

А. А. СУМБАК

**РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК
С УЧЕТОМ ЖЕСТКОСТЕЙ КРУЧЕНИЯ И
ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ИЗГИБА БОРТОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

А. А. СУМБАК

**РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК
С УЧЕТОМ ЖЕСТКОСТЕЙ КРУЧЕНИЯ И
ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ИЗГИБА БОРТОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**



77

ВВЕДЕНИЕ

Общепризнанное при расчете цилиндрических оболочек упрощение, т. е. пренебрежение жесткостью кручения и жесткостью горизонтального изгиба бортовых элементов не оправдывается при отдельностоящих оболочках и в краевых панелях многоволновых оболочек, и может дать неправильное представление об усилиях и перемещениях. Вышеизложенное имеет особое значение при предварительно напряженных оболочках, так как в этом случае обычно предотвращено возникновение трещин в бортовых элементах, вследствие чего жесткость бортовых элементов предварительно напряженных оболочек значительно больше по сравнению с оболочками без предварительного напряжения.

В настоящей статье изложен метод расчета, учитывающий жесткость кручения и жесткость горизонтального изгиба бортовых элементов, который может использоваться при расчете предварительно напряженных оболочек, а также при оболочках без предварительного напряжения.

При разработке метода была использована изложенная В. В. Новожиловым [1] методика расчета оболочек без предварительного напряжения, не учитывающая жесткости кручения и жесткости горизонтального изгиба бортовых элементов.

1. ОСНОВЫ РАСЧЕТА

Рассматривается цилиндрическая оболочка с бортовыми элементами и торцевыми диафрагмами (рис. 1). Арматура, расположенная в бортовых элементах, может быть предварительно напряжена или без предварительного напряжения.

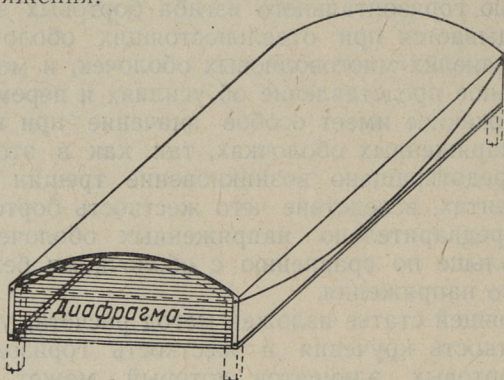


Рис. 1

Соответственно обозначениям, приведенным на рис. 2, усилия и перемещения оболочки могут быть выражены формулами (1), изложенными В. В. Новожиловым [1].

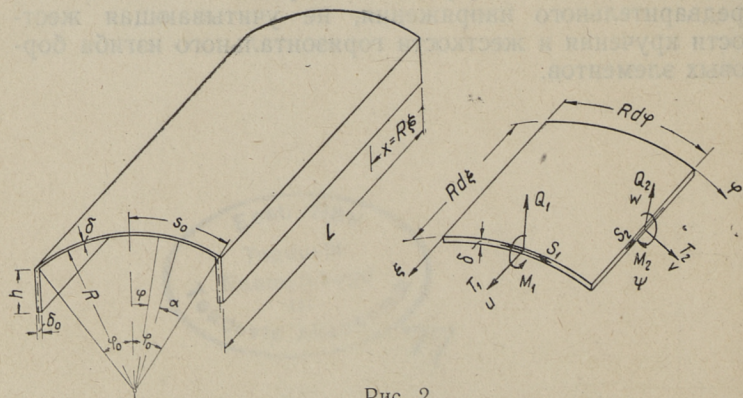


Рис. 2

$$\begin{aligned}
T_{1,m} &= -\frac{E\delta\lambda_m^2}{R\gamma_m^2} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{4}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} - \frac{\pi}{4}) \right] + T_{1,m}^*, \\
T_{2,m} &= -\frac{E\delta\lambda_m^4}{R\gamma_m^4} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \sin(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \sin(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m}) \right] + T_{2,m}^*, \\
S_m &= -\frac{E\delta\lambda_m^3}{R\gamma_m^3} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \sin(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} - \frac{\pi}{8}) + B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} + \frac{\pi}{8}) \right] + S_m^*, \\
Q_{2,m} &= -\frac{E\delta\lambda_m^3}{4Rb^4} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \sin(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{8}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} - \frac{\pi}{8}) \right], \\
M_{2,m} &= -\frac{E\delta\gamma_m^2}{4b^4} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} - \frac{\pi}{4}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} + \frac{\pi}{4}) \right], \\
U_m &= \frac{\lambda_m}{\gamma_m^2} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{4}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} - \frac{\pi}{4}) \right] + U_m^*, \\
V_m &= -\frac{1}{\gamma_m} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{8}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \sin(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} - \frac{\pi}{8}) \right] + V_m^*, \\
W_m &= B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m}) + B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m}) + W_m^*, \\
\psi &= -\frac{\gamma_m}{R\lambda} \left[B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} - \frac{\pi}{8}) + B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \sin(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} + \frac{\pi}{8}) \right] + \psi_m^*,
\end{aligned} \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned}
\lambda_m &= (2m-1) \frac{\pi R}{L}, \quad (m=1; 2; 3; \dots), \\
4b^4 &= 12(1-\mu^2) \frac{R^2}{\delta^2}, \\
\gamma_m &= \sqrt[4]{2} \sqrt{b\lambda_m},
\end{aligned} \tag{2}$$

$$c_{1,m} = d_{2,m} = \sqrt{\frac{b\lambda_m}{2}} \sqrt{\sqrt{2} + 1} = \gamma_m \cos \frac{\pi}{8},$$

$$c_{2,m} = d_{1,m} = \sqrt{\frac{b\lambda_m}{2}} \sqrt{\sqrt{2} - 1} = \gamma_m \sin \frac{\pi}{8}.$$

$B_{1,m}$, $B_{2,m}$, $\beta_{1,m}$, $\beta_{2,m}$ — постоянные, определяемые из двух систем уравнений. Звездочкой обозначены усилия и перемещения начальной задачи (обычно определяемые по безмоментной теории).

Для определения коэффициентов интегрирования и жесткости края оболочек используем таблицы 1 и 2, изложенные В. В. Новожиловым [1].

Таблица 1

	$u_m = 1$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 1$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$B_{1,m} \cos \beta_{1,m}$	0,00	-0,924 γ_m	-0,707	$-\frac{0,924}{\gamma_m}$	$D_{1,m}$
$B_{1,m} \sin \beta_{1,m}$	$-2,41 \frac{\gamma_m^2}{\lambda_m}$	-4,08 γ_m	-4,12	$-\frac{2,32}{\gamma_m}$	$D_{2,m}$
$B_{2,m} \cos \beta_{2,m}$	0,00	0,924 γ_m	1,707	$\frac{0,924}{\gamma_m}$	$D_{3,m}$
$B_{2,m} \sin \beta_{2,m}$	$\frac{\gamma_m^2}{\lambda_m}$	2,23 γ_m	1,707	$\frac{0,383}{\gamma_m}$	$D_{4,m}$

В таблице 1

$$D_{1,m} = 0,924 \gamma_m v_m^* + 0,707 w_m^* + \frac{0,924}{\gamma_m} R\psi_m^*,$$

$$D_{2,m} = 2,41 \frac{\gamma_m^2}{\lambda_m} u_m^* + 4,08 \gamma_m v_m^* + 4,12 w_m^* + \frac{2,32}{\gamma_m} R\psi_m^*,$$

$$D_{3,m} = -0,924 \gamma_m v_m^* - 1,707 w_m^* - \frac{0,924}{\gamma_m} R\psi_m^*,$$

$$D_{4,m} = -\frac{\gamma_m^2}{\lambda_m} u_m^* - 2,23 \gamma_m v_m^* - 1,707 w_m^* - \frac{0,383}{\gamma_m} R\psi_m^*.$$

(3)

Таблица 2

	$u_m = 1$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 1$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$\frac{R}{E\delta} S_m$	$a_1 \frac{\lambda_m^2}{\gamma_m}$	$a_2 \frac{\lambda_m^3}{\gamma_m^2}$	$a_1 \frac{\lambda_m^3}{\gamma_m^3}$	$\frac{\lambda_m^3}{\gamma_m^4}$	$A_{1,m}$
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	$a_2 \frac{\lambda_m^3}{\gamma_m^2}$	$a_3 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^3}$	$a_4 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^4}$	$a_1 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^5}$	$A_{2,m}$
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	$a_1 \frac{\lambda_m^3}{\gamma_m^3}$	$a_4 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^4}$	$a_3 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^5}$	$a_2 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^6}$	$A_{3,m}$
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	$\frac{\lambda_m^3}{\gamma_m^4}$	$a_1 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^5}$	$a_2 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^6}$	$a_1 \frac{\lambda_m^4}{\gamma_m^7}$	$A_{4,m}$

В таблице 2

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\sin \frac{\pi}{8}} \approx 2,613, & a_3 &= \frac{1}{(\sqrt{2}-1)\sin \frac{\pi}{8}} \approx 6,308, \\ a_2 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \approx 3,414, & a_4 &= \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \approx 5,829. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{R}{E\delta} S_m = -u_m^* a_1 \frac{\lambda_m^2}{v_m} - v_m^* a_2 \frac{\lambda_m^3}{v_m^2} - w_m^* a_1 \frac{\lambda_m^3}{v_m^3} - R \psi_m^* \frac{\lambda_m^3}{v_m^4} + \frac{R}{E\delta} S_m^* = A_{1,m},$$

$$\frac{R}{E\delta} T_{2,m} = -u_m^* a_2 \frac{\lambda_m^3}{v_m^2} - v_m^* a_3 \frac{\lambda_m^4}{v_m^3} - w_m^* a_4 \frac{\lambda_m^4}{v_m^4} - R \psi_m^* a_1 \frac{\lambda_m^4}{v_m^5} + \frac{R}{E\delta} T_{2,m}^* = A_{2,m}, \quad (5)$$

$$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m} = -u_m^* a_1 \frac{\lambda_m^3}{v_m^3} - v_m^* a_4 \frac{\lambda_m^4}{v_m^4} - w_m^* a_3 \frac{\lambda_m^4}{v_m^5} - R \psi_m^* a_2 \frac{\lambda_m^4}{v_m^6} = A_{3,m},$$

$$\frac{1}{E\delta} M_{2,m} = -u_m^* \frac{\lambda_m^3}{v_m^4} - v_m^* a_1 \frac{\lambda_m^4}{v_m^5} - w_m^* a_2 \frac{\lambda_m^4}{v_m^6} - R \psi_m^* a_1 \frac{\lambda_m^4}{v_m^7} = A_{4,m},$$

Для учета влияния бортовых элементов составим таблицу 3, в которой учитываются также жесткость кручения, жесткость горизонтального изгиба и предварительное напряжение. Бортовой элемент рассматривается как балка (рис. 3), нагруженная усилиями и моментом кручения влияющими на контактной линии, предполагая, что балка из однородного, следующего закону Гука, материала.

Используя уравнение упругой линии, известное из сопротивления материалов,

$$\frac{d^4}{dx^4}(EJy) = \frac{d^3}{dx^3}(EJ\varphi) = \frac{d^2}{dx^2}M(x) = \frac{d}{dx}Q(x) = q(x) \quad (6)$$

и закон Гука, приведем нагрузки, влияющие на контактной линии, к компонентам (7), приложенным в центре тяжести бортового элемента (рис. 3):

$$\begin{aligned} q_{v,m} &= (-T_{2,m} \sin \varphi_0 + Q_{2,m} \cos \varphi_0 - S_m \frac{\lambda_m}{R} e_v) \sin \lambda_m \xi, \\ q_{h,m} &= (T_{2,m} \cos \varphi_0 + Q_{2,m} \sin \varphi_0 + S_m \frac{\lambda_m}{R} e_h) \sin \lambda_m \xi, \end{aligned} \quad (7)$$

$$M_{t,m} = [T_{2,m}(e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0) + Q_{2,m}(e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0) + M_{2,m}] \sin \lambda_m \xi,$$

$$Z_m = S_m \frac{R}{\lambda_m} \sin \lambda_m \xi.$$

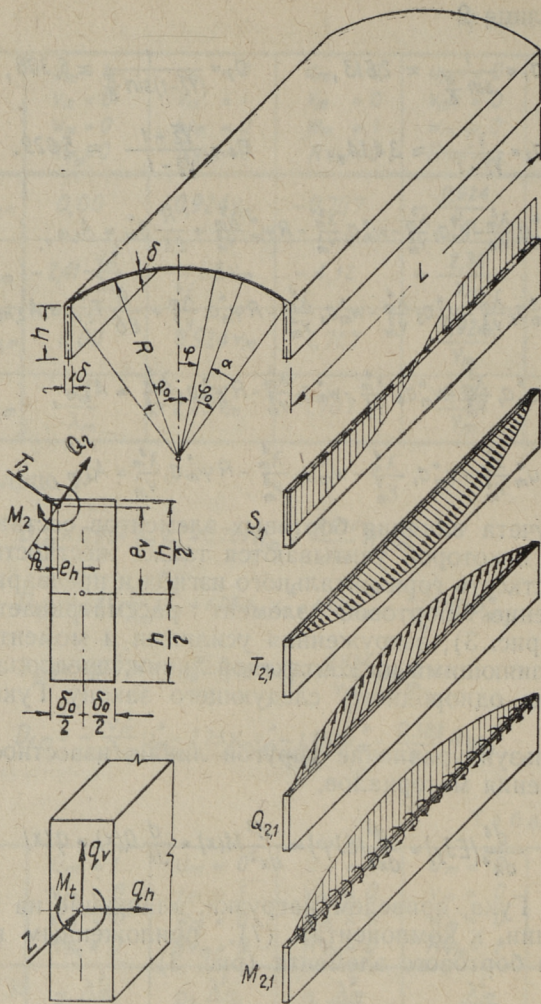


Рис. 3

При выведении формул (7) и также в дальнейшем пренебрегаем, ввиду его незначительности, влиянием компонентов нормального усилия, возникающего кручением.

Используя закон Гука и формулы (6) и (7), определим перемещения контактной линии бортового элемента, вызываемые влияющими нагрузками (рис. 3). Получим:

$$u_m = \frac{R^3}{E\lambda_m^3} \left[T_{2,m} \left(\frac{e_v}{J_v} \sin \varphi_0 + \frac{e_h}{J_h} \cos \varphi_0 \right) + Q_{2,m} \left(\frac{e_h}{J_h} \sin \varphi_0 - \frac{e_v}{J_v} \cos \varphi_0 \right) + S_m \frac{\lambda_m}{R} \left(\frac{e_v^2}{J_v} + \frac{e_h^2}{J_h} + \frac{1}{2R} \right) \right],$$

$$v_m = \frac{R^3}{\lambda_m^3} \left\{ T_{2,m} \left[\frac{\lambda_m}{RGJ_t} (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0)^2 + \frac{R}{E\lambda_m} \left(\frac{1}{J_h} \cos^2 \varphi_0 + \frac{1}{J_v} \sin^2 \varphi_0 \right) \right] + Q_{2,m} \left[\frac{\lambda_m}{RGJ_t} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0) (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0) + \frac{R}{2E\lambda_m} \left(\frac{1}{J_h} - \frac{1}{J_v} \right) \cdot \sin 2\varphi_0 \right] + S_m \frac{1}{E} \left(\frac{e_v}{J_v} \sin \varphi_0 + \frac{e_h}{J_h} \cos \varphi_0 \right) + M_{2,m} \frac{\lambda_m}{RGJ_t} (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0) \right\},$$

$$w_m = \frac{R^3}{\lambda_m^3} \left\{ T_{2,m} \left[\frac{\lambda_m}{RGJ_t} (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0) (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0) + \frac{R}{2E\lambda_m} \left(\frac{1}{J_h} - \frac{1}{J_v} \right) \sin 2\varphi_0 \right] + Q_{2,m} \left[\frac{\lambda_m}{RGJ_t} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0)^2 + \frac{R}{E\lambda_m} \left(\frac{1}{J_v} \cos^2 \varphi_0 + \frac{1}{J_h} \sin^2 \varphi_0 \right) \right] + S_m \frac{1}{E} \left(\frac{e_h}{J_h} \sin \varphi_0 - \frac{e_v}{J_v} \cos \varphi_0 \right) + M_{2,m} \frac{\lambda_m}{RGJ_t} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0) \right\},$$

$$R\psi_m = \frac{R^2}{GJ_t \lambda_m^2} \left[T_{2,m} (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0) + Q_{2,m} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0) + M_{2,m} \right],$$

(8)

где EJ_v , EJ_h и GJ_t обозначают соответственно жесткости вертикального и горизонтального изгиба и жесткость кручения бортового элемента.

Из формул (8) составим симметричную относительно главной диагонали систему уравнений:

$$a_{11}S_m + a_{12}T_{2,m} + a_{13}Q_{2,m} + a_{14}M_{2,m} = U_m,$$

$$a_{21}S_m + a_{22}T_{2,m} + a_{23}Q_{2,m} + a_{24}M_{2,m} = V_m,$$

$$a_{31}S_m + a_{32}T_{2,m} + a_{33}Q_{2,m} + a_{34}M_{2,m} = W_m,$$

$$a_{41}S_m + a_{42}T_{2,m} + a_{43}Q_{2,m} + a_{44}M_{2,m} = R\psi_m,$$

(9)

где

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{R^2}{E\lambda_m^2} \left(\frac{e_v^2}{J_v} + \frac{e_h^2}{J_h} + \frac{1}{5\sigma^2} \right), \\
a_{12} = a_{21} &= \frac{R^3}{E\lambda_m^3} \left(\frac{e_v}{J_v} \sin \varphi_0 + \frac{e_h}{J_h} \cos \varphi_0 \right), \\
a_{13} = a_{31} &= \frac{R^3}{E\lambda_m^3} \left(\frac{e_h}{J_h} \sin \varphi_0 - \frac{e_v}{J_v} \cos \varphi_0 \right), \\
a_{14} = a_{41} &= 0, \\
a_{22} &= \frac{R^2}{GJ_t \lambda_m^2} (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0)^2 + \frac{R^4}{E\lambda_m^4} \left(\frac{1}{J_h} \cos^2 \varphi_0 + \frac{1}{J_v} \sin^2 \varphi_0 \right), \\
a_{23} = a_{32} &= \frac{R^2}{GJ_t \lambda_m^2} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0)(e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0) + \\
&\quad + \frac{R^4}{2E\lambda_m^4} \left(\frac{1}{J_h} - \frac{1}{J_v} \right) \sin 2\varphi_0, \\
a_{24} = a_{42} &= \frac{R^2}{GJ_t \lambda_m^2} (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0), \\
a_{33} &= \frac{R^2}{GJ_t \lambda_m^2} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0)^2 + \frac{R^4}{E\lambda_m^4} \left(\frac{1}{J_v} \cos^2 \varphi_0 - \frac{1}{J_h} \sin^2 \varphi_0 \right), \\
a_{34} = a_{43} &= \frac{R^2}{GJ_t \lambda_m^2} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0), \\
a_{44} &= \frac{R^2}{GJ_t \lambda_m^2}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Решая систему уравнений относительно каждого отдельного единичного перемещения (11)

$$\begin{aligned}
1) \quad & u_m = 1; \quad v_m = 0; \quad w_m = 0; \quad R\psi_m = 0, \\
2) \quad & u_m = 0; \quad v_m = 1; \quad w_m = 0; \quad R\psi_m = 0, \\
3) \quad & u_m = 0; \quad v_m = 0; \quad w_m = 1; \quad R\psi_m = 0, \\
4) \quad & u_m = 0; \quad v_m = 0; \quad w_m = 0; \quad R\psi_m = 1,
\end{aligned} \tag{11}$$

получим величины четырех первых столбцов таблицы жесткостей бортового элемента (табл. 3)

	$U_m = 1$ $V_m = 0$ $W_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$U_m = 0$ $V_m = 1$ $W_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$U_m = 0$ $V_m = 0$ $W_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$U_m = 0$ $V_m = 0$ $W_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$U_m = 0$ $V_m = 0$ $W_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$\frac{R}{E\delta} S_m$	$f_{1,m}$	$f_{2,m}$	$f_{3,m}$	$f_{4,m}$	$F_{1,m} + F'_{1,m}$
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	$f_{2,m}$	$f_{5,m}$	$f_{6,m}$	$f_{7,m}$	$F_{2,m} + F'_{2,m}$
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	$f_{3,m}$	$f_{6,m}$	$f_{8,m}$	$f_{9,m}$	$F_{3,m} + F'_{3,m}$
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	$f_{4,m}$	$f_{7,m}$	$f_{9,m}$	$f_{10,m}$	$F_{4,m} + F'_{4,m}$

В таблице 3

$$f_{1,m} = \frac{\Omega \lambda_m^2}{R\delta},$$

$$f_{2,m} = -\frac{\Omega \lambda_m^3}{R^2\delta} (e_v \sin \varphi_0 + e_h \cos \varphi_0),$$

$$f_{3,m} = \frac{\Omega \lambda_m^3}{R^2\delta} (e_v \cos \varphi_0 - e_h \sin \varphi_0),$$

$$f_{4,m} = 0,$$

$$f_{5,m} = \frac{\Omega \lambda_m^4}{R^3\delta} \left[\left(\frac{J_v}{\Omega} + e_v^2 \right) \sin^2 \varphi_0 + \left(\frac{J_h}{\Omega} + e_h^2 \right) \cos^2 \varphi_0 + e_v e_h \sin 2\varphi_0 \right], \quad (12)$$

$$f_{6,m} = -\frac{\Omega \lambda_m^4}{R^3\delta} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{J_v - J_h}{\Omega} + e_v^2 - e_h^2 \right) \sin 2\varphi_0 + e_v e_h \cos 2\varphi_0 \right],$$

$$f_{7,m} = \frac{\lambda_m^4}{R^4\delta} (J_v e_h \sin \varphi_0 - J_h e_v \cos \varphi_0),$$

$$f_{8,m} = \frac{\Omega \lambda_m^4}{R^3\delta} \left[\left(\frac{J_h}{\Omega} + e_h^2 \right) \sin^2 \varphi_0 + \left(\frac{J_v}{\Omega} + e_v^2 \right) \cos^2 \varphi_0 - e_v e_h \sin 2\varphi_0 \right],$$

$$f_{9,m} = -\frac{\lambda_m^4}{R^4\delta} (J_h e_v \sin \varphi_0 + J_v e_h \cos \varphi_0),$$

$$f_{10,m} = \frac{\lambda_m^4}{R^5\delta} \left(J_h e_v^2 + J_v e_h^2 + \frac{R^2}{E\lambda_m^2} G J_t \right).$$

Для учета влияния собственного веса q_0 бортового элемента разложим его в ряд Фурье и определим перемещения контактной линии бортового элемента и оболочки:

$$\begin{aligned}
 U_m &= \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^3 e_v}{EJ_v \lambda_m^3} q_0, \\
 V_m &= \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^4}{EJ_v \lambda_m^4} q_0 \sin \varphi_0, \\
 W_m &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^4}{EJ_v \lambda_m^4} q_0 \cos \varphi_0, \\
 \Psi_m &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

При помощи формул (13) и четырех первых столбцов таблицы 3 определим величины $F_{1,m}$, $F_{2,m}$, $F_{3,m}$ и $F_{4,m}$, характеризующие влияние собственного веса бортового элемента при абсолютно жесткой заделке на контактной линии (см. таблицу 3). Получим:

$$\begin{aligned}
 \frac{R}{E\delta} S_m &= 0 = F_{1,m}, \\
 \frac{R}{E\delta} T_{2,m} &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{Rq_0}{E\delta} \sin \varphi_0 = F_{2,m}, \\
 \frac{R}{E\delta} Q_{2,m} &= \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{Rq_0}{E\delta} \cos \varphi_0 = F_{3,m}, \\
 \frac{1}{E\delta} M_{2,m} &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{e_h q_0}{E\delta} = F_{4,m}.
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Для учета влияния предварительного напряжения рассмотрим бортовой элемент (рис. 4),

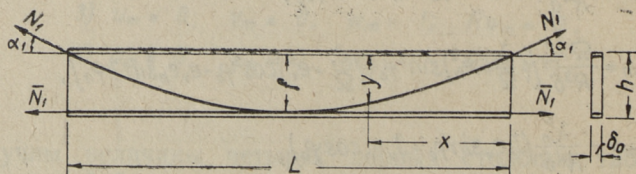


Рис. 4

в котором силой N_1 , предварительно напряженная арматура расположена по квадратной параболы.

$$y = \frac{4f^2 x(L-x)}{L^2}. \quad (15)$$

Напряженная силой \bar{N}_1 арматура — прямая.

Учитывая вертикальную нагрузку

$$q_{0,v} = \frac{8N_1 f}{L^2}, \quad (16)$$

вызванную предварительно напряженной криволинейной арматурой, можем воздействующую на бортовой элемент нагрузку рассматривать состоящей из трех компонентов N_1 , \bar{N}_1 и $q_{0,v}$ (см. рис. 5).

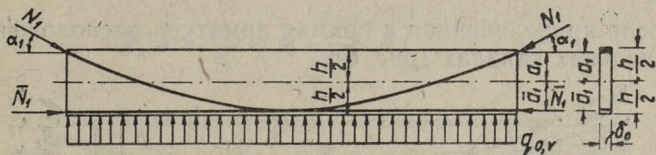


Рис. 5

Аналогично случаю [5], в котором жесткости кручения и горизонтального изгиба бортового элемента не учитываются, получим вызванные предварительным напряжением перемещения контактной линии:

$$\begin{aligned} u_m &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{Re_v}{EJ_v \lambda_m^2} \left\{ N_1 \left[\frac{8f}{\pi^2} - \left(a_1 + \frac{e_v}{3} \right) \cos \alpha \right] + \bar{N}_1 \left(\bar{a}_1 - \frac{e_v}{3} \right) \right\}, \\ v_m &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^2}{EJ_v \lambda_m^2} \left[N_1 \left(\frac{8f}{\pi^2} - a_1 \cos \alpha \right) + \bar{N}_1 \bar{a}_1 \right] \sin \varphi_0, \\ w_m &= \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^2}{EJ_v \lambda_m^2} \left[N_1 \left(\frac{8f}{\pi^2} - a_1 \cos \alpha \right) + \bar{N}_1 \bar{a}_1 \right] \cos \varphi_0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\psi_m = 0.$$

Далее при помощи формул (17) и первых четырех столбцов таблицы 3 получим величины $F_{1,m}$, $F_{2,m}$, $F_{3,m}$ и $F_{4,m}$ последнего столбца, определяющие влияние предварительного напряжения. Получим:

$$\frac{R}{E\delta} S_m = -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{4e_v^2 \lambda_m}{EH^2 \delta} (N_1 \cos \alpha + \bar{N}_1),$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{E\delta} T_{2,m} = & \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{4e_v^3 \lambda_m^2}{REH^2 \delta} \left\{ N_1 \left[\frac{2h^2}{\pi^2 e_v^3} f + \left(1 + \frac{e_h}{e_v} \operatorname{ctg} \varphi - \frac{h^2}{4e_v^3} a_1\right) \cos \alpha \right] + \right. \\ & \left. + N_2 \left(1 + \frac{e_h}{e_v} \operatorname{ctg} \varphi_0 + \frac{h^2}{4e_v^3} \bar{a}_1\right) \right\} \sin \varphi_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{E\delta} Q_{2,m} = & -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{4e_v^3 \lambda_m^2}{REH^2 \delta} \left\{ N_1 \left[\frac{2h^2}{\pi^2 e_v^3} f + \left(1 - \frac{e_h}{e_v} \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{h^2}{4e_v^3} a_1\right) \cos \alpha \right] + \right. \\ & \left. + N_2 \left(1 - \frac{e_h}{e_v} \operatorname{tg} \varphi_0 + \frac{h^2}{4e_v^3} \bar{a}_1\right) \right\} \cos \varphi_0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{1}{E\delta} M_{2,m} = \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{e_h \lambda_m^2}{R^2 E \delta} \left[N_1 \left(\frac{\partial f}{\partial \pi^2} - a_1 \cos \alpha \right) + \bar{N}_1 \bar{a}_1 \right].$$

Если криволинейная и прямая арматура расположена в нескольких каналах (рис. 6),

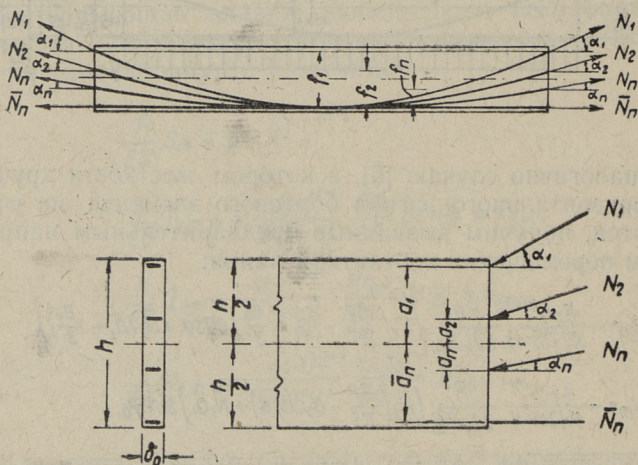


Рис. 6

то формулы (18) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{R}{E\delta} S_m = & -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{4e_v^2 \lambda_m}{EH^2 \delta} \left(\sum_{n=1}^i N_n \cos \alpha_n + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \right) = F'_{1,m}, \\ \frac{R}{E\delta} T_{2,m} = & \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{4e_v^3 \lambda_m^2}{REH^2 \delta} \left(\sum_{n=1}^i N_n K_{2,n} + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \bar{K}_{2,n} \right) \sin \varphi_0 = F'_{2,m}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m} = -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{4e_v^3 \lambda_m^2}{REh^2\delta} \left(\sum_{n=1}^i N_n K_{3,n} + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \bar{K}_{3,n} \right) \cos \varphi_0 = F'_{3,m},$$

$$\frac{1}{E\delta} M_{2,m} = \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{e_h \lambda_m^2}{R^2 E \delta} \left(\sum_{n=1}^i N_n K_{4,n} + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \bar{K}_{4,n} \right) = F'_{4,m},$$

где

$$K_{2,n} = \frac{2h^2}{\pi^2 e_v^3} f_n + \left(1 + \frac{e_h}{e_v} \operatorname{ctg} \varphi_0 - \frac{h^2}{4e_v^3} a_n \right) \cos \alpha_n,$$

$$\bar{K}_{2,n} = 1 + \frac{e_h}{e_v} \operatorname{ctg} \varphi_0 + \frac{h^2}{4e_v^3} \bar{a}_n,$$

$$K_{3,n} = \frac{2h^2}{\pi^2 e_v^3} f_n + \left(1 - \frac{e_h}{e_v} \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{h^2}{4e_v^3} a_n \right) \cos \alpha_n, \quad (20)$$

$$\bar{K}_{3,n} = 1 - \frac{e_h}{e_v} \operatorname{tg} \varphi_0 + \frac{h^2}{4e_v^3} \bar{a}_n,$$

$$K_{4,n} = \frac{8}{\pi} f_n - a_n \cos \alpha_n,$$

$$\bar{K}_{4,n} = \bar{a}_n.$$

Примечания:

1) Если усилие N_n предварительно напряженной криволинейной арматуры приложено ниже центра тяжести бортового элемента, то знаки в формулах (20) перед всеми членами, содержащими a_n , изменяются.

2) Если прямая, предварительно напряженная арматура расположена выше центра тяжести бортового элемента, то изменяются знаки в формулах (20) перед всеми членами, содержащими a_n .

Полученная таблица жесткостей бортового элемента (табл. 3) применима при расчете оболочек, у которых сечение бортового элемента симметрично относительно двух осей. При несимметричных и симметричных относительно одной оси сечениях бортовых элементов таблица 3 несколько усложняется, так как в этом случае центры тяжести и кручения не совпадают. Таблица 3 применима при расчете предварительно напряженных оболочек, а также при оболочках без предварительного напряжения. Различие лишь в том, что в последнем случае члены

$F'_{1,m}$, $F'_{2,m}$, $F'_{3,m}$ и $F'_{4,m}$, вызванные предварительным напряжением, отпадают.

Легко убедиться, что предполагая в таблице 3 J_t ; J_h ; N_n ; \bar{N}_n равными нулю, получим таблицу, изложенную В. В. Новожиловым (см. [1] стр. 210).

2. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Примером расчета рассмотрим цилиндрическую оболочку, изложенную в [5] с теми же размерами, нагрузками и величинами предварительного напряжения. Расчет произведем с уточненными краевыми условиями на прямолинейных краях оболочки, т. е. учитывая жесткости кручения и горизонтального изгиба бортовых элементов.

Рассматриваемая оболочка характеризуется следующими данными (см. рис. 1, 2, 3, 4):

$$\begin{array}{lll}
 L = 25,0 \text{ м}, & \bar{N}_1 = 65,0 \text{ т}, & q = 0,325 \text{ т/м}^2 \\
 R = 9,3343 \text{ м}, & \bar{N}_1 = 35,0 \text{ т}, & q_0 = 0,865 \text{ т/м}, \\
 \delta = 0,07 \text{ м}, & f = 1,70 \text{ м}, & J_v = 0,0972 \text{ м}^4, \\
 \delta_0 = 0,20 \text{ м}, & \alpha_1 = 16^\circ 42', & J_t = 0,00444 \text{ м}^4, \\
 h = 1,80 \text{ м}, & a_1 = \bar{a}_1 = 0,85 \text{ м}, & J_h = 0,00120 \text{ м}^4, \\
 \Omega = h\delta_0 = 0,36 \text{ м}^2, & e_v = 0,90 \text{ м}, & E = 300\,000 \text{ кг/см}^2, \\
 & e_h = 0,10 \text{ м}, & G = 0,425 E \text{ кг/см}^2,
 \end{array} \quad (21)$$

Учитывая при расчете три первых члена ряда Фурье, получим из безмоментной теории (см. [5]) усилия и перемещения на контактной линии ($\varphi = \varphi_0$) начальной задачи:

$$\begin{array}{ll}
 \frac{R}{E\delta} S_1^* = 564,38 \text{ }^1/E, & \frac{R}{E\delta} T_{2,1}^* = -394,47 \text{ }^1/E, \\
 \frac{R}{E\delta} S_2^* = -62,65 \text{ }^1/E, & \frac{R}{E\delta} T_{2,2}^* = 131,39 \text{ }^1/E, \\
 \frac{R}{E\delta} S_3^* = 22,63 \text{ }^1/E, & \frac{R}{E\delta} T_{2,3}^* = -79,03 \text{ }^1/E, \\
 u_1^* = 488,81 \text{ }^1/E, & \omega_1^* = -1957,77 \text{ }^1/E, \\
 u_2^* = -6,01 \text{ }^1/E, & \omega_2^* = 175,53 \text{ }^1/E, \\
 u_3^* = 0,79 \text{ }^1/E, & \omega_3^* = -88,34 \text{ }^1/E, \\
 v_1^* = 1311,90 \text{ }^1/E, & \psi_1^* = -35,46 \text{ }^1/E, \\
 v_2^* = -37,04 \text{ }^1/E, & \psi_2^* = 11,81 \text{ }^1/E, \\
 v_3^* = 7,83 \text{ }^1/E, & \psi_3^* = -7,10 \text{ }^1/E,
 \end{array} \quad (22)$$

Заполняя таблицы 1 и 2, получим таблицу 4, определяющую коэффициенты интегрирования $B_{1,m}$, $B_{2,m}$, $\beta_{1,m}$, и $\beta_{2,m}$ и таблицу жесткостей края оболочки (табл. 5).

Т а б л и ц а 4

		$u_m = 1$	$u_m = 0$	$u_m = 0$	$u_m = 0$	$u_m = 0$
		$v_m = 0$	$v_m = 1$	$v_m = 0$	$v_m = 0$	$v_m = 0$
		$w_m = 0$	$w_m = 0$	$w_m = 1$	$w_m = 0$	$w_m = 0$
		$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 1$	$R\psi_m = 0$
m						
$B_{1,m} \cos \beta_{1,m}$	1	0	-4,639	-0,707	-0,184	5205,84 $^1/E$
	2	0	-8,037	-0,707	-0,106	-224,58 $^1/E$
	3	0	-10,375	-0,707	-0,0823	35,93 $^1/E$
$B_{1,m} \sin \beta_{1,m}$	1	-51,795	-20,486	-4,120	-0,462	43585,26 $^1/E$
	2	-51,795	-35,488	-4,120	-0,267	-741,71 $^1/E$
	3	-51,795	-45,810	-4,120	-0,207	-57,31 $^1/E$
$B_{2,m} \cos \beta_{2,m}$	1	0	4,639	1,707	0,184	-2683,41 $^1/E$
	2	0	8,037	1,707	0,106	-13,61 $^1/E$
	3	0	10,375	1,707	0,0823	75,06 $^1/E$
$B_{2,m} \sin \beta_{2,m}$	1	21,492	11,197	1,707	0,0763	-21830,27 $^1/E$
	2	21,492	19,397	1,707	0,0440	543,16 $^1/E$
	3	21,492	25,038	1,707	0,0341	-59,87 $^1/E$

Для заполнения таблицы жесткостей бортового элемента (табл. 3) предварительно вычисляем при помощи формул (20) следующие постоянные:

$$\begin{aligned}
 K_{2,1} &= 1,700, & \bar{K}_{2,1} &= 2,088, \\
 K_{3,1} &= 1,482, & \bar{K}_{3,1} &= 1,863, \\
 K_{4,1} &= 0,564 & \bar{K}_{4,1} &= 0,85
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

	m	$u_m = 1$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 1$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$\frac{R}{E\delta} S_m$	1	0,716	0,219	0,0333	0,00254	-6,89 ¹ / _E
	2	3,720	1,966	0,173	0,00761	1,32 ¹ / _E
	3	8,005	5,463	0,372	0,0127	7,25 ¹ / _E
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	1	0,219	0,0943	0,0174	0,00155	-590,72 ¹ / _E
	2	1,966	1,470	0,156	0,00805	169,40 ¹ / _E
	3	5,463	5,273	0,434	0,0173	-85,13 ¹ / _E
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	1	0,0333	0,0174	0,00374	0,000403	-31,64 ¹ / _E
	2	0,173	0,156	0,0194	0,00121	3,28 ¹ / _E
	3	0,372	0,434	0,0418	0,00202	0,14 ¹ / _E
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	1	0,00254	0,00155	0,000403	0,0000615	-2,47 ¹ / _E
	2	0,00761	0,00805	0,00121	0,000106	0,12 ¹ / _E
	3	0,0127	0,0173	0,00202	0,000137	0,04 ¹ / _E

которые при каждом значении m остаются неизменными. В результате получим таблицу жесткостей бортовых элементов (табл. 6).

Таблицей 6 можно пользоваться при расчете предварительно напряженных оболочек, а также оболочек без предварительного напряжения. При расчете предварительно напряженных оболочек учитывается сумма величин двух последних столбцов таблицы 6; при оболочках без предварительного напряжения величины последнего столбца отпадают.

Суммируя соответствующие величины таблиц 5 и 6, получим уравнения перемещения контактной линии для предварительно напряженных оболочек, а также для оболочек без предварительного напряжения. Полученные уравнения изложены в таблице 7, в которой свободные члены в последнем столбце относятся к предварительно напряженной оболочке, а свободные члены в предпоследнем столбце к оболочке без предварительного напряжения.

Таблица 6

	m	$u_m = 1$				$u_m = 0$				$u_m = 0$				$u_m = 0$				$q_0 = 0,865 \text{ т/м}$	$\frac{N_1}{N_1} = 65 \text{ т};$ $\frac{N_1}{N_1} = 35 \text{ т};$
		$v_m = 0$	$w_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$v_m = 1$	$w_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$v_m = 0$	$w_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$v_m = 0$	$w_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 1$		
$\frac{R}{E\delta} S_m$	1	0,758		-0,0625	0,0595	0	0,0595	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2075,08 $\frac{1}{E}$	
	2	6,822		-1,688	1,607	0	1,607	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2075,08 $\frac{1}{E}$	
	3	18,950		-7,813	7,438	0	7,438	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2075,08 $\frac{1}{E}$	
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	1	-0,0625		0,00643	-0,00641	0,0000191	-0,00641	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	282,22 $\frac{1}{E}$	
	2	-1,688		0,521	-0,519	0,00155	-0,519	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	-846,49 $\frac{1}{E}$	
	3	-7,813		4,019	-4,006	0,0119	-4,006	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	1410,85 $\frac{1}{E}$	
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	1	0,0595		-0,00641	0,00651	-0,0000287	0,00651	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-0,0000287	-298,03 $\frac{1}{E}$	
	2	1,607		-0,519	0,527	-0,00232	0,527	-0,00232	-0,00232	-0,00232	-0,00232	-0,00232	-0,00232	-0,00232	-0,00232	-0,00232	-0,00232	893,91 $\frac{1}{E}$	
	3	7,438		-4,006	4,069	-0,0179	-4,069	0,0179	-0,0179	-0,0179	-0,0179	-0,0179	-0,0179	-0,0179	-0,0179	-0,0179	-0,0179	-1489,88 $\frac{1}{E}$	
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	1	0		0,0000191	-0,0000287	0,0000458	-0,0000287	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	0,0000191	1,91 $\frac{1}{E}$	
	2	0		0,00155	-0,00232	0,000466	-0,00232	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	0,00155	-5,72 $\frac{1}{E}$	
	3	0		0,0119	-0,0179	0,00159	-0,0179	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	9,54 $\frac{1}{E}$	

m	u_m	v_m	w_m	$R\psi_m$	$q_0=0,865 \text{ т/м}$	$q_0=0,865 \text{ т/м}$ $N_1=65\text{т}$ $\bar{N}_1=35\text{т}$
1	1,474	0,156	0,0928	0,00254	6,89 $^1/E$	2081,97 $^1/E$
	0,156	0,101	0,0110	0,00157	685,10 $^1/E$	402,88 $^1/E$
	0,0928	0,0110	0,0102	0,000374	-80,83 $^1/E$	217,20 $^1/E$
	0,00254	0,00157	0,000374	0,000107	4,04 $^1/E$	2,13 $^1/E$
2	10,542	0,278	1,780	0,00761	-1,32 $^1/E$	-2073,76 $^1/E$
	0,278	1,991	-0,363	0,00960	-200,86 $^1/E$	645,63 $^1/E$
	1,780	-0,363	0,546	-0,00111	34,21 $^1/E$	-859,70 $^1/E$
	0,00761	0,00960	-0,00111	0,000572	-0,64 $^1/E$	5,08 $^1/E$
3	26,955	-2,350	7,810	0,0127	-7,25 $^1/E$	2067,83 $^1/E$
	-2,350	9,292	-3,572	0,0292	104,01 $^1/E$	-1306,84 $^1/E$
	7,810	-3,572	4,111	-0,0159	-22,63 $^1/E$	1467,25 $^1/E$
	0,0127	0,0292	-0,0159	0,00173	0,28 $^1/E$	-9,26 $^1/E$

Решая системы уравнений, приведенные в табл. 7, получим перемещения контактной линии для предварительно напряженной оболочки и для оболочки без предварительного напряжения (соответственно (24) и (25)):

$$\begin{aligned}
 u_1 &= -292,30 \text{ } ^1/E, & u_2 &= 184,93 \text{ } ^1/E, & u_3 &= -75,54 \text{ } ^1/E, \\
 v_1 &= 3502,59 \text{ } ^1/E, & v_2 &= -133,82 \text{ } ^1/E, & v_3 &= 50,66 \text{ } ^1/E, \\
 w_1 &= 24174,54 \text{ } ^1/E, & w_2 &= -2257,69 \text{ } ^1/E, & w_3 &= 541,82 \text{ } ^1/E, \\
 R\psi_1 &= -109045,46 \text{ } ^1/E, & R\psi_2 &= 4281,93 \text{ } ^1/E, & R\psi_3 &= -675,90 \text{ } ^1/E,
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= 345,85 \text{ } ^1/E, & u_2 &= 9,61 \text{ } ^1/E, & u_3 &= -2,92 \text{ } ^1/E, \\
 v_1 &= 8875,12 \text{ } ^1/E, & v_2 &= -112,63 \text{ } ^1/E, & v_3 &= 15,61 \text{ } ^1/E, \\
 w_1 &= -19441,90 \text{ } ^1/E, & w_2 &= -42,43 \text{ } ^1/E, & w_3 &= 13,78 \text{ } ^1/E, \\
 R\psi_1 &= -32718,84 \text{ } ^1/E, & R\psi_2 &= 553,85 \text{ } ^1/E, & R\psi_3 &= 43,47 \text{ } ^1/E,
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Далее составим при помощи таблицы 4 и перемещений (24) и (25) системы уравнения для определения коэффициентов интегрирования $B_{1,m}$, $B_{2,m}$, $\beta_{1,m}$ и $\beta_{2,m}$.

Например, для расчета первого приближения ($m = 1$) предварительно напряженной оболочки получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} B_{1,1} \cos \beta_{1,1} &= (0 - 16249 - 17091 + 20064 + 5206) \cdot 1/E = -8070 \cdot 1/E, \\ B_{1,1} \sin \beta_{1,1} &= (15140 - 71754 - 99599 + 50379 + 43585) \cdot 1/E = \\ &= -62249 \cdot 1/E, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} B_{2,1} \cos \beta_{2,1} &= (0 + 16249 + 41266 - 20064 - 2683) \cdot 1/E, = 34768 \cdot 1/E, \\ B_{2,1} \sin \beta_{2,1} &= (-6282 + 39218 + 41266 - 8320 - 21830) \cdot 1/E = \\ &= 44052 \cdot 1/E. \end{aligned}$$

Аналогично составим системы уравнений для других значений m , а также при расчете оболочек без предварительного напряжения. Решая упомянутые системы уравнений, получим коэффициенты для расчета предварительно напряженной оболочки:

$$\begin{aligned} B_{1,1} &= -62770 \cdot 1/E, & B_{1,2} &= 3267 \cdot 1/E, & B_{1,3} &= -989 \cdot 1/E, \\ B_{2,1} &= 56120 \cdot 1/E, & B_{2,2} &= -4814 \cdot 1/E, & B_{2,3} &= 1548 \cdot 1/E, \\ \beta_{1,1} &= 82^\circ 36', & \beta_{1,2} &= 52^\circ 25', & \beta_{1,3} &= 34^\circ 18', \\ \beta_{2,1} &= 51^\circ 43', & \beta_{2,2} &= 21^\circ 12', & \beta_{2,3} &= 18^\circ 18', \end{aligned} \quad (27)$$

и для расчета оболочки без предварительного напряжения:

$$\begin{aligned} B_{1,1} &= -63050 \cdot 1/E, & B_{1,2} &= 2859 \cdot 1/E, & B_{1,3} &= -701 \cdot 1/E, \\ B_{2,1} &= 49310 \cdot 1/E, & B_{2,2} &= -1751 \cdot 1/E, & B_{2,3} &= 392 \cdot 1/E, \\ \beta_{1,1} &= 75^\circ 06', & \beta_{1,2} &= 76^\circ 50', & \beta_{1,3} &= 78^\circ 30', \\ \beta_{2,1} &= 91^\circ 03', & \beta_{2,2} &= 57^\circ 51', & \beta_{2,3} &= 48^\circ 18'. \end{aligned} \quad (28)$$

Далее при помощи формул (1) можем определить необходимые усилия и перемещения для предварительно напряженной оболочки и оболочки без предварительного напряжения.

Расчеты целесообразно произвести в табулированном виде (см. [5]). Некоторые результаты вычислений и их сравнение приведены на рисунках 7—12.

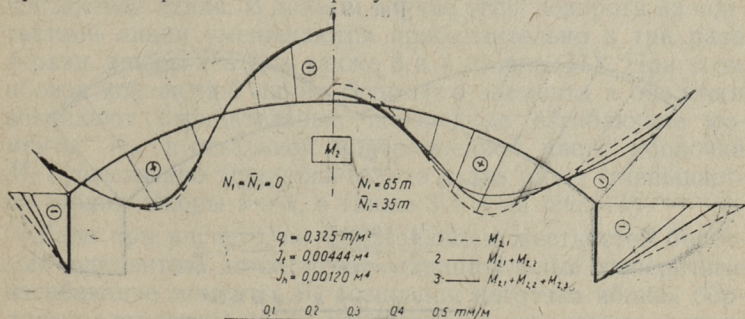


Рис. 7

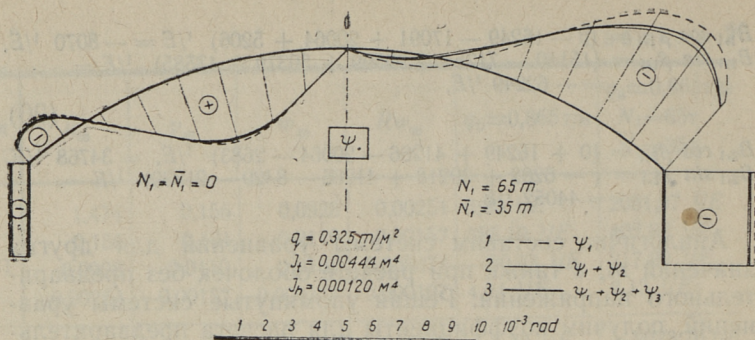


Рис. 8

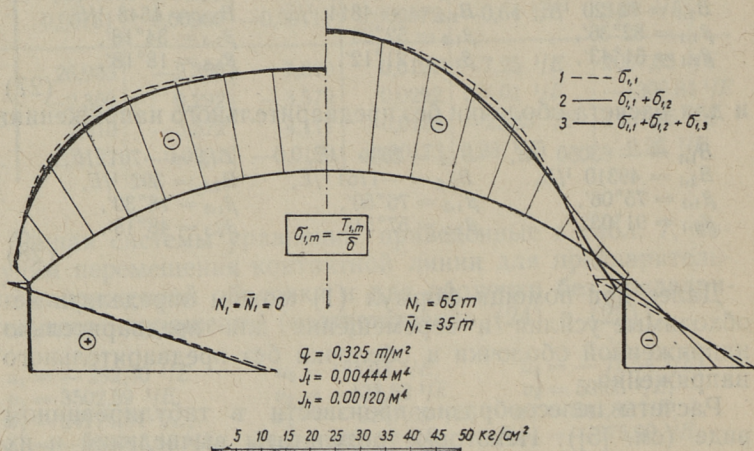


Рис. 9

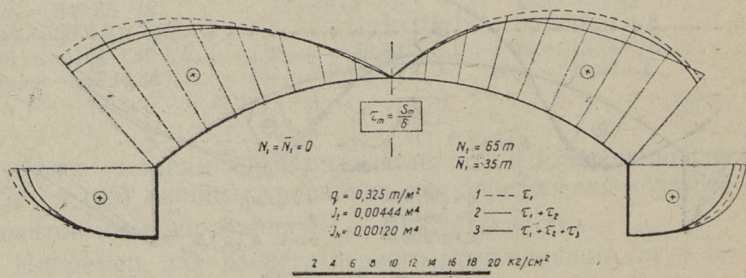


Рис. 10

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Из сравнения результатов численного примера данной работы и [5] вытекает, что учет жесткостей кручения и горизонтального изгиба бортовых элементов существенно изменяет усилия и перемещения оболочки, особенно углы поворота ψ и поперечные моменты M_2 (см. рис. 7, 8 и 11).

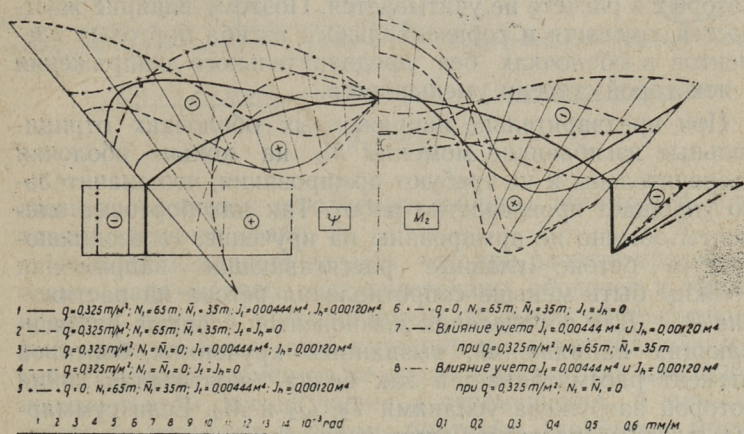


Рис. 11

Учет жесткостей кручения и горизонтального изгиба бортовых элементов значительно уменьшает углы поворота ψ ; при этом наибольшие изменения возникают на контактной линии. В данном случае углы поворота на контактной линии уменьшаются приблизительно в три раза (сравн. эпюры 1 и 2, а также 3 и 4 на рис. 11). При этом вблизи контактной линии бортового элемента и оболочки возникают отрицательные поперечные изгибающие моменты M_2 , в остальной криволинейной части оболочки M_2 существенно (приблизительно в два раза) уменьшается (сравн. эпюры 1 и 2, а также 3 и 4 на рис. 11).

Если при расчете, не учитывая жесткостей бортовых элементов, доминируют отрицательные поперечные изгибающие моменты M_2 (основная нагрузка вблизи бортовых элементов), то на контактной линии могут возникнуть и положительные моменты заделки.

Из рис. 11 выясняется, что влияние жесткостей кручения и горизонтального изгиба на углы поворота ψ и на поперечные изгибающие моменты M_2 предварительно напряженной оболочки больше, чем при оболочках без предварительного напряжения.

Необходимо отметить, что в действительности в бетоне бортовых элементов оболочки без предварительного напряжения от усилий T_1 и S возникают трещины, влияние которых в расчете не учитывается. Поэтому влияние жесткостей кручения и горизонтального изгиба бортовых элементов в оболочках без предварительного напряжения в некоторой степени уменьшается.

При предварительно напряженных оболочках отрицательные изгибающие моменты M_2 на коньке оболочки незначительны и не требуют армирования, что значительно упрощает производство работ. Так как бортовые элементы обычно не армированы на кручение, то возникающие в бетоне главные растягивающие напряжения должны быть меньше сопротивления бетона на растяжение R_p . Для определения компонентов главных растягивающих напряжений, вызванных кручением, бортовой элемент рассматривается как балка, контактная линия которой загружена усилиями T_2 , Q_2 и M_2 . Если суммарные главные растягивающие напряжения превышают сопротивление бетона R_p , то возникают трещины и действительные жесткости кручения и горизонтального изгиба значительно меньше определяемых по расчету.

Влияние жесткостей кручения и горизонтального изгиба бортовых элементов на продольные усилия T_1 и сдвигающие усилия S значительно меньше, оказываясь при предварительно напряженных оболочках и при оболочках без предварительного напряжения почти равным. (Сравн. эпюры 1 и 2, а также 3 и 4 на рис. 12)).

Используемый в расчете ряд в данном случае сходится довольно быстро и достаточная точность для практического расчета длинных оболочек и оболочек средней длины достигается уже первым членом ряда. Допущенная при этом незначительная неточность результатов идет в пользу прочности конструкции (см. рис. 7—10).

Из численного примера следует, что учет жесткостей кручения и горизонтального изгиба значительно не увеличивает объема вычислений, так как в некоторой степени

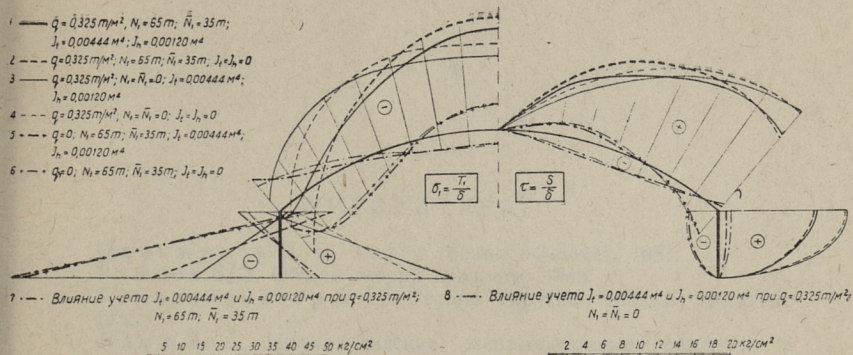


Рис. 12

лишь усложняется заполнение таблицы жесткостей бортового элемента (табл. 3).

Из вышесказанного следует, что при расчете предварительно напряженных отдельностоящих оболочек и также краевых панелей многоволновых оболочек общепризнанный отказ от жесткостей кручения и горизонтального изгиба бортовых элементов не оправдывается, так как полученные в этом случае усилия и перемещения, в зависимости от размеров и формы бортовых элементов, могут не соответствовать действительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. 1951.
2. Власов В. З. Общая теория оболочек. 1949.
3. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. 1953.
4. Лаул Х. Х. Цилиндрические железобетонные оболочки с предварительно напряженной арматурой. Труды Таллинского Политехнического Института № 45, 1953.
5. Сумбак А. А. Расчет предварительно напряженных цилиндрических железобетонных оболочек. Труды Таллинского Политехнического Института № 159, 1959.
6. Rabich, R. Die Statik der Schalenträger. Bauplanung-Bautechnik, Januar 1956.
7. Rühle, H. Die Rationalisierung des Entwurfs und der Ausführung von Schalenbauten. Bauplanung- Bautechnik, März 1956.
8. Tetzlaff, W. Die praktischen Berechnungsverfahren für tonnen- und trogartige Schalen. VEB Verlag Technik, Berlin 1955.
9. Schmausser, G. Berechnung zylindrischer Schalendächer unter Längsvorspannung nach der Methode «des stellvertretenden Faltwerks». Die Bautechnik, Februar u. Mai 1957.
10. Kirkland, C. W. The Design and Construction of a Large-Span Prestressed Concrete Shell Roof. The Structural Engineer, April 1951.
11. Haas, A. M. Ontwerp en berekening van shedschaaldaken in voorgespannenen beton voor 2×40 m overspanning. Ingenieur 1956, Nr. 15.

А. А. Сумбак

РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ЖЕСТКОСТЕЙ КРУЧЕНИЯ И ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ИЗГИБА БОРТОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Таллинский Политехнический Институт

*

Редактор Х. Лауль

Технический редактор А. Тамм

Корректор М. Каска

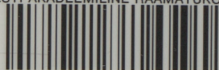
Сдано в набор 30. V 1959. Подписано к печати 6. VII 1959. Бумага $45 \times 84 \frac{1}{16}$. Печатных листов 1,75. По формату 60×92 печатных листов 1,43. Учетно-издательских листов 0,97. Тираж 500. МВ-05256
Заказ № 3522.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк 2.

Цена 70 коп.

Цена 70 коп.

EESTI AKADEEMILINE RAAMATUKOGU



1 0200 00134329 6

1961. г.

Цена — р. 07 н.