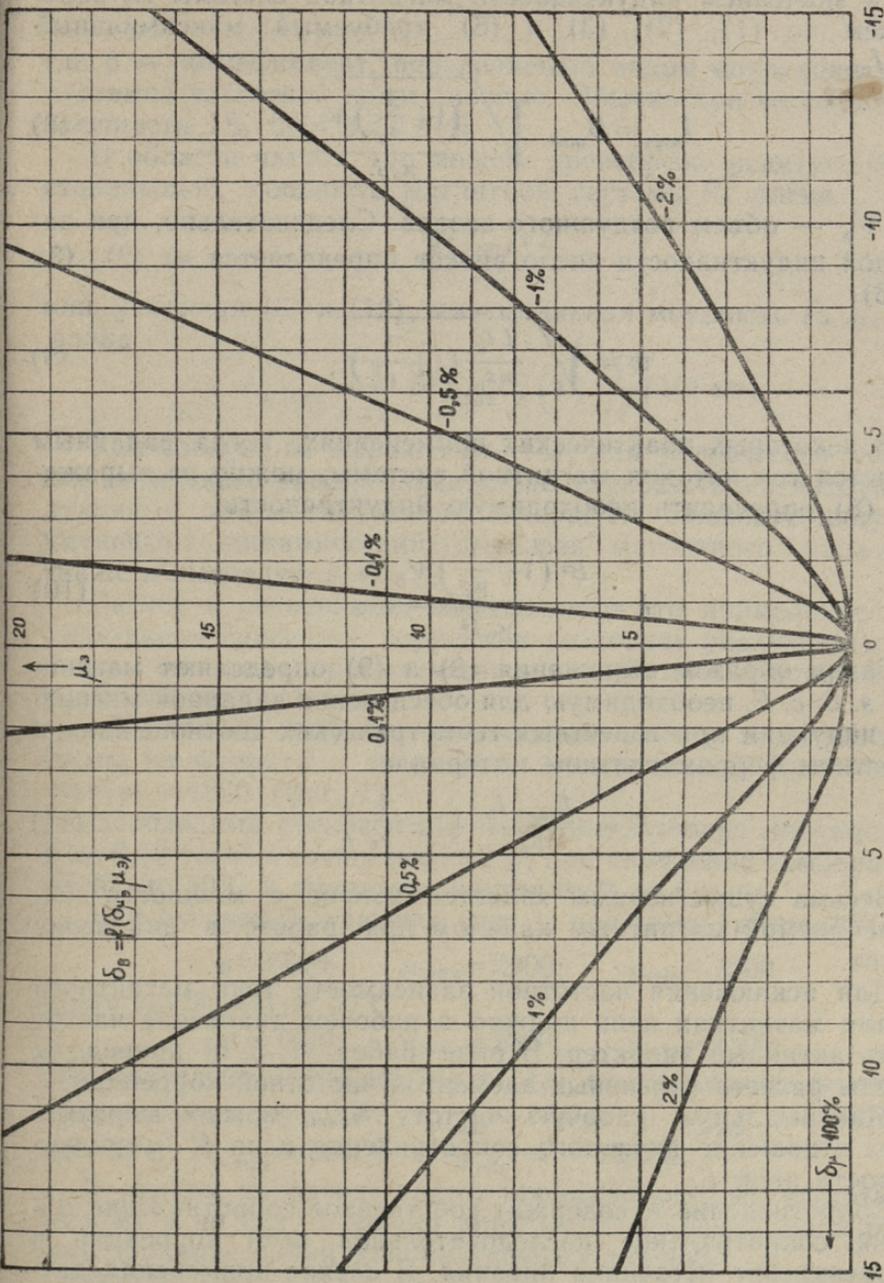
Полученная зависимость  $\delta_\mu = f(\delta_B, \mu_3)$  приведена на графиках фиг. 2 и фиг. 3 и позволяет:

а) при заданной относительной погрешности индукции и выбранном материале определить геометрические соотношения магнитной системы;

б) при заданной магнитной системе определить относительное изменение индукции;

в) при заданной относительной погрешности индукции и заданных геометрических соотношениях выбрать материал магнитопровода;

г) при заданном магнитном материале и геометрии магнитопровода определить максимальную индукцию, для которой относительная погрешность индукции не превышает заданной величины.



Фиг. 3. Зависимость эквивалентной проницаемости от относительной погрешности магнитной индукции и относительной погрешности магнитной проницаемости

Если заданной величиной является  $B_{\max}$ , или она определена допустимой относительной погрешностью  $\delta_B$ , то задаваясь значением индуктивности магнитной системы  $L$ , определяем по (1), (2), (3) и (6) требуемый максимальный ток  $I_{\max}$ :

$$I_{\max} = B_{\max} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{1}{\mu_3}\right) V_b}{\mu_0 L}}, \quad (8)$$

где  $V_b$  — объем воздушного зазора. Следовательно, при заданной индуктивности число витков определяется из (2), (3) и (6):

$$w = \sqrt{\frac{L l_b}{\mu s_b} \left(1 + \frac{1}{\mu_3}\right)}. \quad (9)$$

В некоторых практических применениях, когда заданным является ток питания магнитной системы, можно из выражения (8) определить необходимую индуктивность

$$L = \frac{B^2 \left(1 + \frac{1}{\mu_3}\right) V_b}{\mu_0 I^2}. \quad (10)$$

Таким образом выражения (8) и (9) определяют магнитную э. д. с.  $F$ , необходимую для обеспечения заданной магнитной индукции при известных геометрических соотношениях и известном ферромагнитном материале:

$$F = \frac{B_{\max} l_b}{\mu_0} \left(1 + \frac{1}{\mu_3}\right). \quad (11)$$

Весьма существенным является вопрос о мощности  $P_m$  потребляемой магнитным каналом при работе в диапазоне частот.

Для исключения частотной зависимости тока магнитного канала магнитная цепь должна в рабочем диапазоне частот иметь активный характер. В ряде работ [4, 5, 6] приведены методы расчета пассивных элементов частотной коррекции.

Максимальную рабочую частоту  $\omega_{\max}$  можно выразить через отношение активного сопротивления цепи  $R$  к индуктивности цепи  $L$ .

Сопротивление  $R$  содержит собственное сопротивление обмотки, сопротивление последовательной цепи коррекции и сопротивление источника питания. В случае применения датчика Холла в режиме квадратора необходимо также учесть сопротивление датчика.

Следовательно, максимальная рабочая частота

$$\omega_{\max} = \beta \frac{R}{L}, \quad (12)$$

где  $\beta$  — коэффициент, определяемый видом коррекции и допустимой частотной погрешностью. Обычно при частотной погрешности 1%  $0,1 < \beta < 0,8$  [4].

В области частот, где можем пренебречь реактивной составляющей, мощность магнитной системы  $P_m$  равна

$$P_m = I^2 R \quad (13)$$

или, учитывая (8) и (12), максимальная мощность  $P_{m \max}$  равна

$$P_{m \max} = \frac{1}{2\beta} B^2 f_{\max} V_b \left(1 + \frac{1}{\mu_s}\right) 10^7 \text{ вт}. \quad (14)$$

Как следует из выражения (14), для уменьшения мощности магнитного канала желательно уменьшить магнитную индукцию и объем воздушного зазора. Но снижение индукции уменьшает динамический диапазон магнитного канала, а также и выходную э. д. с.

Расчет и эксперимент показывают, что применение простых видов пассивной коррекции позволяет реализовать магнитные системы с приемлемыми мощностями в диапазоне звуковых частот.

В качестве примера рассмотрим расчет магнитной системы из феррита с начальной относительной проницаемостью  $\mu_n = 1800$  (фиг. 1).

Необходимо обеспечить в воздушном зазоре индукцию от 0 до  $0,12 \text{ вб/м}^2$  с точностью  $\pm 2\%$ , при изменении температуры от  $20^\circ$  до  $50^\circ\text{C}$  в диапазоне частот от 0 до 6 кГц.

Как следует из графика фиг. 1, при температуре  $20^\circ\text{C}$

$$\mu = 2600; \quad \mu_{\max} = 2900; \quad \mu_{\min} = 1500$$

и при температуре  $50^\circ\text{C}$

$$\mu = 1800; \quad \mu_{\max} = 2800; \quad \mu_{\min} = 1500$$

Следовательно, согласно (4) и (4а) относительное изменение проницаемости при  $20^\circ\text{C}$   $\delta_{\mu, \max} = 11,5\%$  и  $\delta_{\mu, \min} = -42,3\%$  и при  $50^\circ\text{C}$   $\delta_{\mu, \max} = 55,5\%$  и  $\delta_{\mu, \min} = -16,6\%$ .

В данном диапазоне частот проницаемость от частоты не зависит и по фиг. 2 можно определить значения эквивалентных проницаемостей для полученных значений  $\delta_{\mu}$ .

При малых зазорах, когда справедливо равенство  $s_m \approx s_b$  значение  $l_n/l_m$  определяется отношением  $\mu_s/\mu$  (6).

В данном случае максимальное значение  $\mu_0/\mu$  соответствует  $\delta_{\mu_{\min} 20}$  и равно  $\frac{\mu_0}{\mu} = \frac{33}{2600} = 0,0127$ .

Следовательно, для тороидального сердечника с сечением  $0,5 \text{ см}^2$  и длиной магнитопровода  $l_m = 7,0 \text{ см}$ , необходим зазор  $b = 0,0127 \cdot 70 = 0,89 \text{ мм}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Жузе, А. Р. Регель. Технические применения эффекта Холла. ЛДНТИ, вып. II. Ленинград, 1957.
2. В. Н. Богомоллов. Устройства с датчиками Холла и датчиками магнитосопротивления. Госэнергоиздат, Москва — Ленинград, 1961.
3. F. Kuhrt, H. J. Lippmann, K. Wiehl. Über das Frequenzverhalten von Hall-generatoren. AEU, 1959, Heft 8, s. 341.
4. В. Р. Хейнрихсен. О параметрах квадратора на базе эффекта Холла. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 193, стр. 43, Таллин, 1962.
5. R. A. Greiner. Feedback Amplifikation Improves Hall-effect Multipliers. Electronics, 1961, august 25, p. 52.
6. М. Е. Мазуров и И. Н. Прудников. Измерение постоянных и переменных токов с помощью датчиков э. д. с. Холла. Измерительная техника, № 7, стр. 45, 1960.

УДК 621.317.7.001.5 +  
621.317.7.088

У. И. Рандмер

О ТОЧНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ  
ЦЕПочки

В электроизмерительной аппаратуре имеются цепочки, как датчики, термокомпенсаторы, выпрямители и т. д., состоящие из ограниченного числа элементов (двух-трех сопротивлений, вентилях, конденсаторов, катушек), среди которых нет регулируемых для подгонки параметров цепочки. Последние зависят от первичных параметров составных элементов цепочки как функции независимых друг от друга (несвязанных) аргументов. Вид такой функции определяется схемой внутренних соединений цепочки. Сказанное может быть распространено и на случайные производственные разбросы результирующих и первичных параметров цепочки. Поскольку возможностей для подгонки параметров нет, надо при проектировании массового выпуска электроизмерительной аппаратуры предопределять расчетным путем закон распределения какого-либо параметра (или его случайных разбросов) такой цепочки при известных законах распределения первичных параметров (или их разбросов).

Разложим функцию

$$v = f(x, y, z, \dots) = f(x+h, y+k, z+l, \dots), \quad (1)$$

определяющую зависимость параметра  $v$  цепочки от первичных параметров  $x, y, z, \dots$  элементов в ряд Тэйлора

$$\begin{aligned} f(x+h, y+k, z+l, \dots) &= f(x, y, z, \dots) + w = f(x, y, z, \dots) \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!} \left( \frac{\partial}{\partial x} h + \frac{\partial}{\partial y} k + \frac{\partial}{\partial z} l + \dots \right)^i f(x, y, z, \dots) + \\ &+ \frac{1}{(n+1)!} \left( \frac{\partial}{\partial x} h + \frac{\partial}{\partial y} k + \frac{\partial}{\partial z} l + \dots \right)^{n+1} f(x + \theta_1 h, y + \theta_2 k, z + \theta_3 l, \dots) \\ &0 < \theta_1 < 1, 0 < \theta_2 < 1, 0 < \theta_3 < 1, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x, y, z, \dots$  арифметические средние и  $h, k, l, \dots$  приращения параметров  $x, y, z, \dots$ .

Из выражения (2) видим, что параметр  $v$  цепочки и его приращение  $\omega$  имеют законы распределения одинаковой формы, как каждый первичный параметр и его приращение имеют свои одинаковые по форме законы распределения. При этом законы распределения параметра и его приращения только смещены по оси абсцисс.

Если параметр  $v$  цепочки зависит только от трех первичных параметров  $x, y$  и  $z$ , тогда выражение (2) перепишется

$$f(x+h, y+k, z+l) = f(x, y, z) + \left[ \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} h + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} k + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} l \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} h^2 + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} k^2 + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2} l^2 + 2 \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x \partial y} hk + 2 \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y \partial z} kl + 2 \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z \partial x} lh \right] + \dots R_n \quad (3)$$

где

$$R_n = \frac{1}{(n+1)!} \left( \frac{\partial}{\partial x} h + \frac{\partial}{\partial y} k + \frac{\partial}{\partial z} l \right)^{n+1} f(x + \Theta_1 h, y + \Theta_2 k, z + \Theta_3 l) - 0 < \Theta_1 < 1; 0 < \Theta_2 < 1; 0 < \Theta_3 < 1$$

остаточный член ряда.

По структуре выражения (2) параметра  $v$  цепочки можно порядок определения закона распределения  $\xi(v)$  параметра  $v$  сформулировать следующим образом:

1) по известным законам распределения приращений  $h, k$  и  $l$   $\chi(h)$ ,  $\kappa(k)$  и  $\lambda(l)$  определяют законы распределения  $q(h^i k^j l^m)$  функции вида  $p = h^i k^j l^m$ ;

2) умножают полученные законы распределения  $q(h^i \cdot k^j \cdot l^m)$  функции приращений первичных параметров на соответствующие частные производные  $\frac{\partial^{i+j+m} f(x, y, z)}{\partial x^i \partial y^j \partial z^m}$ , которые

в данном случае являются коэффициентами, приводящими приращения первичных параметров к соответствующим частным приращениям полного приращения  $\omega$  параметра  $v$ .

Подстановка средних арифметических значений первичных параметров  $x, y$  и  $z$  в выражения частных производных

$\frac{\partial^{i+j+m} f(x, y, z)}{\partial x^i \partial y^j \partial z^m}$  превращает последние в постоянные числовые коэффициенты  $\frac{\partial^{i+j+m} f(x, y, z)}{\partial x^i \partial y^j \partial z^m}$ , умножение на которые

является линейным преобразованием соответствующих полученных законов распределения  $\rho(h^i k^j l^m)$  функций приращений первичных параметров  $p = h^i k^j l^m$ . Таким умножением мы приводим масштаб соответствующего каждого закона распределения по осям координат к масштабу закона распределения  $\xi(\omega)$  приращения  $\omega$  параметра  $v$ ;

3) полученные приведенные к масштабу закона распределения  $\xi(\omega)$  приращения  $\omega$  параметра  $v$  частные приращения  $\frac{\partial^{l+j+m} f(x, y, z)}{\partial x^l \partial y^j \partial z^m} \rho(h^i, k^j, l^m)$  сложим по правилам нахождения композиционного закона распределения  $\xi(\omega)$  суммы нескольких случайных величин.

Из этого общего случая мы рассмотрим только варианты, которые позволяют привести выражение (3) к виду

$$\Delta f(x, y, z) = f(x+h, y+k, z+l) - f(x, y, z) = \omega = Ah + Bk + Cl. \quad (4)$$

Это имеет всегда место при достаточно малых значениях приращений  $h, k$  и  $l$  первичных параметров  $x, y$  и  $z$ , а также при больших значениях приращений первичных параметров, если производные высших порядков, начиная с производных второго порядка функции  $f(x, y, z)$ , равняются нулю.

Ради простоты записи исходим из измененного вида выражения (4)

$$\omega = \alpha + \beta + \gamma, \quad (4a)$$

где  $Ah = \alpha, Bk = \beta$  и  $Cl = \gamma$ .

Пусть частные погрешности характеризуются следующими дифференциальными законами распределения:

1)  $\alpha$  — равновероятным законом распределения (кривая 1 на фиг. 1)

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{b-a}, \quad a \leq \alpha \leq b;$$

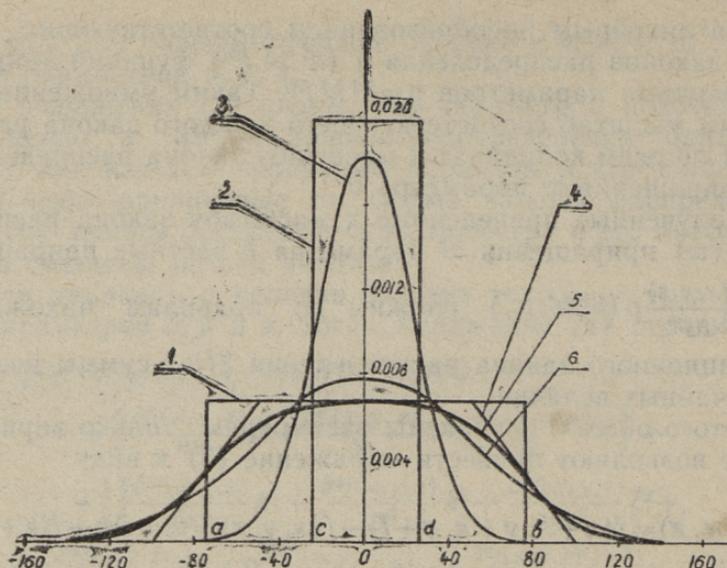
2)  $\beta$  — равновероятным законом распределения (кривая 2 на фиг. 1)

$$\psi(\beta) = \frac{1}{d-c}, \quad c \leq \beta \leq d;$$

3)  $\gamma$  — нормальным законом распределения (кривая 3 на фиг. 1) с арифметическим средним  $\gamma$ .

$$\omega(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\gamma}} \exp \left[ -\frac{(\gamma - \gamma)^2}{2\sigma_\gamma^2} \right], \quad -\infty \leq \gamma \leq +\infty.$$

Производим в начале сложение законов распределения величин  $\alpha$  и  $\beta$ .



Фиг. 1. Дифференциальные законы вероятностей

Обозначив  $u = \alpha + \beta$ , получим на основе закона умножения вероятностей

$$P(U < u) = \iint_{\alpha + \beta < u} \varphi(\alpha) \psi(\beta) d\alpha d\beta. \quad (5)$$

Дифференциальный закон распределения величины

$$\begin{aligned} \mu(u) &= \frac{d}{du} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) d\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\beta) d\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{d}{du} \int_{-\infty}^{u-\alpha} \varphi(\alpha) \psi(\beta) d\beta \right] d\alpha = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) \psi(u-\alpha) d\alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя  $\varphi(\alpha)$  и  $\psi(\beta)$  и производя интегрирование, получим в качестве закона распределения  $\mu(u)$  линейно-ломанную функцию, выражаемую на своих трех участках следующими выражениями:

$$\mu_1(u) = \frac{u - (a+c)}{(b-a)(d-c)} \quad \text{от } a+c \text{ до } a+d, \quad (7)$$

$$\mu_2(u) = \frac{1}{b-a} \quad \text{от } a+d \text{ до } c+b, \quad (8)$$

$$\mu_3(u) = \frac{b+d-u}{(b-a)(d-c)} \quad \text{от } c+b \text{ до } b+d. \quad (9)$$

и

Композиционный закон распределения  $\mu(u)$ , полученный сложением законов распределения  $\varphi(\alpha)$  и  $\psi(\beta)$ , называется законом Симпсона (кривая 4 на фиг. 1).

Дальше производим сложение нормального (кривая 3 на фиг. 1) и полученного (кривая 4 на фиг. 1) законов распределения.

Обозначив  $w = u + \gamma$ , получим

$$\zeta(w) = \frac{1}{(b-a)(d-c)} \left\{ \int_{a+c}^{a+d} \frac{u-(a+c)}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(w-u-\gamma)^2}{2\sigma_\gamma^2} \right] du + \right. \\ \left. + \int_{a+d}^{c+b} \frac{d-c}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(w-u-\gamma)^2}{2\sigma_\gamma^2} \right] du + \right. \\ \left. + \int_{c+b}^{d+b} \frac{b+d-u}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(w-u-\gamma)^2}{2\sigma_\gamma^2} \right] du \right\}. \quad (10)$$

Преобразуя показатель степени экспонента  $\frac{(w-u-\gamma)^2}{2\sigma_\gamma^2} = \frac{[u-(w-\gamma)]^2}{2\sigma_\gamma^2}$ , перегруппируя члены выражения (10) и учитывая, что

$$\frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \int_{a+c}^{a+d} u \exp \left\{ -\frac{[u-(w-\gamma)]^2}{2\sigma_\gamma^2} \right\} du = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{t_1}^{t_2} (\sqrt{2} \sigma_\gamma t + w - \\ - \gamma) \exp(-t^2) dt = \frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{2\pi}} \int_{r_1}^{r_2} \exp(-r) dr + \frac{w-\gamma}{\sqrt{\pi}} \int_{t_1}^{t_2} \exp(-t^2) dt, \quad (11)$$

где

$$t = \frac{u-(w-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma}, \quad t_1 = \frac{a+c-(w-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma}, \quad t_2 = \frac{a+d-(w-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma},$$

$$r = t^2, \quad r_1 = \left[ \frac{a+c-(w-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right]^2, \quad r_2 = \left[ \frac{a+d-(w-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right]^2,$$

$$\frac{a+c}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \int_{a+c}^{a+d} \exp \left\{ -\frac{[u-(w-\gamma)]^2}{2\sigma_\gamma^2} \right\} du = \frac{a+c}{\sqrt{\pi}} \int_{t_1}^{t_2} \exp(-t^2) dt =$$

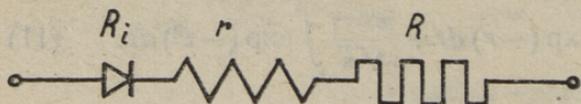
$$= \frac{1}{2} \left[ \Phi \left( \frac{a+d-w+\gamma}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) - \Phi \left( \frac{a+c-w+\gamma}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) \right] (a+c), \quad (12)$$

где  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  — функция Лапласа или интеграл вероятностей, перепишем выражение (10)

$$\begin{aligned} \zeta(\omega) = & \frac{1}{(b-a)(d-c)} \left\{ \frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{a+c-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right)^2 \right] + \right. \\ & + \frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{d+b-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right)^2 \right] - \frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{a+d-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right)^2 \right] - \\ & - \frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{c+b-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right)^2 \right] + \frac{1}{2}(\omega-\gamma-a-c) \left[ \Phi \left( \frac{a+d-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) - \right. \\ & - \Phi \left( \frac{a+c-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) \left. \right] + \frac{1}{2}(b+d-\omega+\gamma) \left[ \Phi \left( \frac{d+b-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) - \right. \\ & - \Phi \left( \frac{c+b-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) \left. \right] + \frac{1}{2}(d-c) \left[ \Phi \left( \frac{c+b-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) - \right. \\ & \left. - \Phi \left( \frac{a+d-(\omega-\gamma)}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \right) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

### Численный пример

Принимаем в качестве примера цепочку, состоящую из вентиля, обмотки измерительного прибора и сопротивления (фиг. 2).



Фиг. 2. Цепочка с последовательным соединением элементов.

Исходные данные цепочки приведены в таблице 1.

Таблица 1

Сопротивление, ом	Допуск, ом	Среднее квадратическое отклонение, ом	Закон распределения
$R_i = 285$	$\delta_{R_i} = 65$	$\sigma_{R_i} = 21,7$	нормальный равновероятный равновероятный
$r = 900$	$\delta_r = 25$	$\sigma_r = 14,4$	
$R = 1500$	$\delta_R = 75$	$\sigma_R = 43,3$	

Из (13) при помощи таблицы 1 получим

$$\zeta(w) = \frac{1}{150 \cdot 50} \left\{ \frac{21,7}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{-100-w}{21,7\sqrt{2}} \right)^2 \right] + \frac{21,7}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{100-w}{21,7\sqrt{2}} \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - \frac{21,7}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{-50-w}{21,7\sqrt{2}} \right)^2 \right] - \frac{21,7}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\left( \frac{50-w}{21,7\sqrt{2}} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{w+100}{2} \left[ \Phi \left( \frac{-50-w}{21,7\sqrt{2}} \right) - \Phi \left( \frac{-100-w}{21,7\sqrt{2}} \right) \right] + \frac{100-w}{2} \left[ \Phi \left( \frac{100-w}{21,7\sqrt{2}} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \Phi \left( \frac{50-w}{21,7\sqrt{2}} \right) \right] + \frac{50}{2} \left[ \Phi \left( \frac{50-w}{21,7\sqrt{2}} \right) - \Phi \left( \frac{-50-w}{21,7\sqrt{2}} \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

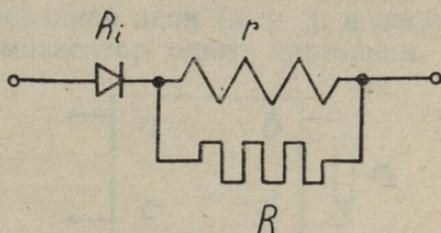
Расчетом по формуле (14) получена кривая 5 на фиг. 1, которая представляет дифференциальный закон распределения производственного разброса сопротивления цепочки, приведенной на фиг. 2.

Среднее квадратическое отклонение этой кривой

$$\sigma_w = \sqrt{\sigma_{R_1}^2 + \sigma_r^2 + \sigma_R^2} = \sqrt{21,7^2 + 14,4^2 + 43,3^2} = 50,6 \text{ ом}$$

Для сравнения на фиг. 1 приведена кривая нормального закона распределения (кривая 6), имеющая то же самое среднее квадратическое отклонение.

Дальше рассмотрим применение предложенной методики к расчету закона распределения производственного разброса сопротивления трехэлементной цепочки, приведенной на фиг. 3.



Фиг. 3. Цепочка со смешанным соединением элементов

Сопротивления цепочки

$$R_0 = \frac{Rr}{R+r} + R_1 \quad (15)$$

и его полное приращение, если первичные приращения  $\Delta R$ ,  $\Delta r$  и  $R_1$  достаточно малы,

$$\Delta R_0 = \frac{r^2}{(R+r)^2} \Delta R + \frac{R^2}{(R+r)^2} \Delta r + \Delta R_1. \quad (16)$$

Для расчета законов распределения отдельных слагаемых выражения (16) воспользуемся формулой линейного преобразования случайной величины, что для данного случая пишется

$$\varphi(ax) = \frac{1}{|a|} \varphi\left(\frac{x}{a}\right), \quad (17)$$

по которой для использования приведенных в данной работе формул при суммировании отдельных законов распределения надо  $\varphi(\Delta R)$  заменить на  $\left(\frac{R+r}{r}\right) \varphi\left[\left(\frac{R+r}{r}\right)^2 \Delta R\right]$ ,  $\psi(\Delta r)$  на  $\left(\frac{R+r}{r}\right)^2 \psi\left[\left(\frac{R+r}{r}\right)^2 \Delta r\right]$  и закон распределения  $\omega(\Delta R_i)$  в данном примере остается неизменным. В последних формулах  $R$  и  $r$  средние арифметические величины  $R$  и  $r$ .

В данной работе предложено применять для расчета дифференциального закона распределения функции нескольких случайных аргументов разложение этой функции в ряд Тэйлора. Из общего выражения более подробно разобран случай линейной функции, и также нелинейной функции, если только последняя может быть линеаризована с достаточной степенью точности в области практически возможных значений случайных аргументов. Эти последние варианты сводятся к нахождению закона распределения производственного разброса какого-либо параметра электрической измерительной цепочки как композиционного закона распределения суммы производственных разбросов первичных параметров как случайных величин.

УДК 621.317.7.088 + 621.317.7.001.5

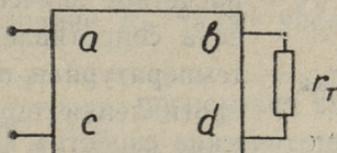
У. И. Рандмер

## ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМОКОМПЕНСАТОРА

Обычно параметры термокомпенсатора, состоящего из полупроводникового термосопротивления и некоторых термозависимых сопротивлений для выпрямления температурной зависимости и подавления производственных разбросов первого, и предназначенного для компенсации температурного изменения величины металлического сопротивления, выбираются только с точки зрения получения определенного значения температурной погрешности  $\gamma_r$  компенсированной цепи. При этом на энергетические отношения цепи обычно внимания не обращают, поскольку термокомпенсация при помощи термосопротивлений сама уже обеспечит несравнимо более высокий к. п. д. компенсированной цепи по сравнению с другими способами термокомпенсации.

В данной работе рассматриваются возможности характеризовать свойства компенсированной цепи (к. п. д. и погрешность), а также сам термокомпенсатор, одним критерием.

Фиг. 1. Термокомпенсатор



Погрешность аппроксимации криволинейной зависимости сопротивления термокомпенсатора (фиг. 1) от температуры прямолинейной зависимостью выражается

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{ark}} &= \frac{r_k - r'_k}{r_{k0}} = \frac{r_r - r_{r0}}{(ar_{r0} + b)(cr_r + d)} - \beta_k \Theta = \\ &= \frac{a_r - 1}{(ar_{r0} + b) \left( ca_r + \frac{d}{r_{r0}} \right)} - \beta'_k \Theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r_T$  — значение сопротивления термосопротивления при температуре  $T$ ;

$r_{T_0}$  — значение сопротивления термосопротивления при градуировочной температуре  $T_0$ ;

$a, b, c$  и  $d$  — постоянные термoneзависимой части термокомпенсатора как четырехполюсника, определяющие связи между напряжениями и токами термокомпенсатора ( $U_1, I_1$ ) и термосопротивления ( $U_2, I_2$ ):

$$I_1 = cU_2 + dI_2 \quad U_1 = aU_2 + bI_2$$

$$\text{и } a_T = \exp B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right).$$

Температурная погрешность сопротивления компенсированной цепи

$$\gamma_r = \frac{r_p \beta_p \Theta + r_k - r_{k0}}{r_p + r_{k0}} = \frac{r_p \beta_p + r_{k0} \beta'_k}{r_p + r_{k0}} \Theta + \frac{r_{k0} \gamma_{ark}}{r_p + r_{k0}}, \quad (2)$$

где  $r_p$  — значение компенсируемого сопротивления при градуировочной температуре  $T_0$ ;

$\beta_p$  — температурный коэффициент компенсируемого сопротивления;

$\Theta = T - T_0$  — изменение температуры относительно градуировочной;

$r_{k0}$  — сопротивление термокомпенсатора при градуировочной температуре  $T_0$ ;

$r_k$  — сопротивление термокомпенсатора при температуре  $T$ ;

$\beta'_k$  — расчетное значение температурного коэффициента сопротивления термокомпенсатора и

$\gamma_{ark}$  — температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора.

Энергетические свойства компенсированной цепи характеризуются ее к. п. д.

$$\eta = \frac{r_p}{r_p + r_{k0}} = \frac{r_p}{r_p + \frac{ar_{T_0} + b}{cr_{T_0} + d}} = \frac{\gamma_{ark} - \gamma_r + \beta'_k \Theta}{\gamma_{ark} - \beta_p \Theta + \beta'_k \Theta}. \quad (3)$$

Для оценки к. п. д. и температурной погрешности компенсированной цепи применяем коэффициент эффективности. Обычно под коэффициентом эффективности какого-либо электроизмерительного прибора подразумевают критерий, в выражении которого все полезные воздействия располагаются в числителе и все вредные воздействия в знаменателе и

который при улучшении свойств прибора приближается к единице, как к своему максимальному значению.

Например, для компенсированной цепи можно было этот коэффициент записать

$$\gamma_{\text{ц}} = \frac{\gamma_i}{1 + |\gamma_r|}. \quad (4)$$

Но применение коэффициента эффективности для измерительных цепей высокой точности в случае, если его изменение происходит главным образом за счет изменения погрешности, неудобно, поскольку он слишком мало изменяется при этом.

Поэтому рекомендуем применить в таком случае коэффициент эффективности в другом виде

$$\begin{aligned} K_{\text{ц}} &= \left| \frac{\gamma_i}{\gamma_r} \right| = \frac{r_p}{r_{\tau} - r_{\tau 0} - \frac{r_p \beta_p \Theta}{(cr_{\tau 0} + d)(cr_{\tau} + d)}} = \\ &= \frac{1}{\beta_p \Theta} \frac{\frac{1}{\gamma_r} - \frac{1}{\gamma_{\text{ark}} + \beta'_k \Theta}}{\frac{1}{\beta_p \Theta} - \frac{1}{\gamma_{\text{ark}} + \beta'_k \Theta}}, \end{aligned} \quad (5)$$

который подобен по структуре коэффициенту добротности электроизмерительных приборов.

Числитель этого выражения мало зависит от слагаемой  $\frac{1}{\gamma_{\text{ark}} + \beta'_k \Theta}$ , поскольку она мала по сравнению со слагаемой  $\frac{1}{\gamma_r}$ . Учитывая то, что слагаемая  $\frac{1}{\gamma_{\text{ark}} + \beta'_k \Theta}$  практически является отрицательной величиной, можно заключить, что при ее увеличении по абсолютной величине  $K_{\text{ц}}$  также увеличится и наоборот.

Поскольку уменьшение  $\left| \frac{1}{\gamma_{\text{ark}} + \beta'_k \Theta} \right|$  происходит главным образом за счет увеличения  $\beta'_k \Theta$ , тогда можно отношение  $\frac{\beta'_k \Theta}{\gamma_{\text{ark}}}$  считать критерием качества термокомпенсатора.

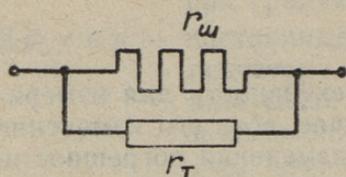
Учитывая выражение (1), получим

$$K_k = \left| \frac{\beta'_k \Theta}{\gamma_{\text{ark}}} \right| = \left| - \frac{1}{1 - \frac{r_{\tau} - r_{\tau 0}}{\beta'_k \Theta (ar_{\tau 0} + b)(cr_{\tau} + d)}} \right|, \quad (6)$$

из которого видно, что выражение

$$\alpha_k = - \frac{\beta'_k \Theta (ar_{\tau 0} + b)(cr_{\tau} + d)}{r_{\tau} - r_{\tau 0}} \quad (7)$$

может также служить критерием качества термокомпенсатора, с увеличением которого улучшаются и свойства термокомпенсатора.



Фиг. 2. Термокомпенсатор параллельного включения.

Ниже приводим расчет и сравнение параметров на базе разработанных критериев качества термокомпенсатора (фиг. 2), состоящего из параллельно включенных термо- и постоянного сопротивлений, по четырем вариантам расположения кривой температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора в заданном температурном интервале.

Сравнивают следующие варианты:

1) полная линейная компенсация имеет место при  $T_0 = T_n$ , т. е. удельная температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора  $\beta_{ark} = 0$  и точка перегиба кривой температурной погрешности располагается при градуировочной температуре (кривая 1 на фиг. 3);

2) удельная и условная удельная температурные погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора (последняя взята для того предела температурного интервала, где ее значение больше) равны по абсолютной величине, т. е.  $|\beta'_{arka}| = |\beta'_{arkb}|$  при  $T_0 = T_n = +20^\circ\text{C}$  (кривая 2 на фиг. 3);

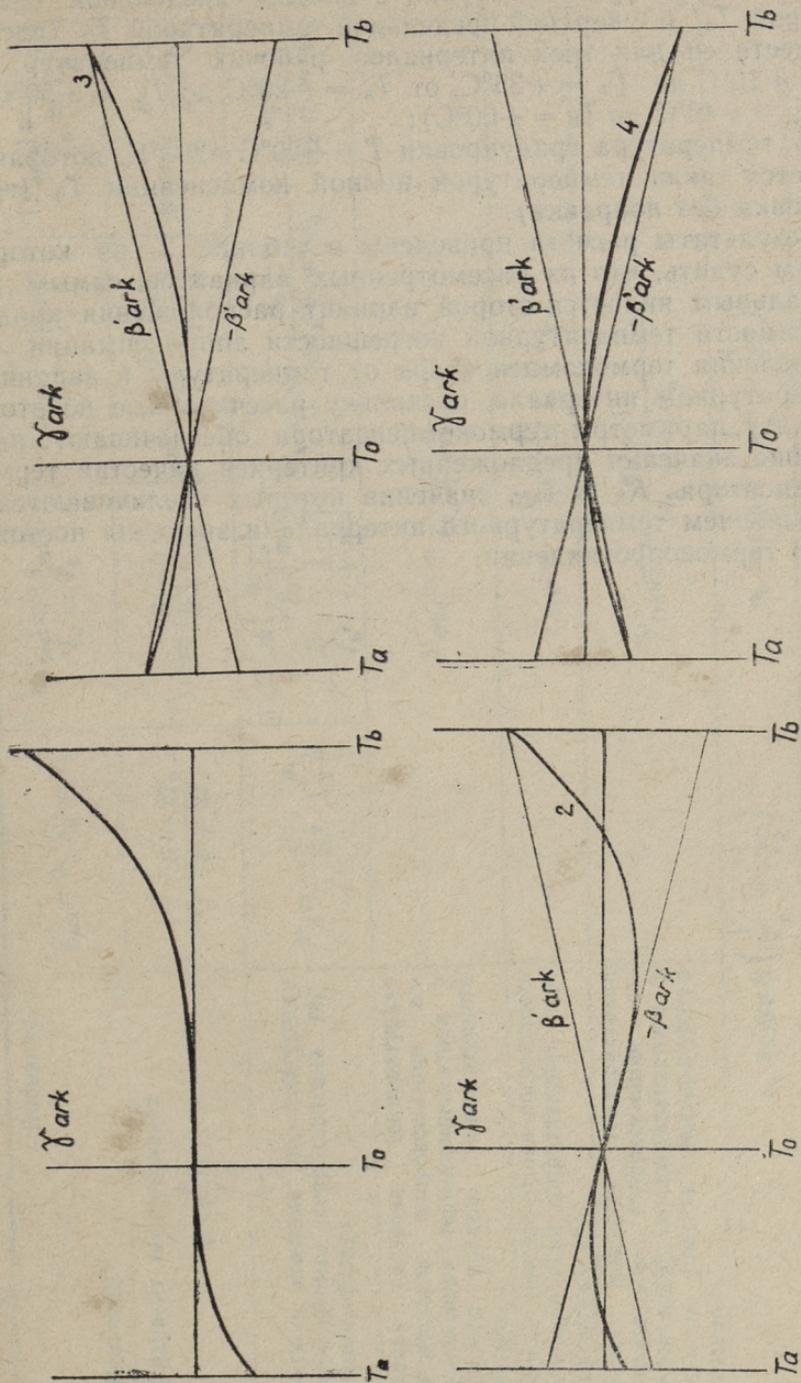
3) условные удельные температурные погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора у пределов температурного интервала равны по абсолютной величине, т. е.  $|\beta'_{arka}| = |\beta'_{arkb}|$  в случае расположения точки перегиба у нижнего предела температурного интервала, т. е.  $T_a = T_n$  (кривая 3 на фиг. 3) и

4) условные удельные температурные погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора у пределов температурного интервала равны по абсолютной величине, т. е.  $|\beta'_{arka}| = |\beta'_{arkb}|$  в случае расположения точки перегиба у верхнего предела температурного интервала, т. е.  $T_b = T_n$  (кривая 4 на фиг. 3).

Все необходимые расчетные формулы приведены в таблице 1.

При расчете исходными заданными величинами являются:

1) значение постоянной  $B$  (расчет приводится для трех значений  $B = 2060$  град.,  $B = 2490$  град. и  $B = 2920$  град.);



Фиг. 3. Кривые температурной погрешности термокомпенсатора

2) температурный интервал с нижней предельной температурой  $T_a$  и с верхней предельной температурой  $T_b$  (расчет осуществлен для трех интервалов рабочих температур: от  $T_a = +10^\circ\text{C}$  до  $T_b = +35^\circ\text{C}$ , от  $T_a = -20^\circ\text{C}$  до  $T_b = +50^\circ\text{C}$  и от  $T_a = -40^\circ\text{C}$  до  $T_b = +60^\circ\text{C}$ );

3) температура градуировки  $T = +20^\circ\text{C} = 293^\circ\text{K}$ , которая и является также температурой полной компенсации  $T_0$  (градуировка без поправки).

Результаты расчета приведены в таблице 2, по которой можем судить, что из рассмотренных вариантов самым рациональным является второй вариант расположения кривой зависимости температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора от температуры в заданном температурном интервале, поскольку рассчитанные по этому варианту параметры термокомпенсатора обеспечивают наибольшие значения предложенных критериев качества термокомпенсатора  $K_k$  и  $\alpha_k$ , значения которых увеличиваются с уменьшением температурного интервала и значения постоянной  $B$  термосопротивления.

Таблица 1

Варианты	$\beta_{\text{ark}} = 0; T_n = T_0$	$ \beta'_{\text{arka}}  =  \beta_{\text{ark}} ;$ $T_n = T_0$	$ \beta'_{\text{arka}}  =  \beta'_{\text{arkbl}} ;$ $T_n = T_a$	$ \beta'_{\text{arka}}  =  \beta'_{\text{arkbl}} ;$ $T_n = T_b$
Величины				
Коэффициент шунтирования $m = \frac{r_{\text{ш}}}{r_{T0}}$	$m = \frac{B - 2T_0}{B + 2T_0}$	$m = \frac{B - 2T_0}{B + 2T_0}$	$m = a_a \frac{B - 2T_a}{B + 2T_a}$	$m = a_b \frac{B - 2T_b}{B + 2T_b}$
Расчетное значение температурного коэффициента сопротивления термокомпенсатора	$\beta'_{\text{k}} = -\frac{B}{T_0^2} \cdot \frac{m}{1+m}$	$\beta'_{\text{k}} = \frac{1}{2} m \left[ \frac{a_{\tau} - 1}{(a_{\tau} + m) \Theta} - \frac{B}{T_0^2} \cdot \frac{1}{1+m} \right]$	$\beta'_{\text{k}} = \frac{1}{2} m \left[ \frac{a_a - 1}{(a_a + m) \Theta_a} + \frac{a_b - 1}{(a_b + m) \Theta_b} \right]$	
Условная удельная температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора у нижнего предела температурного интервала		$\beta'_{\text{arka}} = m \frac{a_a - 1}{(a_a + m) \Theta_a} - \beta'_{\text{k}}$		
Удельная температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора		$\beta'_{\text{ark}} = -\frac{B}{T_0^2} \frac{m}{1+m} - \beta'_{\text{k}}$		
Условная удельная температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора у верхнего предела температурного интервала			$\beta'_{\text{rarkb}} = m \frac{a_b - 1}{(a_b + m) \Theta_b} - \beta'_{\text{k}}$	
	$a_a = \exp B \left( \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_0} \right)$	$a_b = \exp B \left( \frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_0} \right)$		

Примечание: при расчете по второму варианту надо брать  $a_{\tau} = a_a$  или  $a_{\tau} = a_b$  в соответствии с тем, у какого предела — у нижнего или у верхнего — температурного интервала  $\beta'_{\text{ark}}$  больше.

Интервал рабочих температур		$T_a = +10^{\circ}\text{C}; T_0 = +20^{\circ}\text{C}; T_b = +35^{\circ}\text{C}$		
Интервал изменений температур		$\Theta_a = -10$ град; $\Theta_b = +15$ град		
Значение $B$		$^{\circ}\text{K}$		
		2060	2490	2920
Вариант 1	$m$	0,5571	0,6190	0,6657
	$\beta'_{\text{k}}$ % на 10 град	-8,586	-11,09	-13,59
	$\beta'_{\text{arka}}$ "	0,04	0,087	0,133
	$\beta'_{\text{ark}}$ "	0,00	0,00	0,00
	$\beta'_{\text{arkb}}$ "	0,089	0,165	0,475
	$K_{\text{k}}$	96,5	67,2	29,6
	$\chi_{\text{k}}$	0,990	0,985	0,967
Вариант 2	$m$	0,5571	0,6190	0,6657
	$\beta'_{\text{k}}$ % на 10 град	-8,542	-11,0	-13,35
	$\beta'_{\text{arka}}$ "	0,004	0,004	0,105
	$\beta'_{\text{ark}}$ "	-0,044	-0,083	-0,238
	$\beta'_{\text{arkb}}$ "	0,044	0,083	0,238
	$K_{\text{k}}$	194	132,5	56
	$\chi_{\text{k}}$	0,995	0,991	0,982
Вариант 3	$m$	0,7293	0,8499	0,9603
	$\beta'_{\text{k}}$ % на 10 град	-10,01	-13,11	-16,32
	$\beta'_{\text{arka}}$ "	-0,22	-0,41	-0,70
	$\beta'_{\text{ark}}$ "	-0,10	-0,20	-0,40
	$\beta'_{\text{arkb}}$ "	0,22	0,41	0,70
	$K_{\text{k}}$	45,5	32	23,3
	$\chi_{\text{k}}$	0,979	0,97	0,958
Вариант 4	$m$	0,3832	0,3996	0,4057
	$\beta'_{\text{k}}$ % на 10 град	-6,634	-8,25	-9,775
	$\beta'_{\text{arka}}$ "	0,142	0,258	0,405
	$\beta'_{\text{ark}}$ "	-0,02	-0,04	-0,08
	$\beta'_{\text{arkb}}$ "	-0,142	-0,258	-0,405
	$K_{\text{k}}$	46,8	32	24,1
	$\chi_{\text{k}}$	0,979	0,970	0,960

$T_a = -20^\circ\text{C}; T_0 = +20^\circ\text{C}; T_b = +50^\circ\text{C}$			$T_a = -40^\circ\text{C}; T_0 = +20^\circ\text{C}; T_b = +60^\circ\text{C}$		
$\Theta_a = -40$ град; $\Theta_b = +30$ град			$\Theta_a = -60$ град; $\Theta_b = +40$ град		
2060	2490	2920	2060	2490	2920
0,5571	0,6190	0,6657	0,5571	0,6190	0,6657
-8,586	-11,09	-13,59	-8,586	-11,09	-13,59
0,69	1,26	1,99	1,47	2,53	3,85
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,32	0,62	0,94	0,54	0,98	1,59
12,5	8,8	6,8	5,8	4,4	3,5
0,926	0,897	0,872	0,853	0,815	0,780
0,5571	0,6190	0,6657	0,5571	0,6190	0,6657
-8,241	-10,46	-12,60	-7,851	-9,827	-11,67
0,345	0,63	0,995	0,734	1,27	1,92
-0,345	-0,63	-0,995	-0,734	-1,27	-1,92
-0,025	-0,01	-0,05	-0,194	-0,290	-0,47
23,7	16,6	12,7	10,7	7,8	6,1
0,960	0,943	0,928	0,914	0,886	0,859
1,8405	2,5384	3,4059	3,8582	6,1082	9,4341
-15,84	-21,82	-28,81	-22,93	-34,40	-50,51
-3,41	-6,4	-10,8	-10,0	-19,3	-33,6
0,29	1,0	2,5	2,3	9,6	20
3,41	6,4	10,8	10,0	19,3	33,6
4,6	3,4	2,7	2,3	1,8	1,5
0,821	0,773	0,730	0,697	0,643	0,600
0,2720	0,2670	0,2527	0,2198	0,2082	0,1899
-4,837	-5,675	-6,298	-3,891	-4,433	-4,807
0,65	1,06	1,537	0,932	1,42	1,93
-0,29	-0,44	-0,56	-0,529	-0,577	-0,620
-0,65	-1,06	-1,537	-0,932	-1,42	-1,93
7,5	5,3	4,1	4,0	3,1	2,5
0,882	0,841	0,804	0,800	0,756	0,714



*П. М. Плакк*

## **ВЛАГОМЕР ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОГО ИЗМЕРЕНИЯ И РЕГИСТРАЦИИ ВЛАЖНОСТИ БУМАЖНОГО ПОЛОТНА**

### **Введение**

Одним из показателей качества бумаги является ее вла-госодержание. Для целесообразного использования мощности бумагоделательной машины необходимо постоянное наблюдение за влажностью бумажного полотна. В еще большей мере это имеет значение при автоматизации работы буммашины.

В настоящее время ведутся упорные изыскания скоростного метода определения влажности бумажного полотна. Этот вопрос изучался с начала 1960 г. также и Таллинским политехническим институтом по предложению Целлюлозно-бумажного комбината им. В. Кингисеппа под руководством автора данной статьи. Целью этой работы было разработать и внедрить в производство соответствующий измерительный прибор. Ввиду недостаточности имеющихся в литературе данных об электрических свойствах бумаги, указанную работу пришлось провести в двух этапах. На первом этапе была исследована зависимость электрических свойств бумаги от ее влажности и других физических факторов. Вторая часть работы была посвящена созданию и сооружению автоматического влагомера, с установлением его на буммашине № 3 и испытанием в условиях производства.

### **Об электрических свойствах бумаги**

При определении электрических свойств бумаги в основу была взята продукция бумагоделательной машины ЦБК им. В. Кингисеппа. В течение 6 месяцев были отобраны пробы следующих видов бумаги: 1) писчая бумага весом от 55 до 70 г/м<sup>2</sup> — белая, светло-желтая, желтая и голубая; 2) обойная бумага тонкая, белая, весом 80 г/м<sup>2</sup>; 3) обойная бумага толстая, желтовато-белая и синяя, весом 140 г/м<sup>2</sup>. Определ-

лись диэлектрическая проницаемость и диэлектрические потери бумаги в зависимости от содержания влаги. Измерения производились в условиях двух разных положений электрического поля. В одном случае поле было продольным (по отношению к бумаге), в другом случае — поперечным. Результаты показали возможность выразить влагосодержание бумаги через ее диэлектрическую проницаемость или диэлектрические потери, причем погрешность определения влажности, обусловленная колебаниями в толщине и композиции бумаг, в зависимости от метода измерения не превышала 1...1,5%. При этом для разных видов бумаги необходимо было применять различные кривые градуирования.

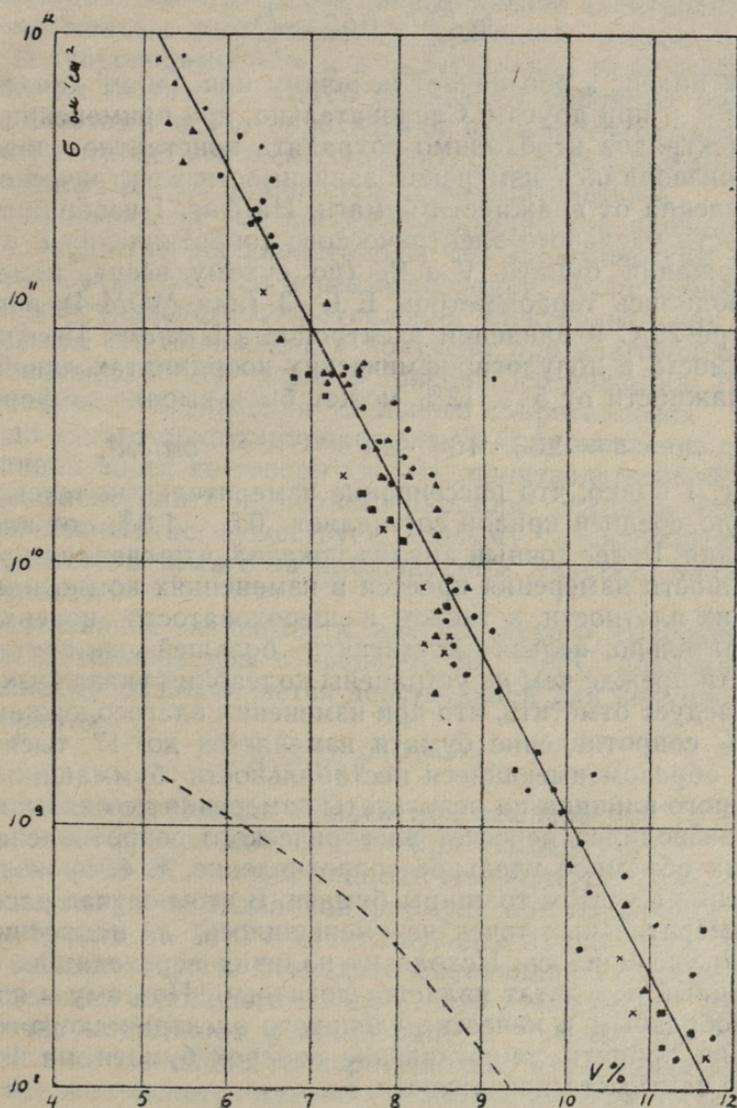
Трудности при сооружении производственного измерительного прибора представляли, в основном, вибрация и недостаточная стабильность бумагоделательной машины. Так, например, поперечная диэлектрическая проницаемость бумаги, при влагосодержании 6...10%, составляет 1,5...1,9. Таким образом изменения диэлектрической проницаемости в пределах всего измеряемого диапазона составляют лишь 25% от номинальной величины. Если добавочную погрешность, обусловленную нестабильностью электродов, принять 0,5%, то случайное смещение электродов должно быть ниже 3-х микронов. Достигнуть такой стабильности бумажной машины не удалось. К тому же, при определении влажности бумажного полотна путем электрической емкости возникал также ряд измерительно-технических трудностей, ввиду чего данный метод в производственных условиях оказался бесперспективным.

Исследованию была подвергнута зависимость электрического сопротивления бумаги от влажности. Для испытаний использовались пробы вышеуказанных видов бумаг, к которым был присоединен целый ряд проб, отобранных в течение последующего года.

Взаимосвязь между электрическим сопротивлением и влажностью оказалась достаточно устойчивой и воспроизводимой и тем самым явилась базой, требуемой для изготовления прибора автоматической регистрации влажности бумажного полотна. В нижеследующем вкратце излагаются важнейшие моменты сущности электрического сопротивления.

Электрическое сопротивление поперек бумажного полотна состоит из сопротивления бумажного листа и из сопротивления, вызванного шероховатостью поверхности бумаги, т. н. переходные слои. При методе измерения гибкими электродами измеряется только сопротивление бумажного листа, а при измерении жесткими электродами измеряется также и сопротивление переходящих слоев. На буммашине № 3 со-

противление бумажного листа равняется только 15—30% от общего сопротивления бумаги. После каландрирования на суперкаландре сопротивление бумажного листа повысилось до 45% от общего сопротивления. Следовательно, сопротивление вырабатываемой на буммашине бумаги определяется, в основном, переходящими слоями, т. е. состоянием поверхности бумаги, которая на данной машине более или менее равномерна. Колебания в толщине бумаги при этом решающей



Фиг. 1. Зависимость удельного электрического сопротивления бумаги

роли не играют. Применяя жесткие электроды, можно по общей шкале измерять все виды вырабатываемых на этой машине бумаг.

В случае применения жестких электродов сопротивление бумаги значительно зависит от давления электродов на бумагу, поскольку переходящие слои легко деформируются. Влияние давления  $p$  на электрическое сопротивление бумаги  $R$  в пределах от  $p=0,01$  до  $4,1 \text{ кг/см}^2$  выражается формулой

$$\lg \frac{R_1}{R_0} = 0,55 \lg \frac{p_0}{p_1},$$

причем индекс  $0$  обозначает величину при одном давлении, а индекс  $1$  — при другом. Следовательно, при применении жестких электродов необходимо сохранять константное давление.

Производились измерения зависимости электрического сопротивления от влажности бумаги. На фиг. 1 изображена зависимость удельного электрического сопротивления  $\sigma$  от влагосодержания бумаги  $V$  в % (по сухому весу); измерения производились тераомметром Е 6—3 (или МОМ-4) при температуре  $20^\circ\text{C}$  и давлении электродов  $4,1 \text{ кг/см}^2$ . Полученная зависимость в полулогарифмических координатах линейная и при влажности от 5... 12% может быть выражена формулой

$$\sigma = 1,33 \cdot 10^{12} \cdot e^{-1,414 (V\% - 5)} \text{ ом/см}^2.$$

Из фиг. 1 видно, что рассеивание измерительных точек относительно средней кривой составляет 0,5... 1,0% от влагосодержания. Более точный анализ показал, что главная причина погрешности измерения кроется в изменениях композиции бумаг и их плотности, а также в шероховатости поверхности. Следовательно, нельзя достигнуть большей измерительной точности прежде чем не устранены колебания указанных величин. Следует отметить, что при изменении влагосодержания от 5—12% сопротивление бумаги изменяется до 17 тысяч раз. Таким образом имеющиеся нестабильности буммашины значительного влияния на результаты измерения не оказывают.

Производился пересчет электрического сопротивления бумаги на объемное удельное сопротивление, т. е. произведены измерения с учетом толщины бумаги. В этом случае рассеивание измерительных точек не уменьшилось, а напротив, несколько увеличилось. Исходя из наличия переходящих слоев, полученный результат является логичным. Поэтому и явилось целесообразным в качестве удельного электрического сопротивления принять сопротивление поперек бумаги на 1 квадратный сантиметр поверхности.

Бумага состоит из компонентов, относящихся к числу изолирующих веществ, и абсолютно сухая бумага является высо-

кокачественным изолирующим веществом. Малое количество влаги поглощается составными частями бумаги, образуются ионы, которые — аналогично полупроводникам — связаны с материей (веществом). Количество ионов, а в соответствии с этим и сопротивление бумаги зависит непосредственно от ее влагосодержания. При более высоком влагосодержании вся содержащаяся в бумаге вода не связывается. Образуется излишек воды, который в виде электролита собирается в капиллярах. Электрическое сопротивление электролита значительно меньше сопротивления бумажной массы, обладающей полупроводимостью, и в значительной мере зависит от сопряжения составных частей бумаги, от побочных примесей и т. д. Поэтому метод определения влажности бумаги (целлюлозы) посредством электрического сопротивления при влажности свыше 15—20% является проблематическим.

Для проверки же механизма электрической проводимости бумаги, напротив, предполагалось, что электрическая проводимость осуществляется через электролит. Было произведено вычисление удельного сопротивления электролита при самом подходящем его положении и получено при влагосодержании в 5% значение  $38 \cdot 10^{11}$  омсм, а при влагосодержании 12% —  $7,7 \cdot 10^6$  омсм. Эти значения удельного сопротивления превышают до одного миллиона раз удельное сопротивление дистиллированной воды, не говоря уже о производственной воде. Однако, электролита — водного раствора с таким большим сопротивлением не существует, поэтому электролитическая проводимость в бумаге на наблюдаемом участке влажности исключается.

Исследование зависимости электрического сопротивления бумаги от температуры в пределах 20...60°C показало, что эта зависимость подчиняется действующей для полупроводников формуле

$$R_1 = R_0 e^{B(1/T_1 - 1/T_0)},$$

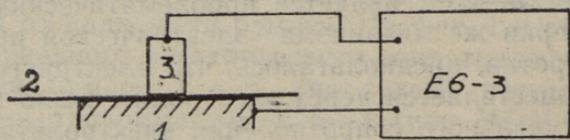
где  $R_0$  — сопротивление бумаги при температуре  $T_0$ °К,  
 $R_1$  — сопротивление бумаги при температуре  $T_1$ °К,  
 $B = 4800$  °К — коэффициент температуры бумаги.

Рассчитывая по указанной формуле при изменении температуры бумаги на 10°C соответствующее изменение сопротивления выясняется, что последнее обуславливает погрешность в определении влажности на 0,3%. Это показывает, что при достаточно постоянном режиме работы буммашины необходимости в компенсации температуры нет. Если такая компенсация все же окажется нужной, ее можно достигнуть через сопротивление  $R_T$  (фиг. 3), вызываемое путем наложения на бумажное полотно полупроводникового термистора.

Измерением электрического сопротивления бумаги по вольтамперметровому методу была установлена зависимость указанного сопротивления от напряжения. Если сопротивление, измеренное при напряжении 142 в, принять 100%, то сопротивление при напряжении 60 в составляет 113%, при 120 в — 105%, при 180 в — 91% и при 250 в — 78%. Сопротивление же, измеренное с помощью тераомметра Е 6—3 (фиг. 1), составляет 130%.

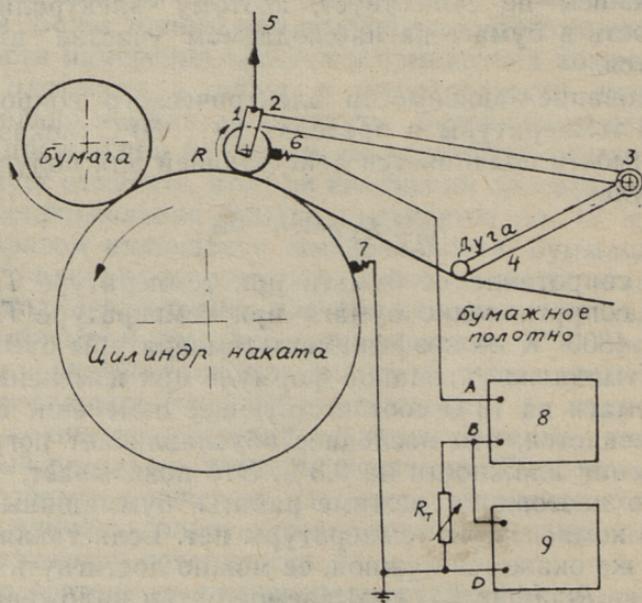
### Электрический влагомер

Исходя из вышеизложенного, надежным и простым прибором для измерения влажности бумаги является обслуживаемый ручным способом тераомметр Е 6—3 с указанными на



Фиг. 2. Схема ручного прибора для измерения влажности бумаги

фиг. 2 электродами. В качестве заземленного электрода 1 используется гладкая пластинка. Для этого берется бумажный лист 2, на который вертикально устанавливается металличе-



Фиг. 3. Блок-схема влагомера

ский цилиндр 3 с хорошо отшлифованным дном (прибл. размеры цилиндра: диаметр 4 см, высота 10 см; материал: латунь, никелированное или хромированное железо). С помощью тераомметра измеряется сопротивление бумаги и по его значению определяется влажность. Рекомендуется омметр снабдить новой шкалой с делениями для показаний влажности в процентах.

Принцип измерения электрического сопротивления бумаги оказался вполне подходящей основой также и для конструирования измерительного прибора непрерывного действия для определения влажности бумажного полотна.

Целесообразной оказалась блок-схема измерительного прибора\*), установка которой на буммашине показана на фиг. 3, где:

1 — электрод-валик (длиной около 40 см),двигающийся по бумаге. Применять более длинный электрод не целесообразно, так как он не обеспечивает равномерного контакта с бумагой.

Для определения влажности по всей ширине бумажного полотна целесообразно установить рядом несколько валикообразных электродов, которые электрически соединены между собой по группам или параллельно.

2 и 3 — схематическое изображение крепления электрода-валика к оси натяжной дуги 4.

5 — трос для подъема электрода-валика. При разрыве бумаги натяжная дуга поднимается и тем самым приводится в действие устройство для автоматического подъема электрода-валика. После заправки бумаги в машину сперва дуга, а за ней электрод-валик снова опускаются на бумагу. Подъемное устройство разработано тов. Р. Полтом.

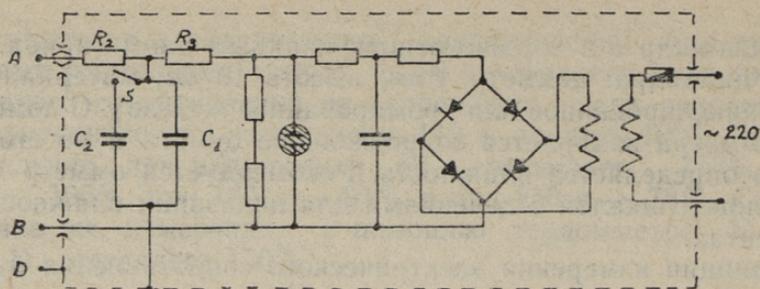
6 и 7 — щетки, посредством которых создается электрическая связь с вращающимися электродами.

8 — измерительный выпрямитель со стабилизированным напряжением (подробная схема показана на фиг. 4).

9 — измерительный прибор для регистрации влажности, в качестве которого использован автоматический потенциометр ЭПД-17. Необходимое напряжение для потенциометра создается на сопротивлении  $R_T$ , через которое показание потенциометра регулируется на конечное отклонение при коротком замыкании электродов.

Колебания измеряемого сопротивления подавляются находящимися в питательном выпрямителе фильтром  $R_2, R_3$  и  $C_1$ ,

\* П. М. Плакк. Удостоверение о регистрации № 28998 от 4 мая 1962 г.



Фиг. 4. Схема измерительного выпрямителя

( $C_2$ ). Фильтр интегрирует колебания сопротивления, обусловленные вибрацией машины и неравномерным распределением влажности бумажного полотна, и измерительный прибор показывает среднюю величину сопротивления. Константа времени фильтра может произвольно изменяться с помощью выключателя  $S$ . Сопротивления фильтра защищают прибор также и от короткого замыкания электродов, которое нередко возникает при разрыве бумаги. Путем выбора сопротивления можно также смещать шкалу прибора в желательном направлении.

Из фиг. 1 видно, что изменению влажности от 5—12% соответствует 17 000-кратное изменение сопротивления. Однако измерительный прибор с линейной шкалой (ЭПД-17) позволяет регистрировать величины в соотношении 1:100. Таким образом всей шкалой было бы охвачено только 3% влажности, и то при крайне неподходящих делениях. Кривую шкалы в значительной мере исправляют сопротивления фильтра  $R_2$  и  $R_3$ , которые, с одной стороны, суживают широкие деления, получаемые при мокрой бумаге, а с другой стороны, регулируют падающее на бумагу напряжение, которое с повышением влажности понижается. В связи с этим сопротивление в случае мокрой бумаги получается большее, чем это обусловило бы неизменное измерительное напряжение. Линейность начальной части шкалы значительно увеличивается еще и благодаря электрическому объемному заряду, накапливающемуся в движущейся бумажной ленте. Также между температурами сухого и мокрого бумажного полотна возникает разница в несколько градусов, что в свою очередь положительно влияет на кривую шкалы. В конечном итоге была получена вполне приемлемая шкала в пределах 5...11% влажности. По шкале было исчислено мнимое сопротивление бумаги, которое, в пересчете на удельное сопротивление, изображено на фиг. 1 пунктирной линией. Соотношение между пунктирной и сплош-

ной линией ясно показывает линеаризирующее действие всех вышеуказанных факторов.

В случае применения аналогичных влагомеров на других бумажных машинах необходимо производить их специальное градуирование. Также может оказаться необходимым (для получения подходящей кривой по шкале) изменение величины измерительного напряжения, сопротивления фильтра и давления электродов.

Измерительный прибор имеет несложную конструкцию, надежен в работе и вполне подходит для применения в производстве.

### Выводы

В работе рассматриваются некоторые вопросы, связанные с электрическим измерением влажности бумажного полотна, и описывается автоматический влагомер нового типа для бумагоделательной машины.

1. Принципиально влажность бумаги определима посредством ее диэлектрической проницаемости. Однако вследствие технических трудностей в процессе измерения этот метод в производственных условиях неперспективен.

2. Электрическое сопротивление поперек бумажного полотна состоит из сопротивления бумажного листа и из сопротивления, вызванного шероховатостью поверхности бумаги, т. н. переходных слоев. В результате экспериментальных измерений установлен зависимость сопротивления бумаги от давления электродов, от влажности, толщины и температуры бумаги и от напряжения, применяемого при измерении.

3. Разработан портативный, ручным способом обслуживаемый прибор для измерения влажности бумаги, который в основном состоит из стандартной электронной аппаратуры.

4. Разработан и внедрен в производство влагомер для непрерывного измерения и регистрации влажности бумажного полотна. Измерительный прибор автоматически регистрирует влажность бумаги при помощи потенциометра ЭПД. Независимо от вида, толщины и изменения композиции бумаги погрешность измерения не превышает 1%.



УДК 621.317.335.3

*П. М. Плакк*

## ОБ ИЗМЕРЕНИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ВЕЩЕСТВ С БОЛЬШОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

Диэлектрическая проницаемость веществ сравнительно хорошо характеризует их физические свойства. Кроме технических приложений определение диэлектрической проницаемости необходимо также в различных отраслях науки, например в биохимии, микробиологии и др. Определение диэлектрической проницаемости изоляционных веществ, а также веществ с малой электропроводностью можно выполнить без особых затруднений. Однако, измерение диэлектрической проницаемости веществ с большой проводимостью классическими методами измерения емкости с достаточной точностью не представляется возможным. Поэтому в литературе имеется много научно-исследовательских работ, посвященных вопросу измерения диэлектрической проницаемости веществ с большой проводимостью. В этих работах можно выделить два основных направления: во-первых, попытка модифицировать систему измерительных электродов, и, во-вторых, — поиски новых путей для измерения электрических емкостей.

Рассмотрим эту проблему более подробно.

### 1. Классические измерительные электроды и методы измерения

Классическими измерительными электродами являются металлические электроды, с которыми измеряемое вещество имеет гальванический контакт. При подаче переменного напряжения в веществе создается переменное электрическое поле, под воздействием которого через вещество проходит ток проводимости, зависящей от электропроводности, и емкостный ток, зависящий от диэлектрической проницаемости. Измерения протекают благоприятно, если при определении проводимости преобладает ток проводимости, а при определении диэлектрической проницаемости — емкостный ток. Для выяс-

нения влияния формы электродов на соотношение проводящего и емкостного тока вычислим соответствующие величины для произвольно выбранной формы электродов, находящихся в однородном веществе [1]. Образующийся при этом вид электрического поля не зависит от вещества, а зависит только от формы электродов.

Электропроводность вещества  $g_x$  выражается формулой

$$g_x = \frac{i_g}{u},$$

где  $i_g$  — ток проводимости и  $u$  — напряжение электродов. В общем случае можем написать

$$i_g = \chi \int_s E ds \quad \text{и} \quad u = \int_a^b E dl.$$

В формуле  $\chi$  обозначает удельную электропроводность вещества,  $E$  — напряженность электрического поля,  $s$  — площадь электродов и  $l$  — длина в направлении силовой линии электрического поля. Таким образом электропроводность выражается формулой:

$$g_x = \frac{\chi \int_s E ds}{\int_a^b E dl}. \quad (1)$$

В случае веществ с большой проводимостью диэлектрические потери невелики и ими можно пренебречь. В этом случае классическая система электродов представляет собой параллельное включение электропроводности  $g_x$  и емкости  $C_x$ , и емкость можно выразить формулой

$$C_x = \frac{Q}{u},$$

где  $Q$  — электрический заряд на электродах.

В общем случае

$$Q = \varepsilon_0 \varepsilon_r \int_s E ds \quad \text{и} \\ C_x = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r \int_s E ds}{\int_a^b E dl}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума и  $\varepsilon_r$  — относительная проницаемость.

Так как в формулы (1) и (2) входит одно и то же электрическое поле, то из соотношения этих формул получаем

$$\frac{g_x}{C_x} = \frac{\chi}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (3)$$

Следовательно, в каждой классической системе электродов соотношение электропроводности и электроемкости определяется только удельной электропроводностью и электрической проницаемостью данного вещества и какие-либо другие факторы на это соотношение влияния не оказывают. Тем самым на результат измерения диэлектрической проницаемости не влияет и форма электродов; определяющими факторами при выборе их формы являются условия образования воспроизводимой измерительной пробы и удобство проведения измерений.

Измерение производится на зажимах электродов, где можно определить напряжение  $U$ , ток  $I$  и сдвиг фазы  $\phi$  между ними. В этом случае измерительная проба может быть представлена параллельной или последовательной эквивалентной схемой емкости  $C_x$  и активной проводимости  $g_x$  (или сопротивления  $R_x$ ). При проводящих веществах целесообразно пользоваться параллельной эквивалентной схемой. В этом случае весь ток  $I$  разделяется на ток проводимости  $I_g$  и емкостный ток  $I_c$ , причем изменение величины одного из них не влияет на величину другого.

При синусоидальном напряжении  $U$  ток проводимости

$$I_g = g_x U$$

и емкостный ток

$$I_c = \omega C_x U,$$

причем угловая частота  $\omega = 2\pi f$ , где  $f$  обозначает частоту переменного тока в герцах. Соотношение токов выражается т. н. тангенсом угла потерь  $\operatorname{tg} \delta_x$ , который имеет значение

$$\operatorname{tg} \delta_x = \frac{I_g}{I_c} = \frac{g_x}{\omega C_x} = \frac{\chi}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (4)$$

В случае заданного вещества и выбранной частоты измерения,  $\operatorname{tg} \delta_x$  измерительной пробы имеет вполне определенное значение. В свою очередь для каждого измерительного прибора предусмотрена максимальная частота измерения  $f_{\max}$  и максимальный тангенс угла потерь  $\operatorname{tg} \delta_{\max}$ , при котором прибор способен еще измерять емкость. Следовательно, при помощи формулы (4) можно для каждого измерительного прибора (а также и метода измерения) наперед рассчитать максимально возможную удельную проводимость  $\chi$  измеряемого вещества.

Наиболее распространенными в настоящее время измерителями емкости являются мосты переменного тока, измерители добротности, базирующиеся на максимуме резонансной кри-

вой колебательного контура, и генераторы, базирующиеся на изменении фазы колебательного контура (переход от индуктивности к емкости). Ниже рассмотрим, с какой проводимостью водные растворы могут измерять эти устройства, если предположить, что относительная электрическая проницаемость их  $\epsilon_r$  равна 80.

Универсальный мост УМ-3 имеет следующие показатели: максимальная частота измерения  $f_{\max} = 10.000$  гц и  $\text{tg}\delta_{\max} = 0,1$ . Так как диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-14}$  Ф/см, то удельная проводимость водного раствора должна быть  $\kappa \leq 4,5 \cdot 10^{-8}$  ом<sup>-1</sup> см<sup>-1</sup>. Следовательно, при помощи этого моста все же можно измерять изолирующее, а не проводящее вещество. По методу моста представляется возможным построить высокочастотные мосты, причем частоту можно повысить до 100 раз и  $\text{tg}\delta_{\max}$  до 10 раз. Следовательно, при помощи мостов можно определить диэлектрическую проницаемость только до проводимости  $\kappa = 5 \cdot 10^{-5}$  ом<sup>-1</sup> см<sup>-1</sup>.

Для измерителя добротности КВ-1:  $f_{\max} = 50 \cdot 10^6$  гц и  $\text{tg}\delta_{\max} = 0,05$ , причем  $\kappa \leq 1,1 \cdot 10^{-4}$  ом<sup>-1</sup> см<sup>-1</sup>. В литературе [2] рассматриваются затруднения вследствие высокой частоты, возникающие при измерении емкостей измерителем добротности. Исходя из предположенного в [2] материала, вышеуказанное значение  $\kappa$  и следует считать пределом возможностей измерителя добротности.

Измерители емкости, основывающиеся на фазовом изменении колебательного контура, описываются, в основном, в различных электрических влагомерах. Ввиду того, что колебательный контур этих измерителей аналогичен колебательному контуру измерителей добротности, максимально возможная проводимость измеряемого с их помощью вещества остается на вышеуказанном уровне.

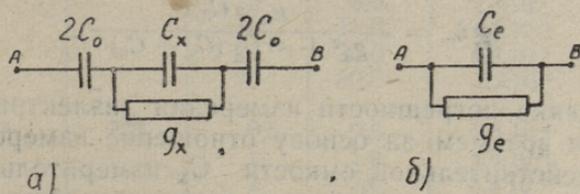
Из вышеизложенного вытекает, что ни одним из рассмотренных приборов и схем измерения не представляется возможным измерять диэлектрическую проницаемость проводящих веществ.

## 2. Электроды с изолированной поверхностью

В ряде научно-исследовательских работ и в различных электрических влагомерах при измерении диэлектрической проницаемости веществ с большой проводимостью использованы электроды с изолированной поверхностью, называемые иногда бесконтактной системой. В случае изолированных электродов измерительная аппаратура не перестает работать, показывая некоторую емкость даже тогда, когда между измерительными электродами находится вещество, полностью про-

водящее электрический ток. В одних из этих работ, например [3], исходят из корректной электрической эквивалентной схемы электродов и учитывают влияние проводимости вещества на результаты измерения. При этом предел удельной проводимости измеряемого вещества несколько повышается и в упомянутой работе он принят  $\kappa \leq 1 \cdot 10^{-3} \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ . В других работах, например [4], удельной проводимостью измеряемого вещества вообще пренебрегают, не представляют ее в электрической схеме и не учитывают каким-либо другим образом. Наоборот, утверждают, что электропроводность вещества вообще не оказывает влияния на измерение его диэлектрической проницаемости.

Проанализируем этот вопрос более подробно.



Фиг. 1. Электрическая схема электродов с изолированными поверхностями — а и соответствующая параллельная эквивалентная схема — б

Электрическая схема электродов с изолированными поверхностями представлена на фиг. 1-а. Зажимы А и В соединяются с измерительным прибором, который определяет напряжение на зажимах, ток цепи и сдвиг фазы между ними. Для измерительного прибора не имеет значения, какие электрические элементы находятся в системе электродов и как они соединены между собою. Он неизменно определяет ток, напряжение и фазовый сдвиг между ними. Исходя из обстоятельства, что в случае параллельного включения проводимости и емкости изменение одной величины не обуславливает изменение другой, то при анализе указанной системы электродов целесообразно предположить наличие между зажимами А и В эквивалентной параллельной схемы замещения, состоящей из конденсатора  $C_e$  и проводимости  $g_e$  (фиг. 1б). В случае такой эквивалентной схемы измерительный прибор измеряет непосредственно значения  $C_e$ ,  $g_e$  и угла потерь  $\text{tg} \delta_e$ .

Выражая полное сопротивление действительной системы электродов из схемы фиг. 1 а, получаем

$$Z_{AB} = \frac{1}{j \omega C_0} + \frac{1}{g_x + j \omega C_x}$$

и полную проводимость эквивалентной схемы (фиг. 1 б)

$$Y_{AB} = g_e + j \omega C_e.$$

Так как

$$Y_{AB} = \frac{1}{Z_{AB}},$$

то после преобразования величины эквивалентной схемы могут быть выражены следующими формулами:

$$g_e = \frac{g_x \omega^2 C_0^2}{g_x^2 + \omega^2 (C_x + C_0)^2}, \quad (5)$$

$$C_e = \frac{g_x^2 C_0 + \omega^2 C_x C_0 (C_x + C_0)}{g_x^2 + \omega^2 (C_x + C_0)^2} \quad (6)$$

и

$$\operatorname{tg} \delta_e = \frac{g_x \omega C_0}{g_x^2 + \omega^2 C_x (C_x + C_0)}. \quad (7)$$

При оценке погрешности измерения диэлектрической проницаемости возьмем за основу отношение измеренной емкости  $C_e$  к действительной емкости  $C_x$  измерительной пробы, т. е.  $C_e/C_x$ , а для оценки измерительных свойств прибора — отношение  $\operatorname{tg} \delta_e/\operatorname{tg} \delta_x$ .

Заменив проводимость  $g_x$  из формулы (4) тангенсом угла потерь  $\operatorname{tg} \delta_x$  и преобразуя выражение, получаем

$$\frac{g_e}{g_x} = \frac{\left(\frac{C_0}{C_x}\right)^2}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_x + 2 \frac{C_0}{C_x} + \left(\frac{C_0}{C_x}\right)^2}, \quad (8)$$

$$\frac{C_e}{C_x} = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta_x) \frac{C_0}{C_x} + \left(\frac{C_0}{C_x}\right)^2}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_x + 2 \frac{C_0}{C_x} + \left(\frac{C_0}{C_x}\right)^2} \quad (9)$$

и

$$\frac{\operatorname{tg} \delta_e}{\operatorname{tg} \delta_x} = \frac{\frac{C_0}{C_x}}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_x + \frac{C_0}{C_x}}. \quad (10)$$

Формулы (8), (9) и (10) содержат только угол потерь  $\operatorname{tg} \delta_x$  данного вещества и выбранное отношение емкостей  $C_0/C_x$ .

В нижеприведенной таблице 1 представлены результаты расчетов, произведенных по формулам (9) и (10) для двух случаев:

- 1) частота измерения  $f = 1$  мГц (мост переменного тока) и
- 2) частота измерения  $f = 50$  мГц (измеритель добротности).

Отношение емкостей  $\frac{C_e}{C_x}$  в случае электродов с изолированными поверхностями

$f$ мгц	Удельная проводимость $\times 10^{-1} \text{ см}^{-1}$	$\text{tg } \delta_x$	$\frac{C_0}{C_x}$	$\frac{C_e}{C_x}$	$\text{tg } \delta_e$	Примечания	
1	2	3	4	5	6	7	
1	$10^{-1}$	2250	0,5	0,5	$2,3 \cdot 10^{-4}$		
			1	1,0	$4,5 \cdot 10^{-4}$		
			2	2,0	$8,9 \cdot 10^{-4}$		
			5	5,0	$2,3 \cdot 10^{-3}$		
			10	10,0	$4,5 \cdot 10^{-3}$		
			20	20,0	$8,9 \cdot 10^{-3}$		
			50	50,0	$2,3 \cdot 10^{-2}$		
	$10^{-2}$	225	0,5	0,5	$2,3 \cdot 10^{-3}$		
			1	1,0	$4,5 \cdot 10^{-3}$		
			2	2,0	$8,9 \cdot 10^{-3}$		
			5	5,0	$2,3 \cdot 10^{-2}$		
			10	10,0	$4,5 \cdot 10^{-2}$		
			20	19,8	$8,9 \cdot 10^{-2}$		
			50	48,2	$2,3 \cdot 10^{-1}$		
	$10^{-3}$	22,5	0,5	0,5	$2,2 \cdot 10^{-2}$		
			1	1,0	$4,4 \cdot 10^{-2}$		
			2	1,98	$8,8 \cdot 10^{-2}$		
			5	4,73	$2,2 \cdot 10^{-1}$		
			10	8,25	$4,3 \cdot 10^{-1}$		
			20	11,15	$8,5 \cdot 10^{-1}$		
			50	8,98	2,0		
	$10^{-4}$	2,25	0,5	0,42	0,17		Мост не измеряет
			1	0,68	0,32		
			2	1,15	0,56		
			5	1,32	1,0		
			10	1,27	1,4		
			20	1,17	1,7		
			50	1,08	2,0		
50	$10^{-1}$	45	0,5	0,50	$1,1 \cdot 10^{-2}$	Измеритель добротности не измеряет	
			1	1,00	$2,2 \cdot 10^{-2}$		
			2	2,00	$4,4 \cdot 10^{-2}$		
			5	4,92	0,11		
			10	9,50	0,22		
			20	16,6	0,44		
			50	22,5	1,08		

1	2	3	4	5	6	7
50	$10^{-2}$	4,5	0,5	0,48	0,11	Измеритель добротности не изменяет
			1	0,92	0,20	"
			2	1,59	0,39	"
			5	2,33	0,86	"
			10	2,21	1,44	"
			20	1,79	2,18	"
			50	13,6	3,2	"
	$10^{-3}$	0,45	0,5	0,35	0,13	"
			1	0,52	0,20	"
			2	0,70	0,28	"
			5	0,86	0,36	"
			10	0,93	0,40	"
			20	0,96	0,42	"
			50	0,99	0,44	"
	$10^{-4}$	0,045	0,5	0,33	0,015	"
			1	0,50	0,023	"
			2	0,67	0,030	"
			5	0,83	0,037	"
			10	0,91	0,041	"
			20	0,95	0,043	"
			50	0,98	0,044	"
—	—	0,01	1000	0,999	0,91	
			2000	1,000	0,01	
		0,1	1000	0,999	0,1	
			2000	1,000	0,1	
		1,0	1000	1,000	1,0	
			2000	1,000	1,0	
		5,0	1000	1,025	4,87	
			2000	1,012	4,94	
		10,0	1000	1,098	9,08	
			2000	1,049	9,53	

Из таблицы 1 видно, что отношение  $C_e/C_x$  только в частном случае может равняться единице. В общем случае это отношение отлично от единицы. Если определение емкости измерительной пробы  $C_x$  производить по измеренной эквивалентной емкости  $C_e$ , без учета проводимости вещества  $g_x$  (или угла потери  $\text{tg}\delta_x$ ), то погрешность измерения может достигать нескольких тысяч процентов.

Учитывая же угол потерь вещества  $\text{tg}\delta_x$  можно при помощи формулы (9) заранее рассчитать отношение  $C_e/C_x$  и тем самым привести результаты измерения на правильное значение  $C_x$ . Такой прием рекомендуется в [3]. К сожалению на практике это не всегда осуществимо с достаточной точностью. Определение электропроводности  $\kappa$  при высокой частоте, применяемой при измерении  $C_e$ , сравнительно неудобно, поэтому электропроводность обычно измеряется в пределах звуковых частот. В литературе [5] показано, что при дисперсных системах  $\kappa$  изменяется одновременно с частотой. Также и в случае электролитов — водных растворов —  $\kappa$  зависит от частоты, как явствует из нижеприведенной таблицы 2.

В последней части таблицы рассматриваются классические электроды, с которыми последовательно включен очень большой конденсатор  $C_0$ . Результаты показывают, что при умеренном  $\text{tg}\delta_x$  отношение  $C_e/C_x$  приблизительно равно единице и в этом случае сколь-либо значительной погрешности при определении  $C_x$  при помощи  $C_e$  не образуется. Так как  $\text{tg}\delta_e \approx \text{tg}\delta_x$ , то диапазон проводимости измеряемых веществ не расширяется. Этим приемом устраняется влияние постоянного напряжения в системе электродов на результаты измерения.

В литературных источниках нередко встречаются утверждения, что применение электродов с изолированными поверхностями в случае веществ с большой проводимостью оправдывается т. н. теорией А. Г. Тархова. Здесь необходимо отметить, что представленная на фиг. 1 система электродов и ее измерение является чисто электротехнической проблемой, которая охватывается теоретическими основами электротехники. В части этой проблемы нельзя применять какую-либо теорию, опровергающую истины, признанные в указанной дисциплине.

До настоящего времени разработан целый ряд электровлагомеров с изолированными поверхностями электродов для веществ с большой электропроводностью. Согласно описаниям эти влагомеры измеряют диэлектрическую проницаемость веществ. Однако, в результате вышеизложенного эти измерительные приборы теряют корректную теоретическую основу. Фактически они измеряют полную проводимость вещества и могут быть использованы в тех случаях, когда полная проводимость вещества зависит только от влагосодержания.

### 3. Проведение измерений двухполюсником — измерителем емкости

Учитывая вышеизложенное не остается сомнений, что существующие методы измерения емкости не позволяют определять диэлектрическую проницаемость веществ с большой про-

проводимостью. Исходя из этого, автором настоящей работы еще в 1950 году были начаты изыскания нового метода измерения емкости. В результате удалось разработать новый метод измерения емкости [6], на базе которого был построен т. н. двухполюсник-измеритель емкости [7]. По принципу работы двухполюсник-измеритель емкости строго различает емкость измерительного образца  $C_x$  и его проводимость  $g_x$ . Только емкость влияет на «равновесие» и только проводимость влияет на чувствительность неуравновешенного измерительного прибора. Для избежания погрешностей, обуславливаемых системой электродов, применяются классические электроды, где измеряемое вещество находится в непосредственном гальваническом контакте с электродами. Следует также отметить, что возникающий на электродах потенциал постоянного напряжения на измерение не влияет.

В целях ознакомления с измерительными свойствами двухполюсника — измерителя емкости ниже представляются данные измерения диэлектрической проницаемости водного раствора химически чистого хлористого натрия и раствора обыкновенной поваренной соли. Эти данные являются существенными также и для выяснения возможностей электрического измерения влажности продуктов питания, содержащих поваренную соль (мясные и молочные продукты, хлеб и т. д.).

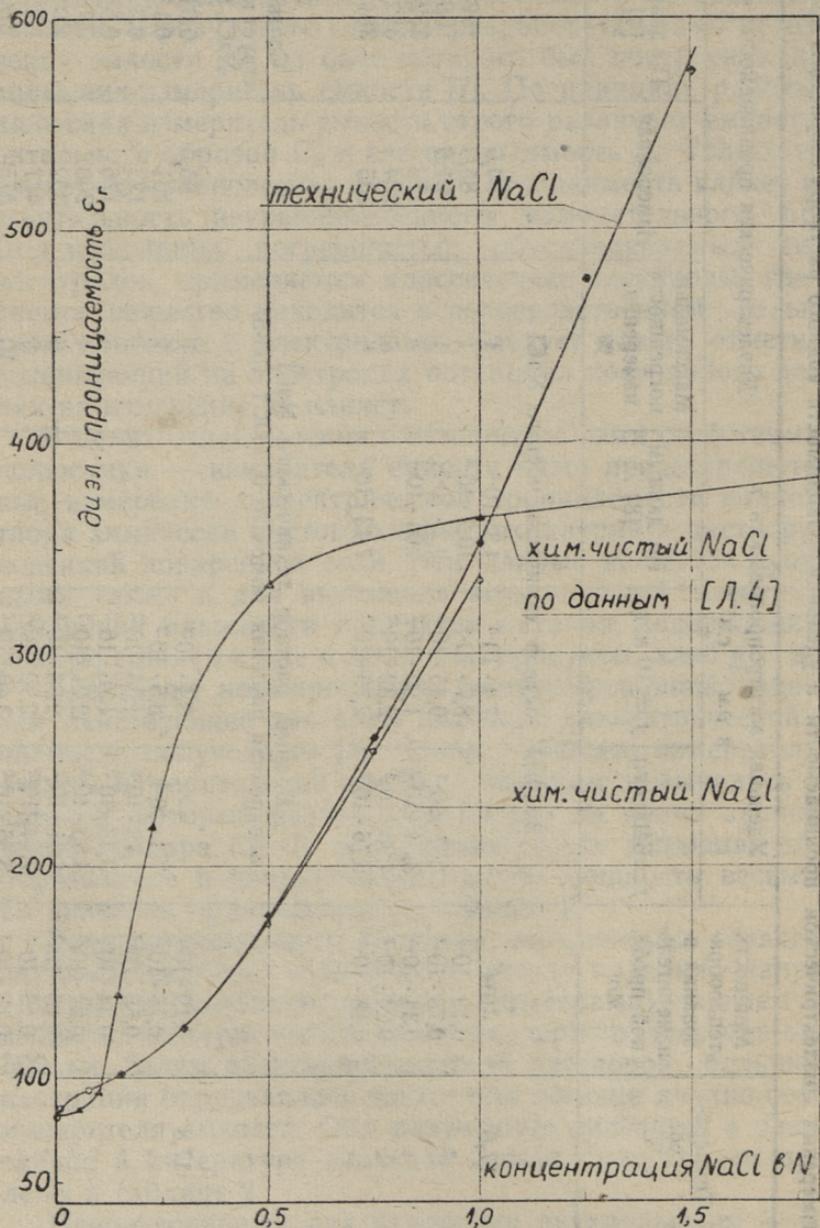
Электроды нормировались дистиллированной водой, причем действующее для воды значение диэлектрической проницаемости получено из [8]. Чтобы избежать изменения температуры измерительной пробы, электроды замыкались выключателем, который размыкался только на время записи показаний прибора (3—10 сек.). Вместе с тем уходящая на теплообразование в измерительной пробе мощность весьма мала. Ее значения представлены в таблице 2.

Электропроводность раствора определялась сначала при звуковой частоте  $f = 10$  кГц по методу падения напряжения (двумя электроламповыми вольтметрами), причем напряжение на измерительной пробе поддерживалось при значении 500 мв. Затем электропроводность растворов большой концентрации определялась также при помощи двухполюсника — измерителя емкости. Оба полученные значения, а также указанное в литературе значение электропроводности представлены в таблице 2.

Использованный для измерений двухполюсник — измеритель емкости характеризуется следующими показателями: частота измерения 6405 кГц, характерная для двухполюсника емкость 260 пф, измеряемая емкость 0—240 пф, причем проводимость измерительной пробы  $g_x$  может изменяться в пределах от 0 до  $1,3 \cdot 10^{-1}$  ом<sup>-1</sup>.

Результаты измерения диэлектрической проницаемости и удельной проводимости водного раствора хлористого натрия

Концентрация NaCl, в N	Температура, в °C	Мощность теплообразования в измерительной пробе, вт	Удельная электропроводность $\kappa$ , в $\text{ом}^{-1} \text{см}^{-1}$		По данным [8]	Диэлектрическая проницаемость $\epsilon_r$		
			$f=6405 \text{ кгц}$	$f=10 \text{ кгц}$		Максимальная погрешность измерения, %	Измеренная	По данным [4]
Водный раствор химически чистого NaCl								
0,0	17,6	$2 \cdot 10^{-6}$	—	$7,4 \cdot 10^{-6}$	$4,3 \cdot 10^{-8}$	1	80,6	82
0,01	"	$0,19 \cdot 10^{-3}$	—	$8,7 \cdot 10^{-4}$	$10,2 \cdot 10^{-4}$	1	85,6	106
0,1	"	$0,78 \cdot 10^{-3}$	$7,67 \cdot 10^{-3}$	$6,45 \cdot 10^{-3}$	$9,2 \cdot 10^{-3}$	1	91,6	332
0,5	"	$0,34 \cdot 10^{-3}$	$3,54 \cdot 10^{-2}$	$1,90 \cdot 10^{-2}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$	3	172	352
0,75	"	$0,24 \cdot 10^{-3}$	$4,96 \cdot 10^{-2}$	$2,32 \cdot 10^{-2}$		4	254	364
1,0	"	$0,18 \cdot 10^{-3}$	$6,76 \cdot 10^{-2}$	$2,75 \cdot 10^{-2}$	$7,43 \cdot 10^{-2}$	6	335	
Водный раствор технического NaCl поваренная пищевая, помол № 0, ГОСТ 153-57								
0,6	17,8	$0,19 \cdot 10^{-3}$	—	$8,4 \cdot 10^{-4}$		1	85,6	Соответствует конц. NaCl, в N
8,9	"	$0,76 \cdot 10^{-3}$	$7,3 \cdot 10^{-3}$	$8,5 \cdot 10^{-3}$		1	101	0,15
17,7	"	$0,58 \cdot 10^{-3}$	$1,73 \cdot 10^{-2}$	$1,36 \cdot 10^{-2}$		1	122	0,3
29,7	"	$0,34 \cdot 10^{-3}$	$3,48 \cdot 10^{-2}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$		3	176	0,5
44,6	"	$0,24 \cdot 10^{-3}$	$4,83 \cdot 10^{-2}$	$2,21 \cdot 10^{-2}$		4	260	0,75
59,5	"	$0,18 \cdot 10^{-3}$	$6,31 \cdot 10^{-2}$	$2,66 \cdot 10^{-2}$		6	352	1,0
74,3	"	$0,16 \cdot 10^{-3}$	$7,44 \cdot 10^{-2}$	$2,92 \cdot 10^{-2}$		8	477	1,25
89,2	"	$0,13 \cdot 10^{-3}$	$8,85 \cdot 10^{-2}$	$3,46 \cdot 10^{-2}$		10	575	1,50



Фиг. 2. Зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon_r$  водного раствора хлористого натрия от его концентрации

По данным таблицы 2 составлен график фиг. 2, иллюстрирующий зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon_r$  от концентрации измерительной пробы. На этом же рисунке нанесена кривая, построенная по данным [4]. Последняя коренным образом отличается от кривой, представленной автором. Следует отметить, что построенная по данным [4] кривая характерна для случаев, получаемых при использовании электродов с изолированными поверхностями. Сравним эту кривую, например, с кривыми на фиг. 6—9 [9], полученными для шамота, глины и магнезита при влажности 0—6%. Такой ход кривых не характеризует диэлектрическую проницаемость вещества, а присущ для системы электродов с изолированными поверхностями.

### Выводы

В статье рассмотрены некоторые вопросы по определению диэлектрической проницаемости веществ с большой проводимостью.

1. Отношение электропроводности и электроемкости опытного образца не зависит от формы электродов, а определяется удельной проводимостью и диэлектрической проницаемостью данного вещества.

2. Исходя из характерных показателей для данного измерителя емкости, всегда представляется возможным заранее вычислить максимальную проводимость вещества, при которой определение его диэлектрической проницаемости еще возможно.

3. Показано, что измерение диэлектрической проницаемости проводящих веществ при помощи электродов с изолированными поверхностями не представляется возможным.

4. Представлены результаты измерения диэлектрической проницаемости водного раствора NaCl с концентрацией 0—1,5N, проведенного измерителем емкости, работающим по новому методу, т. н. двухполюсником — измерителем емкости.

### ЛИТЕРАТУРА

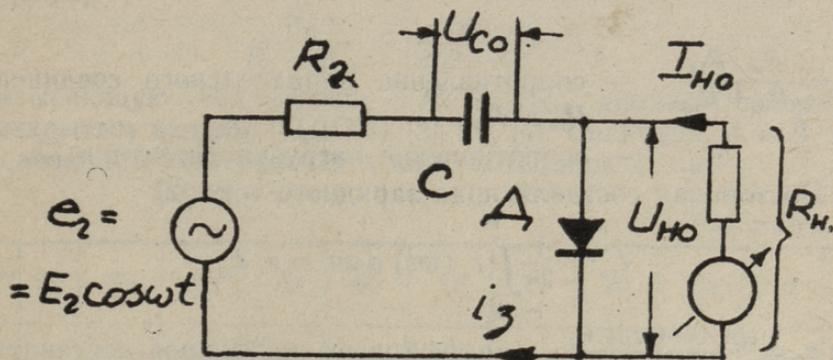
1. П. М. Плакк. Измерение влажности фрезерного торфа электрическим путем. Диссертация к. т. н. Таллинский политехн. институт. 1952, стр. 11—13 и 17—23.
2. С. В. Богданов. Методика измерения куметром емкости и потерь на высоких частотах. Приборы и техника эксперимента № 3, 1957, стр. 90.

3. F. Oehme. DK-Messungen an leitenden Flüssigkeiten mit dem DK-Meter 60ORL. Chemische Technik, Jrg. 8, Heft 10, Okt. 1956, S. 594.
4. Э. М. Фрадкина. Метод измерения диэлектрической проницаемости проводящих жидкостей и дисперсных систем в полях УВЧ. Коллоидный журнал, т. 18, № 4, 1956, стр. 480.
5. Я. И. Френкель и Э. М. Фрадкина. Об электрических параметрах дисперсных систем. Коллоидный журнал, т. 10, № 3, 1948, стр. 241.
6. М. П. Плакк. Новый метод измерения емкости конденсаторов с большими потерями. Труды Таллинского политехн. института, серия А, № 137, 1958.
7. П. М. Плакк. Двухполюсник — измеритель емкости. Труды Таллинского политехн. института, № 193, 1962, стр. 3.
8. В. И. Перельман. Краткий справочник химика. 1954, стр. 305 и 378.
9. Н. В. Бейнарович. Автоматический влагомер сыпучих материалов. Бюллетень научно-технич. информ. Всесоюз. ин-т науч.-исслед. и проектных работ огнеупорной пром-сти. 1957, № 3, стр. 60.

И. Ю. Эйссон

## О РАСЧЕТЕ ДИОДНОГО ДЕТЕКТОРА С ЗАКРЫТЫМ ВХОДОМ

Из принципа работы диодного детектора с закрытым входом (ДДЗВ) известно [1, 5], что диод Д открывается, когда э.д.с.  $e_2$  измеряемого источника напряжения превышает постоянное напряжение  $U_{co}$  на разделительном конденсаторе С (фиг. 1).



Фиг. 1. Принципиальная схема детектора

Рабочий процесс детектора показан на фиг. 2. Диод открывается при  $\omega t = -\theta$ , когда

$$e_2 \equiv E_2 \cos(-\theta) = E_2 \cos \theta = U_{co}.$$

где  $E_2$  — амплитудное значение эдс.

При кусочно-линейной аппроксимации характеристики диода его внутреннее сопротивление в открытом состоянии  $R_{1a}$  — величина постоянная и мгновенное значение зарядного тока ( $-\theta \leq \omega t \leq \theta$ ) выражается формулой

$$i_3 = \frac{E_2 \cos \omega t - U_{co}}{R_2 + R'_1} = i_3(\omega t),$$

где  $R_2$  — внутреннее сопротивление измеряемого источника,



где

$$\alpha'_0 = \frac{\sin(\pi - \theta) - (\pi - \theta) \cos(\pi - \theta)}{\pi [1 - \cos(\pi - \theta)]} = \frac{\sin \theta + (\pi - \theta) \cos \theta}{\pi (1 + \cos \theta)},$$

$I'_m$  — амплитудное значение разрядного тока.

В стационарном режиме  $I_{30} = I_{p0}$ , т. е.  $\alpha_0 I_m = \alpha'_0 I'_m$  или

$$\begin{aligned} & \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi (1 - \cos \theta)} \cdot \frac{E_2 - E_2 \cos \theta}{R_2 + R'_1} = \\ & = \frac{\sin \theta + \pi - \theta \cos \theta}{\pi (1 + \cos \theta)} \cdot \frac{E_2 + E_2 \cos \theta}{R_2 + R_H} \end{aligned} \quad (1)$$

Из равенства (1) получено после алгебраических преобразований

$$\frac{R_2 + R_H}{R_2 + R'_1} = \frac{\operatorname{tg} \theta - \theta + \pi}{\operatorname{tg} \theta - \theta} = 1 + \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta - \theta} = B. \quad (2)$$

Формула 2 связывает угол отсечки  $\theta$  с параметрами  $R_2$ ,  $R_H$ ,  $R_{Id}$  диодного детектора с закрытым входом. Видно, что если  $R_2 \ll R_H$ ,  $R_H \gg R_{Id}$  и  $\operatorname{tg} \theta - \theta \ll \pi$ , тогда формула 2 переходит в формулу

$$\frac{R_H}{R_2 + R_{Id}} = \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta - \theta} = A, \quad (3)$$

связывающую угол отсечки с  $R_2$ ,  $R_H$ ,  $R_{Id}$  диодного детектора с открытым входом (ДДОВ) [2], [3], [4]. Величины  $A$  и  $B$  вычислены при некоторых  $\theta$  и даны в таблице 1.

Таблица 1

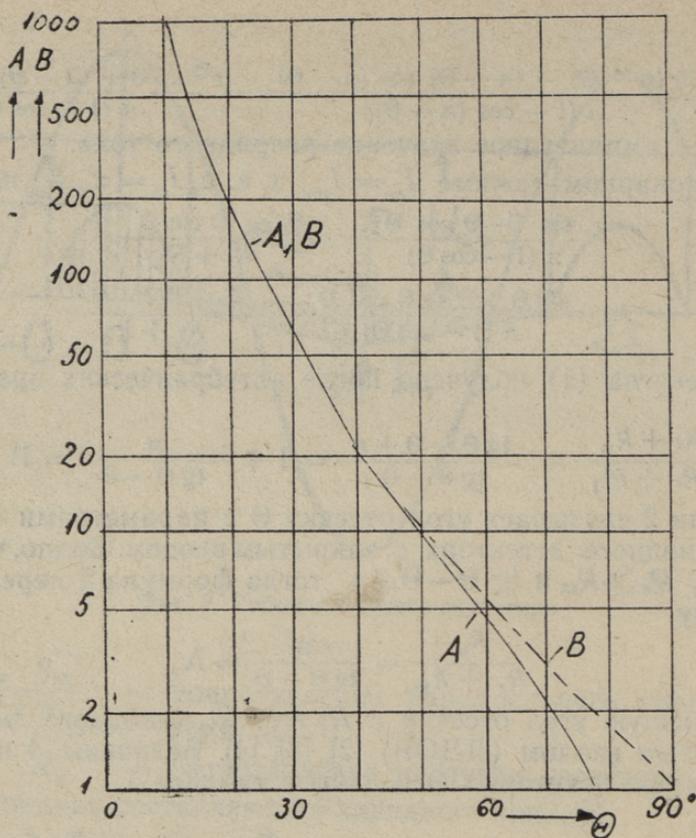
$\theta [^\circ]$	90	85	80	70	60	45	30	20	15	10	0
A	0	0,316	0,735	2,06	4,57	14,75	62,5	196	500	1750	$\infty$
B	1	1,316	1,735	3,06	5,57	15,75	63,5	197	501	1751	$\infty$

Зависимость  $A$  и  $B$  от  $\theta$  изображена на графике фиг. 3. Но для расчета ДДЗВ лучше преобразовать формулу (2) к виду

$$\frac{R_2 + R_H}{R_2 + R'_1} = 1 + \frac{R_H}{R_2 + R_{Id} + \frac{R_2 R_{Id}}{R_H}} = 1 + \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta - \theta},$$

из которой получается, что при ДДЗВ

$$R_2 + R_{Id} + \frac{R_2 \cdot R_{Id}}{R_H} = \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta - \theta}. \quad (4)$$



Фиг. 3. Зависимость величин  $A = \frac{\pi}{\lg \theta - \theta}$  и  $B = A + 1$  от угла отсечки  $\theta$

Значит, для расчета ДДЗВ можно использовать ранее существующий [4] график величины  $A$  (фиг. 3) для детектора с открытым входом, если вместо величины  $\frac{R_H}{R_2 + R_{1д}}$  вычислить величину  $\frac{R_H}{R_2 + R_{1д} + \frac{R_2 \cdot R_{1д}}{R_H}}$ . Из формулы (4) еще видно,

что если дополнительный член в знаменателе  $\frac{R_2 R_{1д}}{R_H} \ll R_2 + R_{1д}$ , т. е.  $\frac{R_{1д}}{R_H} \ll 1 + \frac{R_{1д}}{R_2}$ , (5)

тогда расчет ДДЗВ можно произвести как расчет ДДОВ согласно формуле (3).

При расчете постоянной составляющей тока  $I_{но}$  через  $R_{\ast}$

(фиг. 1) следует учитывать противоположный ток заряда  $i_p$ , часть которого проходит через  $R_H$ :

$$I_{\text{но}} = I_{\text{ро}} - \frac{R_{\text{лд}}}{R_{\text{лд}} + R_H} I_{\text{зо}}, \quad (6)$$

где коэффициент  $\frac{R_{\text{лд}}}{R_{\text{лд}} + R_H}$  учитывает деление тока заряда между  $R_{\text{лд}}$  и  $R_H$ .

Учитывая формулы (1) и (2), получено

$$I_{\text{ро}} = I_{\text{зо}} = \alpha_o I_m = \frac{\text{tg } \Theta - \Theta}{\pi} \cdot \frac{U_{\text{со}}}{R_2 + R_1} = \frac{R_H + R_{\text{лд}}}{R_H^2} \cdot U_{\text{со}},$$

что с учетом формулы (6) дает

$$I_{\text{но}} = \frac{U_{\text{со}}}{R_H} = \frac{E_2 \cos \Theta}{R_H}, \quad (7)$$

и постоянная составляющая напряжения на  $R_H$

$$U_{R_{\text{но}}} = I_{\text{но}} R_H = U_{\text{со}} = E_2 \cos \Theta. \quad (8)$$

Значит, у ДДЗВ постоянная составляющая напряжения  $U_{R_{\text{но}}}$  на сопротивлении нагрузки  $R_H$  равна постоянной составляющей напряжения  $U_{\text{со}}$  на конденсаторе  $C$ , как и у ДДОВ.

### Экспериментальная часть

Для экспериментальной проверки теоретических выводов собрано ДДЗВ (фиг. 1) с параметрами  $R_2 = 5,13 \text{ к}\Omega$ ,  $R_{\text{лд}} = 3,05 \text{ к}\Omega$ ,  $R_H = 5,30 \text{ к}\Omega$ ,  $C = 30 \mu\text{F}$ . По формуле (4) рассчитано

$$\frac{R_H}{R_2 + R_{\text{лд}} + \frac{R_2 \cdot R_{\text{лд}}}{R_H}} = \frac{5,3}{5,13 + 3,05 + \frac{5,13 \cdot 3,05}{5,3}} = 0,476.$$

С графика фиг. 4 получен соответствующий угол отсечки  $\Theta = 83^\circ$ . Измерения проводились на частоте 50 гц напряжением  $E_2 = \sqrt{2} \cdot 30 = 42,42 \text{ в}$ . Ожидаемое напряжение на  $R_H$

$$U_{R_{\text{но}}} = U_{\text{со}} = E_2 \cos \Theta = 42,42 \cdot \cos 83^\circ = 5,25 \text{ в}.$$

Измеренной величиной являлась  $U_{R_{\text{но}}} = 5,21 \text{ в}$ .

Далее был собран ДДОВ с теми же параметрами  $R_2$ ,  $R_{\text{лд}}$ ,  $R_H$  и  $C$ .

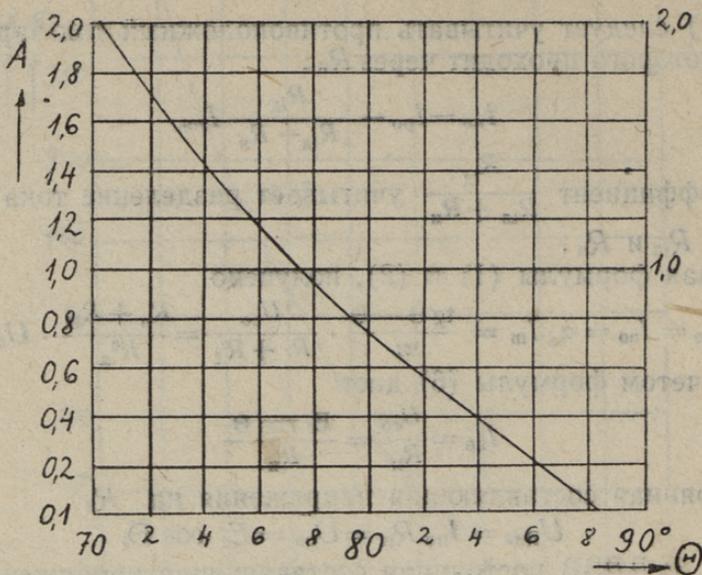
По формуле (3) рассчитывали

$$\frac{R_H}{R_2 + R_{\text{лд}}} = \frac{5,3}{5,13 + 3,05} = 0,647.$$

По графику фиг. 4 соответствующая  $\Theta = 81^\circ$ . Ожидаемое напряжение при  $E_2 = 42,42 \text{ в}$ :

$$U_{R_{\text{но}}} = U_{\text{со}} = E_2 \cos \Theta = 42,42 \cos 81^\circ = 6,63 \text{ в}.$$

Измерение дало  $U_{R_{\text{но}}} = 6,74 \text{ в}$ . Разница между расчетными и экспериментальными данными не превышает 1,7%, что



Фиг. 4. Величина  $A = \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta - \theta}$  при угле отсечки  $70^\circ \leq \theta \leq 88,5^\circ$

можно считать удовлетворительным, учитывая, что классы точности примененных вольтметров 0,5 и 1,5. Измерения проводили и при увеличенном сопротивлении нагрузки:  $R_n = 15,4 \text{ к}\Omega$ . Теперь отношение (формула 5)

$$\frac{R_{1д}}{R_n} = 0,198 \ll 1 + \frac{R_{1д}}{R_2} = 1,595.$$

Измерения при  $E_2 = 42,42 \text{ в}$  дали на выходе ДДЗВ  $U_{RHO} = 12,85 \text{ в}$  и на выходе ДДОВ  $13,8 \text{ в}$ , что хорошо согласуется с расчетными данными  $U_{RHO} = 12,75 \text{ в}$  и  $13,7 \text{ в}$  соответственно.

### Заключение

Выходное напряжение диодного детектора с закрытым входом меньше, чем у диодного детектора с открытым входом при тех же параметрах  $R_{1д}$ ,  $R_2$  и  $R_n$ . Это обусловлено тем, что пути разряда конденсатора  $C$  (фиг. 1) у этих детекторов разные. Связь между углом отсечки  $\theta$  и параметрами  $R_2$ ,  $R_{1д}$ ,  $R_n$  у диодного детектора с закрытым входом следующая:

$$\frac{R_n}{R_2 + R_{1д} + \frac{R_2 R_{1д}}{R_n}} = \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta - \theta}.$$

Разница между выходными напряжениями обоих детекторов при одинаковых параметрах  $R_2$ ,  $R_{1д}$  и  $R_n$  очень малая, если отношение  $\frac{R_{1д}}{R_n}$  много меньше суммы  $1 + \frac{R_{1д}}{R_2}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Ремез. Курс основных радиотехнических измерений. 1956.
2. И. С. Гопоровский. Основы радиотехники. 1957.
3. Справочник по радиотехнике. Под общ. ред. Б. А. Смиренина, 1950.
4. И. Ю. Эйскоп. Электронные измерительные приборы, часть 1. Рота-принт ТПИ, 1962.
5. Л. С. Гуткин. Преобразование сверхвысоких частот и детектирование. 1953.



Я. Я. Томсон

## МАГНИТОУПРУГИЙ ДАТЧИК МОМЕНТА

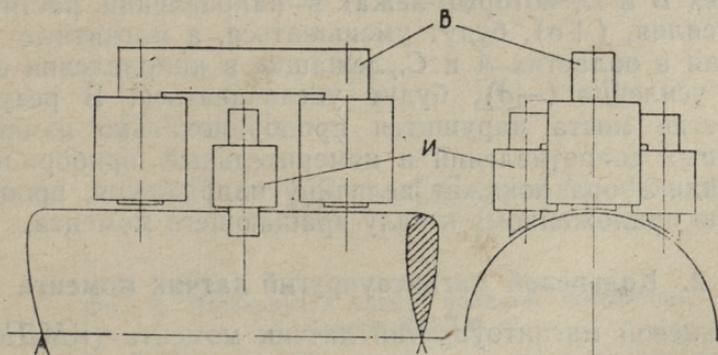
Как известно, при намагничивании тела изменяются его размеры; это явление называется магнитострикцией.

Также известно обратное явление эффекту магнитострикции. Именно, под действием механических напряжений изменяются магнитные свойства ферромагнитных материалов; это явление называется магнитоупругим эффектом.

Магнитоупругий эффект является основой магнитоупругих датчиков момента.

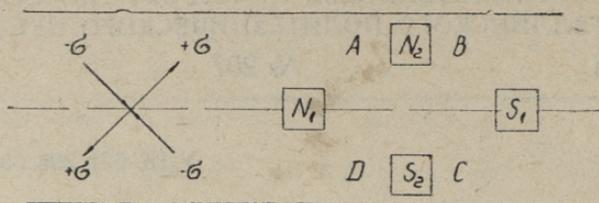
### 1. Простой (крестообразный) магнитоупругий датчик момента

Простой магнитоупругий датчик момента (ПМДМ) состоит из двух электромагнитов П-образной формы, расположенных под прямым углом друг к другу и близко от вала (фиг. 1). Между валом и электромагнитами оставляют воздушные зазоры величиной около одного миллиметра.



Фиг. 1. Простой магнитоупругий датчик

Один из электромагнитов *B* (возбудитель) устанавливается параллельно к оси вала и присоединяется к источнику переменного тока; другой *I* (индикатор) устанавливается перпендикулярно к оси вала и присоединяется к усилителю.



Фиг. 2. Развернутая схема полюсов ПМДМ

Принцип действия ПМДМ объясняется на фиг. 2, где представлена поверхность вала под полюсами датчика.

На фиг. 2 буквой  $A$  обозначено магнитное сопротивление площадки вала между полюсами возбuditеля  $N_1$  и индикатора  $N_2$ ; буквой  $B$  — магнитное сопротивление между полюсами индикатора  $N_2$  и возбuditеля  $S_1$  и т. д.

Эти четыре сопротивления  $A, B, C, D$  образуют мост, который аналогичен обычному мосту Уитстона. Предположим, что материал вала изотропный, тогда магнитные сопротивления  $A, B, C, D$  при ненагруженном вале будут равны между собой по величине и мост сбалансирован полностью.

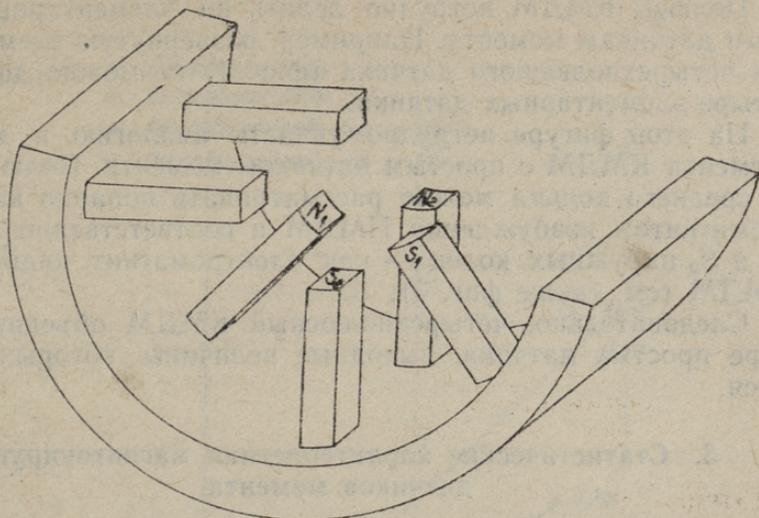
Из теории известно, что если на вал действует вращающий момент  $M$ , то в нем возникают растягивающие и сжимающие главные напряжения, действующие по наклонным сечениям и достигающие наибольшего значения по сечениям, наклоненным к оси вала под углом  $45^\circ$  (фиг. 2).

Можно показать, что в случае стального вала и при малых токах возбуждений датчика магнитные сопротивления в областях  $B$  и  $D$ , которые лежат в направлении растягивающего усилия,  $(+\sigma)$ , будут уменьшаться, а магнитные сопротивления в областях  $A$  и  $C$ , лежащие в направлении сжимающего усилия  $(-\sigma)$ , будут увеличиваться. В результате равновесие моста нарушится пропорционально изменениям магнитных сопротивлений и измерительный прибор на выходе индикатора покажет величину напряжения, пропорциональную приложенному к валу вращающему моменту.

## 2. Кольцевой магнитоупругий датчик момента

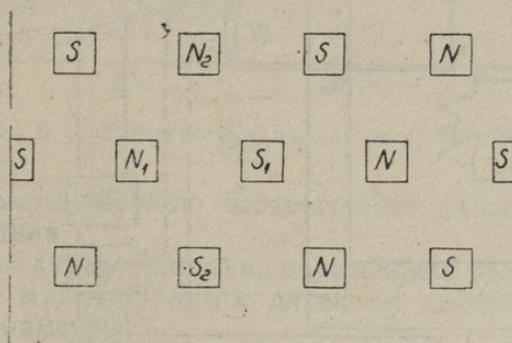
Кольцевой магнитоупругий датчик момента (КМДМ) состоит из трех разъемных колец, которые набираются из отдельных тонких листов. На каждом кольце имеется требуемое число полюсов. Кольцо КМДМ напоминает таким образом статор машины постоянного тока (фиг. 3). Следует отметить, что число полюсов КМДМ также есть четное число.

На фиг. 3 показана одна половина четырехполюсного кольцевого датчика момента.



Фиг. 3. Одна половинка четырехполюсного КМДМ

Полюсы снабжаются катушками. На среднем кольце расположены катушки возбуждения, получающие питание от сети переменного тока. На наружных кольцах располагаются катушки индикатора, причем их соединение производится так, чтобы полярность соответствовала указанной на фиг. 4. Катушки возбуждения также соединяются между собой в систему возбуждения таким образом, чтобы полюсы чередовались бы по окружности (фиг. 4).



Фиг. 4. Развернутая схема полюсов четырехполюсного КМДМ

Дистанционные кольца между средним кольцом и наружными кольцами набираются также из тонких стальных листов, но эти листы без выступов для полюсов.

Действие кольцевого датчика в принципе не отличается от работы ПМДМ.

Полюсы КМДМ нетрудно делить по элементарным простым датчикам момента. Например, развернутую схему полюсов четырехполюсного датчика (фиг. 4) возможно делить на четыре элементарных датчика.

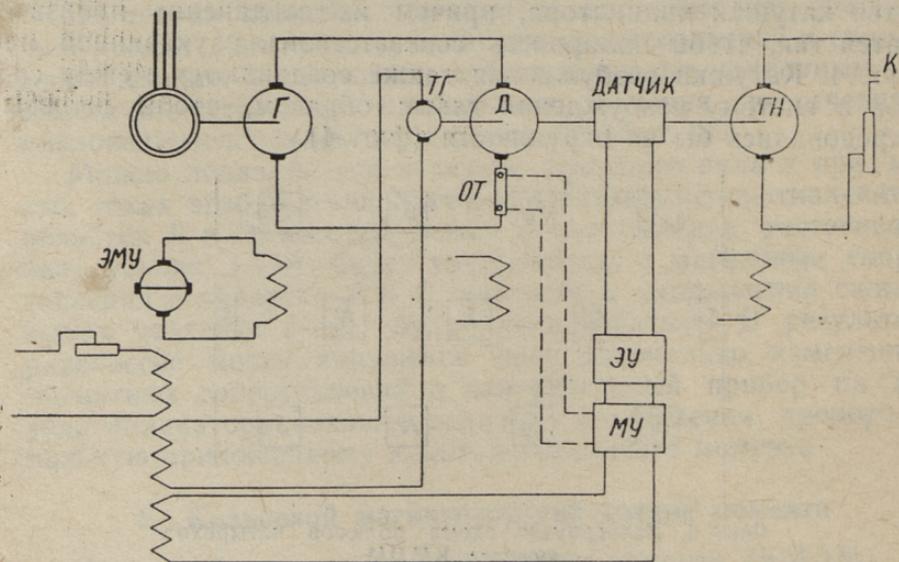
На этой фигуре нетрудно увидеть аналогию в действии элемента КМДМ с простым датчиком момента. Полюсы  $N_1$  и  $S_1$  среднего кольца можно рассматривать попарно как электромагнит возбуждения ПМДМ и соответственно, полюсы  $N_2$  и  $S_2$  наружных колец — как электромагнит индикатора-ПМДМ (см. также фиг. 3).

Следовательно, четырехполюсный КМДМ объединяет четыре простых датчика, выходные величины которых складываются.

### 3. Статистические характеристики магнитоупругих датчиков момента

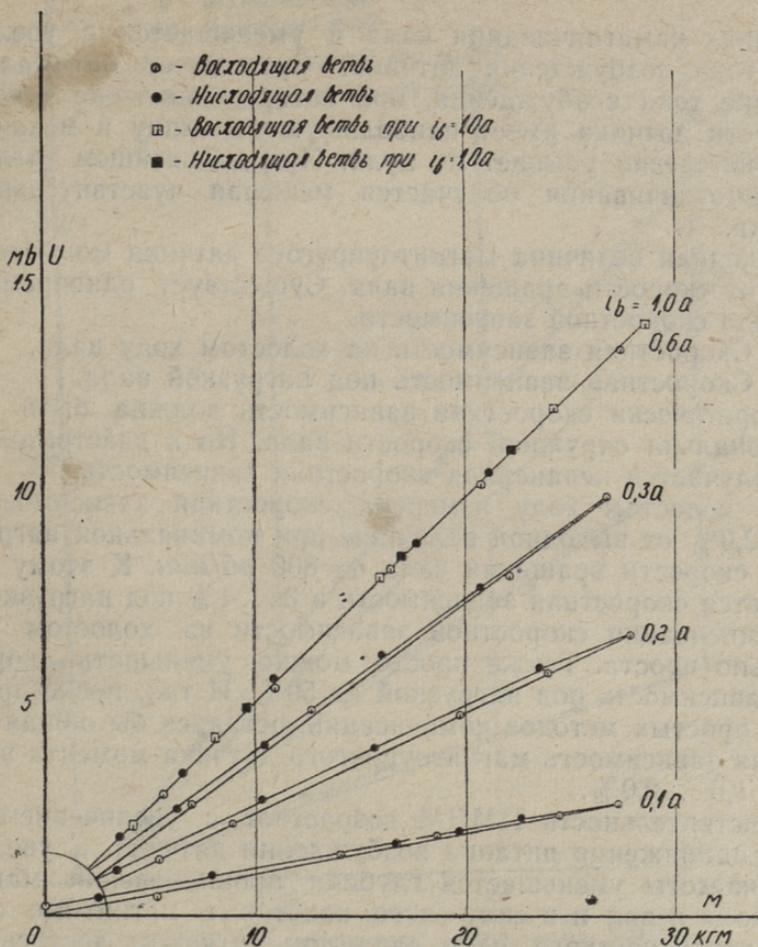
Датчики испытывались на опытной установке, показанной на фиг. 5.

Выходное напряжение ПМДМ в функции от вращающего момента показано на фиг. 6 для различных значений токов возбуждений (ампервитков). Зависимость  $U=f(M)$  линейна



*Г-генератор системы ГД, Д-приводной двигатель, ГН-генератор нагрузки, ТГ-тахогенератор, ЭУ-электронный усилитель, МУ-магнитный усилитель, ОТ-обратная связь по току.*

Фиг. 5. Электрическая схема опытной установки



Фиг. 6. Характеристики выход—вход ПМДМ

и низкому намагничиванию соответствует меньшая чувствительность датчика.

Статические характеристики, изложенные на фиг. 6, измерены простым магнитоупругим датчиком момента, имеющим следующие параметры.

Поперечное сечение магнитопровода электромагнита возбуждения  $S_1 = 10 \times 10$  мм, и — магнитопровода индикатора  $S_2 = 10 \times 5$  мм. Число витков обмоток, соответственно  $W_1 = 2 \times 450$  и  $W_2 = 2 \times 1000$ . Воздушный зазор между валом и магнитопроводами обеих систем  $\delta = 1$  мм.

Как видно, при нагружении вала моментом наблюдается явление, аналогичное магнитному гистерезису. Это явление — механический гистерезис — выявляется сильнее при низких

значениях намагничивания вала и уменьшается с увеличением тока возбуждения датчика. Существует оптимальное значение тока возбуждения, при котором значение чувствительности датчика имеет наибольшую величину и механический гистерезис убывает до нуля. При дальнейшем увеличении намагничивания получается меньшая чувствительность датчика.

Выходная величина магнитоупругого датчика момента зависит от скорости вращения вала. Существует одновременно два вида скоростной зависимости.

1) Скоростная зависимость на холостом ходу вала.

2) Скоростная зависимость под нагрузкой вала.

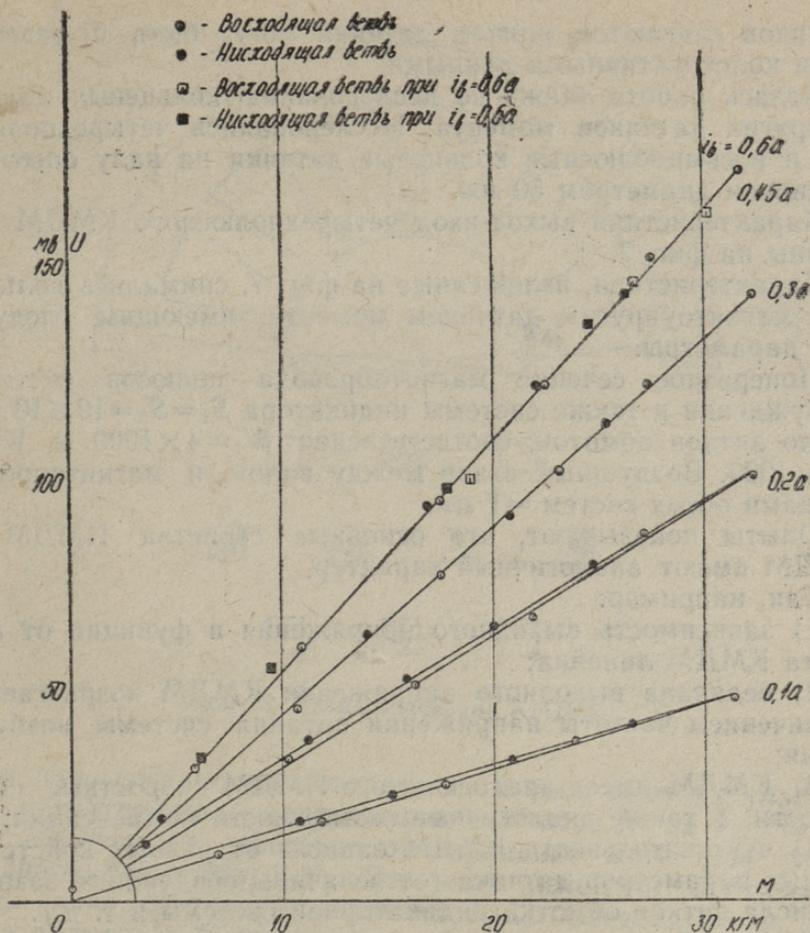
Теоретически скоростная зависимость должна быть пропорциональна окружной скорости вала. Но в действительности получается нелинейная скоростная зависимость.

На холостом ходу измерена скоростная зависимость в 1,5...2,0% от выходной величины при номинальной нагрузке и при скорости вращения вала  $n=800$  об/мин. К этому прибавляется скоростная зависимость в 3...4% под нагрузкой.

Компенсация скоростной зависимости на холостом ходу довольно проста. Также просто можно уменьшить скоростную зависимость под нагрузкой до 50%. И так, после применения простых методов компенсации, осталась бы общая скоростная зависимость магнитоупругого датчика момента в пределах 1,5...2,0%.

Чувствительность ПМДМ возрастает с увеличением частоты напряжения питания возбуждения датчика. С увеличением частоты уменьшается глубина проникновения магнитного поля в вал и в силу этого некоторые магнитные свойства поверхностного слоя вала под датчиком достигаются при меньших токах возбуждения. Очевидно, что оптимальный ток возбуждения с увеличением частоты будет меньше, т. е. оптимальные свойства датчика получаются при меньшем токе возбуждения. Следовательно, с этого необходимо исходить при оценке чувствительности магнитоупругого датчика при разных частотах питания возбуждения. Учитывая изложенное, для сравнения чувствительностей было взято за исходную чувствительность датчика при оптимальных токах. Например, увеличивая частоту возбуждения датчика от 50 гц до 400 гц (оптимальные токи возбуждения соответственно 0,75 а и 0,3 а), выходное напряжение датчика увеличивается лишь более чем 2 раза, несмотря на то, что частота увеличилась 8 раз.

Чувствительность датчика зависит от всех конструктивных параметров датчика. Особо следует подчеркнуть влияние числа витков индикаторной обмотки. Чувствительность дат-



Фиг. 7. Характеристики выход—вход КМДМ

чика возрастает почти пропорционально с увеличением числа витков индикаторной обмотки.

Чувствительность ПМДМ увеличивается с уменьшением воздушных зазоров между поверхностью вала и магнитопровода как в системе возбуждения, так и в системе индикатора. Например, уменьшая воздушный зазор с одного мм на 0,5 мм, чувствительность датчика увеличивается примерно на 25%.

Увеличивая воздушный зазор с одного мм на 1,5 мм чувствительность датчика уменьшается примерно на 35%.

Меньше влияют на чувствительность датчика различные другие конструктивные параметры датчика.

Исследовалась совместная работа двух ПМДМ. При этом датчики были установлены на валу диаметрально по окружности вала. В режиме совместной работы выходные величины

датчиков слагаются, причем датчики могут быть с различными конструктивными данными.

Велась работа также по исследованию кольцевых магнитоупругих датчиков момента. Исследовались четырехполюсные и восьмиполюсные кольцевые датчики на валу опытной установки диаметром 50 мм.

Характеристики выход-вход четырехполюсного КМДМ показаны на фиг. 7.

Характеристики, изложенные на фиг. 7, снимались кольцевым магнитоупругим датчиком момента, имеющим следующие параметры.

Поперечное сечение магнитопровода полюсов системы возбуждения и также системы индикатора  $S_1=S_2=10 \times 10$  мм. Число витков обмоток, соответственно  $W_1=4 \times 1000$  и  $W_2=8 \times 1000$ . Воздушный зазор между валом и магнитопроводами обеих систем = 1 мм.

Опыты показывают, что основные свойства ПМДМ и КМДМ имеют аналогичный характер.

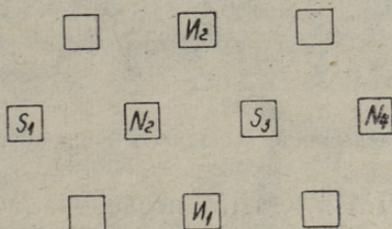
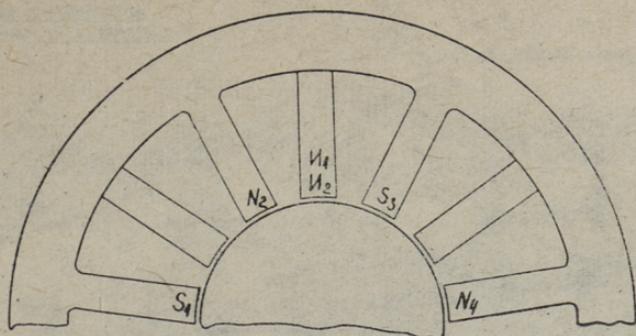
Так, например:

- 1) зависимость выходного напряжения в функции от момента КМДМ линейна;
- 2) величина выходного напряжения КМДМ возрастает с увеличением частоты напряжения питания системы возбуждения;
- 3) КМДМ имеет аналогичные с ПМДМ скоростные зависимости, а также аналогичные возможности компенсации;
- 4) чувствительность КМДМ зависит от разных конструктивных параметров датчика (от величины воздушного зазора, от числа витков обмотки индикаторной системы и т. д.).

Таким образом, многополюсные кольцевые датчики момента можно рассматривать как совместную систему простых датчиков момента, где выходные величины отдельных элементов системы слагаются.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что с увеличением числа полюсов КМДМ возрастает соответственно чувствительность датчика. Но опыты с восьмиполюсным КМДМ на валу диаметром 50 мм показали, что ожидаемого увеличения выходного напряжения по сравнению с выходной величиной четырехполюсного КМДМ аналогичными параметрами таким путем невозможно получить. Даже наоборот, чувствительность восьмиполюсного КМДМ гораздо меньше соответствующего четырехполюсного КМДМ.

Причиной уменьшения чувствительности КМДМ является размагничивающее действие полюсов  $S_1N_4$  системы возбуждения (фиг. 8). Полюсы  $N_2S_3$  представляют собой основную систему возбуждения для индикаторной системы  $I_1 I_2$ . По-



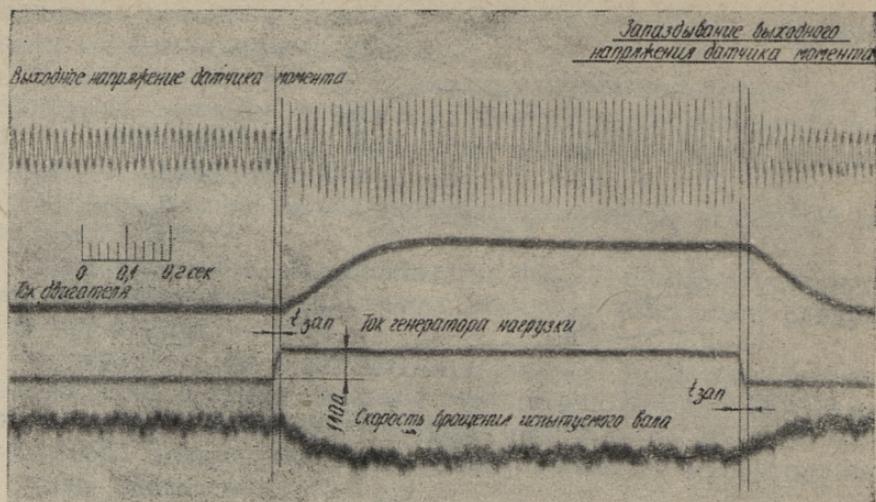
Фиг. 8. Размагничивание КМДМ

люсы  $N_2S_3$  создают на поверхностном слое вала на участке 2—3 магнитное поле, направленное с полюса  $N_2$  на  $S_3$ . Но на этом же участке действует одновременно магнитное поле, созданное полюсами  $S_1N_4$ . Это поле действует противоположно полю, созданному системой  $N_2S_3$ . Следовательно, система полюсов  $S_1N_4$  размагничивает магнитное поле, созданное полюсами  $N_2S_3$ . В результате магнитное поле на поверхностном слое вала ослабляется по сравнению с магнитным полем для случая четырехполюсного КМДМ.

Изложенное представление о размагничивании магнитного поля подтверждается результатами опыта вполне удовлетворительно. Опыты показали, что ввиду размагничивающего действия в данных условиях чувствительность восьмиполюсного КМДМ на 60% меньше по сравнению с четырехполюсным КМДМ аналогичными параметрами.

#### 4. Динамические свойства датчика

Основной вопрос динамики датчика — это время запаздывания выходной величины датчика при реагировании на изменение входной величины, т. е. на изменение крутящего момента.



Фиг. 9. Запаздывание выходного напряжения датчика

Динамика ПМДМ и КМДМ исследовалась в режимах наброса и сброса нагрузки. При помощи контактора  $K$  включалась и отключалась на вал определенная нагрузка (фиг. 5).

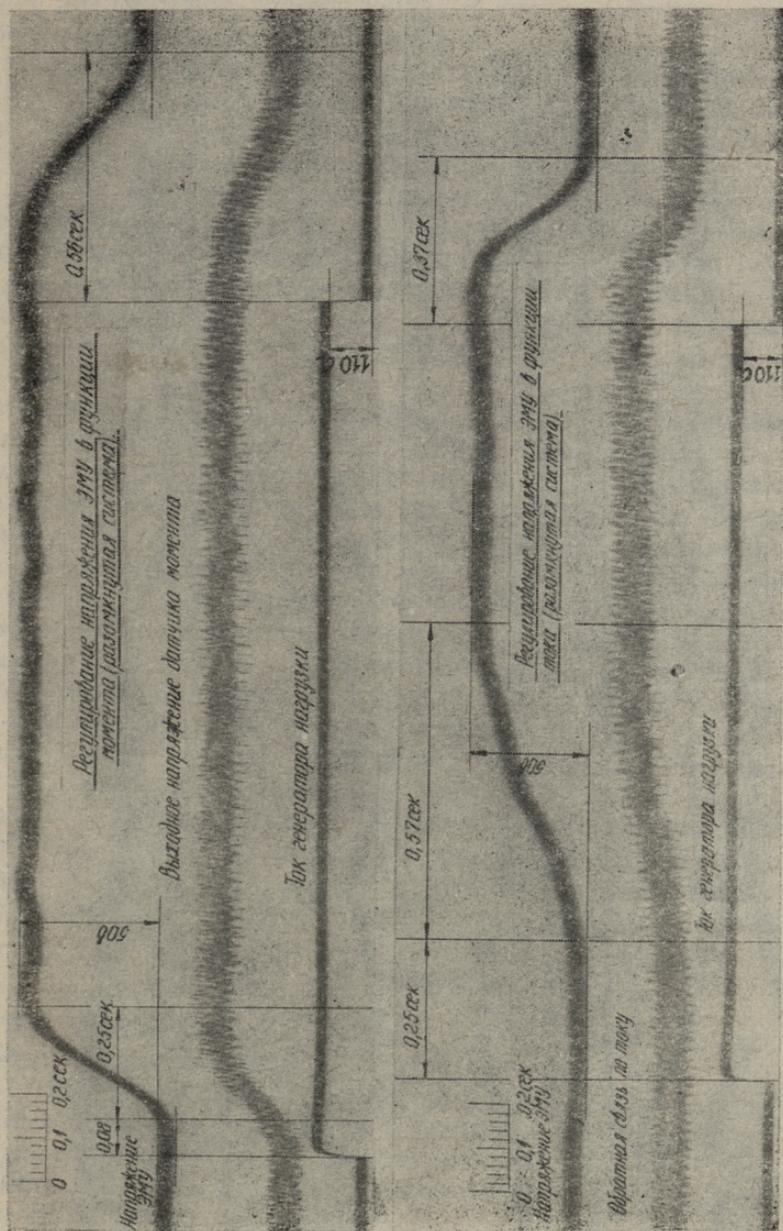
Возникающие при набросе и сбросе нагрузки переходные процессы осциллографировались. Исследование осциллограмм показывает, что как ПМДМ, так и КМДМ реагируют на наброс и сброс момента с запаздыванием  $0,01 \dots 0,03$  сек. (фиг. 9).

На этой же осциллограмме изменение тока двигателя показывает характер изменений сигнала по току.

Известно, что значительное улучшение показателей работы системы автоматического регулирования возможно в системах комбинированного регулирования, в которых имеются обратные связи по регулируемой величине и по основному возмущающему воздействию, т. е. по моменту нагрузки. По практическим причинам вместо обратной связи по моменту обычно применялась обратная связь по току якоря приводного двигателя.

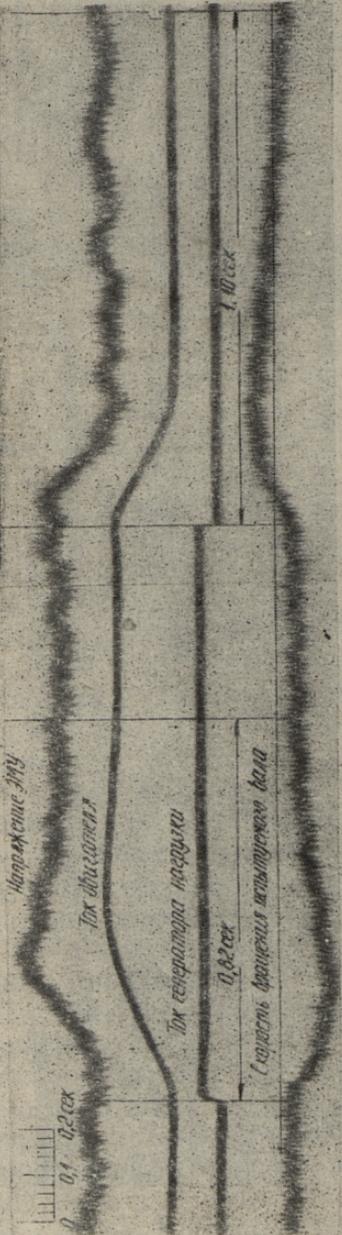
Поэтому целесообразно исследовать действие обратных связей по моменту и по току в равных условиях динамического режима и сравнить полученные результаты.

Рассмотрим и сравним следующие разомкнутые системы. В первой системе (фиг. 5) сигнал в функции от тока  $OT$  приводного двигателя усиливается магнитным усилителем ( $MU$ ) и подается в обмотку управления электромашинного усилителя ( $ЭМУ$ ). Во второй системе (фиг. 5) сигнал в функции от момента на валу приводного двигателя усиливается электрон-

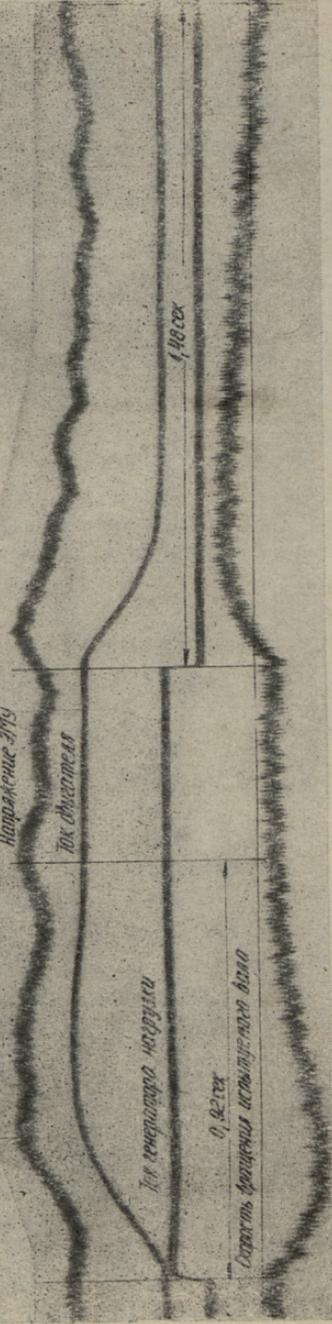


Фиг. 10 (наверху). Регулирование напряжения ЭМУ в функции от момента.  
Фиг. 11 (внизу). Регулирование напряжения ЭМУ в функции от тока.

Регулирование скорости вращения системы с обрат-  
ной связью по моменту (автоматическая система)



Регулирование скорости вращения системы в ручном обратном  
связью по моменту (автоматическая система)



Фиг. 12 (наверху). Регулирование скорости вращения системы с обратной связью по моменту.  
Фиг. 13 (внизу). Регулирование скорости вращения системы с обратной связью по току.

ным усилителем (*ЭУ*) и магнитным усилителем (*МУ*) и подается в ту же обмотку управления *ЭМУ*. В обоих случаях дополнительно в другую обмотку управления *ЭМУ* было подано независимое возбуждение. В обоих случаях сравнения обеспечены равные нагрузочные условия.

Осциллограммы динамических режимов приема нагрузки (фиг. 10 и 11) показывают, что процесс нарастания напряжения *ЭМУ* в случае сигнала по току — примерно 0,25 сек, а в случае же сигнала по моменту лишь — 0,08 сек.

Те же осциллограммы показывают, что также переходный процесс нарастания напряжения *ЭМУ* до установившегося значения в случае сигнала по току длится более два раза больше, чем в случае сигнала по моменту. Однако в этом опыте длительность переходного процесса сброса нагрузки в случае сигнала по моменту несколько больше, чем в случае сигнала по току.

Также исследовалось использование магнитоупорного датчика момента в замкнутой системе автоматического управления. Сигнал обратной связи по моменту, усиленный электронным (*ЭУ*) и магнитным (*МУ*) усилителями, подается в обмотку управления *ЭМУ*, который питает напряжением обмотку возбуждения генератора системы Г—Д (фиг. 5).

Регулируемой величиной была скорость вращения электропривода опытной установки. Исследовалась длительность времени, требуемая для восстановления прежней скорости вращения электропривода при набросе и при сбросе нагрузки.

Аналогичные опыты повторялись в тех же условиях, используя обратную связь по току.

Анализ этих опытов (осциллограммы на фиг. 12 и 13) показывает, что в системе автоматического регулирования с обратной связью по моменту переходный процесс восстановления скорости при набросе и при сбросе нагрузки происходит быстрее, чем в системе с обратной связью по току.

## 5. Выводы

На основании полученных результатов исследования можно сделать следующие выводы.

1. Магнитоупругий датчик момента (*МДМ*) имеет ряд преимуществ перед другими датчиками момента, известными до настоящего времени. Одним из основных положительных свойств является его большая чувствительность, достигающая до 10 мв/нм и больше.

2. *МДМ* прост по конструкции и не требуется сложных дополнительных пристроек или перестроений при применении в электроприводах. В конструкции датчика отсутствуют под-

вижные части и нет токосъемных устройств. МДМ является бесконтактным прибором автоматики.

3. МДМ является датчиком по возмущению, позволяющим повышать быстродействие и достигать лучшего качества процесса регулирования. Запаздывание выходной величины датчика при реагировании на возмущение (на изменение момента) не больше  $0,01 \dots 0,03$  сек.

4. Статические характеристики МДМ линейные. Около значения оптимального тока возбуждения величина механического гистерезиса убывает до нуля.

5. МДМ обладает хорошими статическими и динамическими свойствами и измеряют крутящий момент на валу с одинаковой точностью как в статическом, так и в динамическом режимах.

6. Единственным серьезным недостатком МДМ является скоростная зависимость выходной величины датчика. Но с применением простых методов компенсации величина этой зависимости может быть убавлена до  $1,5 \dots 2,0\%$ .

7. МДМ применим в широком диапазоне мощностей электроприводов.

В заключение следует подчеркнуть, что свойства магнитоупругого датчика момента оправдывают его применение в большинстве системах автоматического регулирования и управления перед другими датчиками момента, существующими в настоящее время.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К. П. Белов. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнетиках. 1957.
2. Р. Бозорт. Ферромагнетизм. Москва, 1960.
3. A. Dahle. The ring torductor — a torque — gauge, without slip rings, for industrial measurement and control. ASEA Journal 3, 1960, vol. 33.
4. Я. Я. Осис. Применение полупроводниковых датчиков э. д. с. Холла в системе автоматического регулирования. Известия высших учебных заведений, Электромеханика № 9, 1962.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Х. В. Силламаа. Установление напряжения на выходе детектора	3
2. В. А. Крахт. Разработка простой схемы импульсного регулирования	17
3. В. Р. Хейнрихсен. Магнитная система генератора э.д.с. Холла	27
4. У. И. Рандмер. О точности электрической измерительной цепочки	35
5. У. И. Рандмер. Выбор рациональных параметров термокомпенсатора	43
6. П. М. Плакк. Влагомер для непрерывного измерения и регистрации влажности бумажного полотна	53
7. П. М. Плакк. Об измерении диэлектрической проницаемости веществ с большой проходимостью	63
8. И. И. Эйскоп. О расчете диодного детектора с закрытым входом	77
9. Я. Я. Томсон. Магнитоупругий датчик момента	85



ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ  
И  
АВТОМАТИКЕ  
СБОРНИК СТАТЕЙ

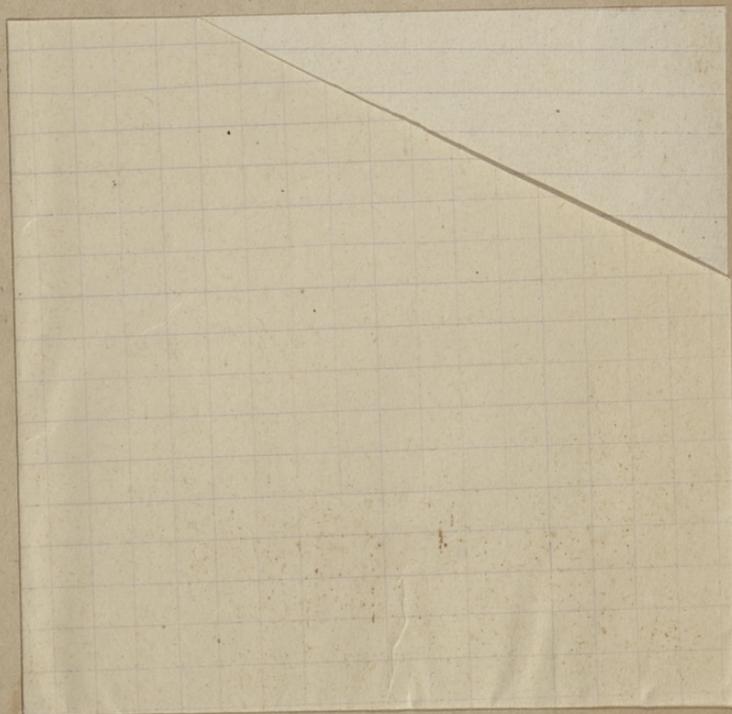
Таллинский политехнический институт

Редактор Х. Силламаа

Технический редактор Я. Мыттус

Сдано в набор 19 VIII 1963. Подписано к печати 2 III 1964. Бумага 60×90,  $\frac{1}{16}$ . Печатных листов 6,25. Учетно-издательских листов 4,85. Тираж 600 экз. МВ-01445. Заказ № 2745. Типография «Юхисэду», Таллин, ул. Пикк, 40/42.

Цена 34 коп.



Цена 34 коп.

-68