

Er. 6.7
544

ISSN 0136-3549
0203-9702

TALLINNA
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED
544

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

ТРИ
'83

НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ ПРОЦЕССЫ
В СИСТЕМАХ
ВОДОСНАБЖЕНИЯ И ВОДООТВЕДЕНИЯ

544

ТРИ
'83

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 628.34
532.621

●
НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ
ПРОЦЕССЫ
В СИСТЕМАХ
ВОДОСНАБЖЕНИЯ
И
ВОДООТВЕДЕНИЯ

Санитарная техника ХУ1

Таллин 1983



Л.Л. Пааль, В.А. Колоярцев

ФОРМИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА ВОДЫ ВОДОТОКОВ ПРИ
НЕСТАЦИОНАРНОМ ВЫПУСКЕ СТОЧНЫХ ВОД

При стационарном поступлении сточных вод в водоток в нем образуется струя, которая вниз по течению расширяется в результате турбулентной диффузии. Такое перемешивание загрязненной струи с водой водотока происходит до створа полного перемешивания, где концентрация загрязняющих веществ распределяется равномерно по всему живому сечению потока.

В практике, кроме стационарного поступления стоков, часто встречаются нестационарные выпуски сточных вод по прямоугольным, треугольным, трапецеидальным и периодическим эпюрам. Поступление в водоток сточных вод неравномерно, в количественном и качественном отношении имеет место при аварийных выпусках сточных вод, регулировании выпуска, поступлении дождевых вод и в других подобных случаях.

Треугольные эпюры изменения загрязнения во времени чаще наблюдаются при поступлении в водоток дождевых вод из коллекторов дождевой канализации [2].

Процесс формирования качества воды водотоков под влиянием продольной и поперечной диффузии при нестационарном выпуске стоков характеризуется для неконсервативного вещества загрязнение уравнением:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + V \frac{\partial S}{\partial x} - D_x \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} - D_y \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} - D_z \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + F(S) = 0, \quad (I)$$

где S - концентрация показателя загрязнения;

t - время;

x - продольная координата (расстояние от выпуска до расчетного створа);

y - поперечная координата водотока;

- D_x, D_y - коэффициенты продольной и поперечной дисперсии;
 V - средняя скорость потока;
 $F(S)$ - член, характеризующий неконсервативность вещества загрязнения.

Принимая за основу расчета уравнение (I), предполагается, что выравнивание концентрации в вертикальном направлении происходит значительно быстрее, чем в поперечном направлении. Принимаем, что ширина русла гораздо больше, чем глубина потока, и поэтому в уравнении (I) не учитывается член $\frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$, где z - вертикальная координата водотока.

Наиболее универсальным методом решения уравнения (I) при стационарном выпуске стоков ($\frac{\partial S}{\partial t} = 0$) является метод Караушева А.В. [1]. При нестационарном поступлении загрязнения, по нашему мнению, более целесообразно использовать метод ТПИ, который учитывает процессы продольной, а также поперечной дисперсии [3].

Уравнение (I) решается аналитически по следующей схеме.

Уравнение (I) при загрязнении стоков неконсервативным веществом можно представить в виде трех уравнений:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + V \frac{\partial S}{\partial x} - D_x \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = 0, \quad (2)$$

$$V \frac{\partial S}{\partial x} - D_y \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + K_1 S = 0, \quad (4)$$

где K_1 - коэффициент скорости биохимического потребления кислорода.

Для консервативного вещества загрязнения решение уравнения (I) можно получить на основе уравнений (2) и (3), так как $K_1 = 0$.

Для некоторых типов начальных и граничных условий решение уравнения (I) является произведением решений трех задач с одной переменной. Такое умножение отдельных решений с одной переменной справедливо при однородных граничных условиях.

В качестве начального условия в первом приближении можно принять:

$$S = 0 \quad \text{при} \quad t = 0. \quad (5)$$

Граничное условие на граничной поверхности в случае твердых стенок водотока характеризуется выражением:

$$\frac{\partial S}{\partial n} = 0, \quad (6)$$

где n - внешняя нормаль граничащей поверхности.

Граничные условия в начальном сечении можно выразить при помощи общей зависимости:

$$S = F(t) \quad \text{при} \quad x = 0, \quad t \geq 0. \quad (7)$$

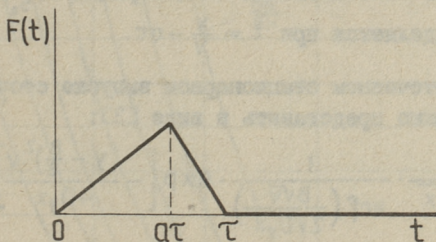
В данной работе зависимость $S = F(t)$ будет определяться для эпюры в виде разностороннего треугольника. Решения уравнения (1) для периодического выпуска, прямоугольной эпюры выпуска стоков, а также для эпюр в виде прямоугольного треугольника (с максимумом загрязнений в начальный момент) и трапеции были приведены ранее [3].

Граничные условия можно вывести математически при помощи единичной функции Хевисайда $\sigma(t)$ для разностороннего треугольника:

$$F(t) = \frac{t}{a\tau} [\sigma(t) - \sigma(t-a\tau)] - \frac{t}{(1-a)\tau} [\sigma(t-a\tau) - \sigma(t-\tau)], \quad (8)$$

где τ - продолжительность выпуска сточных вод;

a - отношение продолжительности выпуска к моменту наступления их максимума (фиг. 1).



Фиг. 1. Эпюра выпуска загрязнений в водоток в виде разностороннего треугольника.

Для решения уравнения (2) можно применить преобразование Лапласа, причем в качестве переменной, относительно которой производится преобразование, берется время t . В качестве начального условия следует руководствоваться положением (5) и учитывать граничное условие в начальном сечении выражением (8).

Уравнение (2) характеризует процесс продольной дисперсии и имеет решение в виде формулы (9), причем относительная концентрация загрязнения определяется в створе на расстоянии X от выпуска.

$$\frac{S}{S_0} = \frac{1}{2\tau} \left\{ \left(\frac{t}{a} - \frac{x}{aV} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x - Vt}{2\sqrt{D_x t}} \right) - \left(\frac{t}{a} - \tau - \frac{x}{aV} \right) \cdot \operatorname{erfc} \left[\frac{x - V(t - a\tau)}{2\sqrt{D_x(t - a\tau)}} \right] - \frac{1}{1-a} \left[(t - a\tau - \frac{x}{V}) \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x - V(t - a\tau)}{2\sqrt{D_x(t - a\tau)}} \right) - (t - \tau - \frac{x}{V}) \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x - V(t - \tau)}{2\sqrt{D_x(t - \tau)}} \right) \right] \right\}, \quad (9)$$

где

$$S_0 = \frac{S_{cm} q + S_p Q_p}{q + Q_p} \quad (10)$$

S_{cm} - концентрация выпускаемого загрязнения;

S_p - фоновая концентрация загрязнения в реке;

q - расход сточных вод;

Q_p - расход реки.

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z)$$

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\xi^2} d\xi \quad - \text{функция ошибок.}$$

Максимальная относительная концентрация $\left(\frac{S}{S_0}\right)_{\max}$ по формуле (9) определяется при $t = \frac{x}{V} - a\tau$.

При сосредоточенном стационарном выпуске сточных вод уравнение (3) можно представить в виде [3]:

$$S = \frac{S_{cm} q}{H\sqrt{\pi V D_y x}} \cdot \frac{1}{\operatorname{erf} \left(\frac{B\sqrt{V}}{2\sqrt{D_y x}} \right)} \cdot \exp \left[-\frac{(y - \frac{B}{2})^2 \cdot V}{4 D_y x} \right], \quad (II)$$

причем максимальная концентрация в загрязненной струе определяется из (II) как

$$S_{\max} = \frac{S_{cm} q}{H\sqrt{\pi V D_y x}} \cdot \frac{1}{\operatorname{erf} \left(\frac{B\sqrt{V}}{2\sqrt{D_y x}} \right)}, \quad (12)$$

где H - средняя глубина потока;

B - средняя ширина реки.

Учитывая вышеприведенное, решением уравнения (I) для определения максимальной относительной концентрации неконсервативного вещества является выражение

$$\left(\frac{S}{S_0}\right)_{\text{макс}} = \frac{Q_p + q}{H\sqrt{\pi V D_y x}} \cdot \frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{BV\sqrt{V}}{2\sqrt{D_y x}}\right)} \times$$

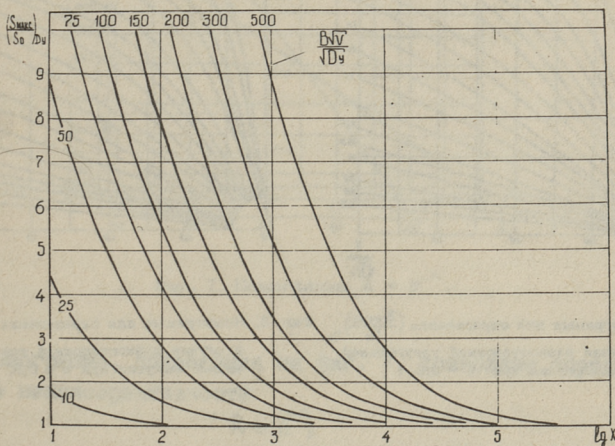
$$\times \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{-V}{2\sqrt{D_x}\left(\frac{x}{Va^2\tau^2} + \frac{1}{a\tau}\right)}\right] - \right.$$

$$\left. - \operatorname{erfc}\left[\frac{V}{2\sqrt{D_x}\left(\frac{x}{V(1-a)^2\tau^2} - \frac{1}{(1-a)\tau}\right)}\right] \right\} \exp(-K_1 \frac{x}{V}). \quad (13)$$

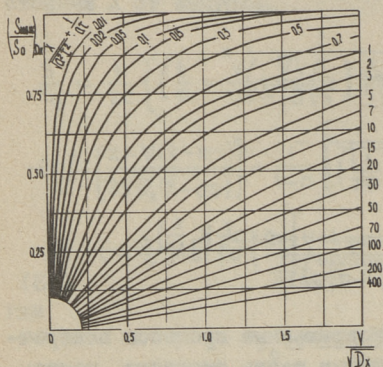
Формула (13) учитывает одновременные процессы поперечной и продольной диффузии, струйную часть смешения, нестационарность поступления загрязнения, а также неконсервативность загрязняющего вещества.

Учитывая, что расчетная формула (13) получается громоздкой, для практических расчетов рекомендуется использовать номограммы, составленные при $a = \text{const}$ для определения значений:

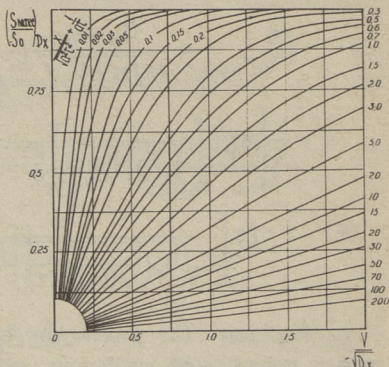
$$\left(\frac{S_{\text{макс}}}{S_0}\right)_{D_y}; \quad \left(\frac{S_{\text{макс}}}{S_0}\right)_{D_x}; \quad A.$$



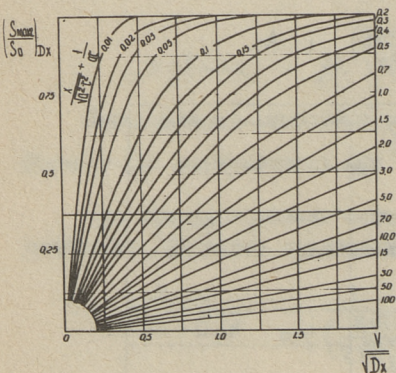
Фиг. 2. Номограмма для определения $\left(\frac{S_{\text{макс}}}{S_0}\right)_{D_y}$ в створе x от выпуска.



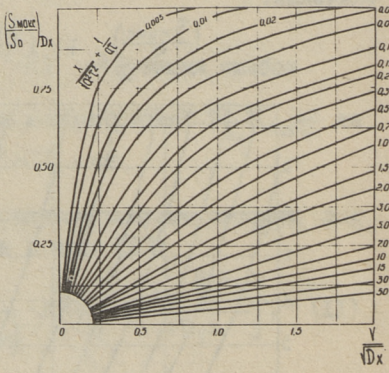
Фиг. 3. Номограмма для определения $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x}$ в случае разносторонней треугольной эпюры выпуска при $\alpha = 0,2$.



Фиг. 4. Номограмма для определения $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x}$ в случае разносторонней треугольной эпюры выпуска при $\alpha = 0,4$.



Фиг. 5. Номограмма для определения $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x}$ в случае разносторонней треугольной эпюры выпуска при $\alpha = 0,6$.



Фиг. 6. Номограмма для определения $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x}$ в случае разносторонней треугольной эпюры выпуска при $\alpha = 0,8$.

На фиг. 2 изображена номограмма для определения значения $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_y}$ в створе X от выпуска для первых двух членов формулы (I3)

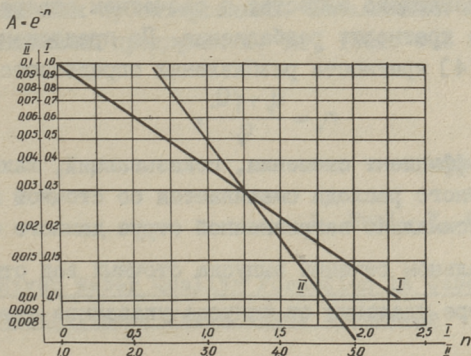
$$\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_y} = \frac{Q + q}{H\sqrt{\pi V D_y x}} \cdot \frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{B\sqrt{V}}{2\sqrt{D_y x}}\right)} \quad (I4)$$

Для конкретного водотока на основании исходных данных определяются величины $\frac{B\sqrt{V}}{\sqrt{D_y}}$ и $\lg x$, а затем по номограмме (фиг. 2) определяется $\left(S_{\max}/S_0\right)_{D_y}$.

На фиг. 3-7 изображены номограммы для определения значения $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x}$, для члена формулы (I3), заключенного в фигурные скобки. Номограммы составлены при $q = \text{const}$ в координатах

$$\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x} = f\left(\frac{V}{\sqrt{D_x}}\right) \quad \text{при} \quad \frac{x}{V a^2 \tau^2} + \frac{1}{a\tau} = \text{const} \quad (I5)$$

для разносторонних треугольных эпюр выпуска стоков (фиг. 3 - 6).



Фиг. 7. Номограмма $A = e^{-n}$.

Номограмма, показанная на фиг. 7, позволяет определить влияние неконсервативности

$$A = e^{-n}, \quad (I6)$$

если в стоках присутствуют неконсервативные вещества. Для этого определяется значение

$$n = K_1 \frac{x}{V} \quad (I7)$$

и в зависимости от значения n определяется A . Если значение n лежит в пределах от 0 до 2,25, то используют шкалу I, а если значение n находится в пределах от 2,25 до 5, то используют шкалу II для нахождения значения A , соответственно по шкале I или II.

Перемножив найденные по номограммам 2-7 значения $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_y}$; $\left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x}$; A получим максимальную относительную концентрацию загрязнений в створах от выпуска стоков

$$\left(\frac{S}{S_0}\right)_{\max} = \left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_y} \cdot \left(\frac{S_{\max}}{S_0}\right)_{D_x} \cdot A. \quad (I8)$$

От максимальной относительной концентрации $\left(\frac{S}{S_0}\right)_{\max}$, определенной по формуле (I3) или по номограммам (фиг. 2-7), можно перейти к фактическому увеличению концентрации вещества загрязнения S_{\max} в расчетном створе X от места выпуска.

В инженерной практике иногда не определяется концентрация загрязняющего вещества в расчетном створе, а учитывается только кратность разбавления. По предложению Родзиллера И.Д. [4] кратность разбавления определяется как

$$n_1 = \frac{q_v + \gamma Q}{q}, \quad (I9)$$

где γ - коэффициент смешения, показывающий, какая часть речного расхода смешивается со сточной жидкостью в максимально загрязненной струе данного створа.

В начальном сечении выпуска сточных вод отношение $\frac{S}{S_0} = I$ и по мере удаления от выпуска указанное отношение уменьшается.

Если считать, что фоновая концентрация равняется нулю ($S_p = 0$), то кратность разбавления может быть определена в виде

$$n_1 = \frac{S_{cm}}{(S_0)_{\max}}, \quad (20)$$

где $(S_0)_{\max}$ - допустимая максимальная концентрация загрязнений в расчетном створе.

Учитывая формулу (I3), имеем

$$n_1 = \frac{q_v + Q_p}{q_v} \cdot \frac{1}{\left(\frac{S}{S_0}\right)_{\text{макс}}}, \quad (21)$$

где $\left(\frac{S}{S_0}\right)_{\text{макс}}$ - относительная максимальная концентрация загрязнений в расчетном створе, определяемая по формуле (13).

Формула (21) учитывает кратность разбавления стоков в случае нестационарного выпуска загрязнений, т.е. деформацию вдоль потока эпюры загрязнения.

Л и т е р а т у р а

1. Караушев А.В. Речная гидравлика. Л., Гидрометеоздат. 1969. 416 с.
2. Колоярцев В.А. Исследование поверхностного стока с территорий промпредприятий и влияние его на водный объект. Дис. канд. техн. наук. Таллин, 1982, 162 с.
3. П а а л ь Л.Л. Инженерные методы расчета формирования качества воды водотоков. Часть I и 2. Таллин, ТПИ, 1976, 43 с. и 101 с.
4. Справочник проектировщика. Канализация населенных мест и промышленных предприятий. М., 1981. 638 с.

L. Paal, V. Koloyartsev

River Water Quality Formation in Case of Unstationary Waste Water Discharge

Summary

To solve the problem of rainfall discharge into the rivers it is necessary to solve the water quality formation problems in case of longitudinal and lateral diffusion of nonconservative pollutants. As a result of the solution of diffusion equation formulas and nomograms are presented for practical calculations.

Л.Л. Пааль, Л.И. Руга, В.А. Сууркаск

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА ВОДЫ РЕК С ПРИМЕНЕНИЕМ
ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Прогноз качества воды водоемов существующими методами расчета производится по осредненным показателям – расходу и концентрации сточных вод, при постоянном 95 %-ном расходе в водотоках.

Как известно, в действительности эти показатели изменяются во времени в больших пределах и по существу являются случайными величинами. Поэтому, видимо, вероятностный подход прогнозирования качества воды водоемов позволяет значительно шире анализировать процессы смешения и самоочищения, а также взаимодействия систем: канализационная сеть – очистные сооружения – водный объект.

По результатам натурных исследований систем канализации и рек известно, что гидравлические характеристики рек в разрезе суток изменяются незначительно, в то время как концентрация и расходы сточных вод колеблются в больших пределах.

Время, в течение которого рассматривают процессы смешения и самоочищения, обычно не превышает нескольких суток. Итак, решающими факторами являются характеристики сточных вод – расход и концентрация и характер их изменения во времени.

При прогнозировании качества воды, используя вероятностные характеристики, основными исходными данными являются:

1) вероятностные характеристики сточных вод, т.е. закономерность распределения концентрации загрязняющих веществ и расходов сточных вод;

2) закономерность или расчетные формулы для определения интенсивности процесса смешения.

Для разработки вероятностного метода прогнозирования качества воды водных объектов, в первую очередь, следует проанализировать закономерности изменения отдельных составляющих. В качестве формул или методов расчета смешения и самоочищения при вероятностном подходе прогнозирования качества воды водных объектов можно успешно использовать уже существующие методы, которые применяются при решении стационарных задач. При этом в качестве переменных параметров следует рассматривать либо концентрацию загрязняющих веществ, либо расходы сточных вод и расходы реки.

Анализируя неравномерность параметров сточных вод, можно разделить их на следующие 3 случая:

1) ряды с большими периодами, содержащие несколько отдельных гармоник;

2) ряды, включающие периодические случайные составляющие;

3) ряды, которые можно характеризовать почти полностью случайными колебаниями.

Следует отметить, что для выявления периодов колебания требуются очень длинные ряды наблюдений, которые определяются на основе большого количества данных натурального исследования. При коротких рядах наблюдений следует их рассматривать случайными величинами, которые характеризуются теоретическими или эмпирическими законами распределения.

Проведенные нами исследования показали, что концентрация загрязняющих веществ сточной жидкости в коллекторе канализации достаточно хорошо подчиняется нормальному закону распределения. Удовлетворительные данные получаются также при помощи двустороннего экспоненциального и логистического распределений. Учитывая, что нормальное распределение исследовано более подробно, ограничимся далее при решении задач прогнозирования этим распределением.

Изменение во времени расходов сточных вод имеет более равномерный характер, чем концентрация загрязняющих

веществ. Согласно анализу кривых хода расходов сточных вод во времени, их также можно описывать нормальным распределением.

Следовательно, требуется ввести в расчет одновременно два ряда случайных величин, которые в первом приближении можно характеризовать при помощи закона нормального распределения.

Если ввести в расчет вероятность концентрации загрязняющих веществ сточной жидкости $P(S_{ст})$ и вероятность расхода сточных вод $P(q)$, то вероятность концентрации загрязняющих веществ в створе на расстоянии x от выпуска можно определить в следующем виде:

$$P(S) = P(S_{ст}) P(q) L_x, \quad (1)$$

где L_x можно рассматривать как оператор процесса смешения и он определяется согласно поставленной задаче расчета.

Например, максимальная концентрация загрязняющих веществ при стационарном выпуске сточных вод в условиях руслового выпуска определяется формулой [1]:

$$S_{\max} = \frac{S_{ст} q}{2H\sqrt{\pi D_y v x}} \frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{B\sqrt{v}}{4\sqrt{D_y x}}\right)}, \quad (2)$$

где $S_{ст}, q$ - концентрация загрязняющих веществ и расход сточных вод;

H, B, v - глубина, ширина и средняя скорость течения реки;

D_y - коэффициент поперечной дисперсии.

В этом случае, согласно формуле (2), оператор смешения может быть определен в виде:

$$L_x = \frac{1}{2H\sqrt{\pi D_y v x}} \frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{B\sqrt{v}}{4\sqrt{D_y x}}\right)}. \quad (3)$$

Для решения формулы (1) предполагаем, что общая плотность распределения двух случайных величин $S_{ст}$ и q определяется в виде $p(x, y)$. В этом случае вероятность величины $S_{ст} q$ можно выразить как

$$P(S_{ст} q < t) = \iint_{xy < t} p(x, y) dx dy \quad (4)$$

и плотность вероятности согласно (4) определяется в виде

$$p(t) \frac{dP(S_{ст} q < t)}{dt} = \int_0^{\infty} \frac{1}{x} p(x, \frac{t}{x}) dx - \int_{-\infty}^0 \frac{1}{x} p(x, \frac{t}{x}) dx. \quad (5)$$

Если, например, случайные величины $S_{ст}$ и q подчиняются нормальному закону распределения с математическими ожиданиями соответственно $S_{ст ср}$ и $q_{ср}$ и дисперсией $\sigma_{ст}^2$ и σ_q^2 , то их общая плотность вероятности в створе выпуска сточных вод имеет вид:

$$p(t) = \frac{1}{2\pi \sigma_{ст} \sigma_q} \int_0^{\infty} \frac{1}{S_{ст}} \left\{ \exp \left[-\frac{(S_{ст} - S_{ст ср})^2}{2\sigma_{ст}^2} - \frac{(\frac{t}{S_{ст}} - q_{ср})^2}{2\sigma_q^2} \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[-\frac{(S_{ст} + S_{ст ср})^2}{2\sigma_{ст}^2} - \frac{(\frac{t}{S_{ст}} - q_{ср})^2}{2\sigma_q^2} \right] \right\} dS_{ст}. \quad (6)$$

Проведенный анализ приводит к выводу, что в общем случае плотность вероятности $p(t)$ не определяется в виде элементарных функций. Для решения конкретных задач можно использовать обычные формулы (формула Симпсона и др.), но для каждой величины $p(t_i)$ требуется решить интеграл (6) при $t = t_i$. Учитывая, что решение подобных задач связано с большим объемом вычислительных работ, следует использовать приближенные методы решения интеграла (6).

Иногда при решении практических задач прогнозирования качества воды рек можно в первом приближении предполагать, что расход сточных вод является постоянной величиной. Такое предположение справедливо в условиях больших городов или после очистки сточных вод. В этих случаях можно взять за основу либо $q_{ср}$, либо расход сточных вод определенной вероятности. Оператор разбавления в этих случаях определяется аналогично формуле (3) в виде:

$$L_{xy} = \frac{q}{2H\sqrt{\pi D_y v x}} \cdot \frac{1}{\operatorname{erf} \left(\frac{B\sqrt{v}}{4\sqrt{D_y x}} \right)}. \quad (7)$$

Вероятность концентрации загрязняющих веществ на определенном расстоянии от источника загрязнения выражается:

$$P(S) = P(S_{ст}) L_{xy}. \quad (8)$$

Предполагаем, что нас интересует вероятность концентрации загрязняющих веществ при фиксированной величине расхода сточных вод \bar{q} . Эта вероятность, учитывая оператор разбавления, может быть определена в пределах концентрации загрязняющих веществ S_1 и S_2 по формуле

$$\begin{aligned}
 P\left(\frac{S_1}{\bar{q} L_{xy}} < S < \frac{S_2}{\bar{q} L_{xy}}\right) &= \frac{1}{\sigma_{ст} \sqrt{2\pi}} \int_{\frac{S_1}{\bar{q} L_{xy}}}^{\frac{S_2}{\bar{q} L_{xy}}} \exp\left[-\frac{(S - S_{стср})^2}{2\sigma_{ст}^2}\right] dS = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\frac{S_1}{\bar{q} L_{xy}} - S_{стср}}{\sigma_{ст}}}^{\frac{\frac{S_2}{\bar{q} L_{xy}} - S_{стср}}{\sigma_{ст}}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi\left(\frac{\frac{S_2}{\bar{q} L_{xy}} - S_{стср}}{\sigma_{ст}}\right) - \Phi\left(\frac{\frac{S_1}{\bar{q} L_{xy}} - S_{стср}}{\sigma_{ст}}\right), \quad (9)
 \end{aligned}$$

где $\Phi(z)$ определяется в виде

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (10)$$

В формуле (9) величины S_1 и S_2 являются интересующими нас концентрациями загрязняющих веществ. Иногда желательно принять, что $\frac{S_1}{\bar{q} L_{xy}} = \text{ПДК}$. Приведенная формула (9) является общей расчетной формулой при одной переменной. Для практических расчетов эта формула, к сожалению, не дает требуемой информации, так как вероятность рассматривается в пределах S_1 и S_2 . Более удобными являются расчетные формулы для вероятности в виде $P(S < S^*)$ или $P(S > S^*)$, где S^* заданная, интересующая нас концентрация.

При фиксированном расходе сточных вод \bar{q} вероятность концентрации загрязняющих веществ на расстоянии x от створа выпуска определяется

$$P(S_{ст} < \frac{S}{\bar{q} L_{xy}}) = 1 - \Phi\left(\frac{\frac{S}{\bar{q} L_{xy}} - S_{стср}}{\sigma_{ст}}\right) \quad (11)$$

и, наоборот,

$$P(S_{ст} > \frac{S}{\bar{q} L_{xy}}) = -\Phi\left(\frac{\frac{S}{\bar{q} L_{xy}} - S_{стср}}{\sigma_{ст}}\right). \quad (12)$$

В качестве примера при $L_{xy} = 0,1$, $S_{ст\text{ср}} = 167$ мг/л и $\sigma_{ст} = 69,2$ результаты расчета по формуле (II) приведены на фиг. 1.

На основе полученных данных нетрудно убедиться, что приведенные расчетные формулы характеризуют деформацию кривых распределения, которые приведены на фиг. 2.

При применении метода И.Д. Родзиллера [2] для определения кратности разбавления оператор смешения может быть выражен в виде

$$L_{xy} = \frac{1}{n} = \frac{q}{q + \gamma Q}. \quad (13)$$

В данном случае, например, вероятность выражается

$$P \left(S_{ст} < \frac{S}{L_{xy}} \right) = 1 - \Phi \left(\frac{\frac{S}{L_{xy}} - S_{ст\text{ср}}}{\sigma_{ст}} \right), \quad (14)$$

причем влияние расходов сточных вод учитывается формулой (13).

Предлагаемый нами метод прогнозирования качества воды водных объектов позволяет провести всесторонний анализ, в том числе и для определения степени очистки сточных вод. Обычно степень очистки сточных вод по определенному показателю качества воды определяется как

$$n = \frac{S_{ст\text{ср}} - S_{н\text{ср}}}{S_{ст\text{ср}}} 100\%, \quad (15)$$

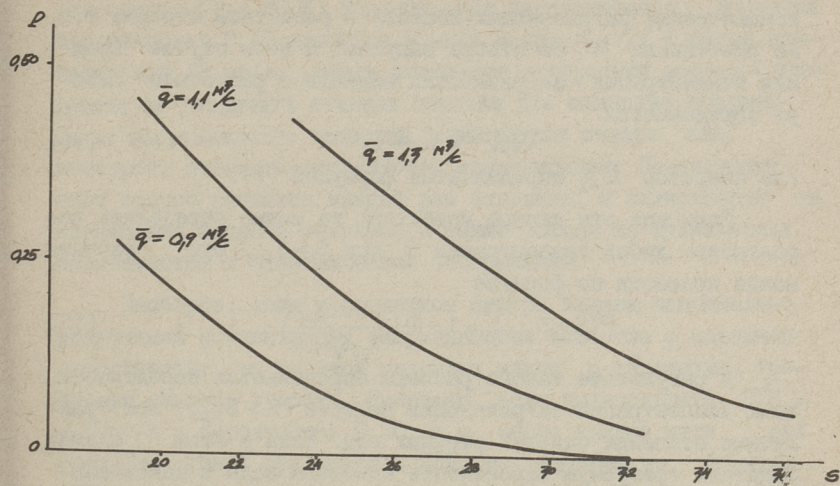
где $S_{н\text{ср}}$ - средняя концентрация после очистки.

Обычно расчетным методом решаются следующие основные задачи [3]:

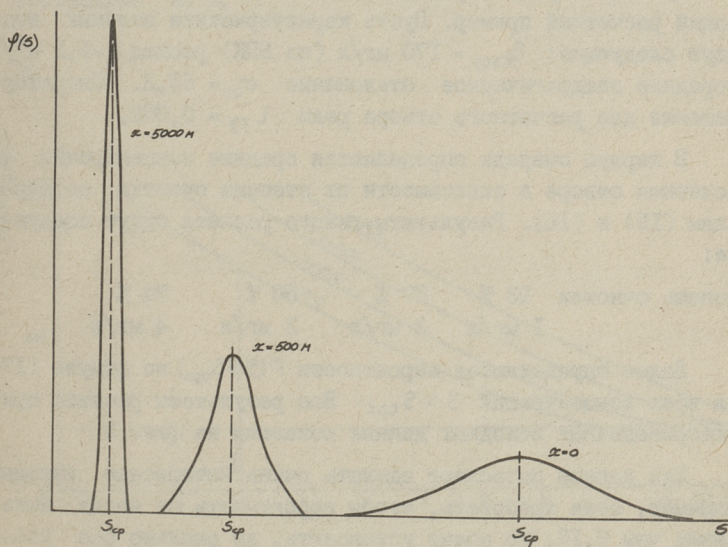
- при выборе места строительства предприятия установить необходимую степень разбавления в расчетном (контрольном) створе;

- определить, до какой степени следует очищать и обезвреживать сточные воды, чтобы у расчетного створа водопользования были обеспечены нормативы качества воды.

Для решения последней задачи вероятностный подход позволяет наиболее полно охарактеризовать ситуацию, в том числе провести и экономический анализ.



Фиг. 1. Зависимость $P(s_{ст} < \frac{s}{\bar{q} L_{xy}}) = f(s)$ при $\bar{q} = \text{const}$.



Фиг. 2. Характер деформации кривых распределения на разных расстояниях от источника загрязнения.

Предполагаем, что нам известны предельно допустимые концентрации загрязняющих веществ в расчетном створе, т.е. на расстоянии x от створа выпуска. В этом случае средняя концентрация загрязняющих веществ в расчетном створе определяется

$$S_{срх} = S_{нсп} L_{xy}, \quad (I6)$$

где оператор L_{xy} определяется формулой (7).

Если все эти данные известны, то можно определить вероятность любой концентрации S при $S > S_{срх}$. Эти расчеты можно провести по формуле

$$P(S > S_{срх}) = 1 - \Phi\left(\frac{S - S_{срх}}{\sigma_{ст} \bar{q}_v L_{xy}}\right). \quad (I7)$$

В результате такого расчета определяются вероятности всех концентраций загрязняющих веществ ($S > S_{срх}$) при различных степенях очистки сточных вод. Если в этом случае задавать требуемую вероятность качества воды и максимально допустимую концентрацию, то можно обратным путем определить степень очистки.

Для иллюстрации предлагаемой методики приводим следующий расчетный пример. Пусть характеристики сточных вод будут следующие: $S_{стср} = 170$ мг/л (по БПК) расход $\bar{q}_v = 1,1$ м³/с и среднее квадратическое отклонение $\sigma_{ст} = 69,2$. Оператор смешения для расчетного створа реки $L_{xy} = 0,082$.

В первую очередь определяются средние концентрации в расчетном створе в зависимости от степени очистки по формулам (I5) и (I6). Результаты такого расчета будут следующие:

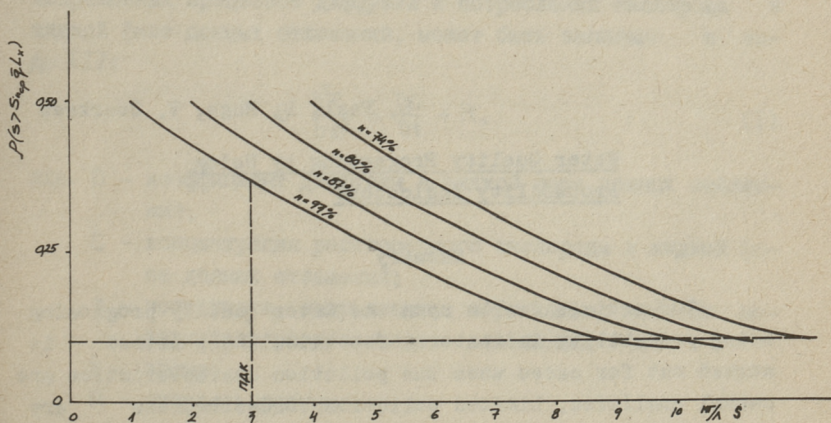
степень очистки	93 %	87 %	80 %	74 %
	1 мг/л	2 мг/л	3 мг/л	4 мг/л

Далее определяются вероятности $P(S > S_{срх})$ по формуле (I7) для всех концентраций $S > S_{срх}$. Все результаты расчета при вышеприведенных исходных данных показаны на фиг. 3.

Эти данные позволяют сделать очень интересные выводы. Например, если требовать, чтобы вероятность не могла быть меньше чем 0,10, то можно установить, во сколько раз увеличиваются нормативные требования (при ПДК = 3 мг/л). Для данного примера результаты будут следующие: при степени очистки $n = 93$ % - в 3 раза, при $n = 87$ % - в 3,33 раза;

$n = 80\%$ - в 3,67 раза и если $n = 74\%$ - в 4 раза. В первом случае ($n = 93\%$) концентрация загрязняющего вещества вероятностью 0,10 является 9 мг/л и при $n = 74\%$ имеем концентрацию 12 мг/л. Здесь возникает интересный вопрос - требуется ли увеличить степень очистки для снижения концентрации загрязняющего вещества в расчетном створе или, наоборот, повысить вероятность концентрации. По-видимому, этот вопрос решается каждый раз отдельно, в зависимости от назначения водного объекта, а также исходя из технических возможностей и экономических соображений.

Наоборот, если в расчетном створе задана максимально допустимая концентрация загрязняющего вещества с заданной вероятностью, то по этой методике можно и определить требуемую степень очистки. Например, если предполагать ПДК = 6 мг/л и вероятность 0,20, т.е. через каждые пять раз (час или сутки) превышает ПДК, то получаем из формулы (I7), что $S_{срх} = 0,76$ мг/л и средняя концентрация после очистки по (I6) $S_{нсп} = 8,22$ мг/л. В этом случае из формулы (I5) находим, что требуемая степень очистки сточных вод составляет 95%.



Фиг. 3. Влияние степени очистки на качество воды реки в зависимости от вероятности концентрации загрязняющего вещества.

Из приведенного материала хорошо видно, что вероятностный подход решения проблем качества воды водных объектов более полностью позволяет анализировать вопросы определения степени очистки и оценить технические возможности. При этом иногда следует учитывать влияние очистных сооружений на параметры кривых распределения. Этот вопрос требует дополнительного исследования кривых распределения концентрации загрязняющих веществ после очистки в зависимости от состава очистных сооружений.

Л и т е р а т у р а

1. П а а л ь Л.Л. Инженерные методы расчета формирования качества воды водотоков. П часть, Таллин, ТПИ, 1976. 104 с.

2. Р о д з и л л е р И.Д. К вопросу о расчете смешения сточных вод в реках. М., ВОДГЕО, Информ. материалы, 1954, № 5.

3. Методические указания по применению правил охраны поверхностных вод от загрязнения сточными водами. Москва-Харьков, изд. ВНИИВО, 1982. 82 с.

L. Paal, L. Ruga, V. Suurkask

Water Quality Prognosing by Using Probability Indicators

Summary

The article dwells upon the water quality prognosing using probability indicators. The calculating method is worked out for cases when the pollution characteristics are casual qualities. Limited pollution concentrations are calculated depending on their probability. The waste water treatment degree is analyzed in accordance with waste concentrations probability.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОТРЕБЛЕНИЯ КИСЛОРОДА В СИСТЕМЕ "ВОДА - ДОННЫЕ ОТЛОЖЕНИЯ"

Кислородный режим в обобщенном виде отражает совместное протекание разных физических, химических и биологических процессов в водоеме. Многими специалистами отмечена существенная роль донных отложений в формировании качества воды рек и мелководных водоемов. Однако часто, ввиду малой изученности и отсутствия обоснованной методики, потреблением кислорода донными отложениями пренебрегают. Это свидетельствует о сложности и, в то же время, актуальности исследований в этом направлении.

Дифференциальное уравнение, отражающее протекание одновременных процессов диффузии и потребления кислорода в жидкой фазе донных отложений, может быть записано в виде [1]:

$$D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = \frac{\partial C}{\partial t} + R, \quad (1)$$

где D - коэффициент диффузии в жидкой фазе донных отложений;

C - концентрация растворенного кислорода в жидкой фазе донных отложений;

z - координата, направленная вертикально вниз от поверхности раздела вода - отложения;

t - время;

R - скорость реакции.

Скорость реакции R отражает расходование кислорода на окисление органических веществ в аэробном слое отложений:

$$R = k_1^A \cdot S^A, \quad (2)$$

где k_1^A - коэффициент скорости окисления органического вещества аэробного слоя отложений;

S^A - концентрация органического вещества аэробного слоя отложений.

Ввиду сложности, практически обычно вместо определения параметров для решения уравнения (I), измеряется экспериментально скорость расходования кислорода на единицу контактной поверхности раздела вода - отложения.

В данной статье представлены результаты изучения роли некоторых факторов (скорость течения воды в придонном слое, концентрация растворенного кислорода в воде, состав и свойства донных отложений) на интенсивность потребления кислорода донными отложениями. Для этого была сконструирована лабораторная опытная установка, конструкция которой позволяет при помощи разъемной камеры производить отбор из водоемов донных отложений без нарушения их естественной структуры. В лаборатории камера с отложениями присоединяется к остальной системе опытной установки. Некоторые характерные данные лабораторной установки:

- поверхность контакта воды с отложениями 245 см^2 ;
- высота слоя донных отложений 10 см;
- объем циркулирующей воды 4,2 л.

Система лабораторной установки герметична и термостатирована. Требуемая скорость течения воды над отложениями обеспечивается с помощью циркуляционного насоса и запорного вентиля. Блоком датчиков измеряется расход циркулирующей воды, температура и содержание растворенного кислорода. Опыты для выяснения скорости течения воды на процесс потребления кислорода осадками проводились при температуре 20°C с донными отложениями, взятыми из разных водоемов. Результаты опытов представлены на фиг. I. Как уже выше отмечалось, практическое применение уравнения (I) является сложным. Для описания скорости потребления кислорода донными отложениями в зависимости от придонной скорости течения воды можно экспериментальные данные аппроксимировать эмпирической формулой в виде

$$L = L_0 + a(1 - e^{-bv}), \quad (3)$$

где L - потребление кислорода донными отложениями, $\text{г/м}^2 \cdot \text{сут}$;

L_0 - потребление кислорода донными отложениями в неподвижной воде ($v = 0$), $\text{г/м}^2 \cdot \text{сут}$;

v - придонная скорость течения воды, см/с;
 a и b - экспериментальные коэффициенты.

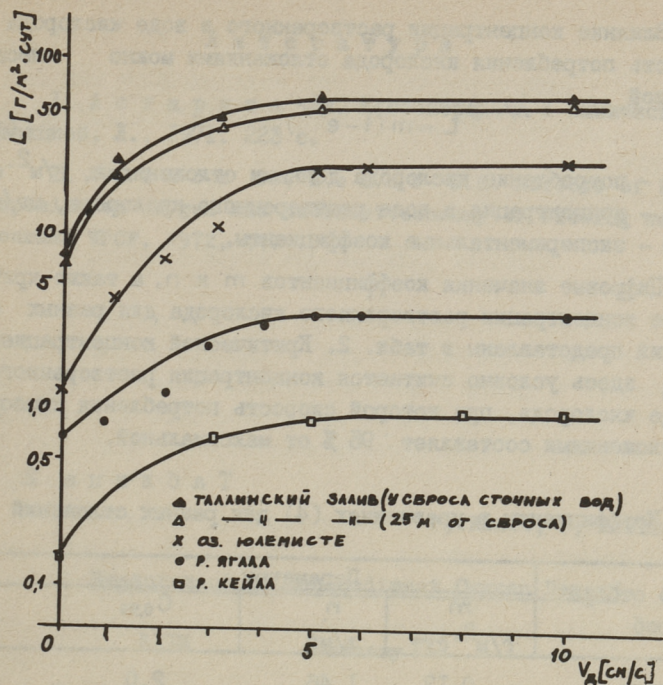
Из фиг. I видно, что с увеличением скорости течения воды от 0 до 10 см/с потребление кислорода донными отложениями повысилось примерно от 6 раз (р. Ягала) до 19 раз (оз. Юлемисте). Для объяснения этого рассмотрим, как воздействуют придонные течения на потребление кислорода в поверхностном слое донных отложений. Потребление кислорода донными отложениями выражает количество кислорода, идущего на окисление органического вещества в аэробном слое отложений. С увеличением скорости смывается верхний слой отложений, который переходит во взвешенное состояние. Для этого слоя улучшаются условия протекания микробиологических процессов разложения и соответственно увеличивается скорость окисления. Кроме того, часть отложений, которая перед смывом верхнего слоя находилась в анаэробной зоне, начинает потреблять кислород вследствие углубления аэробной зоны отложений. Из фиг. I видно, что отложениям, сформированным в разных водоемах, характерны резкие отличия в скорости потребления кислорода. В таблице I изложены результаты химических анализов рассмотренных на фиг. I отложений.

Из таблицы I видно, что показатели химического состава отложений не отражаются однозначно в скорости потребления кислорода. Причиной здесь являются, очевидно, разные толщины аэробных зон отложений. Цифровые значения коэффициентов a и b в уравнении (I) отражают окисляемость органических веществ в отложениях и смыв верхнего слоя отложений $L_{v=0}$ и $L_{v=10}$ в табл. I означают потребление кислорода отложениями соответственно при донной скорости течения воды 0 см/с и 10 см/с.

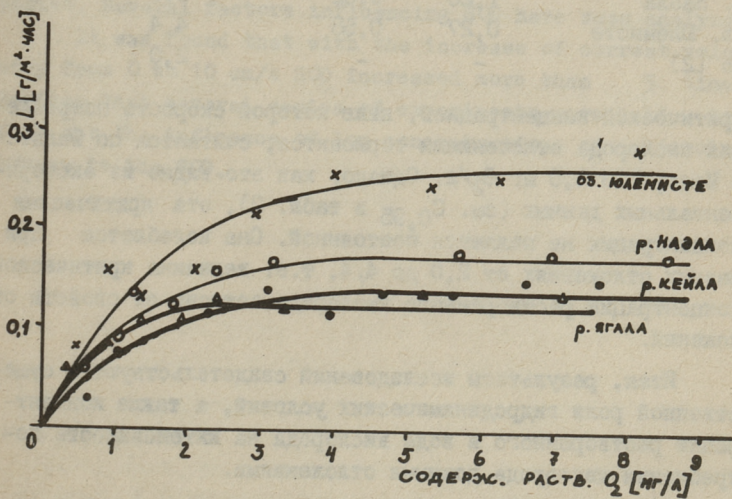
Известно, что скорость биохимического окисления органических веществ снижается при низких концентрациях растворенного кислорода. Критический считается концентрация 2 мг O_2 /л. С другой стороны, и толщина верхнего аэробного слоя отложений зависит от концентрации кислорода в воде над донными отложениями. Исходя из вышесказанного, нами была поставлена цель определить влияние концентрации растворенного кислорода на скорость потребления кислорода донными отложениями. В экспериментах использовались донные отложения из разных водоемов. Результаты исследований представлены на фиг. 2.

Характерные показатели донных отложений

Место отбора проб	Состав отложений					Параметры уравнения (I)			
	$\frac{P_{\text{общ}}}{\text{мг P}} \frac{1}{\text{г отл.}}$	$\frac{N_{\text{общ}}}{\text{мг N}} \frac{1}{\text{г отл.}}$	Зольность %	$\frac{\text{ХПК}}{\text{мг O}_2} \frac{1}{\text{г отл.}}$	$\frac{\text{ППК}}{\text{мг O}_2} \frac{1}{\text{г отл.}}$	d	b	$\frac{L_{v=0}}{\text{г}} \frac{1}{\text{м}^2 \cdot \text{сут}}$	$\frac{L_{v=10}}{\text{г}} \frac{1}{\text{м}^2 \cdot \text{сут}}$
р. Кейла	0,88	3,89	83,5	161	53	1,19	0,33	0,16	1,1
р. Ягала	0,59	11,53	68,6	406	102	4,08	0,19	0,71	3,9
оз. Племисте	0,63	12,40	48,9	754	135	27,82	0,21	1,4	26,1
Таллинский залив	5,15	3,10	90,5	183	19	67,05	0,34	6,6	63,8
Таллинский залив	3,99	4,55	90,9	124	20	60,96	0,31	6,0	58,7



Фиг. 1. Потребление кислорода донными отложениями в зависимости от скорости течения.



Фиг. 2. Влияние концентрации растворенного кислорода на скорость потребления кислорода отложениями.

Влияние концентрации растворенного в воде кислорода на скорость потребления кислорода отложениями можно описать формулой

$$L = m(1 - e^{-nc}), \quad (4)$$

где L - потребление кислорода донными отложениями, $г/м^2 \cdot сут$;
 C - концентрация в воде растворенного кислорода, $мг/л$;
 m и n - экспериментальные коэффициенты.

Цифровые значения коэффициентов m и n , а также критические концентрации растворенного кислорода для разных отложений представлены в табл. 2. Критической концентрацией $C_{0,95}$ здесь условно считается концентрация растворенного в воде кислорода, при которой скорость потребления кислорода отложениями составляет 95 % от максимальной.

Т а б л и ц а 2
 Коэффициенты в уравнениях (4) для разных отложений

Место отбора проб	Параметры		
	m $г/м^2 \cdot сут$	n $л/мг$	$C_{0,95}$ $мг/л$
р. Ягала	0,13	1,46	2,0
р. Кейла	0,15	0,72	3,2
р. Наэла	1,26	0,02	3,3
оз. Длемисте	0,27	0,68	4,4
по [2]	-	-	2,0

Критической концентрацией, ниже которой скорость потребления кислорода отложениями тормозится, считается по Филлос и Молоф [2] $2,0 \text{ мг } O_2/л$. Однако, как это видно из экспериментальных данных (см. $C_{0,95}$ в табл. 2), эта критическая концентрация не является постоянной. Она колеблется при разных отложениях от 2,0 до 4,4, т.е. величина критической концентрации растворенного кислорода зависит от свойств отложений.

Итак, результаты исследований свидетельствуют о существенной роли гидродинамических условий, а также концентрации растворенного в воде кислорода на интенсивность потребления кислорода донными отложениями.

Л и т е р а т у р а

1. А с т а р и т а Дж. Массопередача с химической реакцией, Л., 1971. 223 с.

2. F i l l o s J., M o l o f A.H. Effects of benthic deposits on oxygen and nutrient economy of flowing waters. - Journal WPCF, 1972, 44.

P. Ennet, P. Kuslap

Measurement of the Sediment Oxygen Demand

Summary

In this article the results of laboratory and "in situ" measurements of sediment oxygen demand (SOD) are reported. Several factors influencing SOD have been analyzed.

It was found that with the increase of current velocity from 0 to 10 cm/s SOD increased more than 5 times. Besides that several series of experiments were held to find out the influence of low concentrations of dissolved oxygen to the SOD.

О ПРОЕКТИРОВАНИИ МНОГОСЛОЙНЫХ ФИЛЬТРОВ

В настоящее время одной из главных тенденций в технологии очистки природных вод во всем мире является переход от использования однослойных скорых фильтров на применение фильтров со смешанным слоем и многослойной загрузкой [1]. В Советском Союзе главным образом нашли применение двухслойные фильтры.

Важнейшими преимуществами многослойных фильтров перед однослойными скорыми фильтрами являются следующие факторы:

1. Фильтрация в направлении убывающей крупности зерен позволит более эффективно использовать грязеемкость загрузки,

2. Увеличение производительности за счет повышения средней скорости фильтрации до 10–15 м/с. В отдельных благоприятных условиях скорость фильтрования может достигать 25 м/ч и более [2].

3. Возможность осуществления контактной коагуляции при прямом фильтровании.

При выборе композиции загрузок многослойных фильтров исходят из следующих требований:

а) несмешиваемость отдельных слоев фильтра при промывке;

б) обеспечение оптимального режима работы фильтра путем правильного выбора толщины слоев и крупностей зерен, учитывая конкретные условия эксплуатации.

Для определения диаметров зерен загрузочных материалов с учетом несмешиваемости слоев предложено два метода – метод Кавамуры [2], учитывающий разность удельных весов материалов контактирующихся слоев и метод, исходящий из разности гидравлических крупностей зерен материалов [3, 4].

В качестве загрузочных материалов многослойных фильтров нашли применение кварцевый песок, керамзит, антрацит, активированный уголь, гранат, магнетит, синтетические материалы и др.

Формула Кавамуры представляется в виде:

$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho_2 - \rho}{\rho_1 - \rho} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (I)$$

где d_1 - минимальный диаметр зерен нижнего слоя в мм;

d_2 - максимальный диаметр зерен верхнего слоя в мм;

ρ_1 и ρ_2 - удельные веса материалов нижнего и верхнего слоев загрузки в г/см³;

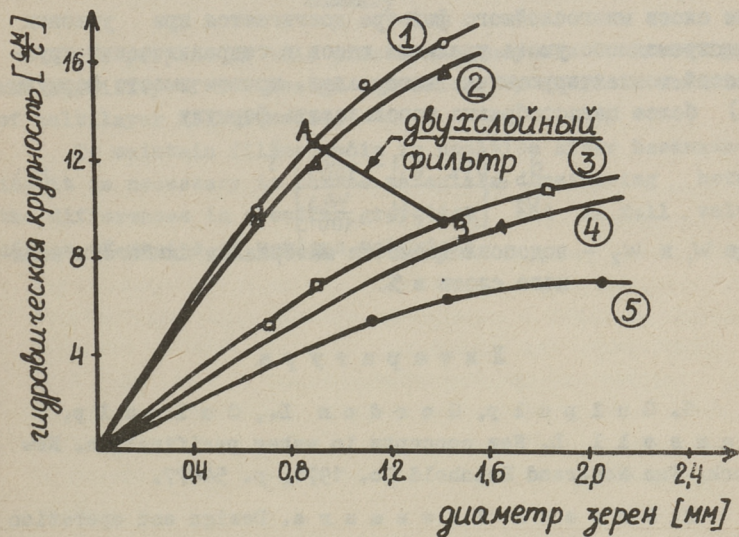
ρ - удельный вес воды в г/см³.

Для оценки пригодности вышеназванных методик при проектировании многослойных фильтров с учетом несмешиваемости слоев нами были проведены лабораторные исследования с определением удельных весов, гидравлических крупностей и водопоглощаемости со следующими фильтрующими материалами:

Материал	Удельный вес, в см ³	Водопоглощаемость, в %
1. Керамзит, дробленый щековой дробилкой	1,55	28
2. Керамзит, дробленый дезинтегратором	1,56	30
3. Гранулированный активированный уголь	1,64	12
4. Кварцевый песок	2,65	0
5. Шлак никелевого производства, гранулированный	3,30	0

Гидравлические крупности разных фракций материалов были определены при температуре воды 20 °С. Полученные кривые представлены на фиг. 1. Далее в стеклянной трубке диаметром 40 мм проверялась несмешиваемость разных комбинаций многослойных загрузок. Многослойные композиции были составлены по формуле (I) и методике разности гидравлических крупностей [3]. Эксперименты проводились путем осуществления нижней промывки загрузки при разных интенсивностях промывного потока. В соответствии с методикой [3] диаметры зе-

рен смежных слоев определяются на основе графиков фиг. 1. Например, если в качестве вышерасположенного слоя применяется керамзит (линия 3) с диаметром зерен, соответствующим точке В, то диаметр зерен нижерасположенного слоя, в данном случае шлака (линия 1), определяется из условия, что его гидравлическая крупность должна быть несколько больше (точка А).



Фиг. 1. Гидравлическая крупность в зависимости от диаметра зерен. 1 — шлак никелевого производства, 2 — кварцевый песок, 3 — керамзит, дробленный дезинтегратором, 4 — гранулированный активированный уголь АГ-3, 5 — керамзит, дробленный щековой дробилкой.

Как показали экспериментальные исследования, проведенные в стеклянной трубке, ни та ни другая методика в отдельности не всегда дает удовлетворительные результаты, т.е. составленные либо по формуле (I), либо по графикам фиг. 1 многослойные загрузки могут перемешиваться. Причина видимо в том, что формула (I) не учитывает пористость, удельную поверхность и коэффициент формы зерен. Методика, базирующаяся на учете разности гидравлических крупностей, однако, не дает конкретных указаний для выбора уклона линии АВ. Кроме этого, в реальных условиях слой фильтрующего материала, как правило, неоднороден, он содержит частицы разного диаметра, причем после промывки частицы минимального диаметра

нижнего слоя окажутся в соприкосновении с частицами максимального диаметра верхнего слоя.

Следует отметить, что несколькими авторами ограниченное перемешивание на границе слоев даже рекомендуется, поскольку при резком отделении в смежном пространстве может происходить накопление трудновываемых отложений [3].

Проведенные нами исследования показали, что несмешивание слоев многослойного фильтра достигается при условии одновременного учета удельных весов и гидравлических крупностей контактирующихся материалов, причем вместо формулы (I) более целесообразно использовать формулу

$$\frac{d_1}{d_2} = \left[\frac{\rho_2 - \rho \left(1 + \frac{W_2}{100}\right)}{\rho_1 - \rho \left(1 + \frac{W_1}{100}\right)} \right]^{\frac{2}{3}}, \quad (2)$$

где W_1 и W_2 - водопоглощаемости материалов нижнего и верхнего слоев в %.

Л и т е р а т у р а

1. C u l p u l p, G o r d o n L., C u l p u l p, R u s s e l l L. New concepts in water purification. New York, Van Nostrand Reinhold Co. 1974, p. 54-77.
2. S u s u m u K a w a m u r a. Design and operation of high-rate filters. Part 1. - J. AWWA, 1975, N 10, p. 535-544.
3. I v e s K.J. The basic for the application of multiple layer filters to water treatment. - Z. Wasser- und Abwasser-Forsch., 1979, N 12, p. 106-110.
4. С т р е л к о в А.К. Исследования двухпоточных фильтров с керамзитовой загрузкой. Канд. дис. канд. техн. наук. Куйбышев, 1973, 280 с.

On the Design of Multilayer Granular
Media Filters

Summary

The purpose of this practical study was to investigate the usability of two design criterions to avoid intermixing of multilayer filter media.

To maintain filter media in position after backwashing it is necessary to choose materials considering both the differences in specific gravities and in fall velocities of grains of various materials.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ЛАМИНАРНОГО
НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ СЖИМАЕМОЙ
ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Проблема устойчивости ламинарного течения тесно связана с исследованием возмущающего движения основного течения. обстоятельно исследована устойчивость различных стационарных течений [1-7]. Все эти исследования основываются на представлении, что ламинарное течение подвергается воздействию некоторых малых возмущений. В зависимости от того, затухают или нарастают эти возмущения с течением времени, основное течение считается устойчивым или неустойчивым. Хотя в ряде случаев стационарного течения эта методика дает хорошие теоретические результаты, (подтвержденные экспериментальными работами), при определенных условиях вопрос об устойчивости неполностью решается при помощи данной методики.

Исследования показывают, что ламинарное течение несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе устойчиво относительно малых осесимметричных и неосесимметричных возмущений во времени и в пространстве. Попытки решить эту задачу при помощи нелинейной теории устойчивости также пока не привели к удовлетворительным результатам [8-11].

В последнее время в ряде работ [12-16] исследован вопрос влияния осесимметричных возмущений на устойчивость течения во входной части цилиндрической трубы, где основное течение зависит от двух координат. При этом координата по оси трубы рассматривается как параметр, от которого зависит профиль скоростей по радиусу трубы основного течения. Такое квазиодномерное рассмотрение основного течения приводит к качественно правильным результатам и показывает неустойчивость течения, но количественно не удовлетворяет.

Одним из факторов, влияющим на устойчивость течения, является сжимаемость жидкости. Это свойство жидкости приобретает особую важность при изучении устойчивости нестационарных процессов при быстром изменении основного течения. Влиянию сжимаемости на устойчивость течения до сих пор уделялось сравнительно мало внимания. В основном рассматривался вопрос об устойчивости стационарных течений в пограничном слое [1, 3, 4, 17-20].

В настоящей работе приводятся уравнения для общей постановки проблемы устойчивости ламинарного течения в цилиндрической трубе. Рассматривается устойчивость нестационарного течения сжимаемой жидкости. Выводятся уравнения для малых возмущений основного нестационарного течения. Приводятся варианты этих уравнений для случаев, когда основное течение определяется упрощенными уравнениями т.н. диссипативной модели сжимаемой жидкости и когда в основном течении сжимаемостью жидкости можно пренебречь.

1. Уравнения возмущающего движения

Уравнения движения и неразрывности нестационарного движения вязкой сжимаемой жидкости имеют вид:

$$\frac{d\bar{v}^*}{dt} = -\frac{1}{\rho^*} \text{grad} p^* + \frac{\nu}{3} \text{grad}(\text{div} \bar{v}^*) + \nu \Delta \bar{v}^*, \quad (\text{I.1})$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \text{div}(\rho^* \bar{v}^*) = 0, \quad (\text{I.2})$$

где \bar{v}^* - скорость,
 ρ^* - плотность,
 p^* - давление,
 ν - кинематический коэффициент вязкости.

Учитывая, что

$$\frac{d\bar{v}^*}{dt} = \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial t} + (\bar{v}^* \text{grad}) \bar{v}^*, \quad (\text{I.3})$$

$$\Delta \bar{v}^* = \text{grad}(\text{div} \bar{v}^*) - \text{rot}(\text{rot} \bar{v}^*), \quad (\text{I.4})$$

$$\text{div}(\rho^* \bar{v}^*) = \rho^* \text{div} \bar{v}^* + \bar{v}^* \text{grad} \rho^*, \quad (\text{I.5})$$

уравнения (I.1), (I.2) можно представить в виде:

$$\frac{\partial \bar{v}^*}{\partial t} + (\bar{v}^* \text{grad}) \bar{v}^* = -\frac{1}{\rho^*} \text{grad } p^* + \frac{4}{3} \nu \text{grad} (\text{div } \bar{v}^*) - \nu \text{rot} (\text{rot } \bar{v}^*), \quad (\text{I.6})$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \rho^* \text{div } \bar{v}^* + \bar{v}^* \text{grad } \rho^* = 0. \quad (\text{I.7})$$

Пусть для исследования устойчивости ламинарное течение разложено на основное, устойчивость которого подлежит исследованию и на возмущающее

$$\bar{v}^* = \bar{v} + \bar{v}', \quad p^* = p + p', \quad \rho^* = \rho + \rho'. \quad (\text{I.8})$$

Основное движение является решением уравнений

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{3} \nu \text{grad} (\text{div } \bar{v}) + \nu \Delta \bar{v}, \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \bar{v}) = 0 \quad (\text{I.10})$$

и уравнения термодинамического состояния, которое в адиабатическом потоке жидкости можно представить в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2, \quad (\text{I.11})$$

где c — скорость звука в невозмущенном потоке.

Если подставить величины (I.8) в уравнения (I.6), (I.7), и считать, что основное движение — \bar{v} , p , ρ является решением уравнений (I.9)–(I.11), а наложенное возмущающее движение — \bar{v}' , p' , ρ' является малым в том смысле, что всеми квадратическими членами можно пренебречь по сравнению с линейными членами, получаем уравнения

$$\frac{\partial \bar{v}'}{\partial t} + (\bar{v}' \text{grad}) \bar{v} + (\bar{v} \text{grad}) \bar{v}' = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p' + \frac{\rho'}{\rho^2} \text{grad } p + \frac{4}{3} \nu \text{grad} (\text{div } \bar{v}') - \nu \text{rot} (\text{rot } \bar{v}'), \quad (\text{I.12})$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho \text{div } \bar{v}' + \rho' \text{div } \bar{v} + \bar{v}' \text{grad } \rho + \bar{v} \text{grad } \rho' = 0. \quad (\text{I.13})$$

В случае капельной жидкости уравнение термодинамического состояния можно считать линейным как для основного, так и для возмущающего состояния, т.е.

$$p = p_0 \left(1 + \frac{p - p_0}{K} \right), \quad (\text{I.14})$$

$$p^* = p_0 \left(1 + \frac{p^* - p_0}{K} \right), \quad (\text{I.15})$$

где ρ_0 - плотность при давлении p_0 ,
 K - модуль объемного сжатия жидкости.

По соотношениям (I.II), (I.I4) скорость звука в жидкости равняется

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}. \quad (I.I6)$$

Учитывая соотношения (I.8), (I.I4), (I.I5), (I.I6), получается

$$\frac{p'}{\rho'} = c^2. \quad (I.I7)$$

Уравнения (I.I2), (I.I3) можно теперь представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}'}{\partial t} + (\bar{v}' \text{grad}) \bar{v} + (\bar{v} \text{grad}) \bar{v}' = & -\frac{1}{\rho_0} \text{grad} p' + \\ & + \frac{1}{c^2 \rho_0^2} \text{grad} p \cdot p' + \frac{4}{3} \nu \text{grad} (\text{div} \bar{v}') - \nu \text{rot} (\text{rot} \bar{v}'), \end{aligned} \quad (I.I8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \bar{v}' + \frac{1}{c^2} \text{div} \bar{v} \cdot p' + \frac{1}{c^2} \text{grad} p \cdot \bar{v}' + \\ + \frac{1}{c^2} \bar{v} \text{grad} p' = 0. \end{aligned} \quad (I.I9)$$

Здесь учтено, что

$$p - p_0 \ll K. \quad (I.20)$$

Если соответствующие упрощения ввести в уравнения для основного движения (I.9), (I.I0) и пренебречь всеми нелинейными членами, имеем

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\text{grad} p + \frac{1}{3} \mu \text{grad} (\text{div} \bar{v}) + \mu \Delta \bar{v}, \quad (I.21)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c^2 \text{div} \bar{v} = 0. \quad (I.22)$$

Здесь μ - коэффициент вязкости, причем

$$\mu = \rho_0 \nu. \quad (I.23)$$

2. Уравнения возмущающего движения в цилиндрической трубе

С целью дальнейшего исследования устойчивости ламинарного движения в цилиндрической трубе выпишем уравнения (I.I8), (I.I9), (I.21), (I.22) в цилиндрических координатах z, θ, r . В этих координатах для осесимметричного основного течения уравнения (I.21), (I.22) принимают вид

$$\rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 v_z + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_r}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu (\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2}) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad (2.2)$$

$$\rho_0 c^2 \theta + \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (2.3)$$

Здесь

$$\theta = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (2.4)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.5)$$

и v_z, v_r — составляющие вектора скорости \vec{v} в направлении координат z, r .

Так как решение уравнений (2.1)–(2.3) при заданных начальных и краевых условиях довольно затруднительно, целесообразно ввести упрощение уравнение (2.1)–(2.3), учитывая конкретный характер исследуемых течений сжимаемой жидкости в трубах. С этой целью может быть применен вариант упрощенной математической модели, т.н. диссипативная модель [21–23]. Соответствующие уравнения имеют вид

$$\rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right), \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (2.7)$$

$$\rho_0 c^2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) + \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (2.8)$$

Для основного течения (2.6)–(2.8) уравнения возмущающего движения (I.18), (I.19) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_z'}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z'}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z'}{\partial z} + \frac{\partial v_z'}{\partial r} v_r' + \frac{\partial v_z'}{\partial z} v_z' = \\ & = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{1}{c^2 \rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \rho' + \nu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial^2 v_z'}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_z'}{\partial r^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 v_r'}{\partial z \partial r} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial z \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z'}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z'}{\partial r} + \frac{1}{3r} \frac{\partial v_r'}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial v_r'}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r'}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r'}{\partial z} + \frac{\partial v_r'}{\partial r} v_r' + \frac{\partial v_r'}{\partial z} v_z' =$$

$$= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial r} + \nu \left[\frac{4}{3} \left(\frac{\partial^2 v_r'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r'}{\partial r} - \frac{v_r'}{r^2} \right) + \frac{\partial^2 v_r'}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r'}{\partial \theta^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 v_z'}{\partial r \partial z} + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial r \partial \theta} - \frac{7}{3r^2} \frac{\partial v_\theta'}{\partial \theta} \right], \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\theta'}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta'}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta'}{\partial z} + \frac{1}{r} v_r v_\theta' = \\ = -\frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial p'}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{4}{3r^2} \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial z^2} + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v_r'}{\partial r \partial \theta} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v_z'}{\partial \theta \partial z} + \frac{7}{3r^2} \frac{\partial v_r'}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta'}{\partial r} - \frac{v_\theta'}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 c^2 \left(\frac{\partial v_r'}{\partial r} + \frac{v_r'}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta'}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z'}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \right. \\ \left. + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) p' + \frac{\partial p}{\partial z} v_z' + v_r \frac{\partial p'}{\partial r} + v_z \frac{\partial p'}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

В случае, когда основное течение можно описать уравнением движения несжимаемой жидкости

$$\rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right), \quad (2.13)$$

уравнения возмущающего движения (I.18), (I.19) упрощают и приводят к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_z'}{\partial t} + v_z \frac{\partial v_z'}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} v_r' = \\ = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{1}{c^2 \rho_0^2} \frac{\partial p}{\partial z} p' + \nu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial^2 v_z'}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_z'}{\partial r^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 v_r'}{\partial z \partial r} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial z \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z'}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z'}{\partial r} + \frac{1}{3r} \frac{\partial v_r'}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r'}{\partial t} + v_z \frac{\partial v_r'}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial r} + \nu \left[\frac{4}{3} \left(\frac{\partial^2 v_r'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r'}{\partial r} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{v_r'}{r^2} \right) + \frac{\partial^2 v_r'}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r'}{\partial \theta^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 v_z'}{\partial r \partial z} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial r \partial \theta} - \frac{7}{3r^2} \frac{\partial v_\theta'}{\partial \theta} \right], \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial v'_\theta}{\partial t} + v'_z \frac{\partial v'_\theta}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial p'}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{4}{3r^2} \frac{\partial^2 v'_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v'_\theta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v'_\theta}{\partial z^2} + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v'_r}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{3r} \frac{\partial^2 v'_z}{\partial \theta \partial z} + \frac{7}{3r^2} \frac{\partial v'_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'_\theta}{\partial r} - \frac{v'_\theta}{r^2} \right), \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 c^2 \left(\frac{\partial v'_r}{\partial r} + \frac{v'_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v'_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial z} v'_z + v'_z \frac{\partial p'}{\partial z} = 0. \quad (2.17)$$

Подводя итог исследованию устойчивости нестационарного течения в цилиндрической трубе и учитывая сжимаемость жидкости, приходим к решению системы уравнения (2.6)-(2.12) или учитывая несжимаемость основного течения жидкости - к решению системы уравнений (2.13)-(2.17).

Л и т е р а т у р а

1. Л и н ь Ц.Ц. Теория гидродинамической устойчивости. М., ИЛ., 1958.
2. C h a n d r a s e k h a r S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. - London, Clarendon Press, 1961.
3. Ш л и х т и н г Г. Возникновение турбулентности. М., ИЛ., 1962.
4. Б е т ч о в Р., К р и м и н а л е В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М., Мир, 1971.
5. Д ж о з е ф Д. Устойчивость движений жидкости. - М., Мир, 1981.
6. Г о л ь д ш т и к М.А., Ш т е р н В.Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. - Новосибирск, Наука, 1977.
7. D r a z i n P.G., R e i d W.H. Hydrodynamic stability. - Cambridge, Camb. Univ. Press, 1981.
8. D a v e y A., N q u e n H.P.F. Finite-amplitude stability of pipe flow. - J. Fluid Mech., 1971, vol. 45, part 4, p. 701-720.
9. I t o h N. Nonlinear stability of parallel flows with subcritical Reynolds numbers. Part 2. Stability of

pipe Poiseuille flow to finite axisymmetric disturbances, - J. Fluid Mech., 1977, vol. 82, part 3, p. 469-471.

10. D a v e y A. On Itoh's finite amplitude stability theory for pipe flow. - J. Fluid Mech., 1978, vol. 86, part 4, p. 695-703.

11. P a t e r a A.T., O r s z a g S.A. Finite-amplitude stability of axisymmetric pipe flow. - J. Fluid Mech., 1981, vol. 112, p. 467-474.

12. H u a n g L.M., C h e n T.S. Stability of the developing laminar pipe flow. - Phys. Fluids, 1974, vol. 17, N 1, p. 245-247.

13. H u a n g L.M., C h e n T.S. Stability of developing pipe flow subjected to non-axisymmetric disturbances. - J. Fluid Mech., 1974, vol. 63, part 1, p. 183-193.

14. S h e n F.C.T., C h e n T.S., H u a n g L.M. The effect of main-flow radial velocity on the stability of developing laminar pipe flow. - Trans. ASME, 1976, E-43, p. 209-212.

15. S m i t h F.T., B o d o n y i R.J. On the stability of the developing flow in a channel or circular pipe. - Quart. J. Mech. Appl. Math., 1980, vol. 33, part 3, p. 293-320.

16. G a r g V.K. Stability of developing flow in a pipe: nonaxisymmetric disturbances. - J. Fluid Mech., 1981, vol. 110, p. 209-216.

17. D u n n D.W., L i n C.C. On the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid. - J. Aeronaut. Sci., 1955, vol. 22, N 7, p. 455-477.

18. L e e s L., R e s h o t k o E. Stability of the compressible laminar boundary layer. - J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, N 4, p. 555-590.

19. W a z z a n A.R. Spatial stability of Tollmien-Schlichting waves. - Prog. Aerospace Sci., 1975, vol. 16, N 2, p. 99-127.

20. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. - Новосибирск, Наука, 1980.

21. Д'Суза, Олденбургер. Динамическая характеристика гидравлических трубопроводов. - Теор. осн. инж. расч. 1964, № 3, с. 196-205.

22. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. - М., Недра, 1975.

23. Айнаола Л.Я., Лийв У.Р. О математических моделях исследования нестационарных течений жидкости в трубах. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1980, № 485, с. 29-40.

L. Ainola, T. Koppel

The Equations of the Disturbances in the Laminar Unsteady Flow of the Compressible Liquid in a Circular Pipe

Summary

The article deals with the disturbances in the laminar unsteady flow of the compressible liquid in the circular pipe. The equations of the general approach to the stability of the laminar flow in the circular pipe are given. The versions of these equations when the main flow is described by the simplified equations of the dissipation model and when the compressibility of the main flow is not taken into consideration are also presented.

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТРУБЕ С ОДИНОЧНЫМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ТЕЛОМ

Анализу динамических процессов в трубопроводе, в котором находится цилиндрическое тело или местные сопротивления в виде диафрагм, посвящены работы [1-3]. В этих работах местные гидравлические потери выражаются через эмпирические коэффициенты. В работах [2-3] полученные дифференциальные уравнения решаются методом характеристик.

Ниже рассматривается задача анализа неустановившегося режима в трубопроводе с одиночным телом. Динамические процессы в отдельных участках трубы исследуются при помощи одномерной модели, как в работе [4]. Решение задачи выводится операционным методом и представляется в виде асимптотического выражения для малых и больших интервалов времени.

Описываем поставленную задачу при помощи дифференциальных уравнений [4], которые можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega_1(\xi, t)}{\partial t} + \frac{\partial q_1(\xi, t)}{\partial \xi} + \alpha \omega_1(\xi, t) &= 0, \\ \frac{\partial \omega_1(\xi, t)}{\partial \xi} + \frac{\partial q_1(\xi, t)}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \right\} 0 \leq \xi \leq l \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega_2(\xi, t)}{\partial t} + \frac{\partial q_2(\xi, t)}{\partial \xi} + \alpha \omega_2(\xi, t) &= 0, \\ \frac{\partial \omega_2(\xi, t)}{\partial \xi} + \frac{\partial q_2(\xi, t)}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \right\} l \leq \xi \leq L \quad (2)$$

при следующих начальных и граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} \omega_1(\xi, 0) = \omega_2(\xi, 0) &= 0, \\ q_1(\xi, 0) = q_2(\xi, 0) &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} q_1(0,t) &= 1, \quad q_2(L,t) = 0, \\ \omega_1(l,t) &= \omega_2(l,t), \\ m \frac{\partial \omega_2(l,t)}{\partial t} + \kappa \omega_2(l,t) &= [q_1(l,t) - q_2(l,t)] \cdot \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\omega_i(\xi, t)$ - безразмерная средняя скорость течения;
 $q_i(\xi, t)$ - безразмерное давление;
 m - масса цилиндрического тела;
 κ - коэффициент трения;
 φ - площадь сечения тела;
 L - длина трубы;
 l - расстояние цилиндрического тела от начала координат.

Решаем задачу (I) - (4) операционным методом. Если обозначить

$$Q_i(\xi, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} q_i(\xi, t) dt, \quad W_i(\xi, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \omega_i(\xi, t) dt$$

и провести преобразование Лапласа по времени уравнения (I)-(2) с учетом условий (3)-(4), то получим

$$\left. \begin{aligned} s W_i(\xi, s) + \frac{dQ_i(\xi, s)}{d\xi} + \alpha W_i(\xi, s) &= 0, \\ \frac{dW_i(\xi, s)}{d\xi} + s Q_i(\xi, s) - 1 &= 0, \quad i=1, 2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1(0, s) &= \frac{1}{s}, \quad Q_2(L, s) = 0, \\ W_1(l, s) &= W_2(l, s), \\ (ms + \kappa) W_2(l, s) &= [Q_1(l, s) - Q_2(l, s)] \cdot \varphi \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Решение системы (5) имеет вид

$$W_1(\xi, s) = A_1(s) \cdot \frac{\text{sh}(l-\xi)R}{\text{sh}lR} + B_1(s) \frac{\text{sh} \xi R}{\text{sh}lR}, \quad (7)$$

$$Q_1(\xi, s) = \frac{1}{s} + \frac{R}{s \cdot \text{sh}lR} \cdot [A_1(s) \text{ch}(l-\xi)R - B_1(s) \text{ch} \xi R], \quad (8)$$

$$W_2(\xi, s) = A_2(s) \cdot \frac{\text{sh}(L-\xi)R}{\text{sh}(L-l)R} + B_2(s) \frac{\text{sh}(\xi-l)R}{\text{sh}(L-l)R}, \quad (9)$$

$$Q_2(\xi, s) = \frac{1}{s} + \frac{R}{s \cdot \text{sh}(L-l)R} \cdot [A_2(s) \text{ch}(L-\xi)R - B_2(s) \text{ch}(\xi-l)R], \quad (\text{I0})$$

где $R = \sqrt{s(s+\alpha)}$.

Для определения функции $A_i(s), B_i(s), i = 1, 2$, используем условия (6). Тогда получим

$$\left. \begin{aligned} A_1(s) &= \frac{\varphi}{N(s)}, \\ A_2(s) &= B_1(s) = \frac{\varphi \text{ch}lR}{N(s)}, \\ B_2(s) &= \frac{\text{th}(L-l)R}{R} + \frac{\varphi \cdot \text{ch}lR}{N(s) \cdot \text{ch}(L-l)R}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II})$$

где $N(s) = s(ms + \kappa) \text{ch}lR \text{ch}(L-l)R + \varphi \cdot R \text{sh}lR$.

Таким образом, изображения решений полностью определены. Например,

$$W_1(\xi, s) = \frac{\varphi \cdot R \cdot \text{sh}lR}{N(s)} \cdot \frac{\text{ch}\xi R}{R \cdot \text{sh}lR}, \quad (\text{I2})$$

$$Q_1(\xi, s) = \frac{1}{s} - \frac{\varphi \cdot (s+\alpha) \text{sh}lR}{N(s)} \cdot \frac{\text{sh}\xi R}{R \cdot \text{sh}lR}. \quad (\text{I3})$$

Аналогично выражаются $W_2(\xi, s)$ и $Q_2(\xi, s)$. Если в трубе отсутствует цилиндрическое тело, то

$$W_1(\xi, s) = W(\xi, s), \quad Q_1(\xi, s) = Q(\xi, s),$$

где

$$\begin{aligned} W(\xi, s) &= \frac{\text{ch}\xi R}{R \cdot \text{sh}lR}, \\ Q(\xi, s) &= \frac{1}{s} - \frac{\text{sh}\xi R}{s \cdot \text{sh}lR}. \end{aligned}$$

Таким образом, влияние цилиндрического тела выражается сомножителем

$$M(s) = \frac{\varphi \cdot R \cdot \text{sh}lR}{N(s)}.$$

Для $W(\xi, s)$ и $Q(\xi, s)$ можно найти точные оригиналы [4].

Разлагая, например, изображения $W(\xi, s)$ в ряд, имеем

$$W(\xi, s) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{R} e^{-(2li+l-\xi)R} + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{R} e^{-(2lj+l+\xi)R} \quad (\text{I4})$$

Можно доказать, что изображение (I4) может быть переведено в пространство оригиналов почленным преобразованием [5].

Так как $\frac{e^{-xR}}{R} \doteq e^{-\frac{\alpha}{2}t} I_0\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{t^2-x^2}\right) \cdot \eta(t-x)$,

где I_0 - функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента и

$\eta(t)$ - единичная функция Хевисайда, то

$$\omega(\xi, t) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\frac{\alpha}{2}t} I_0\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{t^2-(2li+l-\xi)^2}\right) \cdot \eta(t-2li-l+\xi) + \quad (I5)$$

$$+ \sum_{j=0}^{\infty} e^{-\frac{\alpha}{2}t} I_0\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{t^2-(2lj+l+\xi)^2}\right) \cdot \eta(t-2lj-l-\xi).$$

При фиксированной паре значений ξ, t каждая из обеих сумм содержит только конечное число слагаемых, причем

$$i < \frac{t-l+\xi}{2l}, \quad j < \frac{t-l-\xi}{2l}.$$

Для сомножителя $M(s)$ найти точный оригинал трудно, поэтому применяем метод асимптотически эквивалентных функций [6].

Нулевое приближение для $M(s)$ имеет следующий вид:

$$M_0(s) = \frac{\varphi l \alpha}{k + \varphi l \alpha} \cdot \frac{2(k + \varphi l \alpha)s + \beta}{(ms + k + 2\varphi) \cdot l \alpha \cdot s + \beta} \cdot e^{-(l-l)s} \quad (I6)$$

где $M_0(s)$ и $M(s)$ - асимптотически эквивалентные при $s \rightarrow \infty$ и $s \rightarrow 0$.

Здесь β свободный параметр, выбранный так, чтобы относительное отклонение $M_0(s)$ от $M(s)$ было минимальным. Оригиналы для $M_0(s)$ можно найти просто, но его вид зависит от корней трехчлена

$$ml\alpha s^2 + (k + 2\varphi)l\alpha \cdot s + \beta.$$

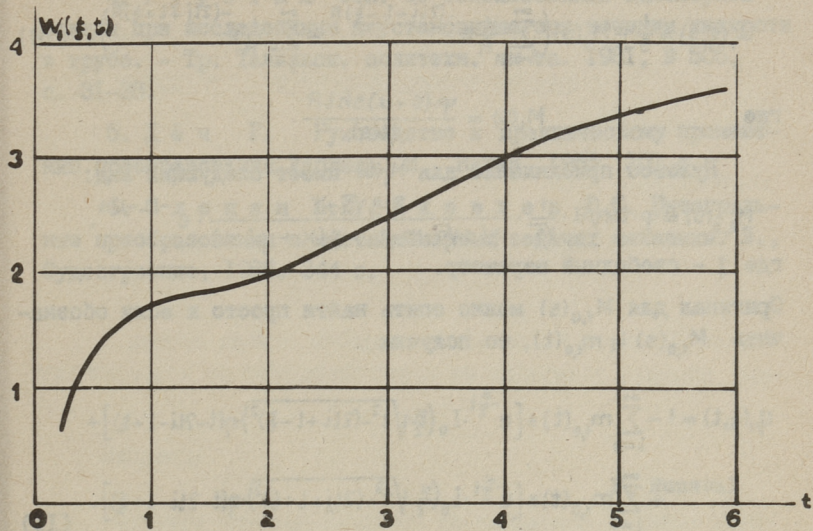
Если обозначить $M_0(s) \doteq m_0(t)$, то получим окончательно

$$\omega_1(\xi, t) = \sum_{i=0}^{\infty} m_0(t) * \left[e^{-\frac{\alpha}{2}t} I_0\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{t^2-(2li+l-\xi)^2}\right) \eta(t-2li-l+\xi) \right] +$$

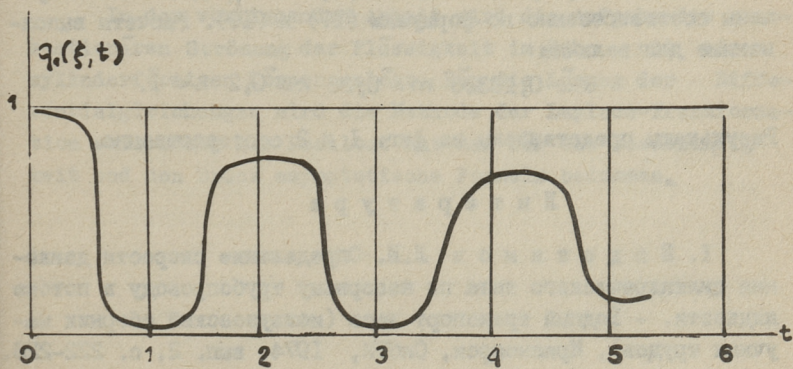
$$+ \sum_{j=0}^{\infty} m_0(t) * \left[e^{-\frac{\alpha}{2}t} I_0\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{t^2-(2lj+l+\xi)^2}\right) \eta(t-2lj-l-\xi) \right], \quad (I7)$$

где * - знак свертывания.

Если $\xi = l$, то $\omega_1(l, t)$ есть первое приближение для скорости цилиндрического тела.



Фиг. 1



Фиг. 2.

Аналогично получим

$$Q_1(\xi, s) = \frac{1}{s} - M_1(s) \left(\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{R} e^{-(2li+l-\xi)R} - \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{R} e^{-(2lj+l+\xi)R} \right), \quad (18)$$

где
$$M_1(s) = \frac{\varphi \cdot (s+\alpha) \operatorname{sh} lR}{N(s)}.$$

Нулевое приближение для $M_1(s)$ имеет следующий вид:

$$M_{1,0}(s) = \varphi \cdot l \alpha \sqrt{\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \frac{2\varphi \cdot \sqrt{s} + \gamma}{\varphi l \alpha \sqrt{\alpha} m \cdot s + \gamma \cdot (k + \varphi L \alpha)} \cdot e^{-(L-l)s},$$

где γ - свободный параметр.

Оригинал для $M_{1,0}(s)$ можно опять найти просто и если обозначить $M_{1,0}(s) \doteq m_{1,0}(t)$, то получим

$$q_1(\xi, t) = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} m_{1,0}(t) * \left[e^{-\frac{\alpha}{2}t} \cdot I_0\left(\frac{\alpha}{2} \sqrt{t^2 - (2li+l-\xi)^2}\right) \cdot \eta(t-2li-l+\xi) \right] + \\ + \sum_{j=0}^{\infty} m_{1,0}(t) * \left[e^{-\frac{\alpha}{2}t} \cdot I_0\left(\frac{\alpha}{2} \sqrt{t^2 - (2lj+l+\xi)^2}\right) \cdot \eta(t-2lj-l+\xi) \right]. \quad (19)$$

Аналогичные выражения можно получить и для оригиналов функции (9), (10).

Численные результаты для $\omega_1(\xi, t)$ и $q_1(\xi, t)$ были получены соответственно по формулам (17) и (19). Расчеты выполненные для величин

$$\alpha = 0,13328 \quad m = 0,38 \quad k = 0,2 \quad L = 1.$$

Результаты представлены на фиг. 1 и 2 соответственно.

Л и т е р а т у р а

1. Е в д о к и м о в Л.И. Определение скорости движения цилиндрического тела по напорному трубопроводу в потоке жидкости. - Водный транспорт леса (межвузовский сборник научных трудов), Красноярск, СибТИ, 1974, вып. 2, с. 222-228.

2. Р е м а н В.М. Анализ динамических процессов в составном трубопроводе. Прикладная механика, 1981, т. 17, № 11, с. 112-117.

3. Т о м и т а Y., А б е К., J o t a k i T. Analysis of capsula pipeline system by the method of characteristics. - Bulletin of the JSME, 1981, vol. 24, N 195, p. 1579-1585.

4. Руустал Э.А. Об использовании одномерной модели при исследовании неустановившегося течения жидкости в трубе. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1981, № 505, с. 31-38.

5. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. М., Наука, 1965. 207 с.

6. Слепян Л.И., Яковлев Д.С. Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики. Л., Судостроение, 1980. 344 с.

E. Ruustal

Die Untersuchung dynamischer Prozesse im
Rohr mit einem zylinderförmigen Körper

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Aufgabe der unstationären Strömung der Flüssigkeit im Rohr mit einem zylinderförmigen Körper gelöst. Für die Lösung der Differentialgleichungen wird die Methode der Laplace-Transformation verwendet. Als Resultat hat man für die Geschwindigkeit und den Druck asymptotische Formeln bekommen.

ИЗУЧЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ
В ТРУБЕ МЕТОДОМ ВИЗУАЛИЗАЦИИ

В данной работе методом визуализации исследуется разгон жидкости из состояния покоя на начальном участке трубы.

Введение

Изучение течения жидкости на начальном участке трубы представляет большой интерес для решения многих практических инженерных задач. Длина входного участка во многих гидравлических установках может составлять значительную часть от общей длины канала.

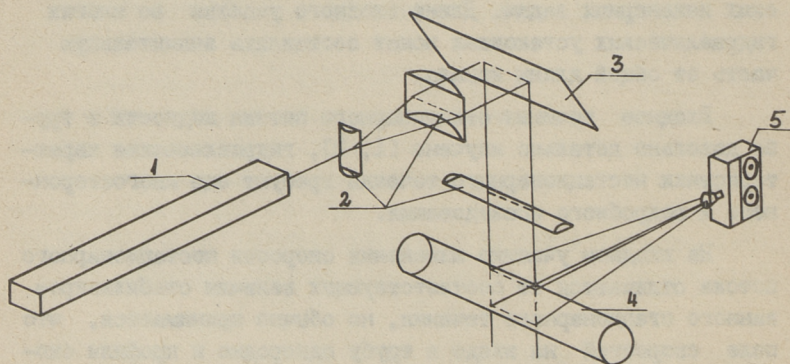
Входное течение стационарного потока жидкости в трубе довольно детально изучено [1, 2], гидравлические характеристики нестационарного течения требуют еще многостороннего и подробного исследования.

На входном участке изменения скорости нестационарного потока отличаются от соответствующих величин стабилизированного стационарного течения, но обычно принимается, что поле скоростей на входе в трубу однородно и профили скоростей в развивающемся и стабилизированном течениях подобны. Известно, что длина входного участка, где происходит развитие распределения скоростей, зависит от уровня возмущений в потоке и конструктивного выполнения входа трубы. Кроме того, при разгоне жидкости из состояния покоя необходимо учитывать замену ламинарного режима течения на турбулентный, каким образом это происходит и какие факторы влияют на этот процесс.

Экспериментальная установка и метод визуализации

Входная часть трубы экспериментальной установки, построенной в лаборатории гидравлики ТПИ, имеет плавную конструкцию. Прозрачная труба диаметром 30 мм и длиной 900 мм соединена с напорным баком. Эксперименты проводились на расстоянии 300 мм от входа. Рабочая жидкость - водопроводная вода. Давление в напорном баке 49-98 кПа. Неустановившееся течение, в данном случае движение из состояния покоя, возникает за счет внезапного открытия быстродействующего клапана на конце трубы.

Для определения характеристик процесса течения жидкости имеется целый ряд самых разнообразных методов визуализации, которые в сочетании с различными способами регистрации визуализованных частиц позволяют измерять поля скоростей и другие характеристики течения [3, 4, 5, 6].



Фиг. 1. 1 - лазер ЛГН-503, 2 - цилиндрические линзы, 3 - зеркало, 4 - прозрачная труба, 5 - кинокамера скоростной съемки.

Схема установки визуализации приведена на фиг. 1. Источником света является аргонный лазер ЛГН-503 мощностью 1 Вт. Вода становится оптически активной с добавлением Al_2O_3 .

Луч света от источника направляется при помощи оптической системы, в составе которой цилиндрические линзы и зеркало в узкую зону потока. Ширина плоскопараллельного луча 60 мм, толщина 1,5 мм.

При перемещении частиц в освещенной зоне отраженный от них свет попадает в объектив скоростной кинокамеры. Процесс движения жидкости снимался с частотой 2000 кадров/с.

Во время экспонирования частицы оставляют на киноплёнке след от движения. Длина следа является мерой локальной скорости потока. Точность измерения при таком способе невысокая, так как края штрихов получаются рассеивающими, что понижает точность расшифровки кинокадров. Способ применим только в тех случаях, когда линейные размеры частиц значительно меньше длины ее следа.

Скорость движения вычисляется по формуле:

$$U = \frac{L}{k \cdot t},$$

где L — длина следа;

t — время экспонирования;

k — коэффициент масштаба.

Второй способ определения скорости потока является следующим: при съёмке частиц на два кадра через определенные временные интервалы, частица образует на киноплёнке точки, расстояние между которыми пропорционально скорости течения.

Скорость течения в этом случае вычисляется по формуле:

$$U = \frac{\chi}{k \cdot t},$$

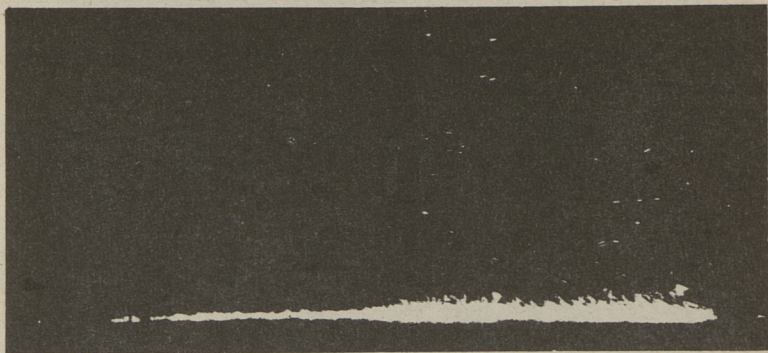
где χ — смещение частиц.

Результаты исследований

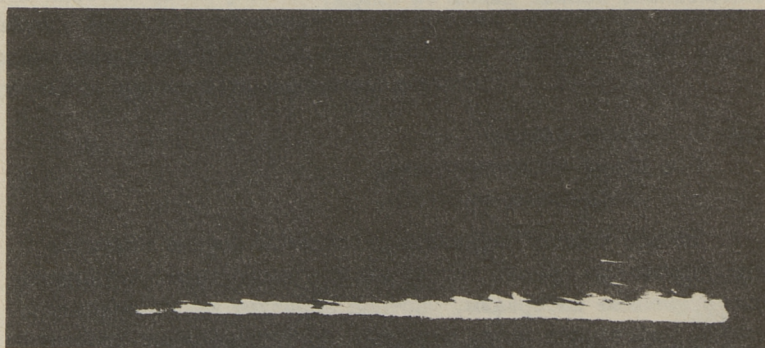
На фиг. 2 и 3 приведены кинокадры, характеризующие течение при ускоренном движении.

Полученные по данному методу распределение скорости и график развития локальной скорости трубы приведены на фиг. 4.

Кадры на фиг. 2 показывают, как возмущения распространяются вдоль начального участка трубы. Деформация эпюр ско-



2а; $t = 8 \text{ мс}$

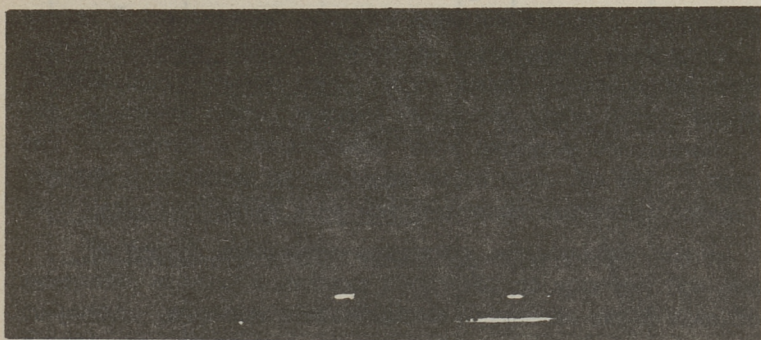


2б; $t = 79 \text{ мс}$

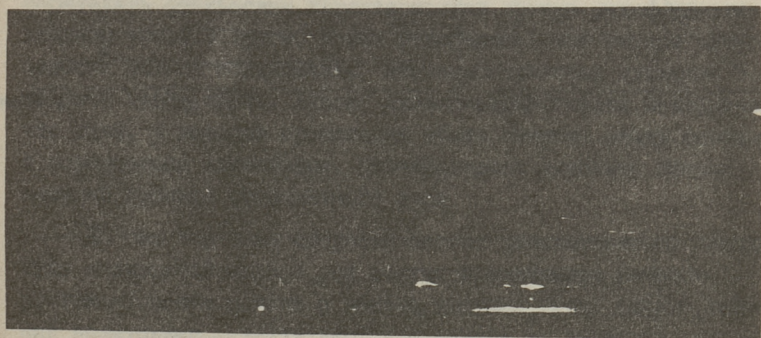


2в; $t = 87 \text{ мс}$

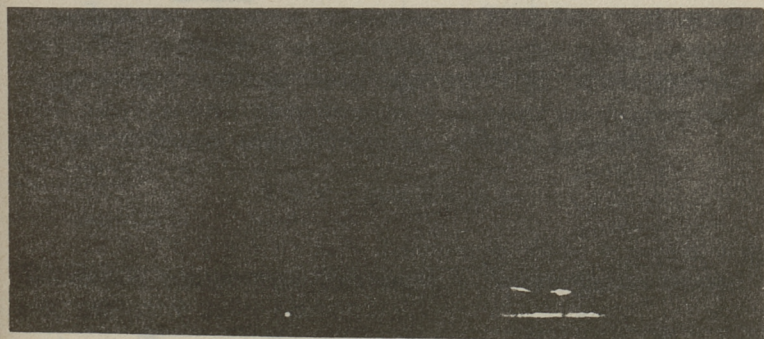
Фиг. 2.



3а; $t=42,5$ мс

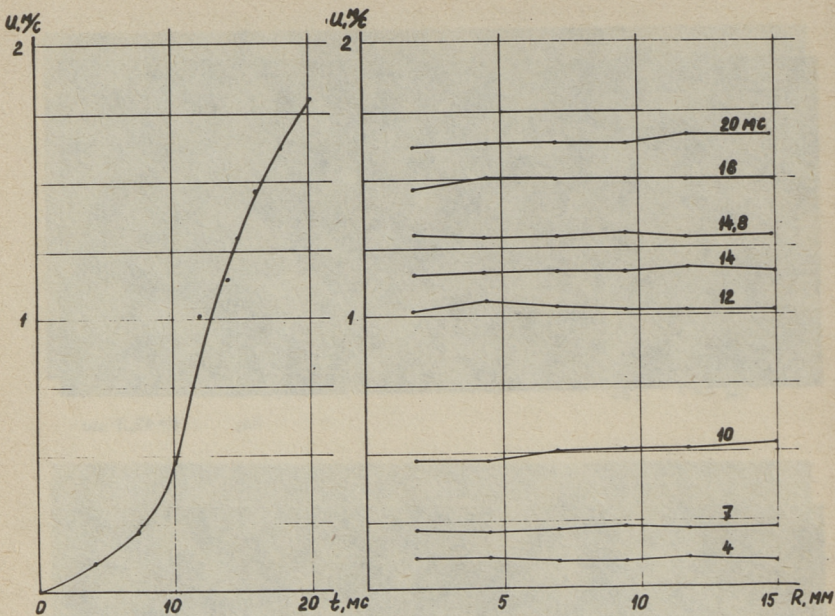


3б; $t=44$ мс



3в; $t=45,5$ мс

ФИГ. 3.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

ростей начинается через 60–80 мс после возникновения движения. С увеличением скорости движение потока, имеющее вихревой характер, сильно влияет на образование возмущений в области пограничного слоя. Четко виден пилообразный характер осадочной смеси, лежащей на стенке трубы (2б). Выявление возмущений в пограничном слое вероятно обосновано сильным изменением направления линий тока. На фиг. 3 показано поведение линий тока при ускорении движения потока.

На фиг. 5 изображено изменение направлений потока и изменение величин локальных скоростей по времени. При этих скоростях получаем волнообразное изменение линий тока. Это значит, что компонента радиальной скорости изменяет направление потока во времени.

Выполненные экспериментальные исследования позволяют определить физические характеристики потери устойчивости во входном участке трубы. Можно утверждать, что потери устойчивости потока обусловлены нестационарностью движения во входной части трубы. Анализ данных эксперимента показывает, что слой, в котором происходит обмен энергии между основным и возмущающим движениями, располагается довольно близко к внешней границе пограничного слоя.

До тех пор пока скорость потока незначительна, амплитуды возмущений малы и они быстро подавляются потоком. С ростом скорости потока и обмена энергии между слоями течения возмущения увеличиваются и влияют на развитие распределения местной скорости по всему сечению трубы.

Приведенный метод визуализации позволяет определить в плоскости величины и направления векторных полей скоростей во времени и является очень перспективным. Использование метода визуализации продолжается в лаборатории гидравлики ТПИ при исследовании нестационарного течения жидкости.

Л и т е р а т у р а

Г. Ф л е м и н г Д.Р. Течение на входе в каналы с произвольными поперечными сечениями. — Теоретические основы инж. расч., № 2, с. 54–64.

2. G r ü t z n e r H. Über einige Ergebnisse der Untersuchung einer turbulenten Rohreinlaufströmung bei ungestörter und gestörter Zuströmung. - Schriften. Zentralinst. Math. und Mech., 1976, Nr. 22, S. 33-87.

3. Б ы ч к о в Ю.М. Визуализация тонких потоков несжимаемой жидкости. Кишинев, Штиинца, 1980, с. 131.

4. Б и л л е т М.Л. Сравнение двух оптических методов измерения кавитационных зародышей. - Теоретические основы инж. расч., 1981, № I, с. 78-83.

5. Х о й т Й.В. Фотографическое исследование кавитации в струйном течении. - Теоретические основы инж. расч., 1981, № I, с. 84-88.

6. D i m o t a k i s P.E., D e b u s s y F.D.,
K o o s h e s f a h a n i M.M. Particle streak velocity field measurements in a two-dimensional mixing layer. - Phys. Fluids 1981, 24(6), p. 995-999.

E. Kask, T. Koppel

An Investigation of the Unsteady Fluid Flow
in Pipes by the Visualization

Summary

The article presents the results of the visualization of the unsteady fluid flow in the inlet region of the pipe. The method of the visualization technique is described. The results of the velocity distribution are obtained by the treatment of the film made with the frequency 2000 shots per second.

СМЕНА РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПРИ УСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ

Ниже рассматривается возникновение и распространение турбулентности в нестационарных ускоренных режимах движения жидкости в цилиндрических трубах. С теоретической точки зрения смена режимов в ускоренных потоках мало изучена, в основном проведены экспериментальные исследования.

Рассмотрим смену режимов течения в следующих нестационарных движениях жидкости:

1) разгон жидкости (возникновение движения жидкости из состояния покоя). При этом наблюдается затягивание начала перехода от ламинарного режима в турбулентный, в зависимости от величины ускорения, до больших чисел Рейнольдса (порядка $3 \cdot 10^5$) [1, 2, 3];

2) переход из одного турбулентного режима в другой, сопровождаемый опозданием появления нового уровня турбулентности [4, 5].

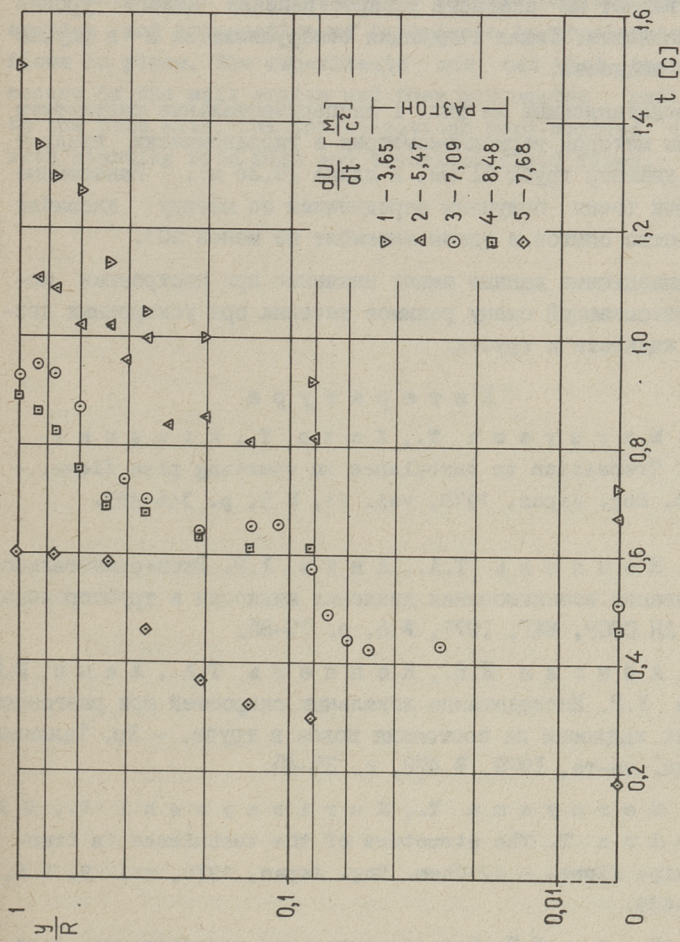
Смена режимов течения жидкости всегда сопровождается заметной перестройкой кинематической структуры потока. При разгонном движении жидкости в трубах в начальной стадии образуется кинематическая структура, напоминающая течение в пограничном слое, т.е. градиент скорости отличен от нуля только в непосредственной близости от стенки. Если критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$, определяющее момент начала смены режима, малое - порядка $5 \cdot 10^3 - 10^4$, как в работе [1], то этот пограничный слой развивается до $(0,4-0,5)R$ от стенки трубы (R - радиус трубы). После перехода в турбулентность начинается быстрое перераспределение: около стенки локальные скорости увеличиваются, а в центральной части - уменьшаются. В итоге образуется турбулентный профиль, под-

чинающийся логарифмическому закону. При больших ускорениях, когда жидкость ускоряется до больших критических чисел $Re_{кр}$, порядка 10^5-10^6 , распределение продольных скоростей до момента возникновения турбулентности сохраняется равномерным почти по всему сечению трубы, только в непосредственной близости от стенки градиент скорости отличен от нуля [3, 6]. Как только возникает турбулентность, пристеночные слои затормаживаются из-за скачкообразного возрастания касательного напряжения на стенке, а ламинарное ядро в то же время продолжает ускоряться.

Если начальный режим турбулентный, то происходит такая же перестройка профилей скорости. По данным [4] при малых ускорениях ($Re_1 = 5 \cdot 10^3$, $Re_2 = 10^4$) время установления стационарного распределения скоростей, свойственного турбулентному течению, в десятки раз больше, чем время установления средней по сечению скорости.

При больших начальных ускорениях происходит интересное явление [5]: жидкость в пристеночной области затормаживается, а центральное ядро под воздействием инерционных сил как будто вырывается вперед. Очевидно, время релаксации (установления стационарного режима) в этом случае еще больше.

Для понимания физической сущности процессов при смене режимов течения жидкости необходимо представить себе, каким образом происходит генерация турбулентности и как она распространяется по сечению трубы. На фиг. I представлены некоторые экспериментальные результаты, характеризующие процесс развития турбулентной зоны при ускоренном движении жидкости. На фиг. I - t обозначает абсолютное значение времени от начала процесса, а y/R - относительный радиус. На графике изображены моменты возникновения турбулентных пульсаций в данной точке живого сечения при различных начальных ускорениях (du/dt). Данные 5 на фиг. I относятся к переходному ускоренному, а остальные I - 4 к разгонному (из состояния покоя) режимам. В первом приближении можно утверждать, что турбулентность впервые появляется на стенке трубы, однако, более подробные измерения, проведенные в непосредственной близости от стенки (данные 3) - показывают, что турбулентность возникает в пристеночном слое, а затем распространяется в противоположные стороны в радиальном направлении. Ре-



Фиг. 1. Распространение турбулентности при ускоренном движении жидкости в трубе.

зультаты работы (4) подтверждают предположение, что в случае переходного режима новый уровень интенсивностей турбулентных пульсаций генерируется на безразмерном расстоянии от стенки трубы $y^+ = 15,7$. Сравнение данных 5 на фиг. 1 и работы [4] показывает, что начальное ускорение потока сильно влияет на скорость распространения нового уровня турбулентности. Такая тенденция обнаруживается и в случае разгона жидкости.

Представленные на фиг. 1 экспериментальные результаты получены методом термоанемометрии в гидравлически гладкой трубе (диаметр трубы 61 мм, а длина 19,35 м). Нанесенные на график точки получены осреднением по методу ансамбля (количество опытов в одном ансамбле не менее 50).

Приведенные данные имеют значение при построении модели, описывающей смену режимов течения при ускоренных движениях жидкости в трубах.

Л и т е р а т у р а

1. Магуама Т., Като У., Мизушина Т. Transition to turbulence in starting pipe flows. - J. Chem. Eng. Japan, 1978, vol. 11, N 5, p. 346-353.
2. Коппель Т.А., Лийв У.Р. Экспериментальное исследование возникновения движения жидкости в трубопроводах - Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6, с. 79-85.
3. Айнола Л.Я., Коппель Т.А., Ламп Ю.Ю. Лийв У.Р. Исследование локальных скоростей при разгонном движении жидкости из состояния покоя в трубе. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1979, № 472, с. 35-45.
4. Магуама Т., Куриваюаши Т., Мизушина Т. The structure of the turbulence in transient pipe flows. - J. Chem. Eng. Japan, 1976, vol. 9, N 6, p. 431-439.
5. Лийв У.Р. Экспериментальное исследование ускоренного переходного течения в трубах. - Изв. АН СССР, Водные ресурсы, 1981, № 3, с. 139-145.
6. Ламп Ю.Ю., Лийв У.Р. Исследование универсального закона распределения скоростей в трубах при разгоне жидкости из состояния покоя. См. наст. сб. с. 69-76.

Transition in Accelerated Fluid Flows

Summary

This paper deals with some details on both the generation and propagation of turbulence in accelerated fluid flows in pipes. The experiments set out that turbulence occurs in the wall region and then propagates radially to the tube axis. The investigations were carried out on both starting from rest and transient fluid flows.

УДК 532.54.013.2

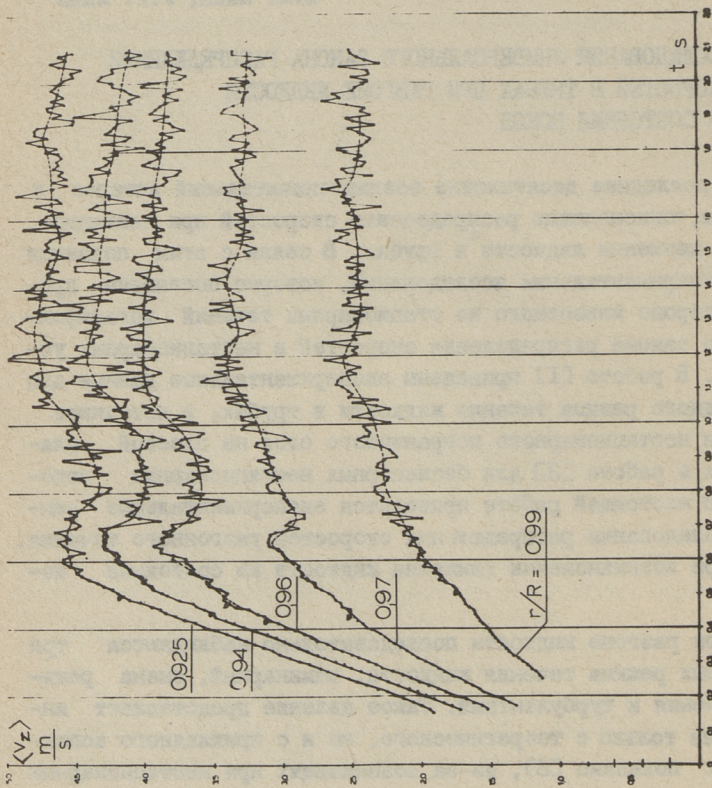
Ю.Ю. Ламп, У.Р. Лийв

ИССЛЕДОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
СКОРОСТЕЙ В ТРУБАХ ПРИ РАЗГОНЕ ЖИДКОСТИ
ИЗ СОСТОЯНИЯ ПОКОЯ

В последнее десятилетие возник значительный интерес к законам, описывающим распределение скоростей при нестационарном движении жидкости в трубах. В связи с этим появился ряд экспериментальных исследований, которые посвящены проверке хорошо известного из стационарных течений логарифмического закона распределения скоростей в нестационарных условиях. В работе [1] приведены экспериментальные данные для переходного режима течения жидкости в трубах, в источнике [2] для нестационарного пограничного слоя на плоской пластине и в работе [3] для безнапорных нестационарных потоков. В настоящей работе приводятся экспериментальные данные исследования распределения скоростей разгонного течения, т.е. при возникновении движения жидкости из состояния покоя.

При разгоне жидкости последовательно наблюдаются три различных режима течения жидкости: ламинарный, смена режимов течения и турбулентный. Такое явление представляет интерес не только с теоретического, но и с прикладного аспекта. Как показано [6], из-за возникающих при нестационарном движении жидкости локальных сил инерции распределения скоростей аналогичны пограничному слою (градиент скорости отличается от нуля только в непосредственной близости от стенки). Распределение скоростей при этом можно рассчитать по так называемой диссипативной модели [7].

Целью настоящей работы было поставлено измерение распределений скоростей в пристеночной области трубы и проверка общеизвестного логарифмического закона в нестационарных



Фиг. 1. Изменение во времени продольных скоростей в пристеночной области.

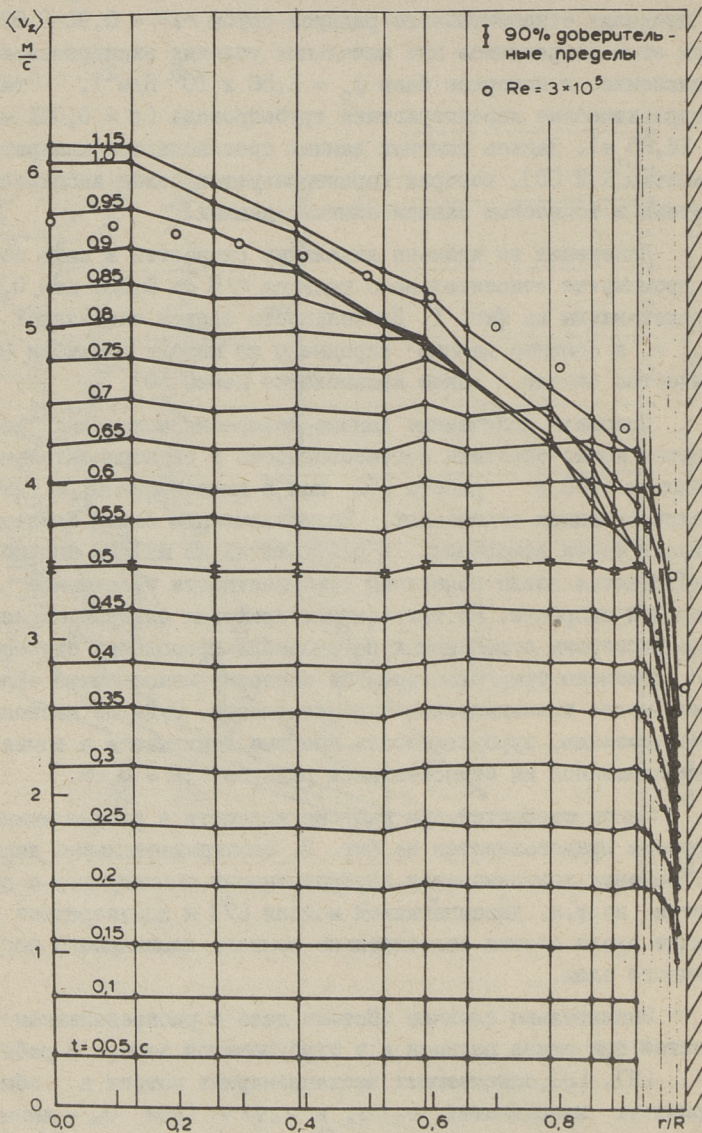
условиях. Поэтому в 1982 г. на опытной установке, описанной в источнике [6], была проведена дополнительная серия опытов в пределах относительного радиуса трубы $r/R = 0,92-0,99$. При этом сохранялись как начальные условия эксперимента (давление в напорном баке $p_0 = 1,56 \times 10^5 \text{ Н/м}^2$), так и гидравлические характеристики трубопровода ($d = 0,061 \text{ м}$, $L = 16,85 \text{ м}$). Запись опытных данных производилась аппаратурой системы X-2 [5], которая характеризуется более высокими частотами и точностью записи опытных данных.

Изменения во времени локальных скоростей в пяти точках в промежутке относительного радиуса r/R от 0,928 до 0,993 представлены на фиг. 1. Длительность записи составляет 2,1 с, а опытные данные осреднены по методу ансамбля (количество опытов в одном ансамбле не менее 50).

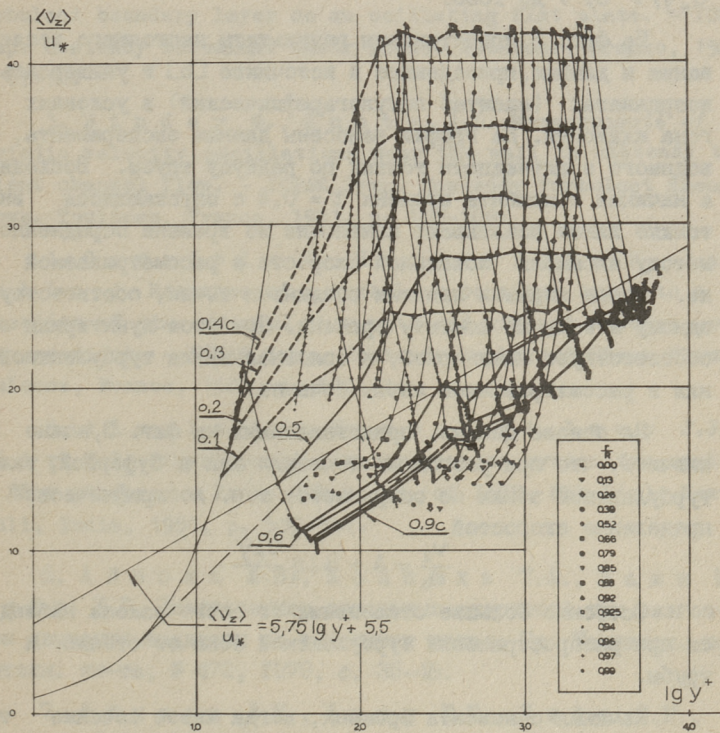
Оценивая полученные данные измерения локальных скоростей можно заметить согласованность с экспериментальными данными 1978 г. работы [6] как в качественном, так и количественном отношениях. За исключением самой близкой к стенке точки измерения, в результатах по методу ансамбля наблюдается после появления турбулентности уменьшение локальной скорости. На приведенных графиках быстрое нарастание дисперсии осредненных по ансамблю продольных скоростей v_z отмечено треугольником, по которому можно также определить место возникновения турбулентности. Судя по настоящему исследованию, турбулентность впервые появляется в точке, расположенной на относительном радиусе $r/R = 0,96$.

Эпюры скоростей при разгоне жидкости в разные моменты времени представляются на фиг. 2. Экспериментальные данные до момента возникновения турбулентности согласуются с расчетом по т.н. диссипативной модели [7] и подтверждают наличие около стенки относительно тонкого ламинарного пограничного слоя.

Значительно сложнее обстоит дело с распределением скоростей при смене режимов и в турбулентной зоне. В работах [1], [2], [3], описывающих нестационарные потоки в обычно принятых координатах v_z/u_* и u_*y/ν (где u_* — динамическая скорость, y — расстояние от стенки, ν — коэффициент кинематической вязкости, v_z — локальная скорость) как в буферном, так и в логарифмическом слоях не обнаружено значи-



Фиг. 2. Эпюры продольных скоростей в ходе разгона жидкости.



Фиг. 3. Изменение продольных скоростей в универсальных координатах.

тельного отклонения от соответствующих законов, наблюдаемых при стационарных течениях. Однако в работе [4], при исследовании нестационарного пограничного слоя на плоской пластине, наблюдается отклонение логарифмического профиля в диапазоне изменения относительного расстояния от стенки $u_* y / \nu$ от 7 до 1000.

На фиг. 3 представлены результаты настоящего исследования и данные, приведенные в источнике [6] в универсальных координатах (масштаб полулогарифмический) в условиях разгона жидкости. На график нанесены данные эксперимента, проводимого в пятнадцати точках по радиусу трубы. Восходящие, а начиная с момента времени $t = 0,4$ с опускающиеся вниз, тонкие линии показывают изменение во времени осредненной по методу ансамбля локальной скорости в рассматриваемой точке. Более жирными линиями соединены точки, соответствующие одному и тому же моменту времени. При этом пунктирная линия соответствует ламинарной, а сплошная линия турбулентной зонам в рассматриваемом живом сечении.

На основе данных, представленных на фиг. 3, можно заключить, что при разгонных течениях как в буферной, так и в турбулентной зонах не сохраняется т.н. логарифмическое распределение скоростей

$$\frac{v_z}{u_*} = A + B \lg \frac{u_* y}{\nu}.$$

Особенно большие отклонения от этого закона наблюдаются при распространении турбулентной зоны от стенки к оси трубы.

Начиная с момента времени, когда живое сечение трубы полностью охвачено турбулентностью, распределение скоростей стабилизируется, но все же сильно отклоняется от стационарного. При этом эмпирические коэффициенты A и B отличаются от известных для стационарного течения значений ($A = 5,5$ и $B = 5,75$). Аналогичное изменение коэффициентов A и B в зависимости от числа Рейнольдса наблюдается в стационарных течениях в буферном слое [8]. Из этого можно сделать вывод, что отклонение от логарифмического закона характеризует течение с перемежающейся структурой потока (т.е. смену режимов течения жидкости).

Л и т е р а т у р а

1. M a r u y a m a T., K u r i b a s h i T., M i z u s h i n a T. The structure of the turbulence in transient pipe flow. - J. of Chem. Eng. of Japan, 1976, Dec., vol. 9, N 6, p. 431-439.

2. K o b a s h i Y., H a y a k a w a M. Structure of turbulent boundary layer on an oscillating flat plate. - IUTAM Symp. Unsteady Turbulent Shear Flows. Toulouse, France, 1981, p. 67-76.

3. B i n d e r G., K u e n y J.L. Measurements of the periodic velocity oscillations near the wall in unsteady turbulent channel flow. - IUTAM Symp. Unsteady Turbulent Shear Flows. Toulouse, France, 1981, p. 100-108.

4. C o u s t e i x J., H o u d e v i l l e R., J a v e l l e J. Response of a turbulent boundary layer to a pulsation of the external flow with and without adverse pressure gradient. - IUTAM Symp. Unsteady Turbulent Shear Flows. Toulouse, France, 1981, p. 120-144.

5. A i n o l a L.J., K o p p e l T.A., L a m p J.J. L i i v U.R. Experimental data processing system for unsteady flow studies. - Proc. XIX Congr. of IAHR, Sub D(e). New Dehli, India, 1981, p. 535-544.

6. А й н о л а Л.Я., К о п п е л ь Т.А., Л а м п Ю.Ю., Л и й в У.Р. Исследование локальных скоростей при разгонном движении жидкости из состояния покоя.-Тр. Таллинск. политехн. ин-та, № 472, 1979, с. 35-45.

7. А й н о л а Л.Я., Л а м п Ю.Ю., Л и й в У.Р., С а р в Л.Э. Теоретическое исследование неустановившегося движения жидкости в круглых трубах при помощи диссипативной модели.-Тр. Таллинск. политехн. ин-та, № 472, 1979, с. 25-34.

8. P a t e l V.C., H e a d M.R. Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows. - J. Fluid Mech., 1969, vol. 38, part 1, p. 181-201.

An Investigation of Universal Velocity Distribution
Law during Unsteady Starting Pipe Flow

Summary

This paper describes the results of the experimental investigation of the velocity distribution of the pipe flow accelerated from rest. The local velocities were measured in 15 points along the pipe radius of the cross section. The experimental data are recalculated using the ensemble method. On the ground of the investigation it is determined that during the transition period the universal logarithmic law of the velocity distribution is not in force.

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА БИООЧИСТКИ
В КОМПАКТНЫХ АЭРОТЕНКАХ НА ОСНОВЕ
ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ДАННЫХ

I. Введение

В сельских поселках Эстонии в качестве очистных сооружений канализации широко применены компактные аэротенки-отстойники. В настоящей работе сделана попытка анализа эксплуатационных данных этих установок, исходя из математической модели процесса.

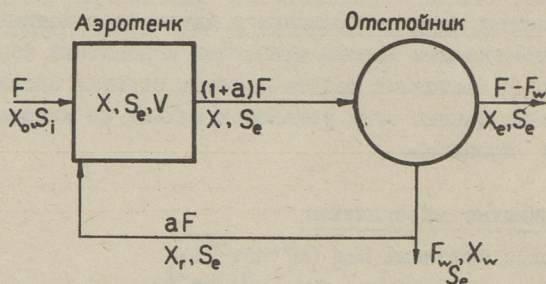
II. Принятые обозначения

- F - расход суточных вод ($\text{м}^3 \cdot \text{сут}^{-1}$);
 F_w - расход избыточного ила ($\text{м}^3 \cdot \text{сут}^{-1}$);
 K_s - константа субстрата (константа насыщения $\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 k_d - константа скорости эндогенного окисления (сут^{-1});
 S - концентрация субстрата БПК ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 S_e - концентрация субстрата в аэротенке ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 S_i - концентрация субстрата в поступающей сточной воде ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 t - время аэрации (сут);
 V - объем аэротенка (м^3);
 X - концентрация биомассы (ила) в аэротенке ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 X_0 - концентрация биомассы в поступающей воде ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 X_e - концентрация биомассы в очищенной воде ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 X_r - концентрация рециркулирующего ила ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 X_w - концентрация избыточного ила ($\text{мг} \cdot \text{л}^{-1}$);
 Y_0 - измеренный удельный прирост биомассы;
 Y_t - истинный удельный прирост биомассы;
 a - количество возвратного ила (в долях единицы);
 μ - удельная скорость прироста ила (сут^{-1});

- μ_{\max} - максимальная удельная скорость прироста ила (сут^{-1});
 μ_n - удельная скорость (нетто) прироста ила (сут^{-1});
 θ - возраст ила (сут);
 U - удельная скорость окисления субстрата (сут^{-1});
 L - остаточная концентрация субстрата в очищенной воде $\frac{S_e}{S_i} \cdot 100$ (%);
 n, m - эмпирические постоянные;
 r - коэффициент корреляции.

III. Теория

Принципиальная схема работы системы аэротенк-отстойник приведена на фиг. 1.



Фиг. 1. Принципиальная схема работы системы аэротенк-отстойник.

В литературе можно найти много математических моделей процесса очистки в аэротенках. Наиболее точной с точки зрения раскрытия сущности процесса считается модель Годи [1, 2], согласно которой материальный баланс субстрата и баланс биомассы для аэротенка определяются соответственно следующим образом:

$$\frac{dS}{dt} V = FS_i + aFS_e - F(1+a)S_e - \mu \frac{X}{Y_t} V \quad (1)$$

$$\frac{dX}{dt} V = FX_0 + aFX_r + \mu XV - k_d XV - F(1+a)X \quad (2)$$

Учитывая, что при низких нагрузках (аэротенки-смесители продленной аэрации) $\frac{dS}{dt} = 0$ и $\frac{dX}{dt} = 0$, а также $X_0 \ll X$ и $S_e \approx 0$, можно из уравнений 1, 2 получить формулу для определения времени аэрации в следующем виде:

$$t = \frac{Y_t [S_i - (1+a)S_e]}{(\mu + \kappa_d)X} \quad (3)$$

Измеренный (суммарный) удельный прирост биомассы выражается:

$$Y_o = \frac{F_w X + (F - F_w) X_e}{F(S_i - S_e)} \quad (4)$$

Так как практически избыточный ил на малых установках почти нигде не удаляется, то $F_w = 0$ и, следовательно,

$$Y_o = \frac{X_e}{S_i - S_e} \quad (5)$$

Как известно:

$$\frac{Y_o}{Y_t} = \frac{\mu_n}{\mu} \quad (6)$$

и

$$\mu = \mu_n + \kappa_d \quad (7)$$

Далее:

$$Y_o = \frac{Y_t \mu_n}{\kappa_d + \mu_n} \quad (8)$$

Трансформируя последнее выражение по Лайнуиверу-Бэрку в линейную функцию, можно графоаналитически в осях $\frac{1}{Y_o}$ и $\frac{1}{\mu_n}$ определить параметры Y_t и κ_d :

$$\frac{1}{Y_o} = \frac{1}{Y_t} + \frac{\kappa_d}{Y_t} \theta \quad (9)$$

где

$$\theta = \frac{1}{\mu_n} \quad (10)$$

С другой стороны, возраст ила может быть вычислен как

$$\theta = \frac{XV}{FX_e} \quad (11)$$

Величины μ_{max} и K_s из уравнения Моно можно определить также графоаналитически аналогично уравнению (9), построив график в осях $\frac{1}{S_e}$ и $\frac{1}{\mu}$:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{max}} + \frac{K_s}{\mu_{max}} \left(\frac{1}{S_e} \right) \quad (12)$$

В заключение отметим, что удельная скорость окисления субстрата вычисляется по уравнению

$$U = \frac{F(S_i - S_e)}{VX} \quad (13)$$

IV. Анализ рабочих параметров аэротенков

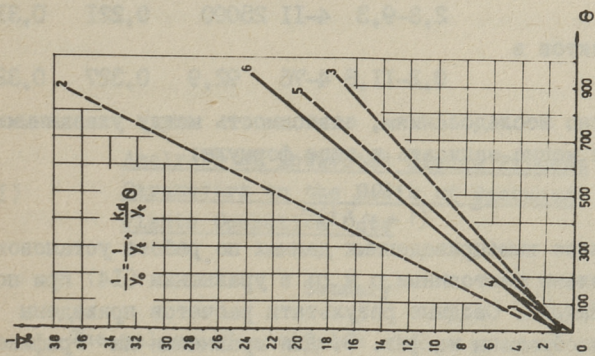
Анализ основывается на данных работы 8 установок с пневматической аэрацией типа БИО и ОКСИД, очищающих в основном бытовые сточные воды. На упомянутых сооружениях в течение длительного времени измерялись следующие показатели: расход F (15...170 м³·сут⁻¹); концентрация ила X (198...10800 г·м⁻³); концентрация взвеси в очищенной воде X_e (3...822 г·м⁻³); эффект очистки по БПК₅ $S_i - S_e$ (10...404 г·м⁻³ и в процентах - 24...96 %).

Далее вычислялись: возраст ила (уравнение II), скорость окисления (уравнение I3) и величина $\frac{1}{Y_0}$ (уравнение 5). Затем строился график $\frac{1}{Y_0} = f(\theta)$ для каждого очистного сооружения, из которого методом наименьших квадратов определялись параметры Y_t и k_d (уравнение (9)). В таблице I и на фиг. 2 приведены сводные данные расчетов отдельно для 5 установок и для всех 8 установок в целом.

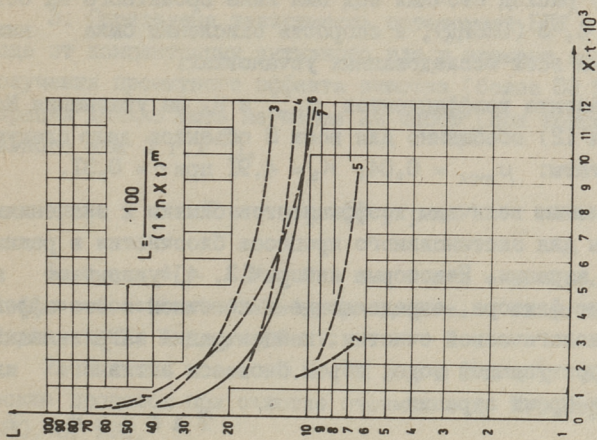
Т а б л и ц а I

№ на фиг. 2	Объект, тип	Количество измерений	θ	$\frac{1}{Y_0}$	k_d	$\frac{1}{Y_t}$	r
1.	Кейла-Тутермаа БИО - 25	5	3-71	0,1-3,6	0,070	0,673	0,86
2.	Сьмеру, БИО - 100	7	46-866	1,7-36,7	0,022	1,891	0,99
3.	Куремаа, ОКСИД - 180	7	10-932	0,3-15,5	0,031	0,588	0,97
4.	Лаатре, ОКСИД - 180	6	3-178	0,3-6,1	0,277	0,112	0,99
5.	Кийли, ОКСИД - 45	6	63-861	3,8-24,4	0,104	0,221	0,90
6.	8 объектов в целом	39	3-932	0,1-36,7	0,028	0,909	0,84

Видно, что величины k_d и Y_t на отдельных объектах отличаются друг от друга при относительно высоких коэффициентах корреляции - r на каждом объекте, что указывает на разность рабочих режимов. Особенно заметно, что в Лаатре (№ 4), где была смесь бытовых и животноводческих стоков, k_d значи-



Фиг. 2. $\frac{1}{Y} = f(\theta)$.



Фиг. 3. Остаточная БПК в зависимости от дозы ила и времени контакта в аэротенке.

тельно выше, чем на остальных объектах. Следует также отметить, что расход сточных вод был ниже проектного на объектах № 3, 4, 5 (ОКСИД), а скорость окисления была ниже проектной на всех исследованных установках.

Определение коэффициентов μ_{\max} и K_s из уравнения Моно (формула 12) обобщенно для всех 8 объектов дало следующие результаты: $\mu_{\max} = 0,04$; $K_s = 4,91$ при $r = 0,31$.

Полученные величины коэффициентов близки к значениям, характерным для экстенсивного процесса биоочистки в режиме продленной аэрации. Некоторые авторы [3, 4] указывают на три основных фактора, определяющие в конечном счете эффективность биологической очистки: концентрация загрязняющих веществ в поступающей воде, объем биомассы активного ила в системе и время аэрации.

Т а б л и ц а 2

№ на фиг. 3	О б ъ е к т	$Xt \cdot 10^3$	L	n	m	r
1.	Кейла-Тутермаа	0,2-0,5	33-65	17,1	0,386	0,49
2.	Сьмеру	1,5-2,7	4-21	7,9	0,866	0,20
3.	Куремаа	0,4-II,5	5-49	85,2	0,276	0,25
4.	Лаатре	1,6-II,8	4-35	16000	0,171	0,08
5.	Кийли	2,3-9,3	4-II	25000	0,221	0,31
6.	8 объектов в целом	0,2-II,8	4-76	92,9	0,327	0,32

Согласно исследованиям, зависимость между указанными параметрами можно записать в виде формулы:

$$L = \frac{100}{(1 + nXt)^m} \quad (14)$$

На основе вышеприведенных данных по работе установок нами определены постоянные n и m в уравнении (14) при помощи ЭВМ "Найри". Сводные результаты расчетов приведены в табл. 2 и изображены на фиг. 3. Для сравнения на графике показана также кривая (7), заимствованная из литературы по результатам работы станций аэрации Англии, США и ФРГ.

У. Выводы

1. Определение коэффициентов, характеризующих кинетику процесса биоочистки в аэротенках-отстойниках, возможно на основании эксплуатационных данных действующих сооружений.

2. Обследованные очистные установки работали в режиме продленной аэрации.

3. Определена зависимость остаточной БПК в очищенной воде от концентрации активного ила и времени аэрации. Для получения проектного эффекта очистки (более 80 %) время аэрации должно быть не менее 24 часов (при концентрации активного ила 3 г.л^{-1}).

Л и т е р а т у р а

1. G a u d y A.F., K i n s a n n o n D.F. Functional design of activated sludge processes. - Water and Sewage Works, 1977, № 9, p. 76-81.

2. Я к о в л е в С.В., К а р х и н а Т.А. Биохимические процессы при очистке сточных вод. М., Стройиздат, 1980, с. 198.

3. E s k e n f e l d e r W.W., Jr. New concepts in biological waste treatment process design. - Sbornik VŠChT F 9 Technologie vody. Praha, 1966, p. 47-71.

4. G a g n o n G.A. et al. Review and evaluation of aeration tank design parameters. - Journal WPCF, 1977, № 5, p. 832-841.

H. Mölder

Analysis of Activated Sludge Process Parameters on the Basis of Packaged Plants Operation Data

Summary

The values of activated sludge process parameters (using Gaudy's operational model and Monod's equation) have been determined on the basis of operation records. The relationship of BOD remaining versus the product of MLSS and aeration time have been developed.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИЗВЕСТИ И ЕЕ ЗАМЕНТЕЛЕЙ В
ОБРАБОТКЕ СТОЧНЫХ ВОД

Современные требования к показателям качества очищенных сточных вод перед сбросом их в водоемы все более и более приближаются к нормам качества воды в самом водоеме. Учитывая это, основным звеном современных очистных сооружений при получении воды высокого качества является реагентная их обработка.

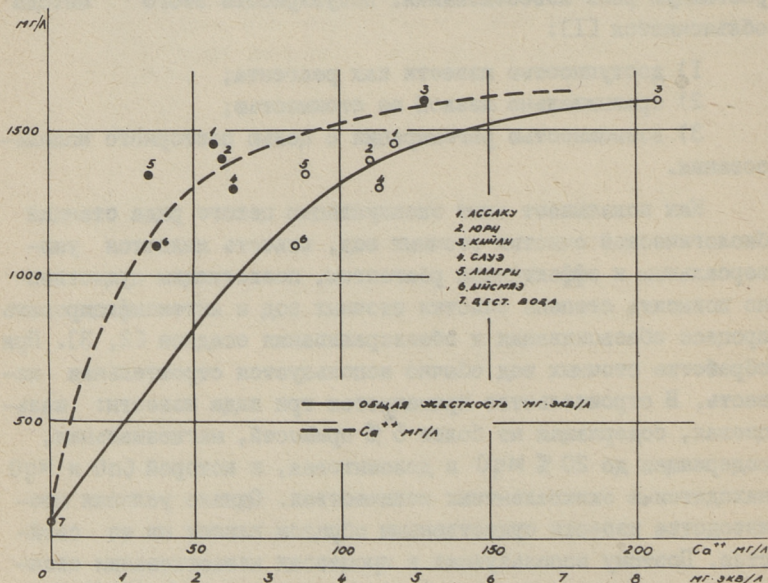
Рассматривая практические аспекты и современное состояние физико-химической очистки воды надо отметить возрастающую роль известкования. Популярность этого метода объясняется [1]:

- 1) доступностью извести как реагента;
- 2) сравнительно низкой ее стоимостью;
- 3) возможностью регенерации с целью повторного использования.

Как показывает опыт эксплуатации целого ряда станций биологической очистки сточных вод, известь является универсальным и эффективным реагентом, позволяющим существенно повысить степень очистки сточных вод и интенсифицировать процесс обезвоживания и обеззараживания осадков [2, 3]. При обработке сточных вод обычно используется строительная известь. В строительстве применяется три вида извести: кальцевая, содержащая не более 5 % примесей, магниевая, содержащая до 20 % MgO и доломитовая, в которой CaO и MgO находятся в эквивалентных количествах. Однако условия производства извести существенным образом влияют на ее свойства. Поэтому используемая в процессах известкования сточных вод строительная известь (пушонка) содержит 30–67 % активного CaO [4]. Но как показали сравнительные опыты с

чистым гидроксидом кальция, высокая степень чистоты реагента по $\text{Ca}(\text{OH})_2$ не способствует более высокому эффекту очистки. Присутствие дисперсных материалов способствует ускорению коагулирования и осаждения хлопьев. Исследователями Вроцлавского университета (ПНР) установлено, что обожженный в течение 3 ч. при температуре 800°C доломит предпочтительнее извести вследствие улучшенных седиментационных свойств осаждающейся взвеси [5].

Дозу извести обычно выбирают так, чтобы рН среды поднималось до 10,5–11,0. Это достигается при дозе 180 – 700 мг/л CaO и сопровождается эффективным удалением фосфорных соединений. Доза извести в известесодержащем реагенте (доломит, зола и т.д.), необходимая для достижения заданной величины рН, зависит от жесткости самих сточных вод. Проведенные нами опыты с бытовыми сточными водами, взятыми из различных систем канализации, показали, что для достижения рН = 10,0 изменение общей жесткости исходной воды (суммарное содержание ионов кальция и магния) от 3,40 до 8,28 мг-экв/л влияет на дозу извести от 242–352 мг/л в пересчете на CaO (фиг. 1). Чем выше исходная жесткость, тем



Фиг. 1. Доза летучей золы горючих сланцев в зависимости от жесткости сточных вод для повышения рН = 10,0.

большее количество извести требуется для достижения нужной величины рН среды. Опыты проводились с летучей золой горючих сланцев, содержащей 22 % свободного CaO . При реагентном методе удаления фосфатов из воды работы многих исследователей подтверждают, что известь является единственным реагентом, доза которого не зависит или зависит незначительно от начальной концентрации фосфорных соединений. При этом применение извести на стадии первичной обработки сопровождается удалением фосфатов больше 80 % и удалением БПК на 55–70 %. Повышение рН требует рекарбонации перед биологической очисткой. Учитывая и одновременное изъятие целого ряда токсичных для биологических процессов веществ, применение предварительного осаждения известью целесообразно для вод с высоким содержанием органических примесей, а также при перегрузке очистной станции.

Применяя известь на первичной стадии обработки сточных вод, особое внимание нужно уделить на обработку образующегося осадка, количество которого растет по сравнению с биологической очисткой в аэротенках в 2–3 раза. Исследователи считают, что первичное осаждение понижает основательно нагрузку на последующих стадиях обработки по многим показателям загрязнения, но в то же время образующийся осадок не всегда подвергается обработке теми приемами, которые применяются к избыточному активному илу [1, 6].

Из обзора данных как действующих сооружений, так и полупроизводственных исследований, где известь или ее заменители используются на стадии доочистки, остаточная концентрация фосфора находится в пределах 0,15–0,20 мг/л PO_4 при рН = 11,0 [1, 5, 6, 7]. Результаты отдельных авторов об осаждаемости образующегося осадка расходятся.

Сравнительный анализ эффективности различных коагулянтов при доочистке сточных вод на установке производительностью 4500 м³/сут показал, что наилучшие результаты были получены при использовании извести (особенно для более загрязненных исходных сточных вод) [8]. Вместе с тем при использовании солей металлов общая жесткость и солесодержание очищенной воды несколько выше, чем при использовании извести.

Из вышеизложенного вытекает перспективность использования извести (или известесодержащих отходов производства –

сланцевая зола) для обработки сточных вод особенно в районах, где имеются месторождения известняка и где известь является местным материалом.

Л и т е р а т у р а

1. С а р ж е в с к а я В.П., Е р ш о в А.В. Перспективы известкования сточных вод. - Химия и технология воды, т. 3, 1981, № 4, с. 357-361.
2. О р р е г м а н В., Р е с с е н М. Der Einsatz von Kalk in kommunalen Abwasserreinigungsanlagen - Zem.-Kalk-Gips, 1981, 34, Nr. 1, S. 47-52.
3. М у л б а р г е р М.С., Г р о с с м а н Е. Lime clarification, recovery, reuse and sludge dewatering characteristics. - Journal WPCF, 1969, 41, N 12, p. 2070-2085.
4. Н о в о п а ш и н А.А., К о р е н ь к о в а С.Ф. и др. О качестве извести для нейтрализации кислых промышленных сточных вод. - Водоснабжение и сантехника, 1981, № 5, с. 8-9.
5. К о в а л А.Л., В и л у к А. Physical and chemical methods of water renovation. - Acta hydrochim. et hydrobiol., 1979, 7, N 6, p. 599-603.
6. О р л о в с к и й З.А. Очистка сточных вод за рубежом. Стройиздат, М., 1974.
7. В ы з у А.Г., М ё л ь д е р Х.А. Использование летучей золы горючих сланцев для интенсификации процесса очистки сточных вод. - Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции "Основные направления развития водоотведения, очистки сточных вод и обработки осадка". Харьков, 1982, с. 107-109.
8. V a n V u u r e n L.R.J., C i l l i e G.G. A comparative study of various coagulants for the renovation of secondary effluents. - Progr. Water Technol., 1980, 12, N 6, p. 333-346.

The Utilization of Lime and Its Substitutes
for Waste Water Purification

Summary

In the article the possibilities of waste water treatment with lime and industrial wastes rich in lime are described. There is given the relation between the quantity of the reagents and the waste water quality.

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ ПРОЦЕССОВ НИТРИФИКАЦИИ И ДЕНИТРИФИКАЦИИ ПРИ НИЗКИХ КОНЦЕНТРАЦИЯХ АЗОТА

В последние годы все большее значение приобретают индустриальные рыбные (форелевые) хозяйства, основанные на оборотной системе водоснабжения.

Основное загрязнение сточных вод этих рыбохозяйств вызывает соединения азота, которые и необходимо удалять в очистных сооружениях.

Сточные воды рыбных (форелевых) хозяйств относятся к малозагрязненным. Допустимая для форели концентрация азота аммонийных солей 0,5–1,0 мг/л. Кинетика же нитрификации изучена для сточных вод с концентрацией азота от 25 до 110 мг/л [1].

В проблемной лаборатории сантехники ТПИ были проведены исследования биологической очистки сточных вод рыбных (форелевых) хозяйств в замкнутой системе оборотного водоснабжения [2, 3]. При разработке проектных параметров очистных сооружений изучалась также кинетика процессов удаления азота при концентрации азота аммонийных солей в исходной воде 0–10 мг/л. В качестве сооружений биологической очистки применялись биологические фильтры (нитрификатор и денитрификатор) диаметром 0,3 метра и высотой 2,5 метра. Колонки на высоту 2,5 метра были заполнены кольцами Рашига ($d = h = 25$ мм) с удельной поверхностью колец $200 \text{ м}^2/\text{м}^3$. Для развития денитрифицирующих организмов, в качестве источника углерода, применялся метанол.

Первоначально опыты проводились на искусственной сточной жидкости, что позволило при минимальном количестве анализов исходной воды исследовать разные режимы ра-

боты фильтров. Затем были проведены опыты на натурном стоке (с рыбами). Форели в данной системе были подвижны, брали корм и прибавляли в весе, что свидетельствует о надежности работы очистных сооружений (биофильтров). В ходе работы измерялась концентрация NH_4^+-N и NO_3^--N и вычислялась скорость удаления загрязнений по формуле

$$M' = (C_n - C) Q, \quad (I)$$

где M' - скорость удаления загрязнений NH_4^+-N , NO_3^--N г/сут;
 C_n - концентрация NH_4^+-N , NO_3^--N на входе в фильтр, г/м³;
 C - концентрация NH_4^+-N , NO_3^--N на выходе из фильтра, г/м³;
 Q - циркуляционный расход, м³/сут.

Гидравлическая нагрузка на фильтр нитрификатор изменялась от 10 до 60 м³/м³ загр сут⁻¹, а гидравлическая нагрузка на фильтр денитрификатор от 25 до 45 м³/м³ загр сут⁻¹. Эффект нитрификации при этом был 90-100 %, а эффект денитрификации 98-99 %.

По полученным результатам были построены графики зависимости скорости удаления азота от его концентрации на входе в биофильтр (фиг. 1, 2), из которых вытекает следующее:

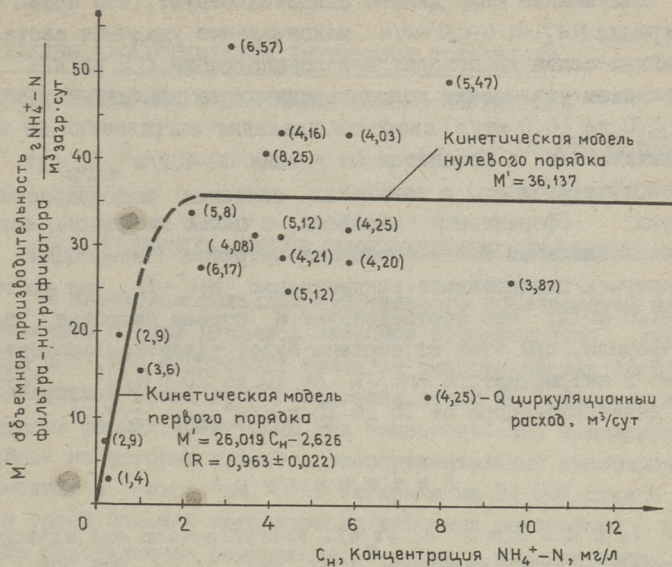
1) при концентрации азота аммонийных солей от 0 до 1,0 мг/л кинетика нитрификации описывается уравнением первого порядка;

2) при концентрации азота аммонийных солей от 2,0 до 10,0 мг/л кинетика нитрификации описывается уравнением нулевого порядка;

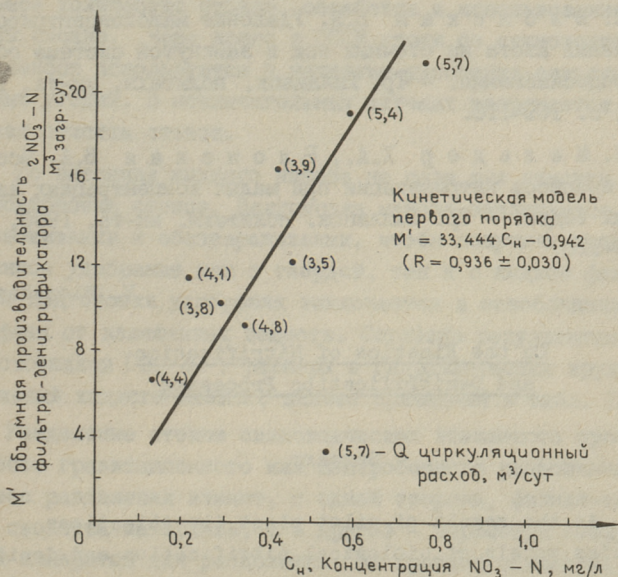
3) при концентрации азота аммонийных солей от 1,0 до 2,0 мг/л кинетика нитрификации не изучалась, однако, можно предположить, что она будет описываться уравнением половинного порядка;

4) при концентрации нитратов от 0 до 1,0 мг/л кинетика денитрификации описывается также уравнением первого порядка.

Установленные нами порядки реакции при концентрации азота аммонийных солей от 2 до 10 мг/л совпадают с литературой [1], для нитрификации и денитрификации в интервале от 0 до 1 мг/л порядок реакции установлен впервые.



Фиг. 1. Влияние концентрации $\text{NH}_4^+ - \text{N}$ на объемную производительность фильтра - нитрификатора.



Фиг. 2. Влияние концентрации $\text{NO}_3^- - \text{N}$ на объемную производительность фильтра - денитрификатора.

Полученные нами данные свидетельствуют, что при концентрации NH_4^+-N 0-1,0 мг/л максимальное удаление азота аммонийных солей происходит при концентрации 1,0 мг/л. При дальнейшем увеличении концентрации азота аммонийных солей (от 2,0 до 10,0 мг/л) скорость удаления загрязнений не будет увеличиваться, а останется на уровне $30-40 \text{ г/м}^3 \text{ загр} \cdot \text{сут.}^{-1}$

Следовательно, в замкнутых системах водоснабжения рыбных (форелевых) хозяйств, с целью избежания накопления соединений азота (особенно нитритов) необходимо в аквариумах поддерживать концентрацию NH_4^+-N на уровне 0,5-1,0 мг/л, что соответствует и нормам качества воды для форели, при этом из системы будет удаляться соответственно в нитрификаторе NH_4^+-N от 10 до 20 $\text{ г N/м}^3 \text{ загр} \cdot \text{сут}^{-1}$ и в денитрификаторе от 15 до 25 $\text{ г N/м}^3 \text{ загр} \cdot \text{сут.}^{-1}$.

Л и т е р а т у р а

1. S h a r m a B. et al. Nitrification and nitrogen removal. - Water Research, 1977, vol. 11, p. 897-925.

2. Б л о н с к а я В.А. Удаление малоконцентрированных соединений азота из сточных вод в замкнутой системе оборотного водоснабжения. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1981, № 505, с. 109-116.

3. М е л ь д е р Х.А., Б л о н с к а я В.А. Исследование процесса нитрификации при малых концентрациях азота в сточных водах. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1980, № 485, с. 119-126.

V. Blonskaya

On the Kinetics of Nitrification and Denitrification Processes

Summary

As the result of pilot plant investigations the kinetics models of biological nitrification and denitrification processes in waste water with low ammonia content have been developed.

РАЗДЕЛЯЕМОСТЬ СТОКОВ СВИНОВОДЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

С переходом сельскохозяйственного производства на промышленную основу началось массовое строительство крупных ферм КРС (крупнорогатого скота) и свиноводческих комплексов. В настоящее время в ЭССР половина стада КРС содержится на крупных фермах. Построены три свиноводческих комплекса, крупнейшим из которых является экспериментальный свиноводческий комбинат в совхозе им. Ю.А. Гагарина на 54 000 свиней в год. При такой большой концентрации животных невозможно применять подстилочное содержание. В связи с этим перешли на удаление навоза гидросмывом, вследствие чего образуется большое количество стоков, обработка и использование которых очень сложно. Чаще всего в СССР стоки со свиноводческих комплексов используются в качестве удобрения сельскохозяйственных угодий. В исключительных случаях разрешается биологическая очистка стоков.

До внесения жидкого навоза на поля или очистки требуется подготовка стоков. Подготовка навоза заключается в его обезвоживании и обеззараживании, чтобы получить высококачественное удобрение как с твердой, так и с жидкой фазы. Сложность подготовки удобрения заключается в освобождении жидкой фазы от взвешенных веществ. Согласно результатам опытов из источников [2, 3], размеры и гидравлическая крупность включений жидкого свиного навоза приведены в табл. I.

Разделение стоков свиноводческих комплексов производят способом гравитационного или центробежного разделений. На процесс разделения влияют, с одной стороны, физико-химические свойства материала, а с другой — параметры оборудования и аппаратов для разделения. На процесс осаждения влияют многие факторы: гранулометрический состав, форма частиц, плотность твердой и жидкой фаз, вязкость жидкости (фугата),

температура, рН среды, примеси всякого рода, наличие химических реагентов.

Т а б л и ц а 1

Размеры и гидравлическая крупность включений
жидкого свиного навоза

Источ- ник	Размеры частиц, мм	10	7-10	5-7	3-5	2-3	1-2	1,0
3	Гранулометриче- ский состав	1,5	3,0	5,0	8,0	32,5	37,5	32,5
2	"-	-	6,54	-	7,5	13,96	29,76	42,23
3	Гидравлическая крупность	-	-	52	44	36	28	21

Т а б л и ц а 2

Вязкость фугата жидкого свиного навоза

Концентрация, % Т, °С	0,44	0,48	0,51	0,79	0,92
10	0,0160	0,0176	0,0185	0,0206	0,0225
20	0,0125	0,0142	0,0156	0,0171	0,0190
30	0,0109	0,0122	0,0132	0,0150	0,0163
40	0,0992	0,0116	0,0126	0,0138	0,0148
50	0,0880	0,0106	0,0120	0,0128	0,0140

Стоки свиноводческих комплексов достаточно сложные. По данным проведенных нами исследований плотность твердой фазы колеблется в пределах 1100-1330 кг/м³, жидкой - 990 - 1050 кг/м³ в зависимости от концентрации, температуры и т.д. Кислотность среды колеблется от 5,87 до 7,32. Характерно, что рН среды ниже, чем в репродукторных стоках, а выше, чем в откормочных цехах. Вязкость фугата зависит от концентрации суспензий и температуры среды. В таблице 2 приводятся данные динамической вязкости жидкой фазы стоков свиноводческого комплекса совхоза им. В.А. Гагарина в пуазах.

Свиноводческие стоки быстро расслаиваются, как показали данные наших опытов и других исследований [1, 3, 5]. Расслаивание такое интенсивное, что при хранении жидкого навоза широко применяется механическое и пневматическое гомоген-

низирование [3, 5]. В связи с тем, что цеха обработки навоза построены на некотором расстоянии от свинокомплексов (например, в экспериментальном свинокомплексе совхоза имени Д.А. Гагарина на 1,5 км) и во избежание засорения трубопроводов и накопителей навоз гомогенизируют и транспортируют центробежными насосами в цеха обработки, где предусмотрено разделение навоза. Проведенные лабораторные исследования показали, что разделяемость стоков резко ухудшается после транспортировки. В ходе исследований определялась оптимальная скорость осаждения частиц после гомогенизации по методике, приведенной в работе [4]. Лабораторные опыты проводились в следующем порядке:

1. Механическое перемешивание

Пробы для проведения опытов брали после перемешивания в сборном колодце в комплексе и подачи центробежными насосами на очистительной станции. Пробу интенсивно перемешивали в течение 24 часов. После этого определяли оптимальную скорость осаждения.

2. Пневматическое перемешивание

Пробы для опытов брали до перемешивания в сборном колодце в свинокомплексе. В лаборатории проводилось пневматическое перемешивание в течение 4 и 24 часов. После этого определяли оптимальную скорость осаждения.

После статистической обработки данных на ЭВМ получены следующие закономерности:

1) при механическом перемешивании оптимальная скорость обратно пропорциональна концентрации абсолютно сухого вещества C_0 и резко увеличивается при содержании абсолютно сухого вещества ниже 1,0 % (10 г/л).

$$v_0 = 0,430 + \frac{2,460}{C_0} (10^{-2} \text{ мм/с});$$

$$r_k = 0,52;$$

v_0 - оптимальная скорость осаждения (10^{-2} мм/с);

C_0 - концентрация абсолютно сухого вещества в процентах;

r_k - коэффициент корреляции;

2) при пневматическом перемешивании в течение 4 (четырёх) часов оптимальная скорость осаждения прямо пропорцио-

нальна концентрации абсолютно сухого вещества C_0 и превышает v_0 при механическом перемешивании.

$$v_0 = 0,754 - 0,156 C_0 (10^{-1} \text{ мм/с}),$$

$$r_k = 0,55;$$

3) при пневматическом перемешивании в течение 24 часов оптимальная скорость осаждения функционально связана с концентрацией абсолютно сухого вещества, но остается очень низкой.

$$v_0 = 2,109 - 0,365 C_0 (10^{-2} \text{ мм/с}),$$

$$r_k = 0,914.$$

Отсюда следует, что жидкий навоз теряет способность к разделению при перемешивании и, следовательно, в технологических схемах целесообразно применять отстойники прямо у выхода стоков из комплексов. Далее, жидкая фракция не требует гомогенизации перед подачей насосами на очистительные станции. В ходе опытов проверяли способность к разделению твердой фазы стоков и жидкого навоза при центробежном осаждении и вакуумной фильтрации. Для этого определяли индекс центрифугирования и удельное сопротивление фильтрации по методике, приведенной в работе [4]. При определении индекса центрифугирования пользовались лабораторной центрифугой ЦФС-3М объемами стаканов 250 мл. Индекс центрифугирования определяли как с осадка первичных отстойников, так и с жидкого навоза. Осадок из первичных отстойников с влажностью $W = 88,60 \dots 92,8 \%$ имеет хорошую разделяемость при центробежном осаждении, так как индекс центрифугирования $J = 3,26 \dots 5,74 \text{ см}^3/\text{г}$. Жидкий навоз влажностью $W = 97,22 \dots 98,50 \%$ имеет по данным опытов индекс центрифугирования $J = 8,04 \dots 10,21 \text{ см}^3/\text{г}$.

Из вышесказанного следует, что эффективность разделения жидкого навоза центрифугами низкая. Центрифуги целесообразно применять при обезвоживании осадков первичных отстойников.

Применение вакуумной фильтрации для обезвоживания осадков первичных отстойников и жидкого навоза невозможно, потому что значения удельного сопротивления очень высокие. Так при осадках первичных отстойников влажностью $W = 89,40 \dots 92,70 \%$ изменяется в пределах $r = 545 \cdot 10^{-10} \dots 5470 \times 10^{-10} \text{ см/г}$, жидкого навоза влажностью $W = 97 \dots 99 \%$: $r > 3000 \cdot 10^{-10} \text{ см/г}$.

Таким образом, жидкий навоз эффективнее разделять на фракции путем гравитационной седиментации с последующей обработкой осадка центрифугированием. Цеха фракционирования жидкого навоза следует проектировать до насосной станции для подачи навоза в цеха обработки. В связи с тем, что с предварительной аэрацией в течение четырех часов увеличивается оптимальная скорость осаждения и стабилизируется кислотность среды, целесообразно проводить вторичное отстаивание с предварительной аэрацией. В ходе опытов определили эффект удаления органических веществ, БПК₅, общего азота и фосфора при осаждении. По данным лабораторных опытов выяснилось, что после полного осаждения жидкого навоза средний эффект удаления органических веществ 36,6 %, БПК₅ - 24,1 %, общего азота - 17,7 % и фосфора - 35,5 %. После предварительной аэрации в течение четырех часов эффект удаления органических веществ - 41,6 %; БПК₅ - 33,8 % общего азота - 31,2 % и фосфора - 61,6 %, что превышает соответственные показатели отстойного фугата жидкого навоза на 1,59; 1,73; 1,76 и 1,74 раза.

Л и т е р а т у р а

1. Л ё р Р. Переработка и использование сельскохозяйственных отходов. М., Колос, 1979, 415 с.
2. Лукьяненко И.И. Переработка свиного навоза фильтрованием. - Механизация социалистического сельского хозяйства. 1973, № 7, с. 20-22.
3. Методические рекомендации по проектированию систем обеззараживания и утилизации навоза и помета. М., 1981. 136 с.
4. Руденко К.Г., Шемаханов М.М. Обезвоживание и пылеулавливание. М., Недра, 1981, 350 с.
5. K o r i a t h H. et al. Güllewirtschaft - Gülledüngung. Berlin, VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, 1975. 272 S.

On Separation of Pig Slurry

Summary

This paper gives the results of laboratory experiments of thickening of pig slurry. The experimental results showed that at separation it is recommendable to use gravitational settling. Centrifugation is more suitable for thickening the solids in settling tanks. Due to high specific resistance to filtration of pig slurry, filtration cannot be applied for its treatment.

О г л а в л е н и е

1.	Л.Л. Пааль, В.А. Колоярцев. Формирование качества воды при нестационарном выпуске сточных вод...	3
2.	Л.Л. Пааль, Л.А. Руга, В.А. Сууркаск. Прогнозирование качества воды рек с применением вероятностных характеристик.....	13
3.	П.О. Эннет, П.Т. Куслап. Определение скорости потребления кислорода в системе "Вода - донные отложения"	23
4.	А.К. Вески, Я.Я. Кару. О проектировании многослойных фильтров.....	31
5.	Л.Я. Айнола, Т.А. Коппель. Уравнения движения возмущений ламинарного нестационарного течения сжимаемой жидкости в цилиндрической трубе.....	37
6.	Э.А. Руустал. Анализ динамических процессов в трубе с одиночным цилиндрическим телом.....	47
7.	Э.Г. Каск, Т.А. Коппель. Изучение нестационарного течения жидкости в трубе методом визуализации....	55
8.	Ю.Ю. Ламп. Смена режимов течения жидкости при ускоренном движении.....	63
9.	Ю.Ю. Ламп, У.Р. Лийв. Исследование универсального закона распределения скоростей в трубах при разгоне жидкости из состояния покоя	69
10.	Х.А. Мельдер. Анализ параметров процесса биоочистки в компактных аэротенках на основе эксплуатационных данных.....	77
11.	А.Г. Вызу. Использование извести и ее заменителей в обработке сточных вод.....	85
12.	В.А. Блонская. Исследование кинетики процессов нитрификации и денитрификации при низких концентрациях азота.....	91
13.	Р.Э. Соонсейн. Разделяемость стоков свиноводческих комплексов.....	95



ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Труды ТПИ № 544
НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМАХ
ВОДОСНАБЖЕНИЯ И ВОДООТВЕДЕНИЯ

Санитарная техника ХУ1

Редактор Х. Тибар

Техн. ред. М. Тамме

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 13.01.83

Подписано к печати 01.07.1983

Формат 60x90/16. Печ. л. 6,5 + 0,5 прил. Уч.-изд. л. 5,25

Тираж 300. МВ-06599.

Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № 495

Цена 80 коп.

© Таллинский политехнический институт, 1983

Цена 80 коп.