ISSN 0136-3549
0203-7343

TALLINNA
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED

624

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

TPI '86

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

624

TPI '86

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.01/04

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Строительные конструкции и строительная механика XXУ

Таллин 1986

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Труды ТПИ № 624

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Строительные конструкции и строительная механика ХХУ

На русском языке
Отв. ред. В. Яанисо
Техн. редактор В. Ранник
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 10.06.86
Подписано к печати 24.12.86
МВ-11725
Формат 60х90/16
Печ. л. 8,75 + 0,5
Уч.-изд. л. 7,4
Тираж 300
Зак. № 4/1987
Цена 1 руб. 10 коп.
Таллинский политехнический институт,
200108 Таллин, Эхитаяте теэ, 5
Ротапринт ТПИ, 200006 Таллин, ул. Коскла, 2/9

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.041

И.И. Ааре, А.А. Сарап

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ТОНКОСТЕННОЙ БАЛКИ-СТЕНКИ

Расчет балок-стенок значительно отличается от расчета относительно длинных балок. В балках-стенках большое влияние на работу оказывают сдвигающие усилия, которые возникают от поперечных нагрузок. В работе [1] исследовалось напряженное состояние балки-стенки численным методом (МКЭ), а в работе [2] получен аналитический метод расчета. Результаты в основном хорошо совпадают. Наибольшие расхождения возникают в точках, где приложена нагрузка или ребро опирается на опору. Притом по методу конечных элементов (МКЭ), напряжение в этих точках больше.

При расчете балки-стенки сделаны некоторые допущения в сторону идеализации конструкции. Кроме того, в реальных конструкциях имеются некоторые начальные несовершенства. В конечном счете все это приводит к результатам, отличающимся от действительных. Необходимо определить, в какую сторону (в большую или в меньшую) отклоняются результаты теоретического расчета от экспериментального и насколько?.

Результаты испытаний

Испытывалась сварная балка-стенка (рис. I) из стали ВСт3пс5, с высотой стенки $h_0 = 1000$ мм, длиной пролета $l = 2000$ мм и толщиной стенки $t = 6$ мм. Сечение пояса и крайних ребер - 315x16 мм и среднего ребра - 315x32 мм. Нагрузка передается на балку-стенку через среднее ребро жесткости.

Для измерения деформаций использовались проволочные электрические тензометры с базой 20 мм, наклеенные с двух сторон. Прогибы стенки измерялись индикаторами с ценой деления 0,01 мм. Первоначальный прогиб стенки местами достигал до 9 мм, т.е. 1,5t. Нагрузка увеличивалась ступенями через десять тонн.

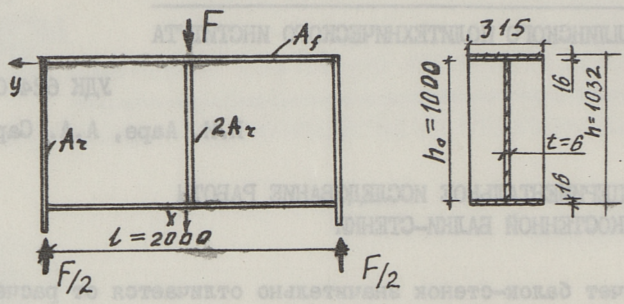


Рис. 1. Балка-стенка.

Выпучивание стенки происходит уже при малых нагрузках с образованием двух полуволн. Амплитуда полуволны растет нелинейно и при нагрузке 80 тонн достигает в отдельных точках 3,6 мм. Нагрузка потери несущей способности 116 тонн при прогибе стенки 5,5 мм.

На рис. 2 и 3 приведены эпюры сдвигающих напряжений (аналитически и экспериментально). Отсюда видно, что результаты аналитического расчета несколько превышают экспериментальные. Можно предположить, что часть нагрузки передается через пояс на стенку (как распределенная). В верхней части опорного ребра и в нижней части среднего ребра увеличиваются сдвигающие напряжения по сравнению с аналитическим расчетом.

С выпучиванием стенки происходит перераспределение макс. нормальных и сдвигающих напряжений и возникают изгибные напряжения. По рис. 4 и 5 видно, что нормальные напряжения σ_y резко уменьшаются и теоретические нормальные напряжения больше экспериментальных. Среднее нормальное напряжение (без напряжения изгиба пояса) в верхнем поясе $\sigma_{y\,cp}$=-16,5 МПа и в нижнем поясе $\sigma_{y\,cp}$= 11,5 МПа (по рис. 4) и соответственно в верхнем поясе $\sigma_{y\,cp}$= -66,15 МПа и в нижнем поясе $\sigma_{y\,cp}$= 60,8 МПа (по рис. 5).

В области, где приложена нагрузка, стенка воспринимает меньшие σ_y-напряжения, дополнительно загружая верхний пояс.

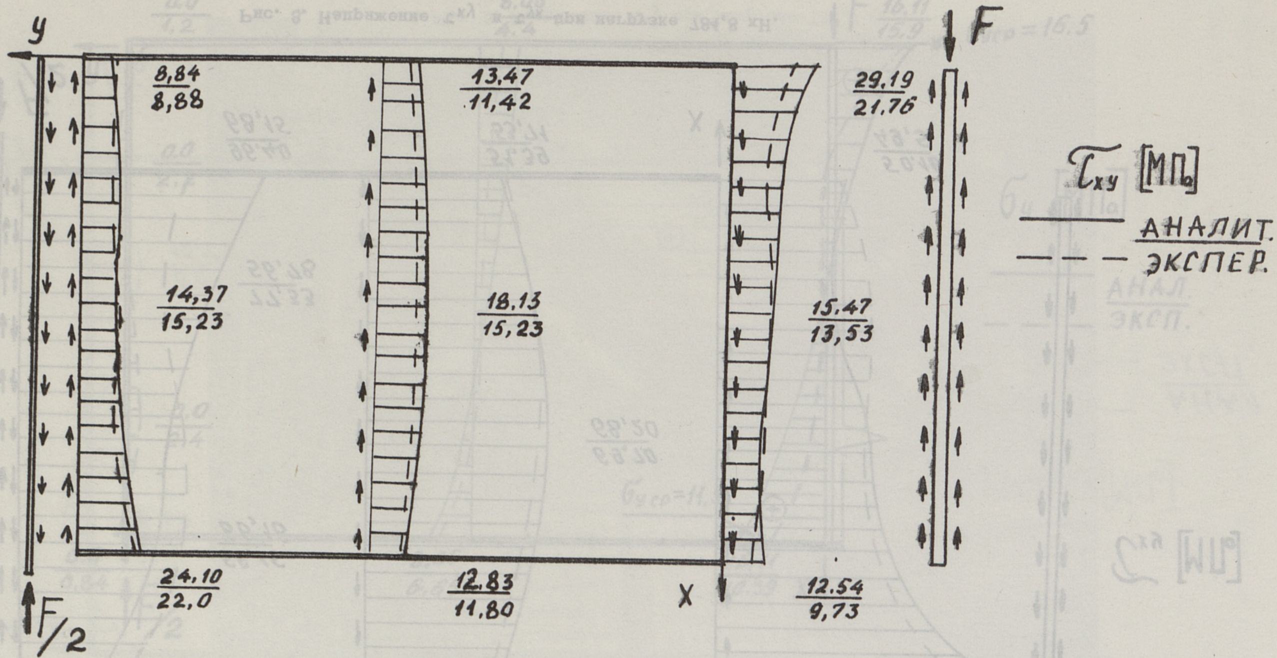


Рис. 2. Напряжение τ_{xy} и τ_{yx} при нагрузке 196,2 кН.

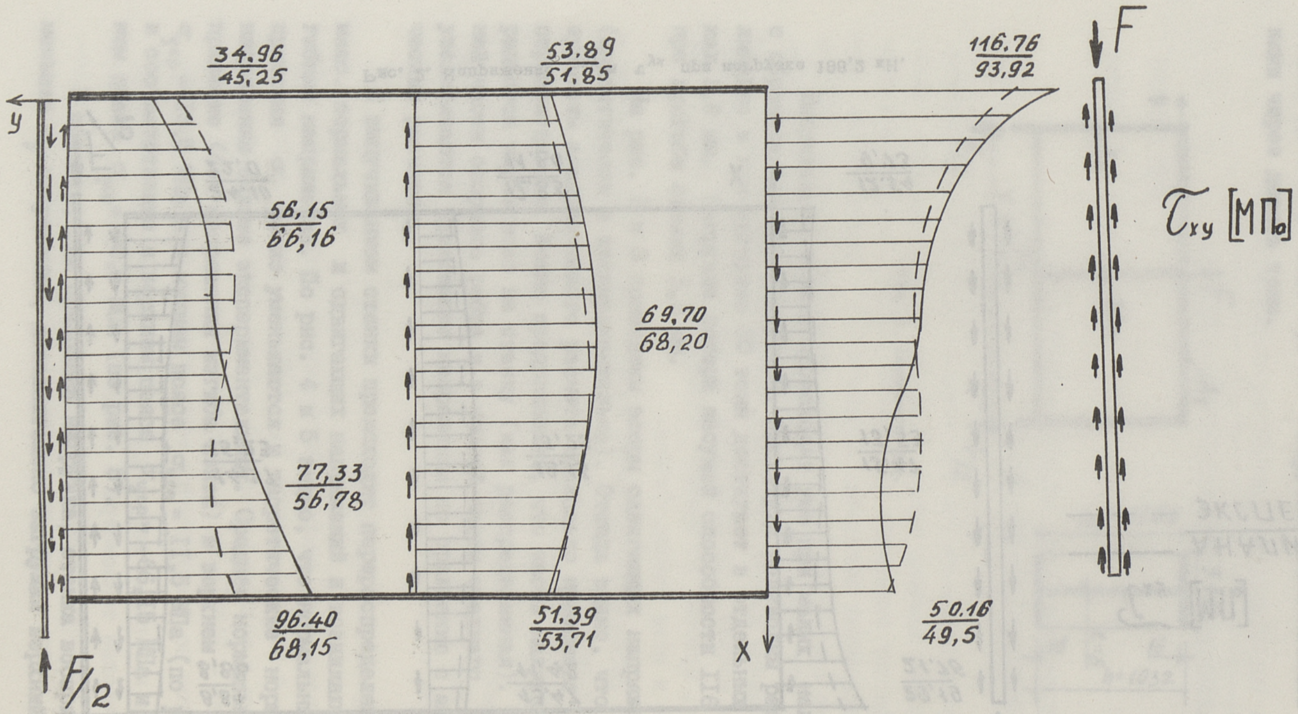


Рис. 3. Напряжение τ_{xy} и τ_{yx} при нагрузке 784,8 кН.

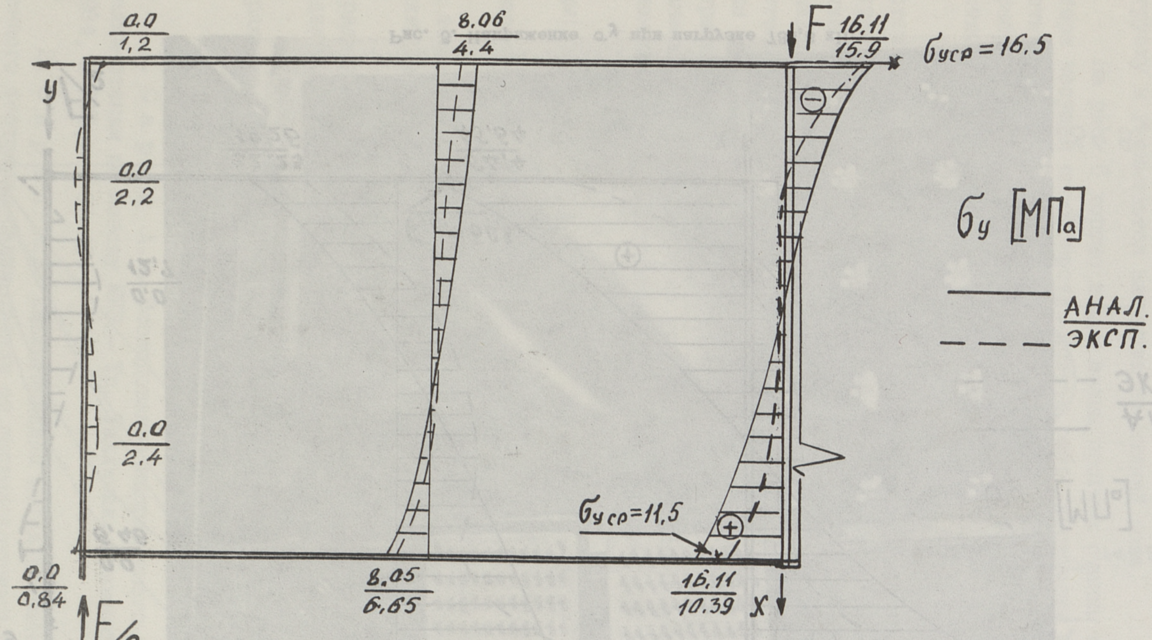


Рис. 4. Напряжение σ_y при нагрузке 196,2 кН.

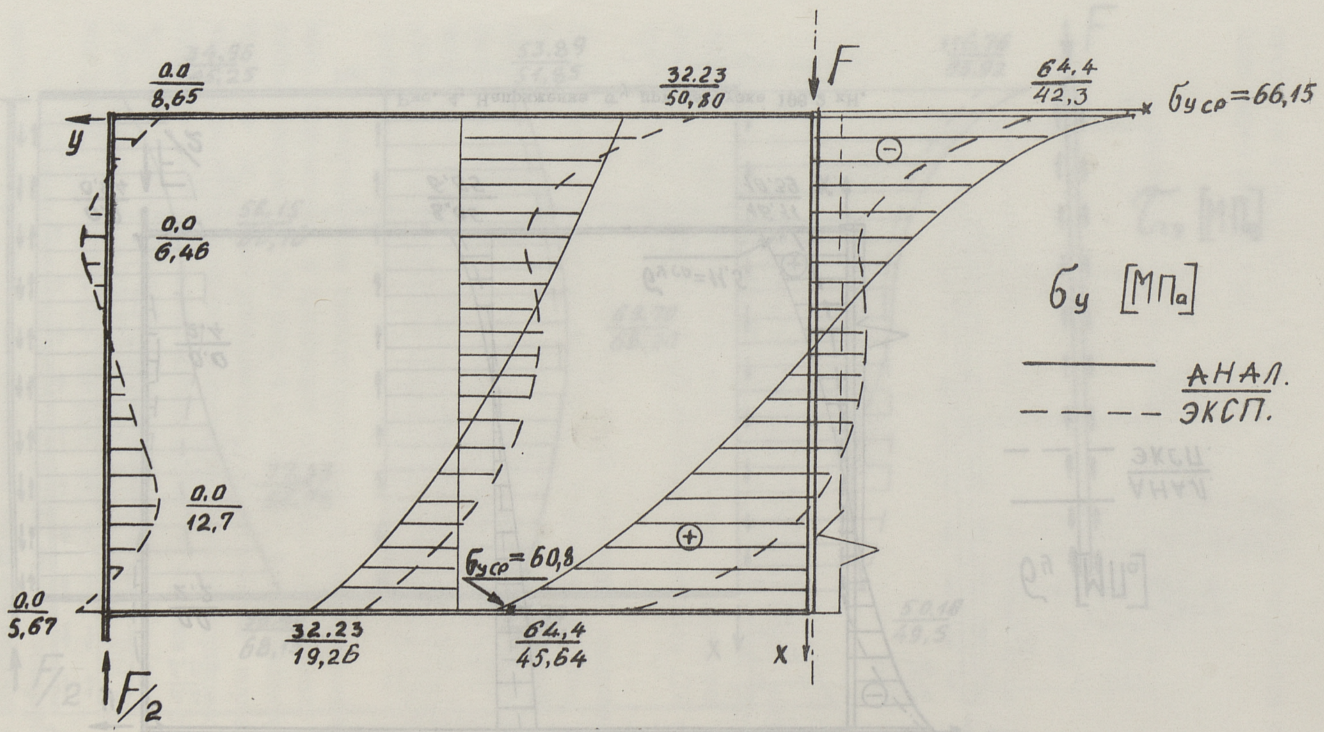


Рис. 5. Напряжение σ_y при нагрузке 784,8 кН.

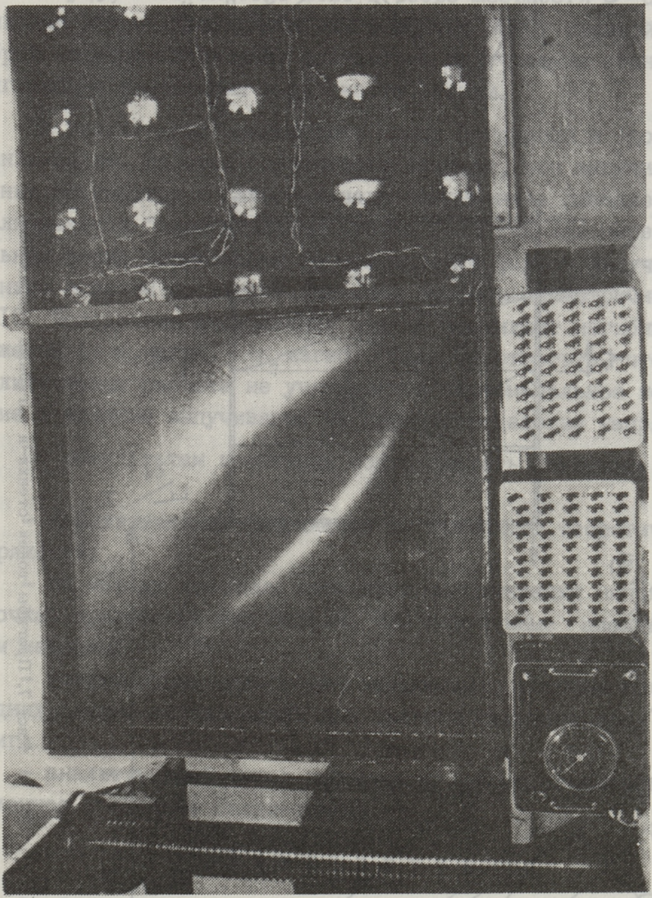


Рис. 6. Картина прогибов балки-стенки после испытания.

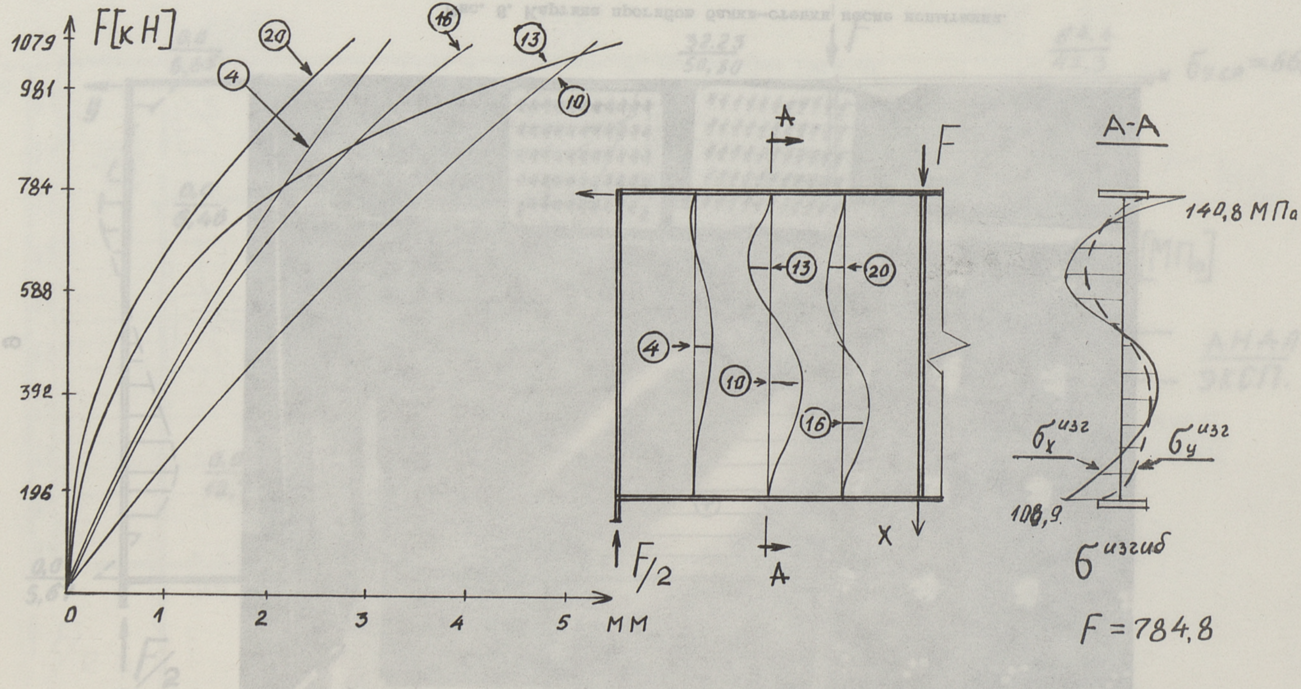


Рис. 7. Прогибы точек стенки и изгибные напряжения.

В нижней части среднего ребра, где растягивающие напряжения направлены вдоль диагонали, стенка воспринимает меньшую нагрузку и уменьшается нагрузка на нижний пояс.

На рис. 6 хорошо видны волны прогиба стенки после потери несущей способности. Пояс и ребро жесткости в области стыковки искривляются, так как в местах между стенкой и ребром (поясом) возникают вследствие выпучивания стенки растягивающие напряжения в плоскости стенки.

На рис. 7 дана зависимость между нагрузкой и прогибами стенки-балки. Из этой зависимости следует, что выпучивание стенки начинается с самого начала нагружения. Вначале они увеличиваются более медленно (точка I3), так как первоначальная форма искривления не совпадает с формой выпучивания стенки, а затем достигают значения прогиба симметричной точки I0. Вследствие выпучивания стенки возникают изгибные напряжения (σ_xизгиб, σ_yизгиб). Следует отметить, что при аналитическом расчета не учитывается первоначальное искривление и влияние выпучивания на перераспределение напряжений.

По результатам испытания можно сделать следующие выводы:

- действительные напряжения не превышают теоретических напряжений;
- по методу конечных элементов концентрация напряжений в точках приложения сил больше, чем полученные аналитическим методом;
- максимальные сдвигающие напряжения, которые больше средних, можно использовать при расчете сварного шва на сдвиг;
- аналитический метод достаточно хорошо описывает напряженное состояние балки-стенки.

Литература

I. Сарап А.А. Исследование напряженного состояния балки-стенки по методу МКЭ.- Тр. Таллинск. политехн. ин-та, I984, № 575, с. 3I-4I.

2. Сарап А.А. Аналитический метод расчета напряженного состояния балки-стенки от сосредоточенной силы. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, I985, № 596, с. 25-35.

J. Aare, A. Sarap

Experimentelle Untersuchung der Arbeit des Blechwandbalkens

Zusammenfassung

Der Wandbalken wird auf zwei Auflagern untersucht. Die konzentrierte Kraft wirkt im oberen Teil und überträgt die Belastung über die Rippen.

Das Ergebnis der experimentellen Untersuchung wird graphisch dargestellt. Das Ergebnis der analytischen Berechnung wird angegeben; es kongruiert gut mit dem Ergebnis der experimentellen Untersuchung.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.074.433

И.И. Ааре, А.В. Рейманн

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОМЫШЛЕННОГО АВТОКЛАВА НА ДВУХ ОПОРАХ

В 1985 году в ПО "Силикат" МПСМ Эстонской ССР были проведены тензометрические исследования автоклава строительной индустрии диаметром 2 м и длиной 19 м (толщина стенки 16 мм), установленного на две торцевые опоры (рис. 1).

Цели экспериментального исследования

1. Определение напряженно-деформированного состояния двухопорного автоклава в тех районах, где ожидаются наибольшие напряжения (в окрестности опоры и в середине пролета автоклава) под действием локальных нагрузок, вызванных тележками с изделиями (рис. 2) и передаваемых на стенку автоклава через подрельсовые опоры (башмаки).

2. Измерение радиальных перемещений в середине пролета автоклава под действием тех самых локальных нагрузок.

3. Сравнение экспериментальных данных с результатами аналитических расчетов [1], а также с результатами, полученными при помощи метода конечных элементов [2].

С целью исследования напряженно-деформированного состояния стенки автоклава использовались электрические проволочные тензометры сопротивления (датчики), которые наклеены (клеем БФ-2) на обе стороны стенки автоклава. База используемых датчиков - 20 мм. Отсчеты датчиков регистрировались автоматическим тензометрическим мостом АИД-2М.

Для исследования радиальных перемещений стенки в середине пролета автоклава использовались 4 прогибомера Максимова, цена деления которых 0,1 мм.

Автоклав загрузили полной нагрузкой (рис. 2). При этом интенсивность распределенной нагрузки составила 40 кН/м.

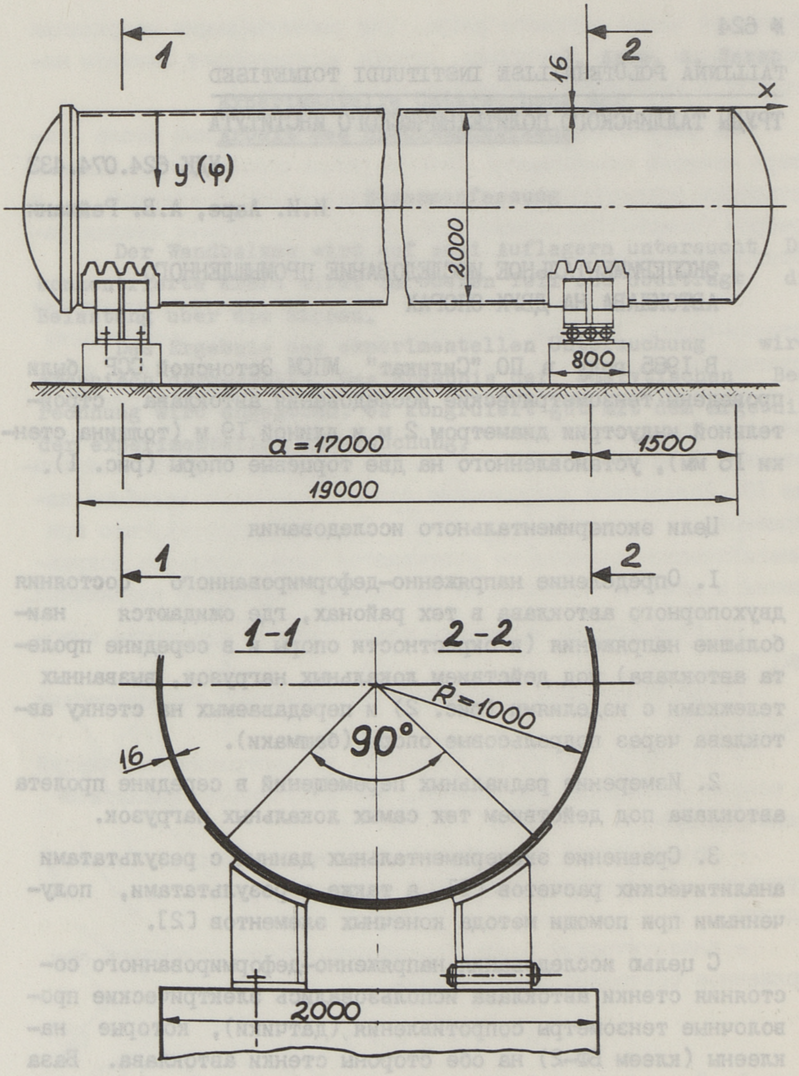


Рис. 1. Схема автоклава на двух опорах.

Результаты экспериментальных исследований представлены на рисунке 3.

На рис. 3:

M_x, M_φ – изгибающие моменты соответственно в продольном и окружном направлениях автоклава;

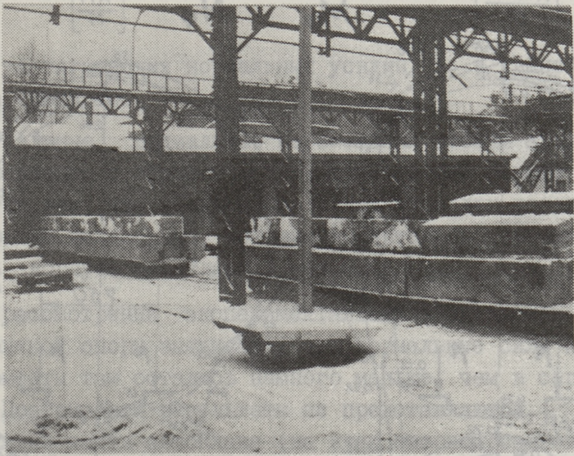


Рис. 2. Тележки с полной нагрузкой.

N_x, N_φ - нормальные усилия соответственно в продольном и окружном направлениях автоклава;

W - радиальные перемещения.

При рассмотрении экспериментальных результатов, полученных в серединном поперечном сечении автоклава ($x = a/2$), наблюдается довольно удовлетворительное совпадение с результатами теоретических расчетов (рис. 3). Конечно, следует отметить, что расчетные схемы значительно отличаются от действительности. Например, если при аналитических расчетах полагается распределение локальных нагрузок от рельсов равномерным, то в действительности локальные нагрузки передаются на стенку автоклава через башмаки, находящиеся под рельсами с расстоянием друг от друга около 0,8 м.

При рассмотрении результатов эксперимента в серединном поперечном сечении автоклава можно отметить следующее:

I. Очертание эпюры экспериментально найденных изгибающих моментов близкое к очертанию аналитически найденной эпюры. Наибольшие различия в районах опирания башмака, где локальные моменты превосходят теоретически найденные на 25...
...30 %.

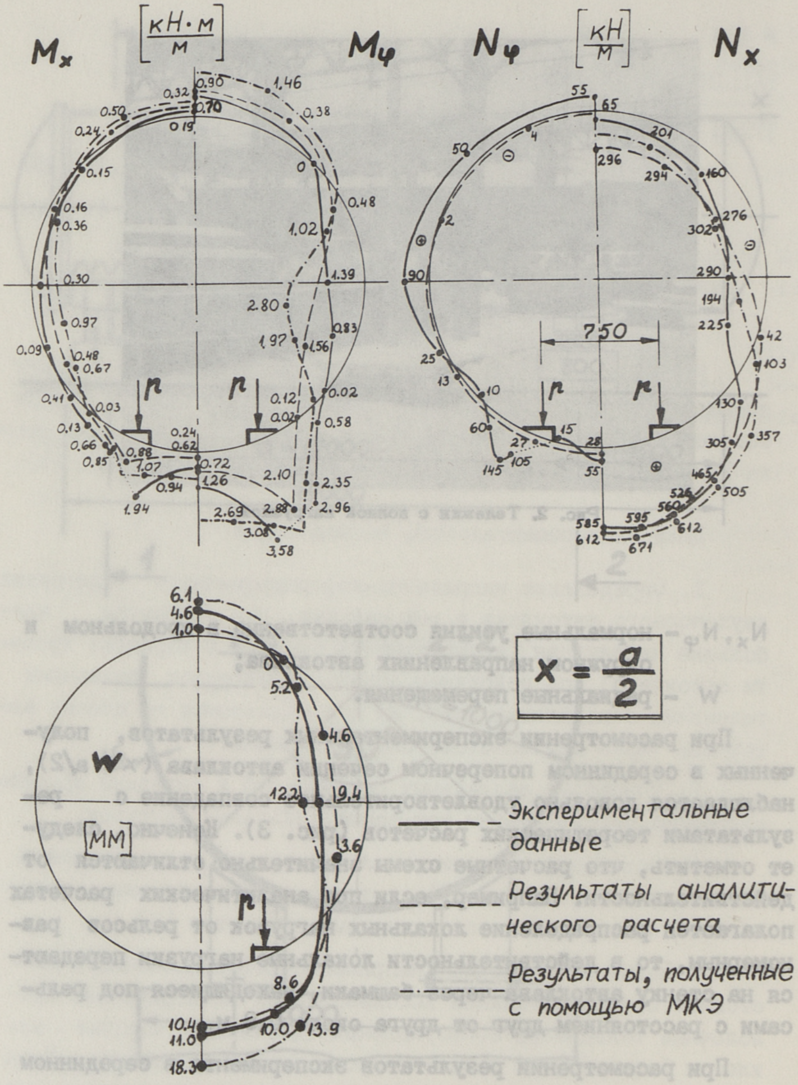


Рис. 3. Результаты эксперимента в середине пролета автоклава.

2. Отличие реального распределения нормальных усилий по периметру поперечного сечения автоклава по сравнению с расчетным более существенное. При этом все же максимальные

значения растягивающих нормальных усилий N_x в нижней части автоклава совпадают.

3. Реальные радиальные перемещения стенки автоклава w по сравнению с теоретическими существенно меньше. Это объясняется тем, что реальный автоклав укреплен дополнительными опорными накладками, которые значительно увеличивают жесткость корпуса автоклава в целом.

При рассмотрении экспериментальных результатов в районе неподвижной опоры выявилось, что нормальные силы и изгибающие моменты там остались намного меньше, чем в середине пролета. Поэтому эти результаты не представляются.

В нижней части автоклава (на краю опорной седловой накладки) не удалось измерить ожидаемых там концентраций напряжений, поскольку край седловой накладки во время проведения эксперимента не был в контакте со стенкой автоклава.

Учитывая вышесказанное, определяющим с точки зрения прочности становится прочность стенки в середине пролета автоклава.

Выводы

I. Наиболее напряженной является нижняя часть автоклава, расположенная между рельсами.

2. Для снижения локальных повышенных напряжений в районе опирания рельсов требуется совершенствование конструкции башмаков.

3. Для достижения более равномерного распределения усилий в районе опор предполагается целесообразным заменить опорные накладки опорными кольцами.

4. Несмотря на некоторые различия в экспериментальных и теоретических результатах, эксперимент в основном подтвердил теоретические соображения. Для более точной оценки применимости двухопорных автоклавов все же необходимы дополнительные эксперименты в рабочем состоянии (т.е. в условиях внутреннего давления, неравномерного распределения температуры, а также учитывая собственный вес конструкции).

Литература

1. А а р е И.И., Р е й м а н н А.В. О расчете автоклавов опирающихся на две опоры. – Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1985, № 596, с. 15-23.

2. Р е й м а н н А.В. О некоторых результатах расчета автоклавов методом конечных элементов. – Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1985, № 596, с. 91-99.

J. Aare, A. Reimann

An Experimental Investigation of the Industrial Autoclave Resting on Two Abutments

Abstract

The article presents some results of the experimental investigation of the industrial autoclave, resting on two edge abutments under local loading.

The location and construction of abutments and the preparation of the experiment are described.

In the end of the report the graphs of bending moments, normal forces and radial displacements are given.

The results of the experiment are compared with the results of theoretical calculations.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.072

В.А. Воронов

РАСЧЕТ КОРПУСА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СТАЛЬНОГО АППАРАТА КОЛОННОГО ТИПА НА НАГРУЗКУ ОТ МОНТАЖНЫХ ШТУЦЕРОВ ИЛИ БЕСТРОСОВЫХ ЗАХВАТОВ

В настоящее время строповка крупногабаритных тяжеловесных аппаратов при их монтаже осуществляется, в основном, с помощью монтажных штуцеров или бестросовых захватов. При этом в области установки указанных строповых устройств на корпус аппарата действуют значительные нагрузки от его массы в виде изгибающих моментов и тангенциальных сил. Причем, направление этих нагрузок относительно аппарата в процессе подъема непрерывно изменяется от поперечного в начале подъема до продольного в конечной стадии. Вопросы обеспечения прочности корпуса аппарата в области установки строповых устройств является важнейшим фактором надежности и безопасности монтажных работ. Поэтому институтом "Гипронефтеспецмонтаж" совместно с кафедрой строительных конструкций Таллинского политехнического института были проведены исследования напряженного и деформированного состояния корпуса стального цилиндрического аппарата на локальные нагрузки от монтажных штуцеров и бестросовых захватов. Для теоретических расчетов напряженно-деформированного состояния корпуса аппарата цилиндрической формы от действия локальных нагрузок была использована модель в виде цилиндрической оболочки, свободно опирающейся по концам. Расчет производился методом конечных элементов, являющимся наиболее универсальным при различных видах внешнего нагружения. В качестве конечного элемента принимался пластинчатый прямоугольный элемент с шестью степенями свободы в каждом узле. В этом случае непрерывная поверхность цилиндрической формы представляется в виде системы плоских прямоугольных элементов, соединенных между собой в узлах. Внешняя нагрузка представлялась в виде системы узловых сил статически эквивалентной реальному загружению. Материал оболочки является изотропным и подчиняется закону Гука. Необходимая точность решения достигалась путем оптимального выбора размеров оболочки и конечных элементов. Учитывая характер распределения напряжений в оболочке от локальных нагрузок и с целью повышения точности расчетов, размеры конечных элементов в области приложения нагрузки выбираются меньшими, чем в остальной области. Как показали предварительные расчеты, достаточная степень точности достигается при длине оболочки, равной: $L=6R$, и размерах конечных элементов, приведенных в таблице I. Принятая расчетная схема цилиндрической оболочки и разбивка ее поверхности на конечные элементы приведены на рис. I.

Т а б л и ц а I

Относительная длина оболочки	Относительные размеры конечных элементов								Количество конечных элементов (шт.)
	область I		область П		область Ш		область IУ		
$\frac{L}{R}$	$\frac{a_1}{R}$	$\frac{b_1}{R}$	$\frac{a_2}{R}$	$\frac{b_2}{R}$	$\frac{a_3}{R}$	$\frac{b_3}{R}$	$\frac{a_4}{R}$	$\frac{b_4}{R}$	
6	0,10	0,10	0,10	0,205	0,205	0,10	0,205	0,205	1702

Расчеты производились по программе "Спринт", разработанной на кафедре строительной механики Московского института инженеров транспорта на ЭВМ ЕС-1035. Рассматривались три конструктивных решения узла соединения штуцера или бестросового захвата с корпусом аппарата:

I. С помощью квадратной листовой коробки, приваренной к аппарату по периметру.

2. С помощью короткой цилиндрической оболочки (патрубка), приваренной к аппарату по периметру.

3. С помощью системы ребер, установленных по концам крестообразного штуцера в окружном направлении и приваренных к корпусу аппарата.

Схемы приложения нагрузок на оболочку от штуцеров различной конструктивной формы приведены на рис. 2.

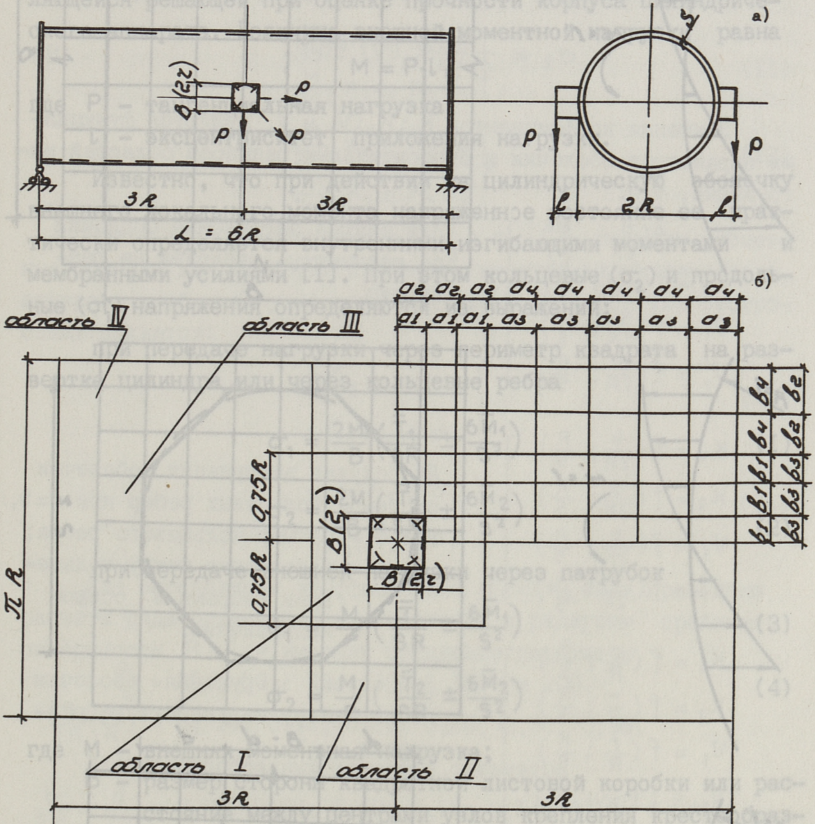


Рис. 1. а) Расчетная схема цилиндрической оболочки на локальные моментные и тангенциальные нагрузки.
б) Разбивка поверхности оболочки на конечные элементы прямоугольной формы.

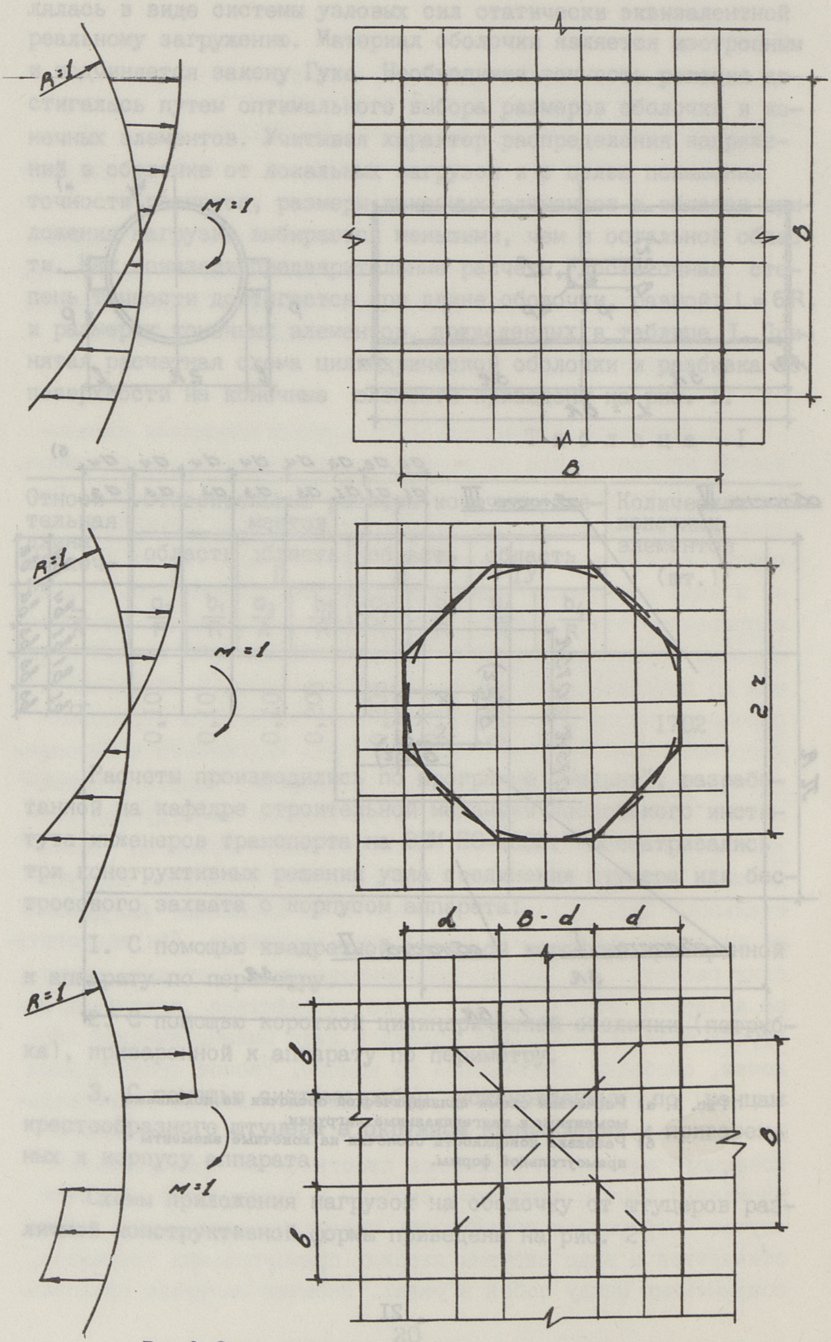


Рис. 2. Схемы приложения нагрузок в узлах конечных элементов.

Экспериментальные и теоретические исследования показали, что при имеющихся конструктивных решениях штуцеров, влияние тангенциальных сил на напряженное и деформированное состояние корпуса аппарата невелико и им можно пренебречь при практических расчетах. Поэтому в настоящей статье рассматривается нагружение оболочки только моментной нагрузкой, являющейся решающей при оценке прочности корпуса цилиндрического аппарата. Величина внешней моментной нагрузки равна

$$M = P \cdot l,$$

где P – тангенциальная нагрузка;

l – эксцентриситет приложения нагрузки.

Известно, что при действии на цилиндрическую оболочку внешнего локального момента напряженное состояние ее практически определяется внутренними изгибающими моментами и мембранными усилиями [I]. При этом кольцевые (σ_2) и продольные (σ_1) напряжения определяются из выражений:

при передаче нагрузки через периметр квадрата на развертке цилиндра или через кольцевые ребра

$$\sigma_1 = \frac{2M}{B}\left(\frac{\bar{T}_1}{SR} \pm \frac{6\bar{M}_1}{S^2}\right) \tag{I}$$

$$\sigma_2 = \frac{2M}{B}\left(\frac{\bar{T}_2}{SR} \pm \frac{6\bar{M}_2}{S^2}\right) \tag{2}$$

при передаче внешней нагрузки через патрубок

$$\sigma_1 = \frac{M}{r}\left(\frac{\bar{T}_1}{SR} \pm \frac{6\bar{M}_1}{S^2}\right) \tag{3}$$

$$\sigma_2 = \frac{M}{r}\left(\frac{\bar{T}_2}{SR} \pm \frac{6\bar{M}_2}{S^2}\right) \tag{4}$$

где M – внешняя моментная нагрузка;

B – размер стороны квадратной листовой коробки или расстояние между центрами узлов крепления крестообразного штуцера к кольцевым ребрам (рис. 2);

r – радиус срединной поверхности патрубка;

R и S – радиус срединной поверхности и толщина оболочки;

$\bar{M}_1; \bar{M}_2; \bar{T}_1; \bar{T}_2$ – безразмерные значения внутренних моментов и мембранных сил.

Вводя обозначения $K_1 = 12\bar{M}_1$; $K_2 = 12\bar{M}_2$; $\frac{\bar{T}_1}{6\bar{M}_1} \cdot \frac{S}{R} = \nu_1$ и $\frac{\bar{T}_2}{6\bar{M}_2} \cdot \frac{S}{R} = \nu_1'$ и производя преобразования формул (I)–(4), получим:

$$\sigma_1 = \frac{M}{BS^2} K_1(\mathcal{V}_1 \pm 1) \qquad (5)$$

$$\sigma_2 = \frac{M}{BS^2} K_2(\mathcal{V}_1' \pm 1) \qquad (6)$$

$$\sigma_1 = \frac{M}{2rS^2} K_1(\mathcal{V}_1 \pm 1) \qquad (7)$$

$$\sigma_2 = \frac{M}{2rS^2} K_2(\mathcal{V}_1' \pm 1). \qquad (8)$$

Значения коэффициентов $K_1; K_2; \mathcal{V}_1$ и $\mathcal{V}_1'$ являются функциями параметров оболочки и относительных размеров областей загружения, т.е.

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= f\left(\frac{B}{2R}; \frac{R}{S}\right)\\ K_2 &= f\left(\frac{B}{2R}; \frac{R}{S}\right)\\ \mathcal{V}_1 &= f\left(\frac{B}{2R}; \frac{R}{S}\right)\\ \mathcal{V}_1' &= f\left(\frac{B}{2R}; \frac{R}{S}\right)\end{aligned}\right\}$$

Для случая загружения оболочки по периметру квадрата на развертке.

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= f\left(\frac{b}{2R}; \frac{R}{S}\right)\\ K_2 &= f\left(\frac{b}{2R}; \frac{R}{S}\right)\\ \mathcal{V}_1 &= f\left(\frac{b}{2R}; \frac{R}{S}\right)\\ \mathcal{V}_1' &= f\left(\frac{b}{2R}; \frac{R}{S}\right)\end{aligned}\right\}$$

Для случая загружения оболочки системой кольцевых ребер при $d = b$,
где b – размер кольцевого ребра;
d – расстояние между кольцевыми ребрами в осевом направлении.

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= f\left(\frac{r}{R}; \frac{R}{S}\right)\\ K_2 &= f\left(\frac{r}{R}; \frac{R}{S}\right)\\ \mathcal{V}_1 &= f\left(\frac{r}{R}; \frac{R}{S}\right)\\ \mathcal{V}_1' &= f\left(\frac{r}{R}; \frac{R}{S}\right)\end{aligned}\right\}$$

Для случая загружения оболочки по периметру окружности на развертке.

В соответствии с [2] величина предельно допустимого условного напряжения $[\sigma]$, подсчитанного из условия упругой работы материала оболочки, равна

$$[\sigma] = K_3 \cdot \sigma_т, \qquad (9)$$

где K_3 – коэффициент, учитывающий упругопластическую работу материала оболочки и наличие мембранных напряжений;

$\sigma_т$ – предел текучести материала оболочки.

Значения коэффициента K_3 могут быть получены по формуле [3]:

$$K_3 = \frac{1}{3\nu^2}\left(\sqrt{9\nu^2+1}-1\right). \qquad (10)$$

В этом случае условия предельного состояния цилиндрической оболочки при локальном загружении будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{M}{BS^2}K_1 &\le K_3\sigma_T \\ \frac{M}{BS^2}K_2 &\le K_3\sigma_T \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{M}{2rS^2}K_1 &\le K_3\sigma_T \\ \frac{M}{2rS^2}K_2 &\le K_3\sigma_T \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Вводя сюда обозначения $n_1=\frac{K_1}{K_3}$ и $n_2=\frac{K_2}{K_3}$, получим расчетные формулы для проверки прочности корпуса цилиндрического аппарата в области установки монтажных штуцеров или бестросовых захватов:

$$\left.\begin{aligned} \frac{M}{BS^2}n_1 &\le \sigma_T \\ \frac{M}{BS^2}n_2 &\le \sigma_T \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{M}{2rS^2}n_1 &\le \sigma_T \\ \frac{M}{2rS^2}n_2 &\le \sigma_T \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Для определения коэффициентов n_1 и n_2 были проведены расчеты ряда цилиндрических оболочек с радиусом срединной поверхности $R=1$ и имеющих следующие параметры

$\frac{R}{S}$ = 25; 50; 75; 100; 150 и 200.

$\frac{B}{2R}\left(\frac{r}{R}\right)$ = 0; 10; 0,15; 0,20; 0,25; 0,30; 0,35.

Для крестообразных штуцеров параметры

$\frac{b}{2R}=\frac{d}{2R}$ = 0,05; 0,08; 0,10; 0,12; 0,14; 0,16; 0,20.

Коэффициент Пуассона ν = 0,3.

Модуль упругости $E = 2{,}1\cdot 10^6$ кгс/см^2

Посередине длины оболочки прикладывались два противоположных по знаку момента, равных 1 и действующих на диаметрально противоположных площадках. Внешняя моментная нагрузка заменялась системой статических эквивалентных сил, приложенных в узлах конечных элементов. Причем, величины сил в направлении действия момента изменялись по линейному закону, за исключением нагрузки от крестообразного штуцера, где кольцевые ребра загружены равномерно по длине. Схемы приложения внешних нагрузок приведены на рис. 2. При использовании штуцеров квадратной формы и в виде патрубка рассматривалось направление внешних моментов в окружном и продольном направлениях, а для крестообразных штуцеров также и в направлении под углом 45^{0} к продольной оси оболочки. Полученные в результате расчетов максимальные значения коэффициента $n_{max}|n_1; n_2|$ при различных случаях загружения приведены в таблицах 2–4.

Т а б л и ц а 2

Значения коэффициентов n_{max} при нагружении оболочки по периметру квадрата

B/2R \ R/S	25	50	75	100	150	200
Моментная нагрузка в окружном направлении						
0,10	0,772	0,704	0,676	0,661	0,617	0,603
0,15	0,712	0,637	0,599	0,550	0,507	0,483
0,20	0,647	0,566	0,477	0,443	0,387	0,353
0,25	0,573	0,474	0,396	0,354	0,335	0,305
0,30	0,489	0,396	0,355	0,328	0,297	0,281
0,35	0,393	0,354	0,338	0,305	0,281	0,246
Моментная нагрузка в продольном направлении						
0,10	0,634	0,563	0,486	0,410	0,335	0,291
0,15	0,500	0,392	0,312	0,260	0,200	0,169
0,20	0,411	0,265	0,212	0,178	0,149	0,129
0,25	0,378	0,215	0,172	0,141	0,116	0,101
0,30	0,289	0,176	0,140	0,114	0,092	0,079
0,35	0,240	0,153	0,124	0,094	0,076	0,065

Экспериментальные исследования напряженного состояния ряда цилиндрических оболочек при локальном загружении, соответствующем нагружению от штуцеров приведенных конструкций, показали следующее.

При передаче нагрузки на оболочку через штуцера квадратной формы и в виде патрубка теоретические значения максимальных нормальных кольцевых и продольных напряжений, а также радиальных прогибов несколько превышают экспериментальные. Максимальное расхождение составляет 14,7 %. Это объясняется тем, что при теоретическом расчете не учитывалась жесткость самого

Т а б л и ц а 3

Значения коэффициентов n_{max} при нагружении оболочки по периметру окружности

$\frac{r}{R}$ \ $\frac{R}{S}$	25	50	75	100	150	200
Моментная нагрузка в окружном направлении						
0,10	0,854	0,839	0,832	0,826	0,815	0,798
0,15	0,831	0,799	0,760	0,747	0,699	0,673
0,20	0,777	0,684	0,623	0,591	0,507	0,463
0,25	0,704	0,594	0,521	0,491	0,398	0,349
0,30	0,643	0,516	0,453	0,410	0,338	0,295
0,35	0,596	0,443	0,391	0,345	0,299	0,265
Моментная нагрузка в продольном направлении						
0,10	0,745	0,710	0,651	0,585	0,525	0,449
0,15	0,682	0,582	0,524	0,492	0,308	0,228
0,20	0,625	0,472	0,349	0,312	0,211	0,164
0,25	0,516	0,382	0,242	0,219	0,141	0,122
0,30	0,501	0,304	0,176	0,147	0,112	0,094
0,35	0,488	0,283	0,173	0,145	0,110	0,092

Т а б л и ц а 4

Значения коэффициентов n_{max} при нагружении оболочки через систему кольцевых ребер от крестообразного штуцера, $b = d$

$\frac{b}{2r}$ \ $\frac{R}{S}$	25	50	75	100	150	200
Моментная нагрузка под углом 45° к продольной оси оболочки						
0,05	0,526	0,447	0,406	0,375	0,329	0,292
0,08	0,459	0,385	0,348	0,318	0,282	0,249
0,10	0,408	0,339	0,301	0,271	0,237	0,212
0,12	0,351	0,287	0,252	0,213	0,195	0,173
0,14	0,319	0,257	0,226	0,204	0,174	0,152
0,16	0,297	0,239	0,209	0,182	0,157	0,136
0,20	0,256	0,204	0,172	0,150	0,121	0,106

штуцера, что приводит к определенной неточности распределения нагрузок по высоте сечения.

Исследование напряженно-деформированного состояния оболочки в области установки крестообразного штуцера, имеющего малую жесткость в узлах крепления к оболочке, показало хорошую сходимость с теоретическими данными. Максимальное расхождение экспериментальных и теоретических данных составило: по напряжениям - 4 %, по прогибам - 9,2 %.

Литература

I. Даревский В.М. Определение перемещений и напряжений в цилиндрической оболочке при локальном загружении. - В сб.: Прочность и динамика авиационных двигателей Вып. I, М.: Машиностроение, I964.

2. Ст.СЭВ.2574-80. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность обечаек и днищ от воздействия опорных нагрузок.

3. Воронов В.А. Исследование напряженного состояния корпуса цилиндрического аппарата в области монтажного штуцера. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, I985, № 596.

V. Voronov

Calculation of Steel Cylindrical Body of the Column Reactor under Local Loads

Abstract

Calculation problems of cylindrical shells under the action of local forces corresponding to the mounting loads, transferred to the reactor by various connection members have been investigated.

The finite element method was used. A rectangular plate with six degrees of freedom in every knot was fixed as a finite element. The required accuracy was guaranteed by the choice of optimum measurements of the finite elements, having different dimensions in different shell areas.

The results are presented in the form of formulas with corrective factors, the values of which are given in the tables as functions of shell parameters and relative connection members.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.072

К.А. Лооритс, У.В.-Э. Мянд

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ СТАЛЬНЫХ ФЕРМ ИЗ ГНУТОСВАРНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ (ГСП)

Введение

В современном строительстве находят широкое применение легкие бесфасоночные стальные фермы [I], среди которых в практике Скандинавских стран чаще всего применяются фермы из гнутосварных прямоугольных профилей (ГСП) [2], [3].

Наиболее важные достоинства таких ферм выражаются в следующем:

- небольшой собственный вес (по сравнению с традиционными фермами из спаренных прокатных уголков в I,3...I,5 раза меньше), который достигается за счет эффективного сечения профилей стержней, а также отсутствием узловых фасонок и прокладок между уголками;

- уменьшение трудовых затрат и объема сварки при изготовлении и монтаже ферм;

- простой монтаж (как правило, монтажными болтами);

- повышенная коррозиестойкость и простой уход за фермами в ходе эксплуатации;

- приемлемый, эстетический вид.

В отечественной практике применение легких ферм из ГСП пока ограничено ввиду дефицитности гнутосварных профилей. При небольшом опыте проектирования отечественные фермы иногда менее экономичны по сравнению с аналогичными заграничными конструкциями.

Особенностью статической работы легких ферм из ГСП является сложное напряженное состояние в районе узлов, вызванное одновременным действием изгибающих моментов, продольных и поперечных усилий.

Следует отметить, что допустимые внутренние усилия, полученные по отечественной [2] и финской методикам расчета узлов [3] ферм из ГСП, иногда отличаются [2] в 2,5 раза. Существенно отличаются и конструктивные требования к проектированию ферм.

В настоящей статье приводятся некоторые результаты экспериментального исследования работы узлов стальных ферм из ГСП, а также сравнение результатов теоретических расчетов, полученных по различным методикам.

I. О несущей способности узлов ферм из гнутосварных прямоугольных профилей по разным методикам расчета

Рассматривается пример расчета узла фермы (рис. I) из ГСП. Методики расчета несущей способности узлов изложены в [2] и [3].

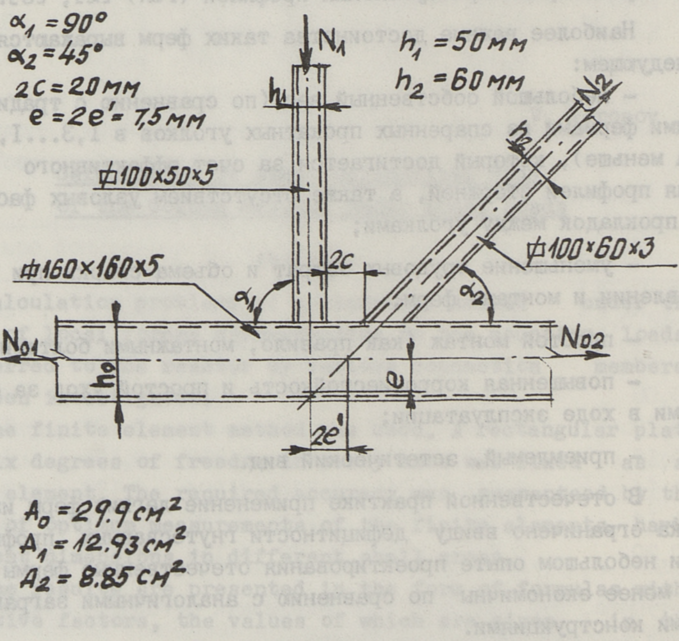


Рис. 1. Схема узла при расчете.

Усилия в стержнях:

$N_1 = 100$ кН; $N_2 = 141$ кН; $N_{01} = 550$ кН; $N_{02} = 450$ кН.
Расчетное сопротивление стали $R_y = 250$ МПа.

При расчете узла по обеим методикам определяющей несущую способность узла будет местная прочность пояса в районе узла. При этом по методике [2] пояс способен воспринимать усилие от стойки $N_1 = 43{,}3$ кН, по методике [3] $N_1 = 104$ кН.

Местная прочность торцов стержней решетки, а также прочность сварных соединений обеспечены по обеим методикам.

Рассчитывая узел по финской методике [3], получаем несущую способность в 2,4 раза больше, чем рассчитанную по отечественной методике [2]. По методике [2] при заданных усилиях узел должен разрушаться, по [3] несущая способность узла обеспечена с достаточным запасом.

Практический опыт показывает, что результаты расчета по методикам [2] и [3] могут быть наоборот – условия проверки по методике [3] существенно строже, чем по методике [2].

Такие противоречия полученных результатов уменьшают доверие к имеющимся методикам расчета узлов ферм и вызывают необходимость проанализировать практический опыт проектирования, принятых предпосылок расчета, а также проведения дополнительных исследований работы узлов с целью создания экономичных и надежных решений конструкций.

2. Экспериментальное исследование работы узлов ферм из стальных гнутосварных прямоугольных профилей

2.1. Характеристика моделей

При экспериментальном исследовании работы узлов ферм рассматривались следующие варианты моделирования:

1. Изучение работы отдельного узла, вырезанного из натурной фермы, изготовленной в Финляндии (рис. 2). Для загружения узла был приварен дополнительный стержень на одной линии с существующим работающим раскосом.

2. Испытание модели фермы с параллельными поясами из труб квадратного сечения, вырезанных из натурной конструк-

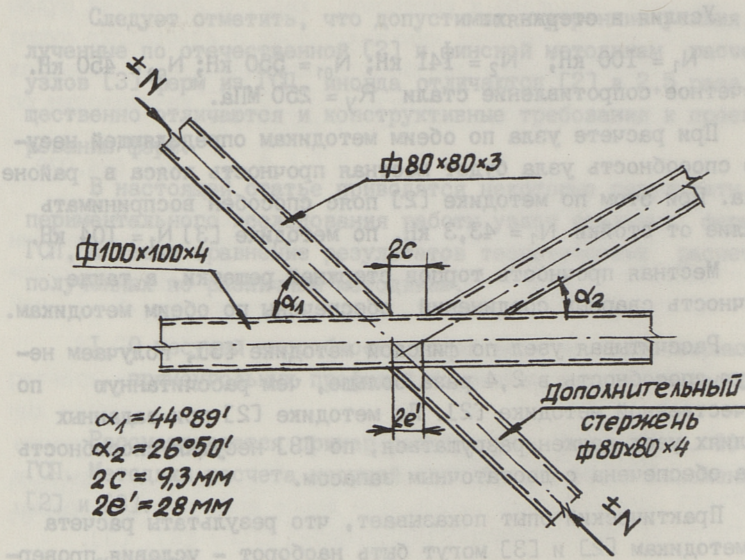


Рис. 2. Схема узла при испытании.

ции, изготовленной в Финляндии. Схема модели приведена на рис. 3., общий вид на рис. 4.

3. Испытание такой же модели фермы (рис. 3, 4), но с усиленными узлами B, C и D (рис. 5).

Все модели были изготовлены из стали Fe 44, у которой предел текучести был определен испытаниями (по 0,2 % относительному удлинению) $\sigma_т$ = 270 МПа.

В расчетах принято расчетное сопротивление по пределу текучести R_y = 240 МПа. Расчетное сопротивление стыковых швов R_{wy} = 0,85, R_y = 204 МПа.

На модели были наклеены электрические тензодатчики, в узлах были установлены индикаторы для определения деформации стенки поясов ферм, а также прогиба фермы в узлах F и G.

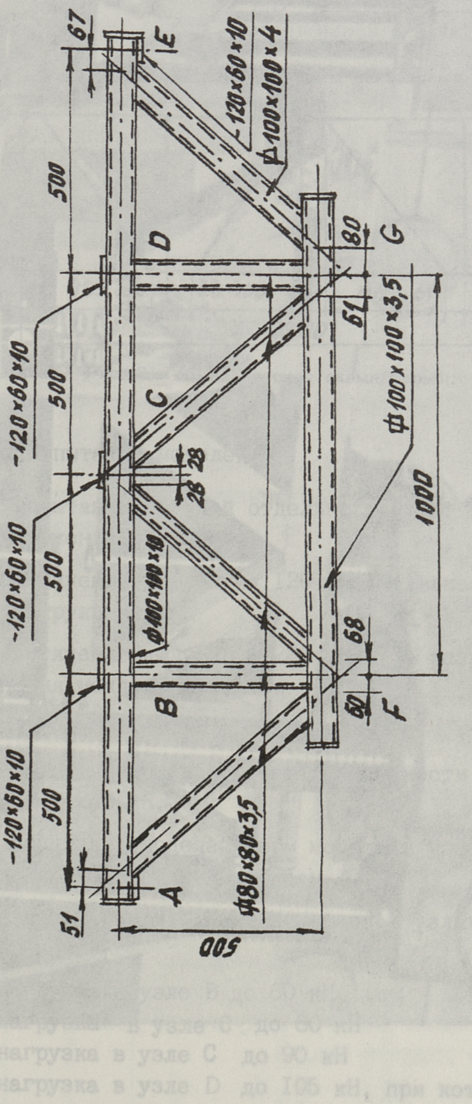


Рис. 3. Геометрические размеры фермы.

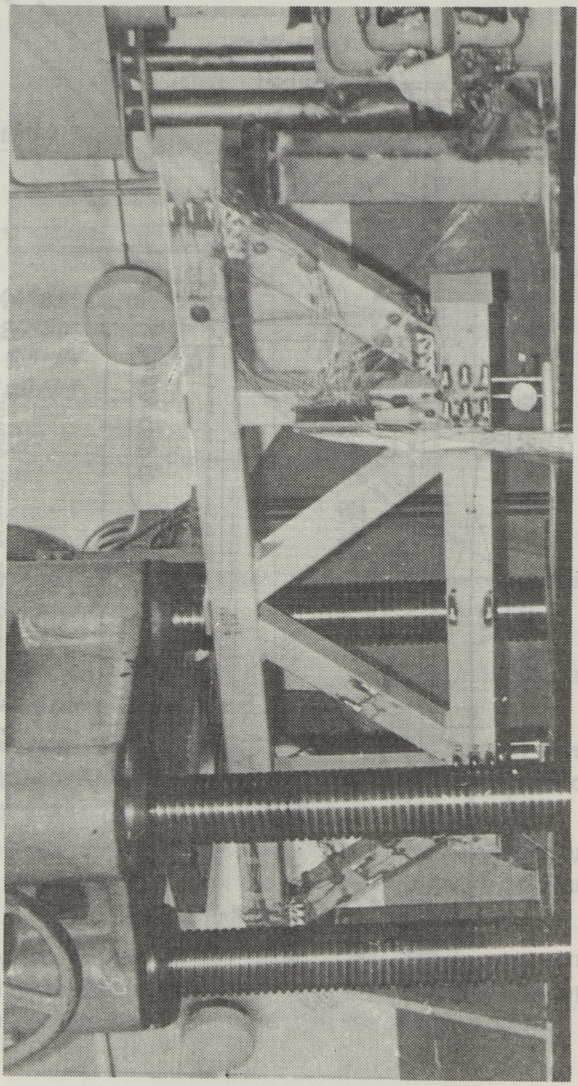


Рис. 4. Вид на модели при испытании.

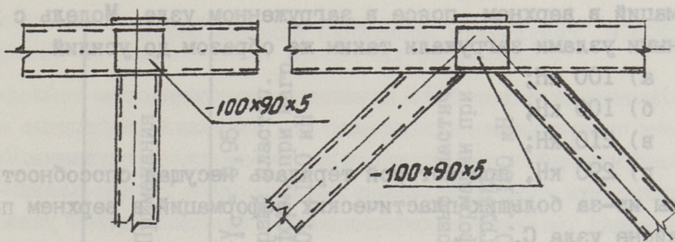


Рис. 5. Усиление узлов фермы накладками.

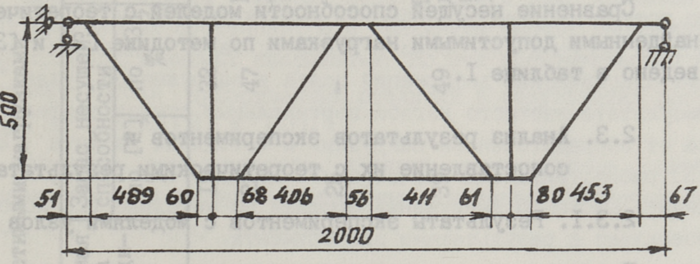


Рис. 6. Геометрическая схема фермы.

2.2. Испытание моделей

При испытании моделей отдельного узла проводились следующие загружения:

а) растяжение до усилия I20 кН (в диапазоне упругой работы конструкции);

б) растяжение до усилия 220 кН – до разрушения сварного соединения между раскосом и поясом;

в) сжатие до усилия I20 кН;

г) сжатие до потери несущей способности пояса в узле при нагрузке 240 кН.

При испытании моделей ферм модели в узлах В, С и D загружались сосредоточенным грузом.

Модель без усилительных накладок в узлах загружали следующим образом:

а) нагрузка в узле В до 60 кН

б) нагрузка в узле С до 60 кН

в) нагрузка в узле С до 90 кН

г) нагрузка в узле D до I05 кН, при которой терялась несущая способность модели из-за больших пластических деформаций в верхнем поясе в загруженном узле. Модель с усиленными узлами загружали таким же образом до усилий

а) I00 кН;

б) I00 кН;

в) 2I0 кН;

г) 290 кН, при которой терялась несущая способность фермы из-за больших пластических деформаций в верхнем поясе в районе узла С.

Сравнение несущей способности моделей с теоретически найденными допустимыми нагрузками по методике [2] и [3] приведено в таблице I.

2.3. Анализ результатов экспериментов и сопоставление их с теоретическими результатами

2.3.I. Результаты экспериментов с моделями узлов

При исследовании моделей отдельного узла фермы наблюдалась практически линейная зависимость между усилиями и деформациями до нагрузки I20...I40 кН, что объясняется упругой работой модели. При дальнейшем загружении прирост деформации ускорился - это объясняется появлением первых пластических деформаций. При растяжении с нагрузкой 2I0 ... 220 кН раскрылась трещина в сварном шве между раскосом и поясом, шов разрушался полностью при нагрузке 240 МПа. Сравнение разрушающей нагрузки с результатами расчетов по отечественной [2] и финской [3] методикам приведено в таблице I.

При испытании на сжатие несущая способность узла оказалась несколько выше - узел был способен воспринимать нагрузку 240 кН. При этом появились большие пластические деформации пояса. Сварные швы остались при этом без повреждений.

Сопоставление результатов проводимых экспериментов с теоретическими показывает, что запас несущей способности, рассчитанной по отечественной методике [2],несколько меньше, чем по финской методике [3], причем при сжатии запас больше. По методике [3] при допустимом усилии узел работает полностью в упругой стадии.

Т а б л и ц а I

Сравнение несущей способности с расчетными допустимыми нагрузками

Вид модели	Вид загружения	Несущая способность при эксперименте, кН	Допустимая нагрузка по методике [2], кН	Допустимая нагрузка по методике [3], кН	Запас несущей способности		Примечания
					по [2], %	по [3], %	
Узел	Растяжение	220	I78,5	I50,6	I9	32	$\gamma_c = 0,95$
	Сжатие	240	I86,7	I27,0	22	47	Первые пластич. деформ. при нагр. I20...I40 кН
Модель фермы без усиления узлов	Сосредоточ. нагрузка в узле "С"	I05	78,5	-	25	-	
Модель фермы с усиленными узлами	Сосредоточ. нагрузка в узле "С"	290	I78	I48	39	49	Первые пластич. деформации при нагрузке I60...I80 кН

2.3.2. Результаты испытаний моделей фермы

На модели фермы были приклеены электрические тензодатчики и прикреплены индикаторы, что позволяло наблюдать рост деформаций, перемещений и прогибов при загружении. Следует отметить, что у модели с неусиленными узлами зависимость между усилиями и деформациями (за исключением узла С, где отсутствовали измерительные приборы) осталась линейной до потери несущей способности модели при нагрузке 105 кН. Потеря несущей способности происходила с появлением больших пластических деформаций пояса в загруженном узле "С" в результате местного изгиба вертикальных стенок профиля пояса от сосредоточенной нагрузки. В методиках расчета [2] и [3] рассматривается расчет не точно такого же узла, но вариант местного загружения профиля по методике [2] хорошо совпадает с результатами эксперимента.

Несущая способность модели, верхний пояс у которой в районе узлов был усилен накладками, была значительно выше несущей способности модели без усилений. Согласно теоретическим расчетам по обеим методикам, можно было предполагать потерю несущей способности нижнего узла "F", где фактически никаких признаков появления заметных деформаций не наблюдалось.

Разрушение произошло в узле "С" как и у предыдущей модели при нагрузке 290 кН. Упругая работа модели была зафиксирована до нагрузки 160...180 кН. Так как методики [2] и [3] не позволяют учитывать влияние усилений в узлах, допустимые нагрузки, найденные по ним, значительно меньше фактической несущей способности. Несмотря на это, по расчетам видно, что даже в данном случае отечественная методика [2] допускает появление пластических деформаций в материале, но по финской методике при допустимой нагрузке модель работает в упругой стадии.

Закономерным считать это нельзя, так как пример расчета выполнен по разным методам, приведенным в I части статьи, и дает весьма противоположные результаты.

Выводы и рекомендации

В практике проектирования легких ферм широко распространяется применение гнутосварных прямоугольных замкнутых профилей, что дает более эффективное решение по сравнению с фермами из традиционных прокатных профилей.

Так как в настоящее время в СССР поставлено много стальных конструкций из ГСП, изготовленных за рубежом, имеется необходимость создания методики расчета, которая учитывала бы опыт этих стран в проектировании легких ферм, а также являлась бы приложением норм проектирования СНиП II-23-81 [4].

Основой расчета стальных конструкций в СССР является метод предельных состояний, а в Финляндии расчет выполняется методом допускаемых напряжений. Но это обстоятельство не объясняет столь существенных различий в результатах расчетов по методикам [2] и [3].

Учитывая вышесказанное, а также недостаточное число экспериментов, у авторов статьи нет основания предпочитать ту или иную методику расчета.

Приведенные в статье результаты изучения работы узлов ферм из ГСП позволяют рекомендовать простой способ усиления узлов ферм, загруженных большими сосредоточенными нагрузками, накладками, что существенно увеличивает несущую способность фермы.

Литература

1. Брудка Я., Любиньски М. Лёгкие стальные конструкции.-М.: Стройиздат, 1974.

2. Руководство по проектированию стальных конструкций из гнутосварных замкнутых профилей ЦН. М., 1978.

3. Hitsausliitosten suunniteluohjeita sauvaja palkkirakenteita verten. Tekninen tiedotus 2/80. Suomen Metalliteollisuuden keskusliitto. Helsinki, 1980.

4. СНиП II 23-81. Стальные конструкции. Нормы проектирования. М., 1985.

K. Loorits, U. Mänd

Investigation of the Behaviour of a Steelframe of Welded Tubesection Profiles by Statical Loads

Abstract

The paper deals with the results of the modeltests and calculations of the carrying capacity of a steelframe of welded square tubesections light profiles (⌀ 80 x 80 x 4 mm and 100 x 100 x 4 mm), given in Fig. 2.1. The dimensions of the model are shown in Fig. 2.2. For calculating the carrying capacity of the steelframe junctions and determining the maximal loads of the model the methods given in /2/ and /3/ are used.

The results of the behaviour analysis of the model on statical loads and some contradictions due to the different calculation methods are presented. Recommendations for increasing the carrying capacity of the steelframe of welded light profiles are given.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.074.4.621.031

Ю.А. Тярно

АНАЛИЗ ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК $R_1/R_2 \simeq 10$ ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ ИЗ ЦЕМЕНТНОГО РАСТВОРА

В настоящей статье рассматриваются эксперименты с моделями оболочек из армированного цементного раствора $R_1/R_2 \simeq$ $\simeq 10$ прямоугольные в плане с отношением сторон $\frac{L}{l} = 2$ (см. рис. 1). Основные данные - размеры, армирование, упругие и прочностные свойства оболочек представлены в виде таблицы.

Образование трещин в оболочках со свободными бортовыми элементами (модели 11 - 19) представлены на рис. 2 и 3.

При нагрузках до $q = 4$ кПа модель 11 работает без видимых трещин. В криволинейной части трещины главных растягивающих напряжений развиваются при нагрузке $q \simeq 4$ кПа (составляет около 29 % от разрушающей нагрузки). Параллельные продольные трещины возникли при нагрузках $q = 8$ кПа, $\Sigma q_0 =$ $= 0{,}4$ кН и $q = 10$ кПа, $\Sigma q_0 = 0{,}4$ кН (~ 58 - 74 % от разрушающей). Самое интенсивное образование и развитие трещин имело место в угловых зонах при нагрузках, близких к разрушающим. Разрушение проходило по схеме балки от текучести продольной растянутой арматуры при нагрузке $q = 13{,}6$ кПа, $\Sigma q_0 = 0{,}4$ кН.

В основном характер трещин модели 12 такой же, как и у оболочки 11. Некоторое влияние претерпевает жесткость бортовых элементов ($b_0 = 5{,}3$ см $\rightarrow b_0 = 7{,}75$ см). Разрушение модели произошло при нагрузке $q = 22$ кПа, $\Sigma q_0 = 0{,}4$ кН от текучести продольной растягивающей арматуры (трещины раскрылись до 3,5 мм). При разрушении на поверхности оболочки образовалась сетка трещин, похожая на картину трещин при эллиптическом разрушении. Ввиду отсутствия специальной аппаратуры нам не удалось зафиксировать, когда образовались эти трещины: до разрушения или уже после разрушения.

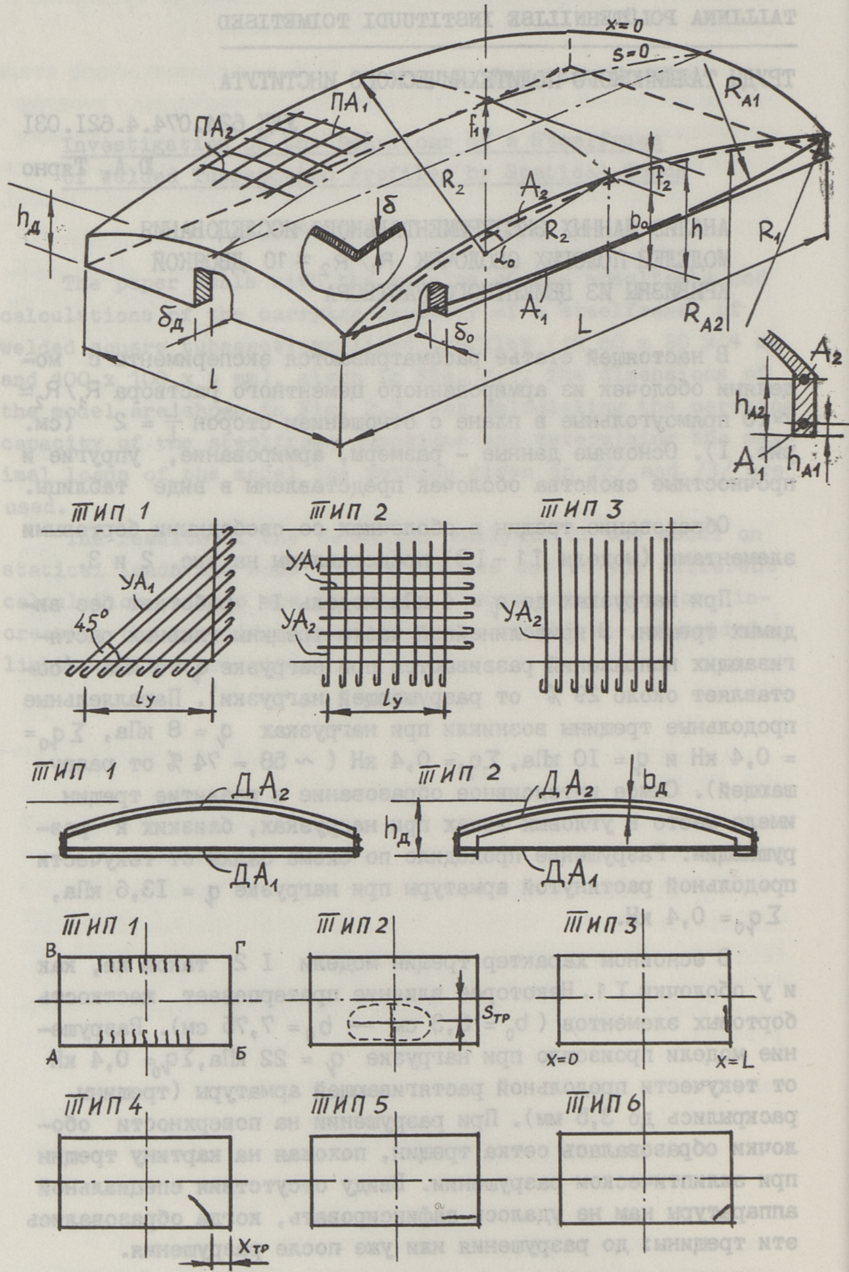


Рис. 1. Основные геометрические параметры исследуемых оболочек.

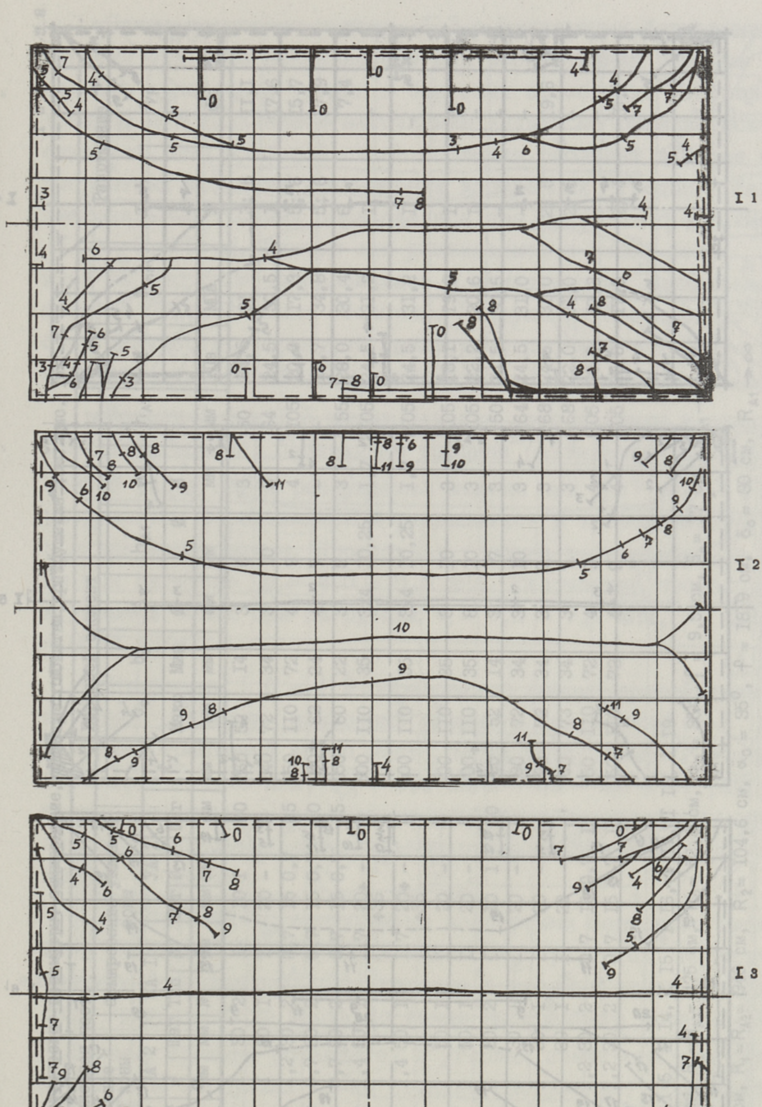


Рис. 2. Образование трещин в моделях 1 1, 1 2, 1 3, 1 4, 1 5 и 1 6 со свободными бортовыми элементами. Нагрузки для моделей 1 1 и 1 2: 1 – $q = 2$; 2 – $q = 4$; 3 – $q = 4$, $q_0 = 0{,}33$; 4 – $q = 6$, $q_0 = 0{,}33$; 5 – $q = 8$, $q_0 = 0{,}33$; 6 – $q = 8$; $q_0 = 0{,}66$; 7 – $q = 10$, $q_0 = 0{,}66$; 8 – $q = 12$, $q_0 = 0{,}66$; 9 – $q = 14$, $q_0 = 0{,}66$;
для модели 1 3: 1 – $q = 2$; 2 – $q = 4$; 3 – $q = 4$, $q_0 = 0{,}8$; 4 – $q = 6$, $q_0 = 0{,}8$; 5 – $q = 8$, $q_0 = 0{,}8$; 6 – $q = 8$, $q_0 = 1{,}6$; 7 – $q = 10$, $q_0 = 1{,}6$; 8 – $q = 12$, $q_0 = 1{,}6$; 9 – $q = 14$, $q_0 = 1{,}6$;

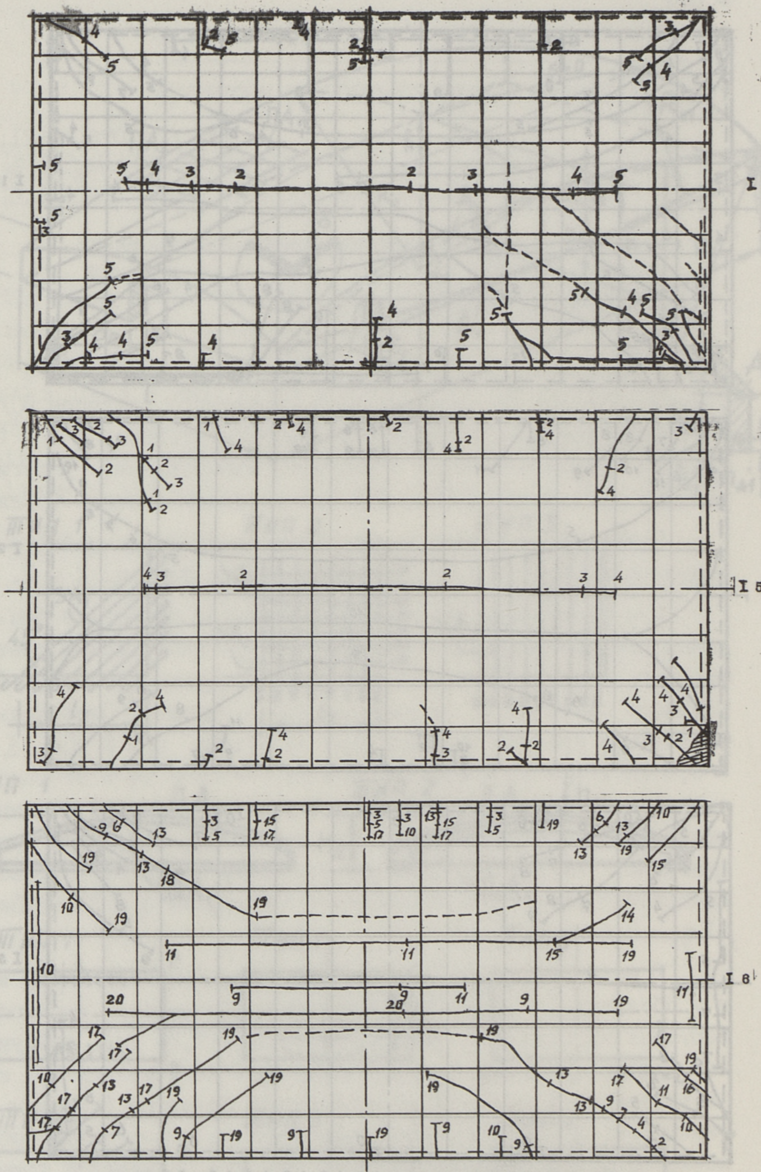


Рис. 2. – для модели 1 4: 1 – $q = 2{,}2$; 2 – $q = 4{,}6$; 3 – $q = 4{,}6$, $q_0 = 0{,}32$; 4 – $q = 7$, $q_0 = 0{,}32$;
для модели 1 5: 1 – $q = 2{,}8$; 2 – $q = 5{,}4$; 3 – $q = 5{,}4$, $q_0 = 0{,}12$; 4 – $q = 7{,}2$, $q_0 = 0{,}32$;
для модели 1 6: 1 – $q = 0{,}8$; 2 – $q = 0{,}8$, $q_0 = 1$; 3 – $q = 1{,}7$, $q_0 = 1$; 4 – $q = 2{,}1$, $q_0 = 1$; 5 – $q = 1{,}7$, $q_0 = 0$; 6 – $q = 2{,}5$, $q_0 = 1$; 7 – $q = 3{,}3$, $q_0 = 1$; 8 – $q = 4{,}2$, $q_0 = 1$; 9 – $q = 5$, $q_0 = 1$; 10 – $q = 5$, $q_0 = 1{,}7$; 15 – $q = 11{,}1$, $q_0 = 1{,}7$; 20 – $q = 14{,}4$, $q_0 = 1{,}7$. [q – кПа; q_0 – кН/м].

Т а б л и ц а

Геометрические параметры, армирование, упругие свойства, разрушение (см. рис. I)

Марка модели	h	δ	Криволинейная часть: армирование средней зоны, ПА I, Ø	ПА I, Шаг	ПА 2, Ø	ПА 2, Шаг	армирование угловой зоны, УА I, Тип	УА I, Ø	УА I, Шаг	УА 2, Ø	УА 2, Шаг	$\ell_у$	Бортовой элемент: b_o Макс	b_o Мин	A_1 Ø	h_{A1}	A_2 Ø	h_{A2}	E	$R_{пр}$	Разрушение: Тип	$q_р$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	№	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	ГПа	МПа	№	кПа
I I	I47	7,I	I	30	I	30	2	I	I0	I	I0	I60	52	I4	3	6	3	50	24,5	3I	3; 6	II,I
I 2	I67	6,7	I	30	I	30	I	I	20	–	–	I40	72	34	3	I0	3	64	24,5	30,5	I	I7,6
I 3	205	6,8	I,2	I50	I,2	30	2	0,7	I5	0,7	I5	I50	II0	72	4	9	4	I05	20,0	I7,3	5; 6	I5,7
I 4	I57	4,6	0,7	I50	0,7	30	2	0,7	I5	0,7	I0	I50	62	24	4	7	–	–	29,7	34,8	5; 6	7,9
I 5	I55	5,0	0,7	I50	0,7	30	2	0,7	I5	0,7	I5	I50	60	22	3	5	3	55	28,0	30,4	6	7,4
I 6	299	II,3	I,4	50	I,4	50	I	I,7	20÷ ÷35	–	–	500	II0	35	3x4	I0,25	I,7	I05	24,5	3I,2	I	–
I 7	299	II,0	I,4	50	I,4	50	I	I,7	20÷ ÷35	–	–	500	II0	35	3x4	I0,25	I,7	I05	24,5	3I,2	I	–
I 8	299	8,9	I	50	I	50	I	I	20	–	–	500	II0	35	8	I0	3	I05	I8,I	I9,0	I	–
I 9	299	7,3	I	50	I	50	I	I	20	–	–	500	II0	35	8	I0	3	I05	22,2	20,6	I	–
I I4	I47	7,I	I	30	I	30	2	I	I0	I	I0	I60	52	I4	3	7	3	50	24,5	30,5	–	–
I I5	I67	6,7	I	30	I	30	I	I	20	–	–	I90	72	34	3	I0	3	64	24,5	3I,0	–	–
I I6	I67	6,2	I	30	I	30	I	I	20	–	–	I90	72	34	3	7	3	68	24,5	3I,0	2; 5	I9,6
I I7	I68	6,0	I	30	I	30	I	I	20	–	–	I90	73	34	3	7	3	68	22,0	2I,0	2; 5	–
I I8	205	6,8	I,2	I50	I,2	30	2	0,7	I5	0,7	I5	I50	II0	72	4	9	4	I05	20,0	I7,3	–	–
I I9	205	7,3	I,2	I50	I,2	30	2	0,7	I5	0,7	I5	I50	II0	72	4	9	4	I05	20,0	I7,0	2; 4	I5,7

Для I I, I 2, I 3, I 4, I 5, I I4, I I5, I I6, I I7, I I8, I I9

L = I20 см, ℓ = 60 см, $R_1 = R_{A2}$ = 475 см, R_2 = 52,3 см, $\alpha_o = 35^o$, f = 9,5 см, δ_o = I7 см, $R_{A1} \to \infty$

Для I6 , I 7, I 8, I 9

L = 240 см, ℓ = I20 см, $R_1 = R_{A2}$ = 940 см, R_2 = I04,6 см, $\alpha_o = 35^o$, f = I8,9 см, δ_o = 30 см, $R_{A1} \to \infty$

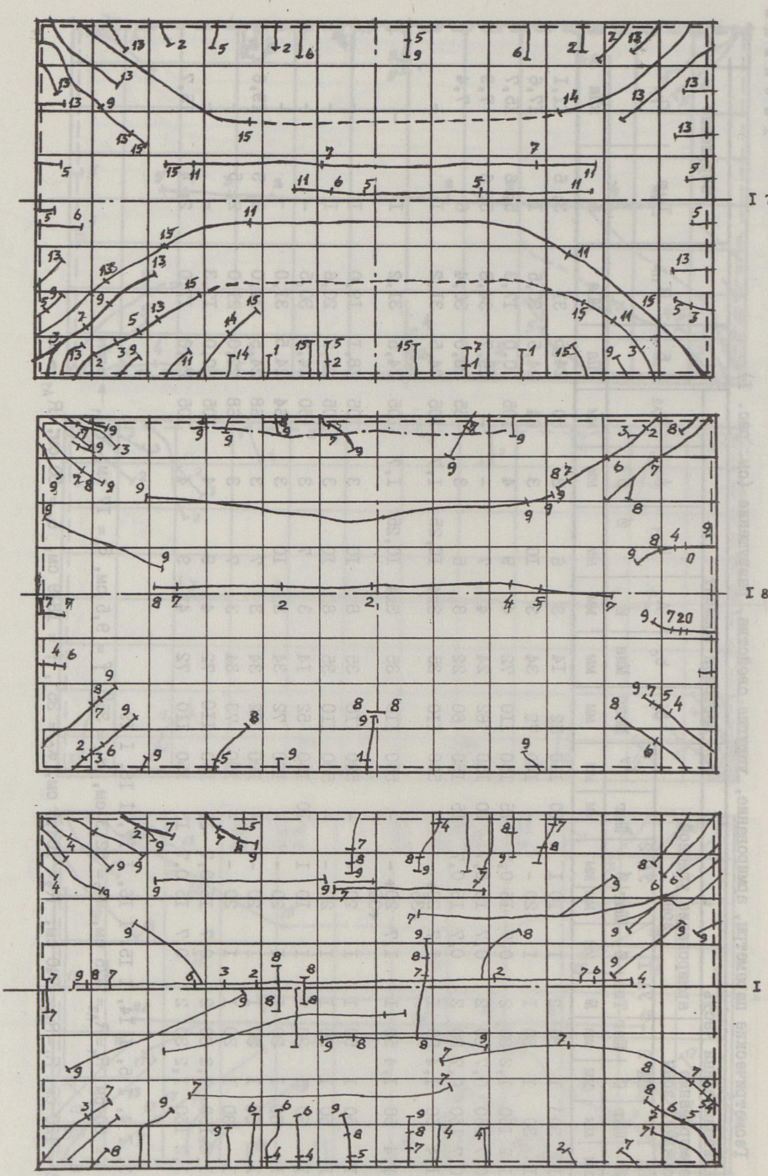


Рис. 3. Образование трещин в моделях 1 7, 1 8 и 1 9 со свободными бортовыми элементами. Нагрузки для модели 1 7: 1 – q = 1,7; 2 – q = 2,5, q_0 = 1; 3 – q = 3,3, q_0 = 1; 4 – q = 4,2, q_0 = 1; 5 – q = 5, q_0 = 1; 6 – q = 5, q_0 = 1,7; 7 – q = 6,1, q_0 = 1,7; 8 – q = 7,4, q_0 = 1,7; 9 – q = 8,5, q_0 = 1,7: 10 – q = 10, q_0 = = 1,7; 15 – q = 15, q_0 = 1,7; для модели 1 8: 1 – q = 1; 2 – q = = 2; 3 – q = 2, q_0 = 0,3; 4 – q = 3, q_0 = 0,3; 5 – q = 3,5, q_0 = 0,3; 6 – q = 3,5, q_0 = 0,6; 7 – q = 4,4, q_0 = 0,6; 8 – q = 5,1, q_0 = 0,6; 9 – q = 5,1, q_0 = 0,9: для модели 1 9: 2 – q = 2; 3 – q = 2, q_0 = 0,3; 5 – q = 3,7, q_0 = 0,3; 6 – q = 3,7, q_0 = 0,6; 7 – q = 4,5, q_0 = 0,6; 8 – q = 5,4, q_0 = 0,6; 9 – q = 5,4, q_0 = 0,9. [q – кПа, q_0 – кН/м].

После испытания модели I 3 с подпертыми бортовыми элементами она была использована для исследования влияния начальных поперечных трещин в бортовых элементах. Поперечные трещины при дальнейшем нагружении дальше не развивались. Это означает, что при этой схеме оболочка работает в более благоприятных условиях в отношении поперечных трещин. Первые диагональные трещины образовались при нагрузке $q = 6$ кПа, $\Sigma q_0 = 0{,}475$ кН, причем они развивались в узкой зоне. При этой же нагрузке образовалась и единственная продольная трещина по всей длине оболочки. Разрушение происходило за счет текучести растянутой арматуры в сечении $x = 1/4\,L$ при нагрузке $q = 16$ кПа, $\Sigma q_0 = 0{,}95$ кН.

Модели I 4 и I 5 имеют близкие друг к другу картины образования трещин: поперечные трещины развиваются в криволинейной части перед разрушением модели при $q \simeq 7$ кПа. Перед разрушением образовались и развивались в криволинейную часть и наклонные трещины. Продольная трещина развивается в коньке при нагрузке $q = 4{,}5 - 5{,}5$ кПа. Разрушение происходило в угловых зонах при нагрузках $q = 7{,}2 - 7{,}7$ кПа, $\Sigma q_0 = 0{,}32$ кН/м.

В моделях I 6 - I 9 образование трещин происходило аналогично. Развитие наклонных трещин и соединение их с продольными трещинами имело место перед разрушением моделей ($q = 4{,}37 - 4{,}46$ кПа, $q_0 = 0{,}6$ кН/м - 83 - 85 % от разрушающей нагрузки). Для всех моделей было характерным образование нескольких параллельных продольных трещин в зоне конька оболочки.

В оболочках с вертикально подпертыми бортовыми элементами (модели I 14 - I 19) в основном образуются поперечные трещины (см. рис. 4 и 5), которые в средних зонах развиваются в криволинейную часть до точки поперечного сечения № 5. Наклонные трещины образуются в угловых зонах при относительно высоких нагрузках (6-ая ступень нагружения). Отмечаются трещины в криволинейной части от положительных поперечных изгибающих моментов. Разрушение этих оболочек происходит от действия поперечных моментов, поперечных нормальных сил и сдвигающих сил.

Первые поперечные трещины в модели I 14 образовались в бортовых элементах при нагрузке $q = 6$ кПа. В модели I 15

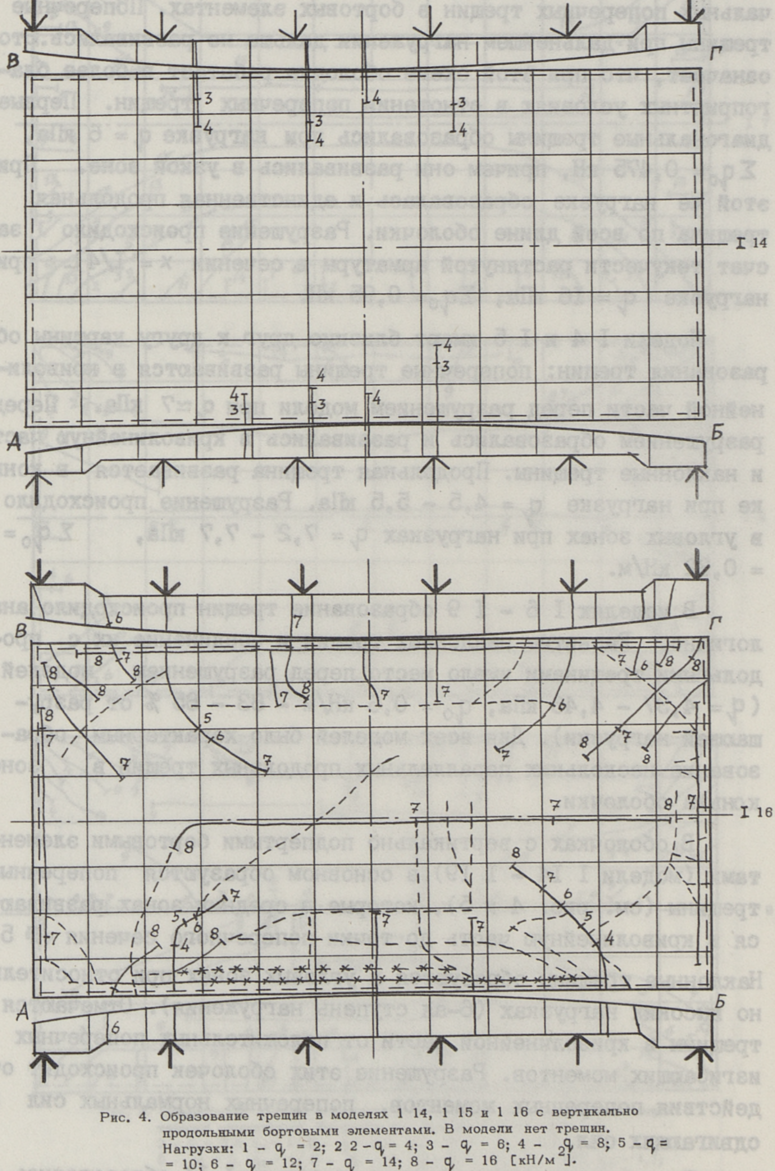


Рис. 4. Образование трещин в моделях I 14, I 15 и I 16 с вертикально продольными бортовыми элементами. В модели нет трещин. Нагрузки: 1 – q_v = 2; 2 2 – q_v = 4; 3 – q_v = 6; 4 – q_v = 8; 5 – q_v = = 10; 6 – q_v = 12; 7 – q_v = 14; 8 – q_v = 16 [кН/м^2].

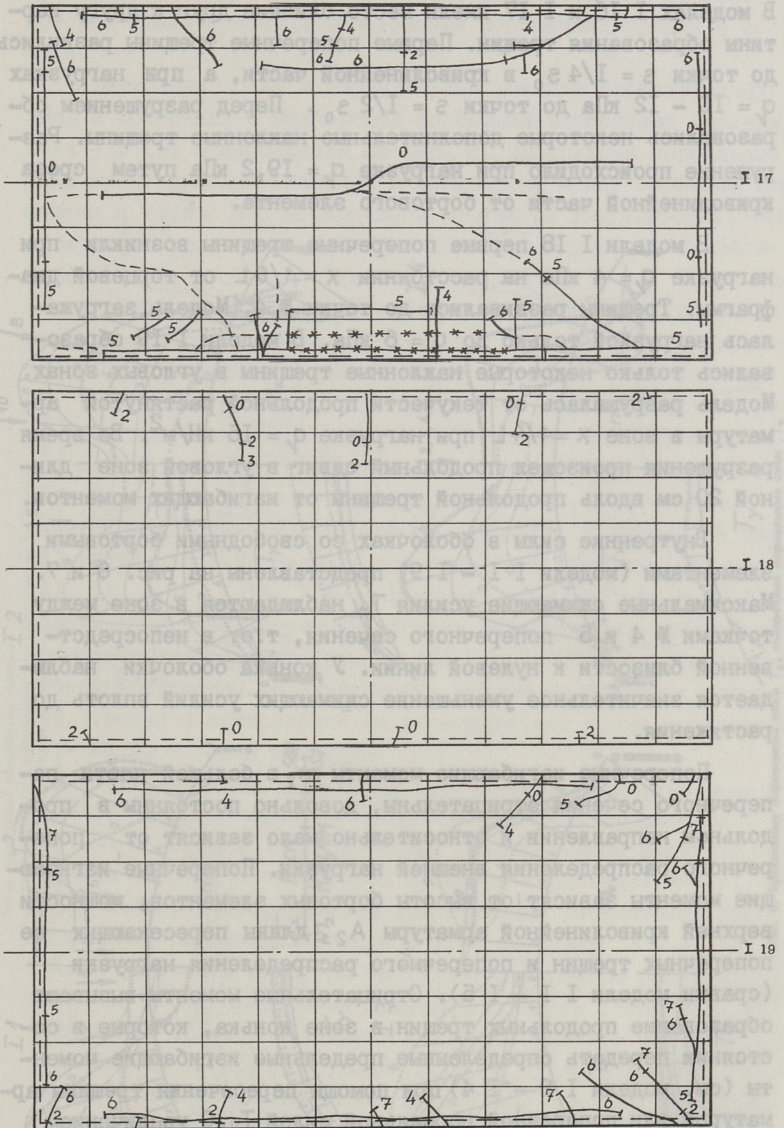


Рис. 5. Образование трещин в моделях I 17, I 18 и I 19 с вертикально подпертыми продольными бортовыми элементами. Нагрузки: 1 – q = 2; 2 – q = 4; 3 – q = 6; 4 – q = 8; 5 – q = 10; 6 – q = 12: 7 – q = 14; 8 – q = 16 [кН/м^2].

до нагрузки $q = 8$ кПа никаких видных трещин не замечалось. В моделях I 16 и I 17 имели место близкие друг к другу картины образования трещин. Первые поперечные трещины развились до точки $s = 1/4\, s_0$ в криволинейной части, а при нагрузках $q = 10 - 12$ кПа до точки $s = 1/2\, s_0$. Перед разрушением образовались некоторые дополнительные наклонные трещины. Разрушение происходило при нагрузке $q = 19{,}2$ кПа путем среза криволинейной части от бортового элемента.

В модели I 18 первые поперечные трещины возникли при нагрузке $q = 4$ кПа на расстоянии $x = 1/6\, L$ от торцевой диафрагмы. Трещины развивались до точки № 4. Модель загружалась нагрузкой только до $q = 6$ кПа. В модели I 19 образовались только некоторые наклонные трещины в угловых зонах. Модель разрушалась от текучести продольной растянутой арматуры в зоне $x = 1/4\, L$ при нагрузке $q = 16$ кН/м^2. Во время разрушения произошел продольный сдвиг в угловой зоне длиной 20 см вдоль продольной трещины от изгибающих моментов.

Внутренние силы в оболочках со свободными бортовыми элементами (модели I 1 - I 9) представлены на рис. 6 и 7. Максимальные сжимающие усилия T_x наблюдаются в зоне между точками № 4 и 5 поперечного сечения, т.е. в непосредственной близости к нулевой линии. У конька оболочки наблюдается значительное уменьшение сжимающих усилий вплоть до растяжения.

Поперечные изгибающие моменты m_2 в большей части поперечного сечения отрицательны, довольно постоянны в продольном направлении и относительно мало зависят от поперечного распределения внешней нагрузки. Поперечные изгибающие моменты зависят от высоты бортовых элементов, мощности верхней криволинейной арматуры A_2, длины пересекающих ее поперечных трещин и поперечного распределения нагрузки (сравни модели I 1 - I 5). Отрицательные моменты вызывают образование продольных трещин в зоне конька, которые в состоянии передать определенные предельные изгибающие моменты (см. модели I 2 - I 4) при помощи пересечения трещины арматурой или поперечной нормальной силой T_y. С увеличением нагрузки максимум отрицательных моментов продвигается в направлении бортового элемента и вызывает образование новых продольных трещин (см. модели I 1, I 2, I 6, I 7, I 9). Для модели I 9 в продольных трещинах предельные моменты

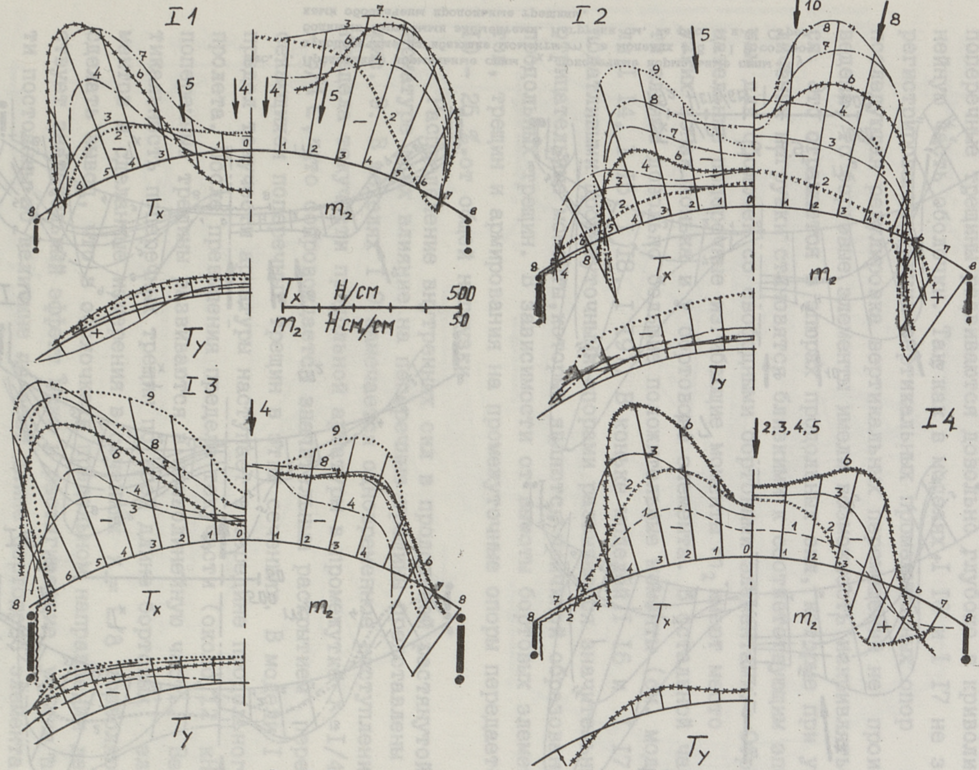


Рис. 6. Продольные нормальные силы T_x, поперечные нормальные силы T_y и поперечные изгибающие моменты m_2 в моделях I 1 – I 4 со свободными бортовыми элементами. Нагрузки см. на рис. 2. Стрелками обозначены продольные трещины.

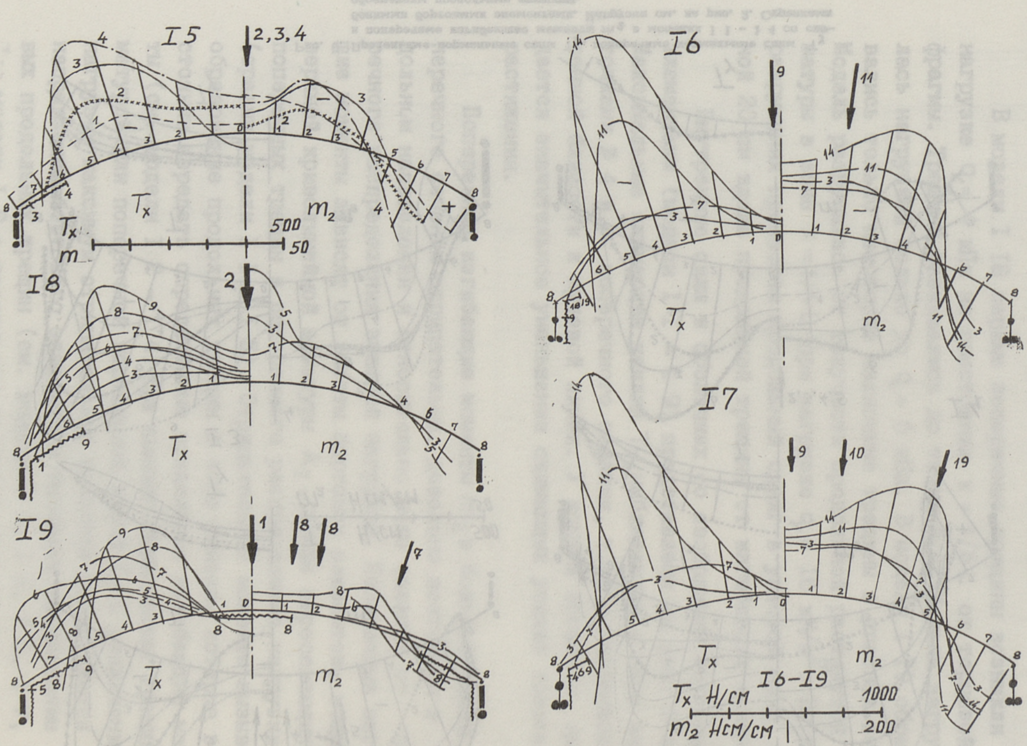


Рис. 7. Продольные нормальные силы T_x, поперечные нормальные силы T_y и поперечные изгибающие моменты m_2 в моделях I 5 – I 9 со свободными бортовыми элементами. Нагрузки см. на рис. 2 и 3. Стрелками обозначены продольные трещины.

небольшие. В модели развились зоны растяжения у конька, которые стали причиной образования поперечных трещин в этой зоне.

Внутренние силы и вертикальные реакции промежуточных опор в оболочках с подпертыми бортовыми элементами (модели I I4 - I I9) представлены на рис. 8. Продольные нормальные силы имеют нулевые значения в промежутке между бортовым элементом и точкой № 5 поперечного сечения. В соответствии с этим поперечные трещины развиваются довольно глубоко в криволинейную часть оболочки. Так как в моделях I I6 и I I7 не зарегистрированы реакции вертикальных промежуточных опор и последующая регулировка вертикальных перемещений не произведена, то бортовые элементы имели возможность искривляться. Это отражается в эпюрах продольных сил, которые при увеличении нагрузки становятся близкими к соответствующим эпюрам для оболочек со свободными бортовыми элементами. Отрицательные поперечные изгибающие моменты m_2 имеют место в узких зонах конька и у бортового элемента. В остальной части влияют довольно большие положительные моменты (см. модели I I4, I I5, I I8, I I9). В коньке моделей I I6 и I I7 с податливыми промежуточными опорами развиваются значительные отрицательные моменты, которые являются причиной образования продольных трещин. В зависимости от высоты бортовых элементов, трещин и армирования на промежуточные опоры передается I0 - 25 % от общей нагрузки.

Распределение внутренних сил в продольной растянутой арматуре и их влияние на поперечные трещины представлены на рис. 9. В моделях I 9 замечается одновременное наступление предела текучести продольной арматуры в промежутке $x = I/4 - 3/4\,L$, что сопровождается значительным раскрытием пересекающихся поперечных трещин в этих сечениях. В модели I 8 предел текучести арматуры наступает в середине продольного пролета. После превышения предела текучести (около I2 кН) поперечные трещины развиваются в криволинейную часть. Вертикальность поперечных трещин по всей длине бортовых элементов и сделанные измерения в сечениях $x = L/8$ позволяют сделать вывод, что в оболочке в продольном направлении действует значительный эффект арки и растягивающие усилия почти постоянны по величине по всей длине бортового элемента.

Если модель имеет криволинейную верхнюю продольную арматуру (модели I 3 и I I9), то продольные внутренние силы

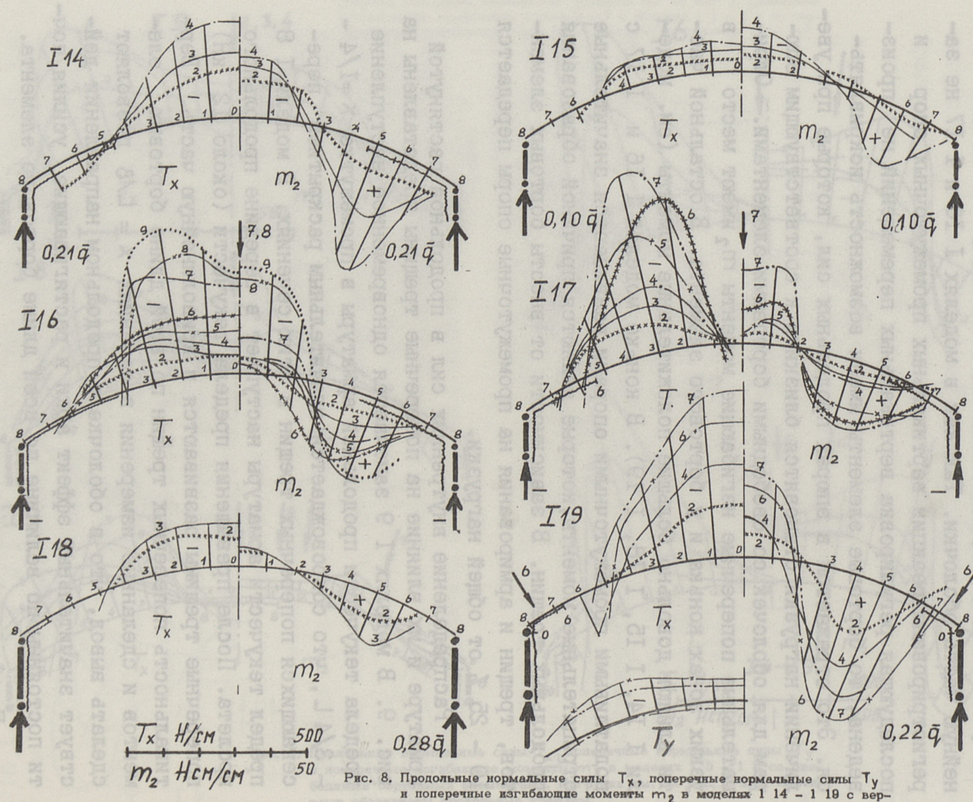


Рис. 8. Продольные нормальные силы T_x, поперечные нормальные силы T_y и поперечные изгибающие моменты m_2 в моделях I 14 – I 19 с вертикально подпертыми продольными бортовыми элементами. Нагрузки см. на рис. 4 и 5. Стрелками обозначены продольные трещины.

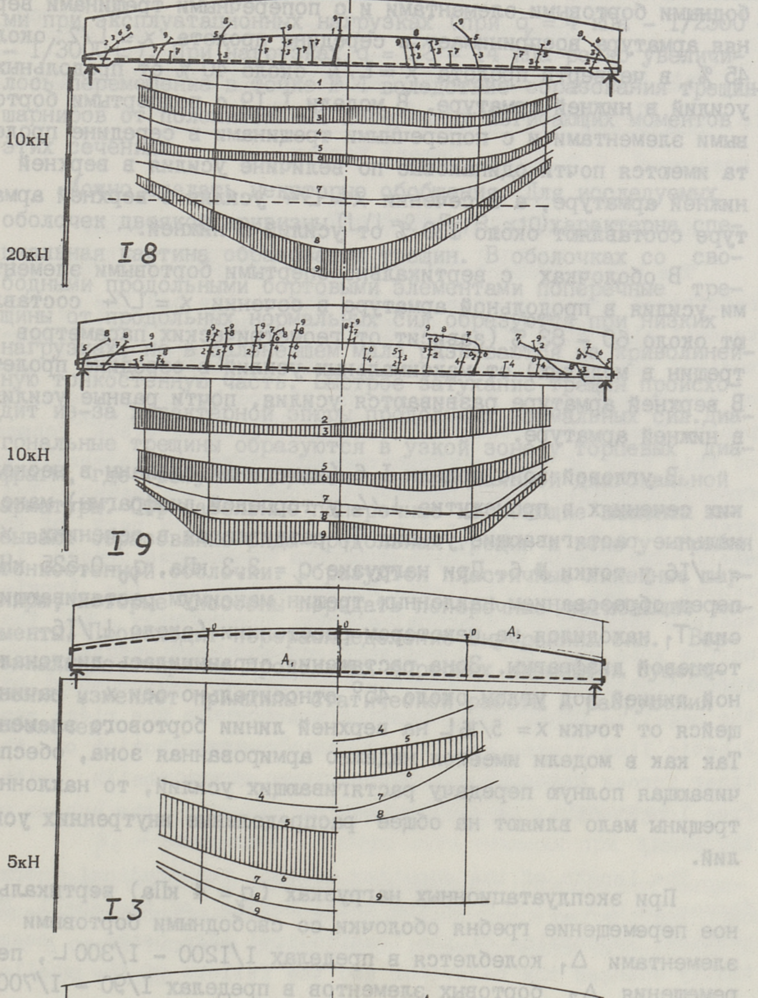


Рис. 9. Внутренние силы в продольных прямолинейных (A_1) и криволинейных (A_2) рабочих арматурах моделей 1 3, 1 8, 1 9 и 1 19. Нагрузки см. на рис. 2, 3, 5.

распределяются между этими арматурами. В модели I 3 со свободными бортовыми элементами и с поперечными трещинами верхняя арматура воспринимает в середине пролета $x = L/2$ около 45 %, в четверти пролета $x = L/4$ около 40 % от продольных усилий в нижней арматуре. В модели I 19 с подпертыми бортовыми элементами и с поперечными трещинами в середине пролета имеются почти одинаковые по величине усилия в верхней и нижней арматуре, а в сечении $x = L/4$ усилия в верхней арматуре составляют около 130 % от усилий в нижней.

В оболочках с вертикально опертыми бортовыми элементами усилия в продольной арматуре в сечении $x = L/4$ составляют около 60 - 83 % (зависит от геометрических параметров и трещин в моделях) от максимальных усилий в середине пролета. В верхней арматуре развиваются усилия, почти равные усилиям в нижней арматуре.

В угловой зоне модели I 6 (измерения сделаны в нескольких сечениях в промежутке $L/4$ у торцевой диафрагмы) максимальные растягивающие усилия T_1 развиваются в сечениях $x = L/16$ у точки № 6. При нагрузке $q = 3{,}3$ кПа, $q_0 = 0{,}525$ кН/м перед образованием наклонных трещин максимум растягивающих сил T_1 находился на некотором расстоянии (около $L/16$ от торцевой диафрагмы. Зона растяжения ограничилась диагональной линией под углом около 45° относительно оси x, начинающейся от точки $x = 5/16L$ на верхней линии бортового элемента. Так как в модели имеется надежно армированная зона, обеспечивающая полную передачу растягивающих усилий, то наклонные трещины мало влияют на общее распределение внутренних усилий.

При эксплуатационных нагрузках ($q = 4$ кПа) вертикальное перемещение гребня оболочки со свободными бортовыми элементами Δ_1 колеблется в пределах $1/1200 - 1/300 L$, перемещения Δ_3 бортовых элементов в пределах $1/90 - 1/700L$. Перед разрушением вертикальные перемещения бортовых элементов быстро возрастают. Например, для оболочек I I при нагрузке $q = 10$ кПа эти перемещения составляют $1/75 L$. По существу в этом случае у нас имеется новая конструкция, в которой продольная арматура работает как элемент висячей конструкции.

Вертикальные перемещения гребня оболочки с подпертыми бортовыми элементами и в точке у четверти криволинейной части (в точке № 4) были почти одинаковыми и незначительными при эксплуатационных нагрузках (при $q = 4$ кПа - I/2500 - - I/3000 L). При нагрузках q = I2 - I4 кПа резко увеличилось перемещение в точке № 4 вследствие образования трещин-шарниров от положительных поперечных изгибающих моментов в этих сечениях.

Можно сделать некоторые обобщения. Для исследуемых оболочек двоякой кривизны ($L/l=2$, $R_1/R_2 \simeq 10$) характерна специальная картина образования трещин. В оболочках со свободными продольными бортовыми элементами поперечные трещины от продольных нормальных сил образуются при низких нагрузках, но в дальнейшем мало развиваются на криволинейную тонкостенную часть. Быстрое затухание трещин происходит из-за характерной эпюры продольных нормальных сил. Диагональные трещины образуются в узкой зоне у торцевых диафрагм, где требуется применение специальной диагональной арматуры. Отрицательные поперечные изгибающие моменты вызывают образование ряда продольных трещин в зоне у гребня тонкостенной оболочки. Образуются пластичные линейные шарниры, которые способны передать поперечные изгибающие моменты. Происходит перераспределение внутренних сил. Вертикальное опирание продольных бортовых элементов существенно изменяет принципы статической работы и разрушения оболочек.

Ü. Tärno

Data Analysis of the Experimental Investigation of the Flat Translator $R_1/R_2 \simeq 10$ Shell Models of Cement Mortar

Abstract

The paper presents some data of experiments of the reinforced cement mortar models. The shells had the ortogonal plan with sizes $L/l = 2$ and $R_1/R_2 \simeq 10$. The longitudinal edge diaphragms had the shape of a beam. The schemes of cracks and inner forces of the 15 models are given in the paper. There are presented the characteristic crack schemes of this type of shells. Transversal cracks in the shells with free longitudinal edge-beams arise under low loads. The cracks will not progress far into the curved part of the shell. The little development of the transverse cracks is caused by the characteristic distribution of the longitudinal forces. The diagonal cracks occur only in the narrow zone near the edge-diaphragms and need special reinforcement. There are longitudinal cracks caused only by the negative transversal bending moments in the ridge zones. Plastic line-hinges are formed and a redistribution of the inner forces takes place. The failure of the shells with free longitudinal edge-beams may be caused by the scheme of the beam.

The length of the shoulder of the longitudinal normal forces is 0.7 ... 0.8 of the total height of the shell. The vertical supporting of the longitudinal edge-beams essentially changes the behaviour and the failure of the shells.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.074.4

К.П. Ыйгер, Т.Р. Раттасепп

О ХАРАКТЕРНЫХ ЧЕРТАХ СТАТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ НЕКОТОРЫХ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК, ПРЯМОУГОЛЬНЫХ В ПЛАНЕ

I. Расчет пологих оболочек по геометрически нелинейной теории

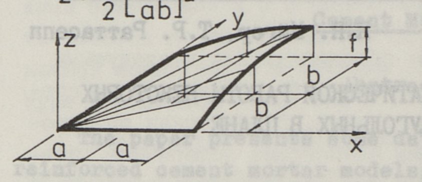
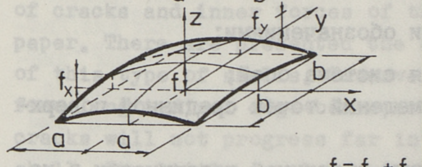
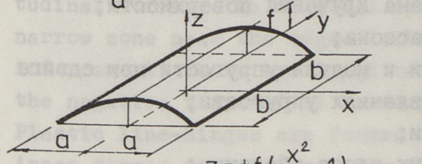
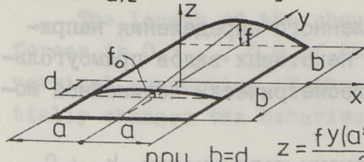
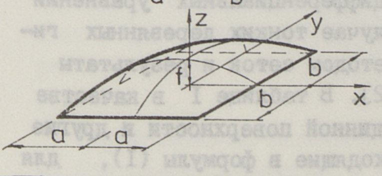
Воспользуемся следующими обозначениями:

x, y, z – триортогональная система осей;
u, v, w – компоненты перемещений точек срединной поверхности;
k_x, k_y – начальные кривизны срединной поверхности в направлениях осей x, y;
k_{xy} – начальная кривизна кручения поверхности;
$\mu(\mu_{xy}, \mu_{yx})$ – коэффициенты Пуассона;
E_x, E_y, G_{xy} – модули упругости и модуль упругости при сдвиге в главных направлениях упругости;
t – толщина оболочки;
t_i – толщина отдельных слоев оболочки;
$\gamma_к$ – плотность материала бортового элемента;
β_c – коэффициент поперечного сечения при кручении.

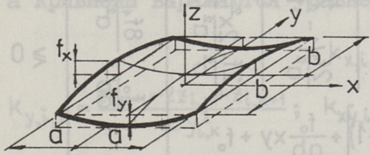
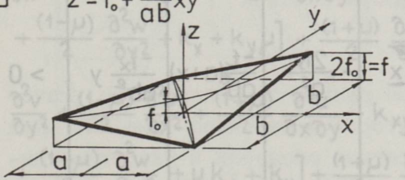
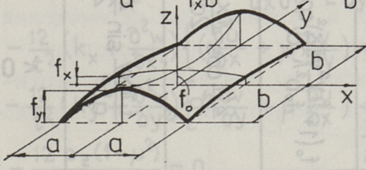
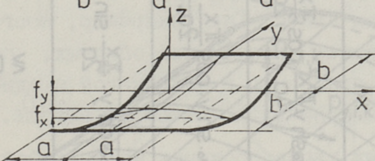
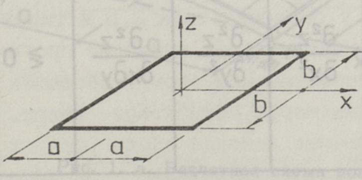
Представляется алгоритм численного определения напряженно-деформированного состояния некоторых видов прямоугольных в плане пологих оболочек по геометрически нелинейной моментной теории.

Учитывая, что начальные кривизны поверхности $k_x \neq 0$, $k_y \neq 0$ и кривизны кручения $k_{xy} \neq 0$, выражаем подобно уравнениям (4) [I] систему разрешающих дифференциальных уравнений в перемещениях (I), которые в случае тонких деревянных гипаров типа 7 (табл. I) решены методом сеток и результаты расчета представлены в работе [2]. В таблице I в качестве примера приведены уравнения срединной поверхности и другие геометрические характеристики, входящие в формулы (I), для

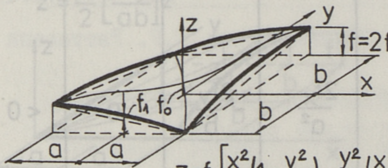
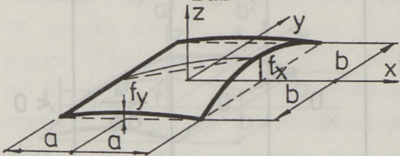
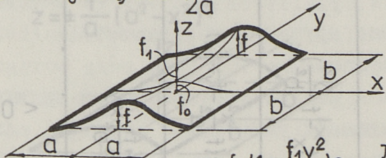
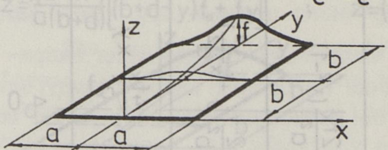
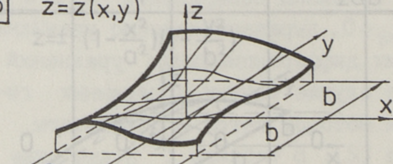
Таблица I

Уравнение поверхности / Схема покрытия	k_x	k_y	k_{xy}	$k_x \cdot k_y - k_{xy}^2$
1 $z=\frac{f}{2}\left[\frac{xy}{ab}\right]^{\frac{1}{2}}$ 	$-\frac{f}{8}\left[\frac{y}{abx^3}\right]^{\frac{1}{2}}$	$\frac{f}{8}\left[\frac{x}{aby^3}\right]^{\frac{1}{2}}$	$\frac{f}{8}\left[abxy\right]^{-\frac{1}{2}}$	0
2 $z=f-f_x\frac{x^2}{a^2}-f_y\frac{y^2}{b^2}$  $f=f_x+f_y$	$-\frac{2f_x}{a^2}$	$-\frac{2f_y}{b^2}$	0	>0
3 $z=\pm\frac{f}{a}(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$ 	$\pm\frac{fa}{(a^2-x^2)^{3/2}}$	0	0	0
$z=\pm f\left(\frac{x^2}{a^2}-1\right)$	$\pm\frac{2f}{a}$	0	0	0
4 $z=\frac{\sqrt{(a^2-x^2)}}{a(b+d)}\left[(b+d-y)f_0+fy\right]$; $z=\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)\left[(b+d-y)f_0+fy\right](b-d)^{-1}$  при $b=d$ $z=\frac{fy(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}}{2ab}$; $z=\frac{fy}{2b}\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)$	$-\frac{fay}{(a^2-x^2)^{3/2}}$	0	$-\frac{fa}{(a^2-x^2)^{3/2}}$	<0
5 $z=\pm f\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)$ 	$-\frac{2f}{a^2}\left[1-\frac{y^2}{b^2}\right]$	$-\frac{2f}{b^2}\left[1-\frac{x^2}{a^2}\right]$	$\frac{4fxy}{a^2b^2}$	>0

Продолжение табл. I

СХЕМА ПОКРЫТИЯ УРАВНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ	k_x	k_y	k_{xy}	$k_x \cdot k_y - k_{xy}^2$
6 $z = f_x \frac{x^2}{a^2} - f_y \frac{y^2}{b^2} + f_y$ 	$\frac{2f_x}{a^2}$	$-\frac{2f_y}{b^2}$	0	< 0
7 $z = f_o + \frac{f_o}{ab} xy$ 	0	0	$\frac{f_o}{ab}$	< 0
8 $z = f_o - \frac{f_x x^2}{a^2}\left(1 - \frac{f}{f_x b^2} y^2\right) - \frac{(f_y - f_o)\, y^2}{b^2}$ 	$\frac{2}{a^2}\left(f_x - f\frac{y^2}{b^2}\right)$	$\frac{2}{b^2}\left(f\frac{x^2}{a^2} - f_y + f_o\right)$	$\frac{4f}{a^2 b^2} xy$	< 0
9 $z = \frac{1}{b^2}\left(f_y + \frac{f_x}{a^2} x^2\right) y^2 - \frac{f_x}{a^2} x - f_y$ 	$\frac{2f_x}{a^2}(y^2 - 1)$	$\frac{2}{b^2}\left(f_y + f_x \frac{x^2}{a^2}\right)$	$\frac{4f_x}{a^2} xy$	< 0
10 	0	0	0	0

Продолжение табл. I

СХЕМА ПОКРЫТИЯ УРАВНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ	k_x	k_y	k_{xy}	$k_x \cdot k_y - k_{xy}^2$
11  $z=f_1\left[\frac{x^2}{a^2}\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)-\frac{y^2}{b^2}\left(\frac{x^2}{a^2}-1\right)\right]+\frac{f_o}{ab}xy+f_o$	$\frac{2f_1}{a^2}\left(1-\frac{2y^2}{b^2}\right)$	$-\frac{2f_1}{b^2}\left(\frac{2x^2}{a^2}-1\right)$	$\frac{f_o}{ab}-\frac{8f_1xy}{a^2b^2}$	$\gtrless 0$
12 $z=\frac{f_y}{a^2}(a^2-x^2)+\frac{f_x}{2ab^2}(b^2-y^2)(a+x)$ 	$-\frac{2f_y}{a^2}$	$\frac{-f_x}{ab^2}(a+x)$	$\frac{-f_x}{ab^2}y$	>0
13 $z=f_o\operatorname{ch}\alpha_o y\cos\frac{\pi x}{2a}$  $z=f_o\left(1+\frac{f_1y^2}{f_ob^2}\right)\cos\frac{\pi x}{2a}$	$f_o\left(1+\frac{f_1y^2}{f_ob^2}\right)\left(\frac{\pi x}{2a}\right)^2\cos\frac{\pi x}{2a}$	$\frac{2f_1}{b^2}\cos\frac{\pi x}{2a}$	$\frac{f_1\pi xy}{ab^2}\sin\frac{\pi x}{2a}$	<0
14 $z=\beta_o\operatorname{sh}\ y\cos\frac{\pi x}{2a}$; $\beta_o=\frac{2f}{e^{2b}-e^{-2b}}$ 	$\beta_o\cdot\operatorname{sh}y\cdot\frac{\pi^2x^2}{4a}\cdot\cos\frac{\pi x}{2a}$	$\beta_o\cdot\operatorname{sh}y\cdot\cos\frac{\pi x}{2a}$	$\beta_o\cdot\operatorname{ch}y\cdot\frac{\pi x}{2a}\cdot\sin\frac{\pi x}{2a}$	$\gtrless 0$
15 $z=z(x,y)$ 	$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$	$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$	$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$	$\gtrless 0$

некоторых типов оболочек. В то же время следует отметить, что решение уравнений (I) методом сеток возможно и при других формах поверхностей, отличающихся от общеизвестных (табл. I., тип I5). Начальная поверхность этой пологой оболочки может быть представлена координатами узлов сетки $x_{i,k}$; $y_{i,k}$; $z_{i,k}$, а кривизны выражаются уравнениями:

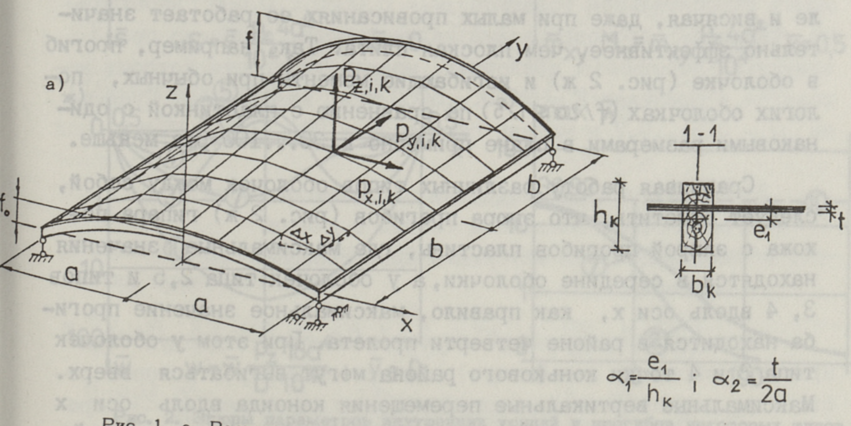
$$k_{x,i,k}=\frac{z_{i-1,k}-2z_{i,k}+z_{i+1,k}}{\Delta x^2_{i,k}};$$

$$k_{y,i,k}=\frac{z_{i,k-1}-2z_{i,k}+z_{i,k+1}}{\Delta y^2_{i,k}};\quad k_{xy,i,k}=\frac{z_{i+1,k+1}+z_{i-1,k-1}-z_{i-1,k+1}-z_{i+1,k-1}}{4\Delta x_{i,k}\Delta y_{i,k}}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{(1-\mu)}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{(1+\mu)}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}-k_{xy}(1-\mu)\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial x}\Big[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+$$
$$+\frac{(1-\mu)}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+k_x+k_y\mu\Big]+\frac{(1+\mu)}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\frac{p_x(1-\mu^2)}{Et}=0$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{(1-\mu)}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{(1+\mu)}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-k_{xy}(1-\mu)\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\Big[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+ \qquad \text{(I)}$$
$$+\frac{(1-\mu)}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\mu k_x+k_y\Big]+\frac{(1+\mu)}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\frac{p_y(1-\mu^2)}{Et}=0$$

$$\nabla^4 w-\frac{12(1-\mu)}{t^2}\Big(k_{xy}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\Big)\Big[\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}-2k_{xy}w\Big]-$$
$$-\frac{12}{t^2}\Big(k_x+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\Big)\Big\{\Big(\frac{\partial u}{\partial x}+\mu\frac{\partial v}{\partial y}\Big)+\frac{1}{2}\Big[\Big(\frac{\partial w}{\partial x}\Big)^2+\mu\Big(\frac{\partial w}{\partial y}\Big)^2\Big]+w(k_x+\mu k_y)\Big\}-$$
$$-\frac{12}{t^2}\Big(k_y+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\Big)\Big\{\Big(\frac{\partial v}{\partial y}+\mu\frac{\partial u}{\partial x}\Big)+\frac{1}{2}\Big[\Big(\frac{\partial w}{\partial y}\Big)^2+\mu\Big(\frac{\partial w}{\partial x}\Big)^2\Big]+w(k_y+\mu k_x)\Big\}-$$
$$-\frac{12p_z(1-\mu^2)}{Et^3}=0$$



$$\alpha_1=\frac{e_1}{h_k};\quad \alpha_2=\frac{t}{2a}$$

Рис. 1. а. Расчетная схема пологой оболочки типа 4 таблицы 1.

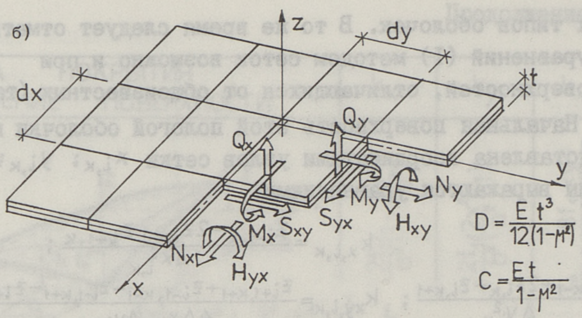


Рис. 1. б. Внутренние усилия в изотропной оболочке.

2. О некоторых чертах работы пологих изотропных оболочек

Ниже приводятся некоторые данные по сравнению с качественной картиной силовых факторов и прогибов (рис. 2) для различных типов в плане квадратных оболочек и пластины, приведенных в таблице I (см. также [4], [5], [6]).

На рис. 2 приведенные графики изображают эпюры безразмерных параметров внутренних сил и вертикальных перемещений соответственно вдоль осей $x\ (y=0)$ и $y\ (x=0)$ при свободном опирании оболочки на жесткие диафрагмы под действием вертикальной равномерно распределенной нагрузки и при относительном подъеме оболочки $\bar{k} = f/t = 40$.

Из этих графиков видно, что всякая оболочка, в том числе и висячая, даже при малых провисаниях ее работает значительно эффективнее, чем плоская плита. Так, например, прогиб в оболочке (рис. 2 ж) и изгибающие моменты при обычных, пологих оболочках ($f/2a \leq 1/5$) по сравнению с пластинкой с одинаковыми размерами в плане примерно в 30...100 раз меньше.

Сравнивая работу различных типов оболочек между собой, следует отметить, что эпюра прогибов (рис. 2 ж) гипара похожа с эпюрой прогибов пластины, где максимальные значения находятся в середине оболочки, а у оболочек типа 2,5 и типов 3, 4 вдоль оси x, как правило, максимальное значение прогиба находится в районе четверти пролета. При этом у оболочек типа 3 и 4 точки конькового района могут выгибаться вверх. Максимальные вертикальные перемещения коноида вдоль оси x находятся в районе четверти пролета, а вдоль оси y – в районе середины оболочки.

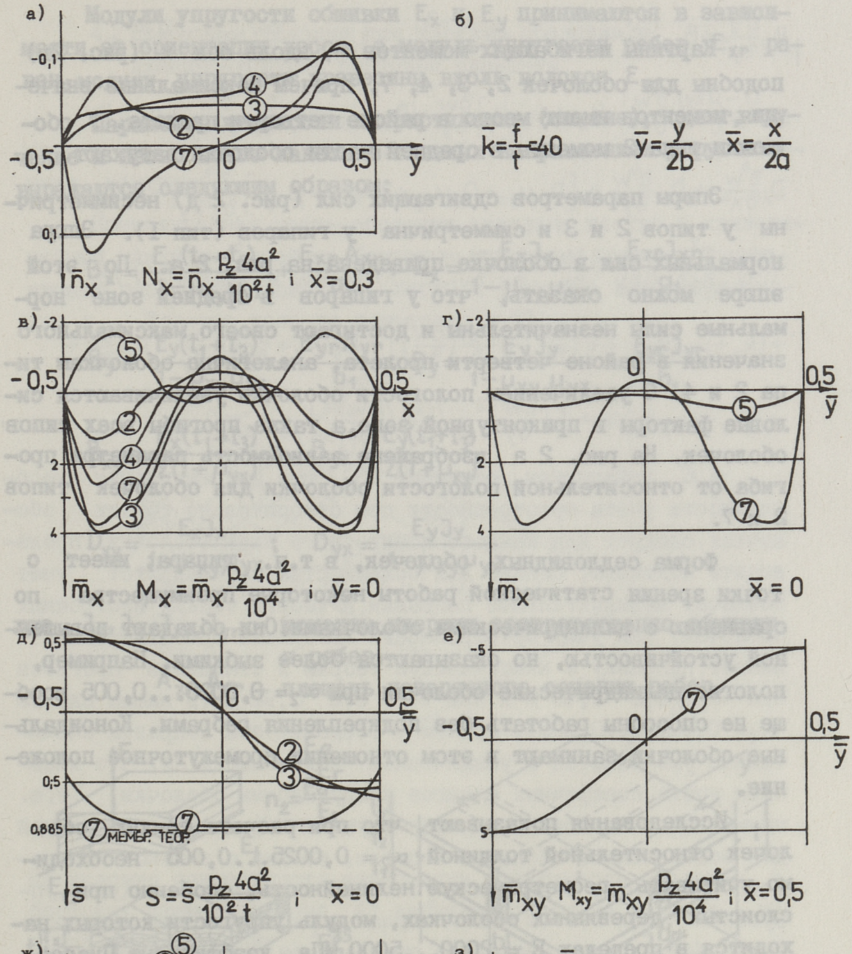


Рис. 2. Эпюры параметров внутренних усилий и прогибов некоторых типов пологих оболочек.

Картины изгибающих моментов M_x вдоль оси x (рис. 2в) подобны для оболочек 2, 3, 4, 7, причём максимальные значения моментов имеют место в районе четверти пролета. У оболочки типа 2 моменты в средней части оболочки затухают.

Эпюры параметров сдвигающих сил (рис. 2 д) несимметричны у типов 2 и 3 и симметрична у гипаров (тип I). Эпюра нормальных сил в оболочке приведена на рис. 2 а. По этой эпюре можно сказать, что у гипаров в средней зоне нормальные силы незначительны и достигают своего максимального значения в районе четверти пролета, аналогично оболочкам типа 2 и 4. С увеличением пологости оболочки увеличиваются силовые факторы в приконтурной зоне, а также прогибы всех типов оболочек. На рис. 2 з изображена зависимость параметра прогиба от относительной пологости оболочки для оболочек типов 2 и 7.

Форма седловидных оболочек, в т.ч. гипара, имеет с точки зрения статической работы некоторые преимущества по сравнению с цилиндрическими оболочками. Они обладают повышенной устойчивостью, но оказываются более зыбкими. Например, пологие цилиндрические оболочки при $\alpha_2 = 0,0025...0,005$ вообще не способны работать без подкрепления ребрами. Коноидальные оболочки занимают в этом отношении промежуточное положение.

Исследования показывают, что при расчете тонких оболочек относительной толщиной $\alpha_2 = 0,0025...0,005$ необходимо учитывать геометрическую нелинейность, особенно при слоистых деревянных оболочках, модуль упругости которых находится в пределах $E = 2000...5000$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,6...0,7$ и модуль сдвига $G = 880...1500$ МПа.

3. Расчет пологих покрытий по геометрически нелинейной моментной теории с учетом ортотропности материала криволинейной части оболочки

Рассмотрим трехслойную конструктивно-ортотропную (например, ребристую деревянную) пологую оболочку, которая состоит из двухсторонней дощатой обшивки и внутренних перекрестных ребер. Податливостью связей между набором ребер и обшивкой пренебрегаем. Доски обшивки сориентированы вдоль ребер или под углом 45° относительно последних.

Модули упругости обшивки E_x и E_y принимаются в зависимости от ориентации досок, а модуль упругости ребер E_{xr} равен модули упругости древесины вдоль волокон E_a.

Параметры жесткости на растяжение (сжатие), сдвиг, кручение и изгиб всего пакета в главных направлениях упругости выражаются следующим образом:

$$B_x = \frac{E_x(t_1+t_3)}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}} + \frac{E_{xr}A_{xr}}{a_1}; \quad D_x = \frac{E_x J_x}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}} + \frac{E_{xr}J_{xr}}{a_1}$$

$$B_y = \frac{E_y(t_1+t_3)}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}} + \frac{E_{yr}A_{yr}}{b_1}; \quad D_y = \frac{E_y J_y}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}} + \frac{E_{yr}J_{yr}}{b_1}$$

$$B_{xy} = \frac{E_x(t_1+t_3)}{2(1+\mu_{yx})}; \quad B_{yx} = \frac{E_y(t_1+t_3)}{2(1+\mu_{xy})}$$

$$D_{xy} = \frac{E_x J_x}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}}; \quad D_{yx} = \frac{E_y J_y}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}}$$

где J_x, J_y, J_{xr}, J_{yr} – моменты инерции соответственно обшивки и ребер;

A_{xr}, A_{yr} – площадь поперечного сечения ребер.

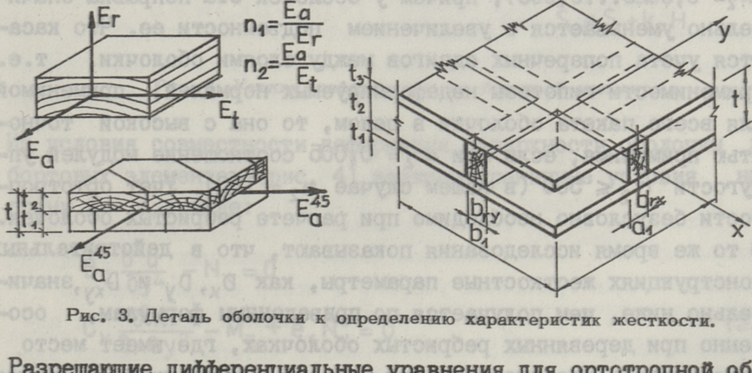


Рис. 3. Деталь оболочки к определению характеристик жесткости.

Разрешающие дифференциальные уравнения для ортотропной оболочки принимают вид:

$$B_x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B_{xy}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (B_x\mu_{yx} + B_{xy})\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - 2B_{xy}k_{xy}\frac{\partial w}{\partial y} + B_x\Big[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} +$$

$$+ \frac{(1-\mu_{yx})}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + k_x + \mu_{yx}k_y\Big]\frac{\partial w}{\partial x} + (B_x\mu_{yx} + B_{xy})\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + p_x = 0$$

$$
\begin{aligned}
&B_y\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+B_{xy}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+(B_y\mu_{xy}+B_{xy})\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-2B_{xy}k_{xy}\frac{\partial w}{\partial x}+B_y\left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\right.\\
&\left.+\frac{(1-\mu_{xy})}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+k_y+\mu_{xy}k_x\right]\frac{\partial w}{\partial y}+(B_y\mu_{xy}+B_{xy})\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+p_y=0
\end{aligned}
$$

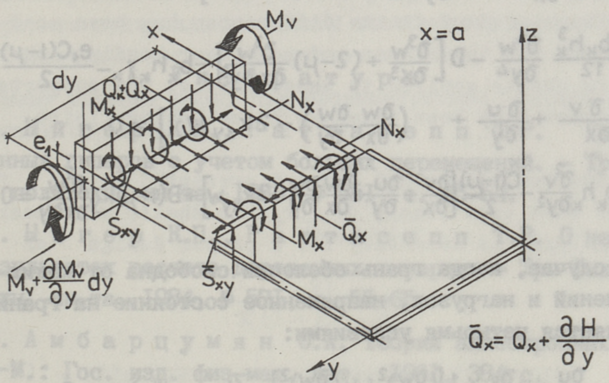
$$
\begin{aligned}
&D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+\left[D_x\mu_{yx}+D_y\mu_{xy}+2D_{xy}(1-\mu_{xy})\right]\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-2B_{xy}\cdot \qquad (2)\\
&\cdot\left(k_{xy}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}-2k_{xy}w\right)-B_x\left(k_x+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\mu_{yx}\frac{\partial v}{\partial y}+\right.\\
&\left.+(k_x+\mu_{yx}k_y)w+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\frac{\mu_{yx}}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]-B_y\left(k_y+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\left[\frac{\partial v}{\partial y}+\mu_{xy}\frac{\partial u}{\partial x}+\right.\\
&\left.+(k_y+\mu_{xy}k_x)w+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+\frac{\mu_{xy}}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]-p_z=0
\end{aligned}
$$

А.С. Амбарцумян отмечает [3], что для выявления необходимости учета ортотропности при относительно тонких оболочках следует для каждого конкретного вида оболочки производить подсчеты, однако для большинства случаев этот учет повлечет незначительные поправки в теорию тонких изотропных оболочек. Так учет ортотропности материала при пластинках внесет поправку в классическую теорию в отношении прогибов при $\alpha_2 = 0{,}1$ 1,48 % и при $\alpha_2 = 0{,}2$ 5,92 % (в нашем случае $\alpha_2 = 0{,}0025...0{,}005$), причем у оболочек эта поправка значительно уменьшается с увеличением подъемности ее. Что касается учета поперечных сдвигов между слоями оболочки, т.е. применимости гипотезы недеформируемых нормалей, применимой для всего пакета оболочки в целом, то она с высокой точностью применима, если при $\alpha_2 = 0{,}005$ соотношение модулей упругости $n_2 \leq 500$ (в нашем случае $n_2 = 150$). Учет ортотропности безусловно необходимо при расчете ребристых оболочек. В то же время исследования показывают, что в действительных конструкциях жесткостные параметры, как D_x, D_y и D_{xy}, значительно ниже, чем получается по приведенным формулам, особенно при деревянных ребристых оболочках, где имеет место податливость соединений между ребрами и оболочкой, а также в продольных стыках самих ребер. В последнем случае D_x и D_y могут отличаться от расчетных в несколько раз.

4. Граничные условия при заделке оболочки в линейно-упругие бортовые элементы

Ниже приведенные граничные условия применимы в случае геометрически нелинейных уравнений (I) и при малых перемещениях контура.

Криволинейная часть оболочки заделана жестко в криволинейные или прямолинейные бортовые элементы, которые воспринимают растяжение (сжатие), изгиб и кручение эксцентриситетом e_1. Угловые условия приведены в [2].



$$\bar{Q}_x = Q_x + \frac{\partial H}{\partial y}$$

$$\bar{S}_{xy} = S + k_y H$$

Рис. 4. Усилия, действующие на бортовой элемент.

Из условия совместности деформации поверхности оболочки и бортовых элементов (рис. 4) запишем граничные условия на грани x = a в виде:

$$B_2 \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - N_x = 0$$

$$C_v \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - M_x + e_1 N_x = 0 \qquad (3)$$

$$B_1 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \bar{Q}_x + Q_k + e_1 \bar{S}_{xy} = 0$$

$$E_k A_k \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} - \bar{S}_{xy} = 0$$

$B_1; B_2; C_v; E_k A_k$ – см. в формуле (4)

Выражая уравнения (3) через перемещения, получаем четыре граничные условия в частных производных на грани х = а:

$$\frac{E_k h_k b_k^3}{12}\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - C\left\{\frac{\partial u}{\partial x} + \mu\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] + (k_x + \mu k_y)w\right\} = 0$$

$$\frac{E_k h_k b_k^3 \beta_c}{2(1+\mu)}\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + e_1 C\left\{\frac{\partial u}{\partial x} + \mu\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] + (k_x + \mu k_y)w\right\} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{E_k b_k h_k^3}{12}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - D\left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\mu)\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}\right] - b_k h_k \gamma_k - \frac{e_1 C(1-\mu)}{2}\cdot\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right) - 2k_{xy}w\right] = 0$$

$$E_k b_k h_k \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{C(1-\mu)}{2}\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} - 2k_{xy}w\right] + D(1-\mu)k_y\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0.$$

В случае, когда грань оболочки свободна от каких-либо закреплений и нагрузок, напряженное состояние на грани х=а определяется четырьмя условиями:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \mu\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] + (k_x + \mu k_y)w = 0$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\mu)\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{6}{t^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} - 2k_{xy}w\right) - k_y\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0.$$

Применяем метод сеток, который при использовании конечноразностной аппроксимации дифференциальных операторов и выражений для граничных условий в итоге сводит решение уравнений (I), (4) или (5) к решению системы нелинейных алгебраических уравнений, неизвестными в которых являются значения искомых функций u, v, w в узлах сетки. Преобразование уравнений равновесия и граничных условий к системе нелинейных алгебраических уравнений производится внутри расчетной программы HYPAR [I, 2].

Отмечаем еще, что условия опирания для каждой грани могут быть различными, например, при блокированных оболочках.

Другие виды более простых граничных условий здесь не рассматриваем, так как они подробно описаны в литературе, а также могут быть легко определены из приведенных в статье граничных условий.

Условия (3)...(5) по аналогии приведенных формул легко записываются и для ортотропных оболочек.

Описанный алгоритм позволяет также изучить влияние местных геометрических несовершенств поверхности, которое может привести к образованию локальных вмятин.

Литература

1. Н й г е р К.П., Р а т т а с е п п Т.Р. Расчет деревянных гипаров с учетом больших перемещений. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1983, № 551, с. 45-54.

2. Н й г е р К.П., Р а т т а с е п п Т.Р. О некоторых результатах расчета деревянных гипаров. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1984, № 571, с. 55-65.

3. А м б а р ц у м я н С.А. Теория анизотропных оболочек.-М.: Гос. изд. физ-мат. лит., 1961. 384 с.

4. Расчет пологих оболочек двоякой кривизны с плоским прямоугольным контуром. Методические материалы и таблицы для расчета. Минск, Инст. Стр. и Арх. Госстроя БССР, 1964, 37 с.

5. М и л е й к о в с к и й И.Е., К у п а р А.К. Гипары. Расчет и проектирование пологих оболочек покрытий в форме гиперболических параболоидов.-М.: Стройиздат, 1978. 223 с.

6. К о л к у н о в Н.В. Основы расчета упругих оболочек. Изд. 2-ое, перераб. и доп.-М.: Высшая школа, 1972. 296 с.

K. Õiger, T. Rattasepp

Features of Statical Work of Some Rectangular Shallow Shells

Abstract

In this article calculation problems are discussed for some rectangular shallow shells as hypars, conoids, cylindrical and other shells.

The method of finite differences has been used to solve equations for the linear and nonlinear bending theory of shallow shells applied to these shells. The supports on the boundaries have been taken as beams having finite rigidities.

The results worked out and presented in the form of graphs show that linear or for thin shells nonlinear bending analysis is necessary for a proper design of these shells.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.074.4

К.П. Нийгер, В.Г. Фёдоров

РАСЧЕТ РЕБРИСТОГО ДЕРЕВЯННОГО ГИПАРА

Рассматривается метод расчета ребристого гипара, при одностороннем подкреплении сеткой взаимно перпендикулярных ребер. Оболочка пологая, квадратная в плане.

Момент инерции ребер при несимметричном подкреплении учитывается выражениями [I] и [2]

$$J' = J_p + \frac{Ae^2}{1 + \frac{AE_p}{(\lambda + \lambda')hE}}, \tag{I}$$

$$2\lambda = \frac{2l}{\pi(3 + 2\nu - \nu^2)}, \tag{2}$$

где J' – эффективный момент инерции, проходящий через центр тяжести поперечного сечения;

E_p, A, J_p – соответственно модуль упругости, площадь поперечного сечения и момент инерции сечения ребра;

e – расстояние от центра тяжести поперечного сечения ребра до срединной поверхности;

E, h – модуль упругости и толщина двухслойной оболочки (рис. I);

λ, λ' – эффективные ширины части оболочки, лежащие по обе стороны ребер, если материал ребра и оболочки различен, то второе слагаемое, стоящее в знаменателе выражения (I), уменьшается на отношение модулей упругости ребра и оболочки;

ν – коэффициент Пуассона;

l – длина полуволны прогиба ребра при изгибе (т.е. пролет оболочки).

Жесткости оболочек учитываются выражениями [3]

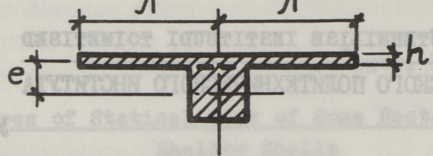


Рис. 1. Схема подкрепления.

$$D_1 = D_3 + \frac{E_{p,1}\cdot J_1'}{d_1}\,; \quad D_3 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\,; \quad D_2 = D_1\,,$$

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2} + \frac{E_{p,1}\cdot A_1}{d_1}\,; \quad A_1 = A_2\,, \quad T_1 = T_2\,, \qquad (3)$$

где D_1, D_2 – жесткости в направлении осей x и y соответственно;

d_1, d_2 – расстояние между ребрами, параллельными осям x и y;

$E_{p,1}, E_{p,2}$ – модули упругости материалов, из которых изготовлены ребра, параллельные осям x и y;

E – модуль упругости оболочки;

J_1', J_2' – моменты инерций сечений этих ребер, взятых с учетом выражений (I) и (2).

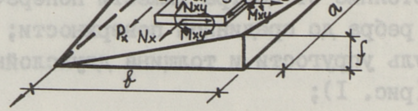


Рис. 2. Расчетная схема оболочки.

Рассмотрим расчет оболочки (рис. 2) под действием равномерно распределенной нагрузки, при этом работа оболочки описывается следующими уравнениями (4) до (6) и (9), см. также [4].

Связь между перемещениями и деформациями принимается в виде

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - K_x w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2,$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - K_y w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2, \qquad (4)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2K_{xy} w + \frac{\partial w}{\partial x}\cdot\frac{\partial w}{\partial y},$$

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \chi_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Для оболочки усилия и моменты как обычно

$$N_x = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y),$$

$$N_y = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x),$$

$$N_{xy} = \frac{Eh}{2(1+\nu)}\varepsilon_{xy},$$

$$M_x = D_1(\chi_x + \nu\chi_y), \qquad (5)$$

$$M_y = D_2(\chi_y + \nu\chi_x),$$

$$M_{xy} = D_3(1-\nu)\chi_{xy}.$$

Условия равновесия определяются уравнениями

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + p_x = 0,$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + p_y = 0,$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x(K_x - \chi_x) + \qquad (6)$$

$$+ N_y(K_y - \chi_y) + 2N_{xy}(K_{xy} - \chi_{xy}) + p_z = 0.$$

Для гипара

$$K_x = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0, \quad K_y = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \quad и \quad K_{xy} = \frac{2f}{ab},$$

где $z = K_{xy}\,xy + K_x \cdot x + K_y \cdot y$,

уравнение поверхности гипара в декартовых координатах (рис. 2). Принимаем $p_x = p_y = 0$. Нормальные и сдвигающие силы выражаются через функции напряжений по формулам

$$N_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad N_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad N_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}. \qquad (7)$$

Делая известные преобразования, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$D_1\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2D_3\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_2\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+2K_{xy}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}-$$

$$-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}-P_z=0,$$

$$\frac{1}{T_2}\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}+\left(\frac{2(1+\nu)}{E\cdot h}-\frac{2\nu}{T_1}\right)\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{1}{T_1}\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4}+ \qquad (8)$$

$$+2K_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2=0.$$

Решаем эту систему при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} &x=0, \quad v=v_K=\mathrm{const}, \quad \varepsilon_y=w=N_x=M_x=0\\ &x=a, \quad v=w=N_x=M_x=0\\ &y=0,b, \quad u=w=N_y=M_y=0 \end{aligned} \qquad (9)$$

методом Бубнова-Галеркина.

Этим условиям удовлетворяют функции прогиба и напряжений, принятых в виде

$$W=\sum_m\sum_n A_{mn}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}.$$

$$\varphi=\sum_m\sum_n B_{mn}\sin\frac{(m+1)\pi x}{a}\sin\frac{(n+1)\pi y}{b}+\frac{\varphi_K}{ab}xy, \qquad (10)$$

где a и b – размеры оболочки в плане.

Для функций W и φ варьируемые параметры приняты $A_{11}, A_{22}, A_{13}, A_{31}, A_{33}, B_{11}, B_{22}, B_{13}, B_{31}, B_{33}$. Для квадратной оболочки $A_{13}=A_{31}$ и $B_{13}=B_{31}$. Выполнив процедуру Бубнова-Галеркина, получим систему восьми нелинейных алгебраических уравнений, в которых остается еще неизвестен параметр φ_K, который определяется из уравнения перекоса оболочки в плане с учетом конечной жесткости затяжки (диагональная связь нижних опор) [5]

$$\left[\frac{2(1+\nu)}{Eh}+\frac{b}{a E_3 A_3\cos^3\alpha}\right]\varphi_K=-\iint_A\left[2K_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\right]xy\,dx\,dy, \qquad (11)$$

где E_3, A_3 – модуль упругости и поперечное сечение затяжки;
α – угол между затяжкой и контуром.

Приняв жесткость затяжки бесконечной, можно параметр φ_K также найти из другого условия, где $\varphi_K=N_{xy}ab$. В конечном случае φ_K – это одна из составляющих слагаемых силы N_{xy}, результат которой несложно получить по безмоментной теории. В дальнейшем по этой методике параметр φ_K уточняется.

Для решения полученной системы нелинейных алгебраических уравнений используется усовершенствованный метод последовательных приближений с заданным шагом приращения, который выбирается из условия сходимости, начальные значения неизвестных приняты равными нулю.

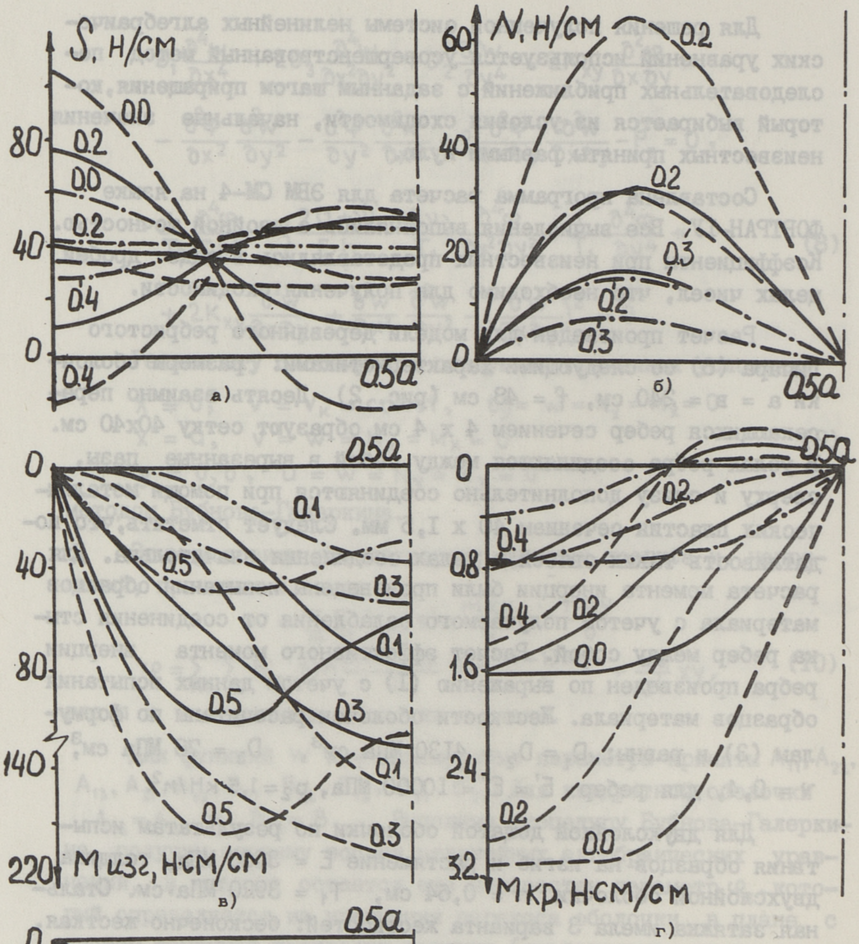
Составлена программа расчета для ЭВМ СМ-4 на языке ФОРТРАН-IУ. Все вычисления выполнялись с двойной точностью. Коэффициенты при неизвестных представлялись в виде дробей целых чисел, что необходимо для получения сходимости.

Расчет произведен для модели деревянного ребристого гипара (6) со следующими характеристиками: размеры оболочки а = в = 240 см, f = 48 см (рис. 2). Десять взаимно пересекающихся ребер сечением 4 х 4 см образуют сетку 40х40 см. В узлах ребра соединяются между собой в вырезанные пазы, сверху и снизу дополнительно соединяются при помощи металлических пластин сечением 40 х I,5 мм. Следует отметить, что податливость таких связей в узлах соединения значительна. Для расчета момента инерции были произведены испытания образцов материала с учетом получаемого ослабления от соединения стыка ребер между собой. Расчет эффективного момента инерции ребра произведен по выражению (I) с учетом данных испытания образцов материала. Жесткости оболочек рассчитаны по формулам (3) и равны: $D_1 = D_2$ = 4130 МПа см^3, D_3 = 78 МПа см^3, ν = 0,4, для ребер $E' = E''$ = 10000 МПа, p_2 = 1,5 кН/м^2.

Для двухслойной дощатой оболочки по результатам испытания образцов на изгиб и растяжение E = 3000 МПа, толщина двухслойной оболочки h = 0,64 см, T_1 = 3920 МПа·см. Стальная затяжка имела 3 варианта жесткостей: бесконечно жесткая, жесткость стальной затяжки ∅ I2 мм и ∅ 3 мм.

Работу ребер на кручение и сдвиг не учитываем.

Параллельно делался расчет в линейной постановке, т.е. не учитывались члены A_{22} и B_{22}, но полученные результаты при рассматриваемых параметрах незначительно отличаются от расчета в нелинейной постановке. Результаты расчетов отражены на (рис. 3). Надо отметить, что в настоящее время в ЦНИСК им. Кучеренко разработаны жесткие стыки соединения ребер, применение которых позволяет повышать жёсткость конструкции.



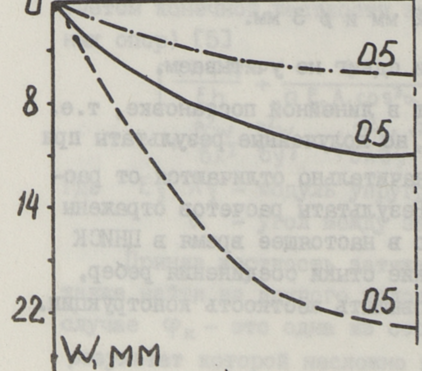


Рис. 3. Результаты расчета:
а) сдвигающие силы, б) нормальные силы, в) изгибающие моменты, г) крутящие моменты, д) прогибы оболочки.
—·—·— жесткость затяжки бесконечно большая,
——— жесткость затяжки соответствует её диаметру d = 12 мм,
— — — жесткость затяжки соответствует ее диаметру d = 3 мм.

По полученным результатам можно заключить:

Подкрепление оболочки ребрами, параметры которых рекомендуется принимать в пределах $d = (35...40)h$, $h_p = (I/100...I/150\,\ell$, $b_p = (I/2...I/5)h_p$, повышает значительно жесткость ее и она может рассчитываться по моментной линейной теории.

Расчет по линейной теории может существенно повлиять на результаты расчета при приведенной толщине обшивки $h_{np} < (I/320...I/400)\ell$ или также в случае $h_{np} = (I/150...I/320)\ell$, когда приведенная жесткость затяжки мала, т.е. $\frac{R_y \cdot E_3 . A_3}{240\ell^2} < 5$ МПа.

Для более детального выявления влияния нелинейных членов следует удержать большее количество их, что связано с усложнением расчета.

Литература

I. Донелл Л.Г. Балки, пластины оболочки.-М.: Наука, 1982, с. 264-266.

2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости.-М.: Наука, 1975, с. 272-278.

3. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки.-М.: Гостехиздат, 1957, с. 260.

4. Справочник проектировщика.-М.: Стройиздат, 1973, П т., с. 107-108.

5. Самольянов И.И. К расчету пологих оболочек типа гиперболического параболоида с учетом жесткости затяжки. - Строительная механика и расчет сооружений, 1976, № 6.

6. Фёдоров В.Г. Экспериментальное исследование работы ребристых деревянных гипаров. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1985, № 596. с. II9-I26.

K. Õiger, V. Fyodorov

Calculation of Wooden Ribbed Hypar

Abstract

A wooden ribbed hypar strengthened by a network of ribs perpendicular to one another is discussed and calculated. The shell concerned was sloping and square in plan. A system of two non-linear differential equations was solved using the Bubnov-Galerkin method.

Graphs of inner forces and displacement are presented and a comparison is made with the tested model of a wooden ribbed hypar.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.074.4

В.Г. Федоров

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ДЕРЕВЯННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ [x]

Для выбора оптимальных деревянных оболочечных конструкций покрытий на кафедре строительных конструкций построена и испытана модель пологой цилиндрической оболочки как с ребрами, так и без. Размеры модели оболочки 2,4x2,4 м (I/I0 натур. разм.), подъем 0,48 м, радиус окружности I,75 м. Покрытие модели изготовлено из двух слоев реек сечением 3 x 20 мм, соединенных на гвоздях, рейки взаимно перпендикулярны друг другу и направлены по диагоналям оболочки. Четыре радиальных ребра - арки сечением 35 x 55 мм - изготовлены из I3 реек сечением 4 x 35 мм, соединенных на клею ДФК-I4, разработанном в проблемной лаборатории ТПИ.

Ребра установлены с шагом 0,8 м. Два бортовых элемента сечением 35 x 90 мм и шесть продольных ребер сечением 25 x x I20 мм, врезанных в радиальные ребра на их высоту 55 мм, образуют каркас оболочки, по которому выполнено покрытие модели.

Углы оболочки вместе с крайними арками и затяжкой d = = 6 мм соединены в узел (рис. I). Промежуточные арки соединены с бортовым элементом на болтах d = 6 мм и ℓ = I00мм. Деформации оболочки, ребер, бортовых элементов, затяжек измерялись I82 тензорезисторами с базой 20 мм, показания которых печатала машина "ИСКРА", соединенная с тензометрическим мостом. Для измерения вертикальных и горизонтальных перемещений установлено 37 прогибомеров и 2I индикатор.

---

x Работа выполнена под руководством и при непосредственном участии канд. техн. наук. К.П. Пийгера.

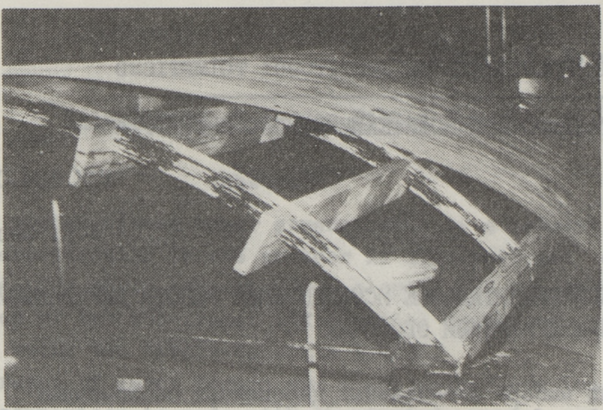


Рис. 1. Узел соединения оболочки.

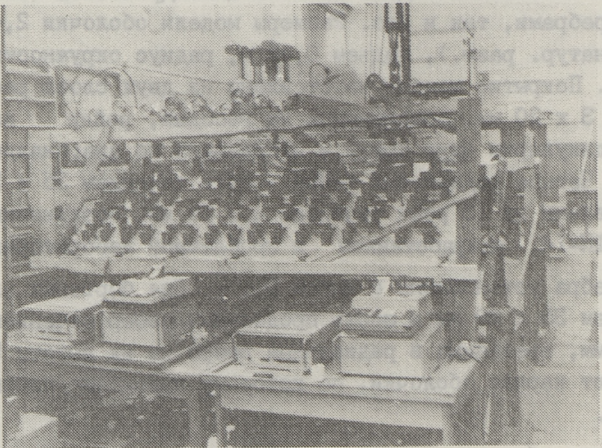


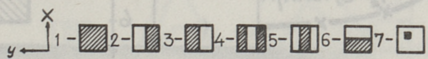
Рис. 2. Испытания оболочки.

Модель испытывалась на специальном стенде (рис. 2). Загружение оболочки производилось посредством I6 тяг, которые передавали нагрузку в 256 точек поверхности оболочки. Для уменьшения рыхлых деформаций конструкции затяжке было дано предварительное напряжение, несмотря на это эти деформации были ликвидированы только в конце первой серии испытаний, которые были снова повторены. Испытания проводились при 7 различных видах загружения и при трех вариантах (А, Б, В) расположения радиальных и продольных ребер. В первом варианте – А продольные и поперечные ребра установлены, во втором –

Б установлены только радиальные ребра, в третьем – В оболочка без промежуточных радиальных и продольных ребер.

Оболочка испытывалась при следующих интенсивностях загружения:
0,5; I,0; I,5; 2,0; 3,5 кН/м^2 и при нагружении местной силой;
2,0; 4,0; 6,0 кН при варианте А;
0,5; I,0; I,5; 2,0 кН/м^2 и при нагружении местной силой 2,0; 3,0 кН при варианте Б;
0,25 кН/м^2 и при нагружении местной силой 0,75 кН при варианте В.

При всех вариантах собственный вес (СВ) оболочки и ребер моделируется дополнительной нагрузкой 0,5 кН/м^2, бортовой элемент погонной нагрузкой 0,25 кН/м. При этом виды загружения при трех вариантах:



при равномерно распределенной Р = I,5 кН/м^2 и сосредоточенной силе 2,0 кН. Общая схема оболочки (рис. 3).

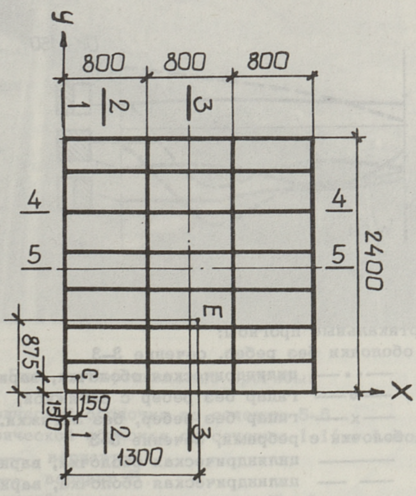


Рис. 3. Схема рассматриваемых сечений и точек оболочки.

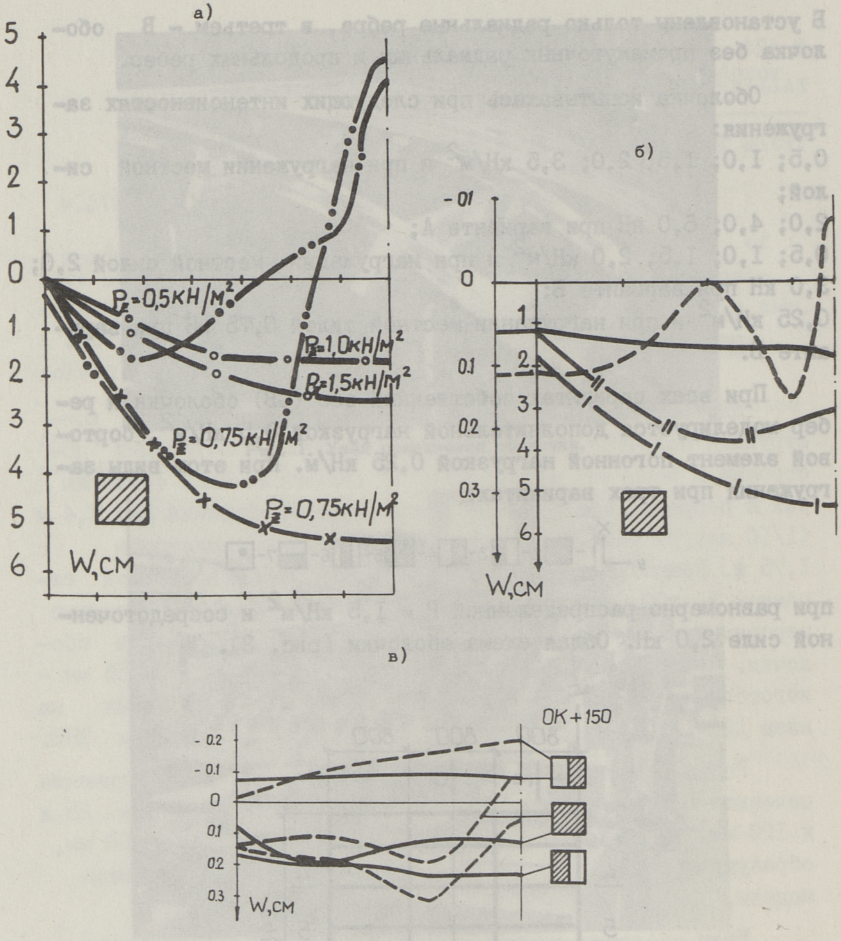


Рис. 4. Вертикальные прогибы:

а) оболочки без ребер, сечение 3–3

—•••— цилиндрическая оболочка, вариант В,

—○— гипар без ребер с затяжкой,

—×— гипар без ребер, без затяжки.

б) оболочки с ребрами, сечение 3–3

——— цилиндрическая оболочка, вариант А,

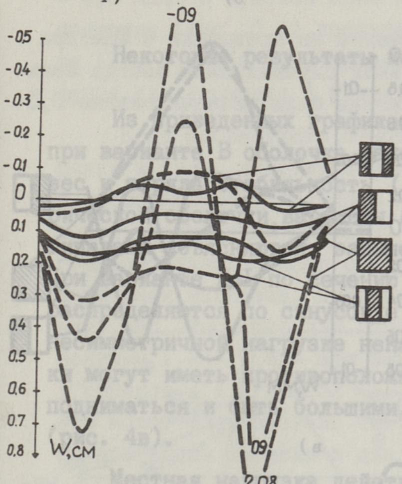
— — — цилиндрическая оболочка, вариант Б,

—ıı— ребристый гипар с затяжкой,

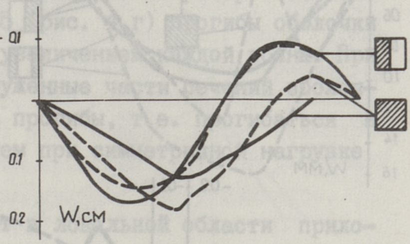
—ı— ребристый гипар без затяжки.

в) цилиндрической оболочки по сечению 4–4.

г)



д)



е)

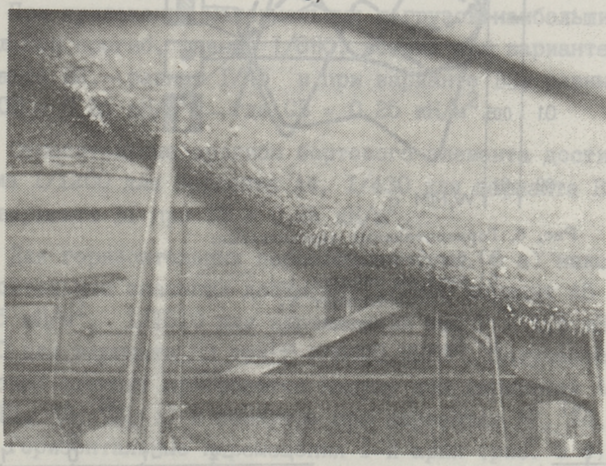


Рис. 4. Вертикальные прогибы:

г) цилиндрической оболочки по сечению 5–5.
д) цилиндрической оболочки по сечению 1-1 (по 1-й арке)
——— вариант А
— — вариант Б.
е) потеря устойчивости цилиндрической оболочки.

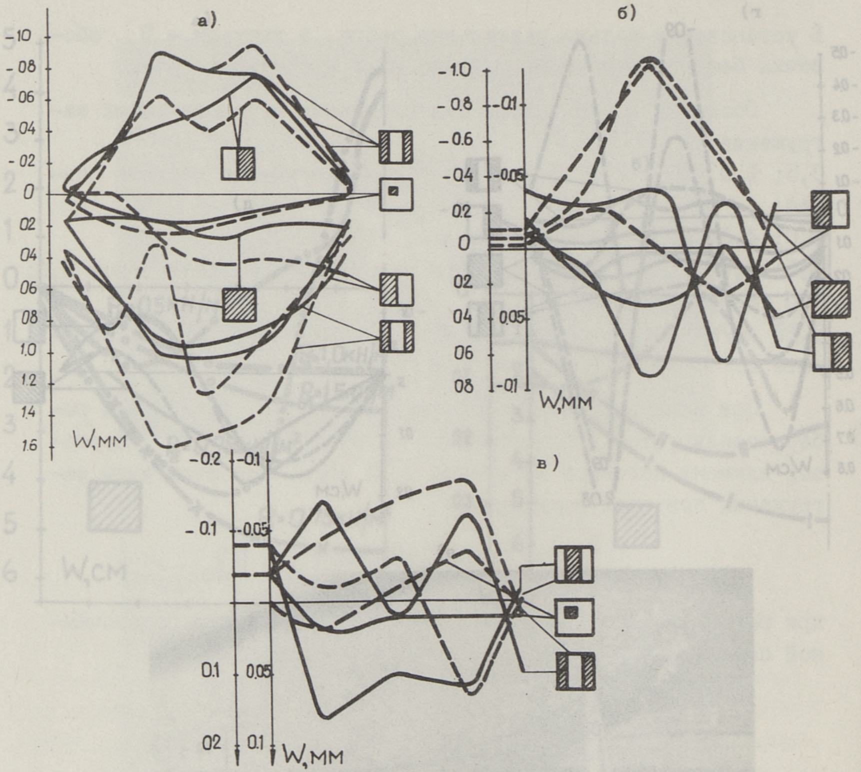


Рис. 5. Горизонтальные перемещения:
а) бортового элемента,
б) арки по сечению 1-1,
——— вариант А,
— — вариант Б,
в) арки по сечению 1-1.

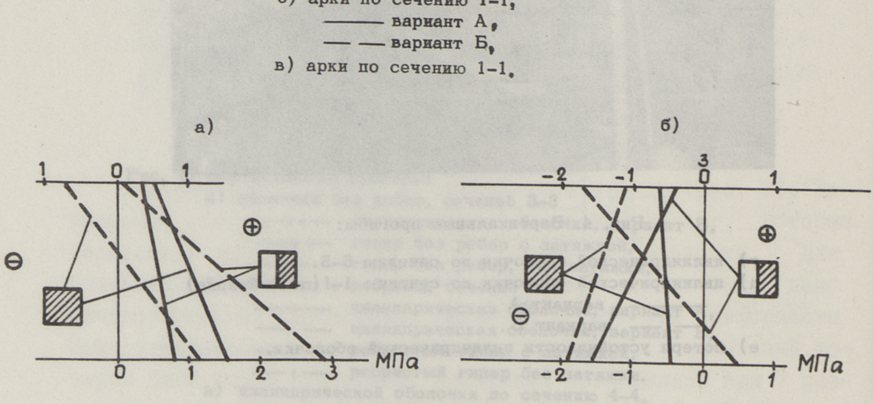


Рис. 6. Напряжения в оболочке, точка С:
а) верхний слой досочек,
б) нижний слой досочек.

Некоторые результаты испытаний

Из приведенных графиков прогиба (рис. 4 а) следует, что при варианте В оболочка даже не могла выдержать собственный вес и теряла стабильность (рис. 4е). Малые прогибы цилиндрической оболочки, варианты А и Б (рис. 4 б), по сравнению с гипарами объясняются завышенной жесткостью ребер оболочки. При варианте Б-I по сечению 5-5 (рис. 4 г) прогибы оболочки распределяются по синусоиде с увеличением каждой волны. При несимметричной нагрузке ненагруженные части сечений оболочки могут иметь противоположные прогибы, т.е. прогибаться и подниматься и быть большими, чем при симметричной нагрузке (рис. 4в).

Местная нагрузка действует в локальной области приложения.

При приложении максимальных нагрузок наибольший относительный прогиб, равный I/890, возник при варианте А2, при варианте Б2, — равный I/45 и при варианте В3, — равный I/24, при СВ + 0,25 кН/м^2, где СВ = 0,25 кН/м^2.

Относительные прогибы бортового элемента достигают максимума I/I200 для варианта А4, I/430 для варианта Б2 и I/860 для варианта ВI при СВ + 0,25 кН/м^2.

Для горизонтальных перемещений (рис. 5 а) максимальные относительные значения достигают I/2330 вариант А5 при Р= = I,5 кН/м^2, I/I5I0 для варианта Б5 при Р = I,5 кН/м^2 и I/570 для варианта В3 при Р = 0,25 кН/м^2. Получается, что бортовой элемент прогибается наружу при вариантах АI, А5, А6, БI, Б5, Б6, ВI и вовнутрь при вариантах А2, А4, Б2, Б4, В3. Горизонтальные перемещения I-й арки (рис. 5 б), их характер и направленность в большей степени зависят от варианта оболочки А или Б. При варианте Б абсолютное перемещение примерно в 2-3 раза больше, чем при варианте А.

Напряжения в поверхности оболочки рассматривались для двух точек оболочки С и Е (рис. 6, 7). При этом максимальные напряжения при нагрузке Р = I,5 кН/м^2 для вариантов А не превышали I,6 МПа, для вариантов Б достигали I9,I МПа, что больше, чем позволяет R_c = I3 МПа. При варианте В напряжения достигали 6,3 МПа при Р = 0,25 + 25 кН/м^2.

Напряжения в бортовом элементе не превышали 4 МПа при варианте Б2 (рис. 8 а) в остальных случаях были всегда меньше. Для продольных ребер напряжения были незначительные 0,5-

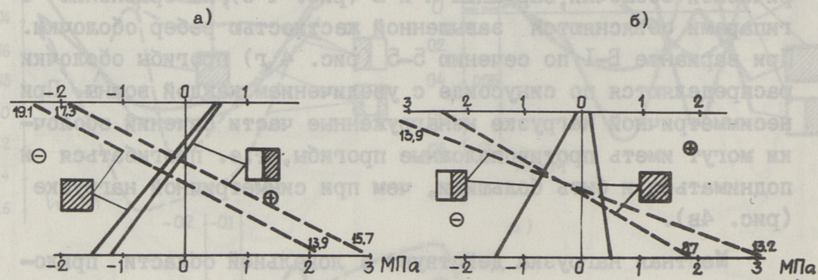


Рис. 7. Напряжения в оболочке, точка Е:
а) верхний слой досочек,
б) нижний слой досочек.

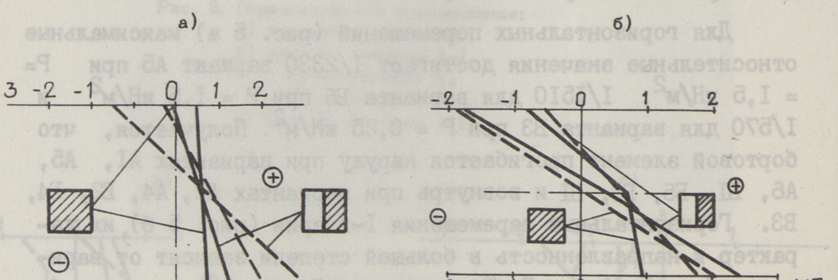


Рис. 8. Напряжение в ребрах в середине пролета:
а) бортовой элемент,
б) арка, сечение 1-1.

– 0,6 МПа. В краевой арке напряжение в середине пролета напряжения (рис. 8 б) достигали значений 2,35 МПа для варианта А2 и 2,5 МПа для варианта Б5. В промежуточной арке напряжения для варианта А примерно в два раза меньше.

Если рассмотреть отношение внутренней силы одной затяжки к силе, действующей на всю поверхность оболочки, при равномерно распределенной нагрузке, для цилиндрической оболочки, то получим примерно 0,32. Это значит, что суммарный горизонтальный распор оболочки равен $\sum P \cdot 0{,}32 \cdot 2$, где $\sum P$ суммарная нагрузка, действующая на поверхность. Если сравнить это отношение для гипаров с такими же параметрами, то получим I,2 – I,6 – это значит, что горизонтальная реакция у гипаров в I.2/2·0,32 = I,875 раза больше, чем у цилиндра. Это может быть вызвано тем, что кривизна выпуклой диагонали гипара вдоль затяжки в два раза меньше, чем у цилиндра.

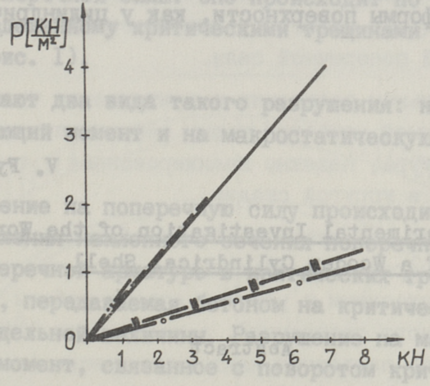


Рис. 9. Зависимость внутренней силы в затяжке от нагрузки. Обозначения см. (рис. 4 а, 4 б).

При сравнении прогибов гипара и цилиндрической оболочки получаются следующие соотношения при Р = I,5 кН/м^2 для гипара без ребер с затяжкой I/92, для цилиндрической оболочки I/I320. При варианте БI I/960, при варианте В I/30, при этом нагрузка СВ + 0,25 = 0,5 кН/м^2. Перемещения гипара без ребер и затяжки при Р = 0,75 кН/м^2 I/44, а у цилиндра при варианте В без затяжки I/23.

Из приведенных результатов можно сделать следующие выводы:

I. Цилиндрическую деревянную оболочку средней длины, относительной толщины t/a = I/400 и с относительной стрелой подъема f/a = I,5, без промежуточных ребер применять невозможно;

2. Ребристые цилиндрические оболочки - варианты А и Б - показали свою пригодность, но при этом возникает вопрос правильного подбора жесткостных характеристик ребер, с целью более экономичного использования материала, что видно на примере модели, где ребра и бортовые элементы были взяты с большим запасом прочности;

3. Из сравнения гипара и цилиндрической оболочки с приведенными параметрами более предпочтительны гипары, которые могут работать без ребер с затяжкой и с ребрами без затяжки. У гипара не наблюдается внезапной потери устойчивости с резким изменением формы поверхности, как у цилиндрической оболочки.

V. Fyodorov

An Experimental Investigation of the Work of a Wooden Cylindrical Shell

Abstract

Some results of tests with wooden cylindrical shell models are discussed.

The cylindrical shell model had the dimensions of 2.4 m x 2.4 m (1/10 of the full-scale dimensions), elevation - 0.48 m, surrounding radius - 1.75 m.

Shell surface was constructed of two rib layers of 3 x 20 mm cross-section perpendicular to one another and connected by nail fastenings. The surface was strengthened by four radial ribs - arches of 35 x 55 mm cross-section, two side elements of 35 x 90 mm and six longitudinal ribs of 25 x 120 mm cross-section which formed shell framework. Tests were conducted with seven different types of loads and on three different positions of radial and longitudinal ribs.

№ 624
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.04

В.А. Отсмаа, Р.Р. Пыйал

ПОСТРОЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ДЛИННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ДЕЙСТВИИ МАКРОСТАТИЧЕСКОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

Разрушение длинной цилиндрической железобетонной оболочки по наклонному сечению связано с воздействием макростатической поперечной силы. Оно происходит по наклонному сечению, определенному критическими трещинами и критическим сечением (рис. I).

Различают два вида такого разрушения: на макростатический изгибающий момент и на макростатическую поперечную силу [4].

Разрушение на поперечную силу происходит преодолеванием сопротивления наклонного сечения поперечной силе: усилия во всей поперечной арматуре в критических трещинах и поперечная сила, передаваемая бетоном на критический блок, достигают предельной величины. Разрушение на макростатический изгибающий момент, связанное с поворотом критического блока относительно остальной части оболочки, происходит при преодолевании сопротивления продольной арматуры, проходящей через критические трещины.

В настоящей статье рассматривается сопротивление длинной цилиндрической оболочки макростатической поперечной силе и представляется общая расчетная схема для определения предельной нагрузки, соответствующей несущей способности оболочки.

Обозначения приняты по рис. I. Опираясь на проведенные в ТПИ работы [2], [3] и на качество материалов конструкции, сделаны следующие основные предположения:

I. Форма критической трещины соответствует в сжатой зоне траектории главных сжимающих напряжений второй стадии напряженного состояния длинной оболочки. Ниже нейтральной линии критическая трещина развивается под углом 45° к образующей оболочки.

2. Начало критической наклонной трещины на нижней грани бортового элемента определяется наиблизкой к торцевой диафрагме нормальной трещиной, вызванной действием собственного веса оболочки.

3. Силы зацепления бетона в критических трещинах рассматриваются сдвигающими усилиями, направленными вдоль касательной к траектории трещины. Ввиду отсутствия более точных данных о распределении этих усилий принято, что они по длине трещины распределены равномерно.

4. Поперечные изгибающие моменты в наклонных трещинах равны нулю и тем самым вся поперечная арматура, проходящая критические трещины, может быть использована для восприятия макростатической поперечной силы.

5. В предельном состоянии в критических трещинах напряжения поперечной арматуры равны сопротивлению арматуры. Продольная арматура, надежно заанкерованная у торцевых диафрагм, работает в упругой стадии.

В дальнейшем под длинной оболочкой подразумевают железобетонную цилиндрическую оболочку, поперечные сечения которой остаются плоскими в упругой стадии работы (в первой стадии напряженного состояния), а также после образования нормальных, но до появления наклонных трещин (во второй стадии напряженного состояния).

Для такой оболочки уравнение критической трещины, соответствующей траектории главных сжимающих напряжений второй стадии напряженного состояния оболочки, выражается в виде:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{M(\cos\vartheta - \cos\varphi_N)}{2QR^2(\sin\vartheta - \vartheta\cos\varphi_N)} - \sqrt{\frac{M^2(\cos\vartheta - \cos\varphi_N)^2}{4Q^2R^4(\sin\vartheta - \vartheta\cos\varphi_N)^2} + 1}, \qquad (I)$$

где M, Q – макростатические изгибающий момент и поперечная сила в сечении x;

ϑ – угол от гребня оболочки до критической трещины в сечении x;

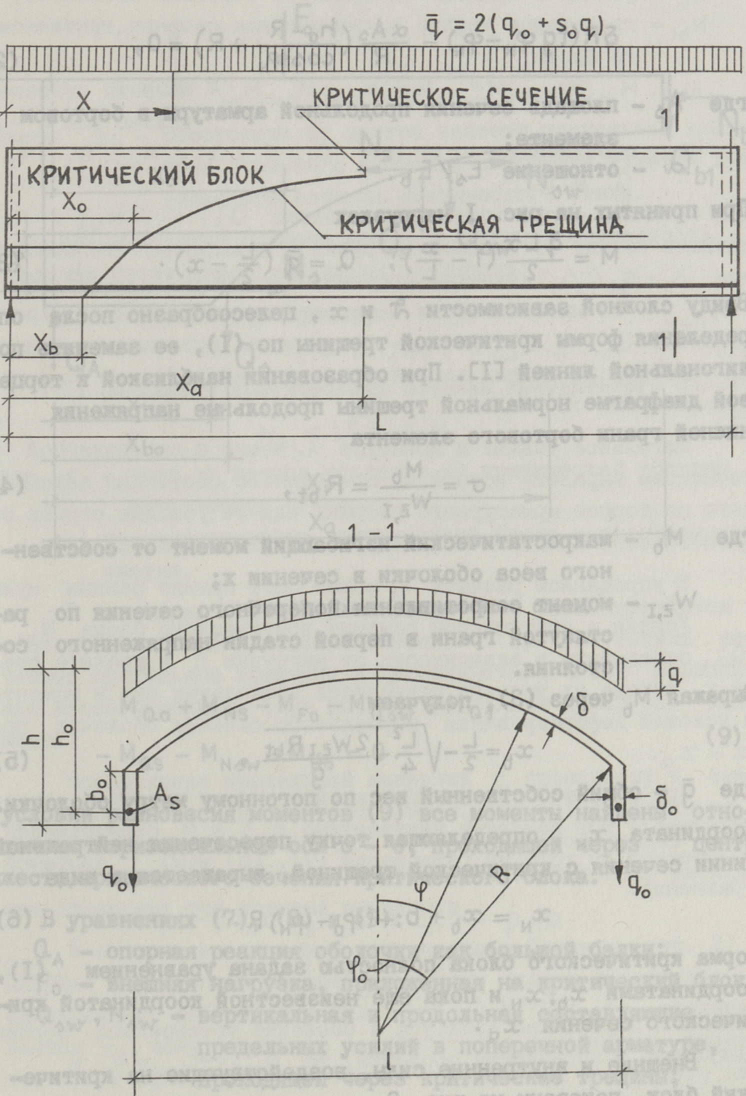


Рис. 1. Схема оболочки.

φ_N – угол от гребня оболочки до нейтральной линии второй стадии напряженного состояния.

φ_N определяется из уравнения равновесия продольных сил, действующих в поперечном сечении оболочки

$$\delta R(\operatorname{tg}\varphi_N-\varphi_N)-\frac{\alpha A_s}{R}\left(\frac{h_0-R}{\cos\varphi_N}+R\right)=0, \qquad (2)$$

где A_s – площадь сечения продольной арматуры в бортовом элементе;

α – отношение E_s/E_b.

При принятых на рис. I нагрузках

$$M=\frac{\bar{q}Lx}{2}\left(1-\frac{x}{L}\right);\quad Q=\bar{q}\left(\frac{L}{2}-x\right). \qquad (3)$$

Ввиду сложной зависимости δ и x, целесообразно после определения формы критической трещины по (I), ее заменить полигональной линией [I]. При образовании наиближайшей к торцевой диафрагме нормальной трещины продольные напряжения у нижней грани бортового элемента

$$\sigma=\frac{M_b}{W_{z,I}}=R_{bt}, \qquad (4)$$

где M_b – макростатический изгибающий момент от собственного веса оболочки в сечении x;

$W_{z,I}$ – момент сопротивления поперечного сечения по растянутой грани в первой стадии напряженного состояния.

Выражая M_b через (3), получаем

$$x_b=\frac{L}{2}-\sqrt{\frac{L^2}{4}-\frac{2W_{z,I}R_{bt}}{\bar{g}}}, \qquad (5)$$

где $\bar{g}$ – общий собственный вес по погонному метру оболочки.

Координата x_N, определяющая точку пересечения нейтральной линии сечения с критической трещиной, выражается в виде

$$x_N=x_b+b+(\varphi_0-\varphi_N)R. \qquad (6)$$

Форма критического блока полностью задана уравнением (I), координатами x_b, x_N и пока еще неизвестной координатой критического сечения x_d.

Внешние и внутренние силы, воздействующие на критический блок, показаны на рис. 2.

Условиями равновесия критического блока являются

$$Q_A-F_0-Q_{sw}-Q_s-Q_{b1}-Q_S=0 \qquad (7)$$

$$N_s+N_{sw}-N_S-N_{b1}=0 \qquad (8)$$

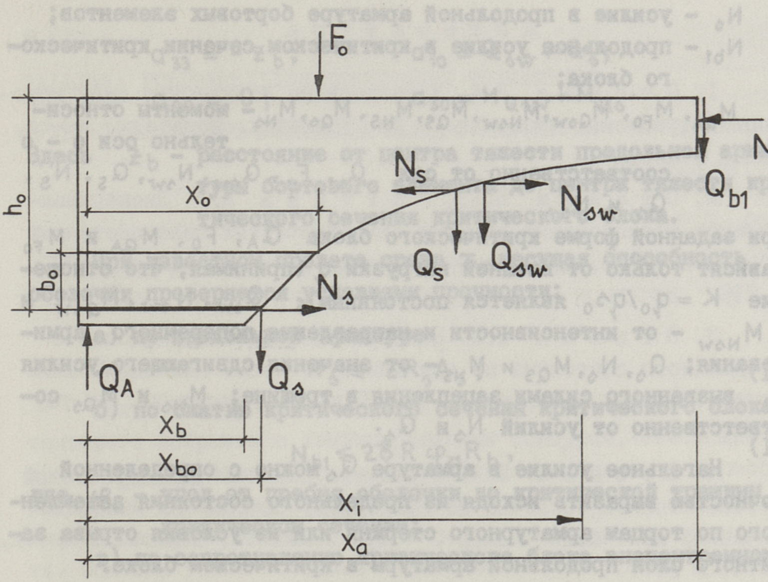


Рис. 2. Схема критического блока.

$$M_{Qa} + M_{NS} - M_{F0} - M_{Qsw} - M_{Qs} - \\ - M_{QS} - M_{Nsw} - M_{Ns} = 0. \qquad (9)$$

В условии равновесия моментов (9) все моменты найдены относительно горизонтальной оси о – о, проходящей через центр тяжести критического сечения критического блока.

В уравнениях (7), (8) и (9):

Q_A – опорная реакция оболочки как большой балки;

F_0 – внешняя нагрузка, приложенная на критический блок;

Q_{sw}, N_{sw} – вертикальная и продольная составляющие предельных усилий в поперечной арматуре, проходящей через критические трещины;

Q_S, N_S – вертикальная и продольная составляющие сдвигающих усилий S в трещинах;

Q_s – поперечная сила, воспринимаемая в трещине нагельным эффектом продольной арматуры;

Q_{b1} – вертикальная составляющая сдвигающих усилий в критическом сечении критического блока;

N_s – усилие в продольной арматуре бортовых элементов;

N_{b1} – продольное усилие в критическом сечении критического блока;

$M_{QA}, M_{F0}, M_{Qsw}, M_{Nsw}, M_{QS}, M_{NS}, M_{Qs}, M_{Ns}$ – моменты относительно оси $e - o$ соответственно от сил Q_A, F_0, Q_{sw}, N_{sw}, Q_S, N_S, Q_s и N_s.

При заданной форме критического блока Q_A, F_0, M_{QA} и M_{F0} зависят только от внешней нагрузки q (принимая, что отношение $K = q_0/q s_0$ является постоянным); Q_{sw}, N_{sw}, M_{Qsw} и M_{Nsw} – от интенсивности и направления поперечного армирования; Q_s, N_s, M_{QS} и M_{NS} – от значения сдвигающего усилия S, вызванного силами зацепления в трещине; M_{Ns} и M_{Qs} соответственно от усилий N_s и Q_s.

Нагельное усилие в арматуре Q_s можно с определенной точностью выразить исходя из предельного состояния защемленного по торцам арматурного стержня или из условия отрыва защитного слоя продольной арматуры в критическом блоке.

В упрощенном расчете Q_s может быть принят равным нулю.

Усилия в критическом сечении критического блока N_{b1} и Q_{b1} определены в зависимости от нагрузки q и пролета среза x_a исходя из условий равновесия продольных сил и моментов и условий деформирования нормального сечения оболочки при $x = x_a$.

При известном поперечном армировании и пролете среза оставшиеся три основные неизвестные q, S и N_s определяются полученной из условий равновесия (7), (8) и(9) системой уравнений:

$$\begin{aligned} a_{11} q + a_{12} S + a_{13} N_s &= a_{10} \\ a_{21} q + a_{22} S + a_{23} N_s &= a_{20} \\ a_{31} q + a_{32} S + a_{33} N_s &= a_{30}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Если вся поперечная арматура в оболочке установлена перпендикулярно к образующей оболочки, то $N_{sw} = M_{Nsw} = 0$ и

$$a_{11} = Q_s - F_0 - Q_{b1}; \quad a_{12} = -Q_s;$$

$$a_{13} = 0; \quad a_{21} = N_{b1};$$

$$a_{22} = N_S; \quad a_{23} = -1;$$

$$a_{31} = M_{QA} - M_{F0}; \quad a_{32} = M_{QS} - M_{NS};$$

$$a_{33} = -z_b; \qquad a_{10} = Q_{sw} + Q_s;$$

$$a_{20} = 0; \qquad a_{30} = M_{Qsw} + M_{Qs}.$$

Здесь z_b – расстояние от центра тяжести продольной арматуры бортового элемента до центра тяжести критического сечения критического блока.

При известном пролете среза x_a несущая способность оболочки проверяется условиями прочности:

а) по продольной арматуре

$$N_s \leq 2R_sA_s; \tag{11}$$

б) по сжатию критического сечения критического блока

$$N_{b1} \leq 2\delta R \varphi_a R_b, \tag{12}$$

где φ_a – угол от гребня оболочки до критической трещины в критическом сечении;

в) по сопротивлению критического блока внецентренному сжатию.

В последнем случае критический блок рассматривается в виде внецентренного сжатого бетонного (при отсутствии расчетной продольной арматуры в криволинейной части оболочки) или железобетонного (при наличии указанной арматуры) элемента.

Определение предельной нагрузки q происходит в следующем порядке: задается значение x_a и по (10) вычисляют соответствующие значения q, S и N_s, а затем зависящие от них все остальные силы, действующие на критический блок. Далее проверяют три условия прочности.

Если во всех сечениях критического блока x (рис. 2) несущая способность по внецентренному сжатию обеспечена и одновременно соблюдаются условия (11) и (12), то увеличивается x_a, чему физически соответствует дальнейшее развитие критической трещины. Расчет повторяется до первого достижения несущей способности по одному из трех условий прочности. Соответствующее этому значение внешней нагрузки q является для оболочки предельной нагрузкой.

Литература

1. Отсмаа В.А. К расчету на поперечную силу круглоцилиндрических оболочек. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1965, № 229.

2. Отсмаа В.А., Рохтмаа К. Экспериментальное исследование длинных цилиндрических железобетонных оболочек. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, 1970. № 296.

3. Отсмаа В.А. Экспериментальное исследование предельного состояния по наклонному сечению цилиндрических железобетонных оболочек. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1974, № 357.

4. Отсмаа В.А. О расчете длинной цилиндрической железобетонной оболочки по наклонному сечению на макростатический изгибающий момент. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1974, № 357.

V. Otsmaa, R. Põial

A Calculation Method for Reinforced Concrete Cylindrical Shell Roofs Affected by the Ultimate Macrostatic Shear Force

Abstract

A new calculation method is proposed for determination of the ultimate carrying capacity of the reinforced concrete cylindrical roof shell. The method is used for destructions occurring in an inclined crack under the influence of the ultimate macrostatic shear force.

№ 624
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.011.75

Р.Э. Орас

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ТЕНТОВОГО ПОКРЫТИЯ С КОМБИНИРОВАННЫМ КОНТУРОМ

Введение

Целью эксперимента явилось исследование общей работы тентового покрытия с комбинированным контуром, состоящим из арок и гибких вант. В статье представлены данные о формообразовании и напряженно-деформированном состоянии покрытия, причем основное внимание уделено изучению работы ткани тента. Описана также методика эксперимента, которая требует еще дальнейшего совершенствования, особенно при определении напряженно-деформированного состояния ткани тента. В литературе по этому вопросу пока мало публикаций.

Описание модели

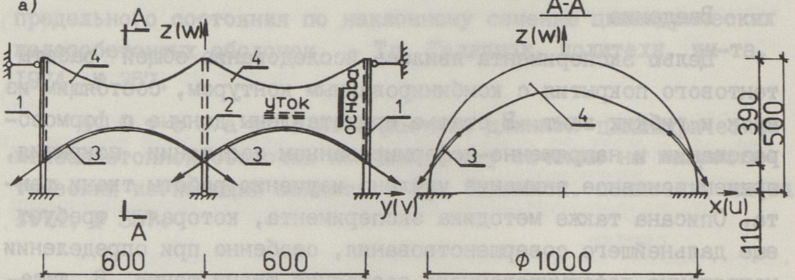
Геометрия и общий вид модели изображены на рис. I.

В качестве ткани использовался парусный лавсан арт. 55-093, напряженно-деформативные свойства которого характеризует номограмма на рис. 2. Данная номограмма получена без учета первичного холостого хода и при натяжениях в стадии нагружения. Методика исследования механических свойств ткани при двухосном растяжении изложена в [I]. Все покрытие состояло из четырех одинаковых плоских элементов, которые соединялись между собой ниточными швами. Для пропускания контурных вант и для крепления ткани к жесткому контуру образованы специальные каналы.

Тканевая оболочка была натянута на контур, который состоял из трех арок кругового очертания и из четырех вант.

Если в модели используют ту же ткань, что и в реальном покрытии (это соблюдалось при описываемом эксперименте), то одновременное моделирование работы арки с учетом ее гибкости и работы тента оказывается затруднительным. В реальных сооружениях, в зависимости от размеров, арки формируются из клееной древесины или из легких металлических ферм. Деформации их значительно меньше по сравнению с деформациями тента. Если учитывать вышесказанное, для более "чистого" изучения работы ткани, которое явилось основной задачей эксперимента, то арки модели были спроектированы жесткими (сплошные полукруги из древесины). Крайние две арки были неперемещаемы (это проверялось дополнительными прогибомерами), а средняя арка могла вращаться вокруг оси, соеди-

а)



б)

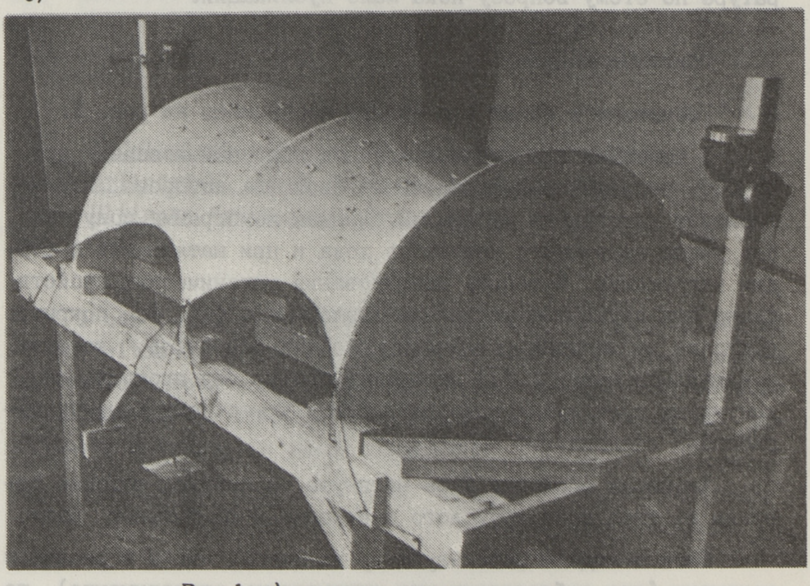


Рис. 1. а) геометрия модели
1 – неподвижная арка, 2 – подвижная арка,
3 – вантовый контур, 4 – ткань;
б) общий вид модели.

няющей пятки арок. В ненагруженном состоянии все арки были вертикальные.

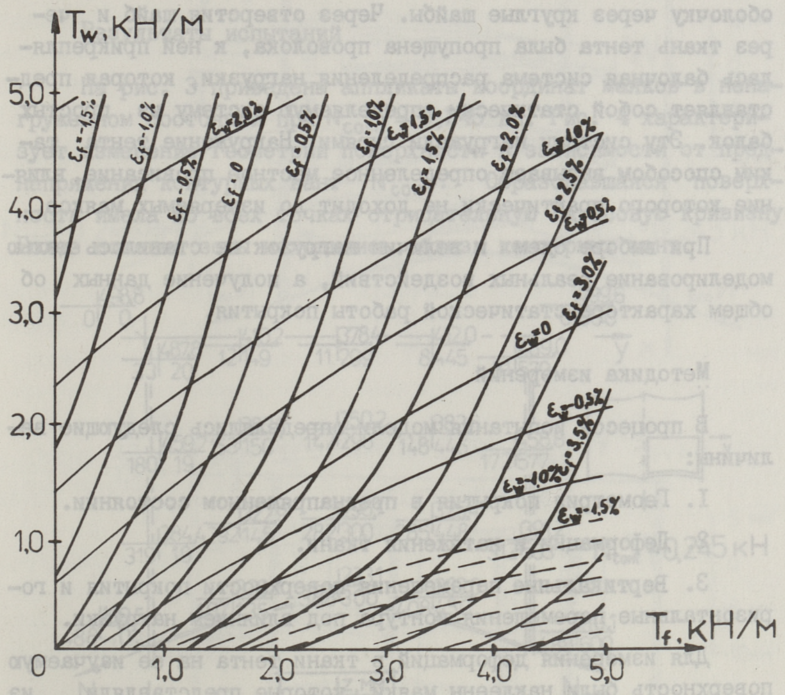


Рис. 2. Номограмма напряженно-деформативных свойств ткани модели.

Контурные ванты моделировались стальным тросом d = 3 мм. Модель была установлена на жесткую раму с высотой I20 см для лучшего подхода к покрытию и для его погружения.

Преднапряжение и загружение модели

Для достижения преднапряженного состояния ткань сначала прикреплялась к контурным аркам, а затем натягивались контурные тросы. Натяжение тросов, перекинутых через ролики, производилось с помощью гирь. После преднапряжения контурные тросы не прикреплялись и поэтому натяжение их было постоянным в пределах одной серии испытаний.

Равномерно распределенная в плане вертикальная нагрузка была реализована дискретным путем, т.е. нагрузка действовала в отдельных точках с шагом в плане I5 x I5 см. Для уменьшения локальных перемещений нагрузка передавалась на оболочку через круглые шайбы. Через отверстия шайб и через ткань тента была пропущена проволока, к ней прикреплялась балочная система распределения нагрузки, которая представляет собой статически определяемую систему из простых балок. Эту систему нагружали гирями. Нагружение тента таким способом вызывает определенное местное провисание, влияние которого практически не доходит до измеряемых маяков.

При выборе схем и величин нагрузок не ставилось целью моделирование реальных воздействий, а получение данных об общем характере статической работы покрытия.

Методика измерений

В процессе испытания модели определялись следующие величины:

I. Геометрия покрытия в преднапряженном состоянии.

2. Деформации и натяжения ткани.

3. Вертикальные перемещения поверхности покрытия и горизонтальные перемещения контура под влиянием нагрузки.

Для измерения деформаций в ткани тента на ее изучаемую поверхность были наклеены маяки, которые представляли из себя пластинки из тонкой жести размерами 3 x 3 мм. В середине их находилось отверстие, где в процессе измерения на него опирался конец рычажного циркуля. Для измерения расстояний между маяками использовался рычажный циркуль точностью измерения 0,05 мм со специальными спицами. Для увеличения точности измерения все расстояния измерялись трижды. При определении деформаций учитывались также поправки от искривления поверхности.

Натяжение в ткани определялось с помощью номограммы, изображенной на рис. 2.

Геометрия поверхности тента и вертикальные перемещения определялись при помощи точного теодолита THEO I0, имеющего точность измерения угла I", что отвечает вертикальному перемещению в порядке 0,0I мм; точность определения вертикальных координат поверхности 0,I мм.

Горизонтальные перемещения определялись при помощи прогибомеров Максимова.

Результаты испытаний

На рис. 3 приведены аппликаты координат маяков в ненагруженном состоянии при N_{cont} = 0,245 кН. Рис. 4 характеризует изменение геометрии поверхности в зависимости от преднапряжения контурных вант N_{cont}. Образовавшаяся поверхность имела во всех точках отрицательную Гауссовую кривизну. Более пологие зоны находились вблизи контурных вант.

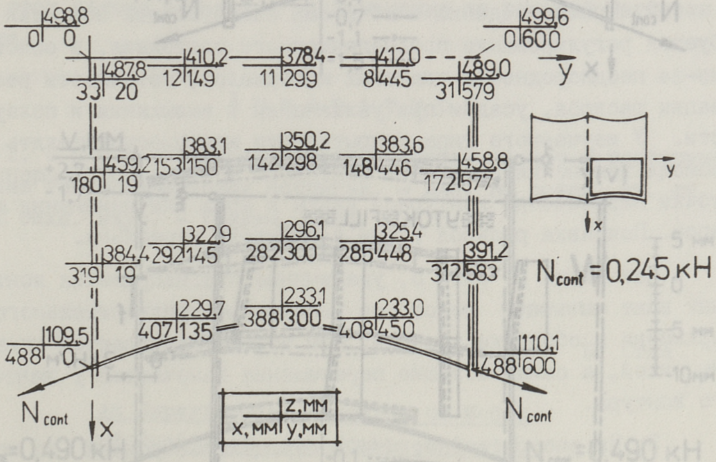


Рис. 3. Геометрия поверхности тента.

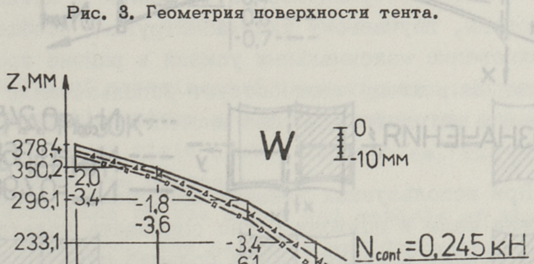


Рис. 4. Изменение геометрии тента в зависимости от преднапряжения контурных вант.

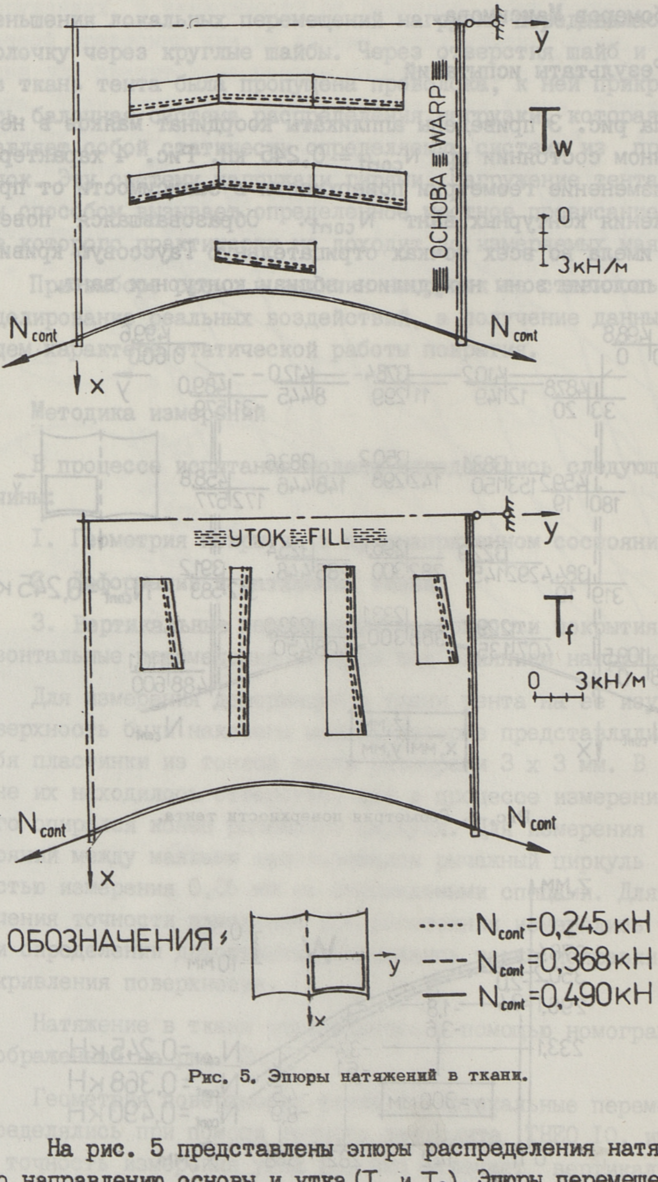


Рис. 5. Эпюры натяжений в ткани.

На рис. 5 представлены эпюры распределения натяжений по направлению основы и утка (T_w и T_f). Эпюры перемещений приведены на рис. 6.

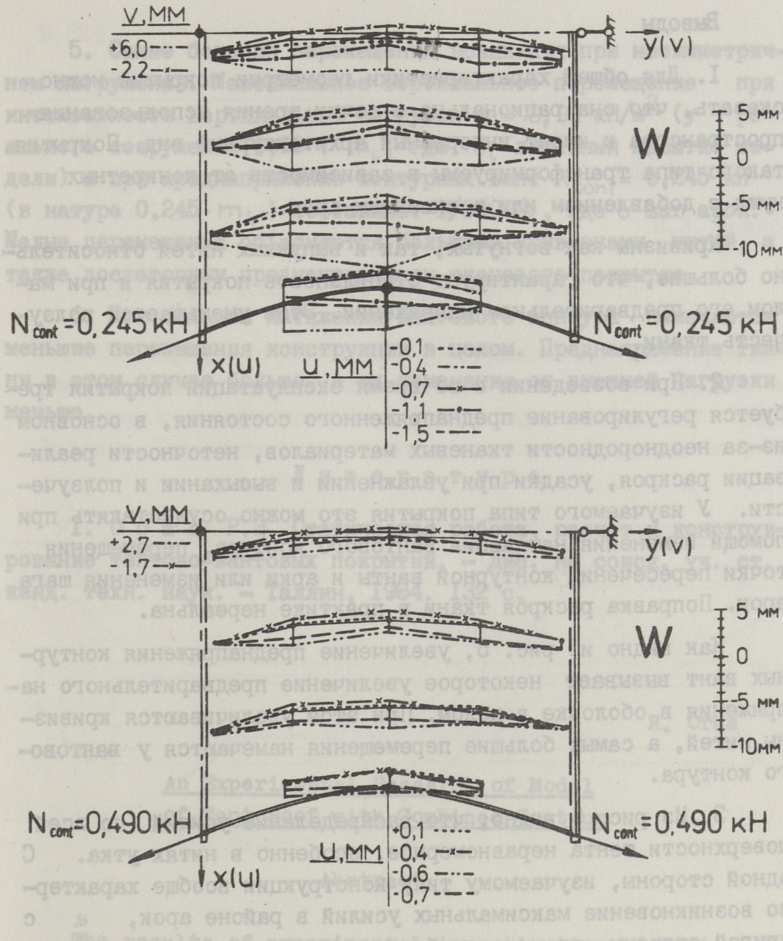


Рис. 6. Перемещения покрытия, $p = 0{,}98$ кН/м^2.

Выводы

I. Для общей характеристики геометрии покрытия можно сказать, что она рациональна с точки зрения использования пространства и имеет интересный архитектурный вид. Покрытия такого типа трансформируемы в зависимости от конкретных нужд с добавлением или с лишением арок.

Кривизны как вогнутых, так и выпуклых нитей относительно большие, что гарантирует стабильность покрытия и при малом его предварительном напряжении. Этим уменьшается ползучесть ткани.

2. При возведении и во время эксплуатации покрытия требуется регулирование преднапряженного состояния, в основном из-за неоднородности тканевых материалов, неточности реализации раскроя, усадки при увлажнении и высыхании и ползучести. У изучаемого типа покрытия это можно осуществлять при помощи изменения натяжения вантового контура, перемещения точки пересечения контурной ванты и арки или изменения шага арок. Поправка раскроя ткани в практике нереальна.

Как видно из рис. 5, увеличение преднапряжения контурных вант вызывает некоторое увеличение предварительного напряжения в оболочке в целом. При этом увеличиваются кривизны нитей, а самые большие перемещения намечаются у вантового контура.

3. Из рис. 5 видно, что распределение усилий по всей поверхности тента неравномерное, особенно в нитях утка. С одной стороны, изучаемому типу конструкции вообще характерно возникновение максимальных усилий в районе арок, а с другой стороны, этому способствует использование простого, с точки зрения изготовления (без многих вырезов), раскроя ткани.

4. При используемых внешних нагрузках изменения деформации ткани малы и поэтому можно оценивать только тенденции изменения усилий в ткани. Самый большой прирост усилий намечается при нагружении только соседнего промежутка арок. Если нагрузка действует несимметрично по отношению к продольной оси симметрии покрытия (например, напор ветра), то изменения усилий ткани малые из-за бо́льшей свободы перемещения покрытия.

5. Самые большие перемещения возникают при несимметричном нагружении. Максимальное вертикальное перемещение при интенсивности вертикальной нагрузки $p = 0,98$ кН/м^2 (у реального сооружения $0,98 : m_l$, где m_l линейный масштаб модели) и при преднапряжении контурных вант $N_{cont} = 0,245$ кН (в натуре $0,245 \cdot m_l$) составляет $I/3000\, b$, где b шаг арок. Малые перемещения объясняются большими кривизнами нитей, а также достаточным преднапряжением тканевого покрытия.

6. При бо́льшем натяжении вантового контура намечаются меньшие перемещения конструкции в целом. Преднапряжение ткани в этом случае больше, а их изменения от внешней нагрузки меньше.

Литература

I. Орас Р.Э. Статическая работа, расчет и конструирование тентово-вантовых покрытий. - Дис. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. - Таллин, I984. I32 с.

R. Oras

An Experimental Research of Model of Tent Roof with Combined Contour

Abstract

The results of experimental investigation of tent roof model with combined contour are presented in this paper. The contour is made up of rigid arches and cables. The fabric and contour cables are pretensioned.

The construction of the model and methods of the experiment are described. The geometry and distribution of forces in dependence with pretension values in contour cables, as well as the displacements of the tent under different statical loads are determined. On the basis of the present investigation some recommendations for the designing of similar structures are given.

5. Самые большие перемещения возникают при несимметричном нагружении. Максимальное вертикальное перемещение при интенсивности вертикальной нагрузки $p = 0,98$ кН/м^2 (у реального сооружения $0,98 \cdot m_L$, где m_L линейный масштаб модели) и при преднапряжении контурных вант $N_{cont} = 6,125$ кН (в натуре $0,245 \cdot m_L$) составляет $1/3000\, b$, где b шаг арок. Малые перемещения объясняются большими кривизнами нитей, а также достаточным преднапряжением тканевого покрытия.

6. При большем натяжении вантового контура намечаются меньшие перемещения конструкции в целом. Преднапряжение ткани в этом случае больше, а их изменение от внешней нагрузки меньше.

Л и т е р а т у р а

1. О р а с Р.Э. Статическая работа, расчет и конструирование тентово-вантовых покрытий. - Дис. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. - Таллин, 1984. 132 с.

Я. Отса

An Experimental Research of Model of Tent Roof with Combined Contour

Abstract

The results of experimental investigation of tent roof model with combined contour are presented in this paper. The contour is made up of rigid arches and cables. The fabric and contour cables are pretensioned.

The construction of the model and methods of the experiment are described. The geometry and distribution of forces in dependence with pretension values in contour cables, as well as the displacements of the tent under different statical loads are determined. On the basis of the present investigation some recommendations for the designing of similar structures are given.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.012.41

В.Л. Волтри

БЕЗЗУБНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА

На кафедре строительных конструкций ТПИ были проведены испытания моделей, имитирующие сопряжение балки пролетного строения с поперечником виадука на Пярнуском шоссе города Таллина. Принципиальная схема соединения показана на рис.I.

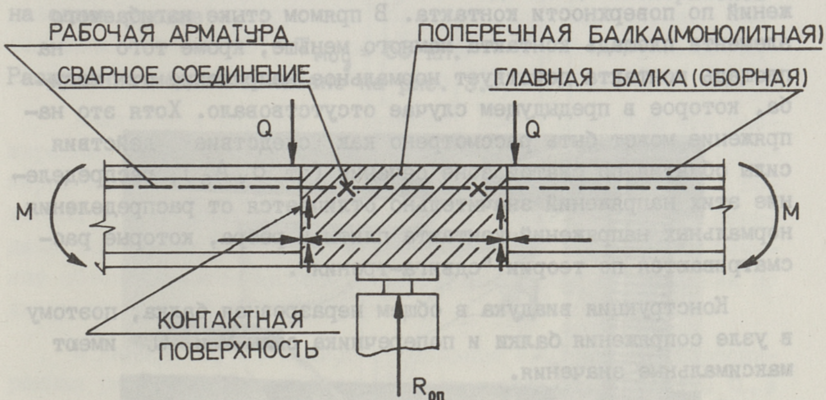


Рис. 1.

Работа узла основывается на теории "сдвига-трения", которая разрабатывалась в 60-тых годах ([I], [2]). Предполагается, что при взаимном смещении бетонов элементов по линии контакта раскрывается трещина и проходящая контактную поверхность под прямым углом арматура ведется в момент разрушения контакта на течение. Таким образом можно оценить силу взаимного сжатия

$$N_{об} = \sigma_y A_s ,$$

где σ_y – напряжение течения арматуры;

A_s – суммарная площадь поперечного сечения арматуры, проходящей линию контакта.

Имея значение коэффициента трения, можем выписать величину силы сдвига как силу трения

$$Q = f \cdot N_{об} \cdot$$

В изгибаемых элементах сила обжатия может перемещаться в сжатую зону элемента в зависимости от комбинации M и Q. Последующие работы многих авторов ([3], [4], [5]) показывают, что кроме эффекта трения большое значение имеют и силы сцепления, зацепления и нагельное действие арматуры.

Надо сказать, что в основном в этих работах рассматривалась работа сборно-монолитных изгибаемых элементов, где плита или ребро были раздельно выполнены. В этом случае линия контакта имеет длину всего элемента, имеется относительно большая возможность перераспределения касательных напряжений по поверхности контакта. В прямом стыке изгибаемого элемента площадь контакта намного меньше, кроме того на площадь контакта действует нормальное напряжение от изгиба, которое в предыдущем случае отсутствовало. Хотя это напряжение может быть рассмотрено как следствие действия силы обжатия по сжатой зоне сечения (от $\sigma_y A_s$), распределение этих напряжений значительно отличается от распределения нормальных напряжений контакта плиты и ребра, которые рассматриваются по теории "сдвига-трения".

Конструкция виадука в общем неразрезная балка, поэтому в узле сопряжения балки и поперечника силы M и Q имеют максимальные значения.

Для изучения вопросов прочности узла были изготовлены модели из железобетона в масштабе I:3. Рассматривалась расчетная комбинация усилий виадука –

M = I960 кНм ($M_{мод}$ = 73 кНм),

Q = I070 кН ($Q_{мод}$ =I20 кН),

T = 500 кН ($T_{мод}$ = 55 кН).

Усилие T представляет температурное воздействие (растяжение) на соединение. Изготовлялись два концевых участка балок с выпусками рабочей арматуры. Эта арматура двух элементов соединялась сваркой и между торцами элементов бетонировался блок, при помощи которого имитировалась поперечная балка виадука. Схема нагружения модели дана на рис. 2.

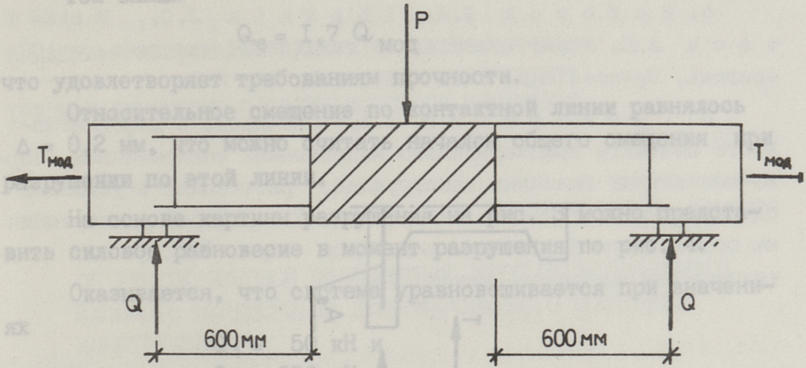


Рис. 2.

Усилие T выдерживалось с начала до конца эксперимента на одном уровне –

$$T_{\text{мод}} = 55 \text{ кН}.$$

Разрушение модели показано на рис. 3.

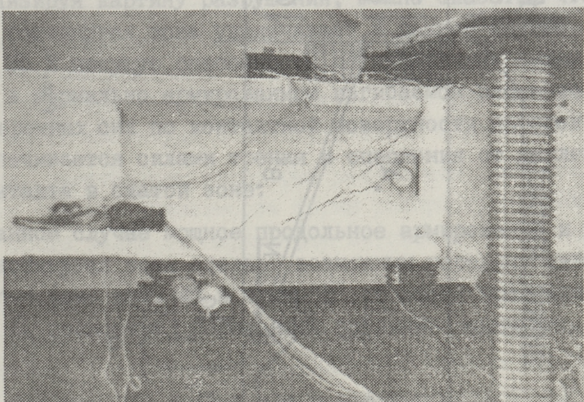


Рис. 3.

При разрушении модели критическая наклонная трещина раскрывалась приблизительно

$$a_{crc} = I{,}3 \text{ мм},$$

сила разрушения измерялась

$$Q_e = 200 \text{ кН}.$$

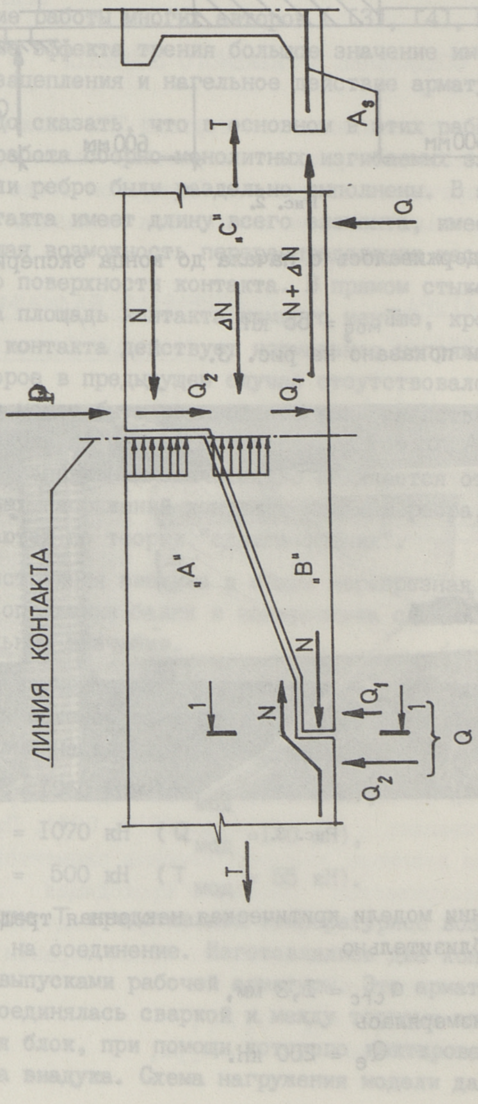


Рис. 4.

Тем самым

$$Q_e = 1,7\,Q_{мод}$$

что удовлетворяет требованиям прочности.

Относительное смещение по контактной линии равнялось $\Delta = 0,2$ мм, что можно считать началом общего смещения при разрушении по этой линии.

На основе картины разрушения на рис. 3 можно представить силовое равновесие в момент разрушения по рис. 4.

Оказывается, что система уравновешивается при значениях

$$Q_1 = 50 \text{ кН и}$$
$$Q_2 = 150 \text{ кН.}$$

Поможет в передаче усилия Q_1 от блока "А" к блоку "В" в сечении 1-1 мощная полка балки, которая еще сильно армирована. В момент разрушения образуется дополнительная сжатая зона в блоке "В", что обеспечивает передачу усилия Q_1 по контактной поверхности от блока "В" к блоку "С".

Анализируя картину разрушения, можно сказать, что расширенная растянутая зона увеличивает в данном случае примерно на 25 % несущую способность по поперечным силам. Во-вторых - в нормально армированном изгибаемом элементе передача поперечных сил по контактной поверхности поперек сечения обеспечивается силами трения и сцепления от давления по линии контакта в сжатой зоне.

В данном случае мощное продольное армирование и расширенная растянутая зона сделают возможным передачу силы Q_1 в сечении 1-1 (см. рис. 4) в блок "В". В общем предполагается, что сила Q полностью передается по линии контакта.

Литература

1. M a s t R.F. Auxillary reinforcement in concrete connections. - Proceedings ASCE, June 1968. vol. 94. ST6.

2. B i r k e l a n d P.W., B i r k e l a n d H.W. Connections in precast concrete construction. - ACJ Journal, Mar. 1966, vol. 63, N 3.

3. D u l a c s k a H. Dowel action of reinforcement crossing cracks in concrete. - ACJ Journal, Proceedings, Dec. 1972, vol. 69. N 12.

4. H o f b e c k J.A., I b r a h i m J.O., M a t t o c k A.H. Shear transfer in reinforced concrete. - ACJ Journal, Proceedings, Feb. 1969, vol. 66, N 2.

5. Г у т к о в с к и й В.А. Прочность и деформативность контакта предварительно напряженных тонкостенных сборно-монолитных балочных конструкций, работающих в условиях однократных статических загружений. Автореферат диссертации на соиск. ученой степени канд. техн. наук. Белорусский политехнический институт, Минск, 1985.

V. Voltri

Shear Transfer in a Plane Beam Connection

Abstract

In the pre-existing crack the shear transfer strength is a function of the reinforcement parameter $\sigma_y A_s$ across the crack. When there exists the bending moment the compression zone occurs on the crack line and the shear transfer is available.

№ 624
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 539.3

А.А. Равасоо

ОБ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ДИАГНОСТИКЕ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ПЛОСКОГО НЕОДНОРОДНО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИИ

Метод неразрушающего контроля напряженно-деформированного состояния элементов конструкций, основанный на использовании нелинейного эффекта акустоупругости, успешно применяется для определения однородного напряженно-деформированного состояния [I, 2]. Неоднородность деформации, которую не удается определить на основе измерения только скорости волны, может привести притом к существенным погрешностям в определении напряжений [3]. Поэтому необходимо выяснить, как сказывается неоднородная предварительная деформация на нелинейных явлениях, сопровождающих процесс распространения волн конечной амплитуды в конструктивных элементах.

Ниже представлены некоторые результаты расчетов, позволяющие оценить зависимость формы распространяющейся в упругой среде волны от параметров ее плоского неоднородного предварительно деформированного состояния. Исходным служит алгоритм, выведенный для описания прифронтовой зоны одномерной продольной волны. Рассматривается предварительно деформированное состояние среды, соответствующее чистому изгибу со сжатием или растяжением. Анализ результатов расчета позволяет найти возможные пути для решения задачи ультразвуковой диагностики исследуемого предварительно деформированного состояния среды.

I. Процесс распространения одномерной продольной волны в среде с неоднородной плоской статической предварительной деформацией в лагранжевой системе декартовых координат x_1 и x_2 вдоль оси x_1 описывается уравнением [3]

$$U_{1,11} + f_1 U_{1,1} - f_2 U_{1,tt} = f_3 U_{1,1} U_{1,11}, \tag{I}$$

где

$$U_1 = U_1(x_1, x_2, t), \quad U_i^0 = U_i^0(x_1, x_2), \; i = 1, 2,$$

$$f_1 = f_0 [k_1 U^0_{1,11} + k_3 U^0_{1,22} + (k_2 + k_4) U^0_{2,21}],$$

$$f_2 = f_0 c^{-2}, \qquad f_3 = -f_0 k_1,$$

$$f_0 = (1 + k_1 U^0_{1,1} + k_2 U^0_{2,2})^{-1}.$$

Здесь t – время;

ρ_0 – плотность среды в естественном недеформированном состоянии;

U_1 и U_i^0 – компоненты вектора перемещения материальных точек среды, обусловленного возмущением или предварительной деформацией, соответственно.

Коэффициенты k_i $(i=1,2...)$ определяются через модули упругости второго (λ, μ) и третьего (ν_1, ν_2, ν_3) порядков по формулам

$$k_1 = 3 + 6k(\nu_1 + \nu_2 + \nu_3), \quad k_2 = k(\lambda + 6\nu_1 + 2\nu_2),$$

$$k_3 = 1 + k(\nu_2 + 3\nu_3/2), \quad k_4 = k(\mu + \nu_2 + 3\nu_3/2),$$

$$k = (\lambda + 2\mu)^{-1}, \qquad c^{-2} = \rho_0 k.$$

Нелинейное уравнение движения среды (I) решается при нулевых начальных условиях

$$U_1(x_1, 0) = 0, \quad U_{1,t}(x_1, 0) = 0 \tag{2}$$

и при краевом условии

$$U_{1,t}(0,t) = -\varepsilon c \varphi(t) H(t). \tag{3}$$

Здесь $H(t)$ – функция Хевисайда;

$\varphi(t)$ – произвольная гладкая функция, удовлетворяющая условию $max|\varphi(t)| = 1$;

c и ε – положительные постоянные, причем $\varepsilon \ll I$.

Исследуется волна, распространяющаяся в положительном направлении оси x_1.

Решение уравнения (I) ищется в виде ряда

$$U_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n U_{1n}. \tag{4}$$

Подставляя ряд (4) в уравнение (I) и приравнивая коэффициенты при равных степенях ε, получим для определения функции U_{1n} линейные дифференциальные уравнения типа (I) с известными правыми частями. Эти уравнения решаются согласно методике, изложенной в [3] при

$$\varphi(t) = \sin\omega t, \tag{5}$$

где ω – угловая частота возмущения.

Решение уравнения (I) с точностью двух первых членов ряда (4) имеет вид

$$U_{1,t} = -\varepsilon c H(\zeta) \exp\Phi_1 [\sin\omega\zeta - \varepsilon c \exp\Phi_1 \cdot \\ \cdot (\alpha_{11} + \alpha_{12}\sin\omega\zeta + \alpha_{13}\cos\omega\zeta + \alpha_{14}\sin 2\omega\zeta + \\ + \alpha_{15}\cos 2\omega\zeta)]. \tag{6}$$

В решении (6) использованы обозначения

$$\zeta = t - \Phi_2, \tag{7}$$

$$\Phi_1 = -\frac{1}{4}\int_0^{x_1} (2f_1 + f_{2,1} f_2^{-1})\,dx, \tag{8}$$

$$\Phi_2 = \int_0^{x_1} f_2^{1/2}\,dx. \tag{9}$$

Коэффициенты α_{1m} выражаются формулой

$$\alpha_{1m} = -\frac{1}{2}\exp(-\Phi_1)\int_0^{x_1} f_2^{-1/2} B_m \exp\Phi_1\,dx, \tag{I0}$$

где

$$B_1 = \frac{1}{2} f_3 [\Phi_{1,1}(3\omega^{-2} f_4 - f_2) - f_1 f_2],$$

$$B_2 = -\omega^{-1} f_3 f_2^{1/2} (f_4 - f_1 \Phi_{1,1}),$$

$$B_3 = 2\omega^{-2} f_3 \Phi_{1,1} (\tfrac{1}{2}\omega^2 f_2 - f_4),$$

$$B_4 = \frac{1}{2}\omega^{-1} f_3 f_2^{1/2} (f_4 - f_1 f_2 \Phi_{1,1} - \omega^2 f_2),$$

$$B_5 = -\frac{1}{2} f_3 [\tfrac{1}{2} f_{2,1} - \omega^{-2}\Phi_{1,1}(f_4 - 3\omega^2 f_2)],$$

$$f_4 = \Phi_{1,1}^2 + \Phi_{1,11}.$$

2. Предполагается, что неоднородное плоское предварительно деформированное состояние среды описывается выражениями [4]

$$U_1^\circ = -\alpha x_1 (a + b x_1/2) - \beta b x_2^2/2, \tag{II}$$

$$U_2^\circ = \beta x_2 (a + b x_1), \tag{I2}$$

где a и b – размерные коэффициенты и

$$\alpha = \lambda[4\mu(\lambda+\mu)]^{-1}, \quad \beta = [4\mu k(\lambda+\mu)]^{-1}.$$

Выражения (II) и (I2) удовлетворяют статическому уравнению равновесия среды и определяют ее деформированное состояние, соответствующее чистому изгибу со сжатием или растяжением (рис. I).

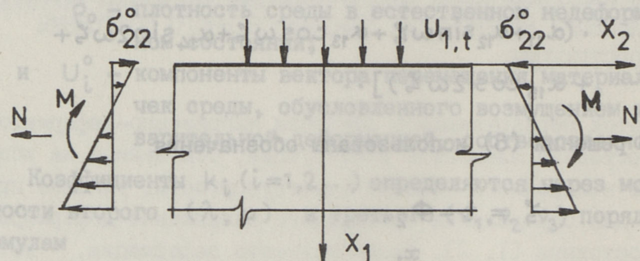


Рис. 1. Схема нагружения среды.

Компоненты тензора псевдонапряжения Лагранжа с точностью до линейных членов имеют теперь вид

$$\sigma^{\circ}_{22} = a + bx_1, \quad \sigma^{\circ}_{11} = \sigma^{\circ}_{12} = \sigma^{\circ}_{21} = 0. \tag{I3}$$

Эволюция формы волны в среде рассчитывалась по решению (6). Взаимосвязь между коэффициентами α_{11}, α_{13} и α_{15}

$$\alpha_{11} = -(\alpha_{13} + \alpha_{15})$$

позволяет разделить в нем слагаемые, характеризующие распространение первых двух гармоник:

$$U_{1,t} = U^{(1)}_{1,t} + U^{(2)}_{1,t}, \tag{I4}$$

где

$$U^{(i)}_{1,t} = A^{(i)}_0 H(\zeta)[A^{(i)}_1 + A^{(i)}_2 \sin(i\omega\zeta + \theta_i)]. \tag{I5}$$

Амплитуда и сдвиг фазы первой гармоники ($i=1$) определяются функциями

$$A^{(1)}_0 = -\varepsilon c \exp \Phi_1, \quad A^{(1)}_1 = -A^{(1)}_0 \alpha_{13},$$

$$A^{(1)}_2 = [(A^{(1)}_1)^2 + (A^{(1)}_3)^2]^{1/2},$$

$$A^{(1)}_3 = 1 + A^{(1)}_0 \alpha_{12},$$

$$\Theta_1 = \operatorname{Arctan}[-A_1^{(1)}(A_3^{(1)})^{-1}].$$

Соответствующие выражения для второй гармоники ($i=2$) имеют вид

$$A_0^{(2)} = (A_0^{(1)})^2, \quad A_1^{(2)} = -\alpha_{15},$$
$$A_2^{(2)} = (\alpha_{14}^2 + \alpha_{15}^2)^{1/2},$$
$$\Theta_2 = \operatorname{Arctan}(\alpha_{15}\alpha_{14}^{-1}).$$

3. Численно исследуется процесс распространения одномерной продольной волны, возбужденной краевым воздействием (3) и (5) при $\varepsilon = 10^{-4}$, $\omega = 10^6 c^{-1}$ и $x = 0{,}1$ м в алюминии ($\rho_0 = 2700$ кг м$^{-3}$, $\lambda = 57$ ГПа, $\mu = 27{,}6$ ГПа, $\nu_1 = -136$ ГПа, $\nu_2 = -197$ ГПа, $\nu_3 = -38$ ГПа) [5], стали Ст3 отожженной (7700; 118,7; 79,5; -273,7; - 390,4; -103) [6] и меди (8500; 108; 36,3; -264,9; -191,3; -80,4) [5]. Акустоупругие коэффициенты β_0 перечисленных материалов, вычислены по формулам, приведенным в [4], и равны соответственно $-10{,}340 \cdot 10^{-12}$ Па$^{-1}$, $-5{,}498 \cdot 10^{-12}$ Па$^{-1}$ и $-6{,}268 \cdot 10^{-12}$ Па$^{-1}$.

При расчетах допускается изменение напряжений в пределах упругих деформаций материалов.

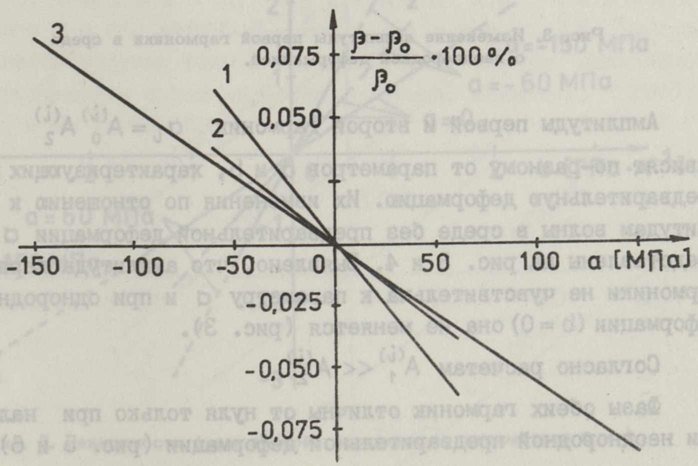


Рис. 2. Влияние однородной деформации на акустоупругий коэффициент.

Численные расчеты подтвердили нелинейную зависимость между относительным изменением скорости волны и величиной однородной деформации (рис. 2). На рис. 2 через β обозначен акустоупругий коэффициент, вычисленный по расчетной скорости волны. Здесь и далее результаты расчетов, относящиеся к алюминию, меди и стали Ст3, изображаются линиями I, 2 и 3, соответственно.

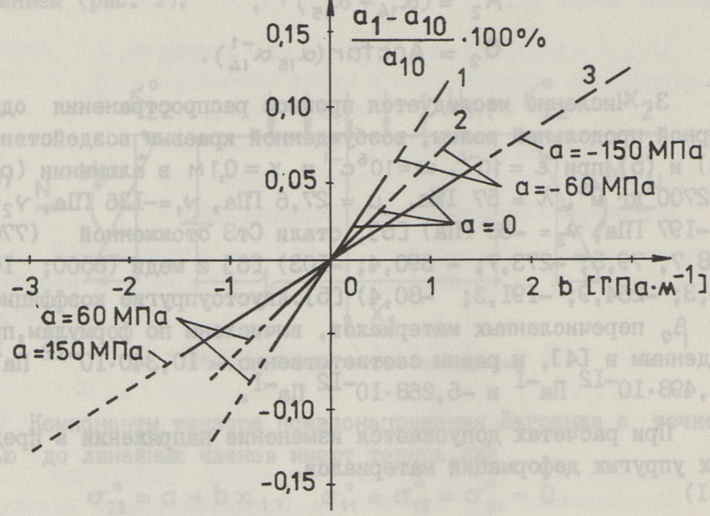


Рис. 3. Изменение амплитуды первой гармоники в среде с неоднородной деформацией.

Амплитуды первой и второй гармоник $a_i = A_0^{(i)} A_2^{(i)}$ зависят по-разному от параметров a и b, характеризующих предварительную деформацию. Их изменения по отношению к амплитудам волны в среде без предварительной деформации a_{i0} представлены на рис. 3 и 4. Выявлено, что амплитуда первой гармоники не чувствительна к параметру a и при однородной деформации ($b = 0$) она не меняется (рис. 3).

Согласно расчетам $A_1^{(i)} << A_2^{(i)}$.

Фазы обеих гармоник отличны от нуля только при наличии неоднородной предварительной деформации (рис. 5 и 6).

Почти линейная зависимость всех рассмотренных величин от параметров a и b и наличие величин, существенно зави-

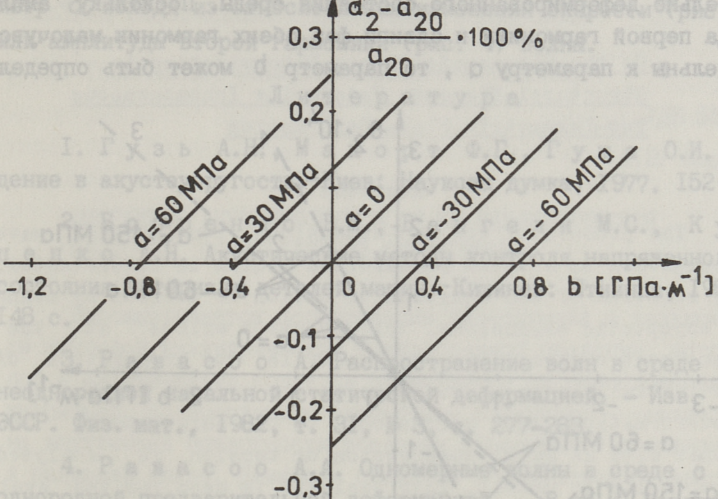


Рис. 4. Эволюция амплитуды второй гармоники в алюминии.

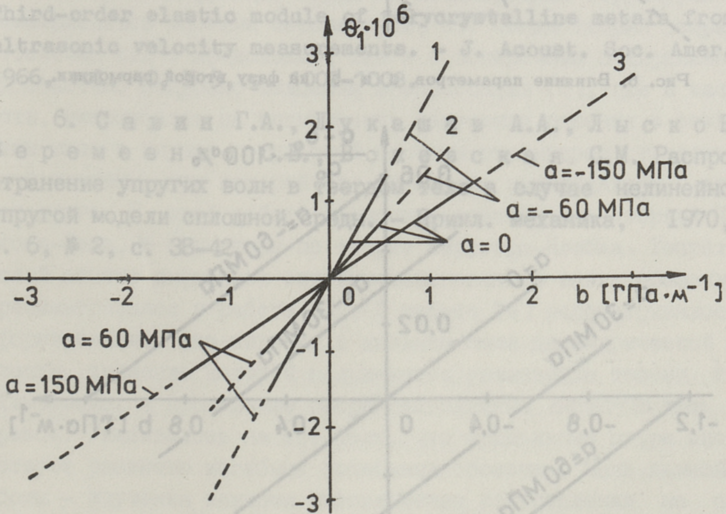


Рис. 5. Зависимость фазы первой гармоники от параметров a и b.

сящих только от значения одного из этих параметров, позволяет теоретически предложить несколько вариантов ультразвуковой диагностики исследуемого двухпараметрического предварительно деформированного состояния среды. Поскольку амплитуда первой гармоники и сдвиги фаз обеих гармоник малочувствительны к параметру a, то параметр b может быть определен

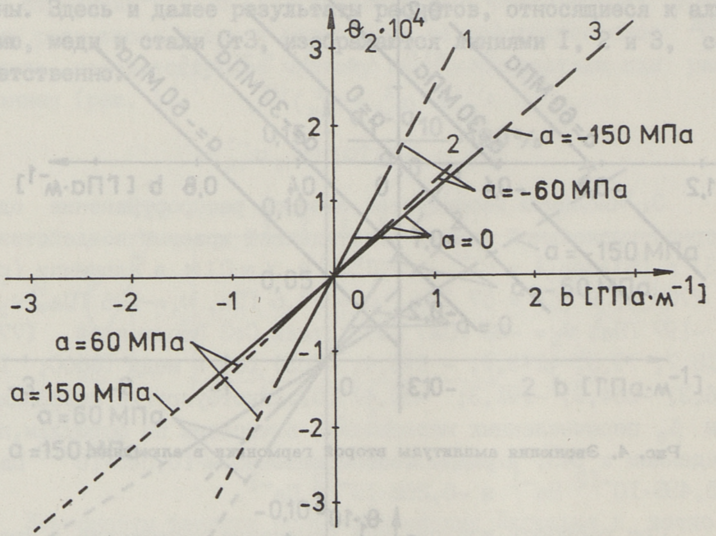


Рис. 6. Влияние параметров a и b на фазу второй гармоники.

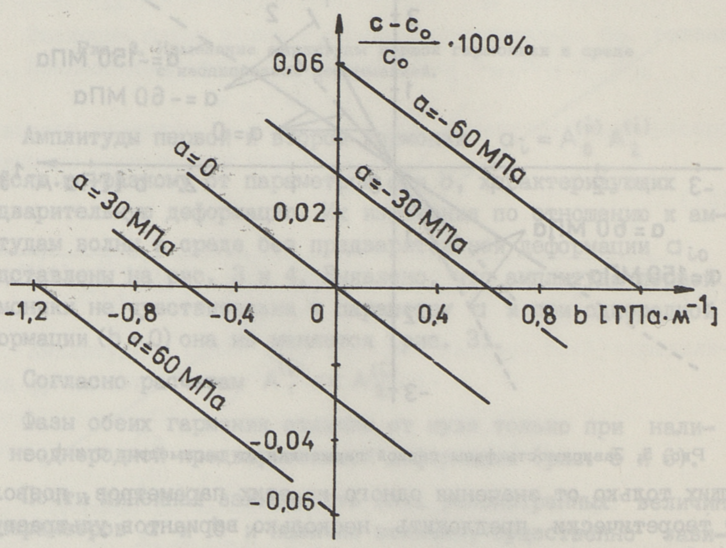


Рис. 7. Акустоупругий эффект в алюминии.

на основе измерения одной из них. Затем определяется параметр a исходя из относительных изменений скорости (рис. 7) или амплитуды второй гармоники (рис. 4) волны.

Литература

1. Гузь А.Н., Махорт Ф.Г., Гуща О.И. Введение в акустоупругость.-Киев: Наукова думка, 1977. 152 с.

2. Бобренко В.М., Вангели М.С., Куценко А.Н. Акустические методы контроля напряженного состояния материала деталей машин.-Кишинев: Штиинца, 1981. 148 с.

3. Равасоо А. Распространение волн в среде с неоднородной начальной статической деформацией. - Изв. АН ЭССР. Физ. мат., 1982, т. 31, № 3, с. 277-283.

4. Равасоо А.А. Одномерные волны в среде с неоднородной предварительной деформацией. - В сб.: Вопросы нелинейной механики. Таллин: Валгус, 1985, с. 161-171.

5. Smith R.I., Stern R., Stephens R.W. Third-order elastic module of polycrystalline metals from ultrasonic velocity measurements. - J. Acoust. Soc. Amer., 1966, vol. 40, N 5, p. 1002-1008.

6. Савин Г.А., Лукашев А.А., Лыско Е.М., Веремеенко С.В., Вожевская С.М. Распространение упругих волн в твердом теле в случае нелинейно упругой модели сплошной среды. - Прикл. механика, 1970, т. 6, № 2, с. 38-42.

A. Ravasoo

On the Ultrasonic Stress Determination in Structural Elements Undergoing Inhomogeneous Two-Parametric Plane Deformation

Abstract

The process of the one-dimensional longitudinal wave propagation in a solid predeformed medium is investigated. The solution of the equation of motion is derived by means of asymptotic expansions. This solution exists at the near-front region of the wave profile. The propagation of the initially sine-shaped wave in the medium with the predeformation, that corresponds to the pure bending together with an axial compression or tension, is analysed numerically in detail. This analysis is used for the evaluation of the stress in this special case by making use of ultrasonic diagnostic technique.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 534.26

А.В. Клаусон

ДИФРАКЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ СТРИНГЕРАМИ

Рассматривается формирование эхо-сигнала в дальнем поле круговой цилиндрической подкрепленной оболочки, погруженной в акустическую среду, в зависимости от расположения подкрепления. Подкрепляющие элементы - стрингеры - установлены на внутренней поверхности оболочки симметрично по отношению к падающей волне. Движение оболочки описывается по теории типа Тимошенко. Численные результаты приведены для случая погруженной в воду алюминиевой оболочки с двумя стрингерами.

Вопросы дифракции звука на неоднородных структурах рассматривались многими авторами [I, 3]. Общая теория ребристых оболочек как с продольным, так и с поперечным подкреплением достаточно подробно изложена в монографии [2], где в частности, указывалось на возможность получения решения в замкнутом виде в случае регулярной системы стрингеров, то есть такой системы, при которой все стрингеры равноудалены друг от друга. В этой работе оболочки описывались теорией Кирхгофа-Лява, а стрингеры по теории Кирхгофа-Клебша. Теоретический аспект дифракции акустических волн на таких оболочках рассматривался в работе [3]. В работе [4] рассматривалось формирование эхо-сигнала в дальнем поле цилиндрической оболочки, движение которой подчиняется уравнениям теории типа Тимошенко, а продольные ребра расположены нерегулярным образом. Указывалось на тот факт, что продольные ребра способствуют развитию изгибных колебаний оболочки. Цель данной работы - изучение влияния расположения подкрепления на поле давления, рассеянное оболочкой.

Пусть в безграничной идеальной сжимаемой жидкости находится круговая цилиндрическая оболочка радиуса R, имеющая бесконечную протяженность. Ко внутренней поверхности оболочки по всей ее длине, перпендикулярно к поверхности, прикреплены тонкие жесткие стрингеры, имеющие погонную массу m. На оболочку набегает плоская стационарная волна давления, фронт которой параллелен оси рассеивателя. Требуется определить давление p в рассеянной волне для дальнего поля. Для выяснения влияния одиночных ребер на эхо-сигнал, исследуется случай, когда к оболочке прикреплена только одна пара стрингеров, симметрично расположенных по отношению к зондирующей волне. Разумеется, все сказанное останется справедливым и для большего числа ребер. Поскольку стрингеры не подвержены изгибу, то их влияние учтено лишь введением дополнительных инерционных членов в местах их крепления к обшивке.

Свяжем с осью оболочки цилиндрическую систему координат r, θ, z (рис. I).

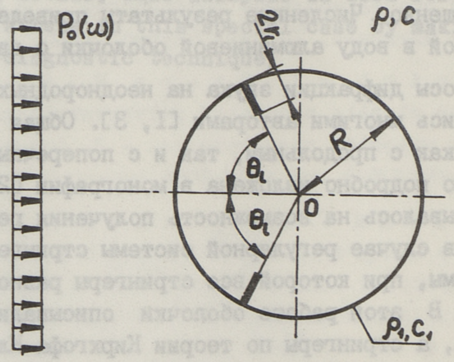


Рис. 1. Постановка задачи.

Как эхо-сигнал, так и компоненты перемещений оболочки будем искать в виде бесконечных рядов по собственным формам колебаний оболочки без подкрепления:

$$p(r,\theta,\omega) = p_* \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m a_m(\omega) X_m(\omega) H_m^{(1)}(\omega r) \cos m\theta,$$

$$u_1 = \sum_{m=0}^{\infty} u_{1m} \sin m\theta \qquad u_2 = \sum_{m=0}^{\infty} u_{2m} \sin m\theta \qquad u_3 = \sum_{m=0}^{\infty} u_{3m} \cos m\theta,$$

где u_1 – окружное перемещение;

u_2 – угол поворота нормали в радиальной плоскости;

u_3 – нормальное перемещение.

Для определения коэффициентов разложения получим систему линейных алгебраических уравнений бесконечного порядка, представляющих собой уравнения движения оболочки и условие контакта на ее поверхности:

$$a_{ij}\, u_{jm} = -C_j(L, \gamma, u_{jm}) + \delta_{i3}\, \xi^{-1} q_r \big|_{r=1} \qquad i,j = 1,2,3$$

$$\omega\, u_{3m} = \frac{\partial}{\partial r} q_r \big|_{r=1}$$

$$q_r = \tilde{p}_0 + \tilde{p} = g_m \left[J_m(\omega r) + X_m(\omega) H_m^{(1)}(\omega r) \right]$$

$$C_1 = \gamma \sum_{\ell=1}^{L} \sin m\Theta_\ell \sum_{n=0}^{\infty} (u_{1n} + r_\ell u_{2n}) \sin n\Theta_\ell \qquad C_2 = C_1 \cdot r_\ell$$

$$C_3 = \gamma \sum_{\ell=1}^{L} \cos m\Theta_\ell \sum_{n=0}^{\infty} u_{3n} \cos n\Theta_\ell \,,$$

где

$$\gamma = 2m\omega^2 (\pi h \rho_1)^{-1} \beta^{-2}, \quad \xi = \beta^2 h \rho_1$$

a_{ij} – линейные операторы теории оболочек типа Тимошенко, приведенные в работе [5];

g_m – определенный коэффициент, связанный с амплитудой и фазой зондирующей волны;

$J_m(\omega r)$, $H_m^{(1)}(\omega r)$ – цилиндрические функции Бесселя и Ханкеля первого рода;

ω – безразмерная круговая частота ($\omega = \Omega / Rc$

c – скорость распространения звука в среде;

Ω – круговая частота);

h – безразмерная толщина оболочки;

ρ_1 – отношение плотностей материала оболочки и окружающей среды;

β – отношение соответствующих скоростей звука;

L – число пар стрингеров, имеющих окружную координату Θ_ℓ, центр тяжести которых находится на расстоянии r_ℓ от места ребра к оболочке.

Все линейные размеры выражены в радиусах оболочки.

Численные результаты расчета амплитуды дальнего эхосигнала от алюминиевой оболочки, погруженной в воду (ρ_1 =

$= 2{,}7$, $\beta = 3{,}804$, $h = 0{,}05$), с одной парой ребер жесткости ($L = 1$), в направлении, обратном приходу волны, приведены на рис. 2.

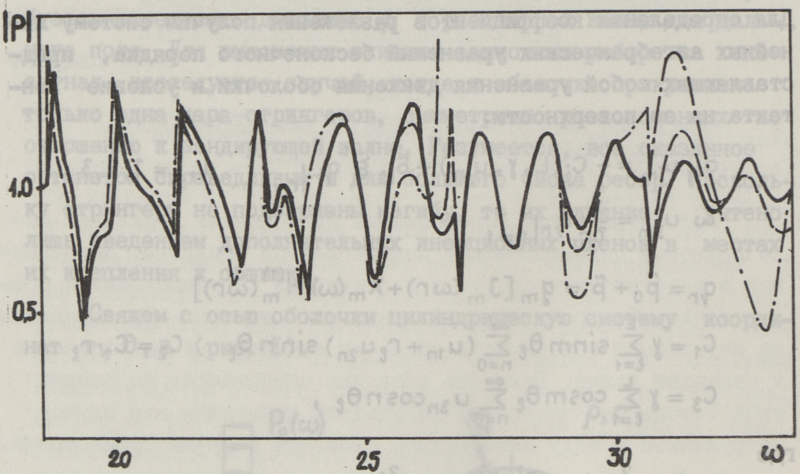


Рис. 2. Частотная зависимость амплитуды эхо-сигнала в дальнем поле для оболочки со стрингерами (0,2% - штриховая линия, 0,4 % - штрих-пунктирная линия) и гладкой оболочки (сплошная линия).

В сумме масса пары ребер жесткости составляла 0,2 % от массы неподкрепленной оболочки в первом случае (штриховая линия) и 0,4 % во втором случае (штрих-пунктирная линия). При этом $r_\ell = 0{,}1$, а $\theta_\ell = 90^\circ$. На диаграмме приведен участок спектра при частотах, соответствующих сильным изгибным колебаниям.

Диаграммы зависимости амплитуды эхо-сигнала в дальнем поле (рассеяние назад) от окружной координаты расположения стрингеров приведены на рис. 3 для двух различных частот, соответствующих резонансам изгибной моды. На диаграммах отмечены критические точки входа для волн безмоментной и изгибной мод. Горизонтальная ось указывает на величину амплитуды эхо-сигнала для неподкрепленной оболочки. Из представленных диаграмм легко заметить, что в данной постановке задачи, при расположении пары стрингеров под углами $\theta_\ell = 0^\circ$ и $\theta_\ell = 180^\circ$, что соответствует одному сдвоенному стрингеру, расположенному в плоскости симметрии фронта падающей волны, влияние стрингеров на амплитуду эхо-сигнала

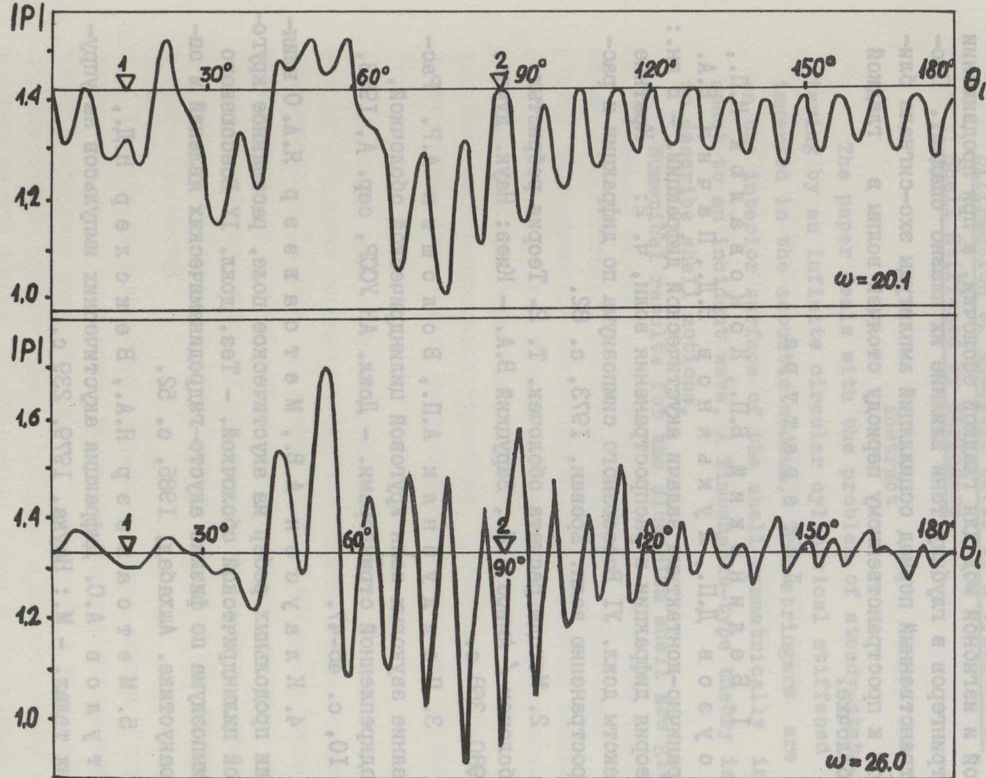


Рис. 3. Диаграмма зависимости амплитуды эхо-сигнала в дальнем поле от положения стрингеров (точка 1 – безмоментная мода, точка 2 – изгибная мода).

незначительно. Наиболее сильно влияние стрингеров на рассеяние назад проявляется при расположении их в секторе, заключенном между критическими точками входа волн безмоментной и изгибной мод для гладкой оболочки, а при продвижении стрингеров в глубину тени влияние их плавно спадает. Пространственный период осцилляций амплитуды эхо-сигнала близок к пространственному периоду стоячей волны в гладкой оболочке.

Литература

I. Белинский Б.П., Коновалюк И.П., Коузов Д.П., Лукьянов В.Д., Пачин В.А. Гранично-контактные задачи акустической дифракции. - В кн.: Теория дифракции и распространения волн, ч. 2: Краткие тексты докл. УI Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. Ереван, 1973, с. 82.

2. Методы расчета оболочек. Т. 2. Теория ребристых оболочек / Амиро И.Я., Заруцкий В.А. - Киев: Наук. думка, 1980. 368 с.

3. Поддубняк А.П., Волошин А.Р. Рассеяние звуковых волн круговой цилиндрической оболочкой, подкрепленной стрингерами. - Докл. АН УССР, сер. А, 1983, № 10, с. 45-47.

4. Клаусон А.В., Метсавээр Я.А. О влиянии продольных ребер на акустическое поле, рассеянное круговой цилиндрической оболочкой. - Тез. докл. IУ Всесоюзного симпозиума по физике акусто-гидродинамических явлений и оптоакустике. Ашхабад, 1985, с. 52.

5. Метсавээр Я.А., Векслер Н.Д., Стулов А.С. Дифракция акустических импульсов на упругих телах. - М.: Наука, 1979. 239 с.

A. Klauson

Diffraction of Acoustic Waves by a Cylindrical Shell Stiffened by Stringers

Abstract

The paper deals with the problem of steady-state scattering by an infinite circular cylindrical stiffened shell immersed in the acoustic medium. Two stringers are placed on the interior surface of the shell symmetrically in respect to an incident wave. A Timoshenko-type theory is used to describe shell motions.

Numerical results for the aluminium shell are given.

незначительно. Наиболее сильно влияние стрингеров на рассеяние назад проявляется при расположении их в секторе, заключенном между критическими точками входа волн безмоментной и изгибной мод для гладкой оболочки, а при продвижении стрингеров в глубину тени влияние их плавно спадает. Пространственный период осцилляций амплитуды эхо-сигнала близок к пространственному периоду стоячей волны в гладкой оболочке.

Л и т е р а т у р а

1. Б е л и н с к и й Б.П., К о н о в а л ю к И.П., К о у з о в Д.П., Л у к ь я н о в В.Д., П а ч и н В.А. Гранично-контактные задачи акустической дифракции. - В кн.: Теория дифракции и распространения волн, ч. 2: Краткие тексты докл. УI Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. Ереван, 1973, с. 82.

2. Методы расчета оболочек. Т. 2. Теория ребристых оболочек / Амиро И.Я., Заруцкий В.А. - Киев: Наук. думка, 1980. 368 с.

3. П о д д у б н я к А.П., Б е л о ш и н А.Р. Рассеяние звуковых волн круговой цилиндрической оболочкой, подкрепленной стрингерами. - Докл. АН УССР, сер. А, 1983, № 10, с. 45-47.

4. К л а у с о н А.В., М е т с а в э э р Я.А. О влиянии продольных ребер на акустическое поле, рассеянное круговой цилиндрической оболочкой. - Тез. докл. IУ Всесоюзного симпозиума по физике акусто-гидродинамических явлений и оптоакустике. Ашхабад, 1985, с. [illegible].

5. М е т с а в э э р Я.А., В е к с л е р Н.Д., С т у л о в А.С. Дифракция акустических импульсов на упругих телах. - М.: Наука, 1979. [illegible] с.

№ 624

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.07:534.I

В.Б. Тищенко

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ МАССОЙ НА ДЕЙСТВИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

Действие динамических нагрузок большой интенсивности на стержневые системы сопровождается значительными деформациями. Соответственно расчет целесообразно производить с учетом геометрической нелинейности деформирования конструкции, а также с учетом физической нелинейности материала. Очевидно наиболее эффективным способом решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих поведение конструкции, является их численное интегрирование по времени.

В данной статье рассматривается вопрос использования метода начальных параметров (МНП) в решении задач прямого динамического расчета. На каждом шаге по времени определяются приращения перемещений узлов стержневой системы, соответствующие минимальному приращению ее энергии. Используются основные допущения технической теории изгиба стержней в одной плоскости.

Выделим из стержневой системы стержень длиной L и разобьем его на n участков. Будем считать распределенную массу в пределах каждого участка постоянной, а жесткостные характеристики примем равными среднему арифметическому этих величин на его концах. В дальнейшем будем рассматривать такой участок как стержень длиной ℓ, защемленный по концам.

Аппроксимируем перемещения стержня и приращения его перемещений в базисе, векторами которого являются степенные функции ряда Тейлора. Представим указанную аппроксимацию в матричном виде:

$$Z_x = A_x Z_0 + B_x C,$$
$$\Delta Z_x = A_x \Delta Z_0 + B_x \Delta C, \qquad (I)$$

где
$$Z_x = \begin{vmatrix} w \\ w' \\ u \\ w'' \\ w''' \\ u' \end{vmatrix}, \quad \Delta Z_x = \begin{vmatrix} \Delta w \\ \Delta w' \\ \Delta u \\ \Delta w'' \\ \Delta w''' \\ \Delta u' \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{vmatrix}, \quad \Delta C = \begin{vmatrix} \Delta C_1 \\ \Delta C_2 \\ \Delta C_3 \\ \Delta C_4 \\ \Delta C_5 \\ \Delta C_6 \end{vmatrix},$$

$$A_x = \begin{vmatrix} 1 & x & 0 & \frac{x^2}{2} & \frac{x^3}{6} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & x & \frac{x^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad B_x = \begin{vmatrix} \frac{x^4}{24} & \frac{x^5}{120} & 0 & \frac{x^6}{720} & \frac{x^7}{5040} & 0 \\ \frac{x^3}{6} & \frac{x^4}{24} & 0 & \frac{x^5}{120} & \frac{x^6}{720} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x^2}{2} & 0 & 0 & \frac{x^3}{6} \\ \frac{x^2}{2} & \frac{x^3}{6} & 0 & \frac{x^4}{24} & \frac{x^5}{120} & 0 \\ x & \frac{x^2}{2} & 0 & \frac{x^3}{6} & \frac{x^4}{24} & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & 0 & \frac{x^2}{2} \end{vmatrix}.$$

Здесь $w, \Delta w$ – функции прогиба и его приращения;
$u, \Delta u$ – функции продольного смещения и его приращения.

Координаты C_i и ΔC_i вычисляются с учетом граничных условий $(x = \ell)$ следующим образом:

$$C = B_e^{-1}(Z_e - A_e Z_0), \qquad (2)$$
$$\Delta C = B_e^{-1}(\Delta Z_e - A_e \Delta Z_0).$$

Таким образом искомыми координатами являются ΔZ_e и ΔZ_0. Координаты Z_e и Z_0 известны из результатов предыдущего по времени шага расчета.

Приращение энергии стержня, вызванное работой внешней нагрузки, компенсируется изменением потенциальной энергии деформации и продольной силы (сближение концов), а также работой сил инерции.

Приращение потенциальной энергии деформации стержня (без учета сдвиговых деформаций) имеет вид:

$$\Delta \Pi_c = \int\limits_V (E_\eta u' \Delta u' - E_\eta u' \Delta w'' Z - E_\eta \Delta u' w'' Z +$$
$$+ E_\eta \Delta w'' w'' Z^2 + \tfrac{1}{2} E_\theta (\Delta u')^2 - E_\theta \Delta u' \Delta w'' Z +$$
$$+ \tfrac{1}{2} E_\theta (\Delta w'')^2 Z^2)\, dV.$$

Здесь E_η, E_θ – секущий и касательный модули упругости;
Z – координата по оси симметрии сечения.

Применяя теорему Фубини и выражение (I), получаем матричное выражение:

$$\Delta\Pi_C = Z_0^T A_{1\eta}\Delta Z_0 + Z_0^T B_{1\eta}\Delta C + C^T D_{1\eta}\Delta Z_0 + $$
$$+ C^T F_{1\eta}\Delta C + \frac{1}{2}\Delta Z_0^T B_{1\theta}\Delta C + \frac{1}{2}\Delta C^T D_{1\theta}\Delta Z_0 +$$
$$+ \frac{1}{2}\Delta Z_0^T A_{1\theta}\Delta Z_0 + \frac{1}{2}\Delta C^T F_{1\theta}\Delta C. \qquad (3)$$

Были введены следующие обозначения:

$$A_{1\eta} = \int_0^e \tilde{A}_1^T \tilde{D}_\eta \tilde{A}_1 dx, \quad B_{1\eta} = \int_0^e \tilde{A}_1 \tilde{D}_\eta \tilde{B}_1 dx,$$
$$D_{1\eta} = \int_0^e \tilde{B}_1^T \tilde{D}_\eta \tilde{A}_1 dx, \quad F_{1\eta} = \int_0^e \tilde{B}_1^T \tilde{D}_\eta \tilde{B}_1 dx,$$

где

$$\tilde{A}_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & 0 \end{vmatrix}, \quad \tilde{B}_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & x & 0 & 0 & \frac{x^2}{2} \\ \frac{x^2}{2} & \frac{x^3}{6} & 0 & \frac{x^4}{24} & \frac{x^5}{120} & 0 \end{vmatrix},$$

$$\tilde{D}_\eta = \begin{vmatrix} EJ_\eta & -ES_\eta \\ -ES_\eta & EF_\eta \end{vmatrix}.$$

Матрицы $A_{1\theta}, B_{1\theta}, D_{1\theta}, F_{1\theta}, \tilde{D}_\theta$ определяются аналогичными формулами заменой индексов η на θ. Упругогеометрические характеристики первого $(EJ_\eta, ES_\eta, EF_\eta)$ и второго $(EJ_\theta, ES_\theta, EF_\theta)$ расчетных сечений [I] можно определить по методике, изложенной в [4].

Приращение энергии стержня за счет сближения концов:

$$\Delta\Pi_N = -\int_0^e \left(N + \frac{\Delta N}{2}\right)\left(w'\Delta w' + \frac{1}{2}(\Delta w')^2\right) dx,$$

где $N, \Delta N$ – продольная сила и ее приращение. Они принимаются постоянными по длине стержня.

С учетом (I) перепишем это выражение в матричном виде:

$$\Delta\Pi_N = -\frac{1}{2}(\Delta Z_0^T A_3 \Delta Z_0 + \Delta Z_0^T B_3 \Delta C + \Delta C^T D_3 \Delta Z_0 + \Delta C^T F_3 \Delta C) -$$
$$- \Delta Z_0^T A_3 Z_0 - \Delta Z_0^T B_3 C - \Delta C^T D_3 Z_0 - \Delta C^T F_3 C, \qquad (4)$$

где $$A_3 = \tilde{N}\int_0^e \tilde{A}_3^T \tilde{A}_3 dx, \quad B_3 = \tilde{N}\int_0^e \tilde{A}_3^T \tilde{B}_3 dx,$$
$$D_3 = \tilde{N}\int_0^e \tilde{B}_3^T \tilde{A}_3 dx, \quad F_3 = \tilde{N}\int_0^e \tilde{B}_3^T \tilde{B}_3 dx,$$

здесь обозначено $\tilde{N} = N + \frac{\Delta N}{2}$,

$$\tilde{A}_3 = |0\ 1\ 0\ x\ \tfrac{x^2}{2}\ 0|, \quad \tilde{B}_3 = |\tfrac{x^3}{6}\ \tfrac{x^4}{24}\ 0\ \tfrac{x^5}{120}\ \tfrac{x^6}{720}\ 0|.$$

Работа сил инерции на приращениях перемещений вызовет следующее изменение энергии стержня:

$$\Delta T=\int_0^e m(\ddot{w}\,\Delta w+\ddot{u}\,\Delta u+\frac{1}{2}\,\Delta\ddot{w}\,\Delta w+\frac{1}{2}\,\Delta\ddot{u}\,\Delta u)\,dx.$$

В матричной форме выражение примет следующий вид (с учетом формул (I)):

$$\Delta T=\ddot{Z}_0^T A_2\,\Delta Z_0+\ddot{Z}_0^T B_2\,\Delta C+\ddot{C}^T D_2\,\Delta Z_0+ \\ +\ddot{C}^T F_2\,\Delta C+\frac{1}{2}(\Delta Z_0^T A_2\,\Delta Z_0+\Delta\ddot{Z}_0^T B_2\,\Delta C+ \\ +\Delta\ddot{C}^T D_2\,\Delta Z_0+\Delta\ddot{C}^T F_2\,\Delta C). \tag{5}$$

Были приняты следующие матричные обозначения:

$$A_2=\int_0^e m\tilde{A}_2^T\tilde{A}_2\,dx,\quad B_2=\int_0^e m\tilde{A}_2^T\tilde{B}_2\,dx,$$

$$D_2=\int_0^e m\tilde{B}_2^T\tilde{A}_2\,dx,\quad F_2=\int_0^e m\tilde{B}_2^T\tilde{B}_2\,dx,$$

где

$$\tilde{A}_2=\begin{vmatrix}0&0&1&0&0&x\\1&x&0&\frac{x^2}{2}&\frac{x^3}{6}&0\end{vmatrix},\quad \tilde{B}_2=\begin{vmatrix}0&0&\frac{x^2}{2}&0&0&\frac{x^3}{6}\\\frac{x^4}{24}&\frac{x^5}{120}&0&\frac{x^6}{720}&\frac{x^7}{5040}&0\end{vmatrix}.$$

Не приводя промежуточных выкладок, выпишем окончательное выражение для работы внешней нагрузки в матричном виде:

$$\Delta\Pi_н=-(\Delta Z_0^T G_н+C^T H_н). \tag{6}$$

Выражения для $G_н$ и $H_н$ для наиболее распространенных типов нагрузок приведены в [I].

Выпишем общее приращение энергии стержня за время Δt:

$$\Delta\Pi=\Delta\Pi_c+\Delta T+\Delta\Pi_N+\Delta\Pi_н. \tag{7}$$

Используя метод Рэлея-Ритца будем искать координаты ΔC_i из системы уравнений:

$$\frac{\partial\Delta\Pi}{\partial\Delta C_i}=0. \tag{8}$$

При этом матрица $\Delta\Pi''\left(\Delta\Pi''=\left\{\frac{\partial^2\Delta\Pi}{\partial\Delta C_i\,\partial\Delta C_j}\right\}\right)$

должна быть положительно определена.

Подставляя в (7) выражения (3), (4), (5), (6) и производя операции (8), получаем матричное уравнение движения стержня в приращениях:

$$\tilde{G}_1 P_0 + \tilde{G}_2 P_e + \tilde{G}_3 \ddot{P}_0 + \tilde{G}_4 \ddot{P}_e + G_1 \Delta P_0 + G_2 \Delta \ddot{P}_e + G_3 \Delta \ddot{P}_0 + G_4 \Delta \ddot{P}_e = H_н . \tag{9}$$

Были введены следующие матричные обозначения:

$$\Delta P_e = K_\theta \Delta Z_e, \quad P_e = K_\eta Z_e,$$
$$\Delta P_0 = K_\theta \Delta Z_0, \quad P_0 = K_\eta Z_0,$$

где P_0, P_e, ΔP_e, ΔP_0 – столбцы начальных параметров и их приращений в начале и конце стержня,

$$K_\eta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & EJ_\eta & 0 & -ES_\eta \\ 0 & N & 0 & 0 & EJ_\eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ES_\eta & 0 & -EF_\eta \end{vmatrix}, \quad K_\theta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & EJ_\theta & 0 & -ES_\theta \\ 0 & \Delta N & 0 & 0 & EJ_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ES_\theta & 0 & -EF_\theta \end{vmatrix}$$

$\tilde{G}_i$, G_i – матрицы – коэффициенты приведения общих членов.

Для интегрирования системы уравнений (9) по времени используется θ-метод Вильсона [3]. Согласно основным допущениям метода задаемся линейной зависимостью для ускорения, квадратной параболой для скорости и кубической параболой для перемещений.

Получаем следующие зависимости для приращений ускорений и скоростей:

$$\Delta \ddot{P}_\xi = \frac{6\Delta t}{\theta^3} \Delta P_\xi - \frac{6\Delta t}{\theta^2} \dot{P}_\xi - \frac{3\Delta t}{\theta} \ddot{P}_\xi , \tag{10}$$
$$\Delta \dot{P}_\xi = \frac{3}{\theta} \Delta P_\xi - 3\dot{P}_\xi - \frac{\theta}{2} \ddot{P}_\xi ,$$

где ξ – индекс, обозначающий либо начало, либо конец стержня.

Подставляя (10) в (9) и приводя подобные члены, получаем матричное уравнение МНП для искомого момента времени в приращениях:

$$\Delta P_e = \bar{A} \Delta P_0 + \bar{T} , \tag{11}$$

где $\bar{A} = -(G_2 + \frac{6\Delta t}{\theta^3} G_4)^{-1} (\tilde{G}_1 + \frac{6\Delta t}{\theta^3} \tilde{G}_3)$ – матрица перехода стержня;

$\bar{T} = (G_2 + \frac{6\Delta t}{\theta^3} G_4)^{-1} (H_н + (\frac{3\Delta t}{\theta} G_4 - \tilde{G}_4) \ddot{P}_e + (\frac{3\Delta t}{\theta} G_3 - \tilde{G}_3) \ddot{P}_0 + \frac{6\Delta t}{\theta^2} G_4 \dot{P}_e + \frac{6\Delta t}{\theta^2} G_3 \dot{P}_0 - G_2 P_e - G_1 P_0) + \Phi$ – матрица приведения внешней и инерционной нагрузок к концу стержня,

$$\Phi^{T}=\left[0\ 0\int\limits_0^{e}\left(\frac{ES_e}{EF_\theta}\Delta w''-\frac{1}{2}(\Delta w')^2-w'\Delta w'\right)dx\ 0\ 0\ 0\right]$$ – столбец учета нелинейности деформирования стержня в продольном направлении из-за пластических деформаций и сближения концов.

Зная выражение (II) для i-того участка стержня (до сих пор рассматриваемого как стержень) можно получить матрицу перехода A_s и матрицу приведения внешней нагрузки T_s для всего стержня длиной L:

$$A_s=\bar{A}_n\cdot\bar{A}_{n-1}\cdot\ldots\cdot\bar{A}_i\cdot\ldots\cdot\bar{A}_2\bar{A}_1,$$

$$T_s=\bar{T}_n+\bar{A}_n\bar{T}_{n-1}+\ldots+\bar{A}_n\bar{A}_{n-1}\cdot\ldots\cdot\bar{A}_2\cdot T_1.$$

Используя методику, изложенную в [2], получаем матрицу жесткости стержня R_s и матрицу реакций от внешней нагрузки R_{ps}, переводим их в глобальную систему координат, учитываем закрепление стержней в узлах и закрепление узлов.

Таким образом, для каждого расчетного момента времени задача сводится к системе канонических уравнений метода перемещений. При этом легко учесть массы и демпфирующие элементы в узлах, а также реакцию основания. Результатом решения системы уравнений являются приращения перемещений в узлах конструкции.

Затем в каждом расчетном сечении определяются перемещения, деформации и внутренние усилия.

Полученные зависимости можно уточнить вводя в выражение (7) члены, учитывающие приращение энергии за счет учета сдвиговых деформаций, внутреннего трения в материале и инерции вращения.

Рассматривая последовательно выражения (2), (9), (II), легко заметить, что требование положительной определенности для матрицы $\left\{\frac{\partial^2\Delta\Pi}{\partial\Delta C_i\,\partial\Delta C_j}\right\}$ участка стержня сводится к аналогичному требованию для матрицы жесткости (матрицы отпорности [I] в выражении для приращения энергии) всей системы в каждый момент времени. Невыполнение указанного условия может служить качественным признаком потери устойчивости движения.

Следует отметить, что при выборе шага интегрирования по времени Δt необходимо выполнение условия:

$$\Delta t < 0{,}02T,$$

где T – наименьший период первой формы продольных колебаний стержней системы в линейной постановке задачи.

Литература

1. Геммерлинг А.В. Расчет стержневых систем. – М.: Стройиздат, 1974.

2. Клемперт Ю.З., Париков В.И., Сливкер В.И. О процедуре вычисления матрицы жесткости призматического стержня. – В сб.: Расчет пространственных конструкций. – М.: Стройиздат, 1974, вып. XVI.

3. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979.

4. Тищенко В.Б. Алгоритм численного определения жесткостных характеристик железобетонного элемента с использованием уточненных диаграмм работы бетона. – В сб.: Автоматизация инженерных расчетов в строительном проектировании. – Л.: Ленинградский Промстройпроект, 1985.

V. Tischenko

Numerical Calculation Method for Nonlinear Bar Systems with Distributed Mass under an Arbitrary Dynamic Load

Abstract

The article deals with the determination of dynamic behavior of bar system with the distributed parameters subjected to nonstationary dynamic loading by means of numerical analysis. The method of initial parameters is used. For the obtaining of transition matrixes the method of Rayleigh-Ritz is employed. The solution is carried out relative to the increments of joints displacement of the bar system. The geometric non-linearity of the structure' deformation and physical non-linearity of the material are taken into account. The mode of qualitative evaluation of movement stability is also proposed.

Содержание

Цена 1.10