

Ep. 6.1

682

ISSN 0136-3549
0134-3823

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI

TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

TRANSACTIONS OF TALLINN
TECHNICAL UNIVERSITY

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ
СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И
ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ



TALLINN 1988

**TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED****ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА****TRANSACTIONS OF TALLINN
TECHNICAL UNIVERSITY**

UDK 681.5

**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ
СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И
ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ**

Электротехника и автоматика XXXVI

TALLINN 1988

ALBETATUD 1987

682

TALLINNA POLITEHNILISE
INSTITUDI TOIMETISED

TRÜDY TALANNSKOGO
POLNTEKHNIČESKOGO INŠTITUTA

TRANSVACTIONS OF TALLIN
TECHNICAL UNIVERSITY

УДК 681.8

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ

СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И

ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Труды ТПИ № 682

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И ЦЕПЕЙ
С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

Электротехника и автоматика ХХХУ1

На русском языке

Редактор С. Пикков

Техн. ред. М. Тамме

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 14.12.88

Подписано к печати 10.01.89

МВ-00727

Формат 60x90/16

Печ. л. 5,5 + 0,25

Уч.-изд.л. 4,64

Тираж 350

Зак. № 28

Цена 90 коп.

Таллинский политехнический институт

200108 Таллин, Эхитаате гез, 5

Ротапринт ТПИ, 200006 Таллин, ул. Коскла, 2/9



О НЕДОСТАТКАХ КЛАССИЧЕСКИХ РОТАЦИОННЫХ РЕОМЕТРОВ

Наиболее информативной реологической характеристикой неньютоновских материалов является кривая течения [1]

$$\tau = \tau(D), \quad (1)$$

где D - градиент скорости сдвига,
 τ - напряжение сдвига.

Исследуемый материал, помещенный в рабочую ячейку реометра, представляет систему с распределенными параметрами, так как механические взаимодействия частиц среды происходят на уровне микроструктуры. Чтобы измерительное устройство позволяло определять информацию о напряжении τ и градиенте скорости сдвига D по механическим параметрам, сосредоточенным на инденторе реометра, надо в зазоре рабочей камеры обеспечить постоянство напряжения и градиента скорости сдвига.

Обеспечение постоянного градиента скорости сдвига производится выбором конструкции рабочего органа реометра. При малых значениях относительных зазоров рабочей ячейки ротационного реометра можно в однородных и квазиоднородных средах при постоянном градиенте скорости сдвига считать постоянным и напряжение сдвига.

Наиболее достоверно обеспечивать постоянные напряжения и градиенты скорости сдвига удается в ротационных реометрах с рабочими ячейками типа цилиндр-цилиндр и конус-плоскость [1]. Благодаря этому существуют зависимости (см. табл. 1), связывающие механический момент M и скорость ω на валу привода ротационного реометра с переменными τ и ω реологических моделей исследуемых материалов. Поэтому для определения реологических свойств неньютоновских сред

наиболее пригодны ротационные реометры (РР), позволяющие снимать кривую течения в виде

$$M = M(\omega), \quad (2)$$

где M - крутящий момент, сосредоточенный на валу привода,
 ω - скорость вращения идентора.

Т а б л и ц а I

Определение градиента скорости сдвига и напряжения сдвига по скорости и моменту на валу ротационного реометра при рабочих ячейках типа цилиндр-цилиндр и конус-плоскость

Рабочая ячейка	Градиент скорости сдвига	Напряжение сдвига
Цилиндр-цилиндр	$D = 2 \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \omega$	$\tau = \frac{M}{2\pi h R_1}$
Конус-плоскость	$D = \frac{\omega}{\tan \alpha}$	$\tau = \frac{3M}{2\pi R^3}$

h - высота цилиндра,

R_1 - радиус внутреннего цилиндра,

R_2 - радиус внешнего цилиндра,

R - радиус основания конуса,

α - угол между конусом и плоскостью.

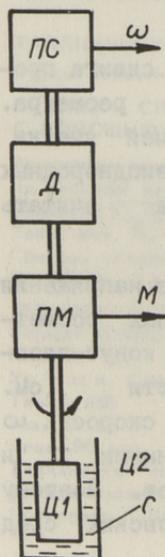


Рис. 1. Функциональная схема классического ротационного реометра.

ПС - преобразователь скорости,

ПМ - преобразователь момента,

Д - двигатель,

Ц1 - внутренний цилиндр,

Ц2 - внешний цилиндр,

ω - сигнал скорости,

M - сигнал момента,

С - исследуемая среда.

Классическая функциональная схема ротационного реометра (рис. 1) содержит преобразователь скорости (напр., тахогенератор) и преобразователь крутящего момента (рис. 2), состоящий, как правило из упругого элемента (торсиона) и преобразователя угла.

Однако реометры, построенные по описанной функциональной схеме, работают безупречно только в статических режимах, где отсчет каждой точки кривой течения снимается в установившемся состоянии.

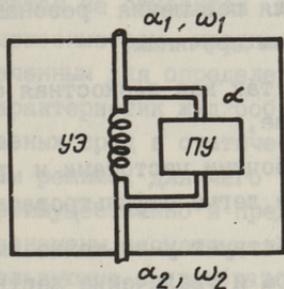


Рис. 2. Преобразователь момента на упругом элементе.

- УЭ - упругий элемент,
- α_1 - угол поворота входного вала преобразователя момента,
- α_2 - угол поворота внутреннего цилиндра,
- α - угол деформации торсиона,
- ПУ - преобразователь угла,
- ω_1 - скорость вала привода,
- ω_2 - скорость вала внутреннего цилиндра.

При использовании новых технологий в строительной, химической, пищевой и других промышленности встречается необходимость извлекать из реологического опыта больше информации, чем позволяют приборы, работающие только в статических режимах. Например, для изучения тиксотропных или реопексных свойств материалов имеют преимущества реометры с динамическими режимами измерения.

Реометры, содержащие специальные преобразователи момента и скорости, сложны по устройству и технологии изготовления. Кроме того преобразователь момента на упругом элементе имеет принципиальные недостатки в динамическом режиме.

Упругий элемент с массой вращающегося внутреннего цилиндра образует механическую колебательную систему, описываемую уравнением

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{2\beta T}{G} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{1}{G} \alpha = M, \quad (2)$$

где J - момент инерции,
 β - коэффициент затухания,

G - коэффициент упругости,

α - угол деформации.

При внешних возмущениях измерительная система склонна к колебаниям на резонансной частоте

$$\omega_p = (1 - \beta^2) \sqrt{\frac{G}{J}}. \quad (3)$$

Колебательность системы причиняет искажения при снятии кривой течения, которые часто ошибочно воспринимаются как свойства реологической среды.

Целесообразно принимать меры для повышения резонансной частоты. Это полезно по следующим причинам:

- уменьшается колебательность, так как вязкостная среда причиняет большее затухание,
- при большой разнице между рабочими частотами и резонансной частотой последние легче отфильтровать.

Повышению резонансной частоты способствует уменьшение момента инерции индентора вискозиметра и увеличение жесткости торсиона. Момент инерции зависит от размеров, конструкции и материала индентора и не может быть беспределенно уменьшен.

Повышение жесткости упругого элемента влияет кроме частоты собственных колебаний измерительной системы крутящего момента и на углы деформации торсиона. Во многих реометрах применяются большие углы деформации, так как они легче измеряемы. Но с другой стороны, большие углы закручивания торсионов причиняют искажения начальной части кривой течения, если опыт производится в ограниченном интервале времени и перемещений.

Например, кривая течения твердообразной (бингамовской) среды, снятая при помощи РР с упругим элементом малой жесткости при вышеприведенных условиях отличается от идеальной (рис. 3).

Это объясняется неравенством углов деформации α_1 и α_2 на рис. 2, что ведет к неравенству частот вращения вала тахогенератора ω_1 и рабочего органа ω_2 .

По существу градиент скорости определяется не по скорости внутреннего цилиндра ω_2 , а по сигналу тахоге-

нератора ω_1 , которые отличаются в динамическом режиме.

$$\omega_1 = \frac{d\alpha_1}{dt}, \quad \omega_2 = \frac{d\alpha_2}{dt} = \frac{d(\alpha_1 + \alpha)}{dt}. \quad (4)$$

Так как в динамическом режиме $\alpha \neq \text{const}$, следует $\omega_1 \neq \omega_2$.

Описываемый недостаток не относится к вискозиметрам, предназначенным для определения характеристик жидкообразных сред в статическом режиме, для чего преимущественно и предназначены реометры, использующие в преобразователе момента упругий элемент.

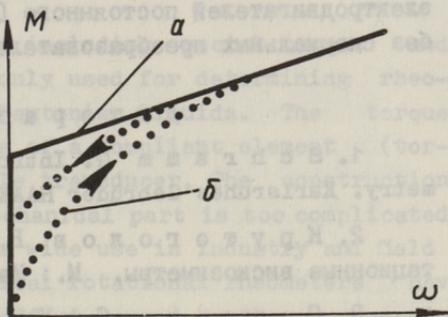


Рис. 3. Кривая течения твердообразного вещества.

a — кривая течения идеального бингамовского тела,
 b — реальная кривая, снятая в динамическом режиме на реометре, имеющем торсион с малой жесткостью.

Из вышесказанного следует рекомендация (к чему пришли многие исследователи реологических характеристик) использовать жесткие торсионы и рабочие органы с малым моментом инерции. Но на практике осуществить создание вискозиметров с жесткими торсионами является сложным из-за:

- малой стабильности чувствительных преобразователей перемещения,
- повышения требований к точности изготовления рабочей ячейки и преобразователя угла деформации торсиона.

Поэтому вискозиметры с преобразователями момента на жестких торсионах относятся к сложным, ненадежным и дорогим приборам, неудовлетворяющим требованиям к измерительной технике для производственных условий.

Освободиться от перечисленных недостатков можно использованием преобразователя момента без упругого элемента.

Преобразователи момента могут быть созданы на базе электродвигателей, используя зависимость между электроме-

ханическим моментом и током питания электродвигателя. В последнем случае чувствительный элемент может быть либо со статическим либо с динамическим состоянием равновесия [2].

Целью исследований, описываемых в следующих статьях, является разработка теоретических основ реометров на базе электродвигателей постоянного [3] и переменного тока [4] без специальных преобразователей скорости и момента.

Л и т е р а т у р а

1. S c h r a m m G. Introduction to Practical Viscometry. Karlsruhe: Gebrüder HAAKE GmbH. P. 119.

2. Крутоголов В.Д., Кулаков М.В. Ротационные вискозиметры. М.: Машиностроение, 1984. С. III.

3. Сеппель С., Умблея У., Утма Т. Ротационные реометры на базе двигателя постоянного тока. См. наст. сб., с. 10.

4. Вяльмяэ Г., Гордон Б., Проудэ Ю. Ротационный вискозиметр на базе асинхронного двигателя. См. наст. сб., с. 26.

Disadvantages of Classical Rotational Rheometers

Abstract

Rotational rheometers including special torque and speed transducers are commonly used for determining rheological properties of non-Newtonian liquids. The torque transducer usually consists of a compliant element (torsion) and a deflection angle transducer. The construction principle of the electromechanical part is too complicated for rheometers destined for wide use in industry and field conditions. Besides, classical rotational rheometers have still another undesirable effect caused by the dynamic character of the measuring system.

The paper explains the necessity to find out new ways of building up the structure of rotational rheometers without special torque and speed transducers.

T. Uutma

Klassikalise rotatsioonreomeetri puudustest

Kokkuvõte

Mittenjuutonlike ainete reoloogiliste omaduste hindamisel kasutatakse laialdaselt rotatsioonreomeetreid tööorganitega silinder-silinder ja koonus-plaat. Klassikalise reomeetri struktuuris on spetsiaalsed muundurid momendi ja pöörlemiskiiruse muundamiseks elektrilisteks suurusteks. Momendimuundur koosneb harilikult elastsest elemendist ja deformatsiooninurga muundurist. Peale valmistamise keerukuse on neil reomeetritel põhimõttelisi puudusi voolamiskõvete registreerimisel dünaamilises režiimis. Tehnoloogilised protsessid keemia-, ehitusmaterjali-, toiduainete- jm. tööstuses vajavad tänapäeval reoloogiliste mõõtmiste teostamist ka dünaamilistes režiimides.

Käesolevas töös analüüsitakse klassikaliste rotatsioonreomeetrite puudusi ja põhjendatakse uute muundamisprintsipide ja funktsionaalskeemide vajadust.

С. Сеппель, У. Умблея, Т. Уутма

РОТАЦИОННЫЕ РЕОМЕТРЫ НА БАЗЕ ДВИГАТЕЛЯ
ПОСТОЯННОГО ТОКА

I. Введение

В ротационных реометрах (РР) реологические характеристики определяются через параметры движения на валу индентора. Поэтому один из основных вопросов связан с преобразованием крутящего момента и скорости вращения в пропорциональные им электрические сигналы. В статье [1] описаны проблемы использования торсиона в качестве преобразователя момента реометра, также обоснование направления исследования новых принципов, использующих преобразователем момента и скорости электродвигатель, применяемый в приводе реометра.

Настоящая статья посвящена проблемам построения ротационных реометров на базе двигателя постоянного тока (ДПТ) без специальных преобразователей момента и скорости.

2. Преобразователи момента на ДПТ со статическим
и динамическим состояниями равновесия

Применение ДПТ преобразователем момента основано на линейном соотношении между электромагнитным крутящим моментом и током якоря двигателя

$$M_e = \frac{p \cdot n \cdot \Phi}{2\pi a} \cdot I = K_M \cdot I, \quad (1)$$

где M_e — электромагнитный момент,

I — ток якоря ДПТ,

Φ — магнитный поток в якоре,

n — число проводников обмотки якоря,

a — число параллельных ветвей обмотки якоря,

p - число пар полюсов,
 K_M - коэффициент пропорциональности.

Применяя ДПТ в ротационном реометре электромагнитный момент, определяемый через ток якоря, уравнивается тремя составляющими нагрузочного момента

$$M_e = M + M_0 + M_d, \quad (2)$$

где M - вязкостной момент,
 M_0 - момент холостого хода в статическом режиме,
 M_d - динамический момент.

Интерес к использованию в качестве чувствительного элемента двигателя постоянного тока объясняется рядом достоинств ДПТ:

- наличием простых и точных математических моделей,
- гибкостью управления,
- возможностью батарейного питания,
- возможностью использования ДПТ одновременно как силового механизма привода, так и магнитоэлектрического преобразователя момента и скорости.

К недостаткам надо отнести:

- заметный момент холостого хода,
- пульсацию тока и напряжения якоря ДПТ,
- нелинейность переходного сопротивления коллектора и щеток, также значительное падение напряжения на них,
- дороговизну и дефицитность.

Согласно выражению (I) можно создать реометры, использующие ДПТ как чувствительный элемент со статическим или динамическим состоянием равновесия моментов.

Известны реометры со статическим равновесием (рис. 1а), которые свободны от многих недостатков ДПТ, причиняемых наличием коллектора и щеток. Благодаря статическому состоянию равновесия можно коллекторы и щетки заменить гибкими проводами, практически не имеющими переходного сопротивления. Пульсация сигнала момента отсутствует, значительно понижен момент трения.

На чувствительном элементе со статическим состоянием равновесия создаются реометры Куэтта [2], измеряющие на не

подвижном внутреннем цилиндре момент, созданный вращающимся внешним цилиндром через вязкостную среду, заполняющую зазор между цилиндрами.

Разработка ротационных реометров, использующих принцип Куэтта с ДПТ как чувствительного элемента момента со статическим состоянием равновесия по мнению авторов нецелесообразна из-за:

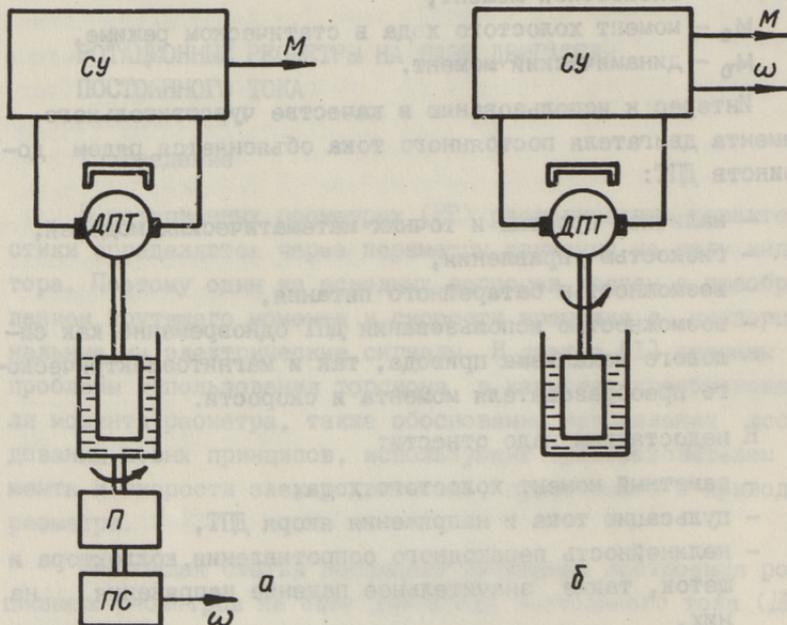


Рис. 1. Ротационные реометры на базе ДПТ.

- а - со статическим состоянием равновесия,
- б - с динамическим состоянием равновесия моментов,
- СУ - система управления и измерения,
- П - привод,
- ПС - преобразователь скорости.

- сложности конструкции (требуется два двигателя: один в приводе, другой в преобразователе момента),
- трудностей создания экспрессного (в среду погружаемого) реометра, при вращающемся внешнем цилиндре (см. рис. 1а).

Использование ДПТ в качестве чувствительного элемента с динамическим состоянием равновесия позволяет создать реометр Серла [2], в котором вязкостный момент среды изме-

рется на вращающемся внутреннем цилиндре при неподвижном наружном (рис. 1б). В таком реометре ДПТ используется одновременно силовым механизмом и преобразователем момента.

При анализе характеристик ДПТ выявляется возможность возложить на ДПТ также функции преобразователя скорости.

3. Характеристики ДПТ, применяемого одновременно приводом и преобразователем скорости и момента

В статическом режиме для цепи якоря справедливо уравнение

$$U = E + I \cdot r, \quad (3)$$

где E - противоЭДС двигателя,
 r - сопротивление в цепи якоря.

ПротивоЭДС, пропорциональная скорости вращения ДПТ, может быть использована в реометре в качестве сигнала скорости

$$E = K_E \cdot \omega, \quad (4)$$

где K_E - коэффициент пропорциональности.

Подставляя уравнения (1), (2) и (4) в уравнение (3) получаем после выражения скорости ω уравнение механической характеристики

$$\omega = K_\omega \cdot U - K_K (M_0 + M), \quad (5)$$

где K_ω и K_K - коэффициенты пропорциональности.

При этом момент холостого хода в статическом режиме можно с некоторой точностью аппроксимации представить в виде

$$M_0 = M_{00} + M_\omega, \quad (6)$$

где M_{00} - постоянная составляющая момента холостого хода,
 M_ω - составляющая холостого хода, пропорциональная скорости вращения.

Динамика цепи якоря ДПТ описывается дифференциальным уравнением

$$L \frac{dI}{dt} + rI + E = U, \quad (7)$$

где L - индуктивность цепи якоря.

При исследовании динамики ДПТ как привода так и преобразователя момента и скорости, составлена структурная схема (рис. 2).

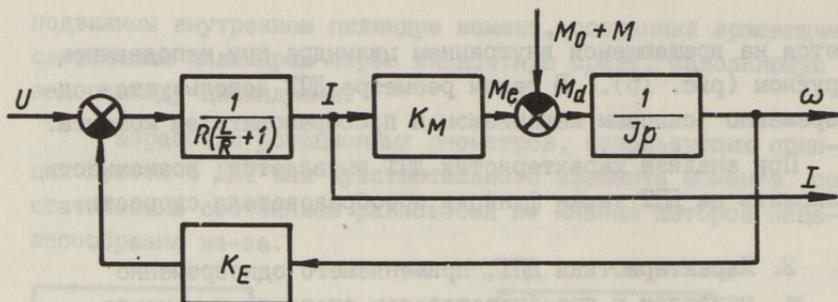


Рис. 2. Структурная схема ДТП.

На основе структурной схемы выведены передаточные функции и выражения переходных характеристик ДПТ (таблица I), используемые при выборе типа двигателя и при анализе рабочих режимов РР. При этом сделано упрощение, что $T_e \ll T_m$, которое на практике всегда выполняется.

В результате анализа статических и динамических характеристик ДПТ можно сделать вывод, что наиболее подходящими в качестве преобразователя скорости и момента являются ДПТ с

- малоинерционным (полым цилиндрическим или дисковым) якорем,
- малым и стабильным моментом трения (остаточным током),
- большим числом пар полюсов,
- большим числом и равномерностью проводников обмотки якоря.

Из отечественных серийных ДПТ наиболее удовлетворяют перечисленным требованиям двигателя серии ДПР. Однако при использовании данных двигателей целесообразно для уменьшения падения напряжения на щетках заменить графитовые щетки на металлические.

4. Рабочие режимы реометров

В зависимости от того, какие электрические величины ДПТ (U, E, I) являются задаваемыми X_0 , а какие индикаторными Y , по которым определяются реологические характеристики, можно различать ряд рабочих режимов. Все они авторами теоретически проанализированы, но в реометрах семейства

Т а б л и ц а I

Динамические характеристики ДПТ

Поз.	Передаточная функция	Переходная характеристика	
		Уравнение	График
1	$W_{\omega\omega}(p) = \frac{\frac{1}{K_E}}{\frac{JL}{K_E K_M} p^2 + \frac{Jr}{K_E K_M} p + 1} = \frac{K_\omega}{T_E T_M p^2 + T_M p + 1} \approx \frac{K_\omega}{T_M p + 1}$	$h_{\omega\omega}(t) = K_\omega (1 - e^{-\frac{t}{T_M}})$	
2	$W_{M\omega}(p) = \frac{-\frac{r}{K_E K_M} (\frac{1}{r} p + 1)}{\frac{JL}{K_E K_M} p^2 + \frac{JL}{K_E K_M} p + 1} = \frac{-K_K (T_E p + 1)}{T_E T_M p^2 + T_M p + 1} \approx \frac{-K_K}{T_M p + 1}$	$h_{M\omega}(t) = -K_K (1 - e^{-\frac{t}{T_M}})$	
3	$W_{UI}(p) = \frac{\frac{J}{K_E K_M} p}{\frac{JL}{K_E K_M} p^2 + \frac{JL}{K_E K_M} p + 1} = \frac{1}{r} \frac{T_M p}{T_E T_M p^2 + T_M p + 1} \approx \frac{1}{r} \frac{T_M p}{T_M p + 1}$	$h_{UI}(t) = \frac{1}{r} \cdot e^{-\frac{t}{T_M}}$	
4	$W_{MI}(p) = \frac{\frac{1}{K_M}}{\frac{JL}{K_E K_M} p^2 + \frac{JL}{K_E K_M} p + 1} = K_I \frac{1}{T_E T_M p^2 + T_M p + 1} \approx \frac{K_I}{T_M p + 1}$	$h_{MI}(t) = K_I (1 - e^{-\frac{t}{T_M}})$	

"Reset-Roto" реализованы два нижеописываемых режима. Задаваемая величина X_0 может быть задана либо дискретными значениями от ручного задачика или внешнего устройства (микро-ЭВМ), либо в виде непрерывной функции (сканирующий режим). Отсчет дискретных значений производится по цифровому табло, регистрация индикаторной функции производится координатным самописцем.

В режиме $M = M(\omega)$ задаваемой величиной является скорость вращения, индикаторной — момент. Следовательно, на основе зависимостей (1) и (4)

$$X_0 = E, Y = I.$$

Ток якоря, являющийся индикаторной величиной вязкости, определяется выражением

$$I = K_I M + \frac{K_I c E}{K_E} \eta. \quad (8)$$

Выражение вязкостного момента

$$M = \frac{c E}{K_E} \eta, \quad (9)$$

где c — коэффициент, зависящий от параметров индентора.

Вязкостный момент легко отделить от электромагнитного момента M_e , измеряемого через ток якоря I , при малом и достаточно стабильном моменте холостого хода M_0 .

В режиме $\omega = \omega(M)$ задаваемой величиной является вязкостный момент m , индикаторной — скорость вращения, т.е.

$$X_0 = I, Y = E,$$

Выражение противоЭДС двигателя, являющегося сигналом скорости, представляется в виде

$$E = \frac{K_E}{K_I \cdot c} (I - K_I M_0) \frac{1}{\eta}. \quad (10)$$

Исходя из выражений индикаторных величин в режимах $M(\omega)$ и $\omega(M)$ найдены чувствительности индикаторных функций к полезному сигналу (вязкости η) и возможным внешним возмущениям (M_0, Γ, E, I). Результаты приведены в таблице 2.

Выражения относительных погрешностей, причиняемых возмущениями, приведены в таблице 3, графики функции погрешностей при использовании двигателя ДПР-42 приведены на рис. 3.

Чувствительности индикаторных функций

Поз.	Режим $\dot{M} = \dot{m}(\omega)$		Режим $\omega = \omega(M)$	
	Чувствительность	Размерность	Чувствительность	Размерность
1	$S_{\eta} = \frac{\partial I}{\partial \eta} = \frac{K_I C E}{K_E}$	$A \cdot P_{\sigma}^{-1} \cdot s^{-1}$	$S_{\eta} = \frac{\partial E}{\partial \eta} = -\frac{K_E(I - K_I M_0)}{K_I C} \cdot \frac{1}{\eta^2}$	$V \cdot P_{\sigma}^{-1} \cdot s^{-1}$
2	$S_{M_0} = \frac{\partial I}{\partial M_0} = K_I$	$A \cdot N^{-1} \cdot m^{-1}$	$S_{M_0} = \frac{\partial E}{\partial M_0} = -\frac{K_E}{C} \cdot \frac{1}{\eta}$	$V \cdot N^{-1} \cdot m^{-1}$
3	$S_r = \frac{\partial I}{\partial r} = -\frac{K_{IC}}{K_E} \left(K_I M_0 + \frac{K_I C E}{K_E} \eta \right) \eta$	$A \cdot \Omega^{-1}$	$S_r = \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{\partial(U - I_r)}{\partial r} = I$	$V \cdot \Omega^{-1}$
4	$S_E = \frac{\partial I}{\partial E} = \frac{K_{IC}}{K_E} \eta$	$A \cdot V^{-1}$	$S_I = \frac{\partial E}{\partial I} = \frac{K_E}{K_I C} \cdot \frac{1}{\eta}$	$V \cdot A^{-1}$

Таблица 3

Поз.	Относительные погрешности от внешних возмущений	Режим $\omega = \omega (M)$
	Режим $M = M (\omega)$	
1	$\delta_{M_0} = \frac{\partial \eta \cdot M_0}{\partial M_0 \cdot \eta} = \frac{S_{M_0} \cdot M_0}{S_{\eta} \cdot \eta} = \frac{K_E M_0}{C E} \cdot \frac{1}{\eta}$	$\delta_{M_0} = \frac{\partial \eta \cdot M_0}{\partial M_0 \cdot \eta} = \frac{S_{M_0} \cdot M_0}{S_{\eta} \cdot \eta} = \frac{K_I \cdot M_0}{I - K_I M_0}$
2	$\delta_r = \frac{\partial \eta \cdot r}{\partial r \cdot \eta} = \frac{S_r \cdot r}{S_{\eta} \cdot \eta} = - \left(\frac{K_I M_0}{E} + \frac{K_{I C}}{K_E} \eta \right) r$	$\delta_r = \frac{\partial \eta \cdot r}{\partial r \cdot \eta} = \frac{S_r \cdot r}{S_{\eta} \cdot \eta} = - \frac{K_I C I_r}{K_E (I - K_I M_0)} \eta$
3	$\delta_E = \frac{\partial \eta \cdot E}{\partial E \cdot \eta} = \frac{S_E \cdot E}{S_{\eta} \cdot \eta} = 1$	$\delta_I = \frac{\partial \eta \cdot I}{\partial I \cdot \eta} = \frac{S_I \cdot I}{S_{\eta} \cdot \eta} = - \frac{I}{I - K_I \cdot M_0}$

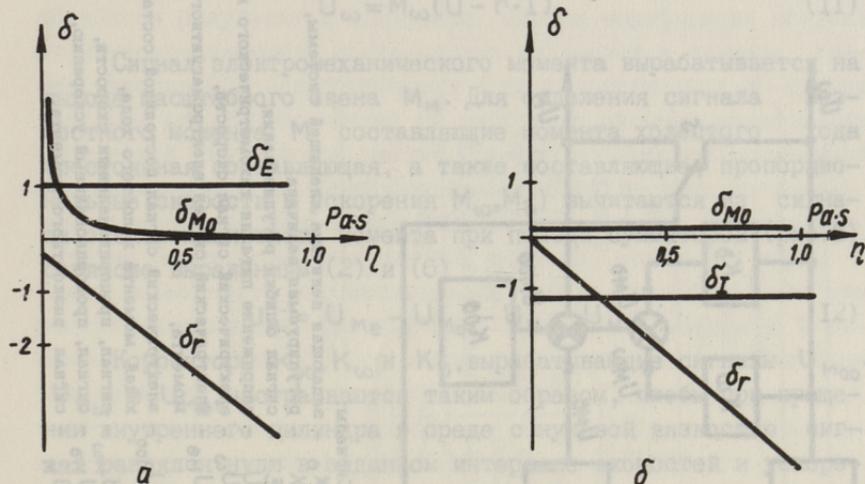


Рис. 3. Зависимости относительных погрешностей.
 а - в режиме $M(\omega)$,
 б - в режиме $\omega(M)$.

5. Функциональная схема двухрежимного ротационного реометра

Двигатель постоянного тока вращает в исследуемой среде внутренний цилиндр, соединенный с валом двигателя либо непосредственно либо через редуктор реометра (рис. 5). Сигналы момента и скорости вырабатываются либо тахометрическим мостом (рис. 4), либо масштабным звеном M и сумматором M (рис. 5). В последнем случае электрический сигнал скорости вращения определяется

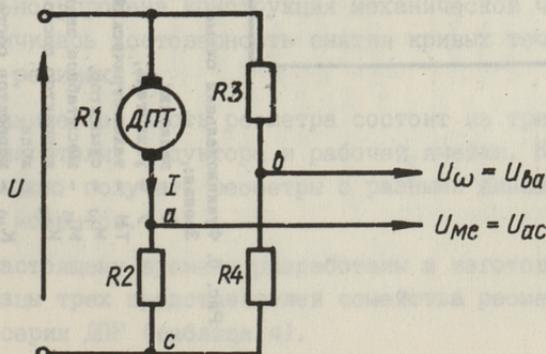


Рис. 4. Тахометрический мост.

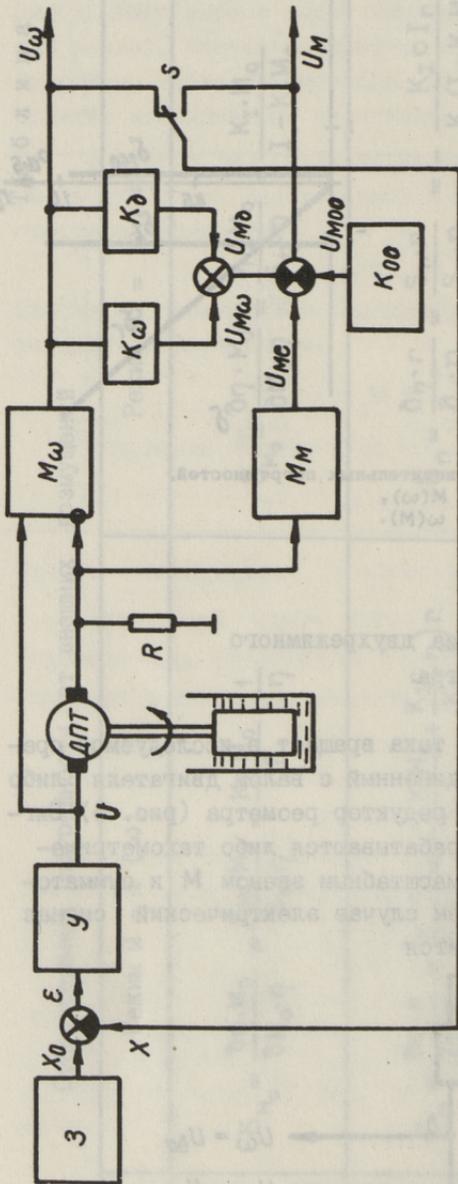


Рис. 5. Функциональная схема ротационного реометра.

Звенья:

- З - задачик,
 У - усилитель,
 ТМ - тахометрический мост,
 М_ω - сумматор,
 М_М - масштабное звено,
 К₀₀ - корректор постоянной составляющей сигнала момента холостого хода,
 К_ω - корректор составляющей сигнала момента холостого хода, пропорциональной скорости,
 К_δ - корректор составляющей сигнала момента холостого хода, пропорциональной ускорению,
 S - переключатель режимов реометра.
- Сигналы:
 X₀ - задающая величина следящей системы,
 X - регулируемая величина,
 ε - сигнал ошибки регулирования,
 U - напряжение питания тахометрического моста,
 U_ω - электрический сигнал скорости,
 U_{ωБ} - электрический сигнал электромагнитного момента,
 U_{ωС} - электрический сигнал постоянной составляющей момента холостого хода,
 U_{ωМ} - сигнал, пропорциональный скорости,
 U_ω - сигнал, пропорциональный ускорению,
 U_М - сигнал вязкостного момента.

$$U_{\omega} = M_{\omega}(U - r \cdot I). \quad (II)$$

Сигнал электромеханического момента вырабатывается на выходе масштабного звена M_M . Для отделения сигнала вязкостного момента M составляющие момента холостого хода (постоянная составляющая, а также составляющие, пропорциональные скорости и ускорения M_{ω}, M_{∂}) вычитаются из сигнала электромагнитного момента при помощи сумматоров (рис.5), согласно выражениям (2) и (6)

$$U_M = U_{Me} - U_{M_{00}} - U_{M_{\omega}} - U_{M_{\partial}}. \quad (I2)$$

Корректоры K_{00}, K_{ω} и K_{∂} , вырабатывающие сигналы $U_{M_{00}}, U_{M_{\omega}}$ и $U_{M_{\partial}}$, настраиваются таким образом, чтобы при вращении внутреннего цилиндра в среде с нулевой вязкостью сигнал равнялся нулю в заданном интервале скоростей и ускорений.

Для обеспечения изменения регулируемой величины X по задаваемой закономерности X_0 составлена замкнутая система регулирования. Работа реометра в двух режимах $M(\omega)$ и $\omega(M)$ достигается переключателем S , замыкающим цепь обратной отрицательной связи соответственно по электрическому сигналу скорости или по сигналу вязкостного момента M .

6. Практические результаты

На основе вышеописанных принципов разработано семейство ротационных реометров "Reset-Roto" (таблица 4), использующих ДПТ как силовой механизм привода, а также преобразователь сигналов момента и скорости. Благодаря отсутствию преобразователя момента с упругим элементом и тахогенератора значительно упрощена конструкция механической части реометра. Увеличилась достоверность снятия кривых течения в динамических режимах.

Механическая часть реометра состоит из трех типов модулей: двигателя, редуктора и рабочей ячейки. Комбинируя модули можно получать реометры с разными диапазонами скоростей и моментов.

К настоящему времени разработаны и изготовлены опытные образцы трех представителей семейства реометров на двигателях серии ДПР (таблица 4).

СЕМЕЙСТВО ВИСКОЗИМЕТРОВ "REGOSET-ROTOR"
(механическая часть)

Версия вискозиметра	1		2		3	
Двигатель постоянного тока Момент Угл. скор.	ДПР 32-07		ДПР 52-03		ДПР 42-03	
	0.1-2 10-100		0.5-10 5-100		0.25-5 5-250	
Коефф. передачи Момент Скорость	4		4		4	
	I-20 1.25-62.5		I-20 1.25-62.5		I-20 1.25-62.5	
Индентор	с1а с1б		с2а с2б		с3а с3б	
	6-120 7-140		6-120 6.5-130		6-120 6.5-130	
Напряж. т, Па	90-900		60-1200		16-800	
	с-1		с-1		с-1	
Поддиапазоны Град.сдв., Па.с	0.007-1.4		0.05-2		0.008-8	
	0.02-4		0.015-6		0.03-32	
Напряж. т, Па	6-130		6-130		6-130	
	4-800		4-800		4-800	
Поддиапазоны Град.сдв., с-1	0.008-32		0.008-32		0.008-32	
	0.075-500		0.075-500		0.075-500	
Общий диапазон вискозиметра	6-140		6-130		6-500	
	35-900		22-1200		1-800	
Вязкость, Па.с	0.007-4		0.005-6		0.008-500	
	6-500		6-500		6-500	
Общий диапазон семейства	I-800		I-800		I-800	
	0.008-500		0.008-500		0.008-500	
Напряж. т, Па	6-500		6-500		6-500	
	I-800		I-800		I-800	
Вязкость, Па.с	0.008-500		0.008-500		0.008-500	
	0.008-500		0.008-500		0.008-500	

т [Па.] - напряжение сдвига,

D [с⁻¹] - градиент сдвига,

п [Па.с] - эффективная вязкость

Разработаны и изготовлены также две модификации электронных блоков для управления ротационными реометрами и для обработки результатов измерения. Первая модификация позволяет измерять вязкость ньютоновских жидкостей и снимать кривые течения [1] неньютоновских сред в координатах $M-\omega$ при заданных дискретных точках по цифровому отсчету момента или скорости в статическом режиме. Прибор отличается повышенной экономичностью, возможность батарейного питания позволяет использовать реометр также в полевых условиях. Вторая модификация имеет кроме статических режимов, описанных выше, также возможность автоматического снятия кривой течения или реограммы с записью функций на координатном самописце в динамическом режиме. Прибор имеет унифицированные аналоговые выходы электрических сигналов скорости вращения индентора, вязкостного момента и эффективной вязкости. Имеется возможность управления режимами реометра от внешнего устройства (напр. микро-ЭВМ).

Для стабилизации температуры измеряемой среды рабочие ячейки реометров имеют водяную рубашку для подключения внешнего термостата или собственную (электрическую) систему автоматического регулирования температуры.

Ротационные реометры относятся к приборам средней точности, приведенные погрешности сигналов скорости и момента не превышают $\pm 2\%$ и $\pm 4\%$ соответственно.

Принципы, используемые в ротационных реометрах на базе ДПТ защищены авторскими свидетельствами СССР [4, 5].

Л и т е р а т у р а

1. У у т м а Т. О недостатках классических ротационных реометров // См. наст. сб. с. 3.

2. S c h r a m m G. Introduction to Practical Viscometry. Karlsruhe: Gebrüder HAAKE GmbH. P. 119.

3. К р у т о г о л о в В.Д., К у л а к о в М.В. Ротационные вискозиметры. М.: Машиностроение, 1984.

4. В я л ь я м я э Г., Г о р д о н Б., П р о о д э Ю. С е п п е л ь С., У у т м а Т. Ротационный вискозиметр. - АС ном. 1343300 опубл. 07.10.87. Бюл. 37.

Б. Вяльямяэ Г., Гордон Б., Проудэ Ю.,
Сеппель С., Уутма Т. Ротационный вискозиметр. -
АС ном. 1343300 опубл. 07.10.87. Бюл. 37.

S. Seppel, U. Umbleja, T. Uutma

Rotation Rheometers Based on the DC Motor

Abstract

This paper analyzes the possibilities of using a DC motor as a drive motor as well as a torque and speed transducer in rotational rheometers. To give recommendations for the suitable DC motor type necessary transfer functions and error equations are supplied. The paper also describes the general structure of the two mode rotational rheometer. The paper includes the current development stage and technical data of rotational rheometers family "Reoset-Roto" based on the DC motor ДПР.

S. Seppel, U. Umbleja, T. Uutma

Alalisvoolumootori baasil töötav rotatsioonreomeeter

Kokkuvõte

Käesolevas artiklis on kirjeldatud TPI automaatika kateedris loodud rotatsioonreomeetrite teoreetilisi aluseid. Reomeetrid töötavad alalisvoolumootorite baasil.

Reomeetrites puuduvad spetsiaalsed muundurid momendi ja kiiruse mõõtmiseks. Mõõteseadme ajamis jõumehhanismina kasutatav alalisvoolumootor täidab samaaegselt ka mõõtemuundurite funktsioone.

Sobiva mootoritüübi valikuks ja kaherežiimse rotatsioonreomeetri funktsionaalskeemi sünteesiks on töös analüüsitud alalisvoolumootorite staatilisi ja dünaamilisi karakteristikuid.

Valitud lahendused võimaldavad reomeetrite mehaanilise osa konstruktsiooni oluliselt lihtsustada, suurendades sellega seadmete valmistamise tehnoloogilisust ja parandades reomeetrite omadusi voolamiskõverate registreerimisel dünaamilises režiimis.

Töös kirjeldatud funktsionaalskeemi alusel on loodud rotatsioonreomeetrite perekond "Reset-Roto", mille üldise loomustus on toodud artikli lõpposas.

Г.Х. Вяльмяэ, Б.И. Гордон, Ю.И. Прооде

РОТАЦИОННЫЙ ВИСКОЗИМЕТР НА БАЗЕ АСИНХРОННОГО
ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

Упругий элемент преобразователя крутящего момента в ротационных вискозиметрах может являться причиной значительных искажений результатов измерений, чем ограничивает область применимости подобных приборов [1]. Исходя из этого разработаны ротационные вискозиметры на базе коллекторного двигателя постоянного тока, где сам двигатель является преобразователем крутящего момента [2]. В настоящей статье описывается другая возможность построения ротационного вискозиметра, не имеющего упругого элемента — на базе асинхронного однофазного двухобмоточного электродвигателя.

Принцип действия ротационного вискозиметра базируется на общеизвестной зависимости [3].

$$\eta = \frac{M}{k'\omega}, \quad (1)$$

где η — измеряемая кинематическая вязкость,

M — крутящий момент,

k' — коэффициент, характеризующий геометрию цилиндров,

ω — частота вращения цилиндра.

При $M = \text{пост.}$ между измеряемой вязкостью η и частотой вращения ω существует обратно пропорциональная зависимость, поэтому вместо измерения ω более удобным является измерение периода вращения $T = \frac{2\pi}{\omega}$. В этом случае

$$\eta = \frac{M}{2\pi k'} T = \frac{M}{k'} T, \quad (2)$$

и при $M = \text{пост.}$

$$\eta = B \cdot T, \quad (3)$$

где B — постоянная вискозиметра,

T — период вращения цилиндра,

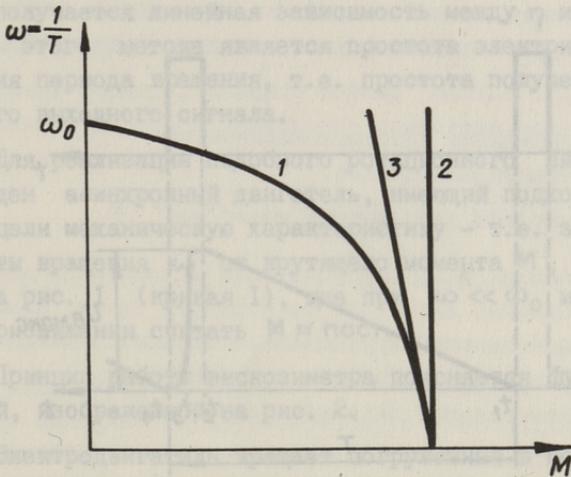


Рис. 1. Механические характеристики асинхронного двигателя.

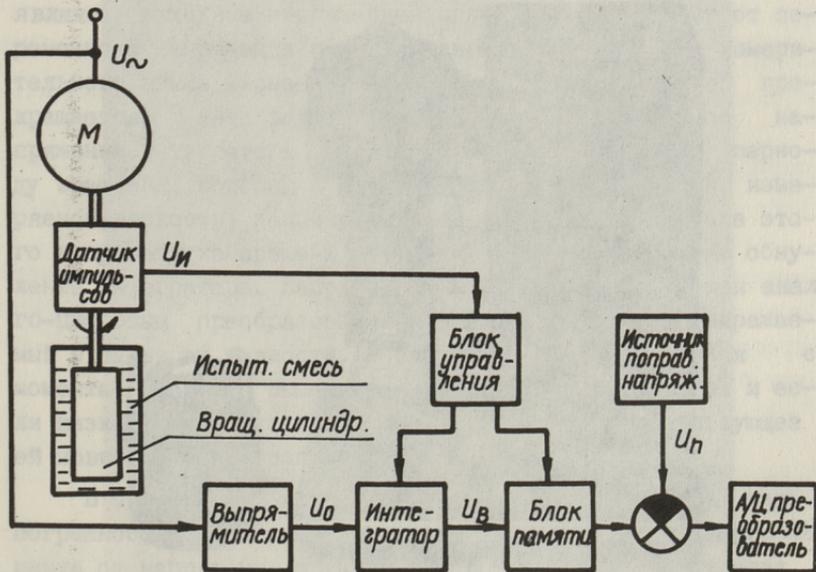


Рис. 2. Функциональная схема ротационного вискозиметра.

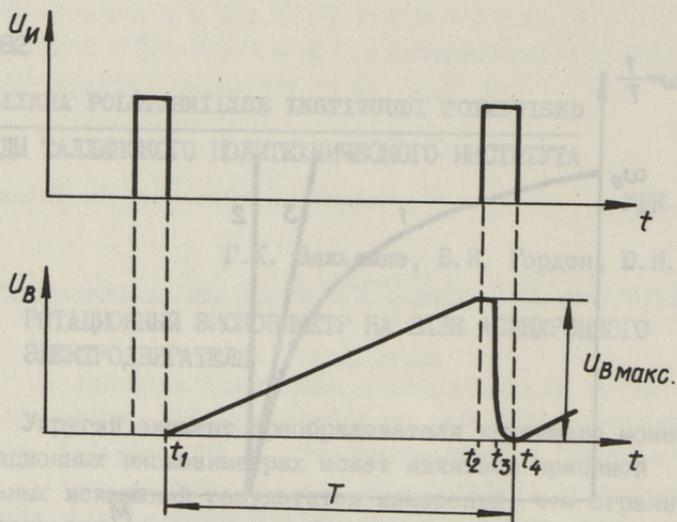


Рис. 3. Временные диаграммы импульсов управления и выходного напряжения интегратора.

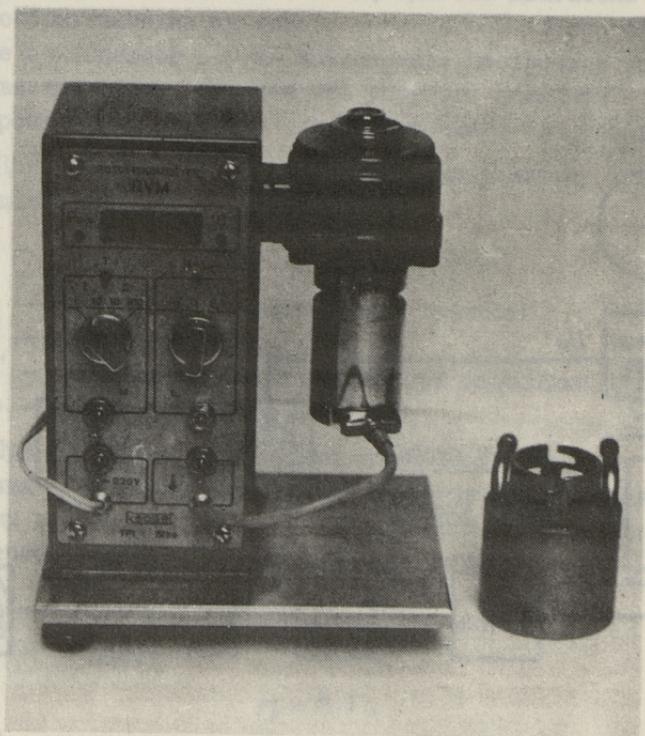


Рис. 4. Ротационный вискозиметр RVM.

т.е. получается линейная зависимость между η и T . Достоинством этого метода является простота электрического измерения периода вращения, т.е. простота получения электрического выходного сигнала.

Для реализации подобного ротационного вискозиметра пригоден асинхронный двигатель, имеющий подходящую для этой цели механическую характеристику – т.е. зависимость частоты вращения ω от крутящего момента M , изображенную на рис. 1 (кривая I), где при $\omega \ll \omega_0$ можно в первом приближении считать $M \approx \text{const}$.

Принцип работы вискозиметра поясняется функциональной схемой, изображенной на рис. 2.

Электродвигатель вращает погруженный в испытуемое вещество цилиндр. Датчик импульсов вырабатывает импульсы, период T которых (рис. 3) пропорционален вязкости исследуемой среды. В начале периода T , в момент времени t_1 блок управления включает интегратор, выходное напряжение которого $U_B = k \cdot \int U_0 \cdot dt$. Входное напряжение интегратора U_0 , являясь выходным напряжением выпрямителя, зависит от переменного напряжения питания двигателя U_n . В конце измерительного цикла (момент времени t_2) интегрирование прекращается. В интервале времени от t_2 до t_3 выходное напряжение интегратора $U_{B \text{ макс}}$, пропорциональное периоду вращения, который в свою очередь пропорционален измеряемой вязкости, запоминается в блоке памяти. После этого в промежутке времени от t_2 до t_3 производится обнуление интегратора. Напряжение $U_{B \text{ макс}}$ преобразуется аналого-цифровым преобразователем в цифровой отсчет, выражаемый в единицах вязкости. В следующий период (начиная с момента t_4) весь вышеописанный процесс повторяется и если вязкость за это время изменилась, то соответствующее ей новое значение запоминается в блоке памяти.

В описываемом вискозиметре компенсируются два вида погрешностей: погрешность из-за зависимости крутящего момента от напряжения питания и погрешность из-за отличия наклона реальной механической характеристики от требуемой идеальной (вертикальной).

1. Крутящий момент зависит от переменного напряжения питания. В первом приближении эта зависимость квадратичная

$$M = m \cdot U_{\sim}^2, \quad (4)$$

где m - коэффициент пропорциональности,

U_{\sim} - питающее напряжение.

Линеаризованно эта зависимость имеет вид

$$M = M_n \left(1 + 2 \frac{\Delta U_{\sim}}{U_{n\sim}} \right), \quad (5)$$

где M_n - номинальный крутящий момент при $U_{\sim} = U_{n\sim}$,

ΔU_{\sim} - изменение питающего напряжения,

$U_{n\sim}$ - номинальное питающее напряжение.

В описываемом вискозиметре влияние колебания питающего напряжения компенсируется необходимой зависимостью выходного напряжения выпрямителя от питающего напряжения, а именно

$$U_0 = U_{0n} \left(1 + 2 \frac{\Delta U_{\sim}}{U_{n\sim}} \right), \quad (6)$$

где U_0 - выходное напряжение выпрямителя,

U_{0n} - выходное напряжение выпрямителя при номинальном значении питающего напряжения.

Таким образом, исключается зависимость длительности периода вращения двигателя от колебания питающего напряжения.

2. Реальная механическая характеристика (1 на рис. 1) отличается от требуемой идеальной (2 на рис. 1). Механическая характеристика реального двигателя при малых частотах вращения на которых двигатели вискозиметров и работают, может быть аппроксимирована линейной зависимостью

$$M = M_n \left(1 - \frac{\sigma}{T} \right), \quad (7)$$

где M - крутящий момент двигателя,

M_n - пусковой крутящий момент двигателя,

T - период вращения,

σ - коэффициент, характеризующий наклон линеаризованной характеристики.

На рис. 1 изображена эта зависимость прямой 3. Подставляя (7) в (2), получим

$$T' = \frac{K}{M_n} \eta + a, \quad (8)$$

где T' — период вращения реального двигателя.

Таким образом, измеряя период реального двигателя, по сравнению с периодом идеального двигателя возникает погрешность периода

$$\Delta T = T' - T = \frac{K}{M_n} \eta + a - \frac{K}{M_n} \eta = a. \quad (9)$$

Для компенсации этой погрешности в выходное напряжение блока памяти вводится от источника поправочного напряжения дополнительное неизменное напряжение U_n .

Ротационный вискозиметр RVM выполнен на базе асинхронного однофазного двухобмоточного электродвигателя РДО9. Электрическая часть прибора помещена в стойке, куда прикреплен двигатель с рабочими цилиндрами. Один из внешних цилиндров снабжен электрическим нагревательным элементом и датчиком температуры для поддержания температуры испытуемой среды от встроенного терморегулятора, а другой снабжен водяной рубашкой для поддержания температуры от внешнего водяного термостата.

Прибор предназначен для абсолютного измерения вязкости ньютоновских жидкостей и относительной оценки реологических свойств неньютоновских жидкообразных веществ.

Основные технические характеристики ротационного вискозиметра RVM.

Диапазон измерения вязкости 0,03...100 Па·с

Основная приведенная погрешность не более 4 %

Размер рабочих цилиндров

внешнего ϕ 34 мм

сменных внутренних ϕ 32 x 36 мм

ϕ 22 x 36 мм

Питание от сети переменного тока $U = 220^{+10}_{-20}$ В,

$f = 50$ Гц

Габариты 200 x 160 x 250 мм

Масса 4 кг

Ротационный вискозиметр защищен авторским свидетельством СССР [3].

Л и т е р а т у р а

1. У у т м а Т.Х. О недостатках классических ротационных реометров. См. наст. сб., с. 3.
2. С е п п е л ь С.А., У м б л е я У.К., У у т м а Т.Х. Ротационные реометры на базе двигателя постоянного тока. См. наст. сб., с. 10.
3. Б е л к и н И.М., В и н о г р а д о в Г.В., Л е о н о в А.И. Ротационные вискозиметры. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
4. А.с. № I290I45 (СССР). Ротационный вискозиметр / Г.Х. Вяльямяэ, В.И. Гордон, Ю.И. Проодэ, С.А. Сеппель, Т.Х. Уутма. Опубл. в Б.И. 15.02.87, № 6.

G. Väljamäe, B. Gordon, Ü. Proode

Rotationsviskosimeter mit Asynchronmotorantrieb

Zusammenfassung

Es wird ein drehmomentgeberloses Rotationsviskosimeter vorgestellt, das von einem Einphasen-Asynchronmotor angetrieben wird. Die Viskosität wird durch das Messen der Umlaufperiode des in der Meßsubstanz rotierenden Zylinders festgestellt.

Das Gerät ist mit einem eingebauten elektrischen Thermostat zur Konstanthaltung der Temperatur der Meßsubstanz ausgerüstet.

Der Meßbereich des Gerätes beträgt 0,03...100 Pa.s bei einem Meßfehler nicht über 4 %.

Das Viskosimeter kann für Absolutwertmessungen von Newtonschen Flüssigkeiten und relativen Prüfungen von nicht-Newtonschen Substanzen verwendet werden.

G. Väljamäe, B. Gordon, Ü. Proode

Asünkroonmootorajamiga rotatsioonviskosimeeter

Kokkuvõte

Artikkel käsitleb momendimuundurita rotatsioonviskosimeetrit, mille ajamis kasutatakse standardset ühefaasilist asünkroonmootorit PD 09. Viskoossuse määramiseks mõõdetakse katsetatavas aines pöörleva silindri pöörlemisperioodi etteantud pöördemomendi juures. On sisse viidud parandid toitepinge muutumisest ja mootori mehaanilise karakteristiku mitteideaalsusest põhjustatud mõõtevigade kompenseerimiseks.

Viskosimeeter on varustatud sisseehitatud elektrilise termostaadiga, et tagada katsetatavas aines konstantne temperatuur.

Viskosimeetri mõõtepiirkond on 0,03...100 Pa.s, kui maksimaalne taandatud viga on 4,0 %.

Mõõteriist on ette nähtud njuutonlike vedelike viskoossuse absoluutväärtuse mõõtmiseks ja mittenjuutonlike keskkondade reoloogiliste omaduste suhteliseks hindamiseks.

РАССТОЯНИЕ ОТ НЕУПРАВЛЯЕМОЙ МОДЕЛИ

I. Введение

Пусть задана линейная модель объекта управления (OU) уравнениями

$$\dot{x}(t) = A(x)t + Bu(t), \quad x(t), \quad (I)$$

где $x(t)$ и $u(t)$ - векторы размерности n и m ,

A, B - постоянные вещественные матрицы размерности $n \times n$ и $n \times m$ соответственно.

Одним из качественных свойств, которое исследуется при анализе модели OU, является управляемость. Управляемость модели, заданной уравнениями (I), определяется только парой матриц (A, B) . Возмущая в достаточной мере элементы матриц A и B , можно каждую управляемую модель превращать в неуправляемую. Знание величины таких возмущений параметров позволяет количественно оценить управляемость модели.

В статье приводится определение расстояния заданной модели от ближайшей неуправляемой модели в пространстве параметров модели OU и излагается алгоритм вычисления верхней границы названной величины.

2. Определение расстояния от неуправляемой модели

Понятие расстояния модели от неуправляемой модели в литературе впервые вводится в работе [7] и затем встречается в работах [3, 4, 5]. Приводит определение, которое используется в данной статье.

Традиционные алгоритмы [1, 2, 7] установления управляемости пары (A, B) дают бинарный ответ "да" или "нет". Зачастую значения параметров модели OU известны не совсем точ-

но. Если мы установили по доступным значениям параметров A и B , что модель OU управляема: то интересно узнать, какие могут быть возмущения параметров модели δA и δB , $\delta A \in R^{n \times n}$, $\delta B \in R^{n \times m}$, чтобы пара $(A + \delta A, B + \delta B)$ стала неуправляемой.

Обозначим через $(\delta A, \delta B)$ $n \times (n+m)$ матрицу возмущений параметров модели OU , состоящую из двух блоков δA и δB . Через Δ обозначим множество всех таких матриц $(\delta A, \delta B)$, при которых пара $(A + \delta A, B + \delta B)$ станет неуправляемой

$$\Delta = \{(\delta A, \delta B): \text{пара } (A + \delta A, B + \delta B) \text{ неуправляема}\}.$$

Матрицу возмущений, удовлетворяющую условию $(\delta A, \delta B) \in \Delta$, назовем возмущением управляемости.

Рассмотрим пару (A, B) как точку в конечномерном пространстве параметров A и B . В некоторой окрестности управляемой пары (A, B) не имеется ни одной неуправляемой пары. Среди возмущений управляемости имеется такая, которая имеет наименьшую норму. Через $\|\cdot\|$ обозначается спектральная норма матрицы. Следуя идеям работы [7], определим расстояние модели о неуправляемой модели следующим образом.

О п р е д е л е н и е. Расстоянием модели от неуправляемой модели η назовем наименьшую норму возмущения управляемости

$$\eta = \min_{(\delta A, \delta B) \in \Delta} \|(\delta A, \delta B)\|.$$

Знание расстояния модели от неуправляемой модели и наименьшего возмущения управляемости позволяет ответить на вопрос, насколько хорошо модель OU управляема. Расстояние от неуправляемой модели является количественной мерой управляемости в пространстве параметров модели, характеризующее количественно пригодность модели с точки зрения управляемости.

Практическая ценность такой меры следующая. Допустим, что матрицы модели A и B известны приближенно, $\|(A - A^*, B - B^*)\| \leq \varepsilon \cdot \|(A, B)\|$, где A^* и B^* точные значения матрицы модели и ε - скаляр, характеризующий приближенность параметров. Если окажется, что $\eta > \varepsilon \cdot \|(A, B)\|$, тогда проектировщик системы управления может быть уверен в управляемости объекта. В противном случае имеется возможность, что объект в действительности окажется неуправляемым.

3. Вычисление расстояния от неуправляемой модели

Прямое вычисление расстояния от неуправляемой модели по определению является (n^2+n-m) -мерной задачей условной минимизации, если все элементы матриц возмущений $\delta A, \delta B$ могут принимать произвольные значения. В работе [4] разработан алгоритм, по которому расстояние η вычисляется как решение $2n$ -мерной задачи условной минимизации, в которой целевая функция не всюду непрерывная. Наиболее подходящий среди известных алгоритмов практического вычисления расстояния от неуправляемой модели имеется в работе [5]. Доказывается, что расстояние η является решением одномерной задачи минимизации

$$\eta = \min_{s \in \mathbb{R}} \sigma_{\min}(sI - A, B), \quad (2)$$

где $\sigma_{\min}(sI - A, B)$ обозначает наименьшее сингулярное значение матрицы $(sI - A, B)$.

Как видно, вычисление точного значения расстояния η численно весьма сложная задача. Во многих случаях достаточно, когда нам известна верхняя граница расстояния η , которую обозначим через $\bar{\eta}$, $\eta \leq \bar{\eta}$. В работе [3] приведен один алгоритм вычисления грубой оценки границы $\bar{\eta}$. В данной работе описывается новый алгоритм вычисления верхней границы расстояния от неуправляемой модели.

4. Верхняя граница расстояния от неуправляемой модели

Рассмотрим граммian управляемости [1, 6] на промежутке $[0, t_1]$

$$W^2 = \int_0^{t_1} e^{At} B B^T e^{A^T t} dt.$$

Обозначим его сингулярное разложение через $W = U \Sigma U^T$, где U - ортонормированная матрица и $\Sigma = \text{diag}(\sigma_i)$, $i = 1, \dots, n$. Сингулярные значения σ_i называются величинами главных компонент (ВГК) управляемости на промежутке $[0, t_1]$ [6]. (A, B) станет неуправляемой, если граммian управляемости возмущенной модели станет вырожденным, т.е. хотя бы одна ВГК управляемости возмущенной модели равняется нулю.

Преобразуем координаты состояния $x(t) = U \tilde{x}(t)$. Параметры модели соответственно преобразуются в $A(U) = U^T A U, B(U) = U^T B$. Прямой подстановкой можно проверить, что грамиан управляемости в преобразованной системе координат состояния будет диагональной матрицей $W(U) = \Sigma$.

Возмущения управляемости преобразованной модели также изменяются $\delta A(U) = U^T \delta A U, \delta B(U) = U^T \delta B$. Но умножение на ортонормированную матрицу не изменяет норму матрицы и, следовательно, расстояние от неуправляемой модели для исходной и преобразованной модели равно, $\eta(A, B) = \eta(A(U), B(U))$. Поэтому для вывода формулы верхней границы расстояния от неуправляемой модели будем рассматривать преобразованную модель $(A(U), B(U))$ и использовать диагональность ее грамиана управляемости.

Возмущаем параметры модели $(A(U), B(U))$ так, чтобы возмущенная модель $(\tilde{A}(U), \tilde{B}(U))$ была неуправляемой, $\tilde{A}(U) = A(U) + \delta A(U), \tilde{B}(U) = B(U) + \delta B(U), (\delta A(U), \delta B(U)) \in \Delta(U)$. Вычислим грамиан управляемости возмущенной модели $(\tilde{A}(U), \tilde{B}(U))$, который будет $\tilde{W} = \Sigma + \delta W$. Обозначим сингулярные значения возмущенного грамиана \tilde{W} через $\tilde{\sigma}_i, i=1, \dots, n$. Возмущение грамиана δW должно быть такое, что хотя бы одно сингулярное значение $\tilde{\sigma}_i$ равнялось бы нулю.

Примем предположение, что возмущение управляемости $(\delta A(U), \delta B(U))$ выбрано так, что приводит только i -е значение $\tilde{\sigma}_i$ к нулю, не изменяя других значений

$$\tilde{\sigma}_i = 0, \tilde{\sigma}_k = \sigma_k, k=1, \dots, n, k \neq i. \quad (3)$$

Сделанное предположение ограничивает множество возмущений управляемости. Могут существовать возмущения, вследствие которых возмущенный грамиан \tilde{W} вырожденный, но остальные его сингулярные значения принимают произвольные значения, $\tilde{\sigma}_i = 0, \tilde{\sigma}_k \neq \sigma_k, k=1, \dots, n$. Норма таких возмущений управляемости может оказаться меньше, чем норма возмущений, удовлетворяющих условиям (3).

Учитывая диагональность грамиана управляемости пары $(A(U), B(U))$, возмущением грамиана δW , при котором удовлетворяются условия (3), будет возмущение

$$\delta W_i = \text{diag}(0, \dots, 0, -\sigma_i, 0, \dots, 0). \quad (4)$$

Следовательно и матрица Грама возмущенной модели $\tilde{W}_i = \Sigma + \delta W_i$ будет диагональной.

Допустим временно, что матрица A устойчивая и рассмотрим бесконечный промежуток времени $t \in [0, \infty)$. Тогда грамиан управляемости W удовлетворяет матричному уравнению [1, 2]

$$AW^2 + W^2A^T + BV^T = 0. \quad (5)$$

Обозначим через $(\delta A_i, \delta B_i)$ возмущение управляемости преобразованной модели, которое дает приращение грамиана (4). Так как возмущенный грамиан \tilde{W}_i диагональный, то из уравнения (5) получим для возмущенной модели две системы скалярных уравнений

$$2 \tilde{\sigma}_i^2 \tilde{a}_{ii} + \sum_{j=1}^m \tilde{b}_{ij}^2 = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$\tilde{\sigma}_i^2 \tilde{a}_{ki} + \tilde{\sigma}_k^2 \tilde{a}_{ik} + \sum_{j=1}^m \tilde{b}_{kj} \tilde{b}_{ij} = 0, \quad (7)$$

$$k = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, n, \quad k \neq i,$$

где $\tilde{\sigma}_i$ обозначает диагональные элементы матрицы \tilde{W}_i , \tilde{a}_{ij} , \tilde{b}_{ij} - элементы матриц $\tilde{A}_i = A(U) + \delta A_i$ и $\tilde{B}_i = B(U) + \delta B_i$ соответственно.

В результате возмущения $(\delta A_i, \delta B_i)$ i -е сингулярное значение становится нулевым: $\sigma_i = 0$, а остальные останутся неизменными. Выясним, каким должно быть это возмущение преобразованной модели. Из уравнения (6) видно, что равенство $\tilde{\sigma}_i = 0$ имеет место только тогда, когда i -я строка возмущенной матрицы \tilde{B}_i будет нулевой. Тогда $\sum_{j=1}^m \tilde{b}_{kj} \tilde{b}_{ij} = 0$ и из уравнения (7) получим, что при $\tilde{\sigma}_i = 0$ должны выполняться условия $\tilde{a}_{ik} = 0$, $k = 1, \dots, n$, $k \neq i$. Это значит, что внедиагональные элементы i -й строки возмущенной матрицы \tilde{A}_i должны быть нулевыми. Поскольку по предположению (3) возмущение $(\delta A_i, \delta B_i)$ на другие сингулярные значения не влияет, то остальные элементы матриц \tilde{A}_i и \tilde{B}_i должны равняться соответствующим элементам матриц $A(U)$ и $B(U)$. Следовательно, матрицы \tilde{A}_i и \tilde{B}_i возмущенной модели должны иметь вид канонической формы управляемости [2], полученной из преобразованной модели $(A(U), B(U))$ обнулением соот-

ветствующих элементов i -й строки. Например, если $i = n$, то матрицы \tilde{A}_n, \tilde{B}_n должны иметь вид

$$\tilde{A}_n = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 \dots 0 & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \tilde{B}_n = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix},$$

где A_{11}, A_{12}, a_{nn} и B_1 соответствующие блоки матриц $A(U), B(U)$.

Таким образом, из уравнений (6) и (7) получим, что достаточное возмущение управляемости преобразованной модели $(A(U), B(U))$, удовлетворяющее условиям (3), равняется

$$\delta A_i = \begin{pmatrix} 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ -a_{i1} \dots -a_{i,i-1} & 0 & -a_{i,i+1} \dots -a_{in} \\ 0 & \vdots & 0 \end{pmatrix},$$

$$\delta B_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -b_{i1} \dots -b_{im} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $a_{ik}, b_{ij}, k=1, \dots, n, j=1, \dots, m$ обозначает элементы i -й строки матриц $A(U), B(U)$ соответственно.

При каждом индексе $i, i=1, \dots, n$ можно найти достаточное возмущение управляемости преобразованной модели (8), удовлетворяющее условиям (3). Необходимо отметить, что индекс i , при котором получается наименьшее по норме возмущение $(\delta A_i, \delta B_i)$, необязательно соответствует наименьшему ВГК управляемости $(A(U), B(U))$. Из уравнения (6) видно, что малое значение σ_i может быть обусловлено большим абсолютным значением диагонального элемента a_{ii} матрицы $A(U)$, т.е. переходный процесс переменной $\tilde{x}_i(t)$ относительно быстро затухает.

Наименьшее по норме возмущение $(\delta A_i, \delta B_i)$ определяет верхнюю границу расстояния о неуправляемой модели для преобразованной модели $(A(U), B(U))$ и ввиду ортонормированности матрицы преобразования U также для исходной модели (A, B)

$$\bar{\eta} = \min \|(\delta A_i, \delta B_i)\|, \quad (9)$$

где матрицы δA_i и δB_i вычисляются по формулам (8). Благодаря специальной структуре матрицы $(\delta A_i, \delta B_i)$ ее спектральная норма и евклидова норма совпадают.

Обсудим последствия промежуточного предположения об устойчивости матрицы A . Так как достаточное возмущение (8) приводит возмущенную модель в канонически неуправляемую форму, то возмущением (8) теряется управляемость и при неустойчивой модели. Следовательно, оценка расстояния от неуправляемой модели (9) остается в силе также при неустойчивой матрице состояния.

Находим еще достаточные возмущения управляемости исходной модели (A, B) . Обозначим через $(\delta \bar{A}(U), \delta \bar{B}(U))$ наименьшее по норме среди возмущений $(\delta A_i, \delta B_i)$, вычисленных по формулам (8). В преобразованной системе координат модель

$$\tilde{A}(U) = A(U) + \delta \bar{A}(U)$$

$$\tilde{B}(U) = B(U) + \delta \bar{B}(U)$$

будет неуправляемой. Преобразуем модель $(\tilde{A}(U), \tilde{B}(U))$ обратным преобразованием U^T , переходя в исходную систему координат. В результате получим неуправляемую модель (\bar{A}, \bar{B}) в исходной системе координат

$$A = U \tilde{A}(U) U^T = A + U \delta \bar{A}(U) U^T$$

$$B = U \tilde{B}(U) = B + U \delta \bar{B}(U).$$

Матрицы

$$\delta \bar{A} = U \delta \bar{A}(U) U^T$$

$$\delta \bar{B} = U \delta \bar{B}(U) \quad (10)$$

будут возмущением управляемости исходной модели, $(\delta \bar{A}, \delta \bar{B}) \in \Delta$, хотя необязательно наименьшим возмущением исходной модели. Возмущение $(\delta \bar{A}, \delta \bar{B})$ является наименьшим достаточным возмущением управляемости, которое мы умеем явно вычислить.

5. Алгоритм вычисления верхней границы расстояния от неуправляемой модели

В итоге рассуждений предыдущего пункта получим следующий алгоритм вычисления верхней границы расстояния от неуправляемой модели и достаточного возмущения управляемости.

1. Вычислить грамиан управляемости W^2 и его сингулярное разложение $W^2 = U \Sigma^2 U^T$.

2. Преобразовать исходную модель (A, B) ортонормированным преобразованием U , $A(U) = U^T A U$, $B(U) = U^T B$.

3. Вычислить для преобразованной модели $(A(U), B(U))$ достаточные возмущения управляемости $(\delta A_i, \delta B_i)$, $i = 1, \dots, n$ по формулам (8).

4. Вычислить верхнюю границу расстояния от неуправляемой модели $\bar{\eta}$ по формуле (9) и определить наименьшее по норме достаточное возмущение управляемости преобразованной модели $(\delta \bar{A}(U), \delta \bar{B}(U))$ среди возмущений $(\delta A_i, \delta B_i)$.

5. Вычислить достаточное возмущение управляемости исходной модели $(\delta \bar{A}, \delta \bar{B})$ по формулам (10).

6. Примеры

Пример I. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Для промежутка $[0, \infty)$ сингулярные векторы и сингулярные значения грамиана управляемости W равняются

$$U = \begin{pmatrix} -0,821 & 0,570 \\ -0,570 & -0,821 \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \text{diag}(0,854, \quad 0,136).$$

Преобразованная модель имеет вид

$$A(U) = U^T A U = \begin{pmatrix} -1,324 & -0,468 \\ -0,468 & -1,673 \end{pmatrix}$$

$$B(U) = U^T B = \begin{pmatrix} -1,391 \\ -0,251 \end{pmatrix}.$$

По формулам (8) наименьшее достаточное возмущение управляемости получается при $i = 2$

$$\delta A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0,468 & 0 \end{pmatrix}, \quad \delta B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,251 \end{pmatrix}.$$

что дает значение верхней границы расстояния от неуправляемой модели $\bar{\eta} = \|(\delta A_2, \delta B_2)\| = 0,531$. Возмущенная модель $(A(U) + \delta A_2, B(U) + \delta B_2)$ имеет ВГК управляемости $\tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 = 0,854$, $\tilde{\sigma}_2 = 0$.

В возмущенной модели переменная состояния $\tilde{x}_2(t)$ станет структурно неуправляемой.

Достаточное возмущение управляемости модели в исходной системе координат получается по формулам (10)

$$\delta \bar{A} = \begin{pmatrix} -0,219 & -0,152 \\ 0,315 & 0,219 \end{pmatrix}, \quad \delta \bar{B} = \begin{pmatrix} 0,143 \\ -0,206 \end{pmatrix}.$$

В то же время наименьшее возмущение параметров исходной модели, при котором возмущенная модель станет неуправляемой, равняется

$$\delta A = \begin{pmatrix} -0,25 & -0,25 \\ 0,25 & 0,25 \end{pmatrix}, \quad \delta B = 0,$$

что дает возмущение управляемости преобразованной модели

$$\delta A(U) = \begin{pmatrix} -0,087 & -0,016 \\ 0,484 & 0,087 \end{pmatrix}, \quad \delta B(U) = 0.$$

Расстояние от неуправляемой модели равняется $\eta = \|\delta A\| = \|\delta A(U)\| = 0,5$. Такое же значение расстояния η дает решение задачи (2). Возмущенная модель $(A(U) + \delta A(U), B(U))$.

$$A(U) + \delta A(U) = \begin{pmatrix} -1,411 & -0,484 \\ 0,016 & -0,586 \end{pmatrix},$$

имеет недиагональный матрицу управляемости, сингулярные значения которого равняются $\tilde{\sigma}_1 = 0,815$, $\tilde{\sigma}_2 = 0$. Видно, что при наименьшем возмущении изменились оба ВГК управляемости возмущенной модели. В результате возмущения $\delta A(U)$ переменные состояния возмущенной модели становятся линейно зависимыми, что является причиной потери управляемости. Для превращения переменных состояния возмущенной модели нашего примера линейно зависимыми требуется возмущение меньше, чем возмущение, превращающее в возмущенной модели одну переменную состояния структурно неуправляемой.

В данном примере верхняя граница расстояния от неуправляемой модели $\bar{\eta}$ по выражению (9) превышает действительное значение расстояния η на 6,2%. Алгоритм из работы [3] дает значение границы расстояния от неуправляемой модели равное 0,94, которое превышает действительное значение расстояния на 88%.

Пример 2. Рассмотрим модель OU , заданную матрицами

$$A = \begin{pmatrix} -3 & I & 0 \\ 2 & -3 & 2 \\ 0 & I & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На промежутке $[0, 3]$ грамматин управляемости W^2 равняется

$$W^2 = \begin{pmatrix} 0,200 & 0,0997 & 0,0332 \\ 0,0997 & 0,1327 & 0,0997 \\ 0,0332 & 0,0997 & 0,200 \end{pmatrix}.$$

Вычисляя сингулярное разложение $W^2 = U \Sigma^2 U^T$, получим

$$U = \begin{pmatrix} -0,578 & 0,707 & -0,408 \\ -0,576 & 0,0 & 0,817 \\ -0,578 & -0,707 & -0,408 \end{pmatrix},$$

$$\Sigma = \text{diag}(0,577, 0,408, 0,182).$$

Параметры преобразованной модели равняются

$$A(U) = U^T A U = \begin{pmatrix} -1,0 & 0 & -0 \\ 0 & -3,0 & 0 \\ -1,418 & 0 & -5,0 \end{pmatrix},$$

$$B(U) = U^T B = \begin{pmatrix} -0,578 & -0,578 \\ 0,707 & -0,707 \\ -0,408 & -0,408 \end{pmatrix}.$$

Для преобразованной модели грамматин управляемости является диагональной матрицей: $W(U) = \Sigma = \text{diag}(0,577, 0,408, 0,182)$.

Определим по формулам (8) для $i = 1, 2, 3$ достаточные возмущения управляемости преобразованной модели $(\delta A_i, \delta B_i)$ и нормы $\bar{\eta}_i = \|(\delta A_i, \delta B_i)\|$, получая $\bar{\eta}_1 = 0,817$, $\bar{\eta}_2 = 1,0$, $\bar{\eta}_3 = 1,53$. Следовательно, верхняя граница расстояния от неуправляемой модели равняется $\bar{\eta} = 0,817$. Наименьшее из возмущений $(\delta A_i, \delta B_i)$ получается при $i = 1$, несмотря на то, что $\sigma_1 = \max \sigma_i$.

Наименьшее достаточное возмущение управляемости преобразованной модели равняется

$$\delta A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \delta B_1 = \begin{pmatrix} 0,578 & 0,578 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

По формулам (10) получим достаточное возмущение управляемости исходной модели

$$\delta \bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \delta \bar{B} = \begin{pmatrix} -0,334 & -0,334 \\ -0,333 & -0,333 \\ -0,334 & -0,334 \end{pmatrix}.$$

Возмущение $(\delta\bar{A}, \delta\bar{B})$ является наименьшим по норме возмущением управляемости, которое мы умеем явно вычислить. Существуют еще меньшие возмущения управляемости, о чем свидетельствует действительное значение расстояния о неуправляемой модели $\eta = 0,808$, полученное решением задачи минимизации (2). В этом примере оценка $\bar{\eta}$ превышает действительное значение расстояния η только на 1,1%. Алгоритм из работы [3] дает для рассматриваемого примера оценку расстояния о неуправляемой модели, равную 4,12, которая превышает действительное значение расстояния в 5,1 раза.

Л и т е р а т у р а

1. А н д р е е в Д.И. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с.
2. К в а к е р н а а к Х., С и в а н Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 630 с.
3. B o l e y D.L., L u W. Measuring how far a controllable system is from an uncontrollable one // IEEE Trans. Autom. Contr. 1986. Vol. AC-31. N 3. P. 249-251.
4. E i s i n g R. The distance between a system and the set of uncontrollable systems // Lect. Notes Contr. and Inf. Sci. 1984. Vol. 58. P. 303-314.
5. E i s i n g R. Between controllable and uncontrollable // Syst. Contr. Lett. 1984. Vol. 4. N 5. P. 263-264.
6. M o o r e B.C. Principal component analysis in linear systems: controllability, observability and model reduction // IEEE Trans. Autom. Contr. 1981. Vol. AC-26. N 1. P. 17-32.
7. P a i g e C.C. Properties of numerical algorithms related to computing controllability // IEEE Trans. Autom. Contr. 1981. Vol. AC-26. N 1. P. 130-138.

The Distance from an Uncontrollable Model

Abstract

The paper is concerned with quantitative estimation of controllability of linear dynamic system model. The distance between a given system model and the nearest uncontrollable model in the model parameter space is considered to be the controllability measure. An algorithm to compute the upper bound for this measure of controllability has been worked out and numerical examples are given.

K. Raiend

Kaugust mittejuhitavast mudelist

Kokkuvõtte

Artiklis käsitletakse juhtimisobjekti lineaarse mudeli juhitavuse kvantitatiivse hindamise üht võimalikest moodustest. Juhitavuse mõõduna vaadeldakse antud mudeli kaugust lähimast mittejuhitavast mudelist mudeli parameetrite ruumis. Artiklis on esitatud algoritm nimetatud juhitavuse mõõdu ülemtõkke arvutamiseks ning algoritmi kasutamist on illustreeritud numbriliste näidetega.

АЛГОРИТМЫ СОВМЕСТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ
И ПАРАМЕТРОВ ШУМОВ НЕПРЕРЫВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ

I. Введение

В АСУ непрерывными технологическими процессами (НТП) оценивание состояния процесса часто приобретает самостоятельное значение, поскольку оценки состояния используются не только для синтеза управляющих воздействий на процесс, но и для вычисления технико-экономических показателей, а также обнаружения аварийных ситуаций. Для оценки состояния НТП используют динамические балансовые модели (ДБМ) [1]. ДБМ является частным случаем линейной динамической системы, в которой оптимальным алгоритмом оценки состояния является алгоритм фильтра Калмана (ФК). ФК имеет один основной недостаток: уравнения оптимального фильтра требуют точного знания модели и статистик случайных процессов. Однако обычно доступны только их оценки. Поэтому возникает задача совместной (адаптивной) оценки состояния и параметров шумов НТП [2].

Наиболее эффективными с точки зрения объема вычислений и точности получаемых оценок состояния являются двухуровневые схемы, где на нижнем уровне каждый измеряемый технологический параметр сглаживается независимо с помощью одномерного ФК, а на верхнем уровне происходит совместная обработка получаемых оценок с применением статических или динамических методов фильтрации.

В работе [3] предложены и проанализированы модели, описывающие в пространстве состояний изменение измеряемых технологических параметров, средних значений и дисперсий

шумов, вызывающих дрейф технологических параметров и ошибки измерений. Модель изменения средних значений имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{z}(k+1) &= [1 - k^*(k+1)] [\Delta \bar{z}(k) + \bar{v}(k)] - k^*(k+1) \bar{w}(k) \\ \bar{v}(k+1) &= \bar{v}(k) + \Delta v(k), \quad \delta(k) = \Delta \bar{z}(k) + \bar{v}(k) + w_{\bar{x}}(k), \end{aligned} \quad (I)$$

где $\Delta \bar{z}(k) = \varepsilon [\hat{z}^*(k) - z(k)]$ - математическое ожидание ошибки в оценке $\hat{z}^*(k)$.

$z(k)$ - истинное значение измеряемого параметра,

$\hat{z}^*(k)$ - субоптимальная оценка измеряемого параметра,

\bar{v} - математическое ожидание шума объекта,

k^* - коэффициент усиления субоптимального ФК,

δ - обновляющий процесс,

$\Delta v, w_{\bar{x}}$ - гауссовские случайные последовательности типа дискретного белого шума с нулевыми математическими ожиданиями и известными дисперсиями,

а модель изменения дисперсий:

$$\begin{aligned} P_{\Delta \bar{z}}(k+1) &= [1 - k^*(k+1)]^2 [P_{\Delta \bar{z}}(k) + V(k)] + [k^*(k+1)]^2 W(k) \\ V(k+1) &= V(k) + v_v(k) \\ W(k+1) &= W(k) + v_w(k) \\ y^c(k) &= P_{\Delta \bar{z}}(k) + V(k) + W(k) + w^c(k), \end{aligned} \quad (2)$$

где $P_{\Delta \bar{z}}$ - дисперсия оценки $\Delta \hat{z}$,

V - дисперсия шума объекта,

W - дисперсия шума измерения,

y^c - выход модели дисперсий,

v_v, v_w, w^c - гауссовские случайные последовательности типа дискретного белого шума с нулевыми математическими ожиданиями и известными дисперсиями.

В настоящей статье разработаны алгоритмы совместной оценки измеряемых технологических параметров, средних значений дисперсий ошибок измерения и дрейфа этих параметров. Даны также оценки объемов вычислений при реализации этих алгоритмов.

2. Совместная оценка измеряемого технологического параметра и дисперсий шумов

Если предположить вектор средних значений $\bar{x}(k)$ известным (например, $\bar{x}(k) \equiv 0$), тогда совместно придется оценивать только измеряемый технологический параметр $z(k)$ и вектор дисперсий $x^c(k)$. Для этого необходимо выполнить вычисления по схеме, приведенной на рис. 1. Если в алгоритме ФК пользоваться произвольными значениями параметров $\bar{v}^*(k)$, $\bar{w}^*(k)$, $V^*(k)$ и $W^*(k)$, то получим субоптимальную оценку $\hat{z}^*(k+1)$:

$$\begin{aligned}\hat{z}^*(k+1) &= \hat{z}^*(k) + \bar{v}^*(k) + K^*(k+1) \delta^*(k+1) \\ \delta^*(k+1) &= y(k+1) - \hat{z}^*(k) - \bar{v}^*(k) - \bar{w}^*(k),\end{aligned}\quad (3)$$

которая может быть смещенной, причем

$$\begin{aligned}K^*(k+1) &= \frac{Q^*(k+1)}{Q^*(k+1) + W^*(k+1)} \\ Q^*(k+1) &= P^*(k) + V^*(k) \\ P^*(k+1) &= \frac{Q^*(k+1)W^*(k)}{Q^*(k+1) + W^*(k)}.\end{aligned}\quad (4)$$

Одномерный ФК реализует расчеты по формулам (3), (4) (с учетом $\bar{x}(k) \equiv 0$), а трехмерный ФК для оценки вектора дисперсий построен на базе модели (2). При этом учтено, что ввиду соотношения $y^c(k) = [\delta(k)]^2$ дисперсия случайной последовательности $w^c(k)$ равна

$$P_{w^c}(k) = 4\delta^2(k) P_{\delta}(k),\quad (5)$$

где P_{δ} — дисперсия обновляющего процесса одномерного ФК, вычисляемая по формуле:

$$P_{\delta}(k) = P(k) + W(k).\quad (6)$$

Оценки обновляющего процесса $\delta(k)$ и его дисперсии $P_{\delta}(k)$ можно использовать для проверки нулевой гипотезы относительно $\delta(k)$.

В качестве начальных данных для рассматриваемой схемы необходимо задать: $P(0)$, $V(0)$, $W(0)$, $V_v(0)$, $V_w(0)$, $\hat{x}^c(0)$, $P_c(0)$, где $P_c(0)$ — матрица ковариации оценок вектора $\hat{x}^c(0)$.

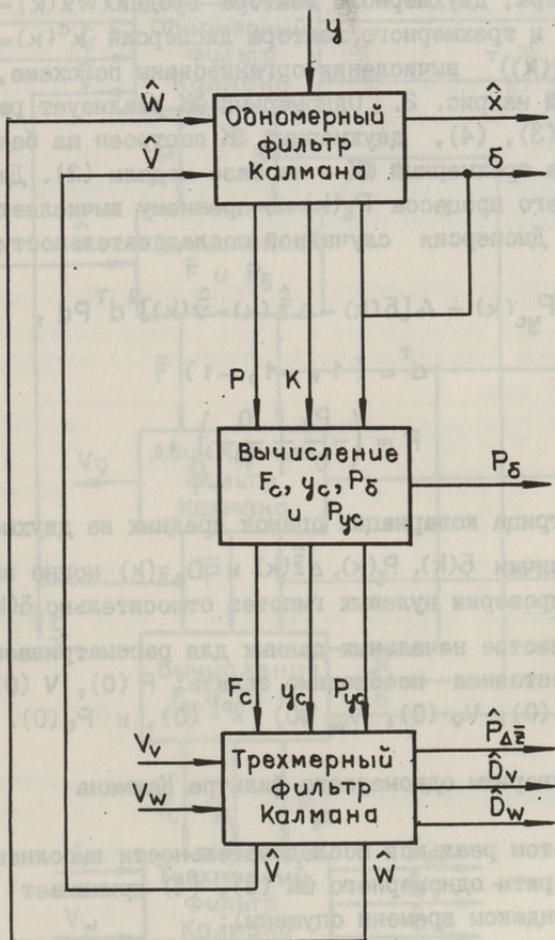


Рис. 1. Схема совместной оценки измеряемого технологического параметра и дисперсий шумов.

3. Совместная оценка измеряемого технологического параметра, средних и дисперсий шумов

При совместном оценивании измеряемого технологического параметра, двумерного вектора средних $\bar{x}(k) = (\Delta \bar{z}(k), \bar{v}(k))^T$ и трехмерного вектора дисперсий $x^c(k) = (P_{\Delta \bar{z}}(k), V(k), W(k))^T$ вычисления организованы по схеме, представленной на рис. 2. Одномерный ФК реализует расчеты по формулам (3), (4), двумерный ФК построен на базе модели (1), а трехмерный ФК - на базе модели (2). Дисперсия обновляющего процесса $P_{\delta}(k)$ по-прежнему вычисляется по формуле (6). Дисперсия случайной последовательности $w^c(k)$ равна

$$P_{yc}(k) = 4 [\delta(k) - \Delta \hat{z}(k) - \hat{v}(k)]^2 d^T P d, \quad (7)$$

где $d^T = (1, -1, -1)$

$$P = \begin{pmatrix} P_{\delta} & 0 \\ 0 & \bar{P} \end{pmatrix},$$

а \bar{P} - матрица ковариации оценок средних из двумерного ФК. Оценки величин $\delta(k)$, $P_{\delta}(k)$, $\Delta \hat{z}(k)$ и $D_{\Delta \bar{z}}(k)$ можно использовать для проверки нулевых гипотез относительно $\delta(k)$ и $\Delta \bar{z}(k)$,

В качестве начальных данных для рассматриваемой схемы оценки состояния необходимо задать: $P(0)$, $V(0)$, $W(0)$, $\hat{x}(0)$, $\bar{P}(0)$, $V_v(0)$, $V_w(0)$, $\hat{x}^c(0)$, и $P_c(0)$.

4. Алгоритм одномерного фильтра Калмана

С учетом реальной последовательности выполнения операций алгоритм одномерного ФК (3), (4) принимает вид (для простоты индексы времени опущены):

$$\begin{aligned} Q &= P + V \\ R &= 1 / (Q + W) \\ K &= Q \cdot R \\ P^+ &= K \cdot W \\ \delta &= y - \hat{x} - \hat{v} \\ \hat{x}^+ &= \hat{x} + k \cdot \delta. \end{aligned} \quad (8)$$

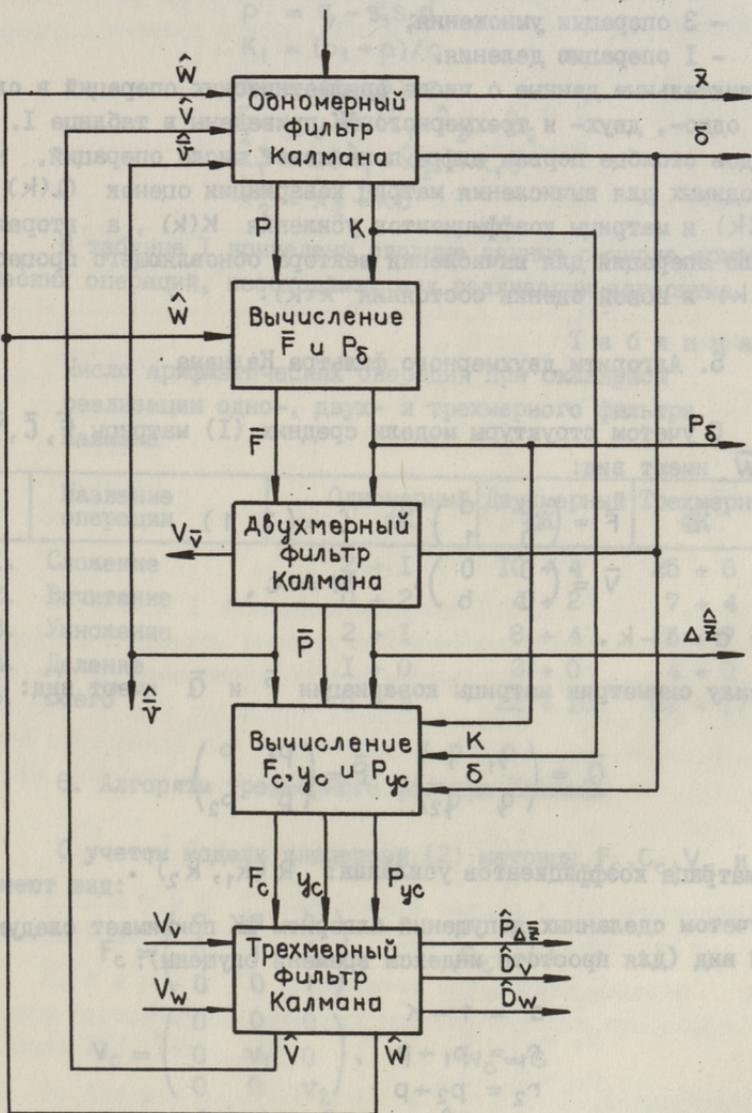


Рис. 2. Схема совместной оценки измеряемого технологического параметра, средних и дисперсий шумов.

Приведенный алгоритм включает:

- 5 операций сложения/вычитания,
- 3 операции умножения,
- 1 операцию деления.

Сравнительные данные о числе арифметических операций в случае одно-, двух- и трехмерного ФК приведены в таблице I. В каждом столбце первая цифра показывает число операций, необходимых для вычисления матриц ковариации оценок $Q(k)$, $P(k)$ и матрицы коэффициентов усиления $K(k)$, а вторая - число операций для вычисления вектора обновляющего процесса $\delta(k)$ и новой оценки состояния $\hat{x}(k)$.

5. Алгоритм двухмерного фильтра Калмана

С учетом структуры модели средних (I) матрицы \bar{F} , \bar{C} , \bar{V} и \bar{W} имеют вид:

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \bar{C} = (1 \quad 1) \\ \bar{V} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \quad \bar{W} = c,$$

где $a = 1 - k$.

В силу симметрии матрицы ковариации \bar{P} и \bar{Q} имеют вид:

$$\bar{Q} = \begin{pmatrix} q_1 & q \\ q & q_2 \end{pmatrix}, \quad \bar{P} = \begin{pmatrix} p_1 & p \\ p & p_2 \end{pmatrix},$$

а матрица коэффициентов усиления: $k(k_1, k_2)^T$.

С учетом сделанных допущений алгоритм ФК принимает следующий вид (для простоты индексы времени опущены):

$$\begin{aligned} a &= 1 - k \\ r_1 &= p_1 + p \\ r_2 &= p_2 + p \\ q_1 &= a^2(r_1 + r_2) \\ q_2 &= p_2 + b \\ q &= ar_2 \\ s_1 &= q_1 + q \\ s_2 &= q_2 + q \\ d &= (c + s_1 + s_2)^{-1} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= q_1 - s_1^2 d \\
 p_2 &= q_2 - s_2^2 d \\
 p &= q - s_1 s_2 d \\
 K_1 &= (p_1 + p) / c \\
 K_2 &= (p_2 + p) / c \\
 \delta &= y - a(\hat{x}_1 + \hat{x}_2) - \hat{x}_2 \\
 \hat{x}_1^+ &= a(\hat{x}_1 + \hat{x}_2) + K_1 \delta \\
 \hat{x}_2^+ &= \hat{x}_2 + K_2 \delta
 \end{aligned} \tag{9}$$

В таблице I приведены сводные данные о числе арифметических операций, необходимых для реализации алгоритма (9).

Т а б л и ц а I
Число арифметических операций при скалярной реализации одно-, двух- и трехмерного фильтра Калмана

Название операции	Одномерный ФК	Двухмерный ФК	Трехмерный ФК
1. Сложение	2 + I	10 + 4	25 + 6
2. Вычитание	0 + 2	4 + 2	7 + 4
3. Умножение	2 + I	8 + 4	26 + 7
4. Деление	I + 0	3 + 0	4 + 0
5. Всего	5 + 4	22 + 10	62 + 17

6. Алгоритм трехмерного фильтра Калмана

С учетом модели дисперсий (2) матрицы F_c, C_c, V_c и W_c имеют вид:

$$F_c = \begin{pmatrix} a & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C_c = (1 \quad 1 \quad 1)$$

$$V_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_1 & 0 \\ 0 & 0 & v_2 \end{pmatrix}, \quad W_c = C$$

где $a = (1-k)^2$, $b = k^2$.

В силу симметрии матрицы ковариации оценок P и Q имеют вид:

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_2 & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_3 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} P_1 & P_{12} & P_{13} \\ P_{12} & P_2 & P_{23} \\ P_{13} & P_{23} & P_3 \end{pmatrix},$$

а матрица коэффициентов усиления: $K = (K_1, K_2, K_3)^T$.

Алгоритм ФК принимает с учетом сделанных допущений следующий вид (для простоты опять индексы времени опущены):

$$a = (1 - K)^2$$

$$b = K^2$$

$$r_1 = P_1 + P_{12}$$

$$r_2 = P_2 + P_{12}$$

$$r_3 = P_{13} + P_{23}$$

$$q_1 = a^2(r_1 + r_2) + 2abr_3 + b^2p_3$$

$$q_{12} = ar_2 + bP_{23}$$

$$q_{13} = ar_3 + bP_{23}$$

$$q_2 = p_2 + v_1$$

$$q_{23} = P_{23}$$

$$q_3 = p_3 + v_2$$

$$s_1 = q_1 + q_{12} + q_{13}$$

$$s_2 = q_2 + q_{12} + q_{23}$$

$$s_3 = q_3 + q_{13} + q_{23}$$

$$d = (s_1 + s_2 + s_3 + c)^{-1}$$

$$e_1 = s_1^2 d$$

$$e_2 = s_2^2 d$$

$$e_3 = s_3^2 d$$

$$e_{12} = s_1 s_2 d$$

$$e_{13} = s_1 s_3 d$$

$$e_{23} = s_2 s_3 d$$

$$p_1 = q_1 - e_1$$

$$p_2 = q_2 - e_2$$

$$p_3 = q_3 - e_3$$

$$p_{12} = q_{12} - e_{12}$$

$$p_{13} = q_{13} - e_{13}$$

$$p_{23} = q_{23} - e_{23}$$

$$K_1 = (p_1 + p_{12} + p_{13}) / c$$

$$K_2 = (p_2 + p_{12} + p_{23}) / c$$

(IO)

$$\begin{aligned}
 K_3 &= (p_3 + p_{13} + p_{23}) / c \\
 \delta &= y - a(\hat{x}_1 + \hat{x}_2) - b\hat{x}_3 - \hat{x}_2 - \hat{x}_3 \\
 \hat{x}_1^+ &= a(\hat{x}_1 + \hat{x}_2) + b\hat{x}_3 + k_1 \delta \\
 \hat{x}_2^+ &= \hat{x}_2 + k_2 \delta \\
 \hat{x}_3^+ &= \hat{x}_3 + k_3 \delta
 \end{aligned}$$

Т а б л и ц а 2

Число арифметических операций при матричной реализации двух- и трехмерного фильтра Калмана

Название операции	Двухмерный ФК	Трехмерный ФК
1. Сложение	25 + 7	77 + 17
2. Вычитание	6 + 1	12 + 1
3. Умножение	46 + 12	119 + 24
4. Деление	3 + 0	4 + 0
5. Всего	80 + 20	212 + 42

В таблице 1 приведены сводные данные о числе арифметических операций, необходимых для реализации алгоритма (10). Если сравнивать объемы вычислений для двух- и трехмерного ФК при скалярной реализации (см. табл. 1) с объемами вычислений при матричной реализации (см. табл. 2), то объем вычислений уменьшается около 4 раз.

Л и т е р а т у р а

1. А а р н а О. Балансовые модели в АСУ непрерывными технологическими процессами. Таллин: ТПИ, 1985. 84 с.

2. А а р н а О. Применение балансовых моделей для оценки состояния непрерывных технологических процессов. Таллин: ТПИ, 1985. 112 с.

3. А а р н а О., М е т с а н у р м М. Модели совместного оценивания состояния непрерывного технологического процесса и параметров шумов // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1987. № 643. С. 12-21.

O. Aarna, M. Metsanurm

Algorithms for Simultaneous Estimation of Continuous
Process Plant State and Noise Parameters

Abstract

Using state space models, evolution of measurable technological parameters, mean values and variances of noise parameters is described. Kalman filter algorithms for simultaneous estimation of continuous process plant state and noise parameters are proposed.

O. Aarna, M. Metsanurm

Pideva tehnoloogilise protsessi oleku
ja müraparaameetrite simultaanse
hindamise algoritmid

Kokkuvõte

Kasutatakse mudelit, mis kirjeldab mõõdetud tehnoloogiliste paraameetrite, mürade keskväärtuste ja dispersioonide muutusi olekuruumis. Selle mudeli põhjal on välja töötatud algoritmid pideva tehnoloogilise protsessi oleku ja müraparaameetrite simultaanseks hindamiseks.

ВОПРОСЫ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА С ПОМОЩЬЮ СИНХРОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ДИСКРЕТНОГО ДЕЙСТВИЯ

1. Введение

Отличительные свойства синхронных преобразователей дискретного действия (СПДД), как, например, высокая разрешающая способность, высокая помехоустойчивость, высокая селективность, обуславливают их широкое применение при измерении слабых сигналов, сопровождаемых шумами и помехами. Измерение искажений формы периодических сигналов при анализе их спектра по гармоникам сводится к тому же классу измерений, так как при этом требования аналогичны, но не относительно асинхронных помех, а относительно других гармоник сигнала.

Общепринятым является мнение, что из различных принципов анализа гармонического состава переменного сигнала, наибольшей разрешающей способностью обладает метод селективного измерения, который позволяет определить высшие гармоники, уровень которых составляет только $0,01 \dots 0,0001\%$ от уровня основной гармоники [1]. В данной статье рассматриваются некоторые малоизвестные аспекты применения СПДД в качестве анализатора гармоник.

2. Изложение проблемы

Точностные характеристики СПДД, в случае близкому к идеальному функционированию опорного канала, нашли отражение в нескольких источниках [2, 3]. Однако в практике при использовании СПДД явно появляются погрешности преобразования, возникающие из-за неидеальности опорного канала.

Опорный канал СПДД, как правило, реализован на основе системы ФАП и состоит из фазового детектора ФД, фильтра низких частот ФНЧ, управляемого генератора УГ, формирователя управляющих сигналов ФУС и управляемого делителя частоты УД (рис. 1).

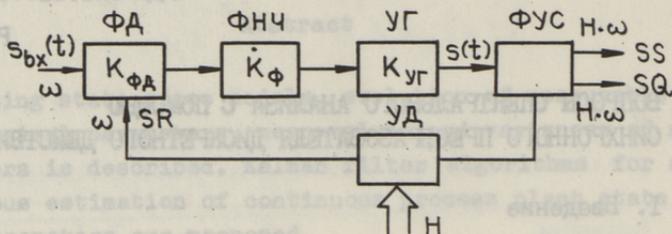


Рис. 1. Структура опорного канала.

В опорном канале ФУС-ом вырабатываются квадратурные управляющие сигналы SS и SQ , которые управляют процессом преобразования сигналов СПДД. Система ФАП работает в режиме умножения частоты [4]. На фазовый детектор сигнал обратной связи подается через управляемый делитель частоты УД, уменьшающий значение частоты выходных сигналов ФУС в N раз, где N — целое число, соответствующее порядковому номеру измеряемой гармоники. Таким образом, на выходе ФУС частота сигналов SS и SQ в N раз выше значения частоты на входе ФД.

Выходной сигнал УГ описывается выражением

$$s(t) = \cos \left[\Omega_0 t + K_{УГ} \int_0^t u(t) dt \right], \quad (I)$$

где Ω_0 — частота УГ при нулевом управляющем напряжении;

$K_{УГ}$ — коэффициент передачи УГ;

$u(t)$ — управляющий сигнал.

Текущую фазу УГ можно переписать в форме

$$\varphi(t) = \Omega_0 t + K_{УГ} \int_0^t u(t) dt. \quad (2)$$

Управляющий сигнал $u(t)$ содержит постоянную \bar{u} и переменную составляющую, то есть

$$u(t) = \bar{u} + \tilde{u}(t), \quad (3)$$

где $\tilde{u}(t)$ — неположительно подавленная фильтром низких частот переменная составляющая выходного сигнала ФД-а. При гармоническом входном напряжении

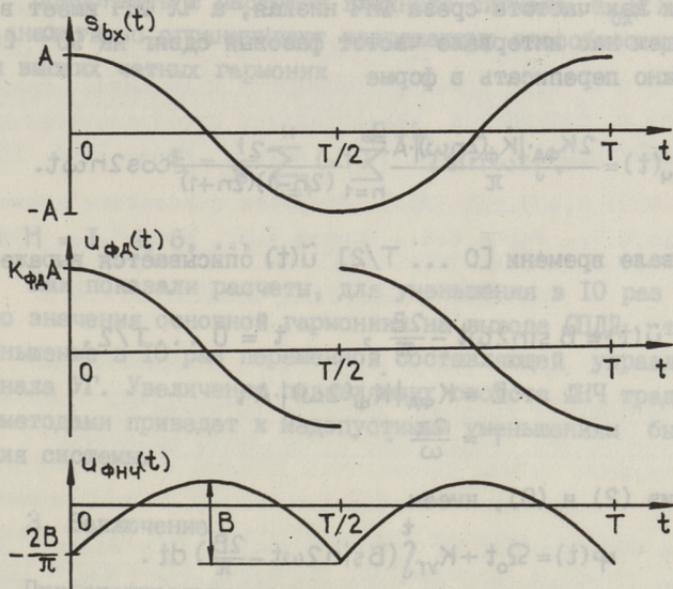


Рис. 2. Сигналы в системе ФАП.

$$s_{bx}(t) = A \cdot \cos \omega t \quad (4)$$

выходное напряжение ФД (рис. 2) при точной синфазировке описывается выражением

$$u_{\text{ФД}} = \frac{4K_{\text{ФД}} \cdot A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(2n-1)(2n+1)} \sin 2n\omega t, \quad (5)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$;

$K_{\text{ФД}}$ - коэффициент передачи ФД;

A - амплитудное значение входного сигнала.

После прохождения ФНЧ с комплексным коэффициентом передачи $K_{\text{Ф}}(2n\omega)$ этот сигнал преобразуется в напряжение

$$u_{\text{ФД}}(t) = \frac{4K_{\text{ФД}} \cdot K_{\text{Ф}}(2n\omega) \cdot A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(2n-1)(2n+1)} \sin 2n\omega t, \quad (6)$$

и подается на УГ.

Так как частота среза ФНЧ низкая, а ЧХ ФНЧ имеет в интересующем нас интервале частот фазовый сдвиг на 90° [5], (6) можно переписать в форме

$$u_{\text{ФНЧ}}(t) = \frac{2K_{\text{ФД}} \cdot |K_{\text{Ф}}(2n\omega)| \cdot A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2}{(2n-1)(2n+1)} \cos 2n\omega t. \quad (7)$$

В интервале времени $[0 \dots T/2]$ $\tilde{u}(t)$ описывается выражением

$$\tilde{u}(t) = B \sin 2\omega t - \frac{2B}{\pi}, \quad t = 0 \dots T/2, \quad (8)$$

где

$$B = K_{\text{ФД}} \cdot |K_{\text{Ф}}(2\omega)| \cdot A;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Объединив (2) и (8), имеем

$$\varphi(t) = \Omega_0 t + K_{\text{УГ}} \int_0^t (B \sin 2\omega t - \frac{2B}{\pi}) dt. \quad (9)$$

Это значит, что переменный компонент $\tilde{u}(t)$ в управляющем сигнале УГ будет модулировать частоту УГ с частотой в 2 раза превышающей частоты ω опорного сигнала, то есть, длительность периода выходного сигнала УГ $s(t)$ будет изменяться синхронно с опорным сигналом. Поскольку формирователь управляющих сигналов ФУС вырабатывает сигналы SS и SQ путем деления сигнала УГ [6], то и полупериоды сигналов SS и SQ не окажутся равными. Как показали анализ и эксперименты, это неравенство является главной причиной неполного подавления основной гармоники при измерении высших нечетных гармоник. Можно показать, что остаточное значение основной гармоники на выходе ЦПД определяется формулой

$$\xi = \frac{1}{\pi} \left(2 + \sum_{i=1}^{n=\frac{H-1}{2}} (-1)^{n-i-1} 4 \sin \omega t_i \right), \quad (10)$$

где $H = 3, 5, 7, \dots$ - порядковый номер измеряемой нечетной гармоники;

t_i - момент времени, соответствующий опрокидыванию управляющего сигнала SS и SQ , являющийся решением уравнения (9) относительно времени t .

Компоненты с частотой входного сигнала $s_{bx}(t)$ на входе УГ аналогично ограничивают разрешающую способность измерения высших четных гармоник

$$\xi = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N (-1)^{\frac{n}{2}+i} 2 \sin \omega t_i; \quad (II)$$

где $N = 1, 4, 6, \dots$

Как показали расчеты, для уменьшения в 10 раз остаточного значения основной гармоники на выходе СЦДД требуется уменьшение в 10 раз переменной составляющей управляющего сигнала УГ. Увеличение подавляющих свойств ФНЧ традиционными методами приведет к недопустимым уменьшениям быстродействия системы.

3. Заключение

При спектральном анализе с помощью синхронных преобразователей дискретного действия, содержащих систему ФАП в опорном канале, основной причиной, ограничивающей разрешающую способность по амплитуде гармоники, является паразитная частотная модуляция управляющих сигналов, подаваемых на СЦДД, которая вызвана недостаточным подавлением переменных составляющих выходного сигнала фазового детектора.

Л и т е р а т у р а

1. Измерения в электронике: Справочник / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневских и др. /Под ред. В.А. Кузнецова. М.: Энергоатомиздат, 1987. 512 с.

2. П а р в е Т.Э., Л а н д Р.Э., Л и п п и н г К.К. Вопросы разработки измерительного канала векторвольтметров дискретного действия // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1984. № 583. С. 17-27.

3. П а р в е Т.Э. Зависимость метрологических характеристик векторных вольтметров от свойств применяемых в них синхронных преобразователей дискретного действия // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1986. № 629. С. 93-101.

4. Шапиро Д.Н., Пайн А.А. Основы теории синтеза частот. М.: Радио и связь, 1981. 264 с.

5. Мин М.В. Помехоустойчивость и динамика фазовых процессов в синхронных измерительных преобразователях / Автореферат дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1984. 15 с.

6. Pat. 4,409,555 (USA). Stepwise quadrature converter / Min M.V., Parve T.E., Pungas T.A., Härm H.E., 1983.

R. Land

Problems of Spectrum Analysis by Means of Synchronous Transducers of Discrete Operation

Abstract

The main problem of spectrum analysis by means of synchronous transducers of discrete operation - the response to the fundamental - is discussed in this paper. The effects of the frequency modulation of the VCO, placed in the reference channel, are dealt with. It is shown that even very slight deviations from perfect symmetry in the drive signals of the synchronous transducers of discrete operation cause significant "subharmonic response" of the harmonic analyzer.

R. Land

Spektraalanalüüsi diskreettoimelise sünkroonmuundi abil

Kokkuvõte

Artiklis vaadeldakse väikese mittelineaarsoonutusega harmoonilise signaali spektraalanalüüsi küsimusi diskreettoimelise sünkroonmuundi abil. Põhiprobleemiks on siin muundi tundlikkus põhiharmoonilisele. Analüüsitakse tugikanalis asuva pingega juhitava generaatori parasiitse sagedusmodulatsiooni tekkepõhjusti ja iseloomu. Näidatakse, et harmooniliste analüüsil sünkroonmuundi juhtsignaalide sümmeetria rikkumine kutsub esile tema "tundlikkuse subharmoonilistele".

ФАЗОВАЯ ПОГРЕШНОСТЬ СИНХРОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДИСКРЕТНОГО ДЕЙСТВИЯ

Изготавливаемые в настоящее время в мире измерительные приборы с синхронными преобразователями дискретного действия (СПДД) в основном предназначены для измерения действующего значения и фазовых соотношений слабых сигналов микро- и нановольтного диапазонов [1]. Они позволяют достигать весьма узкой полосы пропускания (типично порядка миллигерц) и огромного значения коэффициента усиления (типично $10^6 \dots 10^7$). Они сохраняют способность измерения разности фаз на уровнях сигналов, которые примерно в тысячу раз ниже нижнего порогового входного уровня обычных триггерных фазометров, у которых этот порог равен примерно 1 мВ. Представляет интерес, какими являются границы фазометрических характеристик измерительных приборов с СПДД (в дальнейшем — прибор).

Измерение фазы периодического сигнала относительно другого, опорного, можно провести по-разному, в соответствии с возможностями, представленными структурным решением применяемого прибора.

Из приборов, представляющих возможность измерения фазовых соотношений в диапазонах слабых сигналов (ниже 1 мВ) первыми начали изготавливать усилители с синхронным детектором или так называемые Lock-in усилители [2]. Эти приборы обычно реализованы с одним выходом, снабжены отдельным опорным входом и возможностью ручной регулировки фазы (УФС). Регулировка фазы в ОК обычно осуществляется квадратно (со ступенями по 90°) и дополнительно в пределах $0^\circ - 100^\circ$ плавно или со ступенями значением порядка $0,1^\circ$. Измерение фазы таким прибором производится по принципу работы компенсационного фазометра и заключается в определении

значения фазового сдвига в опорном канале, которому соответствует нулевое выходное напряжение сигнального канала. От прямого отсчета фазового сдвига при этом следует вычитать введенный для достижения нулевого показания дополнительный фазовый сдвиг на 90° . Однако установка фазового сдвига в ОК аналоговым способом возможна с погрешностью порядка $0,2^\circ$ [2], которая в конечном результате прямо определяет погрешность отсчета значения введенного в ОК фазового сдвига.

Вторая группа приборов СПДД, позволяющих измерять фазу, состоит из приборов, предназначенных для одновременного измерения синфазной и квадратурной составляющих измеряемого вектора относительно системы прямоугольных координат, фиксированной опорным сигналом [3]. Эти приборы развивались на базе синхронных усилителей. Существенная разница состоит в дополнительных возможностях сигнального канала, в котором производится синхронное преобразование обеих, синфазной и квадратурной, составляющих измеряемого сигнала. Представителями этой группы приборов являются двухканальные усилители с СД, а также векторвольтметры [3]. В некоторых таких приборах имеется возможность регулировки фазы соответственно описанному раньше или же автоматизированным способом. Кроме этих возможностей некоторые двухканальные приборы снабжены устройством преобразования результата из прямоугольной системы в полярную, представляя прямо показания по фазе и амплитуде вектора измеряемого напряжения.

Погрешности измерения фазы с прибором СПДД в основном определены реальными фазочастотными характеристиками входных цепей прибора, включая широкополосную часть СПДД как в СК, так и в ОК. В двухканальных приборах является важным равенство передач для синфазной и квадратурной составляющих в СК после преобразования (см. рис. 1). Их разница не должна превышать $0,1\%$, если фазовая погрешность измерения не должна превышать $0,1^\circ$ [4]. Кроме вышеуказанных, погрешность измерения фазы оказывается взаимосвязанной и с внешними влияющими факторами.

Посмотрим на основе обобщенной структурной схемы [3] двухканальных приборов, приведенной на рис. 1, основные внешние факторы, влияющие по погрешности измерения фазового сдвига при их помощи.

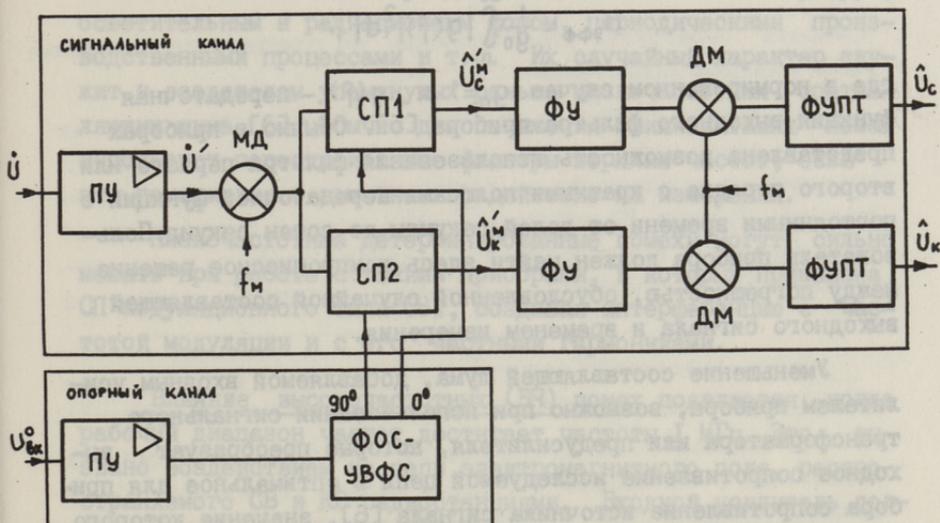


Рис. 1. Структурная схема измерительного прибора с СПДД.

ПУ - предусилитель, СП1, СП2 - синхронные преобразователи, ФУПТ - фильтрующий усилитель постоянного тока, ФОС/УВФС - формирователь опорных сигналов/устройство ввода фазового сдвига.

На вход прибора всегда поступает шум исследуемой цепи, который возникает также в самих входных цепях предусилителя (ПУ) и добавляется ко внешнему шуму. Такой шум не имеет равномерной спектральной плотности в пределах всего рабочего диапазона частот прибора. Как правило, уровень шумов на частоте 1 кГц примерно в 10 раз ниже уровня шумов на частоте 1 Гц [1]. В основном это обусловлено увеличением $1/f$ шумов во входном усилителе прибора. Шумы, влияя на симметричную двухполупериодную СПДД, как правило, не вызывают неприятных явлений, сравнимых с явлениями, вызванными в рассмотренных в дальнейшем помехами [4]. В выходном сигнале прибора в какой-то мере всегда остается некоторая случайная составляющая, поскольку в реальных измерениях невозможно бесконечно сузить полосу пропускания прибора с целью их подавления. Среднеквадратичное значение напряжения шума на выходе определено коэффициентом усиления всего прибора и эффективной (эквивалентной) шумовой полосой $В_{эфф}$ прибора, определенной выражением

$$B_{\text{эфф}} = \frac{1}{g_0} \int_0^{\infty} |g(f)|^2 df,$$

где в нормированном случае $g_0 = 1$ и $g(f)$ – передаточная функция выходного фильтра прибора [5]. Обычно в приборах представлена возможность использования фильтра первого или второго порядка с кратными полюсами передаточной функции с постоянными времени от долей секунды до сотен секунд. Пользователь прибора должен найти здесь компромиссное решение между погрешностью, обусловленной случайной составляющей выходного сигнала и временем измерения.

Уменьшение составляющей шума, добавляемой входным усилителем прибора, возможно при использовании сигнального трансформатора или предусилителя, которые преобразует выходное сопротивление исследуемой цепи в оптимальное для прибора сопротивление источника сигнала [6], значение которого обычно дано в технической характеристике прибора.

Из помех в низкочастотном диапазоне до 100 кГц самыми влиятельными являются сетевые. Сигнал с частотой сети питания 50 Гц вместе со своими гармониками может создать интерференцию при измерении в близости рабочих частот 50, 100, 150, 200 Гц и т.д. Составляющие входного сигнала прибора сетевого происхождения часто превышают по действующему значению напряжение полезного сигнала в сотни и тысячи раз. Такие наводки намного менее влиятельны при измерениях на низких частотах в случае применения приборов, которым характерна малая чувствительность к высшим нечетным гармоникам измеряемого сигнала [7].

На выходе приборов обеих групп, описанных раньше, из-за воздействия помех, близких по частоте к измеряемому сигналу и его гармоник, к которым применяемый прибор чувствителен, появляются колебания с частотой, равной разностной частоте сигнала и помехи. Амплитуда колебаний определена значением коэффициента усиления прибора и полосой пропускания выходных фильтров. Возможность повышения точности измерения заключается в данном случае в увеличении постоянной времени и крутизны спада АЧХ выходных фильтров приборов.

Попадающие на вход прибора помехи, с частотой ниже сетевой обычно объяснимы параметрической природой возник-

новения и вызываются периодическим изменением температуры, осветительным и радиационным фоном, периодическими производственными процессами и т.п. Их случайный характер служит и создателем упомянутых раньше низкочастотных составляющих шума [6]. Обычно для понижения влияния таких помех используют перестраиваемые фильтры верхних частот, если эти помехи имеют заметное воздействие на измерения.

Низкочастотные детерминированные помехи могут сильно мешать при работе с такими приборами, в которых применена СЧ модуляционного типа [8], создавая интерференцию с частотой модуляции и с его частными гармониками.

Влияние высокочастотных (ВЧ) помех появляется, когда рабочий диапазон частот достигает частоты 1 МГц. Это вызвано воздействием на цепи электромагнитного поля, распространяемого СВ и КВ радиостанциями. Входной усилитель должен иметь значительный резерв по ширине полосы пропускания для предотвращения возможных линейных искажений полезного сигнала. Еще, поскольку составляющие ВЧ помехи могут вывести выходное напряжение входного усилителя из допустимого динамического диапазона, он должен иметь устройство индикации перегрузок.

В связи с этим на вход СЧ влияют усиленные усилителем вместе с полезным входным сигналом высокочастотные помехи. На выходе СЧ появляется вследствие этого смещение нуля, которое в основном вызвано детектированием ВЧ помех из-за нелинейности ключевых элементов в СЧД [1]. Этим объясняются попытки разработчиков провести схемные решения коммутационных процессов в местах, где возможный спад напряжения полезного сигнала на ключевых элементах как можно меньше. Более нечувствительные к ВЧ помехам являются приборы, в которых применены синхронные преобразователи со специальным схемным решением, как например, в Model 186A фирмы P.A.R.C [2]. При измерении на низких частотах можно использовать для устранения влияния ВЧ помех перестраиваемый фильтр нижних частот, который встроен в большинство таких приборов. Нельзя только допускать введения ими чрезмерных фазовых сдвигов, нестабильность которых могла бы вызвать недопустимо большие фазовые погрешности. Если такого фильтра в приборе не существует, пользователь должен устранить воз-

возможность перегрузки входа прибора ВЧ помехами дополнительными внешними средствами.

На выходе прибора в результате действия ВЧ помехи появляется сдвиг уровня нуля, который изменяется во времени, например, в зависимости от режима работы мешающих радиостанций. Уровень ВЧ помехи меняется также в зависимости от метеословий и времени суток, создавая дополнительную нестационарную составляющую в выходном напряжении прибора с СЦДД.

Можно выделить следующее распределение фазовых погрешностей между структурными частями прибора (см. рис. 1):

1. Фазовые погрешности предварительных усилителей при применении в сигнальном и опорном канале усилителей со схожими передаточными функциями взаимно компенсируют друг друга с погрешностью $0,1^\circ$ в частотном диапазоне 10 Гц ... 100 кГц при специальной настройке ФЧХ. Условием этого является требование, что общий фазовый сдвиг сигнала в обоих усилителях (с входа на выход) в частотном диапазоне 1 Гц ... 1 МГц не превышает 10° , при котором можно вполне достичь компенсации.

Во входных цепях СЦДД могут появиться фазовые сдвиги из-за шунтирующего действия паразитных емкостей на резисторы, определяющие передачу. Они тоже хорошо компенсируются взаимно с погрешностью до $0,1^\circ$ в частотном диапазоне до 100 кГц.

2. При использовании в опорном канале системы фазовой автоподстройки (ФАП) третьего порядка [9] с фазовым детектором, нечувствительным к шумам и гармоникам опорного сигнала, достигается основная погрешность фазировки $\pm 0,1^\circ$.

Рассмотренные ранее влияющие факторы вносят дополнительные погрешности определения фазы сигнала. Эта дополнительная погрешность состоит из случайной, переменной (периодической) и постоянной составляющих. Основное внимание в дальнейшем направлено на постоянную составляющую, поскольку можно считать, что случайную и переменную составляющие с увеличением времени усреднения измерения в значительной мере можно подавить.

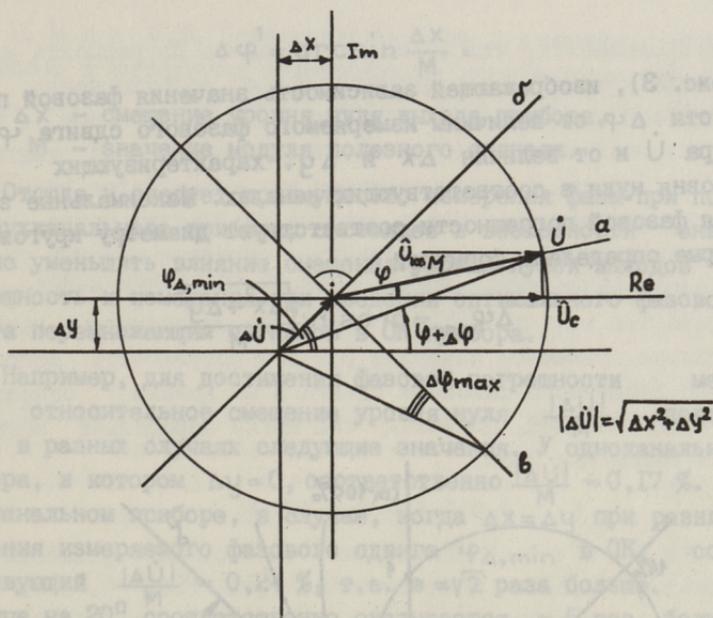


Рис. 2. Векторная диаграмма.

- а - направление измеряемого вектора \hat{U} ,
- б - оптимальное направление измеряемого вектора ($\Delta\varphi \rightarrow 0$),
- в - направление максимального значения фазовой погрешности.

Существующие на выходе двухканального прибора (вектор-вольтметра) квадратурные компоненты \hat{U}_c и $\hat{U}_{кв}$ вектора измеряемого сигнала содержат постоянные составляющие - соответственно Δx и Δy (см. рис. 2), которые определяют вектор сдвига координатной системы $\Delta \hat{U}$. Фазовая погрешность данного прибора от этих составляющих $\Delta\varphi$ определена вектором $\Delta \hat{U}$ и углом фазового сдвига φ измеряемого сигнала \hat{U} с модулем M и выражается

$$\Delta\varphi = \left[\arctg \frac{\frac{\Delta y}{M} + \sin\varphi}{\frac{\Delta x}{M} + \cos\varphi} \right] - \varphi.$$

Как видно из векторной диаграммы (рис. 2), фазовая погрешность измерения минимальна, когда измеряемый вектор является коллинеарным с вектором $\Delta \hat{U}$ и максимальна, когда \hat{U} перпендикулярна с $\Delta \hat{U}$.

Фазовую погрешность $\Delta\varphi$, вызванную смещением нуля выходов Δx и Δy , можно представить при помощи номограммы

(рис. 3), изображающей зависимость значения фазовой погрешности $\Delta\varphi$ от величины измеряемого фазового сдвига φ вектора \dot{U} и от величин Δx и Δy , характеризующих сдвиг уровня нуля в соответствующих каналах. Максимальные значения фазовой погрешности соответствуют диаметру кругов, которые определены формулой

$$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{M}$$

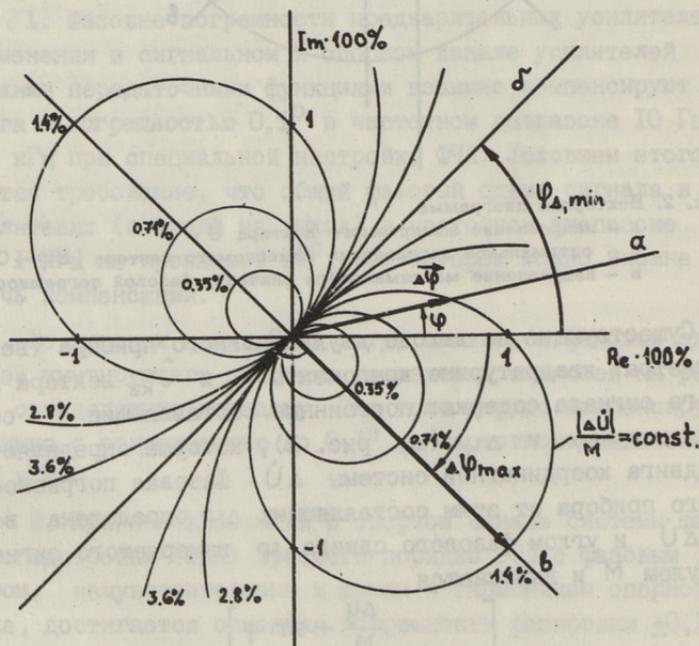


Рис. 3. Номограмма фазовой погрешности.

Оптимальное направление вектора \dot{U} для проведения измерения фазового сдвига φ , при котором $\Delta\varphi$ оказывается минимальной, определено линией под углом

$$\varphi_{\Delta,\min} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Приборы с одним каналом, в случае использования их в качестве индикатора квадратурности, позволяют измерять фазовый сдвиг φ с погрешностью

$$\Delta\varphi^1 = \arcsin \frac{\Delta x}{M},$$

где Δx — смещение уровня нуля выхода прибора,
 M — значение модуля полезного сигнала.

Отсюда и следует преимущество измерения фазы при помощи двухканального прибора, состоящее в возможности значительно уменьшить влияние смещения уровня нулей выходов на погрешность и измерения при введении оптимального фазового сдвига перемножающим сигналов в ОК прибора.

Например, для достижения фазовой погрешности менее $0,1^\circ$, относительное смещение уровня нуля $\frac{|\Delta U|}{M}$ должно иметь в разных случаях следующие значения. У одноканального прибора, в котором $\Delta y = 0$, соответственно $\frac{|\Delta U|}{M} \approx 0,17\%$. В двухканальном приборе, в случае, когда $\Delta x = \Delta y$ при разнице значения измеряемого фазового сдвига $\varphi_{\Delta, \min}$ в ОК, соответствующий $\frac{|\Delta U|}{M} \approx 0,24\%$, т.е. в $\approx \sqrt{2}$ раза больше. При разнице на 20° соответственно оказывается ≈ 6 раз больше ($\frac{|\Delta U|}{M} \approx 1\%$).

Учитывая ранее отмеченные значения погрешностей в широкополосной части прибора в СК и ОК и погрешностью установки фазового сдвига в ОК, а также с возможностью уменьшения погрешности измерения фазы от постоянных сдвигов уровней нулей на выходах каналов при использовании оптимальных значений фазового сдвига в ОК можно прийти к выводу, что суммарная фазовая погрешность прибора не превышает значения $0,5^\circ$ в рабочем диапазоне частот.

В итоге можно вывести следующие положения, которые определяют ограничения для увеличения точности измерения фазы.

При проведении измерения фазы в реальных условиях в ряде случаев целесообразно учитывать внешние влияющие факторы, которые вызывают дополнительные погрешности. К ним относятся в основном воздействующие на вход прибора шумы и помехи с частотой в полосе пропускания входного усилителя прибора. Явлением, которое в значительной мере может увеличивать погрешность измерения фазы, оказывается смещение нуля выхода прибора с СПДД при воздействии помех на вход прибора.

Оказывается, что возможно уменьшить погрешность измерения фазы ниже $0,5^{\circ}$ с данной природой возникновения при использовании для измерений двухканального прибора с СПДД и дополнительным введением оптимального фазового сдвига в ОК. Это связано с использованием как можно более идентичных квадратурных каналов у которых на выходах можно предполагать приблизительное равенство смещения нулевых уровней, вызванных одинаковым входным воздействием. При этом важным оказывается то, что разница передач в квадратурных каналах не должна превышать значения $0,1\%$ и погрешность дополнительно введенного фазового сдвига в ОК должна оказаться как можно меньшей, поскольку она прямо определяет погрешность измерения фазы.

Л и т е р а т у р а

1. М е а д е М.Л. Advances in lock-in amplifiers // Journal of Physics: Sci. Instrum. 1982. Vol. 15. N 4. P. 395-403.
2. Lock-in Amplifiers. Preamplifiers Accessories. Princeton Applied Research Corporation. Princeton (USA): EG&G PARC, 1973.
3. М и н М.В. Способ синхронного преобразования в измерительной технике // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1984. № 583. С. 3-15.
4. Д е х т я р е н к о П.И. Синхронное детектирование в измерительной технике и автоматике. Киев, 1965. 316 с.
5. В а н д е р З и л А. Шум. Источники, описание, измерение. М.: Советское радио. 228 с.
6. Handbook of Measurement Science. Vol. 1 / Edited by P.H. Sydenham, A. Wiley. Interscience publication, 1982, 654 p.
7. П а р в е Т.Э. Способы уменьшения погрешностей измерения параметров вектора с синхронными преобразователями дискретного действия // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1985. № 592. С. III-II9.
8. В ы р н о Т.Э., П а р в е Т.Э. Свойства модуляционных синхронных преобразователей // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1984. № 583. С. 29-37.

9. М и н М.В. Помехоустойчивость и динамика фазовых процессов в синхронных измерительных преобразователях. Автореф. дис. ... канд. техн. наук: Киев, КПИ, 1984. 18 с.

K. Lipping

The Phase Error of Synchronous Transducers of
Discrete Operation

Abstract

The phase error reduction is one of the general problems in the weak-signals phase-relationship measurement technique. The real conditions of experiments especially complicate the technical solutions of the equipment designed for these purposes. The present paper is an attempt to describe the effects of disturbances and to appreciate their influence on the accuracy of the vector-measurement results.

K. Lipping

Diskreettoimeliste sünkroonmõõtemuundite
faasiviga

Kokkuvõte

Üks olulisi probleeme nõrkade signaalide faasierinevuse mõõtmisel on faasivea vähendamine. Selleks otstarbeks kasutatavate mõõteseadmete tehnilisi lahendusi komplitseerib vajadus arvestada mõõtmiste reaalseid tingimusi.

Käesolevas töös määratletakse diskreettoimeliste sünkroonmõõtemuundite faasivigade peamisi tekkepõhjusi. Vaadeldakse faasivigade vähendamise meetodeid. Põhitähelepanu on pööratud aditiivsete häirete mõju elimineerimisele.

АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕРЕВЬЕВ УПОРЯДОЧЕНИЯ УЗЛОВ ЦЕПИ

I. Введение

В [1] была предложена и в [2, 3] детализирована гибкая схема для повторного расчета изменяющейся линейной модели цепи с учетом ее частичной латентности. Эта схема основывается на понятиях дерева упорядочения узлов цепи и цепи (цепей) редукции [1].

Отметим, что любая линейная последовательность исключения узлов цепи определяет для цепи (неопределенной матрицы \bar{Y}) как цепь редукции (конечную структуру LU - разложенной разреженной матрицы \bar{Y}), так и дерево упорядочения, представляющее множество линейных последовательностей исключения узлов, допустимых для расчета цепи на полученной цепи редукции. С другой стороны, любой алгоритм выбора исключаемых узлов можно дополнить так, чтобы он выполнял и формирование дерева упорядочения узлов цепи.

В настоящей статье рассматриваем проблемы выбора исключаемых узлов цепи (главных элементов матрицы \bar{Y} , исключаемых вершин соответствующего графа) с целью разработки алгоритмов, обеспечивающих формирование близких к оптимальному деревьев упорядочения узлов цепи.

2. Существенные характеристики дерева упорядочения узлов цепи:

- 1) h - высота (корневого) дерева T ;
- 2) $\check{N}(i)$, $i = 0, 1, \dots, h$ - распределение n вершин дерева (узлов цепи) по слоям i сверху вниз, причем слой i

принадлежат вершины, расстояние от которых до самого удаленного листа равно i ;

3) $\checkmark(i)$, $i=0,1,\dots,h$ - распределение l элементов исходной цепи по слоям i дерева упорядочения ее узлов, $\checkmark(i)$ - число элементов, которые монотонно инцидентны к узлам, соответствующим $\checkmark(i)$ вершинам i -го слоя (см. 2)) дерева T ;

4) $\hat{n}(i)$, $i=0,1,\dots,h$ - распределение n вершин дерева (узлов цепи) по слоям i снизу вверх, причем слой i принадлежат вершины расстояния от которых до корня равны i ;

5) $\hat{l}(i)$, $i=0,1,\dots,h$ - распределение l элементов исходной цепи по слоям i дерева упорядочения ее узлов, $\hat{l}(i)$ - число элементов монотонно инцидентных к узлам, соответствующим $\hat{n}(i)$ вершинам i -го слоя (см. 4)) дерева T ;

$$6) \quad p(i) = \frac{1}{l} \sum_{j=i}^h \hat{l}(j) \quad \text{и} \quad q(i) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=i}^h \hat{n}(j),$$

где $i=0,1,\dots,h$ - соответствующие разным упрощающим предпосылкам (связям (8) и (9) из [3]) оценки вероятности исключения одного из $\hat{n}(i)$ узлов слоя i в одном цикле многовариантного расчета цепи (организованного согласно [2, 3]);

$$7) \quad \bar{n}_l = \sum_{i=1}^h p(i) \quad \text{и} \quad \bar{n}_n = \sum_{i=1}^h q(i),$$

- соответствующие упомянутым выше предпосылкам оценки среднего числа узлов, исключаемых в одном цикле многовариантного расчета цепи.

3. W - графы и их деревья упорядочения

Цепи часто содержат структурно однородные (или близкие к ним) подцепи. Многие широко применяемые алгоритмы выбора исключаемых узлов осуществляют в случае однородных структур (при случайной нумерации узлов) случайный выбор. В связи с этим рассматриваем структурно (почти) однородные W -графы.

Определяем W - граф $W_{k,r}^s$ как граф, который состоит из k ($k = 1, 2, 3, \dots$) супервершин контура - полных подграфов с одинаковым числом вершин r ($r = 1, 2, 3, \dots$) и возможной супервершины-центра - полного подграфа с числом вершин s ($s = 0, 1, 2, \dots$) так, что 1) каждая супервершина контура смежна точно двум супервершинам контура и (если $s \neq 0$) центру и 2) каждая вершина смежна только всем вершинам включающей ее супервершины и смежных последней супервершин.

Нас интересуют в первую очередь графы $W_{k,1}^s, s = 0, 1, 2$, так как 1) такие (или близкие к ним) структуры можно выделить во многих реальных цепях, 2) соотношение чисел элементов и узлов реальных цепей близко к соотношению чисел ребер и вершин графов $W_{k,1}^s, s = 1, 2$ (см. [4]). Учитывая то, что известные алгоритмы выбора исключаемых вершин (узлов цепи) оставляют центральные вершины графа $W_{k,1}^s$ последними, рассматриваем граф $W_{k,1}^0$, число возможных деревьев упорядочения которого равно числу ориентированных бинарных деревьев с $k-1$ вершинами.

Мы формировали для ряда графов $W_{k,1}^0$ (с разными $k < 1000$) выборки из таких деревьев упорядочения, которые соответствуют линейным последовательностям исключения вершин, генерированным таким образом, что очередной исключаемой вершиной могли с равной вероятностью¹ оказаться все неисключенные вершины.

Для этих выборок из v деревьев (v порядка 10^2-10^3) были получены усредненные характеристики

$$\check{n}_*(i) = \frac{1}{v} \sum_{j=1}^v \check{n}_j(i)$$

и аналогично вычисленные $\hat{n}_*(i), p_*(i), q_*(i), \bar{n}_{l*}$ и \bar{n}_{n*} , которые называем характеристиками среднего случайного дерева упорядочения.

Оказалось (см., например, рис. 1), что

$$\check{n}_*(i) \approx k(1 - \alpha) \alpha^i, i = 0, 1, 2, \dots \quad (I)$$

¹ Случайные числа генерировались с помощью модификации программы URAND [5].

где $\alpha \approx 2/3$. Для дерева, соответствующего (I), определим, исходя из $0,5 \leq \alpha < (n-1)/n$ и $\check{h}_*(\check{h}_*+1) = 1/e$ условную высоту

$$\check{h}_* = \check{h}_*(\alpha, k) = -\log_{\alpha} [ke(1-\alpha)\alpha]. \quad (2)$$

Тогда $\check{h}_*(2/3, k) = 1,709 \log_2 k - 1,243$.

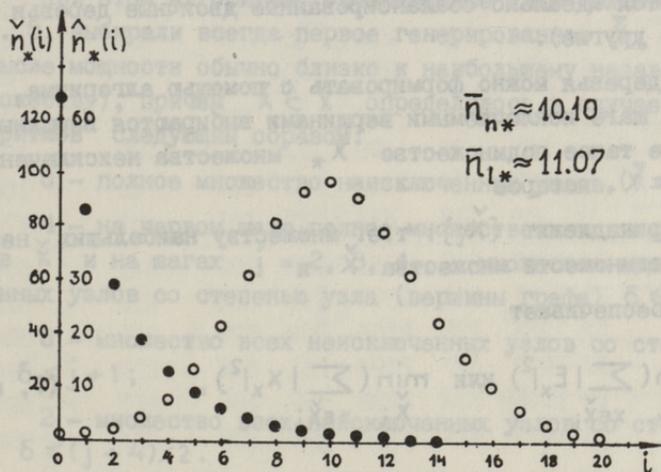


Рис. 1. Характеристики среднего случайного дерева упорядочения графа $W_{384,1}$ (для выборки из 100 деревьев).

В то же время (см. рис. I)

$$\begin{aligned} \hat{n}_*(i) &\approx k e^{-\bar{n}_{n*}} \frac{(\bar{n}_{n*})^i}{i!} \approx \\ &\approx \frac{k}{\sqrt{2\pi \bar{n}_{n*}}} \cdot e^{-\frac{(i-\bar{n}_{n*})^2}{2\bar{n}_{n*}}} \quad i=0,1,2,\dots \end{aligned} \quad (3)$$

где \bar{n}_{n*} - среднее (для выборки) расстояние от k -I вершин до корня, для которого при больших k и v справедливо

$$\bar{n}_{n*} = 2 \ln k - 1,845 = 1,386 \log_2 k - 1,845. \quad (4)$$

Для дерева, соответствующего (3), можно определить условную высоту

$$\hat{h}_* = 2\bar{n}_{n*} \quad (5)$$

Обратим внимание на то, что в случае $\alpha = 0,668$ $\check{h}_*(0,668, k) = 1,713 \log_2 k - 1,255$ и тогда при больших k

$$\hat{h}_* = 1,618 \check{h}_* \quad (6)$$

Для графов $W_{k,1}^0 = (X, E)$ наилучшими деревьями упорядочения являются идеально сбалансированные двоичные деревья (и некоторые другие).

Эти деревья можно формировать с помощью алгоритма, где на каждом шаге исключаемыми вершинами выбираются вершины, образующие такое подмножество X_* множества неисключенных вершин $X \subset X$, которое

1) принадлежит $\{\check{X}_i\}$, т.е. множеству наибольших независимых подмножеств множества \check{X} и

2) обеспечивает

$$\min_{\check{X}_i} \left(\sum_{x \in \check{X}_i} |E_x|^2 \right) \text{ или } \min_{\check{X}_i} \left(\sum_{x \in \check{X}_i} |X_x|^2 \right), \quad (7, \text{ а, б})$$

где X_x - множество вершин, путь от которых к корню формируемого дерева упорядочения вершин $T = (X, E_0)$ включает (в случае исключения на данном шаге вершин множества \check{X}_i) вершину x ($x \in X_x$), а E_x - множество всех монотонно инцидентных к вершинам X_x ребер исходного графа.

Такой подход дает желаемые результаты и в случае $W_{k,n}^s$, но тогда при $s \neq 0$ следует использовать целевую функцию (7, а).

4. Алгоритмы выбора исключаемых узлов

Нас заинтересовали возможности практического применения близких к изложенному алгоритмов.

Групповой выбор исключаемых узлов был нами реализован на графовой модели цепи (соответствующей условно структурно симметричной неопределенной матрице \check{Y}) так, что очередной шаг выбора группы узлов (вершин графа) выполнялся на графе, полученном в результате исключения всех узлов ранее выбранных групп.

Группа исключаемых узлов выбиралась с помощью изложенной в [6] модификации алгоритма Брона и Кэрбеша как одно из максимально независимых множеств \check{X}_i ($i=1, 2, \dots, \{|\check{X}_i|\}$) множества узлов \check{X} некоторой подцепи редуцированной цепи (с множеством неисключенных узлов \check{X}).

При этом алгоритмы, обозначенные ниже целыми числами 2...5, выбирали всегда первое генерированное \check{X}_i (которое в смысле мощности обычно близко к наибольшему независимому множеству), причем $\check{X} \subset \check{X}$ определялось в случае этих алгоритмов следующим образом:

5 - полное множество неисключенных узлов ($\check{X} = \check{X}$);

4 - на первом шаге полное множество неисключенных узлов \check{X} и на шагах $j = 2, 3, 4, \dots$ множество всех неисключенных узлов со степенью узла (вершины графа) $\delta \leq j + 2$;

3 - множество всех неисключенных узлов со степенью узла $\delta \leq j + 1$;

2 - множество всех неисключенных узлов со степенью узла $\delta \leq (j + 4)/2$.

Алгоритмы, обозначенные теми же числами со звездочками, являются такими модификациями этих алгоритмов, где после исключения большинства узлов для исключения выбиралось не первое \check{X}_i , а $\check{X}_* \subset \{\check{X}_i\}$, обеспечивающее

$$\min \left(\sum_{x \in \check{X}_i} |X_x| \right), \quad (8)$$

где X_x - множество узлов, путь от которых к корню формируемого дерева упорядочения узлов $T = (X, E_0)$ включает (в случае исключения на данном шаге множества \check{X}_i) узел x .

Отметим еще, что цифрой I обозначаем в дальнейшем алгоритм выбора исключаемых узлов, предложенный Берри [7].

5. Результаты испытания алгоритмов

В таблице I приведены данные, характеризующие многовариантный расчет цепей (с числом узлов схемы замещения n) по изложенной в [2, 3] схеме и в матричной форме. Для случаев применения разных деревьев упорядочения (с высотой h),

Т а б л и ц а I

n	Ал- го- ритм	h	i = 1			i = 2		i = 3	
			m _{F1}	m _B	m _{Σ1}	m _{F2}	m _{Σ2}	m _{F3}	m _{Σ3}
18	I	9	183	44	227	60	104	74	118
	3	7	191	45	236	45	90	56	101
	3 ^Ж	6	183	44	227	30	74	38	82
30	I	11	385	85	470	91	177	113	198
	3	9	385	85	470	77	162	87	172
	3 ^Ж	9	375	88	463	71	159	81	169
	3 ^{ЖЖ}	9	385	89	474	72	161	81	170
126	I	17	1715	368	2083	220	588	241	609
	2	13	1711	368	2079	195	563	211	579
	3	13	1781	375	2156	202	577	210	585
	4	13	1907	387	2294	261	648	279	666
	4 ^Ж	12	1855	383	2238	197	580	211	594
	5	14	2298	418	2716	340	758	364	782

сформированных для цепей с помощью рассмотренных алгоритмов выбора исключаемых узлов, получены разные ($i = 1, 2, 3$) оценки средних чисел мультипликативных операций, выполняемых в ходе расчета одного варианта цепи на прямом ходе (m_{F_i}), на обратном ходе (m_B) и в сумме ($m_{\Sigma i} = m_{F_i} + m_B$). Значения i указывают на следующее:

$i = 1$ - прямой и обратный ход процесса расчета выполняются полностью, т.е. без учета латентности;

$i > 1$ - прямой ход выполняется с учетом латентности;

$i = 2$ - по сравнению с предыдущим вариантом цепи изменяется всегда только один узел (т.е. изменяются параметры $k \neq 0$ элементов, монотонно инцидентных этому узлу), причем вероятности изменения узлов равные;

$i = 3$ - по сравнению с предыдущим вариантом цепи изменяется всегда только один узел из $\check{n}(0) + \check{n}(1)$ узлов двух верхних слоев дерева упорядочения, причем вероятности изменения этих узлов равные.

Введенное нами упрощение - рассмотрение вместо изменения элементов изменения узлов - оправдано сходством ха-

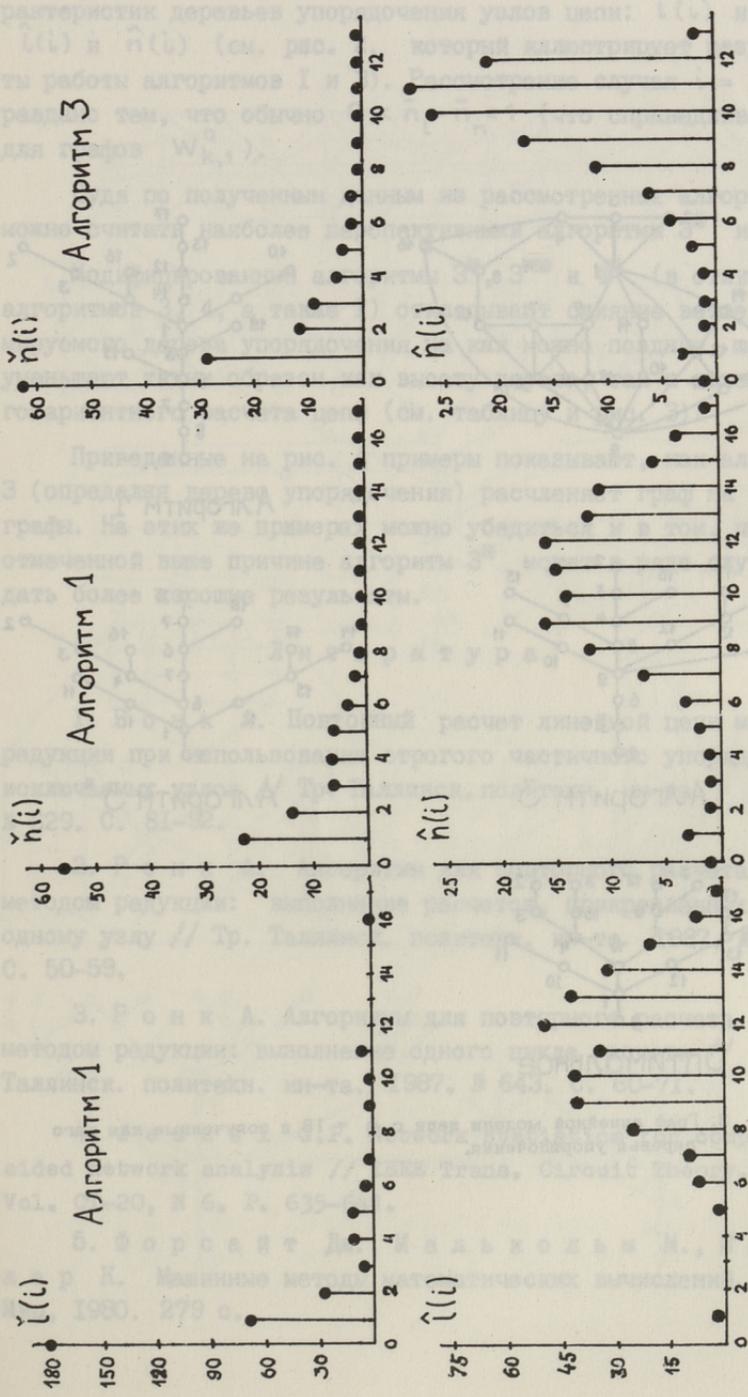
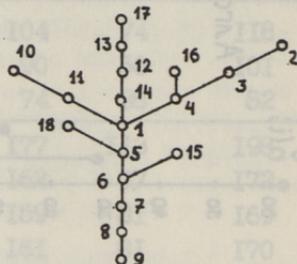
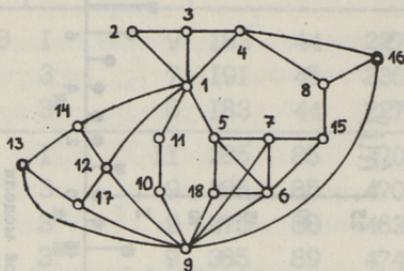
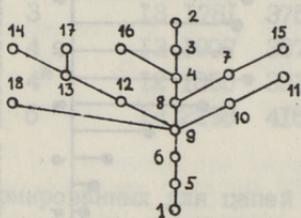


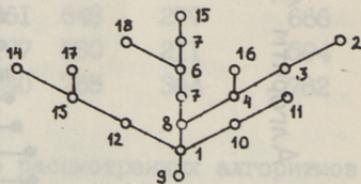
Рис. 2. Характеристики двух деревьев упорядочения линейной модели цепи с $n = 128$ и $l = 321$.



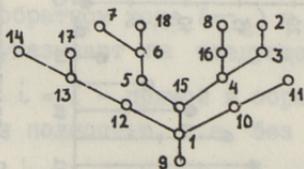
Алгоритм 1



Алгоритм 3



Алгоритм 3*



Оптимальное

Рис. 3. Граф линейной модели цепи с $n = 18$ и полученные для него деревья упорядочения.

ра характеристик деревьев упорядочения узлов цепи: $\check{l}(i)$ и $\check{n}(i)$, $\hat{l}(i)$ и $\hat{n}(i)$ (см. рис. 2, который иллюстрирует результаты работы алгоритмов I и 3). Рассмотрение случая $i = 3$ оправдано тем, что обычно $0 < \bar{n}_l - \bar{n}_n < 1$ (что справедливо и для графов $W_{k,1}^0$).

Судя по полученным данным из рассмотренных алгоритмов можно считать наиболее перспективными алгоритмы 3^* и 2^* .

Модифицированные алгоритмы 3^* , 3^{**} и 4^* (в отличие от алгоритмов 3, 4, а также I) откладывают слияние ветвей формируемого дерева упорядочения на как можно поздние шаги и уменьшают таким образом как высоту дерева, так и объем многовариантного расчета цепи (см. таблицу и рис. 3).

Приведенные на рис. 4 примеры показывают, как алгоритм 3 (определяя дерево упорядочения) расчленяет граф на подграфы. На этих же примерах можно убедиться и в том, что по отмеченной выше причине алгоритм 3^* может в ряде случаев дать более хорошие результаты.

Л и т е р а т у р а

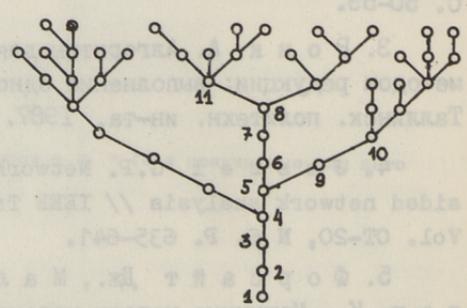
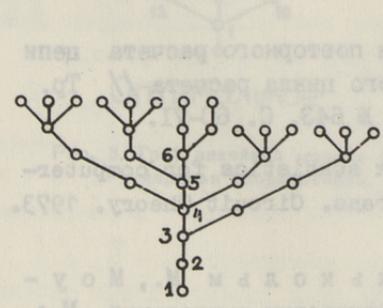
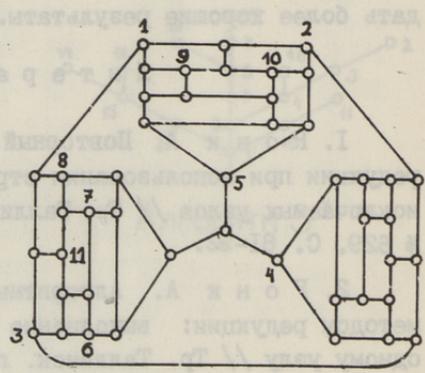
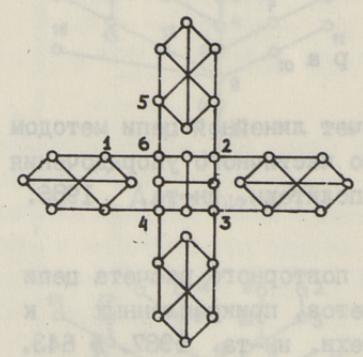
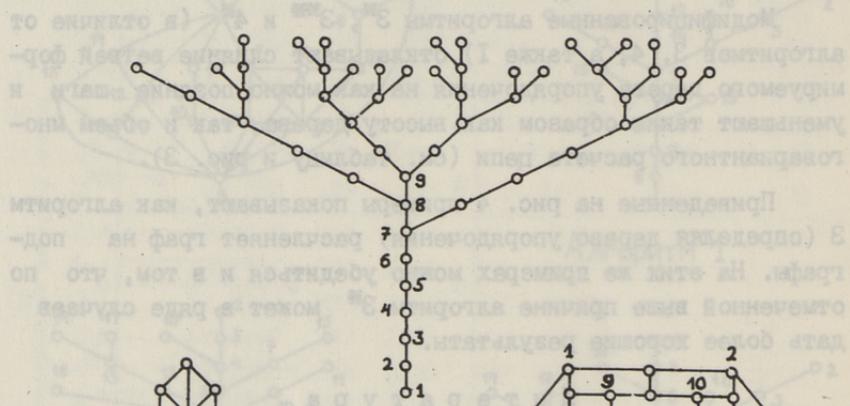
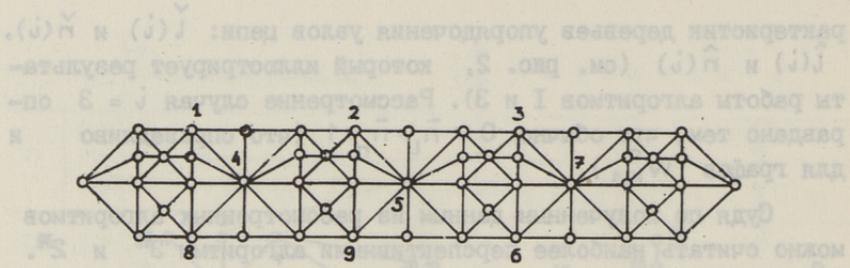
1. Р о н к А. Повторный расчет линейной цепи методом редукции при использовании строгого частичного упорядочения исключаемых узлов // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1986. № 629. С. 81-92.

2. Р о н к А. Алгоритмы для повторного расчета цепи методом редукции: выполнение расчетов, прикрепленных к одному узлу // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1987. № 643. С. 50-59.

3. Р о н к А. Алгоритмы для повторного расчета цепи методом редукции: выполнение одного цикла расчета // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1987. № 643. С. 60-71.

4. J e s s e l G.P. Network statistics for computer-aided network analysis // IEEE Trans. Circuit Theory. 1973. Vol. CT-20, N 6. P. 635-641.

5. Ф о р с а й т Дж., М а л ь к о л ь м М., М о у л е р К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 279 с.



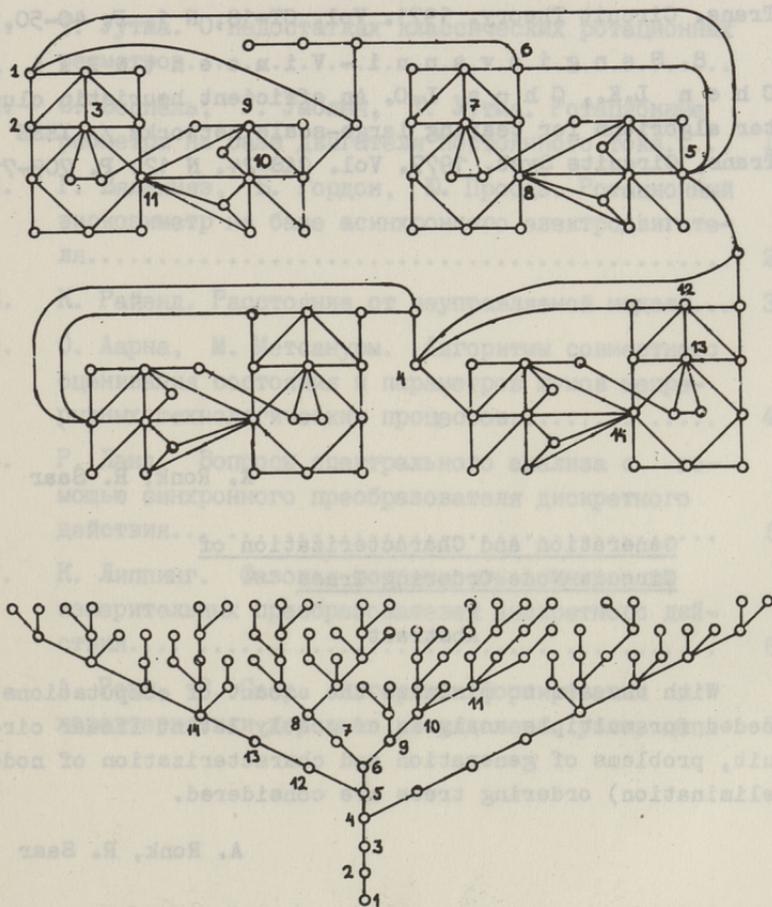


Рис. 4. Графы (примеры из [8]) и полученные для них посредством алгоритма 3 дерева упорядочения (расчленения графов).

6. Кристоффидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978. 432 с.

7. Berry R.D. An optimal ordering of electronic circuit equations for a sparse matrix solution // IEEE Trans. Circuit Theory. 1971. Vol. CT-18, N 1. P. 40-50.

8. Sangiovanni-Vincentelli A., Chen L.K., Chua L.O. An efficient heuristic cluster algorithm for tearing large-scale networks // IEEE Trans. Circuits Syst. 1977. Vol. CAS-24, N 12. P. 709-717.

A. Ronk, R. Saar

Generation and Characterization of
Circuit Node Ordering Trees

Abstract

With the aim to minimize the amount of computations, needed for multiple analysis of mostly latent linear circuit, problems of generation and characterization of node (elimination) ordering trees are considered.

A. Ronk, R. Saar

Sidu tippude järjestuspuud: formeerimise
algoritmid ja karakteristikud

Kokkuvõte

Valdavalt latentse lineaarse sidu korduva analüüsi arvutusmahu minimeerimist silmas pidades käsitletakse artiklis järjestuspuudena esitatavate sidu tippude elimineerimisjärjekordade leidmise algoritme ning nende järjestuspuude karakteristikuid.

С о д е р ж а н и е

1.	Т. Уутма. О недостатках классических ротационных реометров.....	3
2.	С. Сеппель, У. Умблея, Т. Уутма. Ротационные реометры на базе двигателя постоянного тока.....	10
3.	Г. Вяльмяэ, Б. Гордон, Ю. Проодэ. Ротационный вискозиметр на базе асинхронного электродвигателя.....	26
4.	К. Райенд. Расстояние от неуправляемой модели...	34
5.	О. Аарна, М. Метсанурм. Алгоритмы совместного оценивания состояния и параметров шумов непрерывных технологических процессов.....	46
6.	Р. Ланд. Вопросы спектрального анализа с помощью синхронного преобразователя дискретного действия... ..	57
7.	К. Липпинг. Фазовая погрешность асинхронных измерительных преобразователей дискретного действия... ..	63
8.	А. Ронк, Р. Саар. Алгоритмы формирования и характеристики деревьев упорядочения узлов цепи	74

Цена 90 коп.

EESTI AKADEEMILINE RAAMATUKOGU



1 0200 00082450 2