

Ep. 6.7  
559

ISSN 0136-3549  
0134-3815

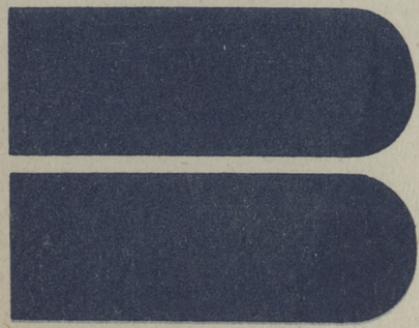
TALLINNA  
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI  
TOIMETISED

559

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО  
ИНСТИТУТА

**ТРИ**  
**'83**

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ  
МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ  
И ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ  
И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ





Ep. 6.7

559

**ТРИ  
'83**

**TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED**

**ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА**

УДК 62-83 : 621.313-12

●

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ  
МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ  
И  
ЛИНЕЙНЫЕ  
ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ  
И  
ИХ  
ЭЛЕМЕНТЫ

Электропривод XX

Таллин 1983



ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
Труды ТПИ № 559

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ  
И ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ  
Электропривод XX

Редактор Э. Пуусепп

Техн. ред. В. Ранник

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 10.05.83

Подписано к печати 30.11.83

Формат 60x90/16. Печ. л. 5,75+0,25 приложение. Уч.-изд. л. 4,8

Тираж 350, МВ-06195

Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № 725

ЦЕНА 70 коп.



Таллинский политехнический институт, 1983

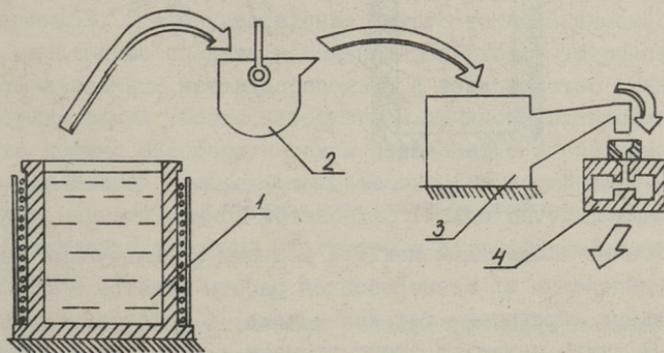
УДК 62-83:537.84

В.В. Лойгом, А.Ф. Оорн

### КЛАССИФИКАЦИЯ И АНАЛИЗ ЛИТЕЙНЫХ УСТАНОВОК С МГД-ДВИГАТЕЛЯМИ

Автоматизация процесса заливки литейных форм является одним из наиболее эффективных путей повышения производительности труда и качества отливок, а также улучшения условий труда рабочих, занятых в литейном производстве.

За последние годы в нашей стране вопросу автоматизации литейного производства уделялось большое внимание. Выполнен значительный объем научных исследований в этом направлении; имеются определенные успехи в разработке, проектировании и внедрении достаточно надежных и высокопроизводительных автоматических систем и отдельных устройств [1, 2].



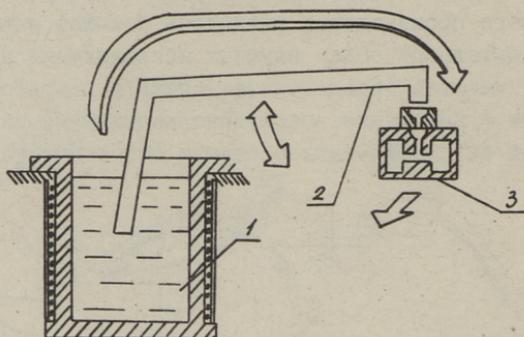
Фиг. 1. Схема технологического процесса заливки металла в форму.

В разработанных автоматических системах дозирования [3] в общем случае готовый к литью металл из плавильного агрегата I (фиг. 1) заливается в транспортное устройство 2, в качестве которого в преобладающем большинстве используют ковш.

Дальше металл из транспортного устройства 2 подается в дозирующее - заливочное устройство 3, а из него в литейную форму 4.

Такой технологический процесс обусловлен в основном техническими трудностями, возникающими при расплавке необходимого количества металла непосредственно в раздаточной емкости дозирующего устройства. Это приводит к ухудшению качества сплава и к уменьшению коэффициента использования дозирующего устройства в режиме дозирования.

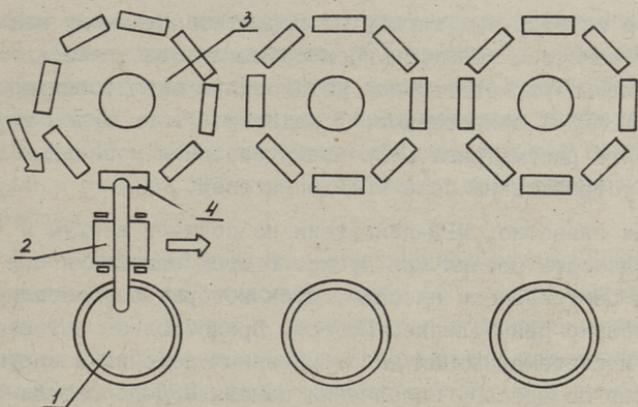
Технологический процесс с тройным переливом металла имеет целый ряд существенных недостатков. При погружении металла в ковш происходит его сильное взбалтывание и повышенное загрязнение сплава окисями. Потери теплоэнергии при транспортировании сплава большие.



Фиг. 2. Схема технологического процесса заливки металла непосредственно из плавильного агрегата в форму.

Обычно в литейных цехах с мощными формовочными линиями для обеспечения их бесперебойной работы имеется несколько плавильных агрегатов, так как плавка, а также подготовка металла к литью занимают много времени по сравнению с процессом литья. Существенного улучшения процесса литья можно ожидать от таких автоматических систем дозирования, которые обеспечили бы непосредственную заливку металла (фиг. 2) из плавильного агрегата I при помощи герметического металлопровода 2 в литейную форму 3.

С другой стороны, чтобы обеспечить бесперебойность процесса литья и увеличить интенсивность использования дози-



Фиг. 3. Схема литейного участка с последовательным расположением карусельных литейных машин и плавильных агрегатов.

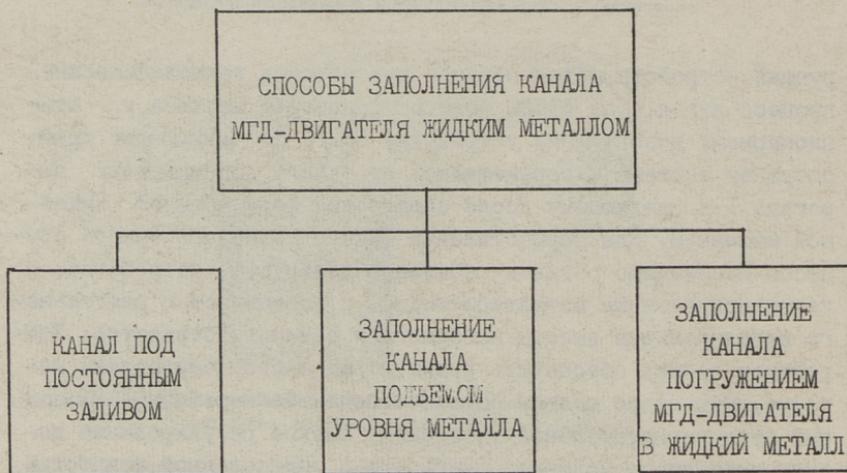
рующих устройств целесообразно перестроить технологический процесс литья, так чтобы вместо транспорта металла к стационарному дозирующему устройству (фиг. 3) мобильная транспортная система 2 перемещалась от одного плавильного агрегата 1 к следующему после заполнения форм 4 одной литейной машины 3. Для осуществления такого технологического процесса необходимо создать мобильное дозирующее устройство, с герметизированным металлопроводом, с возможностью отдельного регулирования высоты наборного и сливного отверстий. Устройство должно обеспечить режим порционного дозирования металла. Для этого должен быть обеспечен бесперебойный циклический пуск нагнетательной установки, гибкое регулирование подачи металла по заданной программе с определенной точностью дозирования.

Вследствие герметичности металлопровода, уменьшения смешивания слоев расплава в плавильном агрегате и возможности осуществления оптимального режима заполнения формы такие дозирующие устройства обеспечивают высокое качество отливок.

Выдача расплава из плавильного агрегата может быть принципиально осуществлена электромеханическими, пневматическими, электромагнитными или комбинированными установками. Однако для подъема и перемещения агрессивных высокотемпературных

металлов из открытых тиглей по герметизированному металлопроводу наиболее конкурентноспособными оказываются электромагнитные нагнетательные установки с магнитогидродинамическими (МГД-) двигателями. Вследствие этого будем в данной работе рассматривать проблемы создания мобильных дозирующих устройств на базе МГД-двигателей.

Как известно, МГД-двигатели не создают вакуум и не могут засосать металл при пуске. В этом отношении они аналогичны центробежным насосам, пуск которых осуществляется также только при заливке. Поэтому представляет интерес изучение и систематизация конструктивных решений дозирующих устройств по способу заполнения канала МГД-двигателя металлом перед пуском.



Фиг. 4. Классификация способов заполнения канала МГД-двигателя жидким металлом.

Способы заполнения канала можно разделить на следующие основные группы (фиг. 4):

1. Канал находится под постоянным заливом.
2. Канал заполняется при подъеме уровня металла.
3. Канал заполняется погружением МГД-двигателя в жидкий металл.

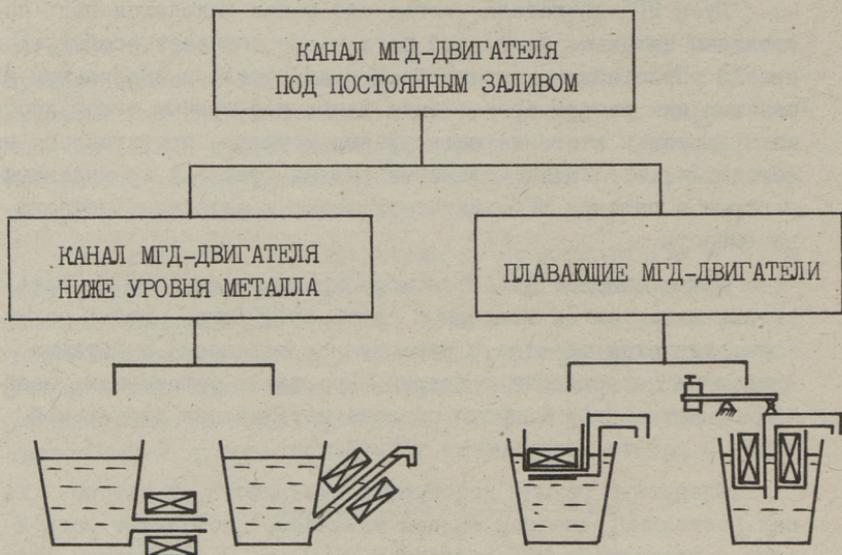
Пуск МГД-двигателя, когда его канал находится под постоянным заливом, на первый взгляд, не вызывает особых трудностей. Простейшая компоновка МГД-двигателя с плавильным агрегатом или резервуаром, когда канал под прямым углом жестко прикреплен к стенке ниже уровня металла, представлена на фиг. 5 [4, 5]. Такая установка опасна, так как неожиданный перерыв в питании МГД-двигателя ведет к вытеканию металла из емкости.

Менее опасной является компоновка, когда МГД-двигатель устанавливается на наклонную трубу [6]. Тогда металл из канала сливается обратно в резервуар и остановка в питании индуктора не приводит к аварии. При таких установках необходима летка для выпуска остатка металла при длительной паузе в работе дозирующего устройства.

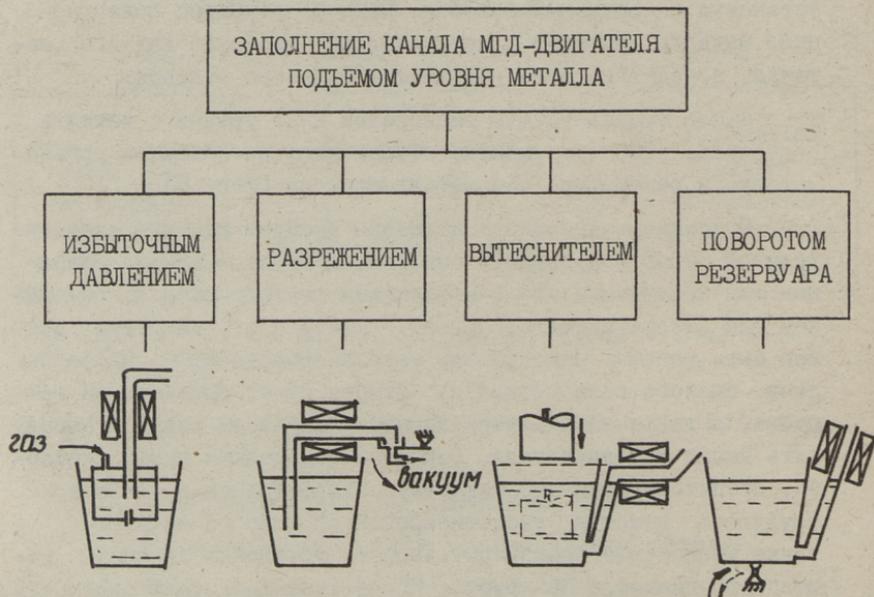
Следующую группу дозирующих устройств, у которых канал постоянно заполнен жидким металлом, составляют устройства с плавающими МГД-двигателями [7, 8, 9]. Основным недостатком таких устройств является то, что при снижении уровня металла в резервуаре изменяется расстояние от сливного патрубка до литейной формы и для их согласования требуется установка специальных желобов. Наличие открытых поверхностей металла приводит к интенсивному окислению жидкого металла, вследствие чего ухудшается качество отливок.

Когда МГД-двигатель расположен выше уровня металла в резервуаре, то залив канала обеспечивается подъемом уровня металла в резервуаре или металлопроводе (фиг. 6).

Создание избыточного давления требует наличия дополнительной герметизированной емкости, которая снабжена клапаном для соединения его с источником сжатого газа и патрубком для забора металла, причем диаметр этого патрубка должен быть меньше, чем диаметр металлопровода [10]. После подачи сжатого газа металл из емкости будет вытекать из патрубка, а также подниматься по металлопроводу вверх и заполнять канал МГД-двигателя. Основные недостатки такого способа, препятствующие его широкому распространению, являются трудность очистки геометизированной емкости изнутри, а также уменьшение производительности установки за счет маленького диаметра патрубка. Кроме того возникает опасность повышенного газонасыщения первых доз металла ввиду избыточного давления газа в емкости.



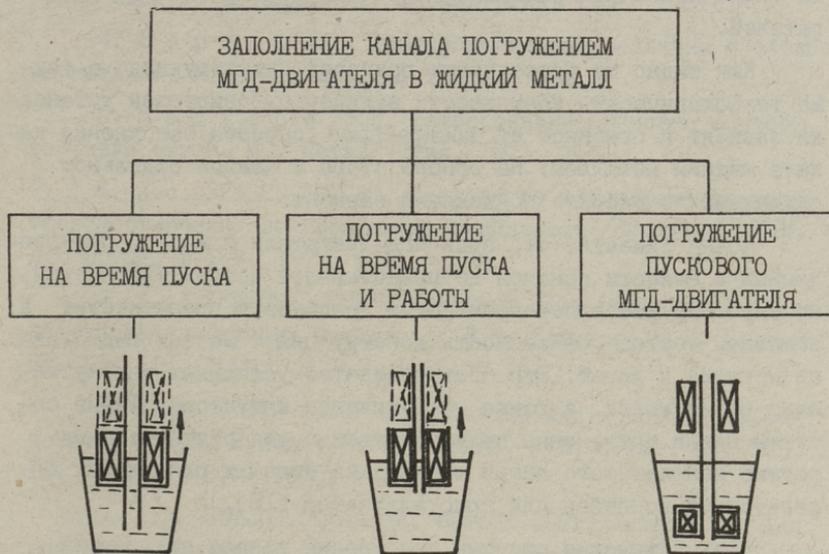
Фиг. 5. Возможности заполнения канала МГД-двигателя, находящегося ниже уровня металла.



Фиг. 6. Возможности заполнения канала МГД-двигателя, находящегося выше уровня металла.

Способ [11], при котором засос металла в канал МГД-двигателя осуществляется вакуумом, имеет целый ряд недостатков. Применять такую систему можно в основном в случае, когда пуск МГД-двигателя достаточно редкий и для быстрой остановки движущегося металла не требуется торможения, которое ведет к опорожнению металлопровода. При таких торможениях для получения следующей дозы нужно повторить весь длительный цикл пуска снова. Также не редки случаи, когда жидкий металл может попасть в вакуумную систему.

Редко используются футерованные вытеснители для подъема уровня жидкого металла [12]. Это связано с тем, что с применением вытеснителя происходит интенсивное окисление и газонасыщение, а также сильное взбалтывание слоев металла. Если эти недостатки являются несущественными, то такой способ зарекомендовал себя безотказностью в работе.



Фиг. 7. Возможности заполнения канала МГД-двигателя погружением его в жидкий металл.

Конструкция МГД-привода упрощается существенно в случае применения погруженного в жидкий металл МГД-двигателя (фиг. 7). При погружении МГД-двигателя часть канала заполняется расплавленным металлом и пуск осуществляется включением индуктора [13, 14]. Тогда электромагнитное поле

в той части канала, где имеется жидкий металл, будет способствовать подъему его до заполнения канала.

Основным недостатком такого способа является ухудшение теплового режима индуктора. Наиболее приемлемым решением является тогда частичное кратковременное погружение МГД-двигателя в расплавленный металл с последующим подъемом индуктора [15].

На основе новых жаростойких обмоточных, футеровочных и теплоизоляционных материалов созданы такие МГД-двигатели, которые могут работать погруженными во время всего цикла дозирования [13]. Особенно перспективным является использование таких погружных МГД-двигателей в дискретных дозаторах. Так как повторный пуск после каждой дозы осуществляется включением индуктора и для быстрой остановки потока металла можно применить режимы электрического торможения МГД-двигателей.

Как видно из приведенных примеров, конструкция, а также технологические возможности заливочно-дозировочной установки зависят в основном от конкретного способа заполнения канала жидким металлом. На основе этого в каждом отдельном случае можно выбрать подходящий вариант.

Можно сказать, что пуск МГД-двигателя с жестко прикрепленным к емкости каналом не представляет особых трудностей, но широкому распространению этих компоновок препятствует в основном жесткая связанность конструкции с местом подготовки металла к литью. Это обстоятельство усложняет чистку канала от настывшей, а также обслуживания индуктора. Такие системы нашли применение преимущественно для осуществления режима непрерывного литья металла из больших плавильных агрегатов на конвейер или кристаллизатор [16].

Пневматические системы заполнения канала отличаются сложностью конструкции и ненадежностью работы. Как показали проведенные нами опыты, только каждый второй-третий раз удалось запустить МГД-двигатель.

Наиболее перспективными являются системы дозирования на базе погружных МГД-двигателей, которые обеспечивают надежный пуск установок, быстродействие в разных режимах дозирования, а также возможность их удаления от горячей зоны

плавильных агрегатов на техобслуживание или ремонт. Погружные МГД-двигатели нашли также применение в захватных органах литейных манипуляторов [17], где их используют для забора дозы.

### Л и т е р а т у р а

1. Богдан К.С., Горбенко В.Н., Денисенко В.М., Каширин Ю.П. Средства и системы автоматизации литейного производства. М., Машиностроение, 1981. 272 с.

2. Бабенко В.Т., Шидлович Л.Х., Ковтуновский В.И. и др. Автоматизация процессов дозирования в металлургии. М., Металлургия, 1977. 366 с.

3. Верте Л.А. Электромагнитная разливка и обработка жидкого металла. М., Металлургия, 1967. 278 с.

4. Верте Л.А. Электромагнитная разливка и обработка металла. М., Металлургия, 1967. 208 с.

5. Мадянов А.М. Затвердевание и новые способы разливки стали. М., Металлургия, 1973. 254 с.

6. А.с. 321320 (СССР). Устройство для перемешивания и транспортировки электропроводной жидкости / Фолифоров В.М. и др. Опубл. в Б.И. 1972, № 2.

7. А.с. 185209 (СССР). Линейный индукционный насос для перекачивания жидких металлов / В.М. Катунин, И.А. Векленко. Кл. 59а, II. Опубл. в Б.И. 1966, № 16.

8. А.с. 268174 (СССР). Плавающий индукционный насос-дозатор / А.К. Бушман, И.В. Веселов, А.В. Эглит. Кл. 59а, II. Опубл. в Б.И. 1970, № 13.

9. А.с. 507207 (Франция. Патент СССР). Устройство для разливки металла / А. Карбоннель. Г. Мариод. М. кл. <sup>2</sup> B22D39/00. Опубл. в Б.И. 1976, № 10.

10. А.с. 234867 (СССР). Устройство для запуска электромагнитного насоса / В.И. Дубоделов, А.С. Зенкин, В.К. Погорский. Кл. 59а, II. Опубл. в Б.И., 1969, № 4.

II. А.с. 685433 (СССР). Электромагнитное дозирующее устройство / Х.А. Тийсмус, Ю.Я. Лаугис, Р.Б. Каск, Х.А. Саккос, Р.А. Тээметс, Ю.А. Кала, Т.В. Лехтла, А.Ф. Павлов,

В.М. Белоног. М. кл.<sup>2</sup> В22Д39/00. Оpubл. в Б.И. 1979, № 34.

12. Янес Х.И., Тийсмус Х.А., Вайнштейн Г.М. Опыт перекачивания жидкого магния индукционным насосом ЭМН-7. - Цветные металлы, 1964, № 3, с. 51-54.

13. А.с. 865520 (СССР). Электромагнитное дозирующее устройство / Тийсмус Х.А., Лаугис Ю.Я., Лойгом В.В., Оорн А.Ф. и др. Оpubл. в Б.И. 1981, № 35.

14. А.с. 933238 (СССР). Электромагнитное дозирующее устройство. Лаугис Ю.Я., Оорн А.Ф., Петтай Э.Н., Саармаа М.В. Оpubл. в Б.И. 1982, № 21.

15. А.с. 210662 (СССР). Индукционный электромагнитный насос / Х.А. Тийсмус, Х.И. Янес, К.И. Шильф. Кл. 59а, II. Оpubл. в Б.И. 1968, № 6.

16. Арусоо А.К., Каск Р.Б., Лойгом В.В., Саккос Х.А. Исследование эксплуатационных свойств промышленного тиристорного МГД-привода для подачи магния на литейный конвейер. - В сб. материалов к VI Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам и электротехнике жидких проводников. Электропривод. Таллин, 1973.

17. А.с. 988454 (СССР). Захватный орган манипулятора для заливки металла / Ю.Я. Лаугис, А.Ф. Оорн, Э.Н. Петтай и др. Оpubл. в Б.И. 1983, № 2.

V. Loigom, A. Oorn

Klassifikation und Analyse der Gußanlage mit  
einem MHD-Motor

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wird eine allgemeine Analyse einer Gußanlage mit dem MHD-Motor gegeben und eine umfassende Klassifikation der Methoden für die Anfüllung des Kanals des MHD-Motors mit flüssigem Metall vorgeschlagen.

УДК 621.318.38

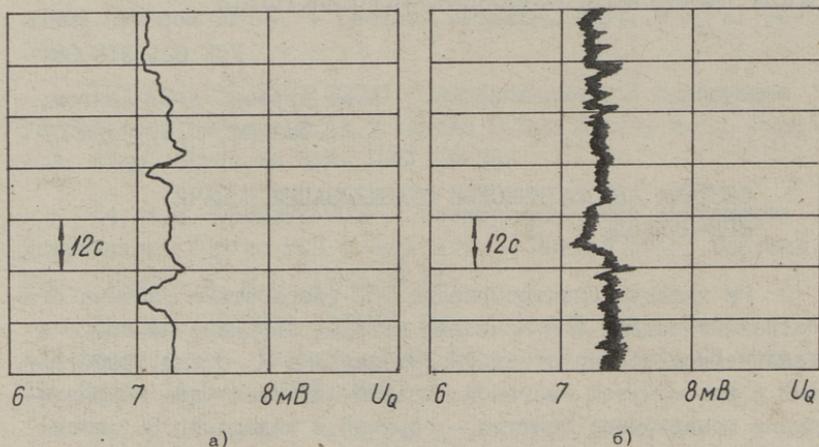
А.К. Арусоо, В.В. Лойгом,  
Х.А. Саккос, Х.Ф. ОорнСИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ПОДАЧИ  
МГД-ПРИВОДА

На кафедре электропривода ТПИ разработана система стабилизации подачи МГД-привода, которая внедрена на жидкометаллическом стенде с теплоносителем Na-K. Стенд, работающий с разомкнутой системой управления, имеет два гидравлически независимых контура - горячий и холодный. В обоих контурах установлены плоские индукционные насосы типа СА 08-01.00 с двухсторонними индукторами и водяным охлаждением, управляемые вручную от автотрансформатора и кондукционные датчики подачи с постоянными магнитами, используемые в качестве измерительных элементов. Кроме того оба контура проходят через теплообменник и имеют систему фильтров и ловушек, причем в холодном контуре находится охладитель, в горячем контуре тиристорный нагреватель, работающий по принципу прямого нагрева жидкого металла.

Задачей разрабатываемой системы автоматической стабилизации (САС) подачи было обеспечение постоянства подачи теплоносителя в обоих контурах с погрешностью не более 2 % в диапазоне подач от 0,5 до 1,5 кг/с в установившемся температурном режиме теплоносителя.

При исследовании разомкнутой системы установлено, что основными возмущениями являются большие несимметричные колебания питающего напряжения, обусловленные коммутациями мощных однофазных потребителей в сети. Так как горячий контур стенда имеет САС температуры, то температурные возмущения оказались в системе незначительными, однако работа импульсного нагревателя прямого нагрева имела сильное влияние на выходной сигнал датчика подачи в виде сильного увеличения флуктуационных колебаний последнего, особенно у датчика

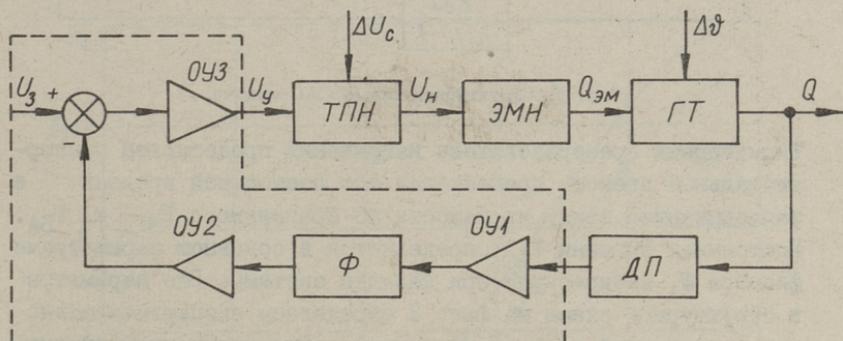
горячего контура. Диаграммы выходных сигналов датчиков подачи при работе холодного и горячего контуров в разомкнутом режиме управления показаны на фиг. 1.



Фиг. 1. Диаграммы выходных сигналов датчиков подачи холодного (а) и горячего (б) контуров при разомкнутой системе управления.

Во время предварительных испытаний разработанной САС подачи появились дополнительные трудности при наладке системы, обусловленные наличием относительно высокого уровня средне- и низкочастотных помех на входе блока предварительного усиления и автоматики (БА) системы. Причиной появления этих трудностей были существующее конструктивное решение и взаимное расположение жидкометаллических контуров стенда, возможности расположения оборудования САС подачи только в разных помещениях на относительно большом расстоянии, что привело к необходимости заземления элементов САС к заземляющему контуру в разных точках. Особенно большие трудности наладки появились при совместной работе двух отдельных контуров с отдельными САС подачи. Обусловлено это тем, что элементы разных САС подачи оказались связанными через тиристорные преобразователи напряжения (ТПН) с нулевым проводом сети, а с другой стороны, оказались заземленными через кондукционные датчики в разных точках заземленных контуров стенда. Это привело к некоторому взаимному влиянию обеих

САС подачи, устранение которого оказалось при наладке системы относительно сложным. Из данного опыта разработки и внедрения МГД-приводов можно сделать вывод о целесообразности применения в САС подачи с кондукционными датчиками таких блоков и элементов автоматики, при которых крайне строго соблюдается независимая работа функционально соединенных блоков с учетом конкретных условий компоновки и возможностей заземления системы. Крайне нежелательно применение таких схемных решений, где ноль сети гальванически связан с системой управления и автоматики. Хотя выполнение таких требований несколько усложняет схемные решения функциональных блоков автоматики и системы управления силового статического преобразователя (например, ТПН), это несомненно оправдывается повышением помехоустойчивости и надежности работы автоматизированного МГД-привода.

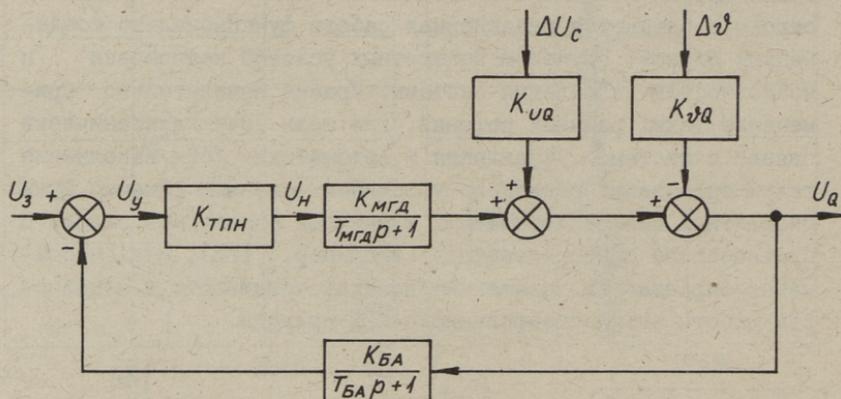


Фиг. 2. Блок-схема САС подачи.

Разработанные САС подачи со статическими регуляторами для обоих контуров имели одинаковую структуру, показанную в виде блок-схемы на фиг. 2, где ТПН - симметричный тиристорный преобразователь напряжения с синхронной схемой управления; ЭМН - электромагнитный насос; ГТ - гидротракт; ДП - кондукционный датчик подачи; БА - блок автоматики, состоящий из трех операционных усилителей, узла сравнения и фильтра низких и средних частот.

Упрощенная и преобразованная структурная схема САС подачи приведена на фиг. 3, где МГД-привод, включающий в себя ЭМН, ГТ и ДП, представлен одним линеаризованным апериро-

дическим звеном с общим коэффициентом усиления  $K_{МГД}$  и постоянной времени  $T_{МГД}$ . Такое объединение основных элементов привода вполне допустимо при их линеаризации и обосновано возможностью экспериментального определения их параметров.



Фиг. 3. Структурная схема САС подачи.

Тиристорный преобразователь напряжения представлен пропорциональным звеном, пренебрегая его постоянной времени и запаздыванием ввиду их малости по сравнению с  $T_{МГД}$  и  $T_{БА}$ . Постоянная времени  $T_{БА}$  определяется в основном параметрами фильтра  $\Phi$ , выбираемыми при наладке системы. Все параметры в структурной схеме на фиг. 3 определены экспериментально при разомкнутой системе управления. При испытаниях изменение напряжения сети имитировалось автотрансформатором, включенным для этого впереди ТПН. Испытания в холодном контуре проводились при температуре теплоносителя  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ , а в горячем контуре при  $\vartheta = 430^\circ\text{C}$ . Передаточные коэффициенты элементов определены средними для диапазона подачи теплоносителя 1,2...1,4 кг/с. На фиг. 4 показаны статические характеристики МГД-привода холодного и горячего контуров.

На фиг. 5 показаны переходные процессы выходного сигнала ДП холодного контура, снятые при разомкнутой системе управления и ступенчатом изменении управляющего сигнала ТПН  $U_y$ . Соответствующие характеристики горячего контура имели аналогичный характер.

Экспериментально определенные значения параметров:  
для холодного контура

$$K_{\text{ТПН}} = 75 \dots 80; K_{\text{МГД}} = 8,2 \cdot 10^{-5};$$

$$K_{U_{\text{а}}} = (3,0 \dots 4,5) \cdot 10^{-2} \text{ мВ/В при изменении } U_{\text{с}} = 240 \dots 200 \text{ В};$$

$$K_{\lambda} = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ мВ/град};$$

$$T_{\text{МГД}} = 0,25 \dots 0,3 \text{ с}; T_{\text{БА}} = 0,2 \text{ с};$$

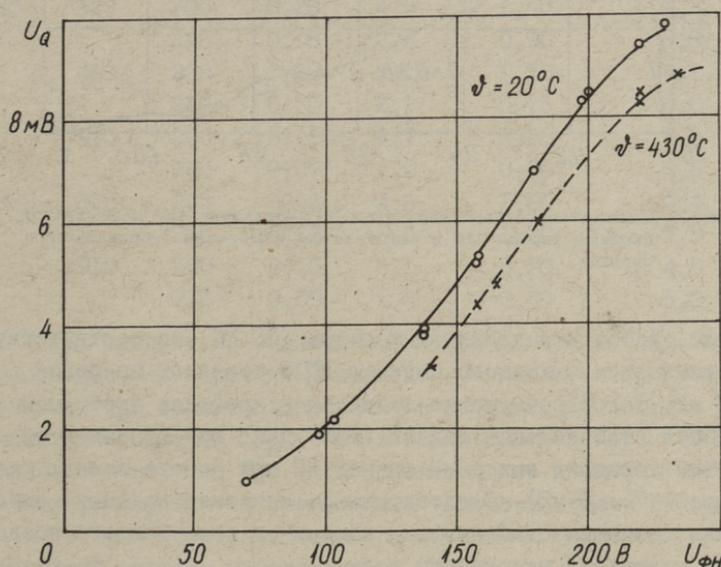
для горячего контура

$$K_{\text{ТПН}} = 75 \dots 80; K_{\text{МГД}} = 6,1 \cdot 10^{-5};$$

$$K_{U_{\text{а}}} = (3,2 \dots 3,9) \cdot 10^{-2} \text{ мВ/В при изменении } U_{\text{с}} = 235 \dots 200 \text{ В};$$

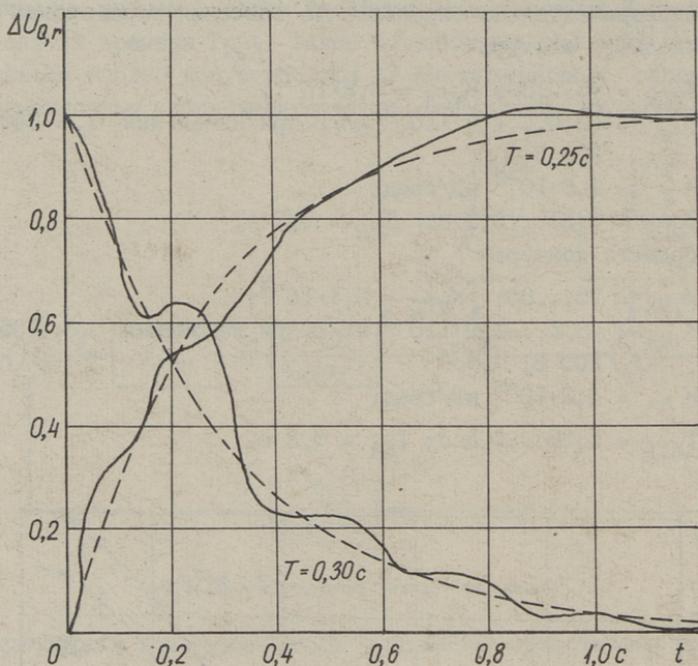
$$K_{\lambda} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ мВ/град};$$

$$T_{\text{МГД}} = 0,25 \dots 0,3 \text{ с}; T_{\text{БА}} = 0,2 \text{ с}.$$



Фиг. 4. Статические характеристики МГД-приводов холодного и горячего контуров.

Определенные коэффициенты передачи температурного возмущения относительно малы и учитывая, что при установившемся температурном режиме работы стенда изменения температуры в горячем контуре (при работе САС температуры) не пре-



Фиг. 5. Динамические характеристики МГД-приводов при разомкнутой системе управления и ступенчатом изменении управляющего сигнала.

вышло  $\pm 5^\circ\text{C}$ , а в холодном контуре  $\pm 30^\circ\text{C}$ , то соответствующее изменение выходного сигнала ДП составляет не более 0,08 мВ. Такое возмущение остается в пределах требуемой точности стабилизации подачи (2 %) даже при разомкнутой системе (средний выходной сигнал ДП при работе стенда составляет 7...9 мВ). Следовательно, основной задачей автоматики является стабилизация подачи от возмущающего воздействия колебаний напряжения сети.

В таблице I приведены результаты испытаний замкнутой системы управления обоих контуров при разных значениях коэффициента усиления обратной связи  $K_{\text{БД}}$  и напряжениях сети. В таблице указаны изменения выходного сигнала ДП по сравнению со значением  $U_{Q,n}$  при  $U_c = 220\text{ В}$ , т.е.

$$\Delta U_Q = |U_{Q,i} - U_{Q,n}|;$$

соответствующая относительная величина  $\Delta U_{Q,r}$  статизм замкнутой системы

$$\delta_3 = \frac{\delta_p}{1 + K_3},$$

где  $\delta_p \approx K_{Ua}$  - статизм разомкнутой системы;

$K_3 = K_{BA} K_{ТПП} K_{МГД}$  - коэффициент усиления замкнутой системы и коэффициент уменьшения статизма в замкнутой системе по сравнению со статизмом в разомкнутой системе  $\epsilon = \delta_p / \delta_3$ .

Т а б л и ц а I

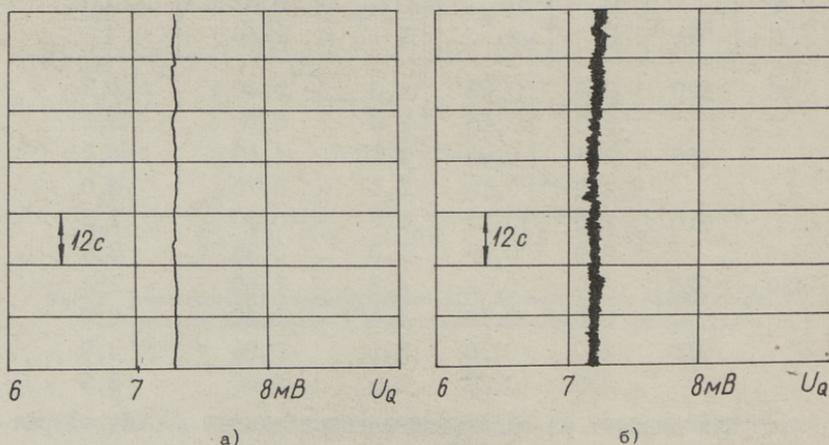
Результаты испытаний замкнутой системы  
стабилизации подачи

$\tau$ °C	$K_{BA}$	$U_c$ В	$\Delta U_a$ мВ	$\Delta U_{Q,r}$ %	$\delta_3 \cdot 10^2$ мВ/В	$\epsilon$
20	320	200	0,28	4,0	1,40	3,2
		240	0,18	2,6	0,90	3,3
	460	200	0,22	3,1	1,10	4,1
		240	0,15	2,1	0,75	4,0
	910	200	0,12	1,7	0,60	7,5
		240	0,07	1,0	0,35	8,5
430	320	200	0,32	4,3	1,60	2,4
		230	0,12	1,6	1,20	2,8
	910	200	0,16	2,1	0,80	4,9
		235	0,09	1,3	0,60	5,3

Как следует из экспериментальных данных в табл. I, разработанные САС подачи МГД-привода обеспечивают требуемую точность при изменении напряжения сети на  $\pm 10\%$  при коэффициентах усиления  $K_{BA} > 800$  для холодного и  $K_{BA} > 900$  для горячего контуров. При этом эффективность действия САС подачи характеризуется уменьшением статизма подачи в среднем в 8 и 5 раз соответственно по сравнению с работой в разомкнутой системе управления.

Анализ САС подачи показал, что при существующих значениях параметров переходный процесс замкнутой системы становится колебательным уже при  $K_{BA} \geq 200$ , но сохраняет приемлемые качественные показатели (перерегулирование  $\sigma \leq 20 \dots 25\%$ ) при увеличении коэффициента усиления БА до 5000... 7000. Однако было установлено, что с увеличением  $K_{BA}$  более

заметным становится влияние явлений, неучтенных при упрощенном рассмотрении САС подачи МГД-привода (инерционность и дискретность ТПН, высокий уровень помех, пульсирующие составляющие давления, развиваемого насосом и т.д.). Эти неблагоприятные явления проявились в первую очередь в увеличении флуктуационных колебаний сигнала датчика подачи. Заметное увеличение амплитуд флуктуационных колебаний сигнала замечалось уже при коэффициентах усиления БА, близких к 100. Например, при  $K_{БА} = 810$  для горячего контура усредненная амплитуда флуктуационных колебаний сигнала датчика подачи превышала соответствующую величину при  $K_{БА} = 320$  при остальных равных условиях в 1,5...2 раза.



Фиг. 6. Диаграммы выходных сигналов датчиков подачи холодного (а) и горячего (б) контуров при замкнутой системе управления.

На фиг. 6 показаны типичные диаграммы выходных сигналов ДП при работе холодного и горячего контуров в замкнутой системе управления.

Опыт создания САС подачи показывает необходимость более углубленного изучения магнитогидродинамических явлений объектов управления. Особое внимание следует уделить изучению флуктуационных явлений, появляющихся в сигнале кондукционных датчиков подачи, а также вопросам разумного подавления их.

A. Arusoo,  
V. Loigom,  
H. Sakkos,  
H. Oorn

The Automatic Control System of Magneto-  
Hydrodynamic Drive

Summary

The experimental research results of the automatic control system for the magneto-hydrodynamic device with molten Na-K are given. The static and dynamic characteristics of the control system are investigated.



## САМОЗАПУСКАЮЩИЙСЯ МГД-ПРИВОД

Один из известных недостатков МГД-насосов заключается в том, что они, аналогично центробежным насосам, не могут создать разрежения для подъема токопроводящей жидкости из резервуара по всасывающей трубе в канал насоса. Запуск возможен только после предварительного заполнения канала насоса токопроводящей жидкостью. Указанный недостаток существенно препятствует широкому применению их в металлургии и литейном производстве.

При решении проблемы заполнения канала МГД-насоса необходимо иметь в виду, что МГД-насос может быть установлен ниже или выше уровня жидкого металла в резервуаре. В первом случае проблема автоматически отпадает, так как всасывающая труба и канал насоса постоянно заполнены жидким металлом. Однако такое расположение насоса практически не находит применения ввиду чрезвычайной сложности надежного соединения всасывающей трубы с резервуаром.

При расположении МГД-насоса выше уровня жидкого металла можно различать следующие способы запуска [1]:

- 1) созданием избыточного давления;
- 2) частичным погружением МГД-насоса в жидкий металл;
- 3) созданием разрежения в трубопроводе.

Рассмотрим часто применяющийся способ запуска путем создания разрежения в трубопроводе. Способ обеспечивает надежное заполнение канала МГД-насоса жидким металлом, при этом в резервуар жидкого металла опускается только конец всасывающей трубы, в отличие от двух первых способов, когда в жидкий металл необходимо опускать либо резервуар с большим диаметром [2], либо частично МГД-насос [3]. Разработана

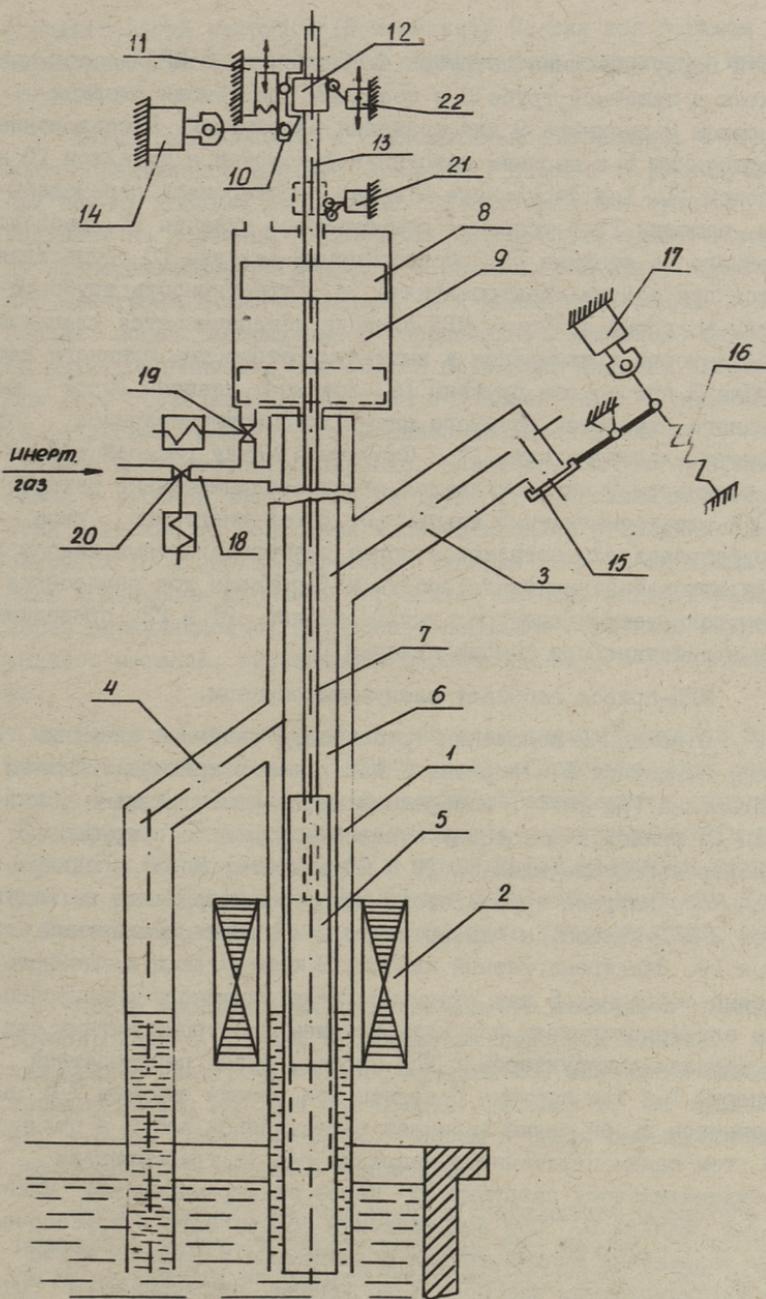
система вакуумного запуска [4], которая имеет все вышеприведенные достоинства, но имеет и некоторые недостатки, а именно:

- 1) наличие системы создания разрежения с вакуумным насосом;
- 2) возможность попадания жидкого металла во время запуска в систему создания разрежения в результате отказа датчика, что исключает возможность повторного запуска МГД-насоса и автоматизации процесса дозирования жидкого металла;
- 3) после выработки дозы жидкого металла в трубопровод попадает воздух, вызывая окисдирование и выгорание жидкого металла, а также зарастание стенок металлотракта окисями.

Поставив перед собой цель упростить систему создания разрежения, повысить ее надежность и дать МГД-приводу мобильность, возникла идея запустить МГД-привод путем выкачивания из трубопровода строго определенного объема воздуха (газа). Такой подход дает возможность отказаться от ненадежных датчиков заполнения трубопровода жидким металлом, а также от системы создания разрежения с вакуумным насосом. В результате обеспечивается мобильность МГД-привода. С целью уменьшения потерь жидкого металла, улучшения качества отливок и увеличения срока службы трубопровода необходимо заполнить трубопровод во время пауз между перекачками инертным газом. При известной системе [4] либо заполнение трубопровода инертным газом практически невозможно, либо расход газа слишком большой. Уменьшения расхода газа можно достигнуть, если переместить содержащийся во время пауз в трубопроводе газ при запуске в соединенный с трубопроводом закрытый резервуар. В таком случае определенный объем газа постоянно находится в трубопроводе и его приходится дополнять лишь на величину потерь газа, вызванную неплотностями системы.

В результате поиска решения вышеприведенных проблем разработан самозапускающийся МГД-привод (фиг. 1).

Самозапускающийся МГД-привод состоит из главной трубы I трубопровода, на которую установлен индуктор 2 МГД-насоса. От главной трубы I разветвляются сливной патрубков



Фиг. 1. Эскиз самозапускающегося МГД-привода.

3 и циркуляционный патрубок 4. Сердечник 5 МГД-насоса находится в защитной трубе 6 и соединен при помощи стержня 7 поршнем 8 цилиндра 9 для создания разрежения. Расположение сердечника 5 в верхнем положении фиксируется защелкой 10 и упором 11. Ход сердечника 5 можно регулировать перемещением защелки 10 и упора 11 относительно кулачка 12, расположенного на стержне 13. Освобождение защелки 10 осуществляется при помощи электромагнита 14. Герметичность трубопровода во время запуска МГД-привода обеспечивается клапаном 15, который прижимается к выходному отверстию сливного патрубка 3 при помощи пружины 16. Удаление клапана 15 от выходного отверстия сливного патрубка 3 осуществляется при помощи электромагнита 17. Сообщение между главной трубой 1 и цилиндром 9 осуществляется через соединительный патрубок 18 и электромагнитный клапан 19. Впуск инертного газа в трубопровод осуществляется через электромагнитный клапан 20. Для автоматизации цикла работы МГД-привода ход сердечника 5 контролируется конечными выключателями 21 и 22, приводимыми в действие при помощи кулачка 12.

МГД-привод работает следующим образом.

В исходном положении трубопровод заполнен инертным газом, сердечник 5 и поршень 8 находятся в крайнем нижнем положении (на фиг. 1 изображены пунктирными линиями), клапан 15 прижат к выходному отверстию сливного патрубка 3, электромагнитные клапаны 19 и 20 закрыты. После предварительного нагрева трубопровода подается напряжение на индуктор 2 МГД-насоса, а одновременно и на электромагнитный клапан 19. Электромагнитный клапан 19 открывается и одновременно сердечник 5 как вторичное тело линейного асинхронного электродвигателя под воздействием электромагнитных сил, создаваемых индуктором 2 МГД-насоса, будет перемещаться вверх. Так как поршень 8 связан при помощи стержня 7 с сердечником 5, он также начинает перемещаться вверх в цилиндре 9, тем самым перекачивая инертный газ из трубопровода по соединительному патрубку 18 через электромагнитный клапан 19 в цилиндр 9. Под воздействием образуемого в трубопроводе разрежения жидкий металл поднимается в главной трубе 1 и циркуляционном патрубке 4 до уровня, определенного степенью разрежения и необходимой для надежного запуска МГД-насоса. При этом исключается попадание жидкого металла в

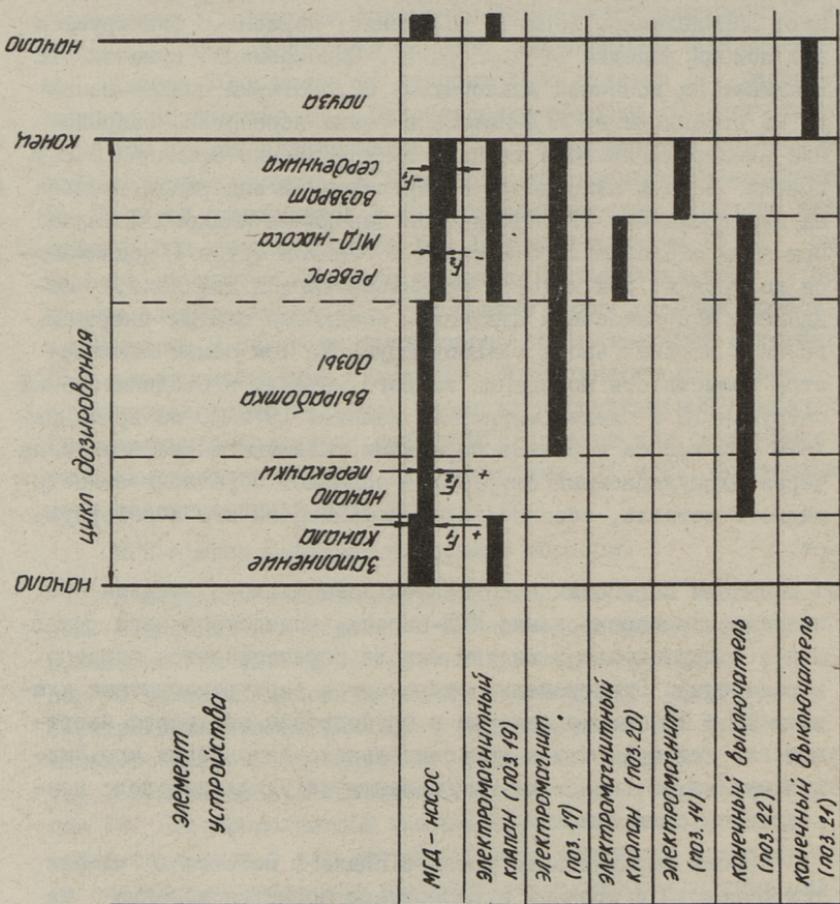
соединительный патрубок 18 и цилиндр 9, так как поршень 8 перекачивается только строго определенное количество инертного газа.

Когда сердечник 5, а следовательно, и поршень 8 занимают определенное верхнее положение, поршень 8 фиксируется при помощи защелки 10 и упора 11. Одновременно кулачок 12 нажимает на конечный выключатель 22, который подает команду на переключение МГД-насоса в режим перекачки, закрывание электромагнитного клапана 19 и удаление клапана 15 при помощи подачи напряжения с определенной выдержкой времени на электромагнит 17. Начинается перекачка жидкого металла. При этом столб жидкого металла в главной трубе 1 поднимается до уровня, при котором уравниваются давление, созданное МГД-насосом, и давление, созданное сжатым инертным газом в верхней части главной трубы 1. Тем самым исключается возможность попадания жидкого металла в соединительный патрубок 18 и электромагнитные клапаны 19 и 20 во время работы МГД-насоса в режиме перекачки. Излишки жидкого металла через циркуляционный патрубок 4 попадают обратно в емкость жидкого металла, обеспечивая перемешивание его в резервуаре.

После выработки необходимой дозы жидкого металла производится реверсирование МГД-насоса, вследствие чего оставшийся в трубопроводе жидкий металл перекачивается обратно в резервуар. Одновременно открываются электромагнитные клапаны 19 и 20, через которые в трубопровод поступает инертный газ для продувки и дополнительного заполнения его. Жидкий металл из циркуляционного патрубка удаляется под воздействием силы тяжести.

После выравнивания уровней жидкого металла в частях трубопровода с уровнем в резервуаре подается команда на закрывание электромагнитного клапана 20, включение электромагнита 14, который освобождает защелку 10 от кулачка 12, а также переключение МГД-насоса в режим передвижения сердечника 5 в исходное положение.

После достижения сердечником 5 исходного положения нажимается конечный выключатель 21, при помощи которого подается команда на закрывание электромагнитного клапана 19 и отключение электромагнитов 14 и 17. Пружина 16 при-



Фиг. 2. Циклограмма работы самозапускающегося МГД-привода.

жимает клапан 15 к выходному отверстию сливного патрубка 3, а защелка 10 занимает исходное положение. МГД-привод готов к выполнению следующего цикла работы.

Циклограмма работы МГД-привода приведена на фиг. 2.

Возможен и другой вариант работы МГД-привода. В таком случае после выработки необходимой дозы снижается напряжение на индукторе 2 МГД-насоса до значения, при котором развиваемый МГД-насосом напор обеспечивает поддержание уровня жидкого металла в трубопроводе между циркуляционным и сливным патрубками. В таком случае жидкий металл под действием электромагнитных сил циркулируется по главной трубе 1 и циркуляционному патрубку 4, обеспечивая перемешивание жидкого металла в резервуаре, а МГД-насос готов в любой момент к выработке следующей дозы. При этом необходимо открывание электромагнитного клапана 20 для обеспечения продувки и заполнения сливного патрубка 3 инертным газом.

#### Л и т е р а т у р а

1. Каск Р.Б., Лаугис Ю.Я., Тээметс Р.А. Некоторые вопросы создания автоматизированной литейной установки. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1980, № 500, с. 17-27.

2. А.с. 234867 (СССР). Устройство для запуска электромагнитного насоса / Дубоделов В.И., А.С. Зенкин, В.К. Погорский. Кл. 59а, II. Оpubл. в Б.И. 1969, № 4.

3. А.с. 210662 (СССР). Индукционный электромагнитный насос / Х.А. Тийсмус, Х.И. Янес, К.И. Шильф. Кл. 59а, II. Оpubл. в Б.И. 1968, № 6.

4. А.с. 685433 (СССР). Электромагнитное дозирующее устройство / Х.А. Тийсмус, Ю.Я. Лаугис, Р.Б. Каск, Х.А. Саккос, Р.А. Тээметс, Ю.А. Кала, Т.В. Лехтла, А.Ф. Павлов, В.М. Белоног, М. кл. <sup>2</sup> В22D39/00. Оpubл. в Б.И. 1979, № 34.

R. Kask, H. Sakkos

The Self-Starting Magneto-Hydrodynamic Drive

Summary

In this paper the construction of the self-starting magneto-hydrodynamic (MHD) drive with the hybrid device "linear induction pump - linear induction motor" and its operation principle are described. The operation cyclogram of the MHD-drive is analysed.

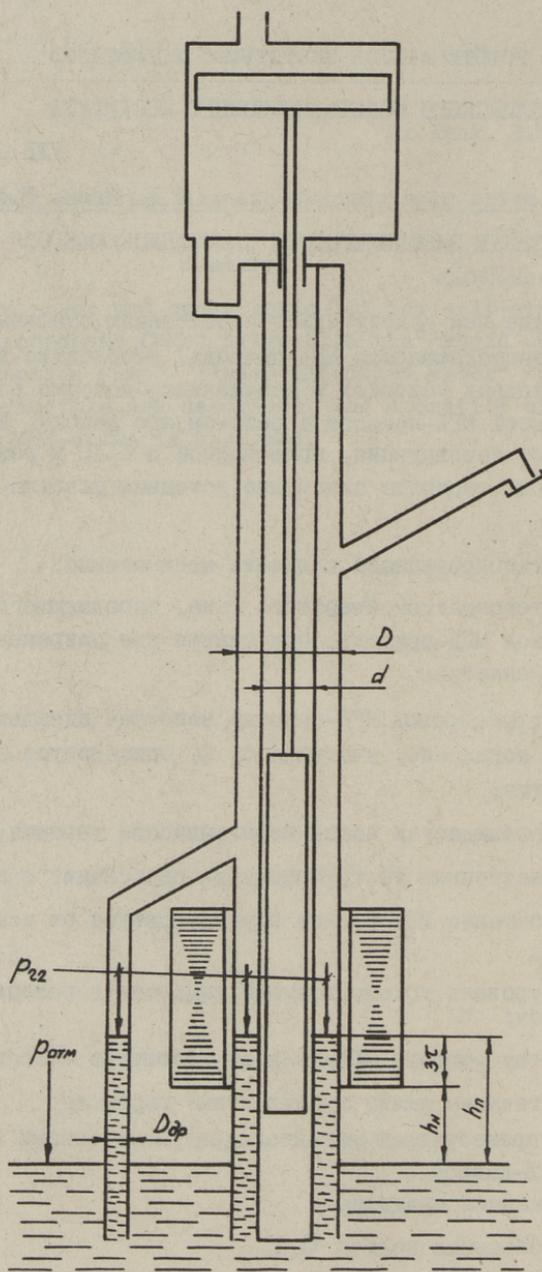
### ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ САМОЗАПУСКАЮЩЕГОСЯ МГД-ПРИВОДА

Прежде чем приступить к определению основных параметров самозапускающегося МГД-привода, необходимо договориться об исходных условиях и допущениях, которые определяются конструкцией МГД-привода и режимом его работы. Исходя из конкретной конструкции, приведенной в [1], и режима работы МГД привода, приняты следующие исходные условия и допущения:

- 1) токопроводящая жидкость несжимаемая;
- 2) температура инертного газа, заполняющего трубопровод МГД-привода, при сжатии или разрежении не изменяется;
- 3) трубопровод МГД-привода заполнен идеальным газом, т.е. его поведение, учитывая п. 2, описывается законом Бойля-Мариотте;
- 4) соблюдается закон неразрывности течения;
- 5) истечение из трубопровода происходит в атмосферу;
- 6) питание МГД-насоса осуществляется от источника напряжения;
- 7) уровень токопроводящей жидкости в резервуаре не изменяется;
- 8) трубопровод МГД-привода абсолютно жесткий;
- 9) течение имеет турбулентный характер;
- 10) пренебрегают магнитогидродинамическими явлениями в канале МГД-насоса.

Заданными являются:

- 1) объемная подача  $Q_1$ ;
- 2) высота вакуумного подъема токопроводящей жидкости  $h_n$  (см. фиг. 1), которая определяется, учитывая [2],



Фиг. 1. К определению пускового режима самозапускающегося МГД-привода.

выражением

$$h_n = h_n + 3\tau,$$

где  $h_n$  - расстояние от уровня токопроводящей жидкости в резервуаре до нижнего торца МГД-насоса;

$\tau$  - полбное деление;

3) геометрические размеры и материал трубопровода;

4) химические и физические свойства перемещаемой токопроводящей жидкости.

Для правильного выбора МГД-насоса и определения режима его работы, а также для уточнения размеров трубопровода необходимо определить:

1) объем цилиндра  $V_u$  для создания разрежения в трубопроводе;

2) необходимое для перемещения поршня системы создания разрежения электромагнитное усилие  $F_{эм}$ , развиваемое гибридным МГД-насосом - линейным асинхронным двигателем при запуске;

3) необходимое для обеспечения заданной объемной подачи  $Q_1$  электромагнитное давление  $p_{эм}$  МГД-насоса;

4) высоту уровня токопроводящей жидкости в главной трубе МГД-привода (см. фиг. 2).

Для определения объема цилиндра  $V_u$  исходим из законов гидростатики и Бойля-Мариотта, а также от конкретной конструкции МГД-привода (фиг. 1), записывая систему уравнений в виде:

$$\left. \begin{aligned} p_{атм} &= p_{22} + \rho g h_n; \\ p_{21} V_{21} &= p_{22} V_{22}; \\ V_u &= V_{22} + \frac{\pi}{4} h_n (D^2 - d^2 + D_{гр}^2) - V_{тп}, \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

где  $p_{атм}$  - атмосферное давление;

$\rho$  - плотность токопроводящей жидкости;

$g$  - ускорение свободного падения;

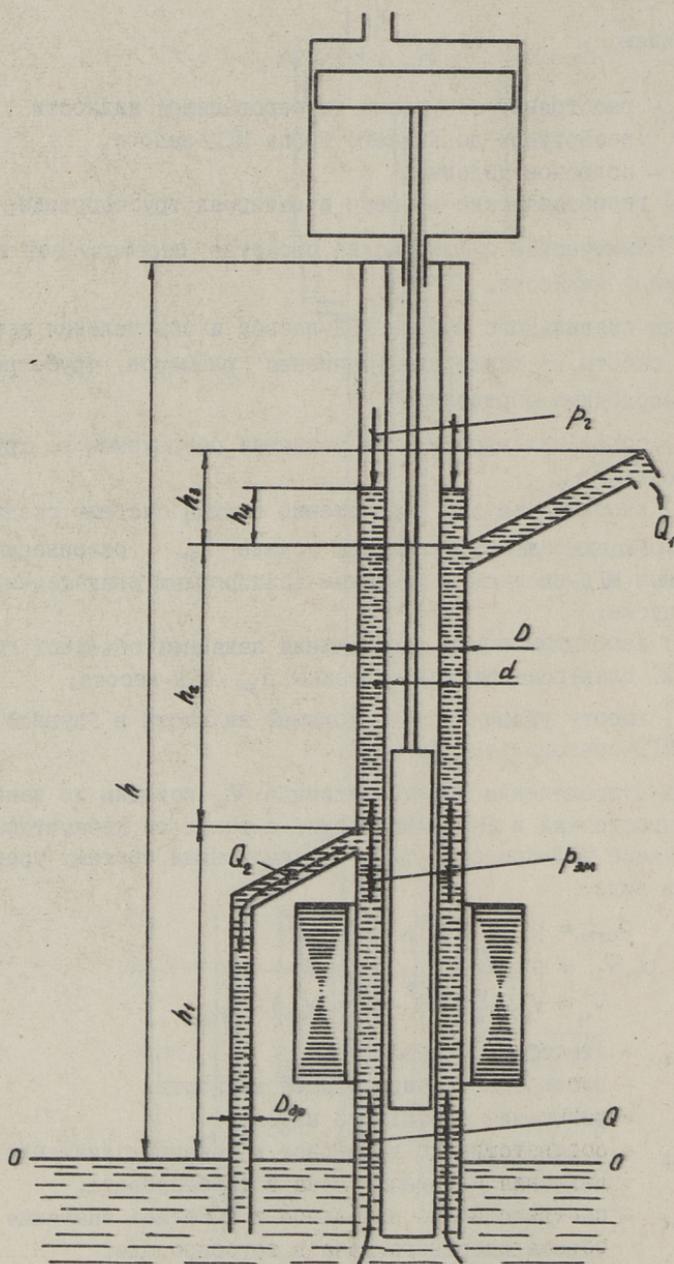
$p_{21}, p_{22}$  - соответственно начальное и конечное значения давления инертного газа в трубопроводе;

$V_{21}, V_{22}$  - соответственно начальное и конечное значения объема инертного газа в трубопроводе;

$D, d$  и  $D_{гр}$  - диаметры элементов трубопровода (см. фиг. I);

$V_{тп}$  - объем трубопровода;

$V_u$  - объем цилиндра.



Фиг. 2. К определению установившегося режима само-  
запускающегося МГД-привода.

Принимая, что  $p_{21} = p_{\text{атм}}$  и  $V_{21} = V_{\text{мп}}$ , т.е. в исходном положении поршень упирается на днище цилиндра создания разрежения, можно переписать (I) в виде:

$$\left. \begin{aligned} p_{\text{атм}} &= p_{22} + \rho g h_n; \\ p_{\text{атм}} V_{\text{мп}} &= p_{22} V_{22} \\ V_{\text{ц}} &= V_{22} + \frac{\pi}{4} h_n (D^2 - d^2 + D_{\text{гр}}^2) - V_{\text{мп}}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Решая полученную систему уравнений относительно  $V_{\text{ц}}$ , получаем

$$V_{\text{ц}} = \frac{V_{\text{мп}} \rho g h_n}{p_{\text{атм}} - \rho g h_n} + \frac{\pi}{4} h_n (D^2 - d^2 + D_{\text{гр}}^2). \quad (3)$$

Для определения электромагнитного усилия  $F_{\text{эм}}$ , необходимого для перемещения поршня в системе создания разрежения, исходим из уравнения равновесия давлений в системе при наивысшем уровне вакуумного подъема металла  $h_n$  в трубопроводе.

На основании фиг. I

$$p_{22} = p_{\text{ст,м}} + \Delta p_{2,м} + \Delta p_{\text{аг}}, \quad (4)$$

где  $p_{\text{ст,м}}$  - гидростатический напор столба металла с высотой  $h_n$ ;

$\Delta p_{2,м}$  - гидравлические потери давления от движения металла в трубе;

$\Delta p_{\text{аг}}$  - аэродинамические потери давления при проходе газа через патрубок, соединяющий цилиндр и главную трубу.

Давление в цилиндре, равное  $p_{22}$ , уравнивается давлением от электромагнитного усилия на сердечник МГД-насоса  $F_{\text{эм}}$ , силы трения  $F_{\text{м}}$  и веса подвижных частей  $G$

$$p_{22} = \frac{F_{\text{эм}} - F_{\text{м}} - G}{S_{\text{ц}}}. \quad (5)$$

$$p_{\text{ст,м}} = \rho g h_n, \quad (6)$$

$$\Delta p_{2,м} = k_{2,к} \cdot Q_{\text{м}}^2, \quad (7)$$

где  $k_{2,к}$  - коэффициент гидравлических потерь канала;

$Q_{\text{м}}$  - объемная подача металла в канале.

С другой стороны

$$Q_{\text{м}} = v_{\text{м}} \cdot S_{\text{к}}, \quad (8)$$

где  $v_{\text{м}}$  - скорость движения металла в канале;

$S_{\text{к}}$  - площадь сечения канала.

$$\Delta p_{аг} = k_{аг} \cdot Q_2^2, \quad (9)$$

где  $k_{аг}$  - коэффициент аэродинамических потерь давления;  
 $Q_2$  - объемная подача инертного газа через соединительный патрубок в цилиндр.

Аналогично (8)

$$Q_2 = v_c S_{ц}, \quad (10)$$

где  $v_c$  - скорость движения сердечника МГД-насоса.

$S_{ц}$  - площадь сечения цилиндра создания разрежения.

На основании (4)...(10) необходимое электромагнитное усилие на сердечник МГД-насоса в пусковом режиме

$$F_{эм} = (\rho g h_n + k_{2,к} \cdot v_m^2 S_k^2 + k_{аг} v_c^2 S_{ц}^2) S_{ц} + G + F_m. \quad (11)$$

С целью определения необходимого для обеспечения заданной объемной подачи  $Q_1$  электромагнитного давления  $P_{эм}$ , а также других параметров, характеризующих режим перекачки МГД-привода, составим систему уравнений установившегося режима, исходя из [3] и фиг. 1 и 2. Система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} P_{эм} &= \rho g (h_1 + h_2 + h_4) + k_{2,к} Q^2 + (k_{2,дл} + k_{2,сл}) Q_1^2 + p_2; \\ P_{эм} &= k_{2,к} Q^2 + k_{2,гр} Q_2^2; \\ Q &= Q_1 + Q_2; \\ p_{22} [V_{мп} - \frac{\pi}{4} h_n (D^2 - d^2)] &= p_2 \frac{\pi}{4} [h - (h_1 + h_2 + h_4)] (D^2 - d^2); \\ \rho g h_4 &= \rho g h_3 + k_{2,сл} Q_1^2 - p_1, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где неизвестными являются

$P_{эм}$  - электромагнитное давление МГД-насоса;

$Q$  - объемная подача МГД-насоса;

$Q_2$  - объемный расход обратного течения через дросселирующий (обратный) патрубок;

$p_2$  - давление инертного газа в режиме перекачки;

$h_4$  - высота подъема столба жидкого металла над уровнем соединения сливного патрубка к главной трубе.

Известными величинами считаем  $V_{мп}$ ,  $h_n$ ,  $\rho$ ,  $g$ ,  $p_{22}$ , с фиг. 2  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h$ ,  $D$ ,  $d$ , а также

$k_{2,к}$  - коэффициент гидравлических потерь канала МГД-насоса (на участке  $h_1$ );

$k_{2,дл}$  - то же, главной трубы на участке длиной  $h_2$ ;

$k_{2,сл}$  - то же, сливного патрубка;

$k_{2,гр}$  - то же, дросселирующего (обратного) патрубка.

Из 4-го и 5-го уравнений системы (I) получим

$$h_4 = \frac{1}{2\rho g} \left\{ \rho g(h+h_3-h_1-h_2) + k_{2,сл} Q_1^2 \pm \sqrt{[\rho g(h_1+h_2-h_3-h) - k_{2,сл} Q_1^2]^2 - 4\rho g \left\{ (h-h_1-h_2)(\rho g h_3 + k_{2,сл} Q_1^2) - \frac{4p_{22}}{\pi(D^2-d^2)} \times [V_{мп} - \frac{\pi}{4} h_n(D^2-d^2)] \right\}} \right\} = h_4(Q_1) \quad (I3)$$

и

$$p_2 = \rho g h_3 - \frac{1}{2} \left\{ \rho g(h+h_3-h_1-h_2) + k_{2,сл} Q_1^2 \pm \sqrt{[\rho g(h_1+h_2-h_3-h) - k_{2,сл} Q_1^2]^2 - 4\rho g \left\{ (h-h_1-h_2)(\rho g h_3 + k_{2,сл} Q_1^2) - \frac{4p_{22}}{\pi(D^2-d^2)} \times [V_{мп} - \frac{\pi}{4} h_n(D^2-d^2)] \right\}} \right\} + k_{2,сл} Q_1^2 = p_2(Q_1). \quad (I4)$$

Окончательное решение системы уравнений (I2) относительно  $p_{эм}$  имеет вид

$$p_{эм} = \left(1 + \frac{k_{2,к}}{k_{2,гр}}\right) \left\{ \rho g [h_1+h_2+h_4(Q_1)] + (k_{2,2л} + k_{2,сл}) Q_1^2 + p_2(Q_1) \right\} + k_{2,к} \left\{ Q_1^2 + 2Q_1 \sqrt{\frac{\rho g [h_1+h_2+h_4(Q_1)] + (k_{2,2л} + k_{2,сл}) Q_1^2 + p_2(Q_1)}{k_{2,гр}}} \right\}. \quad (I5)$$

Теперь необходимо уделять внимание на сущность коэффициента гидравлических потерь. По [4] потерянный в результате трения жидкости о стенки трубопровода напор определяется формулой Дарси-Вейсбаха в виде

$$h_{w,мп} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (I6)$$

где  $\lambda$  - коэффициент гидравлического сопротивления;

$l, d$  - геометрические размеры трубопровода;

$v$  - средняя скорость течения жидкости,

а потерянный в результате наличия препятствий на пути потока напор определяется формулой в виде

$$h_{w,л} = \xi \frac{v^2}{2g}, \quad (I7)$$

где  $\xi$  - коэффициент местных сопротивлений, зависящий главным образом от геометрической формы и размеров препятствий на пути потока.

Полный потерянный в результате гидравлического сопротивления напор

$$h_w = h_{w,mp} + h_{w,m} = \left( \frac{\lambda \frac{l}{d}}{2g} + \frac{\xi}{2g} \right) v^2. \quad (18)$$

Выражая (18) через объемную подачу, можно записать

$$h_w = \left( \frac{\lambda \frac{l}{d}}{2gS^2} + \frac{\xi}{2gS^2} \right) Q^2, \quad (19)$$

где  $S$  - площадь сечения трубопровода.

Перейдем теперь от потери напора на потерю давления. На основании (19) можно написать

$$p_w = \left( \frac{\lambda \frac{l}{d}}{2gS^2} + \frac{\xi}{2gS^2} \right) \rho g \cdot Q^2 = k_2 Q^2, \quad (20)$$

где  $k_2$  - коэффициент гидравлических потерь:

$$k_2 = \left( \frac{\lambda \frac{l}{d}}{2S^2} + \frac{\xi}{2S^2} \right) \cdot \rho. \quad (21)$$

Так как  $\lambda$  и  $\xi$  зависят от скорости,  $k_2$  в общем случае переменная величина и его определенное значение справедливо лишь для конкретного значения объемной подачи.

При решении (15) необходимо иметь в виду (см. фиг. 2), что коэффициенты гидравлических потерь  $k_{2,сл}$  и  $k_{2,гп}$  определены объемной подачей  $Q_1$ , т.е. для данного конкретного значения  $Q_1$  можно определить  $h_4$  и  $p_2$ . Более сложно обстоит дело с определением коэффициента  $k_{2,гр}$ .

Для определения  $k_{2,гр}$  задаемся значением  $Q_2$  и пользуемся выражением, полученным от 1-го и 2-го уравнений системы (12):

$$k_{2,гр} = \frac{\rho g [h_1 + h_2 + h_4(Q_1)] + (k_{2,гп} + k_{2,сл}) Q_1^2 + p_2(Q_1)}{Q_2^2}. \quad (22)$$

С другой стороны, по заданному значению  $Q_2$  можно определить  $k_{2,гр}$  при помощи (21) и справочного материала, например, по [5]. Следует сравнение полученных различными путями значений  $k_{2,гр}$  и корректирование величины  $Q_2$ . Расчеты повторяются до удовлетворительного совпадения полученных различными путями значений  $k_{2,гр}$ .

После уточнения величины объемной подачи  $Q_2$  определение коэффициента  $k_{2,к}$  не представляет трудностей.

Таким образом, определены все величины, необходимые для определения  $p_{эм}$  по (15).

В результате придется отметить, что полученные выражения для расчета такого типа МГД-привода громоздкие и неудобные для решения задачи без применения вычислительных средств в виде ЭВМ. Таким образом, практически единственным методом решения данной задачи является числовой метод последовательного приближения с применением ЭЦМ. Также не исключена возможность решения задачи графоаналитическим методом, хотя объем работ при этом большой и затрата времени значительно превосходит машинное время при решении задачи на ЭЦМ.

#### Л и т е р а т у р а

1. К а с к Р.Б., С а к к о с Х.А. Самозапускающийся МГД-привод. См. наст. сб., с. 23-30.
2. Л а у г и с Ю.Я., Л е х т л а Т.В., О о р н А.Ф., С а к к о с Х.А. Переходные процессы МГД-привода. - Тр. Таллинск. политехи. ин-та, 1981, № 520, с. 65-75.
3. Т и й с м у с Х.А., Л а у г и с Ю.Я. Автоматизированный МГД-привод. М., Энергия, 1980. 160 с.
4. К и с е л е в П.Г. Гидравлика: Основы механики жидкости. М., Энергия, 1980. 360 с.
5. И д е л ь ч и к И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М., Машиностроение, 1975. 559 с.

R. Kask, R. Teemets

#### Some Mathematical Expressions of the Self-Starting Magneto-Hydrodynamic Drive

#### Summary

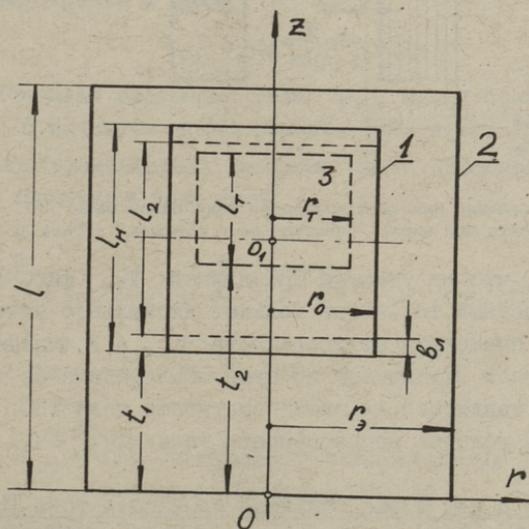
In this paper the determination method for the vacuum-producing system parameters and the starting electromagnetic force of the self-starting magneto-hydrodynamic drive are given. The system of equations for the static duty of the MHD-drive is composed as well and the ways to solve it are pointed out, especially for the determination of the function  $p_{эм} = f(Q)$ .



### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОГО НАГРЕВАТЕЛЯ С УЧЕТОМ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ

Введение. В [1] было рассмотрено радиальное и тангенциальное распределение магнитного поля трехфазного нагревателя сопротивления (далее ТНС) для установок выращивания монокристаллов по методу Чохральского, без учета торцевых эффектов.

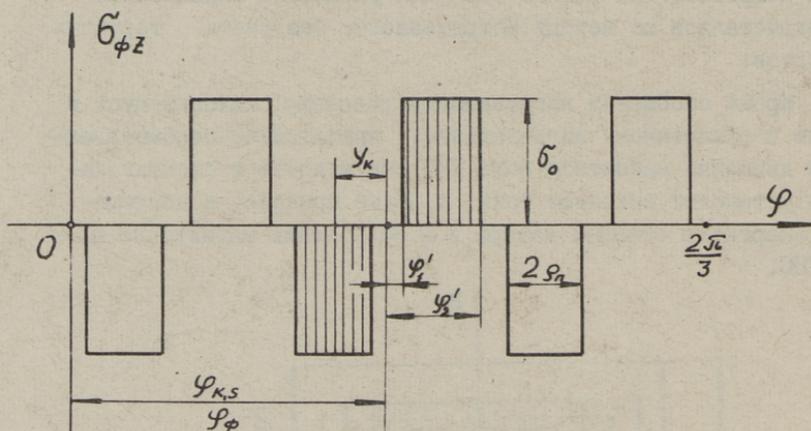
Кроме сообщения нагреваемому расплаву, находящемуся в тигле и охваченному нагревателем, вращательно-перемешивающего движения магнитное поле ТНС индуцирует в стенках камеры установки вихревые токи, которые приводят к поглощению энергии в стенках камеры и к ослаблению магнитного поля ТНС.



Фиг. 1. Расчетная модель установки: 1 - нагреватель; 2 - стенки камеры; 3 - расплав.

В настоящей статье рассматривается распределение магнитного поля ТНС с учетом краевых эффектов и размагничивающего действия поля вихревых токов в стенках камеры установки.

Для решения поставленной задачи используем систему уравнений Максвелла [2], исходя из упрощенной расчетной модели установки, изображенной на фиг. 1. В этой модели ТНС заменен бесконечно тонким цилиндрическим токовым слоем с радиусом  $r_0$ , длиной  $l_n$  и с заданным распределением линейной плотности тока  $\vec{\sigma}(\varphi, z)$ . Стенки камеры установки заменены одним эквивалентным бесконечно тонким проводящим цилиндром с радиусом  $r_3$ , длиной  $l$  и с поверхностной проводимостью  $\gamma_\Delta$ .



Фиг. 2. Распределение линейной плотности тока одной фазы ТНС по окружности при числе "элементарных катушек" в фазе  $q = 3$ .

Принимаем, что на участке ТНС длиной  $l_2$  (фиг. 1) заданный поверхностный ток имеет только аксиальную составляющую  $\sigma_z$ , не зависящую от координата  $z$ , а в торцевых участках с шириной  $b_L$  падает до нуля. Распределение тангенциальной составляющей линейной плотности тока ТНС  $\sigma_\varphi$  определяется из условия непрерывности тока  $\text{div } \vec{\sigma} = 0$ .

Разложение в ряд Фурье линейной плотности тока ТНС.  
 На основе фиг. 3 в [1] можно распределение аксиальной составляющей линейной плотности тока одной фазы ТНС с  $q = 3$

представить по окружности ТНС в виде графика, изображенного на фиг. 2. Разложив в ряд Фурье участок этого графика для средней "элементарной катушки", площадь которого покрыта штриховкой, получим

$$\sigma_k = \sum_{\nu=1,2,\dots}^{\infty} \sigma_{k\nu} \sin \nu (\varphi - \varphi_{k,s}), \quad (1)$$

где коэффициент  $\nu$ -й гармоники ряда

$$\sigma_{\nu k} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sigma_k(\varphi) \sin \nu \varphi' d\varphi' = \frac{4}{\pi} \frac{\sigma_0}{\nu} \sin \nu \frac{\varphi'_2 + \varphi'_1}{2} \sin \nu \frac{\varphi'_2 - \varphi'_1}{2}; \quad (2)$$

$$\varphi' = \varphi - \varphi_{k,s};$$

$\sigma_0$  - линейная плотность тока в пределах одного токовогода (стороны) "катушки" с током  $i$

$$\sigma_0 = \frac{i}{r_0(\varphi'_2 - \varphi'_1)} = \frac{mqi}{a_n \pi r_0}; \quad (3)$$

$m = 3$  - число фаз ТНС.

Обозначая, как и в [1]

$$k_{\nu\gamma} = \sin \nu \frac{\varphi'_2 + \varphi'_1}{2} = \sin \nu \frac{\pi}{2mq}; \quad \rho_n = \frac{\varphi'_2 - \varphi'_1}{2} = a_n \frac{\pi}{2mq}; \quad k_{\rho\nu} = \frac{\sin \nu \rho_n}{\nu \rho_n},$$

где  $a_n$  - коэффициент заполнения током катушечного деления, можно коэффициент  $\nu$ -й гармоники тока "элементарной катушки" представить в виде

$$\sigma_{k\nu} = \sigma_0 a_n \frac{2}{mq} k_{\rho\nu} k_{\nu\gamma}. \quad (4)$$

Учитывая выражение угла  $\varphi_{k,s}$  между осью  $x$  и осью "катушки" с индексом  $s$  по формуле (12) в [1] и суммируя  $\sigma_{k,s}$  для всех "элементарных катушек" фазы, получим формулу линейной плотности тока фазы

$$\begin{aligned} \sigma_\phi &= \sum_{s=1}^q \sigma_{k,s} = \sum_{\nu} \sigma_{k\nu} \sum_{s=1}^q \sin \nu [\varphi - \varphi_\phi - (2s-1-q) \frac{\pi}{mq}] = \\ &= \sum_{\nu} q \sigma_{k\nu} k_{\rho\nu} \sin \nu (\varphi - \varphi_\phi), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $k_{\rho\nu}$  - т.н. коэффициент распределения обмотки, приведенный в [1] формулой (14).

Суммируя, аналогично [1] линейные плотности токов всех

фаз, получим для линейной плотности аксиального тока ТНС выражение

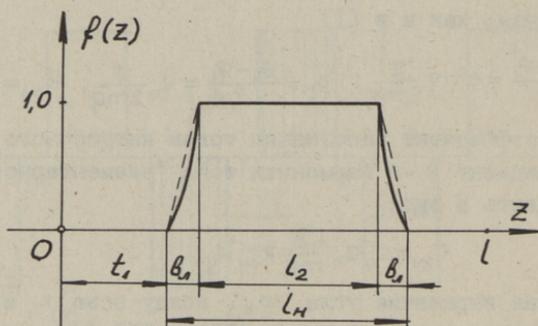
$$\sigma_z(\varphi, z) = \sum_{\nu} \sigma_{m\nu} \sin(\omega t \mp \nu\varphi) = \sum_{\nu} \operatorname{Im}[\sigma_{m\nu} e^{j(\omega t \mp \nu\varphi)}], \quad (6)$$

где  $\sigma_{m\nu}$  - амплитудное значение  $\nu$ -й гармоники линейной плотности аксиальной составляющей тока ТНС

$$\sigma_{m\nu} = \frac{mq\sqrt{2} I}{\pi r_0} k_{об\nu}, \quad (7)$$

$k_{об\nu} = k_{p\nu} k_{y\nu} k_{r\nu}$  - обмоточный коэффициент  $\nu$ -й гармоники;  
 $\omega$  - угловая частота тока.

В формуле (6) верхние знаки относятся к гармоникам тока, вращающимся в положительную сторону; нижние - к гармоникам, вращающимся в обратную сторону [1]. В дальнейшем для сокращения верхние знаки "-" опускаются.



Фиг. 3. Распределение аксиальной составляющей линейной плотности тока ТНС вдоль длины нагревателя.

С учетом торцевых эффектов в ТНС конечной длины нужно амплитуду  $\nu$ -ой гармоники аксиальной составляющей линейной плотности тока ТНС рассматривать на протяжении всей длины нагревателя  $l_H$  в виде зависимости  $\sigma_{m\nu}(z) = \sigma_{m\nu} \cdot f(z)$ . График этой зависимости приведен на фиг. 3. Рассматривая этот график как участок кривой с периодом  $2l$ , симметричной относительно начала координат, можно его представить в виде ряда Фурье по оси  $z$

$$\sigma_{m\nu}(z) = \sigma_{m\nu} \sum_{k=1}^{\infty} c_k \operatorname{sinc} \frac{\pi}{l} z, \quad (8)$$

где

$$c_k = \frac{2}{l} \int_0^l f(z) \sin k \frac{\pi}{l} z dz; \quad (9)$$

а  $\sigma_{mv}$  - определяется по формуле (7).

Распределение электромагнитного поля в системе ТНС - стенки камеры установки. Уравнения Максвелла [2] для определения суммарного электромагнитного поля системы ТНС - стенки камеры можно в рассматриваемом случае для всех областей пространства этой системы привести к однородному волновому уравнению для вектора напряженности электрического поля

$$\text{rot rot } \vec{E} = 0, \quad (10)$$

решение которого ищем в системе цилиндрических координат  $r, \varphi, z$  в виде

$$\vec{E} = \sum_{\nu} J_m [ \vec{E}_{m\nu}(r, z) e^{j(\omega t + \nu \varphi)} ], \quad (11)$$

где  $\vec{E}_{m\nu}(r, z)$  - комплексная амплитуда вектора напряженности электрического поля для  $\nu$ -й гармоники.

Решая уравнение (10) с учетом (11) по методу [3], получим для аксиальной, радиальной и тангенциальной составляющих вектора напряженности электрического поля выражения:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{m\nu z} &= \sum_k [ C_k I_{\nu}(\alpha_k r) + D_k K_{\nu}(\alpha_k r) ] \sin \alpha_k z; \\ \dot{E}_{m\nu r} &= \sum_k \left\{ \frac{1}{\alpha_k r} [ F_k I_{\nu}(\alpha_k r) + G_k K_{\nu}(\alpha_k r) ] - \right. \\ &\quad \left. - C_k I'_{\nu}(\alpha_k r) - D_k K'_{\nu}(\alpha_k r) \right\} \cos \alpha_k z; \\ \dot{E}_{m\nu \varphi} &= j \sum_k \left\{ \frac{1}{\nu} [ F_k I'_{\nu}(\alpha_k r) + G_k K'_{\nu}(\alpha_k r) ] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\nu}{\alpha_k r} [ C_k I_{\nu}(\alpha_k r) + D_k K_{\nu}(\alpha_k r) ] \right\} \cos \alpha_k z, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $I_{\nu}(\alpha_k r)$ ,  $K_{\nu}(\alpha_k r)$ ,  $I'_{\nu}(\alpha_k r)$ ,  $K'_{\nu}(\alpha_k r)$  - модифицированные цилиндрические функции и их производные;  $\alpha_k = k \frac{\pi}{l}$ .

Используя второе уравнение Максвелла [2], получим для комплексных амплитуд составляющих вектора магнитной индукции  $\nu$ -й гармоники формулы

$$\dot{B}_{m\nu r} = -\frac{1}{\omega\nu} \sum_k \alpha_k [F_k I'_\nu(\alpha_k r) + G_k K'_\nu(\alpha_k r)] \sin \alpha_k z;$$

$$\dot{B}_{m\nu \varphi} = -j \frac{1}{\omega r} \sum_k [F_k I_\nu(\alpha_k r) + G_k K_\nu(\alpha_k r)] \sin \alpha_k z; \quad (13)$$

$$\dot{B}_{m\nu z} = -\frac{1}{\omega\nu} \sum_k \alpha_k [F_k I_\nu(\alpha_k r) + G_k K_\nu(\alpha_k r)] \cos \alpha_k z.$$

Используя для определения постоянных интегрирования  $C_k$ ,  $D_k$ ,  $F_k$ ,  $G_k$  граничные условия, по которым при переходе через границу областей ( $r = r_0$  и  $r = r_3$ ) радиальные составляющие вектора магнитной индукции изменяются непрерывно, а касательные составляющие вектора напряженности магнитного поля изменяются скачком на величину линейной плотности поверхностного тока  $\sigma$  при  $r = r_0$  и  $\sigma_3$  при  $r = r_3$ , получим для комплексных амплитуд составляющих вектора магнитной индукции  $\nu$ -й гармоники в зоне  $r \leq r_0$  выражения

$$\dot{B}_{m\nu r,1} = \sum_k \dot{B}_{0\nu k} K_{\nu k} \frac{I'_\nu(\alpha_k r)}{I'_\nu(\alpha_k r_0)} \sin \alpha_k z;$$

$$\dot{B}_{m\nu \varphi,1} = j \sum_k \dot{B}_{0\nu k} K_{\nu k} \frac{\nu}{\alpha_k r} \frac{I_\nu(\alpha_k r)}{I'_\nu(\alpha_k r_0)} \sin \alpha_k z; \quad (14)$$

$$\dot{B}_{m\nu z,1} = \sum_k \dot{B}_{0\nu k} K_{\nu k} \frac{I_\nu(\alpha_k r)}{I'_\nu(\alpha_k r_0)} \cos \alpha_k z,$$

где

$$\dot{B}_{0\nu k} = -j \mu_0 \frac{\sigma_{m\nu}}{2} C_k \frac{2(\alpha_k r_0)^2}{\nu} I'_\nu(\alpha_k r_0) K'_\nu(\alpha_k r_0) \quad (15)$$

- комплексная амплитуда  $k$ -го члена ряда  $\nu$ -й гармоники радиальной составляющей вектора магнитной индукции собственного поля ТНС при  $r = r_0$ ;

$K_{\nu k}$  - коэффициент, учитывающий размагничивающее действие поля вихревых токов в стенках камеры на поле ТНС:

$$K_{\nu k} = 1 + \frac{j \varepsilon_\nu D_{\nu k} \cdot D_{\nu \alpha k}}{1 + \left(\frac{\alpha_k r_0}{\nu}\right)^2 - j \varepsilon_\nu D_{\nu k}}; \quad (16)$$

$$D_{\gamma k} = 2 \frac{1}{\gamma} (\alpha_k r_3)^2 I'_\gamma(\alpha_k r_3) K'_\gamma(\alpha_k r_3); \quad (17)$$

$$D_{\gamma \alpha k} = \frac{I'_\gamma(\alpha_k r_0) K'_\gamma(\alpha_k r_3)}{I'_\gamma(\alpha_k r_3) K'_\gamma(\alpha_k r_0)}; \quad (18)$$

$$\epsilon_\gamma = \frac{\omega \mu_0 \gamma \Delta r_3}{2\gamma}. \quad (19)$$

Для аксиальной и тангенциальной составляющих комплексных амплитуд линейной плотности вихревых токов в стенках камеры получаются выражения

$$\dot{\sigma}_{m\alpha\gamma z} = \sum_k \dot{\sigma}_{m\alpha\gamma k} \sin \alpha_k z; \quad (20)$$

$$\dot{\sigma}_{m\alpha\gamma \varphi} = j \sum_k \dot{\sigma}_{m\alpha\gamma k} \frac{\alpha_k r_3}{\gamma} \cos \alpha_k z, \quad (21)$$

где  $\dot{\sigma}_{m\alpha\gamma k}$  - комплексная амплитуда  $k$ -го члена ряда  $\gamma$ -й гармоники аксиальной составляющей линейной плотности тока в стенках камеры

$$\dot{\sigma}_{m\alpha\gamma k} = j \epsilon_\gamma \sigma_{m\gamma} c_k \left(\frac{r_0}{r_3}\right)^2 \frac{I'_\gamma(\alpha_k r_0)}{I'_\gamma(\alpha_k r_3)} \frac{D_{\gamma k}}{\left[1 + \left(\frac{\alpha_k r_3}{\gamma}\right)^2 - j \epsilon_\gamma D_{\gamma k}\right]}. \quad (22)$$

Зная распределение вихревых токов в стенках камеры, можно потери мощности от этих токов определить по формуле

$$\begin{aligned} P_3 &= \sum_\gamma \int_0^l \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\gamma \Delta} (\sigma_{m\alpha\gamma z}^2 + \sigma_{m\alpha\gamma \varphi}^2) r_3 d\varphi dz = \\ &= \frac{\pi r_3 l}{2\gamma \Delta} \sum_\gamma \sum_k \sigma_{m\alpha\gamma k}^2 \left[1 + \left(\frac{\alpha_k r_3}{\gamma}\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (23)$$

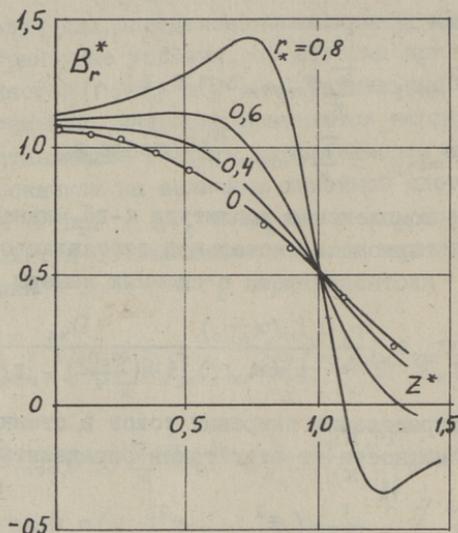
Как показывают расчеты, эти потери мощности малы по сравнению с мощностью ТНС и могут быть опущены при расчете установки с ТНС.

Подставляя в формулы (14) значения коэффициента размагничивания  $k_{\gamma k} = 1$ , соответствующие отсутствию поля вихревых токов в стенках камеры, получим выражения комплексных амплитуд составляющих вектора магнитной индукции  $\gamma$ -й гармоники собственного магнитного поля ТНС с учетом торцевых эффектов при  $r \leq r_0$ .

Как показывают расчеты по этим формулам для реальных установок выраживания монокристаллов с ТНС, размагничиваю-

щее действие поля вихревых токов на поле ТНС незначительно (менее 2-3 %) и этим можно также пренебречь при расчете ТНС.

Если на фиг. 1 начало координат перевести в точку  $O_1$  (в середину оси ТНС) и перейти к пределу, когда длина ТНС  $l_n$  и длина периода  $2l$  стремятся к бесконечности, то получим из формул (14) и (15) выражения комплексных амплитуд  $\gamma$ -й гармоники магнитной индукции поля ТНС без учета торцевых эффектов, совпадающих с приведенными в [1] формулами при условии, что коэффициент толщины  $k_{\Delta v} = 1$ .



Фиг. 4. Аксиальное распределение радиальной составляющей основной гармоники магнитной индукции ТНС.

На фиг. 4 приведены теоретические кривые аксиального распределения радиальной составляющей основной гармоники магнитной индукции  $B_{m1r}^* = B_{m1r}/B_{m1}$  собственного поля ТНС для верхней половины нагревателя (начало координат в точке  $O_1$ ,  $z^* = \frac{z}{c}$ ,  $c = \frac{l_n - b_l}{2}$ ). Данные ТНС:  $r_0 = 0,11$  м,  $l_n = 0,45$  м,  $b_l = 0,028$  м,  $q = 4$ . Точками на фиг. 4 отмечены экспериментальные значения магнитной индукции на оси ТНС, где высшие гармоники отсутствуют. Как видно, теоретические кривые хорошо совпадают с экспериментальными данными в верхней половине нагревателя.

В нижней половине ТНС у нижнего торца распределение поля, определяемого формулами (14), искажается полем токоподводов нагревателя. Для учета поля токоподводов можно его определить теми же формулами (14) при подстановке характерных размеров токоподводов при  $q = I$ .

### Л и т е р а т у р а

1. К е с к ю л а В.Ф., П е т р о в Г.Н. Магнитное поле трехфазного нагревателя. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1982, № 539, с. 37-46.

2. Г о в о р к о в В.А. Электрические и магнитные поля. М., Энергия, 1968. 488 с.

3. Г р и н б е р г Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М., изд-во АН СССР, 1948.

V. Kesküla, G. Petrov

#### Magnetic Field of a Three-phase Heater and the Calculation of Edge Effects

#### Summary

The paper deals with the determination of the spatial distribution of a magnetic field of the cylindrical three-phase resistance heater and the calculation of edge effects and the influence of Foucault currents on the outside screens in an apparatus for growing single crystals. Theoretical estimation has been compared with experimental data.



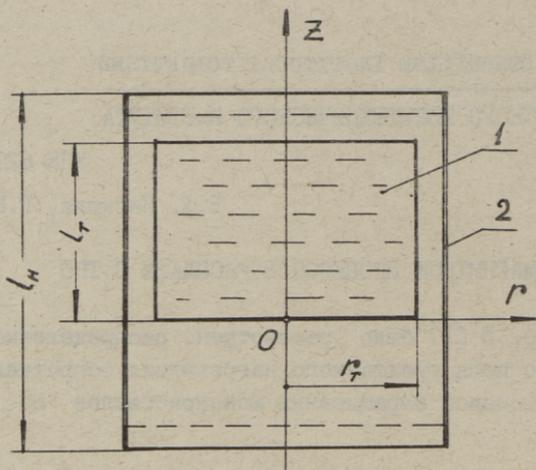
## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РАСПЛАВЕ С ТНС

Введение. В [1] было рассмотрено распределение электромагнитного поля трехфазного нагревателя сопротивления (ТНС) для установок выращивания монокристаллов по методу Чохральского.

В настоящей статье рассматриваются электромагнитные процессы в расплаве, возникающие под воздействием магнитного поля ТНС в этих установках.

Вращающееся магнитное поле ТНС приводит расплав в сложное вращательно-перемешивающееся движение. Из-за сложного характера этого движения строгое теоретическое исследование электромагнитных процессов в расплаве практически невозможно. Учитывая, однако, что при питании ТНС током промышленной частоты, скорость вращения расплава мала по сравнению со скоростью вращения поля ТНС (менее 1%), можно расплав заменить эквивалентным твердым сплошным цилиндром, вращающимся со скольжением  $s$ . Принимаем электропроводность этого цилиндра равной электропроводности расплава  $\gamma$ , радиус цилиндра равным радиусу тигля  $r_T$ , а длину цилиндра равной высоте столба расплава в тигле  $l_T$  (фиг. 1). Поскольку длина этого цилиндра  $l_T$  меньше длины ТНС  $l_n$ , то целесообразно задаваться распределением первичного электромагнитного поля в области расплава и путем решения уравнений Максвелла найти распределение вторичного электромагнитного поля вихревых токов в расплаве.

Непосредственное использование формул первичного поля ТНС, приведенных в [1], при решении поставленной задачи приводит к интегралам, не имеющим решения в известных функциях. Поэтому, для упрощения решения этой задачи принимаем, что напряженность первичного магнитного поля в зоне распла-



Фиг. 1. Расчетная модель системы расплав - нагреватель:  
1 - расплав; 2 - нагреватель.

ва не изменяется в аксиальном направлении и равняется среднему значению в пределах высоты столба расплава

$$\bar{H}'_{cp} = \frac{1}{l_r} \int_{t_2}^{l_r+t_2} \frac{1}{\mu_0} \bar{B}' dz. \quad (I)$$

Подставляя в уравнение (I) выражение комплексной амплитуды радиальной составляющей магнитной индукции первичного поля  $\bar{B}_{m\nu r,1}$ , приведенного в [I] формулой (I4) и проинтегрируя его, получим для комплексной амплитуды радиальной составляющей  $\nu$ -й гармоники напряженности первичного магнитного поля на боковой поверхности расплава ( $r = r_r$ ) выражение

$$\dot{H}'_{m\nu r} = j H_{m\nu} \left(\frac{r_r}{r_0}\right)^{\nu-1} \bar{K}_{T\nu}, \quad (2)$$

где  $\bar{K}_{T\nu}$  - усредненное по высоте боковой поверхности расплава значение коэффициента размагничивания вихревых токов стенок корпуса установки и учета торцевых эффектов нагревателя:

$$\bar{K}_{T\nu} = \left(\frac{r_0}{r_r}\right)^{\nu-1} \sum_K c_K \frac{2(\epsilon_K r_0)^2}{\nu} I'_\nu(\epsilon_K r_r) K'_\nu(\epsilon_K r_0) K_{\nu K}$$

$$\cdot \frac{\operatorname{sinc} \frac{l_T}{l} \frac{\pi}{2}}{k \frac{l_T}{l} \frac{\pi}{2}} \operatorname{sinc} \frac{l_T + 2t_2}{l} \frac{\pi}{2}; \quad (3)$$

$H_{m\nu} = \frac{1}{2} \sigma_{m\nu}$  - амплитуда напряженности  $\nu$ -й гармоники магнитного поля ТНС при  $r = r_0$  без учета торцевых эффектов.

При принятых упрощениях можно комплексные амплитуды составляющих вектора напряженности первичного магнитного поля внутри расплава выражать аналогично полю бесконечно длинного ТНС [2] в виде

$$\begin{aligned} \dot{H}'_{m\nu r} &= \dot{H}'_{m\nu T} \left(\frac{r}{r_T}\right)^{\nu-1}; \\ \dot{H}'_{m\nu \varphi} &= -j \dot{H}'_{m\nu T} \left(\frac{r}{r_T}\right)^{\nu-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

причем  $\dot{H}'_{m\nu z} = 0$ .

Электромагнитные процессы в расплаве. Исходя из заданного первичного поля, можно уравнения Максвелла [3] для вторичного магнитного поля привести к неоднородному волновому уравнению

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} (\dot{H}''_{m\nu} e^{j\nu\varphi}) + j\omega s_\nu \gamma \mu_0 \dot{H}''_{m\nu} e^{j\nu\varphi} = -j\omega s_\nu \gamma \mu_0 \dot{H}'_{m\nu} e^{j\nu\varphi}, \quad (5)$$

где  $\dot{H}''_{m\nu}$  - комплексная амплитуда напряженности  $\nu$ -й гармоники вторичного магнитного поля;

$s_\nu$  - скольжение расплава относительно поля  $\nu$ -й гармоники.

Решение уравнения (5) по [4] дает для составляющих комплексной амплитуды вектора напряженности вторичного магнитного поля в расплаве выражения

$$\dot{H}''_{m\nu r} = j\varepsilon_T \dot{H}'_{m\nu T} \sum_n \frac{c_n}{\lambda_n^2 r_T^2} \left[ G_{n1} \frac{I_\nu(\lambda_n r)}{\lambda_n r} + C_{n1} \frac{\varkappa_n}{\lambda_n} I'_\nu(\lambda_n r) - \left(\frac{r}{r_T}\right)^{\nu-1} \right] \sin \varkappa_n z;$$

$$\dot{H}''_{m\nu \varphi} = -\varepsilon_T \dot{H}'_{m\nu T} \sum_n \frac{c_n}{\lambda_n^2 r_T^2} \left[ G_{n1} \frac{1}{\nu} I'_\nu(\lambda_n r) + C_{n1} \frac{\varkappa_n \nu}{\lambda_n^2} I_\nu(\lambda_n r) - \left(\frac{r}{r_T}\right)^{\nu-1} \right] \sin \varkappa_n z; \quad (6)$$

$$\dot{H}_{m\nu z}'' = j \varepsilon_T \dot{H}'_{m\nu T} \sum_n \frac{C_n}{\lambda_n^2 r_T^2} C_{n1} I_\nu(\lambda_n r) \cos \alpha_n z,$$

откуда, с учетом второго уравнения Максвелла для проводящих сред, составляющие комплексной амплитуды вектора объемной плотности вторичных токов в расплаве

$$\dot{\delta}_{m\nu z} = \gamma \dot{E}'_{m\nu T} \sum_n \frac{C_n}{\lambda_n r_T} G_{n1} I_\nu(\lambda_n r) \sin \alpha_n z;$$

$$\dot{\delta}_{m\nu r} = -\gamma \dot{E}'_{m\nu T} \sum_n \frac{C_n \gamma \alpha_n}{\lambda_n^2 r_T} \left[ G_{n1} \frac{1}{\gamma} I_\nu'(\lambda_n r) - \frac{j \varepsilon_T}{\lambda_n^2 r_T^2} C_{n1} \frac{\gamma I_\nu(\lambda_n r)}{\alpha_n r} - \left(\frac{r}{r_T}\right)^{\nu-1} \right] \cos \alpha_n z; \quad (7)$$

$$\dot{\delta}_{m\nu \varphi} = -j \gamma \dot{E}'_{m\nu T} \sum_n \frac{C_n \gamma \alpha_n}{\lambda_n^2 r_T} \left[ G_{n1} \frac{I_\nu(\lambda_n r)}{\lambda_n r} - \frac{j \varepsilon_T}{\lambda_n^2 r_T^2} C_{n1} \frac{\lambda_n}{\alpha_n} I_\nu'(\lambda_n r) - \left(\frac{r}{r_T}\right)^{\nu-1} \right] \cos \alpha_n z;$$

где  $\dot{E}'_{m\nu T}$  - комплексная амплитуда вектора напряженности первичного электрического поля на боковой поверхности цилиндра ( $r = r_T$ ), создаваемая вращением первичного магнитного поля

$$\dot{E}'_{m\nu T} = -\frac{\omega s_\nu r_T}{\gamma} \mu_0 \dot{H}'_{m\nu T}. \quad (8)$$

В формулах (6) и (7) использованы следующие обозначения постоянных интегрирования

$$G_{n1} = \frac{\lambda_n r_T}{I_\nu(\lambda_n r_T) (2\bar{a}_n - 1)} \left[ 1 + \frac{j \varepsilon_T}{\lambda_n^2 r_T^2} \frac{2(\bar{a}_n - 1)}{\Delta_n} \right]; \quad (9)$$

$$C_{n1} = \frac{\alpha_n r_T}{\gamma} \frac{2(\bar{a}_n - 1)}{I_\nu(\lambda_n r_T) \Delta_n},$$

где

$$\Delta_n = (2\bar{a}_n - 1) \left[ 1 + 2b_n + \left(\frac{\alpha_n}{\lambda_n}\right)^2 (2\bar{a}_n - 1) \right] + \frac{j \varepsilon_T}{\lambda_n^2 r_T^2};$$

$$\bar{a}_n = a_{nr} + j a_{ni} = \frac{\lambda_n r_T I_{\nu-1}(\lambda_n r_T)}{2\nu I_\nu(\lambda_n r_T)}; \quad b_n = \frac{\alpha_n r_T K_{\nu-1}(\alpha_n r_T)}{2\nu K_\nu(\alpha_n r_T)};$$

$$\lambda_n = \sqrt{\alpha_n^2 + j\omega s_{\gamma} \mu_0}; \quad \alpha_n = n \frac{\pi}{l_T}; \quad c_n = \frac{4}{\pi} \frac{1}{n}, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

$$\varepsilon_T = \omega s_{\gamma} \mu_0 r_T^2.$$

Комплексную амплитуду аксиальной составляющей вектора плотности токов в расплаве для  $\nu$ -й гармоники целесообразно представить в виде

$$\dot{\delta}_{mvz} = \sum_n \dot{\delta}_{\tau\nu n} \frac{I_{\nu}(\lambda_n r)}{I_{\nu}(\lambda_n r_T)} \sin \alpha_n z, \quad (10)$$

где

$$\dot{\delta}_{\tau\nu n} = \gamma \dot{\varepsilon}'_{m\nu T} \frac{c_n}{\Delta n} \left[ \bar{a}_n + b_n + j \frac{\varepsilon_T}{\alpha_n^2 r_T^2} (b_n + 1) \right] \quad (11)$$

— значение комплексной амплитуды  $n$ -й аксиальной гармоники тока на боковой поверхности расплава ( $r = r_T$ ).

Электромагнитные силы в расплаве. В результате воздействия индуцированных в расплаве токов с магнитным полем нагревателя в расплаве возникают объемные электродинамические силы. Распределение плотности этих сил определяется произведением векторов плотности тока и магнитной индукции результирующего магнитного поля в расплаве. Из-за механической инерции расплава образование перемешивающих течений в расплаве зависит от усредненных по окружности составляющих объемной плотности электродинамических сил, определяемых для  $\nu$ -й гармоники по формуле

$$\vec{F}_{\nu} = \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{2} \dot{\delta}_{m\nu}^* \times \vec{B}_{m\nu}^* \right] = \vec{u}_r F_{\nu r} + \vec{u}_{\varphi} F_{\nu \varphi} + \vec{u}_z F_{\nu z}, \quad (12)$$

где  $\vec{B}_{m\nu}^*$  — комплексно-сопряженная амплитуда вектора магнитной индукции результирующего поля в расплаве

$$\vec{B}_{m\nu}^* = \mu_0 (\vec{H}_{m\nu}^* + \vec{H}_{m\nu}^{**}); \quad (13)$$

$\vec{u}_r, \vec{u}_{\varphi}, \vec{u}_z$  — единичные векторы в направлении координат  $r, \varphi, z$ ;

$F_{\nu r}, F_{\nu \varphi}, F_{\nu z}$  — составляющие вектора плотности объемных сил.

Из формулы (12) следует

$$F_{\nu r} = \frac{1}{2} \mu_0 \operatorname{Re} \left[ \dot{\delta}_{m\nu \varphi}^* \vec{H}_{m\nu z}^{**} - \dot{\delta}_{m\nu z}^* (\vec{H}_{m\nu \varphi}^* + \vec{H}_{m\nu \varphi}^{**}) \right];$$

$$F_{\nu\varphi} = \frac{1}{2} \mu_0 \operatorname{Re} [\dot{\delta}_{\nu\varphi z} (\dot{H}'_{\nu\varphi r} + \dot{H}''_{\nu\varphi r}) - \dot{\delta}_{\nu\varphi r} \dot{H}''_{\nu\varphi z}] ; \quad (14)$$

$$F_{\nu z} = \frac{1}{2} \mu_0 \operatorname{Re} [\dot{\delta}_{\nu\varphi r} (\dot{H}'_{\nu\varphi\varphi} + \dot{H}''_{\nu\varphi\varphi}) - \dot{\delta}_{\nu\varphi\varphi} (\dot{H}'_{\nu\varphi r} + \dot{H}''_{\nu\varphi r})] .$$

На фиг. 2 приведены кривые изменения плотности усредненных по окружности тангенциальных сил  $F_{\nu\varphi}^* = F_{\nu\varphi} / F_{1\varphi 0}$  для основной гармоники (сплошные кривые) и второй гармоники (пунктирные кривые) поля по высоте расплава  $z^* = z / l_T$  при различных радиусах  $r_* = r / r_T$ . На фиг. 3 приведены аналогичные кривые для усредненных по окружности расплава радиальных сил  $F_{\nu r}^* = F_{\nu r} / F_{1\varphi 0}$ . За базовую величину принята плотность усредненной тангенциальной силы основной гармоники поля на боковой поверхности тигля, определяемой при идеализированных условиях, когда краевые и поверхностные эффекты отсутствуют

$$F_{1\varphi 0} = \gamma \omega s_{\nu} r_T \frac{(\mu_0 H'_{m1T})^2}{2} . \quad (15)$$

Кривые рассчитаны для расплава кремния при  $r_T = 0,158$  м,  $l_T = 0,22$  м,  $\gamma = 1,24$  МСм/м,  $r_0 = 0,196$  м,  $\nu = 4$ .

Вращающий момент, действующий на тигель с расплавом  $\nu$ -й гармоникой поля, определяется интегралом

$$M_{\nu} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_T} \int_0^{l_T} (r \cdot F_{\nu\varphi}) r \, d\varphi \, dr \, dz , \quad (16)$$

откуда, после подстановки выражения  $F_{\nu\varphi}$  и интегрирования

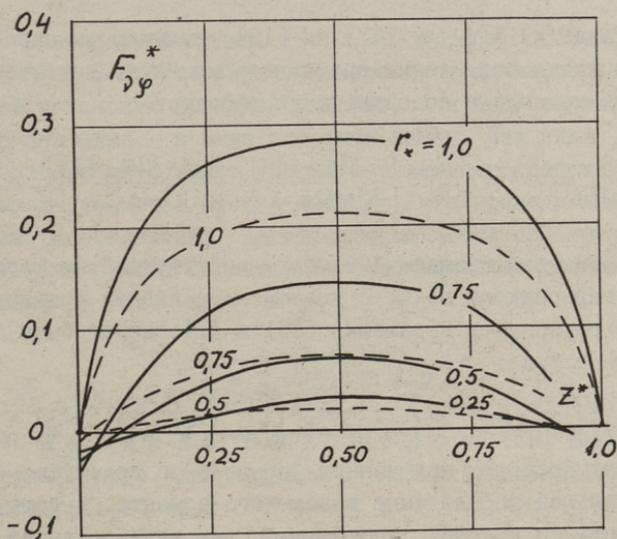
$$M_{\nu} = \pi r_T^2 l_T \gamma \omega s_{\nu} \frac{1}{2} (\mu_0 H'_{m\nu T})^2 \cdot \sum_n c_n^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{2(\bar{a}_n - 1)}{\lambda_n^2 (2\bar{a}_n - 1)} \left[ 1 + \frac{j \varepsilon_T 2(\bar{a}_n - 1)}{\lambda_n^2 r_T^2 \Delta_n} \right] \right\} , \quad (17)$$

или, сокращенно

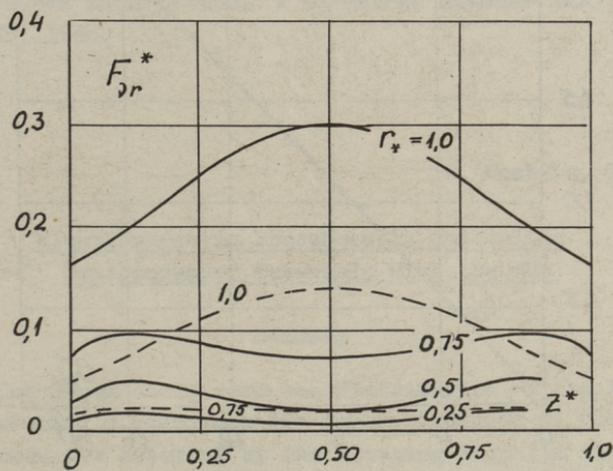
$$M_{\nu} = M_{0\nu} \cdot K_{0c,\nu} , \quad (18)$$

где  $M_{0\nu}$  - вращающий момент  $\nu$ -й гармоники поля при идеализированных условиях, когда краевые и поверхностные эффекты отсутствуют

$$M_{0\nu} = \pi r_T^2 l_T \frac{\gamma \omega s_{\nu} \mu_0 r_T^2}{\nu(\nu+1)} \frac{\mu_0 H'_{m\nu T}{}^2}{2} . \quad (19)$$



Фиг. 2. Распределение усредненных по окружности объемной плотности тангенциальных сил в расплаве.



Фиг. 3. Распределение усредненных по окружности объемной плотности радиальных сил.

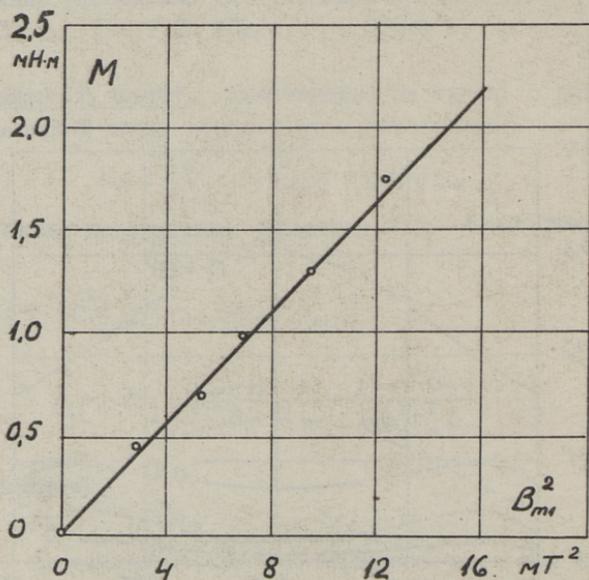
Разделяя формулу (I7) на (I9), получим выражение т.н. коэффициента ослабления вращающего момента, учитывающего влияние краевых и поверхностных эффектов

$$k_{oc,\nu} = (\nu+1)\nu \sum_{n=1}^{\infty} c_n^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{2(\bar{a}_n-1)}{\lambda_n^2 r_T^2 (2\bar{a}_n-1)} \left[ 1 + \frac{j\varepsilon_T 2(\bar{a}_n-1)}{\lambda_n^2 r_T^2 \Delta_n} \right] \right\}. \quad (20)$$

Суммарный вращающий момент, действующий на расплав всеми гармониками поля, с учетом направления вращения различных гармоник и выражения (I9) в [I], может быть представлен в виде

$$M = M_{01} k_{ocm} = M_{01} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\sin \nu \frac{2\pi}{3}}{\sin \frac{2\pi}{3}} \left( \frac{k_{o\delta\nu}}{k_{o\delta 1}} \right)^2 \frac{2s_\nu}{s_T \nu (\nu+1)} k_{oc,\nu}. \quad (21)$$

Для проверки полученных формул было проведено экспериментальное определение вращающего момента, действующего на тигель со ртутью, подвешенный на калиброванной стальной проволоке в магнитном поле макета ТНС. Характерные



Фиг. 4. Расчетные и экспериментальные значения вращающего момента.

данные опытной установки:  $r_T = 0,078$  м,  $l_T = 0,078$  м,  $r_0 = 0,16$  м,  $q = 2$ . Результаты измерения вращающего момента опытной установки приведены на фиг. 4 в виде точек, а расчетные значения - в виде сплошной линии. Как видно, результаты эксперимента имеют удовлетворительное совпадение с результатами расчета. Отсюда следует, что приведенные выше формулы распределения электродинамических сил могут быть приняты за основу определения перемешивающих течений в расплаве.

### Л и т е р а т у р а

1. К е с к ю л а В.Ф., П е т р о в Г.Н. Магнитное поле трехфазного нагревателя с учетом краевых эффектов. - См. наст. сб., с. 41.

2. К е с к ю л а В.Ф., П е т р о в Г.Н. Магнитное поле трехфазного нагревателя. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1982, № 539, с. 37-46.

3. Г о в о р к о в В.А. Электрические и магнитные поля. М., Энергия, 1968. 488 с.

4. Г р и н б е р г Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М., изд-во АН СССР, 1948.

V. Kesküla, G. Petrov

#### Electromagnetic Processes in the Molten Semiconductor Materials with the TRH

#### Summary

The paper deals with the distribution of the Foucault currents and electromagnetic forces produced in the molten semiconductor material by the rotating magnetic field of cylindrical three-phase resistance heaters in the apparatus for growing single crystals. Theoretical estimation of the rotating torque is compared with experimental data.



О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В  
НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ КОНДУКЦИОННОГО НАСОСА  
ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В работе [2] исследовалось электромагнитное поле в немагнитном зазоре кондукционного насоса переменного тока конструкции Г.И. Кабакова при условиях, где вторичная система (жидкий металл) неподвижна и полностью заполняет немагнитный зазор. Настоящая работа является продолжением [2], где при анализе учитывается и движение вторичной системы и наличие непроводящей области в немагнитном зазоре (область I на фиг. 1).

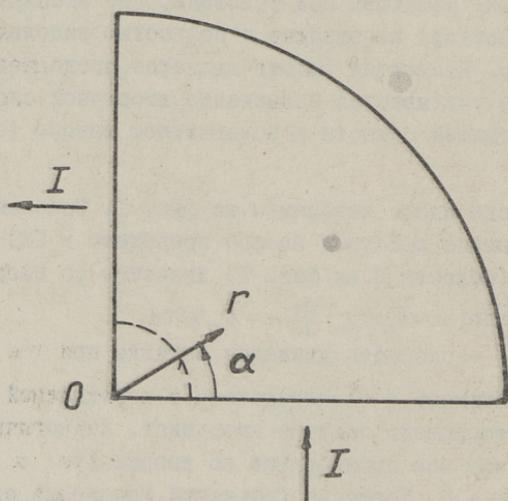
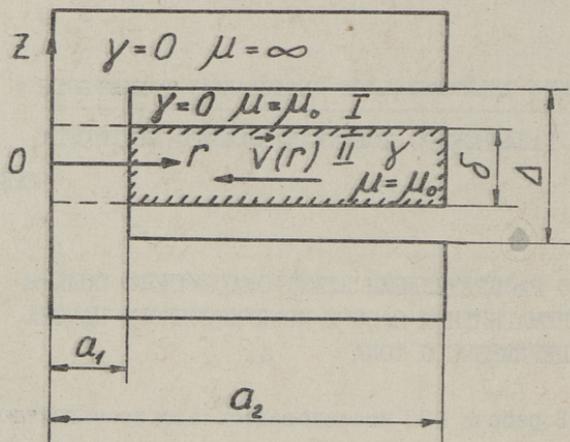
Схематически насос изображен на фиг. 1. Описание конструкции и принципа действия насоса приведено в [1] и [2]. Жидкий металл (область II на фиг. 1) движется со скоростью

$$\vec{v}(r) = -\vec{e}_r v(\alpha_1) \frac{d_1}{r} = -\vec{e}_r v(r). \quad (1)$$

Здесь  $v(\alpha_1)$  - скорость движения металла при  $r = \alpha_1$ .

Электромагнитное поле определяем в неподвижной относительно магнитопровода системе координат. Аналогично [2] предполагаем, что все производные по координате  $\alpha$  равны нулю и  $H_\alpha = B_\alpha = 0$ . Тогда из уравнений Максвелла следует, что в области I и в области II составляющие вектора плотности тока  $J_z = 0$  и  $J_r = 0$ . Так как  $\vec{J} = \gamma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ , то  $J_r = \gamma E_r$ ,  $J_\alpha = \gamma(E_\alpha + v(r)B_z)$  и  $J_z = \gamma E_z$ . Отсюда следует, что в области II, где  $\gamma \neq 0$  при  $J_z = J_r = 0$  также  $E_z = 0$  и  $E_r = 0$ . В области I, где принято, что  $\gamma = 0$ , можем все-таки предполагать, что  $\gamma$  имеет конечное, но очень маленькое значение. Тогда и в области I  $J_z = J_r = 0$  повлечет за собой  $E_z = E_r = 0$ .

С учетом вышеприведенных предположений уравнения Максвелла, написанные в неподвижной координатной системе, упрощаются и в комплексной форме принимают вид:



Фиг. 1.

$$\frac{\partial \dot{E}_\alpha}{\partial z} = j\omega\mu_0 \dot{H}_r \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \dot{E}_\alpha + \frac{\partial \dot{E}_\alpha}{\partial r} = j\omega\mu_0 \dot{H}_z \quad (3)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_r}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} = \begin{cases} \dot{J}_\alpha = 0, & \text{для области I;} \\ \dot{J}_\alpha = \gamma(\dot{E}_\alpha + v(r)\mu_0 \dot{H}_z), & \text{для области II;} \end{cases} \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \dot{H}_r + \frac{\partial \dot{H}_r}{\partial r} + \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Для рассматриваемой модели насоса  $\dot{E}_\alpha$ ,  $\dot{J}_\alpha$  и  $\dot{H}_z$  являются четными функциями от  $z$ . Рассмотрим случай малого  $\Delta$  и для упрощения анализа заменим эти четные функции постоянными, т.е.  $\dot{E}_\alpha$  и  $\dot{H}_z$  не зависят от координаты  $z$ . Тогда уравнение (2) дает  $\dot{H}_r = 0$ .

Далее возьмем уравнение (4) и проинтегрируем его с учетом непрерывности  $\dot{H}_r$  по  $z$  от  $-\frac{\Delta}{2}$  до  $\frac{\Delta}{2}$ . Получим:

$$\dot{H}_r \Big|_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} - \frac{d\dot{H}_z}{dr} \Delta = \delta \gamma (\dot{E}_\alpha + v(r)\mu_0 \dot{H}_z).$$

Так как

$$\begin{aligned} \dot{H}_r \Big|_{z=-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} = \dot{H}_r \Big|_{z=\frac{\Delta}{2}}^{-\frac{\Delta}{2}} = 0, \text{ получим для } a_1 \leq r \leq a_2: \\ -\frac{d\dot{H}_z}{dr} = \gamma \frac{\delta}{\Delta} (\dot{E}_\alpha + v(r)\mu_0 \dot{H}_z). \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнении (3) можем частную производную по  $r$  заменить полной производной.

Уравнения (3) и (6) можно преобразовать к следующим уравнениям для  $\dot{E}_\alpha$  и  $\dot{H}_z$ :

$$\frac{d^2 \dot{E}_\alpha}{dr^2} + \frac{T_1}{r} \frac{d\dot{E}_\alpha}{dr} - (\lambda^2 + \frac{T_2}{r^2}) \dot{E}_\alpha = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \dot{H}_z}{dr^2} + \frac{T_1}{r} \frac{d\dot{H}_z}{dr} - \lambda^2 \dot{H}_z = 0, \quad (8)$$

где  $\lambda^2 = j\omega \mu_0 \gamma \frac{\delta}{\Delta}$ ;  $T_1 = 1 + \gamma \frac{\delta}{\Delta} v(a_1) a_1 \mu_0$ ;  
 $T_2 = 1 - \gamma \frac{\delta}{\Delta} v(a_1) a_1 \mu_0$ .

Уравнения (7) и (8) преобразуем в уравнения Бесселя и их общие решения можем представить в виде:

$$\dot{E}_\alpha = r^\beta [C_1 I_{\beta+1}(\lambda r) + C_2 K_{\beta+1}(\lambda r)], \quad (9)$$

$$\dot{H}_z = r^\beta [C_3 I_\beta(\lambda r) + C_4 K_\beta(\lambda r)], \quad (10)$$

где  $\beta = \frac{1-T_1}{2}$ .

Постоянные интегрирования определяем при следующих граничных условиях,

I. Для  $\dot{H}_z$ :

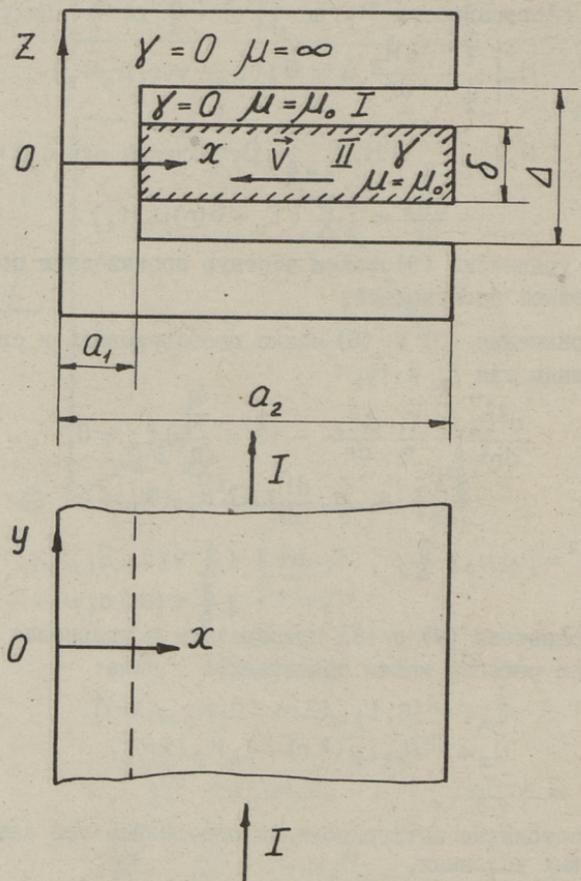
$$(\dot{H}_z)_{r=a_1} = 0, \quad (H_z)_{r=a_2} = -\frac{I}{\Delta}. \quad (11)$$

2. Для  $\dot{E}_\alpha$ :

$$\left(\dot{E}_\alpha + a_1 \frac{d\dot{E}_\alpha}{dr}\right)_{r=a_1} = 0, \quad \left(\dot{E}_\alpha + a_2 \frac{d\dot{E}_\alpha}{dr}\right)_{r=a_2} = j\omega\mu_0 a_2 \frac{I}{\Delta}. \quad (I2)$$

В результате решения системы уравнений (II) и (I2) получаем следующие выражения для  $\dot{E}_\alpha$  и  $\dot{H}_z$ :

$$\dot{E}_\alpha = \frac{r^\beta j\omega\mu_0 I [K_\beta(\lambda a_1) I_{\beta+1}(\lambda r) + I_\beta(\lambda a_1) K_{\beta+1}(\lambda r)]}{\Delta a_2^\beta \lambda [I_\beta(\lambda a_2) K_\beta(\lambda a_1) - I_\beta(\lambda a_1) K_\beta(\lambda a_2)]}, \quad (I3)$$



Фиг. 2.

$$\dot{H}_z = \frac{r^\beta I [K_\beta(\lambda a_1) I_\beta(\lambda r) - I_\beta(\lambda a_1) K_\beta(\lambda r)]}{\Delta a_2^\beta [I_\beta(\lambda a_1) K_\beta(\lambda a_2) - K_\beta(\lambda a_1) I_\beta(\lambda a_2)]} \quad (14)$$

Следует отметить, что при  $v(r) \rightarrow 0$  и  $\delta = \Delta$  получим  $\beta \rightarrow 0$  и  $\lambda^2 = j\omega\mu_0\gamma$  и выражения (13) и (14) совпадают с выражениями (6) и (7) [2], выведенные при условии  $v(r) = 0$ .

Частным случаем вышеприведенной задачи является задача определения электромагнитного поля прямого проводника с прямоугольным сечением, находящегося в прямоугольном пазу магнитопровода (фиг. 2). Проводник (жидкий металл) движется с постоянной скоростью  $\vec{V} = -\vec{e}_x v$ . Векторы поля выражаем в неподвижной системе координат. Аналогично предыдущей задаче и здесь учтено, что составляющие векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  не изменяются по координатам  $y$  и  $z$ ,  $\dot{H}_x = 0$ ,  $\dot{H}_y = 0$ ,  $\dot{E}_x = 0$ ,  $\dot{E}_z = 0$ .

Интегрированием уравнений Максвелла по  $z$  от  $-\frac{\Delta}{2}$  до  $\frac{\Delta}{2}$  переходим к средним значениям  $\dot{H}_z$  и  $\dot{E}_y$  по толщине немагнитного зазора и получим для  $\dot{E}_y$  и  $\dot{H}_z$  уравнения:

$$\frac{d^2 \dot{E}_y}{dx^2} + T_3 \frac{d \dot{E}_y}{dx} - \lambda^2 \dot{E}_y = 0, \quad (15)$$

$$\frac{d^2 \dot{H}_z}{dx^2} + T_3 \frac{d \dot{H}_z}{dx} - \lambda^2 \dot{H}_z = 0, \quad (16)$$

где  $T_3 = v\mu_0\gamma \frac{\delta}{\Delta}$ .

Решение уравнений (15) и (16) при граничных условиях

$$(\dot{H}_z)_{x=a_1} = 0, \quad (\dot{H}_z)_{x=a_2} = -\frac{I}{\Delta}, \quad (17)$$

$$\left(\frac{d \dot{E}_y}{dx}\right)_{x=a_1} = 0, \quad \left(\frac{d \dot{E}_y}{dx}\right)_{x=a_2} = j\omega\mu_0 \frac{I}{\Delta}, \quad (18)$$

дает следующие выражения для  $\dot{E}_y$  и  $\dot{H}_z$ :

$$\dot{E}_y = \frac{I(p_2 e^{p_2 a_1 + p_1 x} - p_1 e^{p_1 a_1 + p_2 x})}{\gamma \delta (e^{p_1 a_1 + p_2 a_2} - e^{p_1 a_2 + p_2 a_1})}, \quad (19)$$

$$\dot{H}_z = \frac{I(e^{p_2 a_1 + p_1 x} - e^{p_1 a_1 + p_2 x})}{\Delta (e^{p_1 a_1 + p_2 a_2} - e^{p_1 a_2 + p_2 a_1})}, \quad (20)$$

где

$$p_{1,2} = \frac{-T_3 \pm \sqrt{T_3^2 + 4\lambda^2}}{2}.$$

Если  $v=0$  и  $\delta=\Delta$ , то  $T_3=0$ ,  $\lambda^2=j\omega\mu_0\delta$ ,  $p_1=\lambda$ ,  $p_2=-\lambda$  и выражения (19) и (20) совпадают с (10) и (11) [2].

Полученные в данной работе выражения составляющих векторов электромагнитного поля более точно чем соответствующие выражения в [2] учитывают характер движения жидкого металла в немагнитном зазоре насоса. Но как в [2], так и здесь использованные упрощения снижают точность результатов. Так, например, не учтено изменение поля по координатам  $z$  и  $\alpha$ , расчетная модель требует подвода и отвода тока  $I$  через сверхпроводящие электроды при  $\alpha=0$  и  $\alpha=\frac{\pi}{2}$  и т.д.

#### Л и т е р а т у р а

1. В а л л а с т е Э.В., В е с к е Т.А. Упрощенный расчет электромагнитных процессов в немагнитном зазоре кондукционного насоса конструкции Кабакова Г.И., - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1970, № 301, с. 53-59.

2. В е с к е Т.А., Т а м м е м я г и Х.А. Электромагнитное поле в немагнитном зазоре кондукционного насоса переменного тока. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1970, № 301, с. 67-72.

T. Veske

#### About the Distribution of Electromagnetic Field in the Non-magnetic Gap of an Alternating Current Conductive Pump

#### Summary

The article deals with the problems of distribution of electromagnetic field in a non-magnetic gap of an alternating current conductive pump.

The expressions of the complex vectors of electromagnetic field are deduced.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СИЛА И КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТЬ  
РАБОЧЕЙ ПОЛОСТИ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНЕЙНОЙ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ (ЦЛИМ)

Постановка задачи. В источнике [1] предложена методика определения электромагнитных сил и комплексной мощности немагнитного зазора ЦЛИМ с  $n$  коаксиальными зонами в зазоре. В настоящей работе эта методика применяется относительно трехфазной машины.

Расчетные формулы. Имея в виду т.н. традиционную трехфазную катушечную обмотку ЦЛИМ, при которой

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f, \\ \ell &= 2\pi r, \\ A_m &= \sqrt{2} \frac{w_n \cdot k_{об}}{t_3 \cdot a_w} I_1, \\ w_1 &= \frac{p q w_n}{a_w}, \quad t_3 = \frac{\tau}{3q},\end{aligned}$$

где  $p$  — число пар полюсов индуктора;

$w_n$  — число витков катушки;

$k_{об}$  — обмоточный коэффициент индуктора;

$t_3$  — зубцовый шаг индуктора;

$a_w$  — число параллельных ветвей обмотки индуктора;

$I_1$  — ток в обмотке индуктора;

$w_1$  — число витков фазы обмотки индуктора;

$q$  — число пазов на полюс и фазу обмотки индуктора, и рассматривая ЦЛИМ с ферромагнитным сердечником,

можем формулу (17) из [1] представить в виде:

$$\tilde{S} = 3 \frac{12}{\pi} f \frac{\mu \tau \cdot 2\pi r n}{\delta \cdot k_{\xi} \cdot k_{\mu}} \cdot \frac{w_1^2 \cdot k_{об}^2}{p} \left\{ \frac{\pi \delta}{\tau} \cdot \frac{\pi r n}{\tau} \left[ I_m \left( \frac{a_{n2}}{a_{n1}} \right)^* + j \operatorname{Re} \left( \frac{a_{n2}}{a_{n1}} \right)^* \right] \right\} I_1^2, \quad (I)$$

где  $\delta$  — расстояние от внутренней поверхности индуктора до внешней поверхности сердечника (толщина немагнитного зазора);

$k_\delta$  и  $k_\mu$  — коэффициенты, учитывающие зубчатость индуктора и насыщение магнитной системы ЦЛИМ, чем в [1] пренебрегалось.

Из уравнения (1) комплексная мощность рабочей полости ЦЛИМ на одну фазу может быть связана комплексным сопротивлением:

$$Z_\delta = r_\delta + jx_\delta = \frac{12f}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau 2\pi r_n}{\delta \cdot k_\delta \cdot k_\mu} \cdot \frac{w_1^2 \cdot k_{\delta 0}^2}{p} (\xi_r + j\xi_x), \quad (2)$$

где

$$r_\delta = \frac{12f}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau 2\pi r_n}{\delta \cdot k_\delta \cdot k_\mu} \cdot \frac{w_1^2 \cdot k_{\delta 0}^2}{p} \cdot \xi_r,$$

$$\xi_r = \frac{\pi \delta}{\tau} \cdot \frac{\pi r_n}{\tau} I_m \left( \frac{a_{n2}}{a_{n1}} \right)^*,$$

$$x_\delta = \frac{12f}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau 2\pi r_n}{\delta \cdot k_\delta \cdot k_\mu} \cdot \frac{w_1^2 \cdot k_{\delta 0}^2}{p} \cdot \xi_x,$$

$$\xi_x = \frac{\pi \delta}{\tau} \cdot \frac{\pi r_n}{\tau} \operatorname{Re} \left( \frac{a_{n2}}{a_{n1}} \right)^*.$$

Множитель  $\frac{12f}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau 2\pi r_n}{\delta \cdot k_\delta \cdot k_\mu} \cdot \frac{w_1^2 \cdot k_{\delta 0}^2}{p}$

в формуле (2), если считать  $2\pi r_n$  шириной индуктора, известен также из теории электрических машин [2] и применяется при расчете плоских индукционных машин [3] как главное собственное индуктивное сопротивление первичной цепи  $x_{r1}$ . Величины  $\xi_r$  и  $\xi_x$  в формуле (2) учитывают цилиндричность машины и параметры вторичной системы.

Обозначая активное сопротивление и индуктивное сопротивление рассеяния обмотки индуктора собственно через  $r_1$  и  $x_{\sigma 1}$  и пренебрегая потерями в стали индуктора, можем мощность ЦЛИМ на одну фазу представить выражением

$$\tilde{S} = r_1 I_1^2 + jx_{\sigma 1} I_1^2 + r_\delta I_1^2 + jx_\delta I_1^2, \quad (3)$$

чему соответствует последовательная схема замещения.

Представляет интерес сравнить полученные соотношения с соответствующими выражениями из теории плоских линейных индукционных машин, это, с точки зрения унифицирования методик расчета ЦЛИМ и ПЛИМ. Так как в ЦЛИМ отсутствует поперечный краевой эффект, сравнение следует провести с плоской бесконечно широкой машиной.

Допустим, как это делается в [3], что магнитная проницаемость сердечника ЦЛИМ бесконечна и немагнитный зазор ЦЛИМ заполнен однородным электропроводящим материалом. Это

приводит ЦЛИМ к частному случаю с  $n = 2$ , для которого можем написать:

$$\xi_r + j\xi_x = j \frac{\pi\delta}{\tau} \cdot \frac{\pi r_2}{\tau} \left[ \frac{Dn_2}{Dn_1} \right] = \quad (4)$$

$$= j \frac{\pi\delta}{\tau} \cdot \frac{\pi r_2}{\tau} \cdot \frac{1}{\lambda_2 r_2} \left[ \frac{I_0(\lambda_2 r_1) K_1(\lambda_2 r_2) + K_0(\lambda_2 r_1) I_1(\lambda_2 r_2)}{-I_0(\lambda_2 r_1) K_0(\lambda_2 r_2) + K_0(\lambda_2 r_1) I_1(\lambda_2 r_2)} \right].$$

Для перехода к плоской машине считаем, что  $r_1$  и  $r_2$  весьма велики. Тогда для функций Бесселя в (4) можно принимать [4]:

$$I(\lambda r) = \frac{e^{\lambda r}}{\sqrt{2\pi\lambda r}} \quad \text{и} \quad K(\lambda r) = \sqrt{\frac{\pi}{2\lambda r}} \cdot e^{-\lambda r}. \quad (5)$$

Индексы при  $I, k, \lambda$  и  $r$  здесь опущены.

С учетом (5) получим для (4)

$$\xi_r + j\xi_x = j \frac{\alpha^2}{\lambda_2^2} \cdot \frac{\lambda_2 \delta}{\text{th} \lambda_2 \delta}. \quad (6)$$

Принимая значение  $\delta$  относительно малым по сравнению с  $\tau$ , как это обычно и бывает, можно предположить

$$\frac{\lambda_2 \delta}{\text{th} \lambda_2 \delta} \approx 1, \quad (7)$$

что приводит уравнение (6) к виду:

$$\xi_r + j\xi_x = j \frac{\alpha^2}{\lambda_2^2}. \quad (8)$$

По [1]

$$\lambda_2^2 = \alpha^2 + j \mu_2 \gamma_2 S_2 \omega = \alpha^2 \left[ 1 + j \frac{\mu_2 \gamma_2 S_2 \omega \tau^2}{\pi^2} \right], \quad (9)$$

и обозначая аналогично [3]

$$\varepsilon = \frac{\mu_2 \gamma_2 S_2 \omega \tau^2}{\pi^2}$$

можем уравнение (8) представить в виде:

$$\xi_r + j\xi_x = j \frac{1}{1 + j\varepsilon} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} + j \frac{1}{1 + \varepsilon^2}. \quad (10)$$

Обозначим аналогично выражению (7-9) в [3]:

$$x_{r1} = \frac{12f}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau 2\alpha}{\delta k_s \cdot k_\mu} \cdot \frac{w_1^2 k_{\delta 0}^2}{p}, \quad (11)$$

где вместо  $2\pi r_n$  положено  $2a$ , обозначающее ширину индуктора. Итак, для  $r_\delta$  в уравнении (2) можем написать:

$$r_\delta = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon^2} x_{r1}. \quad (12)$$

что полностью совпадает с выражением для вносимого активного сопротивления  $r_\delta$  в [3].

Индуктивное сопротивление  $x_\delta$  учитывает суммарное индуктивное сопротивление немагнитного зазора, для которого по [3] получим:

$$x_{\delta} = x_{r1} + x_{\delta} = \left(1 - \frac{\xi^2}{1 + \xi^2}\right) \cdot x_{r1} = \frac{1}{1 + \xi^2} \cdot x_{r1} = \xi_x \cdot x_{r1}, \quad (13)$$

где  $x_{\delta}$  вносимое индуктивное сопротивление по [3].

В результате приведенного можно заключить, что электромагнитный расчет ЦЛИМ может быть проведен, аналогично расчету ПЛИМ, по последовательной схеме замещения и при весьма больших радиальных размерах ЦЛИМ можно применять методику расчета ПЛИМ, пренебрегая при этом поперечным краевым эффектом.

В дальнейшем следует уточнить приемлемую, с точки зрения инженерного расчета ЦЛИМ, границу указанного перехода на более простую методику. Применение, однако, методики расчета ПЛИМ при малых радиальных размерах ЦЛИМ может привести к некоторым погрешностям. В качестве примера рассмотрим режим холостого хода ЦЛИМ с ферромагнитным сердечником с  $\delta = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $\tau = 5 \cdot 10^{-2}$  м,  $r_2 = 2,5 \cdot 10^{-2}$  м и принимаем  $\mu_{сер} = \infty$ . Тогда по [3] получим

$$\xi_r = 0 \text{ и } \xi_x = 0,93,$$

а основываясь на методику расчета ПЛИМ,

$$\xi_r = 0 \text{ и } \xi_x = 1.$$

По [3] коэффициент зазора ЦЛИМ с ферромагнитным сердечником может быть определен по формуле:

$$\text{где } c = \frac{(b_n/\delta)^2}{5 + b_n/\delta}, \quad k_{\delta} = \frac{t_3}{t_3 - c\delta}, \quad (14)$$

$t_3$  - зубцовое деление индуктора;

$b_n$  - ширина открытия паза индуктора.

Здесь имеется в виду ЦЛИМ с односторонней обмоткой.

В теории ПЛИМ зубчатость индуктора (или индукторов) учитывается эквивалентным увеличением зазора  $\delta$  и принимается  $\delta' = \delta \cdot k_{\delta}$  [3]. В случае ЦЛИМ увеличение  $\delta$  привело бы к изменению радиусов рабочей полости и к нарушению геометрических соотношений в машине. По мнению авторов настоящей работы при расчете ЦЛИМ зубчатость индуктора следовало бы учесть эквивалентным уменьшением магнитной проницаемости зазора, т.е. принимать:

$$\mu_k = \frac{\mu_0}{k_{\delta}}, \quad (15)$$

где  $k$  соответствует порядковым номерам зон в немагнитном зазоре ЦЛИМ.

Если, кроме того, учесть и насыщение магнитопровода ЦЛИМ, следовало бы вместо уравнения (I5) принимать

$$\mu_k = \frac{\mu_0}{k_g \cdot k_\mu} \quad (I6)$$

Обмоточный коэффициент для основной гармоники магнитного поля цилиндрического индуктора при трехфазной системе питания может быть определен по формуле:

$$k_{об} = \frac{\sin\left(\frac{\pi b_n}{2\tau}\right)}{\left(\frac{\pi b_n}{2\tau}\right) 2q \sin\left(\frac{\pi}{6q}\right)} \quad (I7)$$

Для проверки вышеизложенной методики был испытан цилиндрический индуктор с ферромагнитным сердечником, выполненным в виде полрой трубы. На внешнюю поверхность трубы было нанесено медное покрытие.

Рассмотренный ЦЛИМ представляет из себя индуктор с 4-слойной вторичной системой. Размеры и данные ЦЛИМ были следующими:

$$\begin{aligned} r_1 &= 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad \gamma_1 = 0, \quad \mu_1 = \mu_0, \\ r_2 &= 1.195 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad \gamma_2 = 6,0 \cdot 10^6 \text{ см/м}, \\ r_3 &= 1.235 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad \gamma_3 = 30,0 \cdot 10^6 \text{ см/м}, \\ r_4 &= 1.250 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad \gamma_4 = 0, \\ \tau &= 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad t_3 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad b_n = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \\ p &= 1, \quad q = 1, \quad w_1 = 270. \end{aligned}$$

Измерялась развиваемая индуктором электромагнитная сила при заторможенной вторичной системе, т.е. для всех зон  $S = I$ , при этом частота питающей сети  $f = 50$  Гц, а система токов в обмотке индуктора была регулирована симметричной. Магнитная проницаемость ферромагнитного материала (2-я зона) принималась равной  $10^3 \mu_0$ . Так как при выбранных режимах эксперимента насыщения магнитопровода не наблюдалось, при расчете принималось  $k_\mu = I$ .

При токе в обмотке индуктора  $I$  А расчетная сила составляет 9,2 Н, экспериментально измерялось 8,8 Н, т.е. в рассмотренном случае расхождение между расчетными и экспериментальными данными не превышает 5%. С учетом влияния высших пространственных гармоник и влияния продольного краевого эффекта можно повысить точность расчета. Так с учетом 5-й и 7-й гармоник линейной токовой нагрузки расчетная сила практически точно совпадает с измеренной.

## Л и т е р а т у р а

1. К ю л ь м Э.Г., С и й м а р В.А. К расчету линейных цилиндрических индукционных машин. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1982, № 539.

2. В о л ь д е к А.И. Электрические машины. М., Энергия, 1966.

3. В о л ь д е к А.И. Индукционные магнетогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. М., Энергия, 1970.

4. Г р е й Э., М е т ь ю з Г.Б. Функции Бесселя и их применение в физике и механике. Изд-во иностр. лит., 1949.

V. Siimar

Electromagnetic Force and Complex Power  
of the Cavity of the Three-Phased Linear  
Cylindrical Induction Machine

### Summary

In the present paper a method of electromagnetic calculation of the parameters of the cavity of a three-phased linear cylindrical induction machine is suggested. Theoretical results have been compared with experimental data.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ВИХРЕВЫХ ПОТЕРЬ В ЭЛЕМЕНТАХ  
МАГНИТОПРОВОДОВ С ПРАВИЛЬНОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНОГО  
СЕЧЕНИЯ

Постановка задачи. При проектировании магнитопроводов электромагнитных устройств переменного тока необходимо методом сравнения возможных технических решений выбрать материалы и геометрические формы элементов магнитопроводов и приблизительно оценить их эксплуатационные характеристики. Использование при этом аналитических методов расчета, основанных на решениях дифференциальных уравнений электромагнитного поля, по мнению авторов настоящей работы, нецелесообразно вследствие их сложности, с одной стороны и, ввиду приближенного характера расчетов, с другой. Поэтому перед настоящей работой была поставлена цель вывести общую формулу для расчета потерь от вихревых токов в призматических элементах магнитопроводов с правильной формой поперечного сечения, работающих в продольном магнитном поле, например, во внутренних сердечниках линейных электрических машин, в сердечниках специализированных дросселей и трансформаторов.

Метод решения задачи. При известном законе распределения магнитной индукции в поперечном сечении магнитопровода потери от вихревых токов могут быть определены методом интегрирования потерь в элементарных контурах вихревых токов.

В источниках [1, 2] вихревые потери в магнитопроводе были определены интегрированием потерь в элементарных контурах вихревых токов в предположении, что магнитная индукция в поперечном сечении магнитопровода была распределена равномерно.

В работе [3] формула для расчета вихревых потерь в полубесконечной среде была получена таким же методом, но в предположении, что магнитная индукция распределена равно-

мерно в пределах глубины проникновения электромагнитной волны  $S$ , определенной зависимостью:

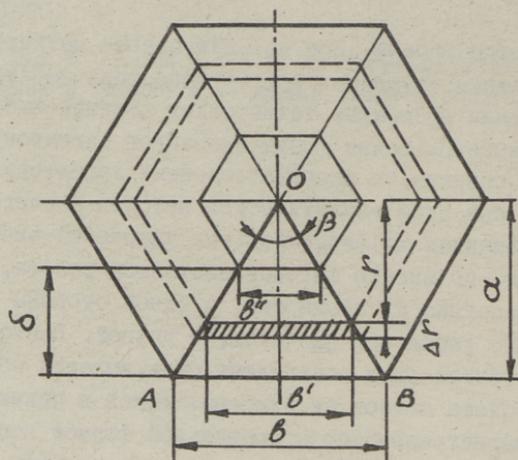
$$S = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu}}, \quad (I)$$

где  $\rho$  — удельное электросопротивление материала;

$\mu$  — абсолютная магнитная проницаемость;

$f$  — частота перемагничивания материала магнитопровода.

За пределами глубины проникновения электромагнитного поля магнитная индукция и вихревые потери принимались равными нулю.



Фиг. 1. Схема поперечного сечения магнитопровода.

В данной работе, как и в работе [3], исходили из предположения, что магнитная индукция распределена равномерно в поверхностном слое магнитопровода, равном толщине глубины проникновения электромагнитной волны в среду магнитопровода  $S$ , но для расчета потерь от вихревых токов была выведена формула для магнитопроводов с правильной формой поперечного сечения. При значении числа сторон поперечного сечения  $n = 3$  оно представляет собой треугольник, а при  $n \rightarrow \infty$  сечение приобретает форму круга. При выборе формулы для расчета вихревых потерь многоугольное поперечное сечение магнитопровода было принято состоящим из  $n$  равнобедренных треугольников, основания  $b$  которых совпали со сторонами многоугольника (см. фиг. 1).

На треугольном элементе поперечного сечения был выделен элемент контура вихревого тока длиной  $b'$  и высотой  $dr$ , отстоящий от центра поперечного сечения на расстоянии  $r$ . Электрическую проводимость всего контура вихревых токов, состоящего из  $n$  таких элементов единичной ширины можно было определить следующей формулой:

$$dg = \frac{dr \ell}{2nr\rho \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}}, \quad (2)$$

где  $\rho$  - удельное электросопротивление материала магнитопровода;

$\ell$  - ширина контура вихревых токов, принято, что  $\ell = 1$ .

Действующее значение э.д.с., индуцируемой на этом контуре, определялось формулой

$$E = n \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} (r^2 - (a - \delta)^2) 4k_{\phi} f B_m, \quad (3)$$

где  $k_{\phi}$  - коэффициент формы кривой магнитной индукции (при минусоидальном законе изменения магнитной индукции  $k_{\phi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$ );

$f$  - частота перемагничивания магнитопровода;

$B_m$  - амплитудное значение магнитной индукции.

Пользуясь формулами (2) и (3), можно определить мощность выделяющуюся в электрическом контуре вихревых токов:

$$dP = E^2 dg = 8n \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} k_{\phi}^2 f^2 B_m^2 [r^2 - (a - \delta)^2] \frac{dr}{\rho}. \quad (4)$$

Интегрированием выражения (4) по  $r$  в пределах от  $a - \delta$  до  $a$  можно получить окончательную формулу для расчета вихревых потерь на участке единичной длины магнитопровода:

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{8n \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} k_{\phi}^2 f^2 B_m^2}{\rho} \int_{a-\delta}^a [r^2 - (a - \delta)^2]^2 \frac{dr}{r} = \\ &= \frac{2n \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} k_{\phi}^2 f^2 B_m^2 a^4}{\rho} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\delta}{a}\right) - \right. \\ &\quad \left. - 4\left(1 - \frac{\delta}{a}\right)^2 \left[1 - \left(1 - \frac{\delta}{a}\right)^2\right] + 4\left(1 - \frac{\delta}{a}\right)^4 \ln \frac{1}{1 - \frac{\delta}{a}} \right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

Для случая, когда вместо  $B_m$  задано амплитудное значение первой гармоники напряженности магнитного поля  $H_{m1}$ , формула (5) была преобразована к виду:

$$P_b = \frac{n \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} a^4 \rho H_{m1}^2}{4\delta^4} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\delta}{a}\right)^4 - \right.$$

$$-4\left(1-\frac{\delta}{a}\right)^2\left[1-\left(1-\frac{\delta}{a}\right)^2\right]+4\left(1-\frac{\delta}{a}\right)^4\ln\frac{1}{1-\frac{\delta}{a}}\}. \quad (6)$$

При этом учитывали формулу (I) и зависимость  $B_m = \mu H_m$ .

С целью приближенной оценки точности приведенной выше формулы (6) она была сравнена с более точной формулой расчета вихревых потерь, выведенной на основе функции Кельвина для случая магнитопровода круглого поперечного сечения.

Приведенную в источниках [3] и [4] формулу для расчета вихревых потерь в магнитопроводе круглого сечения можно было преобразовать к следующему виду:

$$P_b = \pi H_{m1}^2 \rho \frac{z}{16} \times \left[ \frac{8\sqrt{2}}{z^3} \cdot \frac{\text{ber}_1 z (\text{ber} z - \text{bei} z) + \text{bei}_1 z (\text{ber} z + \text{bei} z)}{\text{ber}^2 z + \text{bei}^2 z} \right], \quad (7)$$

где  $\text{ber} z$  и  $\text{bei} z$  — соответственно реальная и мнимая части модифицированной функции Бесселя первого рода нулевого порядка от комплексного аргумента  $\sqrt{j} z$  (т.е. функции Кельвина);

$\text{ber}_1 z$  и  $\text{bei}_1 z$  — соответственно реальная и мнимая части модифицированной функции Бесселя первого рода первого порядка от комплексного аргумента  $\sqrt{j} z$ ,  $z = \frac{\sigma \sqrt{2}}{S}$ .

Формулу (6) для магнитопровода круглого поперечного сечения можно было введением аргумента  $z$  привести к виду:

$$P_b = \pi H_{m1}^2 \rho \frac{z^4}{16} \times \left[ \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{z}\right)^4 \left(3 + 4 \ln \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{z}}\right) - 4\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{z}\right)^2 + 1 \right]. \quad (8)$$

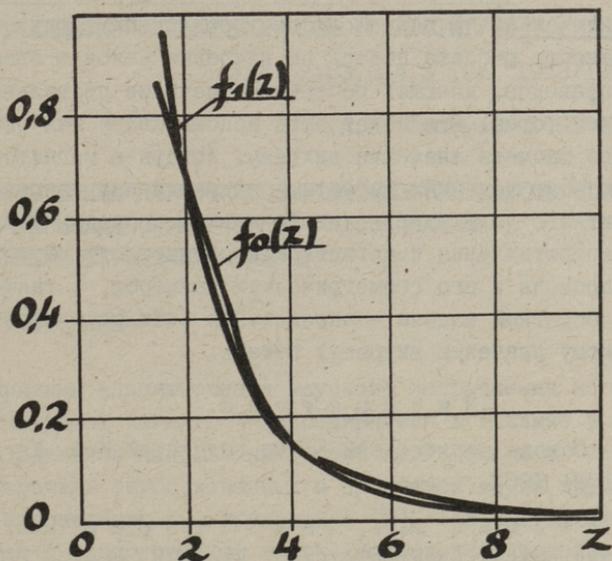
Как видно, выражения (7) и (8) отличаются только функциями аргумента  $z$ , стоящими в квадратных скобках:

$$f_0(z) = \frac{8\sqrt{2}}{z^3} \frac{\text{ber}_1 z (\text{ber} z + \text{bei} z) + \text{bei}_1 z (\text{ber} z - \text{bei} z)}{\text{ber}^2 z + \text{bei}^2 z} \quad (9)$$

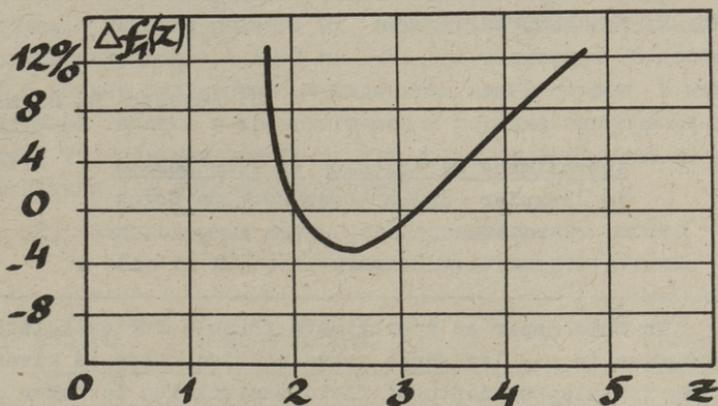
$$f_1(z) = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{z}\right)^4 \left(3 + 4 \ln \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{z}}\right) - 4\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{z}\right)^2 + 1. \quad (10)$$

Значения функции  $f_1(z)$  изменяются от 1 до 0 при изменении  $z$  от  $\sqrt{2}$  до  $\infty$ . При значениях  $z < \sqrt{2}$  функция  $f_1(z)$

неопределенная. Она имеет точку перегиба при  $z = 1,84$ . Графически функции  $f_0(z)$  и  $f_1(z)$  изображены на фиг. 2.



Фиг. 2. Безразмерные функции, учитывающие влияние поверхностного эффекта:  $f_0(z)$  - в точной формуле,  $f_1(z)$  - в приближенной формуле.



Фиг. 3. Относительное отклонение приближенной функции  $f_1(z)$  от точной функции  $f_0(z)$ .

В интервале значений аргумента  $\sqrt{2} \leq z \leq 5$  относительное отклонение функции  $f_1(z)$  от  $f_0(z)$  не превышает 14% (см. фиг. 3).

Заклучение. В данной работе предложена формула для приближенного расчета потерь от вихревых токов в элементах магнитопроводов, имеющих поперечное сечение правильной многоугольной формы. Она может быть использована для ориентировочного расчета значения вихревых потерь в магнитопроводах на основе заданных магнитной индукции или напряженности магнитного поля у поверхности магнитопровода, удельного электросопротивления и магнитной проницаемости материала магнитопровода и его геометрических размеров, а также при решении обратной задачи - определения этих параметров по допустимому значению вихревых потерь.

#### Л и т е р а т у р а

1. Основы электроники / Под редакцией К.А. Круга. М.-Л., ГЭИ, 1952.
2. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники. Часть П. М.-Л., ГЭИ, 1954.
3. Вайнберг А.М. Индукционные плавильные печи. М.-Л., ГЭИ, 1960.
4. Ламмеранер И., Штафль М. Вихревые токи. М.-Л., Энергия, 1967.

U. Randmer, R. Siimar

#### Approximate Calculation of Iron Losses in Regular Shape Cross-section Cores

#### Summary

In this paper an approximate formula for calculating iron losses in regular shape cross-section cores is given. In this formula the depth of field penetration is taken into account.

The formula may be used on early stages of the designing of electro-magnetic apparatus.

Я.К. Лоотус, Ю.Я. Лаугис

РУКОПИСНЫЕ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ ТПИ  
ПО ПРИКЛАДНОЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ И  
ЛИНЕЙНОМУ ЭЛЕКТРОПРИВОДУ

## I. Введение

Причины возникновения научного направления исследований прикладной магнитной гидродинамики в Таллине и историческое развитие направления подробно изложены в источнике [1]. Перечень опубликованных в настоящей серии трудов по этому направлению был приведен в [2]. Так как исследования начались с хоздоговорной научно-исследовательской работы и эта форма работы была решающей и в дальнейших исследованиях, естественным продолжением обзорных статей [1, 2] является перечень и анализ рукописных отчетов исследований. Сюда включены также диссертации, которые характеризуют круг проблем, глубину решения их, важность и жизнеспособность направления. Всего с 1953 по 1983 год заключены 76 договоров с весьма различными учреждениями нашей страны. В нижеприведенной таблице в хронологическом порядке заключения приведены 73 названия договора, три договора выполнены по другим планам, не отраженным в статье.

2. Хоздоговорные научно-исследовательские работы  
в области МГД-установок и линейных двигателей

№ п/п	№ работы	Название работы	Год окон- чания
1	2	3	4
I.		Разработка опытной установки для индукционного литья под давлением	1955

1	2	3	4
2.	I3/I954	Опытно-конструкторские работы по электротехнической части темы "Индукционное литье"	I955
3.	I6/I954	Опытная установка индукционного литья под давлением. Рабочий проект	I956
4.	I2/56	Исследование метода уплотнения отливок и уменьшения расхода жидкого металла по предложению т. Верте Л.А.	
5.	5/59	Исследование, разработка конструкции и испытание опытного образца электромагнитного насоса для дозировки алюминия при литье чушек в изложницы	I96I
6.		Проектирование, изготовление и испытание электромагнитного насоса для транспортировки жидкого магния	I963
7.	265	Разработка индукционных вращателей жидкой стали для установок непрерывной отливки полых заготовок	I965
8.		Разработка лабораторной установки для определения степени износа огнеупорных материалов в условиях динамического воздействия жидких металлов	I964
9.	3I7	Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла	I964
I0.	428	Разработка специального двухконтурного индукционного насоса	

I	2	3	4
II.	432	Исследование электромагнитного отеснителя жидкого металла у стыка огнеупора с кристаллизатором	1964
I2.	507	Исследование индукционных отеснителей жидкой стали	1965
I3.	I96/544	Промышленное испытание и внедрение электромагнитного насоса ЭМН-7 для разлики магния в конвейере	1966
I4.	550	Исследование гидродинамических процессов во вторичной системе индукционных вращателей	1965
I5.	555	Создание цилиндрического электромагнитного насоса для дозирования жидкометаллического сплава в машины литья под давлением	1967
I6.	9-03/34	Теоретическое и экспериментальное исследование индукционных машин с использованием жидкого металла во вторичной системе	1966
I7.	602	Разработка индукционных насосов для металла с высокой температурой плавления (индукционный сепаратор ИС-1)	1967
I8.	604	Разработка эскизного проекта стенда для испытания жидкометаллических расходомеров	1966
I9.	635	Исследование новых методов измерения расхода жидкостей на электромагнитном принципе	1969
20.	667	Разработка магнитной системы электромагнитного расходомера, обеспечивающей показание, не зависящее от распределения скорости	1968
21.	701	Разработка и исследование цилиндрического индукционного насоса сколь-	1968

1	2	3	4
		зямим индуктором для автоматизации подачи магния на литейный конвейер	
22.	748	Разработка макета электромагнитного перемешивателя расплава полупроводниковых материалов	1968
23.	784	Разработка и внедрение нового типа электромагнитного насоса для разлива магния на литейном конвейере	1969
24.	801	Исследование и разработка проектного задания на транспортировку жидкого магния электромагнитным путем по трубам из пеха электролиза в электролитный цех	1970
25.	806	Разработка магнитных систем электромагнитных расходомеров	1969
26.	812	Изготовление и поставка индукционных насосов для разлива магния на Калушском химико-металлургическом комбинате	1970
27.	869	Изготовление и испытание индукционного сепаратора ИС-1	1969
28.	873	Исследование и разработка специального МГД-устройства для создания потока жидкого металла при высоких температурах	1970
29.	881	Наладка, пуск и пробная эксплуатация индукционных насосов при разливе магния на Калушском химико-металлургическом комбинате	1971
30.	906	Разработка методики расчета магнитофугального двигателя для погружного электроударника	1971
31.	912	Исследование, разработка и внедрение МГД-устройств в производстве	1970

1	2	3	4
		магния на Усть-Каменогорском титано-магниевом комбинате	
32.	928	Изготовление тиристорных регуляторов напряжения для МГД-устройств	1970
33.	967	Оказание технической помощи заводу по внедрению в производство электромагнитных расходомеров малых диаметров	1969
34.	020	Разработка датчиков электромагнитных расходомеров повышенной точности	1972
35.	030	Конструирование, изготовление и испытание индукционного сепаратора для магния	1971
36.	058	Исследование материалов канала для перекачки жидкого алюминия на экспериментальном стенде	1972
37.	СКБ-101	Изготовление и исследование тиристорных регуляторов напряжения для магнитодинамического насоса	1972
38.	III	Разработка и исследование системы автоматического регулирования уровня жидкого металла	1972
39.	I35	Исследование переходящих процессов в магнитофугальном двигателе электроударника при работе его с автоматической станцией управления	1972
40.	I43/38	Перспективы применения магнитогидродинамических устройств в свинцовоцинковой и медной промышленности Казахской ССР	1972
41.	I06	Разработка МГД-привода для перекачки церийсодержащих сплавов	1974

I	2	3	4
42.	107	Разработка, исследование и внедрение тиристорного МГД-привода для транспорта магния	1973
43.	156	Разработка МГД-привода для установки изготовления кабелей с жилами из натрия	1973
44.	194	Проектирование МГД-затворов для установки непрерывной вулканизации длинномерных резино-технических изделий под давлением	1974
45.	205	Разработка, исследование и изготовление МГД-привода для транспорта свинца	1973
46.	226	Расчет и создание специального магнитогидродинамического устройства с винтовым каналом для обеспечения потока жидкого металла при 1100 °С	1973
47.	229	Исследование индукционного сепаратора ИС-3	1974
48.	265	Разработка и внедрение МГД-привода для транспортировки магниевого сплава из печи в формы при заливке крупногабаритных деталей	1976
49.	274	Теоретическое и экспериментальное исследование основных узлов жидкометаллического кристаллизатора	1973
50.	275	Разработка и изготовление универсального тиристорного преобразователя частоты	1975
51.	329/455	Разработка и изготовление устройства для раздробления струи жидкой стали	1976

1	2	3	4
52.	332	Разработка преобразователей расхода (ЭИР) электромагнитных расходомеров повышенной точности	1975
53.	344	Исследование, разработка и изготовление специальных МГД-устройств	1975
54.	336	Разработка комплексно-автоматизированной системы групповой отливки слитков из алюминиевых сплавов	1974
55.	373 с доп. № 1	Разработка и конструирование линейных индукционных насосов для перекачивания расплавленного висмута и сплава свинец-висмут	1977
56.	304	Исследование работы магнитофугального двигателя и станции управления опытной буровой установки	1974
57.	406	Разработка и изготовление преобразователей количества струи жидкого металла	1974
58.	419	Разработка и изготовление тиристорных регуляторов напряжения	1976
59.	437	Разработка линейных двигателей переменного тока с усилием 2000 Н	1975
60.	443	Разработка и исследование автоматизированного МГД-привода для непрерывного дозирования алюминиевых сплавов	1975
61.	444	Пробная эксплуатация магнитогиродинамического привода для перекачки церийсодержащих сплавов	1976
62.	467	Разработка и исследование элементов для системы управления кондукционного МГД-привода парового клапана	1976

1	2	3	4
63.	552	Разработка, исследование и внедрение линейного электропривода на поворотном столе установки бесковшового многопозиционного магниевого сплава	1976
64.	64I	Исследование и разработка преобразователей расхода для расходомеров по программе "Интерэталонприбор"	1978
65.	703 а и б	Разработка и исследование индукционных перемешивателей расплава полупроводниковых материалов "ГИРЕДМЕТ"	1982
66.	84I	Исследование и разработка преобразователей расхода (МГДПР) для электромагнитных расходомеров повышенной точности (часть II)	1982
67.	B-107	Поворотный стол с линейным электроприводом в двух модификациях	1982
68.	I47	Автоматическая стабилизация подачи МГД-привода в замкнутом высокотемпературном жидкометаллическом контуре	1982
69.	202	Исследование и разработка МГД-устройств для воздействия на процесс выращивания монокристаллов по методу Чохральского	1985
70.	207	Исследование, разработка и внедрение МГД-устройств и линейных электроприводов для механизации и автоматизации технологических процессов	1986
71.	B-209	Поворотный стол с программным управлением линейного электропривода для рентгеноконтроля сварных швов электроннолучевой сварки в двух экземплярах	1983

I	2	3	4
72.	232	Исследование возможностей применения МГД-техники и специальных электродвигателей в робототехнике	1984
73.	3II	Исследование и разработка первичных преобразователей для электромагнитных расходомеров средних диаметров стандартной и низкой частоты	1985

А. Регистр работ по типу МГД-двигателей

Обзоры: 39, 58, 69, 71.

Линейные плоские двигатели с двухсторонним индуктором: I-6, 8-10, 13, 23, 24, 26, 29, 31, 36, 41, 44, 48, 50, 58, 61, 68.

Линейные цилиндрические двигатели: 15, 17, 21, 26, 27, 29, 30, 31, 35, 39, 42, 45, 47, 48, 56.

Индукционные желоба и линейные двигатели с односторонним индуктором: 9, 63, 67, 71.

Индукционные МГД-машины с винтовым каналом: 16, 28, 41, 43, 46, 53, 55.

Индукционные вращатели и перемешиватели: 7, 14, 22, 49, 65, 69.

Расходомеры: 19-20, 25, 33, 34, 52, 57, 64, 66, 73.

Прочие МГД-машины: II, 12, 32, 37, 38, 51, 54, 60, 62.

Б. Регистр работ по перекачиваемому металлу

Обзоры: 40, 72.

Чугун: I, 2, 3.

Сталь: 4, 7, 9, 11, 12, 14, 49, 50, 51.

Алюминий и его сплавы: 5, 15, 32, 36, 37, 38, 54, 58, 60.

Магний и его сплавы: 6, 8, 13, 17, 21, 23, 24, 26, 27, 29, 31, 35, 42, 47, 48.

Натрий, калий, литий: 10, 16, 28, 43, 46, 53, 57, 62, 68.

Медь, свинец, цинк, висмут: 40, 44, 45, 49, 55.

Церийсодержащие сплавы: 41, 61.

Кремний и другие полупроводниковые материалы: 22, 65, 69.

Электролиты: 18-20, 25, 33, 34, 52, 64, 66, 73.

Твердая вторичная система (линейные двигатели): 30, 39, 56, 59, 63, 67, 70-72.

3. Диссертации по МГД-средствам перемещения жидких металлов и МГД-приводе, защищенные аспирантами и сотрудниками ТПИ

№ п/п	Соискатель	Руководитель	Тема	Место защиты	Время защиты
1	2	3	4	5	6

А. Докторские диссертации

1.	Тийсмус Х.А.	-	Автоматизированный линейный магнетогидродинамический (МГД) электропривод (Теория, разработка и внедрение)	ЛЭТИ	1977
----	--------------	---	---	------	------

Б. Кандидатские диссертации

1.	Межбурд В.И. заочн.аспир.	Янес Х.И.	Особенности электромагнитных процессов в электромагнитных насосах постоянного тока с винтовым каналом	ТПИ	1965
2.	Веске Т.А. аспир.	Янес Х.И.	Электромагнитные процессы в немагнитном зазоре линейных индукционных насосов и желобов	ТПИ	1965
3.	Валласте Э.В. ст. преп. голичн.аспир.	Янес Х.И.	Исследование первичного магнитного поля и параметров обмоток плоских линейных односторонних индукторов и индукционных желобов	ТПИ	1966
4.	Партс И.Р. ассистент		Теоретическое и экспериментальное исследование индукционных машин с использованием жидкого металла во вторичной системе	МЭИ	1967

1	2	3	4	5	6
5.	Кескюла В.Ф. ст. преп.		Исследование электромагнитных процессов в индукционных вращателях жидкого металла	ТПИ	1967
6.	Лаугис Ю.Я. ст. преп. заочн.аспир.	Тийсмус Х.А.	Исследование системы автоматического регулирования магнито-гидродинамического (МГД-)привода	ЛЭТИ	1970
7.	Кюльм Э.Г. аспир.	Янес Х.И.	Электромагнитные процессы в линейных цилиндрических индукционных машинах	ЛПИ	1970
8.	Ветохин В.И. аспир.	Янес Х.И.	Исследование магнитного поля в немагнитном зазоре и ярме моделей индукционных машин с разомкнутым магнитопроводом	Институт электротехники АН УССР	1971
9.	Валдур Л.В. аспир.	Янес Х.И.	Определение электромагнитного поля и развиваемой силы плоского линейного двухстороннего индуктора на моделях с периодическими одно- и двухмерными чередованиями индукторов	ЛПИ	1971
10.	Тезару В.А. заочн. аспирант.	Самолевский Г.К.	Теоретическое и экспериментальное исследование индукционных насосов с винтовым каналом	ЛПИ	1971
11.	Конт А.В. аспир.	Янес Х.И.	Электромагнитная несимметрия плоских линейных индукционных МГД машин	ЛПИ	1971
12.	Ранну Л.Х. ст. преп. заочн.аспир.	Вольдек А.И.	Исследование индукторов линейных индукционных машин с плоскими обмотками	ЛПИ	1971

1	2	3	4	5	6
13.	Лоотус Я.К. ст. преп. заочн. аспиp.	Тийсмус Х.А.	Исследование режимов противовключения магнито-гидродинамического привода	ЛПИ	1971
14.	Сиймар В.А. аспир.	Янес Х.И.	Оптимизация линейных цилиндрических индукционных машин без внутренних сердечников	ЛПИ	1974
15.	Ирс Р.Р. аспир.	Тийсмус Х.А.	Исследование частотно-управляемого линейного индукционного магнито-гидродинамического привода	ЛЭТИ	1974
16.	Лойгом В.В. ст. преп. годин. аспиp.	Тийсмус Х.А.	Разработка и исследование металлургического линейного индукционного магнито-гидродинамического привода	ЛЭТИ	1975
17.	Лехтла Т.В. аспир.	Тийсмус Х.А.	Исследование магнито-гидродинамического (МГД-) привода в дозаторном режиме	ОПИ	1976
18.	Саккос Х.А. ассистент аспир.	Тийсмус Х.А.	Исследование установившихся и динамических режимов работы автоматизированного МГД-привода	БПИ	1976
19.	Тэеметс Р.А. аспир.	Тийсмус Х.А.	Разработка и исследование двух-целевого линейного электропривода	ВНИИ Элек- тро- привод	1980

## Л и т е р а т у р а

1. Т и й с м у с Х.А. Становление научного направления исследований прикладной магнитной гидродинамики в Таллине. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1980, № 500, с. 3-15.

2. Л о о т у с Я.К., Л а й к м а а Э.Х. 20 лет сборника Трудов ТПИ по исследованию и проектированию индукционных МГД-машин. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1982, № 539, с. 3-23.

J. Lootus, J. Laugis

Forschungen des Polytechnischen Instituts Tallinn  
zur magnetischen Hydrodynamik und elektrischen  
Linearantrieben

Zusammenfassung

Es wird eine Übersicht über die typographisch nicht vielfältige Forschungsberichte und Dissertationen auf dem erwähnten Gebiete vorgestellt. Die Übersicht erfaßt eine Zeitspanne vom Entstehen dieser Forschungsrichtung im PI Tallinn (1953) bis zum Jahre 1983.

## С о д е р ж а н и е

1.	Лойгом В.В., Оорн А.Ф. Классификация и анализ литейных установок с МГД-двигателями.....	3
2.	Арусоо А.К., Лойгом В.В., Саккос Х.А., Оорн Х.Ф. Система автоматической стабилизации подачи МГД-привода.....	13
3.	Каск Р.Б., Саккос Х.А. Самозапускающийся МГД-привод.....	23
4.	Каск Р.Б., Тээметс Р.А. Основные закономерности самозапускающегося МГД-привода.....	31
5.	Кескола В.Ф., Петров Г.Н. Магнитное поле трехфазного нагревателя с учетом краевых эффектов.	41
6.	Кескола В.Ф., Петров Г.Н. Электромагнитные процессы в расплаве с ТНС.....	51
7.	Веске Т.А. О распределении электромагнитного поля в немагнитном зазоре кондукционного насоса переменного тока.....	61
8.	Сиймар В.А. Электромагнитная сила и комплексная мощность рабочей полости трехфазной линейной цилиндрической машины (ЦЛИМ).....	67
9.	Рандмер У.Ю., Сиймар Р.А. Приближенный расчет вихревых потерь в элементах магнитопроводов с правильной формой поперечного сечения.....	73
10.	Лоотус Я.К., Лаугис Ю.Я. Рукописные научно-исследовательские работы ТПИ по прикладной магнитной гидродинамике и линейному электроприводу.....	79





EESTI AKADEEMILINE RAAMATUKOGU



1 0200 00089805 0

Цена 70 коп.