

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 239

ИССЛЕДОВАНИЕ И
ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

IV

Под общей редакцией доктора технических
наук, профессора А. И. Вольдек

Ср. 6.17

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 239

1966

УДК 621. 318

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ
МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

IV

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора А. И. Вольдек

ТАЛЛИН 1966

СОДЕРЖАНИЕ

1. А. В. Конт, Х. И. Янес. Комбинированный расчет главных индуктивностей трехфазной индукционной машины с разомкнутым магнитопроводом при недидаметриальной обмотке.	3
2. А. В. Конт, Х. И. Янес. Зависимости между системами первичных токов и напряжений в несимметричной трехфазной машине.	15
3. А. В. Конт, Х. И. Янес. Зависимости между симметричными составляющими систем первичных токов и напряжений в несимметричной трехфазной машине.	31
4. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, Э. Г. Кюльм, А. П. Пярлист, К. А. Ильвес. Экспериментальное исследование модели цилиндрического насоса без внутреннего сердечника.	41
5. Е. А. Пуусеп. О параметрах индукционной машины при увеличении зазора.	53
6. Х. А. Тийсмус, К. А. Ильвес. Стабилизация развиваемых индукционным насосом усилий в замкнутой системе управления.	65
7. Л. Х. Ранну. Определение потерь вихревых токов от поперечного поля в прямоугольной пластине.	79
8. Л. Х. Ранну. Некоторые конструктивные возможности улучшения экономических показателей линейного индукционного насоса.	89
9. И. Р. Партс. Распределение электромагнитного поля в жидкометаллических униполярных преобразователях при односторонней обмотке.	93
10. И. Р. Партс. О предварительном определении главных размеров униполярного преобразователя.	107



УДК 621.318.38

А. В. Конт, Х. И. Янес

**КОМБИНИРОВАННЫЙ РАСЧЕТ ГЛАВНЫХ
ИНДУКТИВНОСТЕЙ ТРЕХФАЗНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ
МАШИНЫ С РАЗОМКНУТЫМ МАГНИТОПРОВОДОМ
ПРИ НЕДИАМЕТРАЛЬНОЙ ОБМОТКЕ *****1. Постановка задачи и исходные положения**

При двухслойной корригированной обмотке можно произвести расчет индуктивностей и взаимных индуктивностей фаз в двух частях — отдельно для неравномерной концевой части и для равномерной активной части [2, 3]. При таком комбинированном расчете индуктивности и взаимные индуктивности фаз выражаются формулами, имеющими вид

$$\left. \begin{aligned} L &= \omega_k^2 \frac{\mu_0 b t_3}{\delta} \left(S_{1LO} + S_{1LK} - S_{2LK} \frac{t_3}{l} \right), \\ M &= \omega_k^2 \frac{\mu_0 b t_3}{\delta} \left(S_{1MO} + S_{1MK} - S_{2MK} \frac{t_3}{l} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

S_{1LO}, S_{1MO} — алгебраические суммы ширин перекрывающихся частей катушек соответствующих фаз равномерной части обмотки [2, 3],

S_{1LK}, S_{1MK} — те же суммы для неравномерной концевой части обмотки [2, 3],

S_{2LK}, S_{2MK} — алгебраические суммы ширин катушек неравномерной концевой части обмотки [2, 3],

μ_0 — магнитная постоянная,

ω_k — число витков в катушке,

l, b, δ — соответственно эквивалентные длина и ширина магнитопровода и толщина немагнитного зазора,

t_3 — длина зубцового шага.

* В данной работе участвовал студент ТПИ В. К. Преннер.

Предполагается, что алгебраические суммы ширин катушек равномерной части обмотки S_{2LO}, S_{2MO} [2, 3] равняются нулю. При нормальной двухслойной обмотке это предположение всегда удовлетворено.

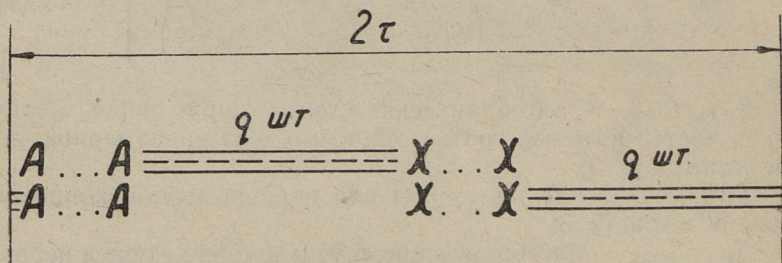
Целью настоящей работы является распространение методики комбинированного расчета главных индуктивностей при целом числе пазов на полюс и фазу q [2, 3] и на недиаметральные обмотки. Выводятся формулы для расчета сумм S_{1LO} и S_{1MO} . Алгебраические суммы ширин катушек концевой части вычисляются согласно общей методике [2, 3]. Рассматриваются случаи, при которых ширина катушек равномерной части обмотки находится в пределах $0 \dots 6qt_3$

При выводе искомых выражений учитывается следующее:

1. Определяемые суммы для равномерной части обмотки пропорциональны числу пар полюсов p и имеют для всех трех фаз одинаковые выражения. Следовательно, достаточно рассматривать только одну элементарную машину.

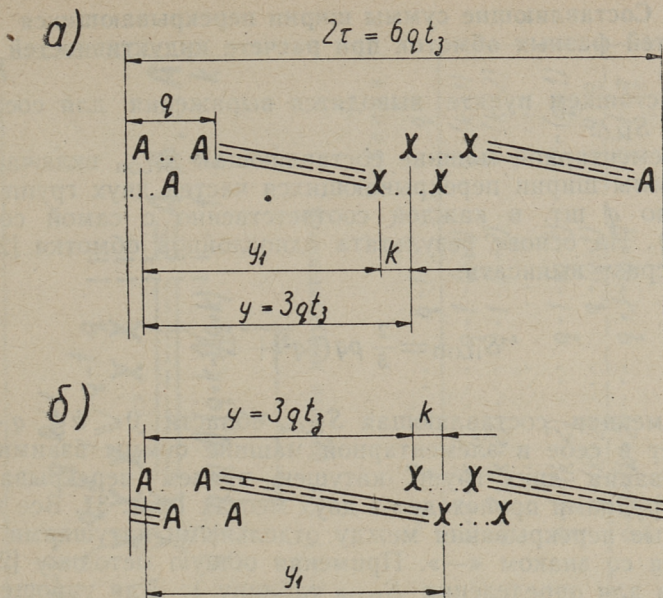
2. Если какая-то часть обмотки имеет определенное перекрытие с какой-то другой частью той же или другой обмотки, то другая часть имеет такое же перекрытие с первой частью (принцип взаимности). Следовательно, можно непосредственно определить только половину общих перекрытий.

3. Главные индуктивности не зависят от того, каким образом выполнены лобовые соединения, а зависят лишь от схемы соединений между собой активных сторон катушек. Следовательно, вместо двухслойной обмотки можно рассматривать две эквивалентные диаметральные однослойные обмотки, как показано на фиг. 1.



Фиг. 1. Расчетная схема диаметальной фазовой обмотки

4. Определяемые суммы не зависят от того, перемещен ли один слой двухслойной обмотки от диаметального положения относительно другого слоя в сторону укорочения (фиг. 2, а) или увеличения (фиг. 2, б) шага (перемещение от диа-



Фиг. 2. Схема двухслойной обмотки:
 а — с укороченным шагом, б — с увеличенным шагом

метрального положения на базе зубцового шага t_3 обозначается буквой k).

5. Характер изменения сумм изменяется в области $0 \leq k \leq 3q$ в двух точках, при $k = q - 1$ и $k = 2q - 1$, следовательно, изменение k следует рассматривать в отдельности в трех областях: $0 \leq k \leq q - 1$, $q - 1 \leq k \leq 2q - 1$, $2q - 1 \leq k \leq 3q$.

Отказ от соединений между верхним и нижним слоями превращает часть членов в выражениях сумм независимыми от изменения шага обмотки. Соответственно пользуемся обозначениями

$$\left. \begin{aligned} S_{1LO} &= S_{1LOП} + S_{1LCВ}, \\ S_{1MO} &= S_{1MСП} + S_{1MOV}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где индекс «п» — постоянная составляющая, индекс «в» варьирующая, зависящая от изменения шага обмотки составляющая.

Суммы для взаимных индуктивностей S_{1MOV} можно, как видно далее, непосредственно выписать на основе результатов $S_{1LOВ}$.

2. Составляющие суммы ширин перекрывающихся частей фазных обмоток при расчете индуктивностей

В настоящем пункте выводятся выражения для составляющих S_{ILO} .

В элементарной машине, составляющая $S_{ILOп}$ включает в себе суммы ширин перекрывающихся частей двух групп катушек по q шт. в каждой соответственно с самой собой (фиг. 1). На основе результата однослойной обмотки [2, 3] можно сразу выписать:

$$S_{ILOп} = \frac{2}{3} pq(8q^2 + 1). \quad (3)$$

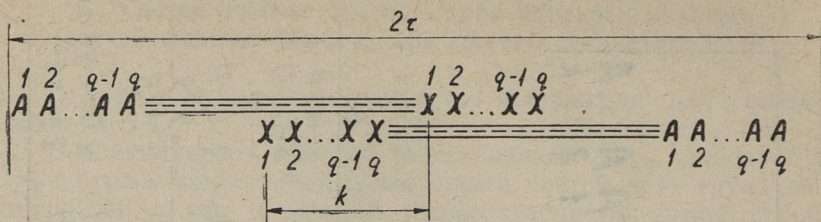
Переменная составляющая $S_{ILOв}$ области $0 \leq k \leq q - 1$ включает в себе в элементарной машине суммы взаимного перекрывания двух групп катушек, причем перекрывание между группами происходит в двух местах (фиг. 3). Все элементарные перекрывания между отдельными катушками получаются со знаком «—». Применяя общую методику [2, 3], составим для определения $S_{ILOв}$ таблицу 1. Для упрощения в последней все величины написаны без знака «—».

Выписание таблицы становится удобным, если при этом для обеих групп применять единую нумерацию катушек по расположению их в пазах (верхний слой на фиг. 3 — нумерация по нижним цифрам). Перекрывание между отдельными катушками можно в этом случае представить абсолютной величиной разности порядковых номеров этих катушек. Учитывая, что в таблице 1 дана только половина общего перекрывания и приписывая пропущенный знак «—», получим после сокращения ряда величин таблицы при p парах полюсов:

$$\begin{aligned} S_{ILOв} &= -2p\{2[(q-k-1)1 + (q-k-2)2 + \dots \\ &\dots + 1(q-k-1)] + k[(q+1) + (q+2) + \dots \\ &\dots + (q+k)] - k(1+2+\dots+k) + k(q-k)q\} = \\ &= -2p[kq^2 + \frac{1}{3}(q-k)(q-k-1)(q-k+1)]. \quad (4) \end{aligned}$$

При $k=0$ S_{ILO} совпадает с результатом диаметральной обмотки и соответствует выражению для простой однослойной обмотки [2, 3].

Перекрывание в области $q-1 \leq k \leq 2q+1$ в случае элементарной машины происходит между двумя группами катушек в одном месте (фиг. 4).



Фиг. 4. Схема взаимного перекрытия при $q-1 \leq k \leq 2q+1$ для расчета индуктивностей

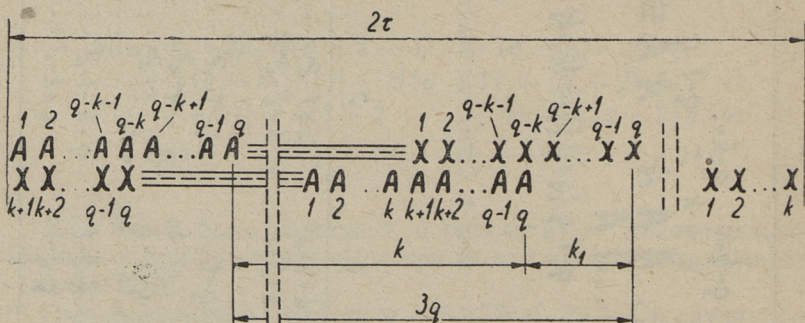
Таблица 2

	1	2	...	$q-1$	q
1	k	$k-1$...	$k-(q-2)$	$k-(q-1)$
2	$k+1$	k	...	$k-(q-3)$	$k-(q-2)$
...
$q-1$	$k+q-2$	$k+q-3$...	k	$k-1$
q	$k+q-1$	$k+q-2$...	$k+1$	k

По фиг. 4 выписана таблица 2, причем пропущены знаки «—» и учтена половина общего перекрытия. По таблице имеем

$$S_{\text{ЛОВ}} = -2pkq^2. \quad (5)$$

При $k = q - 1$ результаты по формулам (4) и (5) совпадают.



Фиг. 5. Схема взаимного перекрытия при $2q+1 \leq k \leq 3q$ для расчета индуктивностей

Для определения суммы $S_{I_{LOB}}$ в области $2q + 1 \leq k \leq 3q$ выбрана схема обмотки согласно фиг. 5 (увеличенный шаг). Из сопоставления схем фиг. 5 и 3 вытекает, что характер таблицы по величине k_1 (фиг. 5) получается аналогичным таблице 1 по k (фиг. 3). Согласно фиг. 5 связь между k и k_1 выражается:

$$k_1 = 3q - k. \quad (6)$$

Имея в виду, что теоретически возможное максимальное перекрытие между группами слоев равняется $3q \cdot q^2$ (если бы одни стороны всех катушек групп двух слоев находились бы соответственно в одном пазу), половина определяемой суммы с обратным знаком может быть выписана через разность:

$$-\frac{1}{2} S_{I_{LOB}} = 3q \cdot q^2 - |S_{k=k_1}|, \quad (7)$$

где

$|S_{k=k_1}|$ — абсолютная величина суммы элементов таблицы 1, если вместо k ставить k_1 .

Подставляя получаемое по (4) значение $|S_{k=k_1}|$ в (7) и учитывая (6), имеем для машины с p парами полюсов

$$S_{I_{LOB}} = -2p[kq^2 - \frac{1}{3}(k-2q)(k-2q-1)(k-2q+1)]. \quad (8)$$

Если $k = 2q + 1$, результат (8) совпадает с результатом (5), если $k = 3q$, $S_{I_{LO}}$ равняется нулю.

Как видно из результатов (4), (5) и (8), соответствующие трем областям пределы k могут быть взяты перекрывающимися: $0 \leq k \leq q + 1$, $q - 1 \leq k \leq 2q + 1$, $2q - 1 \leq k \leq 3q$.

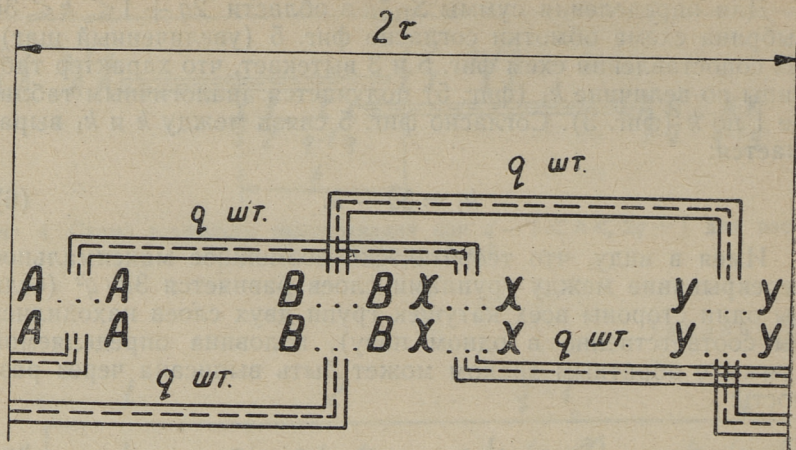
3. Составляющие суммы ширин перекрывающихся частей фазных обмоток при расчете взаимных индуктивностей

В настоящем пункте выводятся выражения для составляющих $S_{I_{MO}}$.

В элементарной машине составляющая $S_{I_{MO}}$ состоит из двух одинаковых частей (группы по q катушек верхнего слоя между собой и нижнего слоя между собой — фиг. 6).

На основе результатов для однослойной обмотки [2, 3] и согласно фиг. 6 получим

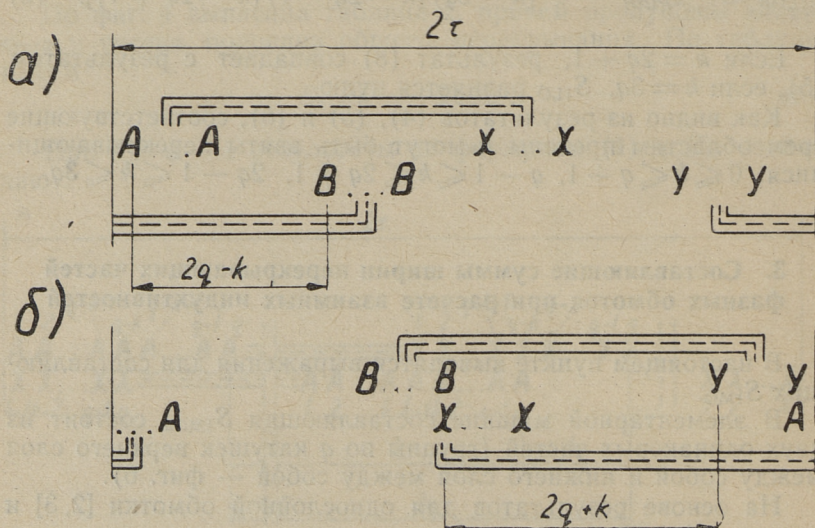
$$S_{I_{MO}} = 2pq^3. \quad (9)$$



Фиг. 6. Расчетная схема диаметальной обмотки двух фаз

Составляющую $S_{1\text{МОВ}}$ целесообразно подразделить еще на две составляющие $S_{1\text{МОВ}}^{(a)}$ и $S_{1\text{МОВ}}^{(б)}$:

$$S_{1\text{МОВ}} = S_{1\text{МОВ}}^{(a)} + S_{1\text{МОВ}}^{(б)}. \quad (10)$$



Фиг. 7. Схемы взаимного перекрытия при $0 \leq k \leq q+1$ для расчета взаимных индуктивностей

В области $0 \leq k \leq q + 1$ согласно фиг. 7,а, подставляя в формулу (5) вместо k выражение $2q - k$, получим двукратное значение $S_{\text{ИМОВ}}^{(a)}$ этой области, по фиг. 7,б, после замены в формуле (8) k выражением $2q + k$, получим соответствующее двукратное значение $S_{\text{ИМОВ}}^{(6)}$. Пользуясь выражением (10) находим для рассматриваемого случая:

$$S_{\text{ИМОВ}} = -p[4q^3 - \frac{1}{3}k(k-1)(k+1)]. \quad (11)$$

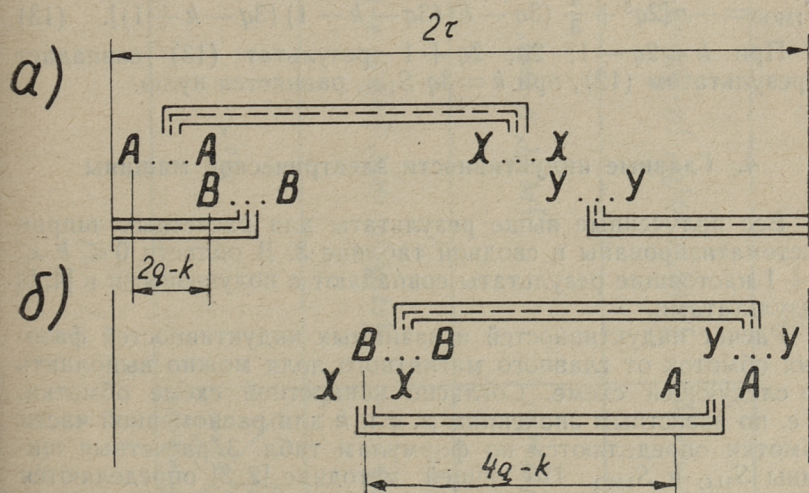
Если $k = 0$, выражение для $S_{\text{ИМО}}$ равняется результату диаметральной обмотки [2, 3].

В области $q - 1 \leq k \leq 2q + 1$ на основе фиг. 8,а, после постановки в формулу (4) вместо k выражение $2q - k$, найдем двукратное значение $S_{\text{ИМОВ}}^{(a)}$, согласно фиг. 8,б, после подстановки в формулу (8) вместо k выражение $4q - k$, получим двукратное значение $S_{\text{ИМОВ}}^{(6)}$. По (10) находим:

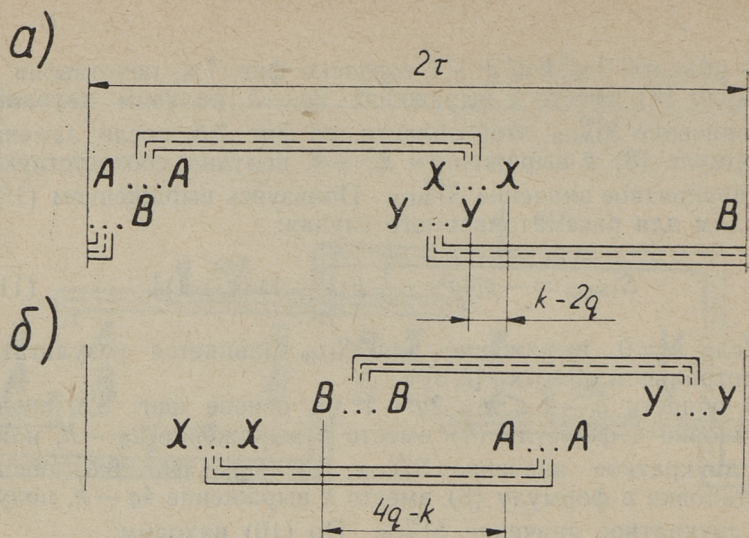
$$S_{\text{ИМОВ}} = -p\left\{ (3q - k)2q^2 + \frac{1}{3}[(k - q)(k - q - 1)(k - q + 1) - (2q - k)(2q - k - 1)(2q - k + 1)] \right\}. \quad (12)$$

При $k = q - 1$; q ; $q + 1$ результаты (11) и (12) равны.

В области $2q - 1 \leq k \leq 3q$ по фиг. 9,а и на основе формулы (4), если вместо k подставим $k - 2q$, получим дву-



Фиг. 8. Схемы взаимного перекрытия при $q - 1 \leq k \leq 2q + 1$ для расчета взаимных индуктивностей



Фиг. 9. Схемы взаимного перекрытия при $2q - 1 \leq k \leq 3q$ для расчета взаимных индуктивностей

кратное значение $S_{1MOB}^{(a)}$, согласно фиг. 9,б и формуле (5), если в ней вместо k подставить $4q - k$, получим двукратное значение $S_{1MOB}^{(6)}$. В итоге по формуле (10)

$$S_{1MOB} = -p \left[2q^3 + \frac{1}{3} (3q - k) (3q - k - 1) (3q - k + 1) \right]. \quad (13)$$

При $k = 2q - 1$; $2q$; $2q + 1$ результат (13) совпадает с результатом (12), при $k = 3q$ S_{1MO} равняется нулю.

4. Главные индуктивности электрической машины

Все полученные выше результаты для расчетных ширин систематизированы в сводной таблице 3. В области $0 \leq k \leq q + 1$ настоящие результаты совпадают с полученными в [4, 5] результатами.

Расчет индуктивностей и взаимных индуктивностей фазовых обмоток от главного магнитного поля можно выполнить по следующей схеме. Согласно конкретной схеме обмотки, т. е. по известным значениям p , q и k для равномерной части обмотки определяются по формулам табл. 3 расчетные ширины S_{1LO} и S_{1MO} . По общей методике [2, 3] определяются расчетные ширины для концевой неравномерной части обмотки S_{1LK} , S_{2LK} , S_{1MK} и S_{2MK} . Окончательные результаты получаются по формулам (1).

Таблица 3

Определе- мая сумми Об- ласть изме- ния k	$S_{110} =$	$S_{110} =$
$0 \leq k \leq q-1$	$\frac{2}{3}pq(8q^2+1) - 2p[kq^2 + \frac{1}{3}(q-k)(q-k-1)(q-k+1)]$	$-p[2q^3 - \frac{1}{3}k(k-1)(k+1)]$
$q-1 \leq k \leq 2q-1$	$\frac{2}{3}pq(8q^2+1) - 2pkq^2$	$-p[(2q-k)2q^2 + \frac{1}{3}(k-q)(k-q-1)(k-q+1) - \frac{1}{3}(2q-k)(2q-k-1)(2q-k+1)]$
$2q-1 \leq k \leq 3q$	$\frac{2}{3}pq(8q^2+1) - 2p[kq^2 + \frac{1}{3}(k-2q)(k-2q-1)(k-2q+1)]$	$-\frac{1}{3}p(3q-k)(3q-k-1)(3q-k+1)$

В рабочих режимах наибольший практический интерес представляют обмотки с диаметральными и укороченными шагами. Некоторое укорочение шага обмотки целесообразно исходя из соображений экономии меди, а также уменьшения числа крайних концевых сторон корригирующих катушек при разомкнутом магнитопроводе. Если эти стороны укладываются в дополнительные пазы, при нечетном q можно избежать образование полузаполненных пазов, которые появляются при диаметральной обмотке. Обмотки с удлиненным или сильно укороченным шагом могут представлять интерес только в специальных случаях.

Следует отметить, что полученные результаты вполне правильны и для электрических машин с замкнутым магнитопроводом. Тогда расчетные ширины концевых частей обмоток приравниваются нулю и эквивалентная индуктивность [1] рассчитывается по формуле

$$L_3 = \omega_k^2 \frac{\mu_0 b t_3}{\delta} (S_{10} - S_{100}). \quad (14)$$

В результате настоящей работы границы применения комбинированного метода расчета главных индуктивностей электрической машины с разомкнутым магнитопроводом расширены и охватывают все нормальные трехфазные обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу.

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Х. И. Янес. Главные индуктивности электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник трудов I. Труды ТПИ, серия А, № 197, Таллин, 1962.
2. Х. И. Янес, А. В. Конт. Комбинированный расчет главных индуктивностей электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. Сборник трудов II. Труды ТПИ, серия А, № 214, Таллин, 1964.
3. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, Э. М. Ристхейн, Х. А. Таммемяги, А. В. Конт, Т. А. Веске. Проектирование, изготовление и испытание электромагнитного насоса для транспортировки жидкого магния. Рукопись. Таллинский политехнический институт, Таллин, 1963.
4. А. И. Вольдек. Исследование рассеяния в электрических машинах. Кандидатская диссертация. Ленинградский политехнический институт, Ленинград, 1949.
5. Х. И. Янес. Исследование трехфазных индукционных регуляторов с различными схемами соединений обмоток. Кандидатская диссертация. Ленинградский политехнический институт, Ленинград, 1957.
6. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, А. В. Конт, Э. Г. Кюльм, Т. А. Веске, Э. В. Валласте, А. Р. Пярлист, К. А. Ильвес. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла. Раздел «Уточнение расчета плоских индукционных насосов для транспорта жидкого металла». Рукопись. Таллинский политехнический институт, Таллин, 1964.

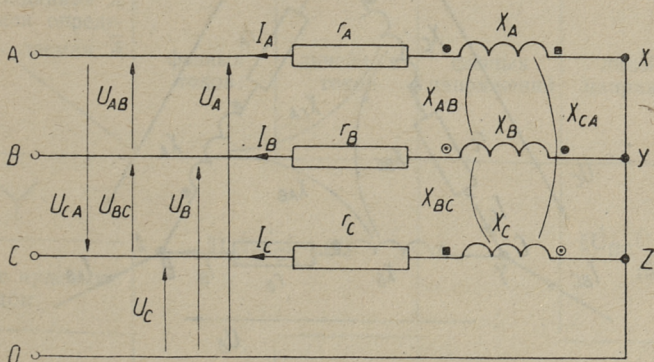
УДК 621.318.38

А. В. Конт, Х. И. Янес

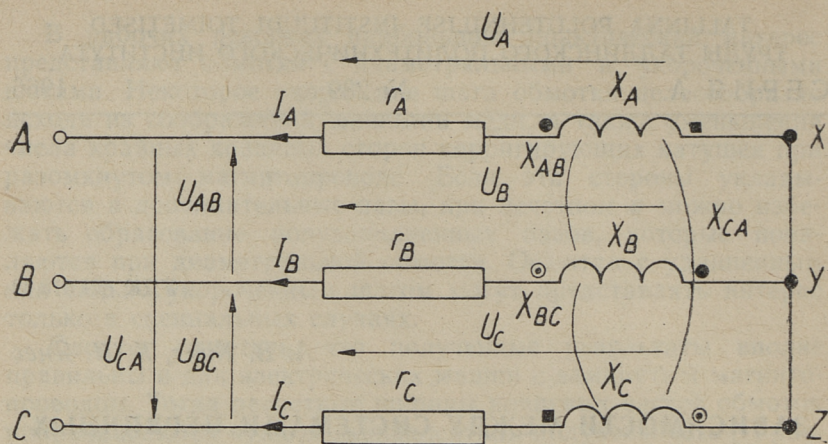
ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СИСТЕМАМИ ПЕРВИЧНЫХ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ В НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ МАШИНЕ

1. Постановка задачи и основные соотношения

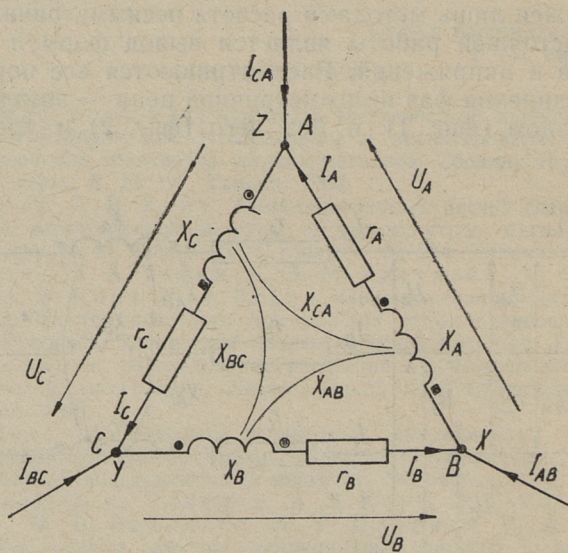
Линейные индукционные насосы и индукционные желобы являются обычно трехфазными несимметричными электрическими машинами. Точный расчет их электромагнитных режимов возможен лишь методами расчета несимметричных цепей. Целью настоящей работы является вывод формул для расчета токов и напряжений. Рассматриваются все нормальные схемы соединения фаз несимметричной цепи — звезды с нулевым проводом (фиг. 1) и без него (фиг. 2) и треугольник (фиг. 3).



Фиг. 1. Схема несимметричной трехфазной обмотки в соединении звездой с нулевым проводом



Фиг. 2. Схема несимметричной трехфазной обмотки в соединении звездой



Фиг. 3. Схема несимметричной трехфазной обмотки в соединении треугольником

Совокупность решаемых задач охватывает трехфазные системы первичных фазных и линейных токов и напряжений. Систему первичных токов или напряжений, которая является известной, называем системой заданных величин и систему первичных токов или напряжений, которая получается в результате решения — системой определяемых величин.

Для большей наглядности и сокращения записи системы уравнений выражаются в матричной форме [2, 3].

Пользуемся следующими обозначениями:

\bar{A} — матрица трехфазной системы определяемых величин (токов или напряжений).

\bar{X} — матрица трехфазной системы заданных величин (токов или напряжений).

Соотношение между \bar{A} и \bar{X} будет иметь вид



$$\bar{A} = \bar{K}_1 \bar{X}, \quad (1)$$

где

\bar{K}_1 — так называемая главная матрица решения (для различения от матриц решения [7]). Элементы его в зависимости от задачи безразмерны или имеют размерность сопротивления или проводимости, если определяются напряжения через токи или наоборот, т. е. токи через напряжения, и определяются параметрами машины и схемой соединения.

Такой подход к совокупности решаемых возможных задач облегчает применение результатов. Ниже даны выражения для всех главных матриц решения и пользование ими производится по единой схеме (1). Исходя из этого расчетчику не

Таблица 1

Заданная \bar{X} или определяемая \bar{A}	фазных токов	линейных токов	фазных напряжений	линейных напряжений
Схема  Звезда с нулевым проводом	$\ \dot{I}_A \dot{I}_B \dot{I}_C\ \quad (2)$		$\ \dot{U}_{BC} \dot{U}_{CA} \dot{U}_{AB}\ \quad (5)$	
	$\ \dot{I}_{BC} \dot{I}_{CA} \dot{I}_{AB}\ \quad (3)$		$\ \dot{U}_A \dot{U}_B \dot{U}_C\ \quad (4)$	

потребуется сравнительно неудобного вычисления обратных матриц.

\bar{A} и \bar{X} являются столбцевыми матрицами с 3 элементами, K_I — квадратная матрица с 3 строками и 3 столбцами.

Выражения для столбцевых матриц \bar{A} или \bar{X} в зависимости от схемы соединения фаз машины (фиг. 1...3) приведены в таблице 1.

Практически в машинах весьма часто наблюдается симметрия относительно одной (средней) фазы [4, 5, 6]. В насосах ТПИ ЭМН-5, ЭМН-6, ЭМН-7 эта фаза обозначается буквой C . При линейных величинах имеется тогда соответственно симметрия относительно AB . Выражения матриц решения в указанном частном случае получаются наиболее простыми, если векторы фазы C и линии AB поставить в матрицах таблицы 1 на одно и то же (на последнее) место.

2. Классификация задач, обозначения главных матриц решения и их элементов

При расчете элементов главных матриц решения исходными являются полные сопротивления и сопротивления взаимных индуктивностей фаз (фиг. 1...3)

$$\left. \begin{aligned} Z_A &= r_A + jx_A, & Z_B &= r_B + jx_B, & Z_C &= r_C + jx_C, \\ Z_{AB} &= jx_{AB}, & Z_{BC} &= jx_{BC}, & Z_{CA} &= jx_{CA}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

а также расчетные вспомогательные величины

$$\left. \begin{aligned} D_A &= Z_{BC}^2 - Z_B Z_C, & D_B &= Z_{CA}^2 - Z_C Z_A, & D_C &= Z_{AB}^2 - Z_A Z_B, \\ D_{AB} &= Z_C Z_{AB} - Z_{BC} Z_{CA}, & D_{BC} &= Z_A Z_{BC} - Z_{CA} Z_{AB}, \\ D_{CA} &= Z_B Z_{CA} - Z_{AB} Z_{BC}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Все возможные встречаемые варианты решения уравнения (1) целесообразно подразделить на 9 принципиально различных типов, зависящих от соединения обмоток машины и характера задач. Задачи каждого типа рассматриваются в последующих пунктах в отдельности.

Общее обозначение любой главной матрицы решения имеет вид \bar{K}_{IT} , где в индексе на месте «Т» стоит номер типа задачи (от 1 до 9). Большинство таких матриц, маркированных двумя цифрами в индексе, являются матрицами общего характера, из которых каждая дает, как видно дальше, два варианта конкретных выражений главных матриц решения.

Таблица 2

Получается в результате те решения	фазные токи			линейные токи			Соединение обмоток						линейные напряжения			
	Y	Y	Δ	Y	Y	Δ	Y	Y	Y	Y	Y	Δ	Y	Y	Y	Δ
известны фазные токи	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г2}$	$\bar{K}_{Г4a}$	$\bar{K}_{Г3a}$	$\bar{K}_{Г5a}$	$\bar{K}_{Г7a}$	$\bar{K}_{Г8a}$	$\bar{K}_{Г6a}$	$\bar{K}_{Г7a}$	$\bar{K}_{Г8a}$	$\bar{K}_{Г7a}$	$\bar{K}_{Г5a}$
линейные токи	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г9a}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г4a}$	$\bar{K}_{Г3a}$	$\bar{K}_{Г6a}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г6a}$	$\bar{K}_{Г7a}$	$\bar{K}_{Г8a}$	$\bar{K}_{Г7a}$	$\bar{K}_{Г6a}$
фазные напряжения	$\bar{K}_{Г5b}$	$\bar{K}_{Г4b}$	$\bar{K}_{Г3b}$	$\bar{K}_{Г5b}$	$\bar{K}_{Г3b}$	$\bar{K}_{Г8b}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г2}$	$\bar{K}_{Г2}$	$\bar{K}_{Г2}$	$\bar{K}_{Г1}$
линейные напряжения	$\bar{K}_{Г6b}$	$\bar{K}_{Г4b}$	невоз- можно	$\bar{K}_{Г6b}$	невоз- можно	$\bar{K}_{Г8b}$	$\bar{K}_{Г9b}$	$\bar{K}_{Г9b}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$	$\bar{K}_{Г1}$

В отдельных элементах этих двух вариантов матриц перенесены между собой обозначения Z и D , а индексы при Z и D в них соответственно одинаковые. Одна из этих матриц служит для решения задачи, где известными являются токи, и другая —, где известными являются напряжения. В первом случае в индекс матрицы добавляется «а», во втором случае — «б».

Исключением от вышеотмеченного принципа являются главные матрицы решения 1-го и 2-го типа, при которых безразлично, являются ли заданными токи или напряжения, а также главная матрица решения 7-го типа задачи, при которой случай заданных напряжений не представляет практического интереса. В дальнейшем третий индекс при главных матрицах решения 1-го и 2-го типа опускается.

В таблице 2, где в индексах вместо «Г» следует взять «1», связаны главные матрицы решения с условиями задач. На пересечении строки известных величин и столбца получаемых в результате решения величин приведено обозначение соответствующей главной матрицы решения. Вторая цифра в индексе матрицы указывает номер вышеотмеченных типов задач.

Ввиду наличия «парных» матриц при большинстве типов (типы 3, 4, 5, 6, 8 и 9) оказывается целесообразным дать выражения матриц общего характера (с двумя индексами) вместо конкретных обозначений Z и D в обобщенных обозначениях Q и W , позволяющих равноценный переход на тот или иной частный вариант. При каком варианте $Q = Z$ и $W = D$ и при каком $Q = D$ и $W = Z$, указано в дальнейшем в каждом конкретном случае в скобках за обозначением матрицы общего характера.

Если пользоваться обозначениями

$$\left. \begin{aligned} \Delta_Z &= Z_A Z_{BC}^2 + Z_B Z_{CA}^2 + Z_C Z_{AB}^2 - Z_A Z_B Z_C - 2Z_{AB} Z_{BC} Z_{CA}, \\ \Delta_D &= 1, \end{aligned} \right\} (8)$$

связи между обобщенными обозначениями Q и W будут:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_W W_A &= Q_{BC}^2 - Q_B Q_C, & \Delta_W W_{AB} &= Q_C Q_{AB} - Q_{BC} Q_{CA}, \\ \Delta_W W_B &= Q_{CA}^2 - Q_C Q_A, & \Delta_W W_{BC} &= Q_A Q_{BC} - Q_{CA} Q_{AB}, \\ \Delta_W W_C &= Q_{AB}^2 - Q_A Q_B, & \Delta_W W_{CA} &= Q_B Q_{CA} - Q_{AB} Q_{BC}, \end{aligned} \right\} (9)$$

где

$Q = Z, W = D$ согласно (7) и (8) или, как показывает анализ, $W = Z, Q = D$.

Обозначая в (9) выражения $Q_{BC}^2 - Q_B Q_C, Q_{CA}^2 - Q_C Q_A, \dots, Q_B Q_{CA} - Q_{AB} Q_{BC}$ через $F(Q)$ и соответствующие в (9) на ле-

вой стороне им величины W_A, W_B, \dots, W_{CA} через W_F или, если W и Q переменны между собой местами, — соответственно через $F(W)$ и Q_F , то имеем:

$$\Delta_W W_F = F(Q), \quad \Delta_Q Q_F = F(W). \quad (10)$$

Пользование соотношениями (10) позволяет дополнительно к представлению результатов в обобщенных обозначениях выполнять в обобщенных обозначениях также и аналитические расчеты.

Для облегчения пользования результатами настоящей работы и уменьшения объема выражений главных матриц решения на базе (6) и (7) применяем еще следующие вспомогательные обозначения (выписаны для простоты только через W , такие же выражения следует для равноценного перехода на Z и D выписать и через Q):

$$\left. \begin{aligned} W_{ABCA} &= W_{AB} - W_{CA}, & W_{AAB} &= W_A - W_{AB}, & W_{CAA} &= W_{CA} - W_A, \\ W_{BCAB} &= W_{BC} - W_{AB}, & W_{BBC} &= W_B - W_{BC}, & W_{ABB} &= W_{AB} - W_B, \\ W_{CABC} &= W_{CA} - W_{BC}, & W_{CCA} &= W_C - W_{CA}, & W_{BCC} &= W_{BC} - W_C; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{AO} &= W_A + W_{AB} + W_{CA}, \\ W_{BO} &= W_{AB} + W_B + W_{BC}, \\ W_{CO} &= W_{CA} + W_{BC} + W_C; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$W_{\Pi O} = W_{AO} + W_{BO} + W_{CO}. \quad (13)$$

3. О дополнительных условиях при решении задач

Некоторые решаемые задачи связаны с дополнительными условиями, вытекающими из требования равенства нулю суммы заданных, определяемых или одновременно и заданных и определяемых величин. При токах такое требование базируется на первом законе Кирхгофа, при напряжениях — на втором законе Кирхгофа для контура, не содержащего внешних источников *э.д.с.* или внешних ветвей.

Выражая дополнительное условие в матричной форме, имеем для заданных величин

$$\bar{K}_d \bar{X} = 0, \quad (14)$$

где

$$\bar{K}_d = \| 1 \quad 1 \quad 1 \|. \quad (15)$$

По (14) и (1) находим

$$\bar{K}_d \bar{K}_1^{-1} \bar{A} = 0. \quad (16)$$

При дополнительном условии для определяемых величин

$$\bar{K}_d \bar{A} = 0 \quad (17)$$

имеем на основе (1) и (17)

$$\bar{K}_d \bar{K}_1 \bar{X} = 0. \quad (18)$$

Как видно, одно вытекающее из закона Кирхгофа дополнительное условие связывает между собой как в случае (14), так и в случае (17) дополнительно обе матрицы \bar{X} и \bar{A} (если, разумеется, содержащиеся в дополнительных условиях матрицы существуют; эти проблемы рассматриваются ниже при решении каждой задачи в отдельности). Учет относящихся к \bar{X} дополнительных соотношений (14) и (18) является перед расчетом для получения реальных результатов обязательным; относящиеся к \bar{A} соотношения (16) и (17) могут служить проверочными.

Если имеются дополнительные условия для \bar{X} , которые будем называть обязательными, нельзя уже считать независимыми переменными всех трех элементов этих матриц, так как они должны быть согласованы с обязательными дополнительными условиями. Последнее можно сделать двумя способами. Одним способом является проверка перед расчетами по этим условиям известных величин с последующим расчетом по обычным матрицам, которые их не учитывают.

Вторым способом является выполнение расчетов по новым матрицам, выведенным на базе обычных матриц и дополнительных условий.

Эти матрицы учитывают тогда уже в сущности дополнительные условия и расчеты производятся в обычном порядке без предварительной проверки известных величин.

Применяя оба вышеуказанные способа, получим для решения одной и той же задачи несколько матриц. Последние нумеруются дополнительной цифрой через тире в индексе.

Пользуясь вторым способом, получают матрицы, члены одного столбца которых равняются нулю. Результаты, следовательно, не зависят от находящегося в соответствующем месте в матрицах \bar{X} элемента и задавать можно только два остальных. Оставший третий элемент может быть вычислен на основе обязательного дополнительного условия, но может

оставаться и невычисленным, так как обязательное дополнительное условие при решении задачи удовлетворено автоматически.

У каждого выражения матрицы решения с дополнительными условиями указывают непосредственно адреса обязательных и проверочных соотношений, которые к ним относятся.

При этом используются следующие сокращения:

"С (*)" — исходные величины должны быть согласованы с уравнением (*),

"П (**)" — результаты могут быть проверены уравнением (**),

"В (***)" — третий элемент матрицы известных величин может быть вычислен по (***)).

Первое обозначение находится только у матрицы, полученной по первому способу, последнее обозначение — только у матрицы, полученной по второму способу, среднее обозначение может находиться у матрицы в обоих случаях.

В следующих пунктах приводятся все главные матрицы решения (табл. 2) по всем 9 типам задач.

4. Главная матрица решения задач 1-го типа

В данном случае система определяемых величин равняется системе заданных величин,

$$\bar{K}_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (19)$$

5. Главная матрица решения задач 2-го типа

Главная матрица решения имеет вид

$$\bar{K}_{12} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}, \text{ П(17)}. \quad (20)$$

В данном случае действительно дополнительное условие для определяемых величин (17). Так как в (18) $\bar{K}_d \bar{K}_{12} = \bar{0}$, обязательных дополнительных условий не существует, как, конечно, ясно и из физического представления.

6. Главная матрица решения задач 3-го типа

Главная матрица решения выражается в виде

$$\bar{K}_{13} = \frac{1}{\Delta_w} \begin{vmatrix} Q_A & Q_{AB} & Q_{CA} \\ Q_{AB} & Q_B & Q_{BC} \\ Q_{CA} & Q_{BC} & Q_C \end{vmatrix}. \quad (21)$$

При известных токах

$$\bar{K}_{13a} = \bar{K}_{13} (Q = Z, W = D), \quad (22)$$

и соотношение (1) представляет систему уравнений, выражающих второй закон Кирхгофа (фиг. 1).

При известных напряжениях

$$\bar{K}_{13b} = \bar{K}_{13} (Q = D, W = Z). \quad (23)$$

Отметим, что согласно (8), (9) и (10)

$$\bar{K}_{13a} = \bar{K}_{13b}^{-1}, \quad \bar{K}_{13b} = \bar{K}_{13a}^{-1}. \quad (24)$$

7. Главная матрица решения задач 4-го типа

Главная матрица решения задач 4-го типа выражается в виде матрицы решения задач 3-го типа \bar{K}_{13} , при этом действительно дополнительное условие для заданных величин (14).

В данном случае имеют силу оба дополнительных условия (14) и (16), причем в последней $\bar{K}_1 = \bar{K}_{13}$. Выражение (16) становится для пользования более удобным, если учитывать (24).

На основе первого способа решения задач с дополнительными условиями (п. 3) имеем в данном случае для главной матрицы решения выражение

$$\bar{K}_{14-1} = \bar{K}_{13}; \quad C(14), \quad П(16). \quad (25)$$

Пользуясь вторым способом решения, получим

$$\bar{K}_{14-2} = \frac{1}{\Delta_w} \begin{vmatrix} -Q_{CAA} & Q_{ABCA} & 0 \\ -Q_{BCAB} & Q_{BBC} & 0 \\ -Q_{CCA} & Q_{BCC} & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} П(16) \\ В(14) \end{matrix}, \quad (26)$$

$$\bar{K}_{14-3} = \frac{1}{\Delta_w} \begin{vmatrix} 0 & -Q_{AAB} & Q_{CAA} \\ 0 & -Q_{ABB} & Q_{BCAB} \\ 0 & -Q_{CABC} & Q_{CCA} \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} П(16) \\ В(14) \end{matrix}, \quad (27)$$

$$\bar{K}_{14-4} = \frac{1}{\Delta_w} \begin{vmatrix} Q_{AAB} & 0 & -Q_{ABCA} \\ Q_{ABB} & 0 & -Q_{BBC} \\ Q_{CABC} & 0 & -Q_{BCC} \end{vmatrix}, \begin{matrix} \text{П(16)} \\ \text{В(14)} \end{matrix}. \quad (28)$$

Как и в матрице \bar{K}_{13}

$$\left. \begin{matrix} \bar{K}_{14a} = \bar{K}_{14} \quad (Q = Z, W = D), \\ \bar{K}_{146} = \bar{K}_{14} \quad (Q = D, W = Z). \end{matrix} \right\} \quad (29)$$

8. Главная матрица решения задач 5-го типа

Главная матрица решения задач 5-го типа выражается в виде \bar{K}_{13} , но имеется дополнительное условие для определяемых величин (17). Имеют силу оба выражения дополнительного условия (17) и (18), где в последней $\bar{K}_1 = \bar{K}_{13}$. Задачи 4-го и 5-го типов являются, как видно по табл. 2, обратными, что отражается и в дополнительных условиях [см. также (24)].

Для главной матрицы имеем:

$$\bar{K}_{15-1} = \bar{K}_{13}, \text{ C(18), П(17)}, \quad (30)$$

$$\bar{K}_{15-2} = \frac{1}{Q_{CO}} \begin{vmatrix} -W_{BBC} & W_{ABCA} & 0 \\ -W_{BCAB} & W_{CAA} & 0 \\ -W_{ABB} & W_{AAB} & 0 \end{vmatrix}, \begin{matrix} \text{П(17)} \\ \text{В(18)} \end{matrix}, \quad (31)$$

$$\bar{K}_{15-3} = \frac{1}{Q_{AO}} \begin{vmatrix} 0 & -W_{BCC} & W_{BBC} \\ 0 & -W_{CCA} & W_{BCAB} \\ 0 & -W_{CABC} & W_{ABB} \end{vmatrix}, \begin{matrix} \text{П(17)} \\ \text{В(18)} \end{matrix}, \quad (32)$$

$$\bar{K}_{15-4} = \frac{1}{Q_{BO}} \begin{vmatrix} W_{BCC} & 0 & -W_{ABCA} \\ W_{CCA} & 0 & -W_{CAA} \\ W_{CABC} & 0 & -W_{AAB} \end{vmatrix}, \begin{matrix} \text{П(17)} \\ \text{В(18)} \end{matrix}. \quad (33)$$

В настоящем случае

$$\left. \begin{matrix} \bar{K}_{15a} = \bar{K}_{15} \quad (Q = Z, W = D), \\ \bar{K}_{156} = \bar{K}_{15} \quad (Q = D, W = Z), \end{matrix} \right\} \quad (34)$$

9. Главная матрица решения задач 6-го типа

Главная матрица решения выражается в виде

$$\bar{K}_{16-1} = \frac{1}{Q_{\text{по}}} \begin{vmatrix} W_{ABCA} & W_{BBC} & W_{BCC} \\ W_{CAA} & W_{BCAB} & W_{CCA} \\ W_{AAB} & W_{ABB} & W_{CABC} \end{vmatrix}, \begin{matrix} \text{C(14)} \\ \text{П(17)} \end{matrix}. \quad (35)$$

Как заданные, так и определяемые величины связаны в настоящем случае с дополнительными условиями (14) и (17).

Так как матрица \bar{K}_{16-1}^{-1} не существует (детерминант матрицы \bar{K}_{16-1} равняется нулю), выражение (16) отпадает и условие (14) не связывает дополнительно между собой элементов матрицы \bar{A} . С другой стороны, так как $\bar{K}_d \bar{K}_{16-1} = \bar{0}$, отпадает условие (18) и со стороны условия (17) нет ограничений для элементов матрицы \bar{X} . В силе останутся условия (14) и (17).

Для главной матрицы получим еще выражения

$$\bar{K}_{16-2} = \frac{1}{Q_{п0}} \left\| \begin{array}{ccc|ccc} W_{ABCA} & -W_{BCC} & & W_{BBC} & -W_{BCC} & 0 \\ W_{CAA} & -W_{CCA} & & W_{BCAB} & -W_{CCA} & 0 \\ W_{AAB} & -W_{CABC} & & W_{ABB} & -W_{CABC} & 0 \end{array} \right\|, \quad \begin{array}{l} \text{П(17)} \\ \text{В(14)} \end{array}, \quad (36)$$

$$\bar{K}_{16-3} = \frac{1}{Q_{п0}} \left\| \begin{array}{ccc|ccc} 0 & W_{BBC} & -W_{ABCA} & W_{BCC} & -W_{ABCA} & \\ 0 & W_{BCAB} & -W_{CAA} & W_{CCA} & -W_{CAA} & \\ 0 & W_{ABB} & -W_{AAB} & W_{CABC} & -W_{AAB} & \end{array} \right\|, \quad \begin{array}{l} \text{П(17)} \\ \text{В(14)} \end{array}, \quad (37)$$

$$\bar{K}_{16-4} = \frac{1}{Q_{п0}} \left\| \begin{array}{ccc|ccc} W_{ABCA} & -W_{BBC} & 0 & W_{BCC} & -W_{BBC} & \\ W_{CAA} & -W_{BCAB} & 0 & W_{CCA} & -W_{BCAB} & \\ W_{AAB} & -W_{ABB} & 0 & W_{CABC} & -W_{ABB} & \end{array} \right\|, \quad \begin{array}{l} \text{П(17)} \\ \text{В(14)} \end{array}. \quad (38)$$

В матрицах \bar{K}_{16}

$$\left. \begin{array}{l} \bar{K}_{16a} = \bar{K}_{16} (Q = Z, W = D), \\ \bar{K}_{16b} = \bar{K}_{16} (Q = D, W = Z). \end{array} \right\} \quad (39)$$

10. Главная матрица решения задач 7-го типа

Главная матрица решения выражается в виде

$$\bar{K}_{17} = \frac{1}{4Q} \left\| \begin{array}{ccc} W_{ABCA} & W_{BBC} & W_{BCC} \\ W_{CAA} & W_{BCAB} & W_{CCA} \\ W_{AAB} & W_{ABB} & W_{CABC} \end{array} \right\|, \quad \text{П(17)}, \quad (40)$$

причем имеется дополнительное условие для определяемых величин (17). Так как $\bar{K}_d \bar{K}_{17} = \bar{0}$, здесь, как и в задачах 2-го типа, обязательных дополнительных условий не существует.

Обращая внимание на одинаковую форму матриц (35) и (40), запишем выражение для \bar{K}_{17} в более простом виде:

$$\bar{K}_{17} = \frac{Q_{\text{по}}}{\Delta_Q} \bar{K}_{16-1}, \text{ П(17)}. \quad (41)$$

При вычислении \bar{K}_{17} по (41) не требуется вычислять множитель $Q_{\text{по}}$, так как он сокращается при умножении на \bar{K}_{16-1} . К выражению (41) приписано представляющее в данном случае интерес указание на дополнительное условие, как и раньше. Дополнительные условия у (35) не имеют никакой связи с данной задачей и на них не следует обращать внимания.

Отметим, что все последующие типы задач (включая и настоящий) решаются последовательными решениями некоторых уже рассмотренных задач. В данном случае имеем

$$\bar{K}_{17} = \bar{K}_{12}\bar{K}_{13}. \quad (42)$$

В матрице \bar{K}_{17a}

$$\bar{K}_{17a} = \bar{K}_{17}(Q = D, W = Z). \quad (43)$$

11. Главная матрица решения задач 8-го типа

Главная матрица решения имеет вид

$$\bar{K}_{18-1} = \frac{Q_{\text{по}}}{\Delta_Q} \bar{K}_{16-1}, \text{ С(14), П(17)}, \quad (44)$$

$$\bar{K}_{18-2} = \frac{Q_{\text{по}}}{\Delta_Q} \bar{K}_{16-2}, \text{ П(17), В(14)}, \quad (45)$$

$$\bar{K}_{18-3} = \frac{Q_{\text{по}}}{\Delta_Q} \bar{K}_{16-3}, \text{ П(17), В(14)}, \quad (46)$$

$$\bar{K}_{18-4} = \frac{Q_{\text{по}}}{\Delta_Q} \bar{K}_{16-4}, \text{ П(17), В(14)}. \quad (47)$$

Хотя в этом случае имеем дополнительные условия как для заданных, так и для определяемых величин согласно выражениям (14) и (17), как и при решении задач 6-го типа, здесь больше условий не существует.

В настоящем случае решаются последовательно задачи 2-го и 4-го типов, т. е.

$$\bar{K}_{18} = \bar{K}_{12}\bar{K}_{14}. \quad (48)$$

В главной матрице решения задач 8-го типа

$$\left. \begin{aligned} \bar{K}_{18a} &= \bar{K}_{18} & (Q = D, \quad W = Z), \\ \bar{K}_{18b} &= \bar{K}_{18} & (Q = Z, \quad W = D). \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

12. Главная матрица решения задач 9-го типа

Главная матрица имеет вид

$$\bar{K}_{19-1} = \frac{1}{Q_{п0}} \left\| \begin{array}{ccc} 0 & -Q_{CO} & Q_{BO} \\ Q_{CO} & 0 & -Q_{AO} \\ -Q_{BO} & Q_{AO} & 0 \end{array} \right\|, \quad C(14). \quad (50)$$

Здесь действительно дополнительное условие для заданных величин (14). Так как детерминант матрицы \bar{K}_{19-1} равен нулю и обратной матрицы \bar{K}_{19-1}^{-1} не существует, нет проверочного условия, как и следовало ожидать. Имеем только обязательное условие (14).

Для главной матрицы действительны уравнения

$$\left. \begin{aligned} \bar{K}_{19-1a} &= \bar{K}_{14-16} \bar{K}_{16-1a}, \\ \bar{K}_{19-1b} &= \bar{K}_{14-16} \bar{K}_{16-1b}. \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Остальные выражения для главной матрицы:

$$\bar{K}_{19-2} = \frac{1}{Q_{п0}} \left\| \begin{array}{ccc} -Q_{BO} & -(Q_{BO} + Q_{CO}) & 0 \\ Q_{CO} + Q_{AO} & Q_{AO} & 0 \\ -Q_{BO} & Q_{AO} & 0 \end{array} \right\|, \quad B(14), \quad (52)$$

$$\bar{K}_{19-3} = \frac{1}{Q_{п0}} \left\| \begin{array}{ccc} 0 & -Q_{CO} & Q_{BO} \\ 0 & -Q_{CO} & -(Q_{CO} + Q_{AO}) \\ 0 & Q_{AO} + Q_{BO} & Q_{BO} \end{array} \right\|, \quad B(14), \quad (53)$$

$$\bar{K}_{19-4} = \frac{1}{Q_{п0}} \left\| \begin{array}{ccc} Q_{CO} & 0 & Q_{BO} + Q_{CO} \\ Q_{CO} & 0 & -Q_{AO} \\ -(Q_{AO} + Q_{BO}) & 0 & -Q_{AO} \end{array} \right\|, \quad B(14). \quad (54)$$

В главной матрице решения задач 9-го типа

$$\left. \begin{aligned} \bar{K}_{19a} &= \bar{K}_{19} & (Q = Z), \\ \bar{K}_{19b} &= \bar{K}_{19} & (Q = D). \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

13. Сводные примечания

Как вытекает из вышеприведенного, при решении настоящим методом конкретной задачи следует соблюдать следующий порядок действий.

1. Выписать из таблицы 1 матрицы известных и неизвестных величин.

2. Определить по таблице 2 номер типа задачи.

3. Выписать из пунктов 4—12 выражение главной матрицы решения и рассчитать элементы ее согласно формулам п. 2.

4. Решить уравнение (1).

Полученные в настоящей работе результаты позволяют в значительной мере облегчить решение рассматриваемых задач и могут являться основой при дальнейшем исследовании вопросов в этой области, в частности при выводе зависимостей между симметричными составляющими систем первичных токов и напряжений в несимметричной трехфазной машине [7].

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, II ч. Госэнергоиздат, 1959.
2. В. И. Смирнов. Курс высшей математики, том III, часть I. Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва, 1953.
3. Г. Крон. Применение тензорного анализа в электротехнике. Госэнергоиздат, Москва—Ленинград, 1955.
4. Х. И. Янес. Главные индуктивности электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник трудов I. Труды ТПИ, серия А, № 197, Таллин, 1962.
5. Х. И. Янес, А. В. Конт. Комбинированный расчет главных индуктивностей электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов II. Труды ТПИ, серия А, № 214, Таллин, 1964.
6. Х. И. Янес, А. В. Конт. Несимметрия фаз и роль составляющих обратной и нулевой последовательностей в электрической машине с разомкнутым магнитопроводом. Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов II. Труды ТПИ, серия А, № 214, Таллин, 1964.
7. Х. И. Янес, А. В. Конт. Зависимости между симметричными составляющими систем первичных токов и напряжений в несимметричной трехфазной машине. См. наст. сборник, стр. 31.
8. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, А. В. Конт, Э. Г. Кюльм, Т. А. Веске, Э. В. Валласте, А. Р. Пярлист, К. А. Ильвес. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла, раздел «Уточнение расчета плоских индукционных насосов для транспорта жидкого металла». Рукопись. Таллинский политехнический институт, Таллин, 1961.

УДК 621.318.38

А. В. Конт, Х. И. Янес

ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СИММЕТРИЧНЫМИ СОСТАВЛЯЮЩИМИ СИСТЕМ ПЕРВИЧНЫХ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ В НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ МАШИНЕ

1. Постановка задачи и основные соотношения

В настоящей работе распространяются результаты [7] на симметричные составляющие токов и напряжений несимметричной трехфазной линейной индукционной машины. Используются принятые в [7] определения и обозначения.

Все задачи расчета системы определяемых величин или их симметричных составляющих по известной системе заданных величин или по их симметричным составляющим группируются согласно таблице 1.

Таблица 1

№ группы задач	Известно	Получается в ходе решения
1	Система заданных величин	Система определяемых величин
2	" "	Симметричные составляющие системы определяемых величин
3	Симметричные составляющие системы заданных величин	Система определяемых величин
4	" "	Симметричные составляющие системы определяемых величин

Относящиеся к первой группе задачи рассмотрены в [7], в настоящей работе рассматриваются задачи групп 2 ... 4.

Если пользоваться дополнительно к \bar{A} и \bar{X} [7] обозначениями

\bar{C} — матрица симметричных составляющих системы определяемых величин \bar{A} ,

\bar{Z} — матрица симметричных составляющих системы заданных величин \bar{X} ,

можем выписать указанные в табл. 1 задачи 2...4 групп в виде

$$\bar{C} = \bar{K}_2 \bar{X}, \quad (1)$$

$$\bar{A} = \bar{K}_3 \bar{Z}, \quad (2)$$

$$\bar{C} = \bar{K}_4 \bar{Z}, \quad (3)$$

где

$\bar{K}_2, \bar{K}_3, \bar{K}_4$ — матрицы решения, по характеру аналогичные главной матрице решения [7]; \bar{C} и \bar{Z} — аналогичные \bar{A} и \bar{X} [7] столбцевые матрицы с 3 элементами.

Выражения для матриц решения получаются по рассуждению в [7] наиболее простыми, если матрицы симметричных составляющих определяемых или заданных величин \bar{C} или \bar{Z} имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{C}; \bar{Z} = \|\dot{I}_1 \quad \dot{I}_2 \quad \dot{I}_0\|, \\ \bar{C}; \bar{Z} = \|\dot{U}_1 \quad \dot{U}_2 \quad \dot{U}_0\|, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где индексы элементов матриц указывают прямую, обратную или нулевую последовательность симметричных составляющих.

Для величин и их симметричных составляющих [1] действительны соотношения

$$\bar{C} = \bar{K}_T \bar{A}, \quad (5)$$

$$\bar{X} = \bar{K}_T^{-1} \bar{Z}, \quad (6)$$

где матрицы \bar{K}_T и \bar{K}_T^{-1} выражаются через оператор трехфазной системы a следующим образом:

$$\bar{K}_T = \frac{1}{3} \left\| \left\| \begin{array}{ccc} a & a^2 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right\| \right\|, \quad (7)$$

$$\bar{K}_T^{-1} = \begin{vmatrix} a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Пользуясь выражениями (1), (2), (3), (5), (6) и выражением (1) из [7] находим:

$$\bar{K}_2 = \bar{K}_T \bar{K}_1, \quad (9)$$

$$\bar{K}_3 = \bar{K}_1 \bar{K}_T^{-1}, \quad (10)$$

$$\bar{K}_4 = \bar{K}_T \bar{K}_1 \bar{K}_T^{-1} = \bar{K}_2 \bar{K}_T^{-1} = \bar{K}_T \bar{K}_3. \quad (11)$$

Соотношения (9), (10) и (11) позволяют при определении выражений матриц \bar{K}_2 , \bar{K}_3 , \bar{K}_4 пользоваться уже готовыми выражениями главной матрицы \bar{K}_1 [7].

2. Обозначения матриц решения и их элементов

Обозначения матриц решения аналогичны обозначениям главных матриц решения табл. 2 [7]. На первое место в индексе вместо «Г» (где в случае главных матриц стояла «1») следует написать номер группы задач согласно табл. 1 настоящей работы.

$$\left. \begin{aligned} W_{A1} &= aW_A + a^2W_{AB} + W_{CA}, & W_{A2} &= a^2W_A + aW_{AB} + W_{CA}, \\ W_{B1} &= aW_{AB} + a^2W_B + W_{BC}, & W_{B2} &= a^2W_{AB} + aW_B + W_{BC}, \\ W_{C1} &= aW_{CA} + a^2W_{BC} + W_C, & W_{C2} &= a^2W_{CA} + aW_{BC} + W_C; \end{aligned} \right\} (12)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{ABC6} &= W_A - W_{BC}, & W_{ABC\pi} &= W_A + 2W_{BC}, \\ W_{BCA6} &= W_B - W_{CA}, & W_{BCA\pi} &= W_B + 2W_{CA}, \\ W_{CAB6} &= W_C - W_{AB}, & W_{CAB\pi} &= W_C + 2W_{AB}; \end{aligned} \right\} (13)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{60} &= a^2W_{A1} + aW_{B1} + W_{C1} = aW_{A2} + a^2W_{B2} + W_{C2} = \\ &= W_{ABC6} + W_{BCA6} + W_{CAB6}, \\ W_{61} &= aW_{A0} + a^2W_{B0} + W_{C0} = W_{A1} + W_{B1} + W_{C1} = \\ &= aW_{ABC6} + a^2W_{BCA6} + W_{CAB6}, \\ W_{62} &= a^2W_{A0} + aW_{B0} + W_{C0} = W_{A2} + W_{B2} + W_{C2} = \\ &= a^2W_{ABC6} + aW_{BCA6} + W_{CAB6}; \end{aligned} \right\} (14)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{\pi 0} &= W_{A0} + W_{B0} + W_{C0} = W_{ABC\pi} + W_{BCA\pi} + W_{CAB\pi}, \\ W_{\pi 1} &= a^2W_{A2} + aW_{B2} + W_{C2} = aW_{ABC\pi} + a^2W_{BCA\pi} + W_{CAB\pi}, \\ W_{\pi 2} &= aW_{A1} + a^2W_{B1} + W_{C1} = a^2W_{ABC\pi} + aW_{BCA\pi} + W_{CAB\pi}. \end{aligned} \right\} (15)$$

Дополнительно к принятым в [7] обозначениям элементов главных матриц решения целесообразно в данном случае ввести еще вышеприведенные обозначения (как и в [7] выписаны для упрощения только через W).

3. О дополнительных условиях

Одно вытекающее из требования равенства нулю суммы заданных или определяемых величин [7] дополнительное условие связывает между собой дополнительно (если соответствующие матрицы существуют) как заданные и определяемые величины [7], так и их симметричные составляющие.

Дополнительно к (14) и (16) в [7] находим согласно (14) в [7] и (6)

$$\bar{K}_D \bar{K}_T^{-1} \bar{Z} = 0 \quad (16)$$

и согласно (16), (11) и (3)

$$\bar{K}_D \bar{K}_1^{-1} \bar{K}_T^{-1} \bar{C} = 0. \quad (17)$$

С другой стороны дополнительно к (17) и (18) в [7] имеем по (6), (18) в [7] и (10)

$$\bar{K}_D \bar{K}_1 \bar{K}_T^{-1} \bar{Z} = \bar{K}_D \bar{K}_3 \bar{Z} = 0, \quad (18)$$

а также по (5) и (17) в [7]

$$\bar{K}_D \bar{K}_T^{-1} \bar{C} = 0. \quad (19)$$

Применение дополнительных условий при решении задач аналогичное к [7].

4. Выражения матриц решения

Ниже в таблице 2 приведены выражения матриц решения для задач 2, 3 и 4 групп всех 9 типов.

Матрицы решения даны в обобщенных обозначениях Q и W , переход к конкретным обозначениям Z и D производится в том же порядке, как и в случае главной матрицы решения в [7]. В столбце примечаний табл. 2 около первой матрицы решения каждого типа дается ссылка на соответствующие выражения в [7].

Обозначение	Выражение матрицы	Дополнительное условие	Примечания
1	2	3	4
\bar{K}_{21}	\bar{K}_r	—	—
\bar{K}_{31}	\bar{K}_r^{-1}	—	—
\bar{K}_{41}	\bar{K}_{11}	—	—
\bar{K}_{22}	$\frac{a^2-a}{3} \left\ \begin{array}{ccc} a & a^2 & 1 \\ -a^2 & -a & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\ $	П(19)	—
\bar{K}_{32}	$(a^2-a) \left\ \begin{array}{ccc} a^2 & -a & 0 \\ a & -a^2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{array} \right\ $	П(17) [7]	—
\bar{K}_{42}	$(a^2-a) \left\ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\ $	П(19)	—
\bar{K}_{23}	$\frac{1}{3\Delta_w} \left\ \begin{array}{ccc} Q_{A1} & Q_{B1} & Q_{C1} \\ Q_{A2} & Q_{B2} & Q_{C2} \\ Q_{A0} & Q_{B0} & Q_{C0} \end{array} \right\ $	—	см. в [7] (22) и (23)
\bar{K}_{33}	$\frac{1}{\Delta_w} \left\ \begin{array}{ccc} Q_{A2} & Q_{A1} & Q_{A0} \\ Q_{B2} & Q_{B1} & Q_{B0} \\ Q_{C2} & Q_{C1} & Q_{C0} \end{array} \right\ $	—	$\bar{K}_{23a} = \bar{K}_{236}^{-1}$ $\bar{K}_{336} = \bar{K}_{23a}^{-1}$
\bar{K}_{43}	$\frac{1}{3\Delta_w} \left\ \begin{array}{ccc} Q_{60} & Q_{n2} & Q_{61} \\ Q_{n1} & Q_{60} & Q_{62} \\ Q_{62} & Q_{61} & Q_{n0} \end{array} \right\ $	—	$\bar{K}_{43a} = \bar{K}_{436}^{-1}$
\bar{K}_{24-1}	\bar{K}_{23}	С(14) [7] П(17)	см. в [7] (29)
\bar{K}_{24-2}	$\frac{1}{3\Delta_w} \left\ \begin{array}{ccc} Q_{A1}-Q_{C1} & Q_{B1}-Q_{C1} & 0 \\ Q_{A2}-Q_{C2} & Q_{B2}-Q_{C2} & 0 \\ Q_{A0}-Q_{C0} & Q_{B0}-Q_{C0} & 0 \end{array} \right\ $	П(17) В(14) [7]	—
\bar{K}_{24-3}	$\frac{1}{3\Delta_w} \left\ \begin{array}{ccc} 0 & Q_{B1}-Q_{A1} & Q_{C1}-Q_{A1} \\ 0 & Q_{B2}-Q_{A2} & Q_{C2}-Q_{A2} \\ 0 & Q_{B0}-Q_{A0} & Q_{C0}-Q_{A0} \end{array} \right\ $	П(17) В(14) [7]	—
\bar{K}_{24-4}	$\frac{1}{3\Delta_w} \left\ \begin{array}{ccc} Q_{A1}-Q_{B1} & 0 & Q_{C1}-Q_{B1} \\ Q_{A2}-Q_{B2} & 0 & Q_{C2}-Q_{B2} \\ Q_{A0}-Q_{B0} & 0 & Q_{C0}-Q_{B0} \end{array} \right\ $	П(17) В(14) [7]	—
\bar{K}_{34-1}	\bar{K}_{33}	С(16) П(16) [7]	—
\bar{K}_{34-2}	$\frac{1}{\Delta_w} \left\ \begin{array}{ccc} Q_{A2} & Q_{A1} & 0 \\ Q_{B2} & Q_{B1} & 0 \\ Q_{C2} & Q_{C1} & 0 \end{array} \right\ $	П(16) [7] В(16)	—

1	2	3	4
\bar{K}_{44-1}	\bar{K}_{43}	C(16) П(17)	—
\bar{K}_{44-2}	$\frac{1}{3\Delta_w} \begin{vmatrix} Q_{\delta 0} & Q_{n2} & 0 \\ Q_{n1} & Q_{\delta 0} & 0 \\ Q_{\delta 2} & Q_{\delta 1} & 0 \end{vmatrix}$	П(17) B(16)	—
\bar{K}_{25-1}	\bar{K}_{23}	C(18) [7] П(19)	см. В [7] (34)
\bar{K}_{25-2}	$\frac{a^2-a}{3Q_{C0}} \begin{vmatrix} -W_{B1} & W_{A1} & 0 \\ W_{B2} & -W_{A2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) B(18) [7]	—
\bar{K}_{25-3}	$\frac{a^2-a}{3Q_{A0}} \begin{vmatrix} 0 & -W_{C1} & W_{B1} \\ 0 & W_{C2} & -W_{B2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) B(18) [7]	—
\bar{K}_{25-4}	$\frac{a^2-a}{3Q_{B0}} \begin{vmatrix} W_{C1} & 0 & -W_{A1} \\ -W_{C2} & 0 & W_{A2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) B(18) [7]	—
\bar{K}_{35-1}	\bar{K}_{33}	C(18) П(17) [7]	—
\bar{K}_{35-2}	$\frac{a^2-a}{Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{B2}-W_{C2} & W_{C1}-W_{B1} & 0 \\ W_{C2}-W_{A2} & W_{A1}-W_{C1} & 0 \\ W_{A2}-W_{B2} & W_{B1}-W_{A1} & 0 \end{vmatrix}$	П(17) [7] B(18)	—
\bar{K}_{35-3}	$\frac{a^2-a}{Q_{\delta 2}} \begin{vmatrix} 0 & W_{BO}-W_{CO} & W_{C2}-W_{B2} \\ 0 & W_{CO}-W_{AO} & W_{A2}-W_{C2} \\ 0 & W_{AO}-W_{BO} & W_{B2}-W_{A2} \end{vmatrix}$	П(17) [7] B(18)	—
\bar{K}_{35-4}	$\frac{a^2-a}{Q_{\delta 1}} \begin{vmatrix} W_{CO}-W_{BO} & 0 & W_{B1}-W_{C1} \\ W_{AO}-W_{CO} & 0 & W_{C1}-W_{A1} \\ W_{BO}-W_{AO} & 0 & W_{A1}-W_{B1} \end{vmatrix}$	П(17) [7] B(18)	—
\bar{K}_{45-1}	\bar{K}_{43}	C(18) П(19)	—
\bar{K}_{45-2}	$\frac{(a^2-a)^2}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{\delta 0} & -W_{n2} & 0 \\ -W_{n1} & W_{\delta 0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) B(18)	—
\bar{K}_{45-3}	$\frac{(a^2-a)^2}{3Q_{\delta 2}} \begin{vmatrix} 0 & W_{\delta 1} & -W_{\delta 0} \\ 0 & -W_{\delta 2} & W_{n1} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) B(18)	—
\bar{K}_{45-4}	$\frac{(a^2-a)^2}{3Q_{\delta 1}} \begin{vmatrix} -W_{\delta 1} & 0 & W_{n2} \\ W_{\delta 2} & 0 & -W_{\delta 0} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) B(18)	—

1	2	3	4
\bar{K}_{26-1}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{A1} & W_{B1} & W_{C1} \\ -W_{A2} & -W_{B2} & -W_{C2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	C(14) [7] П(19)	см. в [7] (39)
\bar{K}_{26-2}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{A1} - W_{C1} & W_{B1} - W_{C1} & 0 \\ W_{C2} - W_{A2} & W_{C2} - W_{B2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) В(14) [7]	—
\bar{K}_{26-3}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} 0 & W_{B1} - W_{A1} & W_{C1} - W_{A1} \\ 0 & W_{A2} - W_{B2} & W_{A2} - W_{C2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) В(14) [7]	—
\bar{K}_{26-4}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{A1} - W_{B1} & 0 & W_{C1} - W_{B1} \\ W_{B2} - W_{A2} & 0 & W_{B2} - W_{C2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) В(14) [7]	—
\bar{K}_{36-1}	$\frac{1}{Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{B2} - W_{C2} & W_{B1} - W_{C1} & W_{BO} - W_{CO} \\ W_{C2} - W_{A2} & W_{C1} - W_{A1} & W_{CO} - W_{AO} \\ W_{A2} - W_{B2} & W_{A1} - W_{B1} & W_{AO} - W_{BO} \end{vmatrix}$	C(16) П(17) [7]	—
K_{36-2}	$\frac{1}{Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{B2} - W_{C2} & W_{B1} - W_{C1} & 0 \\ W_{C2} - W_{A2} & W_{C1} - W_{A1} & 0 \\ W_{A2} - W_{B2} & W_{A1} - W_{B1} & 0 \end{vmatrix}$	П(17) [7] В(16)	—
\bar{K}_{46-1}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{\delta 0} & W_{n2} & W_{\delta 1} \\ -W_{n1} & -W_{\delta 0} & -W_{\delta 2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	C(16) П(19)	—
\bar{K}_{46-2}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} W_{\delta 0} & W_{n2} & 0 \\ -W_{n1} & -W_{\delta 0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	П(19) В(16)	—
\bar{K}_{27}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{26-1}$	П(19)	см. в [7] (43)
\bar{K}_{37}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{36-1}$	П(17) [7]	Для всех групп можно выписать принципиально аналогичные к (42) в [7] соотношения
\bar{K}_{47}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{46-1}$	П(19)	
\bar{K}_{28-1}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{26-1}$	C(14) [7] П(19)	см. в [7] (49)
\bar{K}_{28-2}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{26-2}$	П(19) В(14) [7]	Для всех групп можно

1	2	3	4
\bar{K}_{28-3}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{26-3}$	П(19) В(14) [7]	выписать принципи- ально ана- логичные к (48) в [7] соот- ношения
\bar{K}_{28-4}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{26-4}$	П(19) В(14) [7]	
\bar{K}_{38-1}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{36-1}$	С(16) П(17) [7]	
\bar{K}_{38-2}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{36-2}$	П(17) [7] В(16)	
\bar{K}_{48-1}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{46-1}$	С(16) П(19)	
\bar{K}_{48-2}	$\frac{Q_{n0}}{\Delta_Q} \bar{K}_{46-2}$	П(19) В(16)	
\bar{K}_{29-1}	$\frac{1}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} a^2Q_{CO} - Q_{BO} & Q_{AO} - aQ_{CO} & aQ_{BO} - a^2Q_{AO} \\ aQ_{CO} - Q_{BO} & Q_{AO} - a^2Q_{CO} & a^2Q_{BO} - aQ_{AO} \\ Q_{CO} - Q_{BO} & Q_{AO} - Q_{CO} & Q_{BO} - Q_{AO} \end{vmatrix}$	С(14) [7]	см. в [7] (55)
\bar{K}_{29-2}	$\frac{1}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} a^2Q_{n0} & -aQ_{n0} & 0 \\ aQ_{n0} & -a^2Q_{n0} & 0 \\ Q_{CO} + Q_{AO} - 2Q_{BO} & -(Q_{BO} + Q_{CO} - Q_{AO}) & 0 \end{vmatrix}$	В(14) [7]	Для всех групп можно выписать принципи- ально ана- логичные к (51) в [7] соот- ношения
\bar{K}_{29-3}	$\frac{1}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} 0 & Q_{n0} & -a^2Q_{n0} \\ 0 & Q_{n0} & -aQ_{n0} \\ 0 & Q_{AO} + Q_{BO} - 2Q_{CO} & -(Q_{CO} + Q_{AO} - 2Q_{BO}) \end{vmatrix}$	В(14) [7]	
\bar{K}_{29-4}	$\frac{1}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} -Q_{n0} & 0 & aQ_{n0} \\ -Q_{n0} & 0 & a^2Q_{n0} \\ -(Q_{AO} + Q_{BO} - 2Q_{CO}) & 0 & Q_{BO} + Q_{CO} - 2Q_{AO} \end{vmatrix}$	В(14) [7]	
\bar{K}_{39-1}	$\frac{1}{Q_{n0}} \begin{vmatrix} Q_{BO} - aQ_{CO} & Q_{BO} - a^2Q_{CO} & Q_{BO} - Q_{CO} \\ a^2Q_{CO} - Q_{AO} & aQ_{CO} - Q_{AO} & Q_{CO} - Q_{AO} \\ aQ_{AO} - a^2Q_{BO} & a^2Q_{AO} - aQ_{BO} & Q_{AO} - Q_{BO} \end{vmatrix}$	С(16)	
\bar{K}_{39-2}	$\frac{1}{Q_{n0}} \begin{vmatrix} Q_{BO} - aQ_{CO} & Q_{BO} - a^2Q_{CO} & 0 \\ a^2Q_{CO} - Q_{AO} & aQ_{CO} - Q_{AO} & 0 \\ aQ_{AO} - a^2Q_{BO} & a^2Q_{AO} - aQ_{BO} & 0 \end{vmatrix}$	В(16)	
\bar{K}_{49-1}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{n0}} \begin{vmatrix} -Q_{n0} & 0 & Q_{\delta 1} \\ 0 & Q_{n0} & -Q_{\delta 2} \\ Q_{\delta 2} & -Q_{\delta 1} & 0 \end{vmatrix}$	С(16)	
\bar{K}_{49-2}	$\frac{a^2 - a}{3Q_{1,0}} \begin{vmatrix} -Q_{n0} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{n0} & 0 \\ Q_{\delta 2} & -Q_{\delta 1} & 0 \end{vmatrix}$	В(16)	

Пользование результатами настоящей работы вполне аналогично [7], причем по табл. 1 следует дополнительно определить номер группы задачи. Сопоставление результатов расчета по настоящей методике с экспериментом дает удовлетворительное совпадение [8].

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, II ч. Госэнергоиздат, 1959.
2. В. И. Смирнов. Курс высшей математики, том III, часть I. Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва, 1953.
3. Г. Крон. Применение тензорного анализа в электротехнике. Госэнергоиздат, Москва—Ленинград, 1955.
4. Х. И. Янес. Главные индуктивности электрической машины с разомкнутым магнитопроводом, Труды ТПИ, серия А, № 197. Таллин, 1962.
5. Х. И. Янес, А. В. Конт. Комбинированный расчет главных индуктивностей электрической машины с разомкнутой магнитопроводом. Труды ТПИ, серия А, № 214. Таллин, 1964.
6. Х. И. Янес, А. В. Конт. Несимметрия фаз и роль составляющих обратной и нулевой последовательностей в электрической машине с разомкнутым магнитопроводом. Труды ТПИ, серия А, № 214. Таллин, 1964.
7. Х. И. Янес, А. В. Конт. Зависимости между системами первичных токов и напряжений в несимметричной трехфазной машине. См. наст. сборник, стр. 15.
8. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, А. В. Конт, Э. Г. Кюльм, Т. А. Веске, Э. В. Валласте, А. Р. Пярлист, К. А. Ильвес. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла, раздел «Уточнение расчета плоских индукционных насосов для транспорта жидкого металла». Рукопись. Таллинский политехнический институт. Таллин, 1964.

УДК 621.318.38

*Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, Э. Г. Кюльм, А. Р. Пярлист,
К. А. Ильвес*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО НАСОСА БЕЗ ВНУТРЕННЕГО СЕРДЕЧНИКА

1. Конструкция индукторов

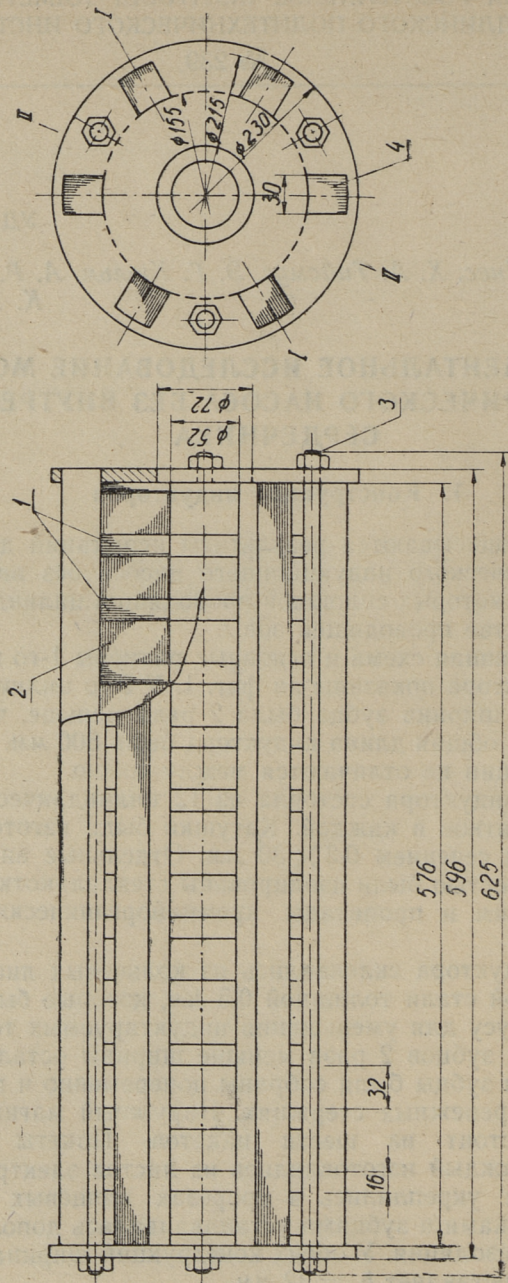
В работе описываются результаты испытаний двух моделей цилиндрического индукционного насоса без внутреннего сердечника, в которых сплошной проводящий цилиндр использован в качестве проводящей зоны.

Конструктивная схема и основные размеры 1-го цилиндрического индуктора показаны на фиг. 1. У 2-го цилиндрического индуктора ширина зубца была 2 раза меньше, чем у 1-го ($b_z = 8$ мм) и общая длина индуктора была 500 мм. В остальной конструкции не отличаются между собой.

Обмотка индуктора состояла из 12 цилиндрических катушек по 105 витков в каждой. Катушки были изготовлены из медной ленты сечением $0,3 \times 30$ мм. Отдельные витки и вся катушка полностью были изолированы стеклолакотканью толщиной 0,18 мм и пропитаны кремнийорганическим лаком К-44.

Зубцы индуктора склеивались из кольцевых листов электротехнической стали толщиной 0,5 мм, которые были прорезаны по радиусу для уменьшения индуктируемых токов. Ширина крайних зубцов 2 раза меньше ширины остальных.

Катушка и зубцы были собраны попеременно и подтянуты гайками на крепежных стержнях. Наружный магнитопровод (спинка) состоит из шести пакетов. Пакеты сечением 30×30 мм каждый изготавливались из листов электротехнической стали и укреплялись в прорезах концевых фланцев. Между катушками и зубцами устанавливалась дополнительно миканитовая изоляция. У обеих конструкций ширина катушки с изоляцией составляет $b_n = 32$ мм.



Фиг. 1. Схема линейного цилиндрического индуктора:
 1 — зубцы, 2 — катушка, 3 — стержень крепления

Обмотка индуктора была соединена в звезду. Число пар полюсов $p = 2$. У 1-го индуктора полюсное деление $\tau = 14,4$ см, активная длина $l = 57,6$ см, у 2-го индуктора $\tau = 12$ см и $l = 48$ см.

2. Исследование магнитного поля

Магнитная индукция измерялась при холостом ходе, т. е. без вторичной системы. Измерялись радиальная и аксиальная (вдоль длины индуктора) составляющие магнитной индукции.

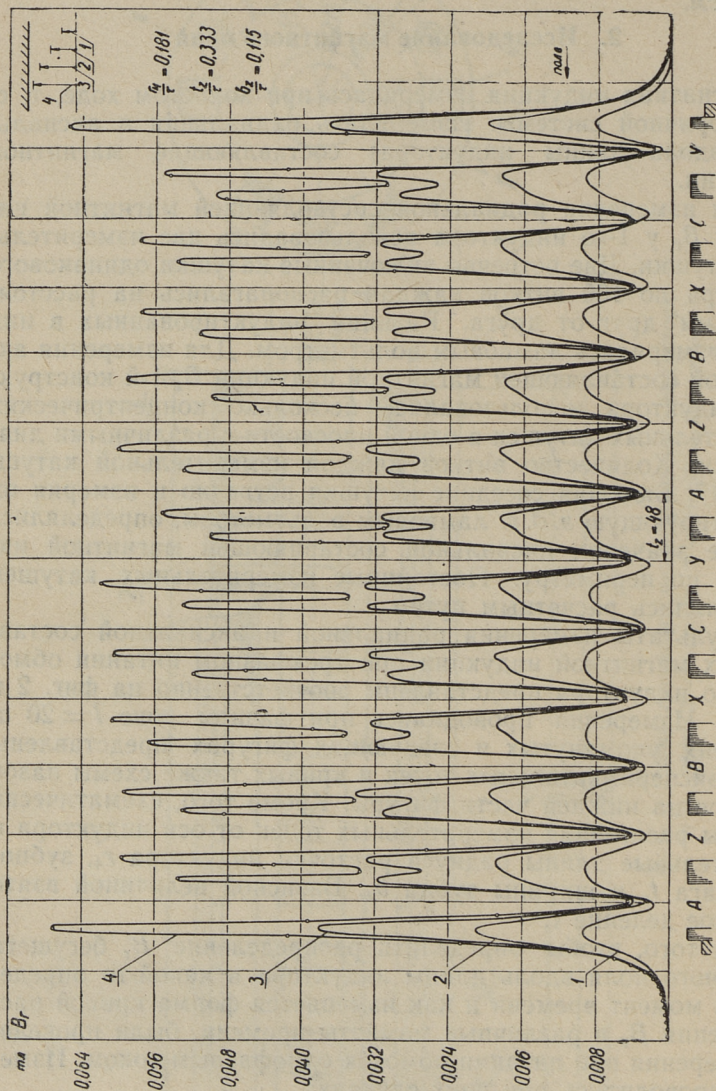
Для измерения радиальной составляющей магнитной индукции B_r у 1-го индуктора использовались две измерительные катушки. Две встречно включенные катушки одинакового диаметра по 100 витков каждая располагались на расстоянии 4 мм друг от друга. Разница индуктированных в них э. д. с. измерялась ламповым вольтметром. Для измерения аксиальной составляющей магнитной индукции B_z 1-й конструкции индуктора использовались несколько concentрических измерительных катушек в одной плоскости с различными диаметрами. Количество витков каждой измерительной катушки — 17. Включая соседние катушки встречно и измеряя их результирующую э. д. с. ламповым вольтметром, определялись средние значения аксиальной составляющей магнитной индукции по периметру. Постоянные измерительных катушек определялись расчетным путем.

Результаты измерения радиальной и аксиальной составляющих магнитной индукции при трехфазном питании обмоток 1-го индуктора представлены соответственно на фиг. 2 и фиг. 3. Измерения проводились при фазном токе $I = 20$ а. На обеих упомянутых и следующих фигурах представлены кроме экспериментальных точек и кривых также схемы пазов и зубцов на нижней части фигуры. Кроме того, схематически указаны расстояния измерительных точек от оси индуктора и относительные длины радиуса расточки индуктора r_4 , зубцового шага t_z и ширины зубца b_z . Базисной величиной взято полюсное деление τ .

Для того, чтобы определить распределение B_r бегущего магнитного поля вдоль длины индуктора в какой-то определенный момент времени и как изменяется форма кривой распределения B_r в различные моменты времени, были проведены измерения при питании обмоток однофазным током. Измерения проводились при двух случаях:

- а) $I_{CZ} = 20$ а, $I_{XA} = I_{YB} = 10$ а,
- б) $I_{CZ} = 0$, $I_{AX} = I_{YB} = 17,3$ а.

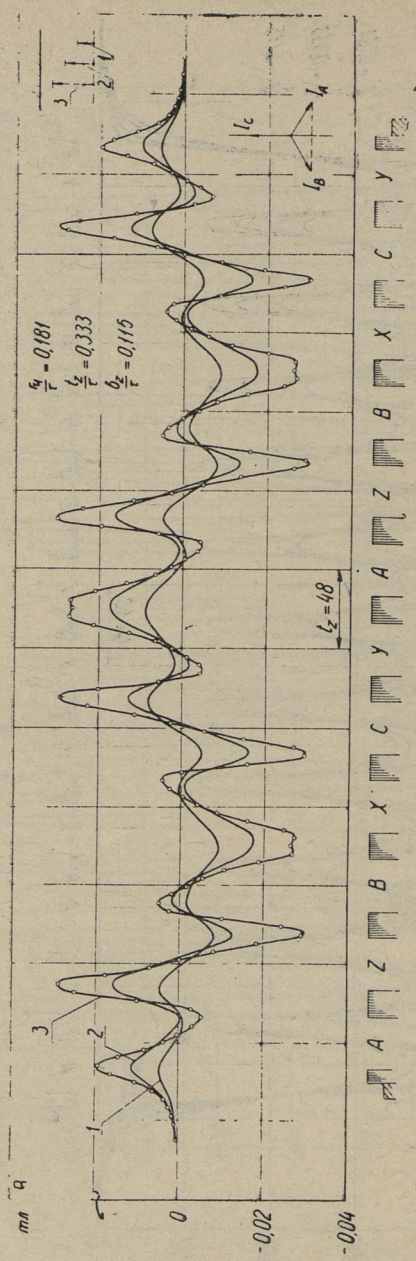
Результаты измерений представлены соответственно на фиг. 4 и 5.



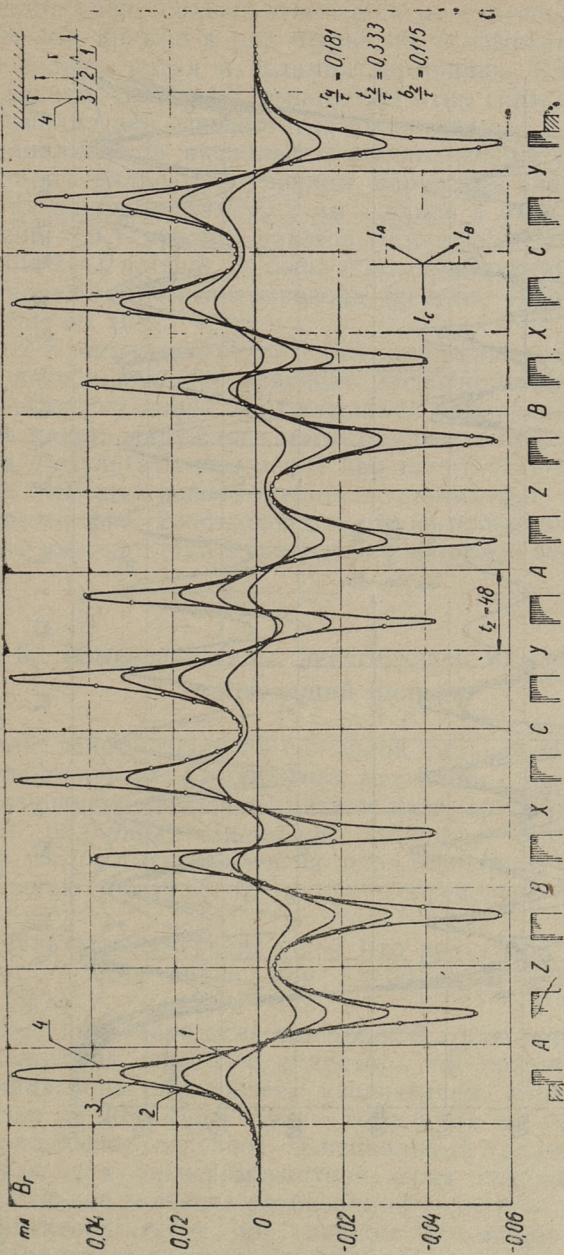
Фиг. 2. Распределение радиальной составляющей магнитной индукции по длине индуктора при трехфазном питании обмоток на различных расстояниях от оси:

1 — $r = 7,9$ мм, 2 — $r = 13,8$ мм, 3 — $r = 19,8$ мм, 4 — $r = 23,7$ мм

Фиг. 2. Распределение магнитной индукции по длине индуктора при однофазном питании



Фиг. 4. Распределение радиальной составляющей магнитной индукции по длине индуктора при однофазном питании обмоток при $I_{CZ} = 20$ а, $I_{XA} = I_{YB} = 10$ а:



Фиг. 5. Распределение радиальной составляющей магнитной индукции по длине индуктора при однофазном питании обмоток при $I_{CZ} = 0$, $I_{AX} = I_{YB} = 17,3$ а:

1 — $r = 7,9$ мм, 2 — $r = 13,8$ мм, 3 — $r = 19,8$ мм, 4 — $r = 23,7$ мм

Как видно из этих фигур, распределение B_r вдоль длины индуктора очень сильно отличается от синусоиды. Если разложить эти кривые в ряд Фурье, то оказывается, что в них очень сильны пятая и седьмая гармоники. Как показывает специальный анализ [2], амплитуды этих гармоник соизмеримы с амплитудой основной гармоники поля.

Радиальная и аксиальная составляющие магнитной индукции измерялись тоже зондом, наружный диаметр которого 8 мм, внутренний диаметр 2 мм и длина 3 мм. Оказалось, что индукция (B_r) против пакетов наружного магнитопровода (сечение I—I на фиг. 1) была больше индукции между пакетами наружного магнитопровода (сечение II—II на фиг. 1) примерно на 10%.

Во 2-м индукторе ($b_z = 8$ мм) измерялись также радиальная и аксиальная составляющие магнитной индукции при помощи вышеуказанной зонд-катушки. Измерения проводились против пакета наружного магнитопровода при холостом ходе насоса. Результаты измерений при токе $I = 30$ а показаны на фиг. 6. Меньшая неравномерность кривых фиг. 6 в сравнении с кривыми фиг. 2 объясняется относительно большими размерами зонд-катушки в сравнении с шириной зубца.

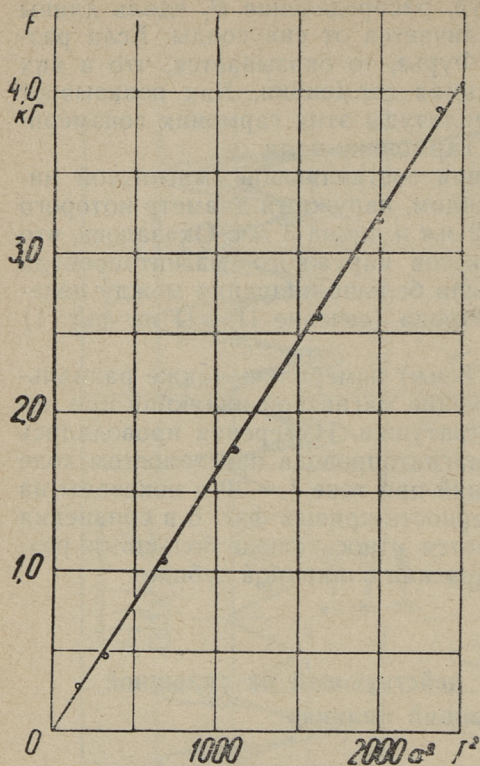
3. Измерение силы, действующей на сплошной проводящий цилиндр

Сила, действующая на сплошной цилиндр, была измерена весами. Направление движения магнитного поля было такое, что возникшая электромагнитная сила прибавлялась к весу самого цилиндра. Сплошной цилиндр, диаметром $2r_3 = 39,6$ мм, был изготовлен из дюралюминия с удельной проводимостью $\gamma = 19,68 \cdot 10^6$ сим/м (определено опытным путем).

Результаты измерения силы 1-го индуктора представлены на фиг. 7. Как видно, при $I = 50$ а ($I^2 = 2500$ а²) сила $F = 4,07$ кГ.

У 2-го индуктора сила при токе 50 а равняется 6,05 кГ.

Увеличение силы 2-го индуктора по сравнению с силой 1-го индуктора обусловлено увеличением линейной токовой нагрузки на 20% (при том же токе и той же обмотке уменьшено полюсное деление). Специальный анализ расчетной формулы для электромагнитной силы показывает [1], что максимальное значение развиваемой силы при данном радиусе индуктора r_A и при данном сплошном проводящем цилиндре имеет место при $\tau \approx 6,5$ см.



Фиг. 7. Сила, действующая на сплошной цилиндр из дюралюминия диаметром 3,96 см

4. Электрические измерения режимов насоса

Для иллюстрации приведем некоторые значения фазных токов, напряжений и мощностей для обеих конструкций индукторов при холостом ходе и в режиме короткого замыкания с дюралюминиевым цилиндром.

Фазное напр.			Фазный ток			Фазная мощн.			Примечание
U_A	U_B	U_C	I_A	I_B	I_C	P_A	P_B	P_C	
<i>в</i>	<i>в</i>	<i>в</i>	<i>а</i>	<i>а</i>	<i>а</i>	<i>вт</i>	<i>вт</i>	<i>вт</i>	
147	143,5	145,5	48,5	49,25	48,5	1012	840	902	хол. ход, I индуктор
86,5	86,5	85	29,3	29	30	450	355	345	" " II "
86	86	85	29,5	29,5	30	545	450	445	дюр. цил. II "
144	142	144	48,25	49	48,5	1252	1076	1144	" " I "

Как видно из этой таблицы, оба индуктора довольно симметричны относительно токов и напряжений.

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, А. В. Конт, Э. Г. Кюльм, Т. А. Веске, Э. В. Валласте, А. Р. Пярлист, К. А. Ильвес. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла. Раздел «Уточнение расчета плоских индукционных насосов для транспорта жидкого металла» (рукопись). Таллинский политехнический институт, 1964.
2. Э. Г. Кюльм, Х. И. Янес. Учет высших пространственных гармоник магнитного поля при расчете цилиндрического насоса. Труды ТПИ, серия А. № 231. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник трудов III, Таллин, 1965, стр. 13—17.

УДК 621.318.38

Е. А. Пуусеп

О ПАРАМЕТРАХ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ ЗАЗОРА

1. Магнитное поле в зазоре индукционной машины

Магнитное поле в зазоре индукционной машины может быть определено из уравнений электромагнитного поля (уравнения Максвелла).

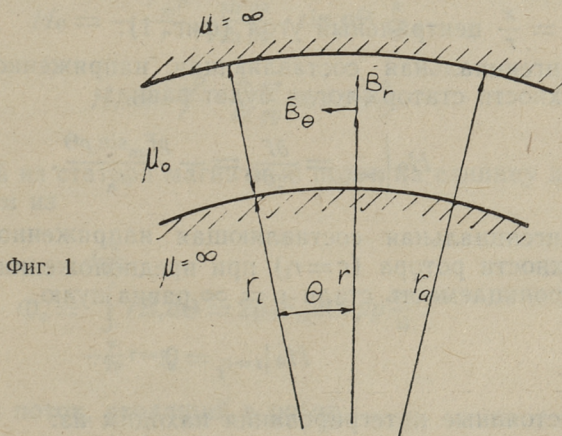
В пространстве, где нет токов, уравнения являются

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0, \quad \text{и} \quad \operatorname{rot} \bar{H} = 0. \quad (1)$$

В данном случае уравнения приводятся в цилиндрических координатах [4].

При составлении уравнений принимается, что составляющие напряженности магнитного поля и магнитной индукции вдоль оси z отсутствуют, т. е.

$$B_z = 0 \quad \text{и} \quad H_z = 0 \quad (2)$$



Протяженность статора и ротора вдоль оси z неограничена (фиг. 1).

Исходя из этих предположений, получаем после преобразований два уравнения [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{H_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} &= 0, \\ \frac{\partial H_\theta}{\partial r} + \frac{H_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Дифференцируя оба уравнения по θ и по r , после преобразований получаем следующие уравнения [2]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 H_r}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{H_r}{r^2} &= 0, \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial H_\theta}{\partial r} + \frac{H_\theta}{r^2} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решением этих уравнений является [2, 5]:

$$\begin{cases} H_r = (C_1 r^{n-1} + D_1 r^{-n-1}) \sin n(\theta - \theta_1), \\ H_\theta = (C_2 r^{n-1} + D_2 r^{-n-1}) \sin n(\theta - \theta_1). \end{cases} \quad (5)$$

Пусть радиальная составляющая магнитодвижущей силы на поверхности статора ($r = r_a$) равна

$$F = F_m \cos p\theta, \quad (6)$$

где $\theta = \frac{x}{r}$ — центральный угол (фиг. 1).

Тангенциальная составляющая напряженности поля на поверхности статора тогда будет равна:

$$H_\theta \Big|_{r=r_a} = \frac{\partial F}{r_a \partial \theta} = - \frac{p F_m \sin p\theta}{r_a}. \quad (7)$$

Тангенциальная составляющая напряженности поля на поверхности ротора ($r = r_i$) при предположении, что магнитная проницаемость стали $\mu = \infty$ равна нулю,

$$H_\theta \Big|_{r=r_i} = 0.$$

Постоянные интегрирования находим из:

$$(C_2 r_a^{n-1} + D_2 r_a^{-n-1}) \sin n(\Theta - \Theta_1) = - \frac{\rho F_m}{r_a} \sin p\Theta, \quad (8)$$

$$(C_2 r_i^{n-1} + D_2 r_i^{-n-1}) \sin n(\Theta - \Theta_1) = 0,$$

откуда

$$n = p \quad \text{и} \quad \Theta_1 = 0.$$

Таким образом тангенциальная составляющая напряженности равна

$$H_\Theta = \rho F_m r_a^p \frac{r_i^{2p} r^{-p-1} - r^{p-1}}{r_a^{2p} - r_i^{2p}} \sin p\Theta \frac{a}{m}. \quad (9)$$

Из исходных уравнений (3) на основе полученного значения H_Θ находим

$$H_r = \rho F_m r_a^p \frac{r_i^{2p} r^{-p-1} + r^{p-1}}{r_a^{2p} - r_i^{2p}} \cos p\Theta \frac{a}{m}. \quad (10)$$

Полученные выражения для напряженностей поля можно преобразовать, если ввести следующие обозначения [2]

$$y = \ln \frac{r}{r_i} \quad \text{и} \quad z = \ln \frac{r}{r_i}. \quad (11)$$

Тогда $e^y = \frac{r}{r_i}$ и $e^z = \frac{r}{r_i}$ и в выражение (9) и (10) можно ввести гиперболические функции:

$$H_\Theta = - \frac{F_m \rho}{r} \cdot \frac{\text{sh } pz}{\text{sh } py} \cdot \sin p\Theta \frac{a}{m}, \quad (12)$$

$$H_r = \frac{F_m \rho}{r} \cdot \frac{\text{ch } pz}{\text{sh } py} \cos p\Theta \frac{a}{m}.$$

Выходящий из статора магнитный поток на единицу длины статора найдем из

$$\Phi_c = \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} r B_r d\Theta = 2\mu_0 F_m \text{cth } py \frac{B\sigma}{m}. \quad (13)$$

Магнитный поток, входящий в ротор

$$\Phi_D = \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} r B_r d\Theta = 2\mu_0 F_m \frac{1}{\operatorname{sh} py} \frac{B\sigma}{M}. \quad (14)$$

Отсюда можно найти ту часть потока, которая, выходя из статора, не достигает ротора или потока рассеяния воздушного зазора

$$\Phi_c - \Phi_D = 2\mu_0 F_m \frac{\operatorname{ch} py - 1}{\operatorname{sh} py}, \quad (15)$$

или

$$\frac{\Phi_c - \Phi_D}{\Phi_c} = 1 - \frac{1}{\operatorname{ch} py}. \quad (16)$$

Из формулы (13) можно найти поток в отверстии статора при отсутствии в нем ротора, т. е. когда $r_i \rightarrow 0$. Тогда

$$\frac{r_a}{r_i} \rightarrow \infty, \quad y = \ln \frac{r_a}{r_i} \rightarrow \infty \quad \text{и} \quad \operatorname{cth} py \rightarrow 1.$$

Поток в том случае получается равным [2, 5]

$$\Phi = 2\mu_0 F_m \frac{B\sigma}{M}. \quad (17)$$

Поток рассеяния воздушного зазора тем больше, чем больше длина зазора. Заменяя в уравнении (16) $r_i = r_a - \delta$ и учитывая первые члены разложения ch и \ln в ряд, получим

$$\frac{\Phi_c - \Phi_D}{\Phi_c} \approx \frac{p^2 \delta^2}{2r_a^2} \left(1 + \frac{\delta}{r_a} + \dots \right). \quad (18)$$

Из этого выражения видно, что чем больше зазор δ по сравнению с радиусом отверстия статора, тем больше и рассеяние воздушного зазора. При увеличении зазора следует это учитывать.

На основании формул (9) и (10) нетрудно получить магнитную индукцию в отверстии статора при отсутствии в нем ротора. В этом частном случае $r_i = 0$ и получаем:

$$H_\Theta = -\frac{pF_m}{r} \left(\frac{r}{r_a} \right)^p \sin p\Theta \frac{a}{M},$$

$$H_r = \frac{pF_m}{r} \left(\frac{r}{r_a} \right)^p \cos p\Theta \frac{a}{M}. \quad (19)$$

Находя значение магнитного потока в отверстии статора $\Phi = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} r B_r d\theta$ на основе (19) при условии $r = r_a$, получим то же выражение для потока, что и выше (17).

Радиальная составляющая магнитной индукции на внутренней поверхности статора при отсутствии ротора ($r_1 = 0$) получается из (19)

$$B_r = \frac{\mu_0 p F_m}{r_a} \cos p \theta, \quad (20)$$

а при наличии ротора (12)

$$B_r = \frac{\mu_0 p F_m}{r_a} \operatorname{cth} p y \cos p \theta. \quad (21)$$

Формулу (21) можно преобразовать, если разложить в ряд $\operatorname{cth} p y$ и учитывать первые члены ряда. Тогда получим

$$B_r = \frac{\mu_0 F_m}{\delta} \cos p \theta. \quad (22)$$

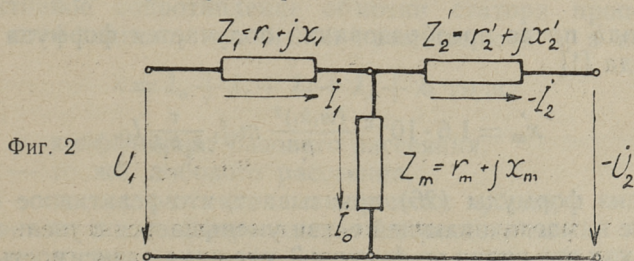
Из сравнения формул (20) и (22) следует, что

$$\delta_3 = \frac{r_a}{p}, \quad (23)$$

т. е. при отсутствии ротора следует считать эквивалентным зазором величину $\frac{r_a}{p}$.

2. Параметры схемы замещения при увеличении зазора

Обычную схему замещения индукционной машины можно применять и в случае увеличения зазора (фиг. 2). Ниже выясняется характер параметров этой схемы.



а) Реактивное сопротивление намагничивающей ветви x_m
(взаимоиндукции)

Выше был найден магнитный поток, входящий в ротор Φ_p (формула (14)).

Потокоцепление этого потока выражается

$$\Psi_p = \omega_1 k_1 \Phi_p = \omega_1 k_1 2\mu_0 F_m \frac{1}{\text{sh} p y} l_i, \quad (24)$$

где ω_1 — число витков обмотки одной фазы статора,
 k_1 — обмоточный коэффициент обмотки статора,
 F_m — амплитуда м.д.с. статора,
 l_i — расчетная длина статора.

Подставляя в эту формулу значение м.д.с. F_m получим реактивное сопротивление x_m из формулы

$$x_m = \omega \frac{\Psi}{\sqrt{2} I_{1n}}, \quad (25)$$

где $\omega = 2\pi f$ — угловая частота,
 I_{1n} — эффективное значение тока статора.

После подстановки получим

$$x_m = 5,1 \cdot 10^{-6} \frac{(\omega_1 k_1)^2}{p} m_1 f_1 \frac{l_i}{\text{sh} p y} \text{ ом}, \quad (26)$$

где m_1 — число фаз обмотки статора.

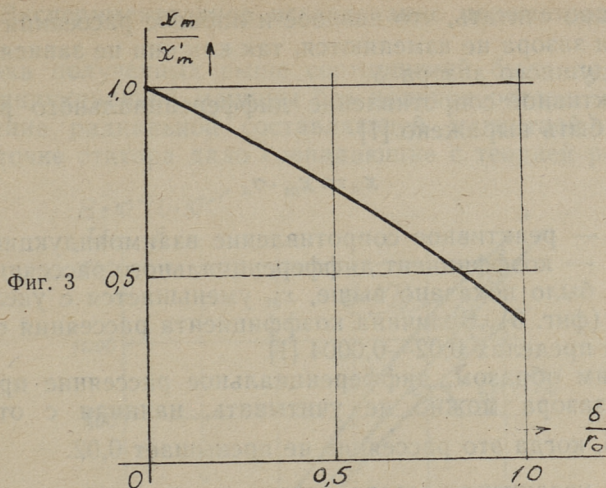
Эта формула преобразуется в обычный вид, если разложить $\text{sh} p y$ в ряд, отбросив члены высших порядков.

$$\begin{aligned} \text{Так как } y = \ln \frac{r_a}{r_i}, \text{ то } \text{sh } p y &\approx p y = p \ln \frac{r_a}{r_i} \approx 2 \frac{\frac{r_a}{r_i} - 1}{\frac{r_a}{r_i} + 1} \\ &\approx \frac{2p\delta}{2r_i + \delta} \approx \frac{2p\delta}{D}, \text{ если } r_a = r_i + \delta. \end{aligned}$$

Отсюда после преобразований получается формула обычного вида [1]

$$x'_m = 1,6 \cdot 10^{-6} \frac{(\omega_1 k_1)^2}{p} m_1 f_1 \frac{\tau}{k_\delta k_i \delta} l_i. \quad (27)$$

Анализ формулы (26) показывает, что реактивное сопротивление намагничивающей ветви уменьшается с увеличением зазора, как это видно из фигуры 3, где дана зависимость отно-



сительной величины реактивного сопротивления $\frac{x_m}{x'_m}$ (26 и 27) от относительного зазора $\frac{\delta}{r_a}$.

Реактивное сопротивление при вынужденном роторе получается аналогично:

$$x_m = 1,6 \cdot 10^{-6} m_1 f_1 \frac{k_1 w_1)^2 \tau l_i}{r_a} \text{ ом.} \quad (28)$$

То же получится, если в формулу (27) подставить

$$\delta_3 = \frac{r_a}{p}.$$

б) Реактивное сопротивление рассеяния обмотки статора

Реактивное сопротивление обмотки статора пропорционально коэффициенту магнитной проводимости λ , а именно:

$$\lambda = \lambda_n + \lambda_l + \lambda_k + \lambda_d + \lambda_3 \text{ гн/м,} \quad (29)$$

где λ_n — коэффициент пазового рассеяния,
 λ_l — то же, лобового рассеяния,
 λ_k — то же, рассеяния по коронкам зубцов,
 λ_d — то же, дифференциального рассеяния,
 λ_3 — то же, рассеяния воздушного зазора.

Можно считать, что пазовое и лобовое рассеяния при увеличении зазора не изменяются, так как они не зависят от длины воздушного зазора δ .

Реактивное сопротивление дифференциального рассеяния может быть выражено [1]

$$x_d = x_m \cdot \sigma_d, \quad (30)$$

где x_m — реактивное сопротивление взаимоиндукции (27),
 σ_d — коэффициент дифференциального рассеяния.

Как было показано выше, x_m уменьшается с увеличением зазора (фиг. 3). Величина коэффициента рассеяния σ_d колеблется в пределах 0,02—0,0004 [1].

Таким образом, дифференциальное рассеяние при увеличении зазора можно не учитывать, начиная с отношения $\frac{\delta}{r_a} = 0,5$, когда это рассеяние не превышает 0,02.

При увеличении зазора однако следует учитывать рассеяние между коронками зубцов и рассеяние воздушного зазора.

Рассеяние между коронками зубцов может быть рассчитано согласно формулам, приводимым в литературе [1, 3].

Рассеяние воздушного зазора может быть определено, исходя из следующих соображений.

Из выражения (18) следует, что

$$\frac{x_\delta}{x_m} = \frac{p^2 \delta^2}{2r_a^2}$$

или

$$x_\delta = \frac{p^2 \delta^2}{2r_a^2} x_m. \quad (31)$$

Учитывая выражение для x_m , можно определить коэффициент магнитной проводимости воздушного зазора из формулы

$$\lambda_\delta = 0,2 m_1 q_1 \frac{k_1}{k_i k_\delta} \left(\frac{\delta p}{r_a} \right)^2. \quad (32)$$

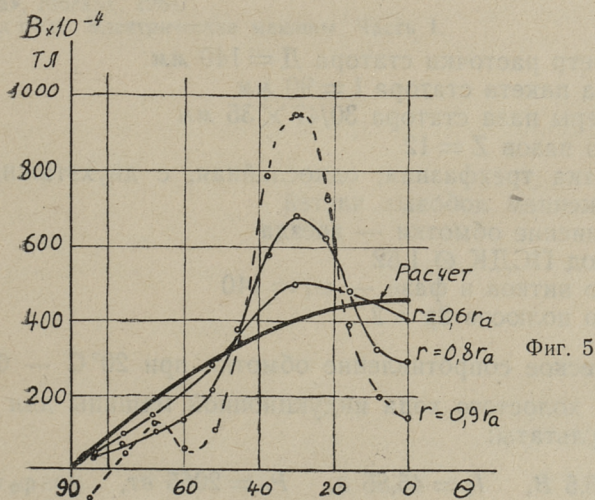
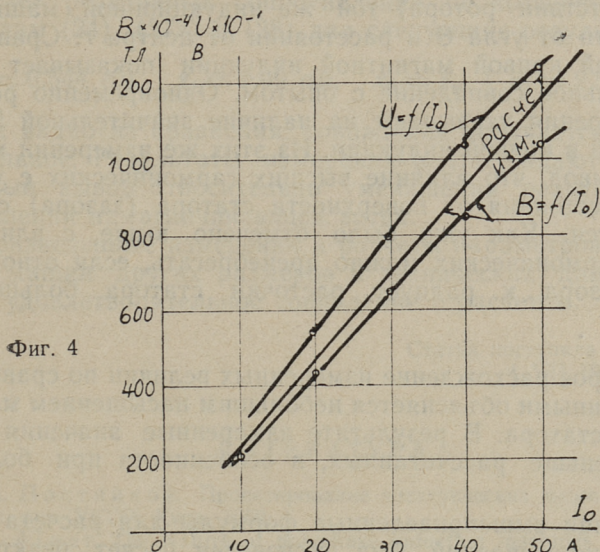
Реактивные сопротивления обмотки ротора при увеличении зазора рассчитываются в соответствии с вышеописанным о сопротивлениях обмотки статора. Применяемый вид формул зависит от конструкции обмотки ротора и здесь не рассматривается.

Расчет активных сопротивлений производился обычным путем.

3. Экспериментальное исследование параметров

Проверка полученных выше соотношений была произведена для индукционной машины без наличия ротора.

Измерение радиальной составляющей магнитной индукции в расточке статора дало совпадающие с теорией результаты



таты. Измерялась магнитная индукция в центре расточки статора, имеющего двухполюсную обмотку.

Полученные результаты приведены на фиг. 4. Там же приведены результаты расчета по формуле (19).

На фигуре 5 приведены результаты измерения радиальной составляющей магнитной индукции в расточке статора (при отсутствии ротора) той же индукционной машины в зависимости от угла Θ и расстояния от центра r . Сравнение с расчетной кривой магнитной индукции показывает удовлетворительное совпадение с опытом. Одновременно результаты измерения указывают на наличие значительной 5 гармонической в кривой индукции. Из этих же измерений можно сделать вывод, что влияние высших гармонических с увеличением расстояния от поверхности статора (зазора) сильно уменьшается. Как уже было отмечено выше, с влиянием высших гармонических можно пренебрегать, если отношение длины зазора к радиусу расточки статора больше 0,5 $\left(\frac{\delta}{r_a} = 0,5\right)$.

Некоторое расхождение измеренных величин по сравнению с рассчитанными объясняется небольшим насыщением магнитной цепи статора. В результате измеренные значения получились меньше рассчитанных, в особенности при больших токах.

Применяя вышеприведенные формулы для расчета реактивных сопротивлений, был произведен расчет реактивных сопротивлений индукционной машины без ротора.

Индукционная машина имела следующие технические данные:

Диаметр расточки статора $D = 140$ мм

Длина пакета статора $l = 90$ мм

Размеры паза статора $30/47 \times 35$ мм

Число пазов $Z = 12$

Обмотка трехфазная, однослойная, с двухэтажным расположением лобовых частей

Соединение обмотки — звезда

Провод ПСДК $\varnothing 1,62$

Число витков в фазе — $w_1 = 140$

Число полюсов $2p = 2$

Омическое сопротивление обмотки при 20°C — $0,232$ ом.

Опыт холостого хода индукционной машины дал следующие результаты:

$$U_1 = 116,5 \text{ В}, \quad I_0 = 45,85 \text{ а}, \quad P_0 = 2065 \text{ вт}, \quad \cos \varphi_0 = 0,129.$$

Из этих данных получаются следующие параметры схемы замещения (фиг. 2):

$$Z_0 = 2,54 \text{ ом}, \quad r_0 = 0,327 \text{ ом}, \quad x_0 = 2,52 \text{ ом}, \\ r_m = 0,061 \text{ ом}, \quad r_1 = 0,266 \text{ ом}.$$

Расчет реактивных сопротивлений по вышеприведенным формулам (24), (27а) и (28) дал следующие результаты:

$$x_m = 0,544 \text{ ом}, \quad x_1 = 1,99 \text{ ом}, \quad x_0 = x_m + x_1 = 2,534 \text{ ом}.$$

Как видно из сравнения, совпадение получается удовлетворительное. Результаты измерения подтверждают вышеполученный вывод относительно уменьшения реактивного сопротивления намагничивающей ветви.

Произведенные измерения и расчеты параметров индукционных машин других размеров и технических данных дали также удовлетворительное совпадение с расчетом.

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Постников. Проектирование электрических машин. Госиздат. техн. лит. УССР, Киев, 1960.
2. P. L. Alger. The Nature of polyphase induction machines. John Wiley and sons. New York, 1951.
3. W. Schuisky. Induktionsmaschinen. Wien. Springer Verlag, 1957.
4. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. Изд. «Наука», Москва, 1964.
5. Р. Рихтер. Электрические машины. Часть 1.

УДК 621.318.38

Х. А. Тийсмус, К. А. Ильвес

СТАБИЛИЗАЦИЯ РАЗВИВАЕМЫХ ИНДУКЦИОННЫМ НАСОСОМ УСИЛИЙ В ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ

1. Введение

В металлургии и литейном производстве встречаются задачи, предусматривающие стабилизацию производительности (расхода) насосного агрегата, подающего жидкий металл на производственную машину. В качестве примера можно назвать дозирование и разливку металла в изложницы.

Режим работы электромагнитного насоса, как и любой электрической машины, легко регулируется путем изменения электрических параметров. Учитывая принципиальное сходство индукционного насоса с короткозамкнутым асинхронным двигателем, можно наметить ряд способов регулирования его производительности. Методы управления индукционными насосами можно разделить на ступенчатые, либо на плавные. Таким же образом можно наметить разомкнутые и замкнутые системы управления. Последние обычно содержат усилители, каналы обратных связей и измерительные элементы.

К методам ступенчатого изменения режима работы насоса при низменном сетевом напряжении можно отнести:

- 1) переключение числа пар полюсов,
- 2) включение последовательных сопротивлений,
- 3) ступенчатое изменение напряжения через промежуточный трансформатор,
- 4) переключение обмоток насоса со звезды на треугольник или наоборот,
- 5) переход от последовательного включения фазных обмоток индукторов к параллельному или наоборот,
- 6) создание искусственной несимметрии схемными комбинациями.

В случае необходимости плавного изменения режима работы индукционного насоса можно воспользоваться следующими методами:

- 1) изменение напряжения питания при помощи индукционного регулятора,
- 2) изменение напряжения питания при помощи дросселя насыщения,
- 3) плавное изменение степени несимметрии при помощи дросселя насыщения в одной фазе,
- 4) регулирование напряжения и частоты при помощи многомашинного агрегата,
- 5) плавное изменение напряжения на одной половине индуктора любым упомянутым способом и т. д.

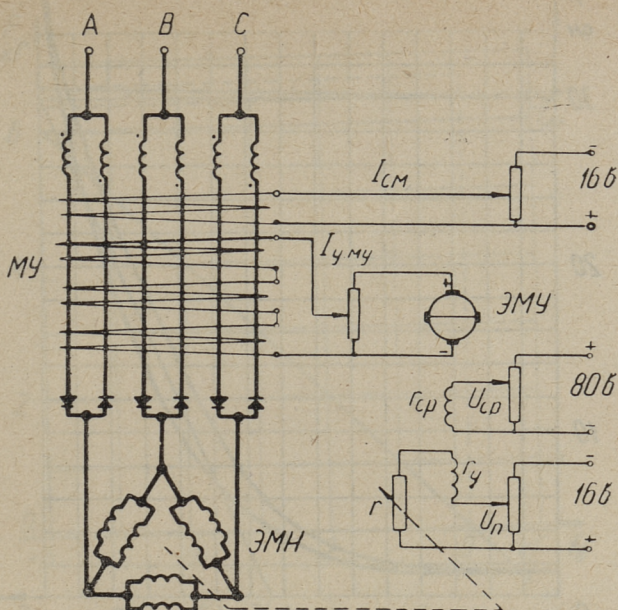
Рассматривая индукционный насос в качестве объекта регулирования, следует отметить, что при реализации замкнутой системы необходимо измерить различные параметры, характеризующие состояние насоса и течение жидкого металла в трубопроводе. К таким параметрам относятся напор, скорость течения (или расход) и температура жидкого металла. Разработка датчиков для измерения этих параметров является первостепенной задачей при создании замкнутой системы регулирования насосного агрегата.

2. Модель замкнутой системы регулирования

Чтобы при отсутствии указанных выше датчиков все же в первом приближении оценить возможности замкнутой системы регулирования выходной величины индукционного насоса, была создана лабораторная модель. В этой модели жидкометаллическая вторичная система насоса имитировалась твердой (латунной) пластиной. Такая система работает в режиме короткого замыкания, т. е. при скольжении, равном единице.

Принципиальная схема модели приведена на фиг. 1. Она состояла из силового магнитного усилителя УМ-ЗП, индукционного насоса ЭМН-6, электромашинного усилителя ЭМУ-12А и датчика усилия, собранного на угольных столбиках. Латунная пластина, имитирующая вторичную систему насоса, опирается на угольный столбик, преобразующий механическую силу в изменение электрического сопротивления. Датчик силы установлен на весах.

В этой системе нарушение установленного равновесия может произойти при тепловом переходном процессе за счет нагревания пластины или как следствие изменения сетевого напряжения. Модель настраивалась так, чтобы нарушению равновесия на выходе насоса последовало регулирующее воздействие, стремящееся вернуть систему в исходное состояние равновесия.



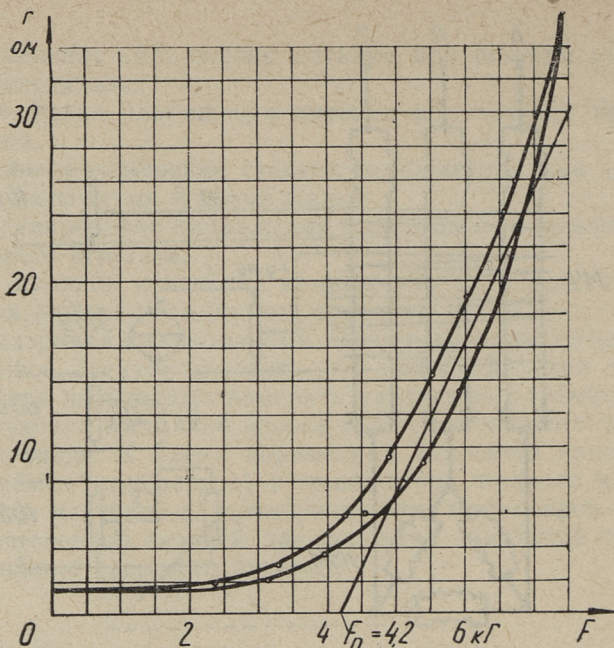
Фиг. 1. Принципиальная схема замкнутой системы управления индукционным насосом

Датчик силы состоял из угольных столбиков, системы рычагов и пружин. Конструктивно он был выполнен таким образом, что при возрастании усилия возрастает и омическое сопротивление датчика, как показано на фиг. 2. В дальнейшем при аппроксимации характеристики датчика использовалась прямая

$$r = 9,1 (F - 4,2), \quad (1)$$

где r — сопротивление угольного столбика, ом,
 F — сила на выходе насоса, кг.

Проследим работу вышеприведенной системы стабилизации силы. Пусть насос развивает в пластине силу F . При возрастании температуры проводимость ее уменьшается, что вызывает уменьшение плотности тока в пластине и уменьшение силы на величину ΔF . Равновесие силы в пластине и силы пружины на угольном столбике нарушается. Сопротивление угольного столбика уменьшается и ток в обмотке управления ЭМУ возрастает. В результате этого уменьшается выходное напряжение ЭМУ и ток в обмотках управления МУ. Так как эти обмотки включены навстречу задающей обмотке МУ, то



Фиг. 2. Характеристика датчика усилия

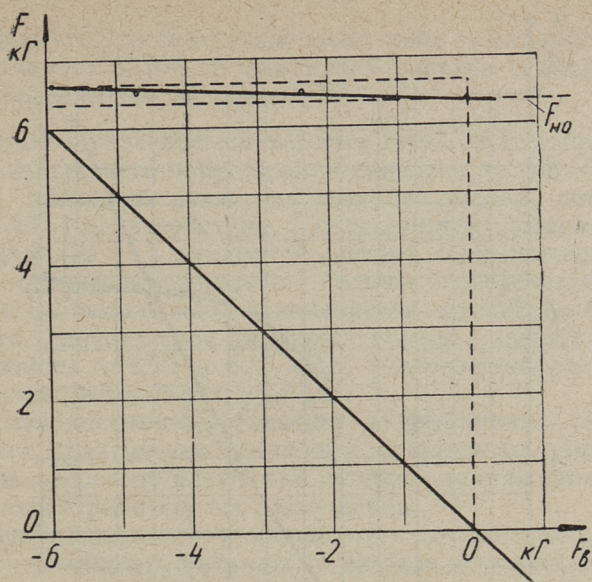
растет его намагниченность и напряжение на входе ЭМН-6 увеличивается, что вызывает рост магнитной индукции в немагнитном зазоре насоса и плотности тока в пластине. Таким образом замкнутая система стремится автоматически поддерживать заданное значение механической силы F .

Экспериментальное исследование модели стабилизации проводилось следующим образом. Система была настроена на равновесное состояние при силе на выходе насоса $F_{HO} = 6,37$ кгГ. В качестве возмущающего воздействия использовался дополнительный груз (сила F_b), действующий в направлении развиваемой насосом силы. В этом случае считаем это возмущение отрицательным.

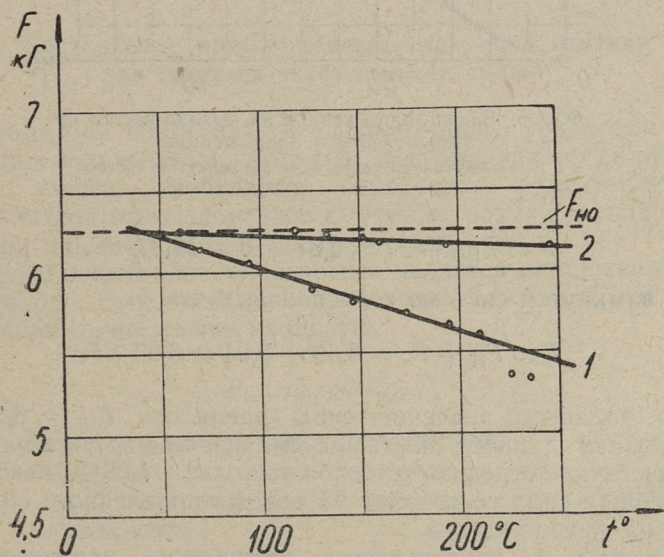
Таким образом в разомкнутой системе весы показали бы силу $F = F_{HO} + F_b$.

Благодаря действию обратной связи в замкнутой системе наблюдалось лишь небольшое отклонение силы F от заданного значения F_{HO} при изменении возмущающей силы F_b от 0 до 6 кгГ.

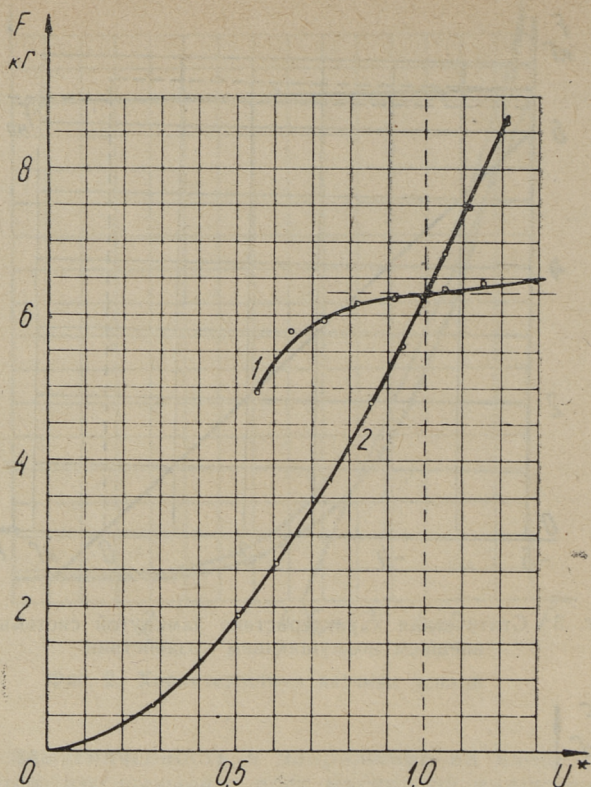
На фиг. 3 представлены результаты этого опыта. В разомкнутой системе измеряемая весами сила равнялась бы



Фиг. 3. Статическая характеристика замкнутой системы при внешнем возмущающем воздействии



Фиг. 4. Статическая характеристика замкнутой системы (2) и разомкнутой системы (1)



Фиг. 5. Зависимость усилия на выходе насоса от относительного напряжения:
1 — замкнутая система, 2 — разомкнутая система

$$F = F_{\text{НО}} + F_{\text{б}} = 6,37 + 6 = 12,37 \text{ кГ.}$$

В замкнутой системе весы показывают

$$F = F_{\text{Н}} + F_{\text{б}} = 0,69 + 5,94 = 6,63 \text{ кГ,}$$

когда заданное значение силы равнялось $F_{\text{НО}} = 6,37 \text{ кГ}$. В условиях данного опыта рассматриваемая система имеет статическую погрешность стабилизации в 4,08%, когда возмущающая сила составляет 93% от установленного значения силы на выходе насоса.

На фиг. 4 представлены статические характеристики $F = \dot{f}(t^\circ)$ разомкнутой и замкнутой систем при изменении температуры пластины от 20 до 250° С.

В разомкнутой системе отклонение силы от заданного значения составляет 52,5%. В замкнутой системе стабилизации статизм определяется величиной 6,5%.

Зависимость развиваемой насосом силы от изменений относительного сетевого напряжения приведена на фиг. 5. Установленное значение силы на выходе насоса равнялось $F_{НО} = 6,3$ кг. Характеристика 2 соответствует разомкнутой, а характеристика 1 — замкнутой системе. При изменении напряжения питания в разомкнутой системе в пределах от 80 до 120% сила на выходе насоса изменяется от 4,25 до 8,50 кг. При тех же условиях сила на выходе насоса в замкнутой системе изменяется от 6,15 до 6,45 кг, т. е. отклонение регулируемой величины уменьшается в 14 раз.

Итак, при достаточно большом коэффициенте усиления САР можно практически исключить зависимость выходных параметров насоса от колебаний сетевого напряжения, изменения температуры и других возмущений.

Если будут разработаны надежные и точные датчики скорости течения жидкого металла, то на базе электромагнитных насосов можно создать точные дозаторы жидкого металла, необходимые в металлургии, литейном производстве и других отраслях народного хозяйства.

3. Составление приближенных уравнений статики для системы стабилизации силы

Прежде чем приступить к выводу общего уравнения статики рассматриваемой системы регулирования силы на выходе насоса, необходимо определить характеристики вход — выход всех элементов с учетом возмущающих воздействий, параметров и опорных напряжений.

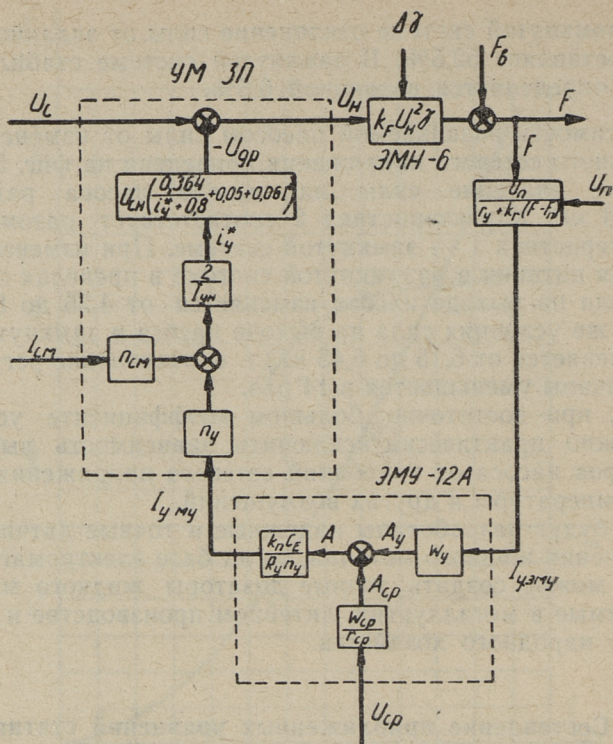
Регулирующей величиной насоса является напряжение U_H на его входе. Выходной величиной является сила F_H . В первом приближении можно написать:

$$F_H = k_F \gamma s U_H^2, \quad (2)$$

где k_F — коэффициент пропорциональности,
 γ — электропроводность вторичной системы,
 U_H — напряжение на выходе насоса,
 s — скольжение.

В нашем случае $s = 1$.

На фиг. 6 приведена структурная схема системы регулирования. На схеме за насосом следует датчик-преобразова-



Фиг. 6. Структурная схема модели стабилизации усилия

тель силы, для которого характеристика вход-выход имеет следующий вид:

$$I_y = \frac{U_n}{r_y + k_r (F - F_n)} \quad (3)$$

Здесь

- U_n — напряжение эталонного источника,
- F_n — фиктивная сила, определяемая аппроксимирующей прямой характеристики угольного столбика,
- k_r — наклон аппроксимирующей прямой,
- r_y — сопротивление обмотки управления ЭМУ.

В следующем элементе — электромашинном усилителе — использовано две обмотки; задающая и обмотка управления. При встречном включении их суммарные ампервитки будут

$$A = A_y - A_c = \omega_y I_y - \frac{U_{cp}}{r_c} \omega_c, \quad (4)$$

где

ω_y, ω_c — числа витков обмоток ЭМУ,

U_{cp} — постоянное напряжение сравнения,

r_c — сопротивление цепи задающей обмотки ЭМУ.

Принимая в рабочей области характеристику ЭМУ линейной и учитывая, что обмотки управления МУ включены последовательно, после ввода передаточного коэффициента потенциометра получим

$$I'_y = \frac{k_n c_E \left(\frac{U_n \omega_y}{r_y + k_r (F - F_n)} - \frac{U_{cp}}{r_c} \omega_c \right)}{n_y R_y}. \quad (5)$$

Здесь

I'_y — ток в обмотках управления МУ,

k_n — передаточный коэффициент потенциометра,

c_E — коэффициент пропорциональности между выходным напряжением и м.д.с. ЭМУ,

n_y — число последовательных обмоток управления МУ,

R_y — сопротивление обмотки управления МУ.

Следующее звено — магнитный усилитель МУ.

В литературе [1] представлены характеристики силовых магнитных усилителей единой серии УМ-ЗП в относительных величинах, позволяющие вести расчет для конкретных усилителей. При построении относительных вольтамперных характеристик $U^* = f(I_g^*, i_y^*)$ в качестве базовых величин приняты номинальное напряжение питающей сети $U_{сн}$ и номинальный ток нагрузки $I_{гн}$. Следовательно

$$U_g^* = \frac{U_g}{U_{сн}} \quad (6)$$

и

$$I_g^* = \frac{I_g}{I_{гн}}. \quad (7)$$

Текущие значения тока управления находятся по формуле

$$I'_y = \frac{I'_{yн}}{2n_y} \left(i_y^* - \frac{2I_{сн} n_{сн}}{I'_{yн}} \right), \quad (8)$$

где

I'_{yH} — номинальное значение тока управления,
 I_{cM} — значение тока смещения,
 n_y — число одинаковых обмоток управления, включенных последовательно,
 n_{cM} — число одинаковых обмоток смещения, включенных последовательно,
 i_y^* — относительное значение напряженности магнитного поля, создаваемого обмотками управления и смещения; номинальному току управления I'_{yH} соответствует напряженность 200 а/м; значения i_y^* указаны на вольтамперных характеристиках.

Для нашего случая i_y^* определяется следующим образом:

$$i_y^* = \frac{2(I'_y n_y + I_{cM} n_{cM})}{I_{yH}}, \quad (9)$$

или через параметры исследуемой системы

$$i_y^* = \frac{2}{I_{yH}} \left[\frac{c_E k_n}{R_y} \left(\frac{U_n \omega_y}{r_y + k_r(F - F_n)} - \frac{U_{cd} \omega_c}{r_c} \right) + I_{cM} n_{cM} \right]. \quad (10)$$

При работе магнитного усилителя на электромагнитный насос возникают трудности расчета в связи с необходимостью геометрического сложения напряжений.

Из рассмотрения относительных вольтамперных характеристик на фиг. 7 следует, что в некоторой области $I_g^* > 0,35$ и $i_y^* > -0,3$ эти характеристики можно линеаризировать.

Учитывая только индуктивное сопротивление обмоток МУ и две компоненты напряжения на индукционном насосе, можно писать:

$$U_c^* = \sqrt{(I_g^* Z_n \cos \varphi_n)^2 + (I_g^* Z_n \sin \varphi_n + U_g^*)^2}, \quad (11)$$

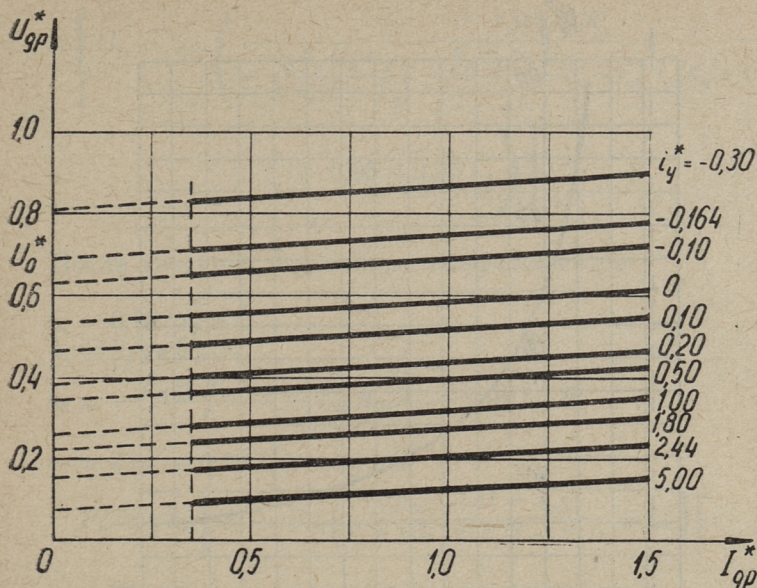
или

$$U_c^* = \sqrt{(I_g^* Z_n \cos \varphi_n)^2 + \left[I_g^* (Z_n \sin \varphi_n + 0,06) + 0,05 + \frac{0,364}{i_g^* + 0,8} \right]^2} \quad (12)$$

Для упрощения зависимостей вводится еще два допущения:

- 1) член 0,06 I_g^* принят постоянным;
- 2) из-за малости $\cos \varphi_n$ выполнено алгебраическое сложение напряжений

$$U_c^* = U_n^* + U_g^*. \quad (13)$$



Фиг. 7. Семейство вольт-амперных характеристик магнитных усилителей серии УМ-3П

В вышеупомянутой области вольтамперные характеристики магнитного усилителя линейны.

Тогда

$$U_g^* = U_0^* + \frac{\Delta U_g^*}{\Delta I_g^*} I_g^*, \quad (14)$$

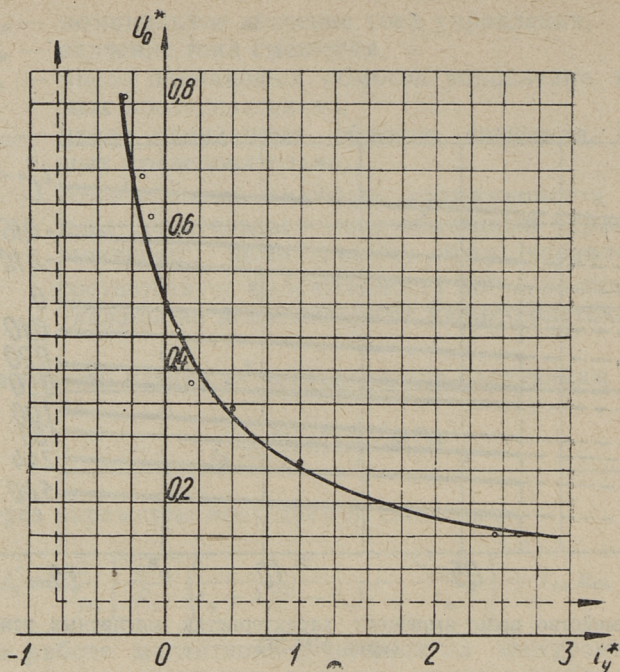
где $U_0^* = f(i_y^*)$ определяется для каждой характеристики графически как точка пересечения линеаризированной характеристики с осью U_g^* , как показано на фиг. 7.

В рассматриваемом интервале средний наклон характеристики равен

$$\frac{\Delta U_g^*}{\Delta I_g^*} = \frac{0,09}{1,5} = 0,06. \quad (15)$$

В данном случае зависимость $U_0^* = f(i_y^*)$ представляет собой гиперболу

$$U_0^* = \frac{0,364}{i_y^* + 0,8} + 0,05, \quad (16)$$



Фиг. 8. Графическое построение к определению функции $U_0^* = f(i_y^*)$

что явствует из фиг. 8.

При вышеизложенных допущениях напряжение на дросселе описывается выражением

$$U_g^* = \frac{0,364}{i_y^* + 0,8} + 0,05 + 0,06 I_g^*. \quad (17)$$

Следовательно, напряжение на обмотке насоса

$$U_n^* = U_c^* - \left[\frac{0,364}{i_y^* + 0,8} + 0,05 + 0,06 I_g^* \right], \quad (18)$$

или

$$U_n = U_c - U_{сн} \left(\frac{0,364}{i_y^* + 0,8} + 0,05 + 0,06 I_g \right). \quad (19)$$

После подстановки в (19) значения i_y^* , введения ее в формулу (1) и упрощений получим уравнение статической характеристики системы стабилизации в следующем виде:

$$F_H = \gamma k_F \left[U_c - U_{\text{сн}} \left(\frac{0,182 I'_{\text{yH}} R_y}{\frac{c_E k_n U_n \omega_y}{r_y + k_r (F - F_n)} - \frac{k_n c_E \omega_c U_{\text{сд}}}{r_c} + I_{\text{см}} n_{\text{см}} R_y + 0,04 I'_{\text{yH}} R_y} + 0,05 + 0,06 I_g^* \right) \right]^2 \quad (20)$$

После введения постоянных коэффициентов

$$k_1 = 0,182 I'_{\text{yH}} R_y,$$

$$k_2 = k_n c_E U_n \omega_y,$$

$$k_3 = - \frac{k_n c_E \omega_c U_{\text{сд}}}{r_c} + I_{\text{см}} n_{\text{см}} R_y + 0,04 I'_{\text{yH}} R_y,$$

$$k_4 = 0,05 + 0,06 I_g^*, \text{ получим}$$

$$F_H = \gamma k_F \left[U_c - U_{\text{сн}} \left(\frac{k_1 [r_y + k_r (F - F_n)]}{k_2 + k_3 [r_y + k_r (F - F_n)]} + k_4 \right) \right]^2. \quad (21)$$

4. Выводы по работе

По формуле (20) был проведен расчет статической характеристики для условий эксперимента, который дал удовлетворительное совпадение с опытными характеристиками.

Испытанная в лаборатории ТПИ система стабилизации развиваемого насосом усилия позволила установить основные закономерности САР при неподвижной вторичной системе насоса. Эти результаты могут представлять интерес для системы, в которой происходит стационарное установившееся перекачивание проводящей жидкости. Для такой системы необходим датчик скорости жидкого металла, выходной сигнал которого пропорционален средней скорости металла. Кроме того, при составлении уравнений статики в режиме перекачивания металла необходимо учесть скольжение ($S < 1$). При наличии характеристик $Q(p)$ насоса и трубопровода можно создать систему стабилизации скорости металла в трубопроводе или производительности насоса путем воздействия на вход системы сигналов обратной связи, изменяющих регулируемый параметр-напряжение на входе насоса в нужном направлении.

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Г. Чиликин, М. М. Соколов, А. В. Шинянский. Асинхронный электропривод с дроселями насыщения. Энергия, 1964.
2. А. А. Сиротин. Автоматическое управление электроприводами. ГЭИ, 1959.
3. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла. Раздел: Уточнение расчета плоских индукционных насосов для транспорта жидкого металла. (Рукопись). Таллинский политехнический институт, 1964.

УДК 621.318.38

Л. Х. Ранну

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ ОТ ПОПЕРЕЧНОГО ПОЛЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ

1. Постановка задачи

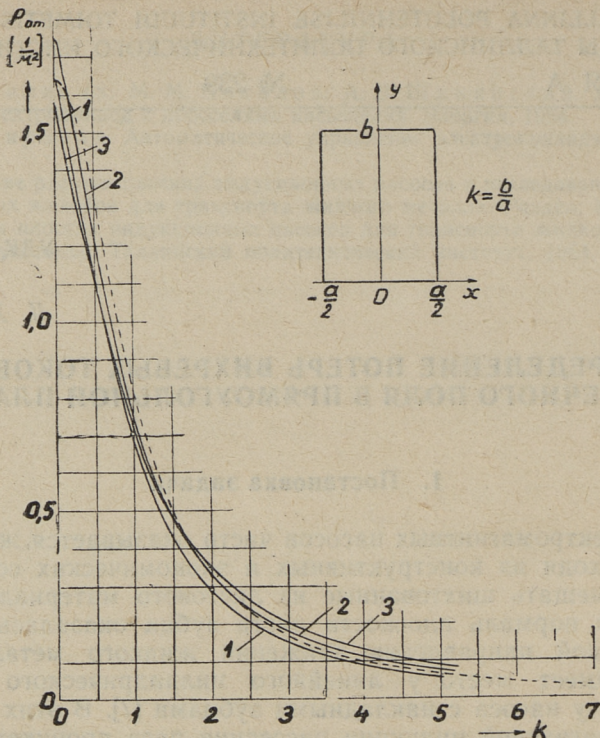
У электромагнитных насосов часто оказывается желательным, исходя из конструктивных и экономических соображений, помещать шихтованные из листового материала зубцы так, что нормаль плоскости листа зубца оказалась бы параллельной направлению движения жидкого металла. Это часто имеет место у линейного цилиндрического насоса, а также у насоса с накладными зубцами [7]. В этих случаях линии магнитной индукции рассеяния паза проникают в листы зубцов главным образом перпендикулярно плоскости листа зубца и поэтому имеют место увеличенные потери от вихревых токов, для учета которых имеющиеся формулы [3] не пригодны.

Мы ставим задачу определить потери от вихревых токов в прямоугольном листе металла, проникаемом перпендикулярным к листу переменным магнитным полем. Исходим из уравнений Максвелла для электромагнитного поля в проводящей среде [1]

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{\delta} = \gamma \bar{E}, \quad (1a)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}. \quad (1б)$$

Мы не будем учитывать влияние вихревых токов на первичное магнитное поле, т. е. на поле рассеяния паза и на распределение этих же токов. Это предположение близко к действительности, так как электропроводность электротехнической стали не слишком велика и толщина листов мала по



Фиг. 1. Зависимость удельных относительных потерь $\rho'_{от}$ от коэффициента k и распределения магнитной индукции по оси y :

1 — магнитная индукция не зависит от координат x и y , 2 — магнитная индукция пропорциональна расстоянию по координате y , 3 — индукция пропорциональна квадрату расстояния по координате y .

Кружки — экспериментальные результаты для кривой 1

сравнению с другими размерами листа. При этом вместо (1а) получим

$$\bar{\delta} = \gamma \bar{E}. \quad (2)$$

Расположение координатных осей, показанное на фиг. 1, выбрано с учетом того, что у индукторов распределение магнитной индукции поля рассеяния паза симметрично относительно оси y . Удельные потери (здесь потери на единицу объема листа) от вихревых токов определяются выражением:

$$p'_{об} = \frac{\gamma}{s} \int_s E^2 ds = \frac{k\gamma}{b^2} \left(\int_s E_x^2 ds + \int_s E_y^2 ds \right), \quad (3)$$

где b — размер листа (фиг. 1),
 s — площадь листа,
 γ — удельная электропроводность материала листа,
 k — отношение размеров листа (фиг. 1).

Удельные потери $p'_{об}$ отнесены здесь только к единице объема, а не к единице массы и единице магнитной индукции, как, например, в [3].

E_x и E_y должны удовлетворять граничным условиям (фиг. 1)

$$E_x = 0 \quad \text{при} \quad x = \frac{a}{2} \quad \text{и} \quad x = -\frac{a}{2}, \quad (4a)$$

$$E_y = 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad \text{и} \quad y = b. \quad (4б)$$

Кроме этого, из условия симметрии распределения магнитной индукции относительно оси y получим

$$E_y = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad (4c)$$

а также имеем выражение непрерывности линий вихревых токов в виде

$$\operatorname{div} \gamma \bar{E} = 0, \quad (5a)$$

или

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0. \quad (5б)$$

Таким образом для определения потерь от вихревых токов следует решить систему дифференциальных уравнений (4б и 5б) при граничных условиях (4а, 4б и 4с), а потом по (3) определить удельные потери.

2. Удельные потери в листе зубца

Согласно [4] составим выражения для E_x и E_y в виде бесконечных рядов. В символической форме записи E_x и E_y имеют вид согласно расположению координат по фиг. 1;

$$\dot{E}_x = -\frac{j\omega}{\pi} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots}^{\infty} \frac{\frac{n}{b} \dot{A}_{mn}}{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}, \quad (7a)$$

$$\dot{E}_y = -\frac{j\omega}{\pi} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots}^{\infty} \frac{\frac{m}{a} \dot{A}_{mn}}{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (76)$$

где ω — угловая частота,
 a, b — размеры листа и

\dot{A}_{mn} — постоянные, подлежащие определению.

Аналогичные выражения для E_x и E_y даны в [5] для частного случая симметрии распределения магнитной индукции B относительно обеих осей x и y , следовательно, при другом положении координат, а также без указаний для определения коэффициентов A_{mn} .

Легко проверить, что при любых значениях \dot{A}_{mn} выражения (7а, 7б) удовлетворяют условиям (5) и всем граничным условиям (4а, 4б, 4с).

$$\begin{aligned} \text{Так как } \operatorname{rot} \dot{E}_z &= \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} = \\ &= -j\omega \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots}^{\infty} \dot{A}_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \end{aligned}$$

то согласно (1б)

$$\sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \sum_{n=1, 2, 3, 4, \dots}^{\infty} \dot{A}_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = B. \quad (8)$$

Если задано распределение индукции B по xy , то мы можем разложением функций $B = f_1(x)$ и $B = f_2(y)$ в ряды Фурье определить все коэффициенты A_{mn} так, чтобы уравнение (8) было удовлетворено. Здесь $f_1(x)$ является законом распределения индукции по x и $f_2(y)$ — то же по y . При этом согласно (8) $f_1(x)$ должна быть такая, чтобы ее можно было разложить в ряд Фурье только по косинусам, т. е. $f_1(x)$ должна быть четная.

Выражения для интегралов, входящих в формулу (3), выводим для трех случаев распределения магнитной индукции по оси y . При этом используя (8) определяем постоянные A_{mn} и интегрируем выражения (7а) и (7б) по площади листа s используя [6]. При всех упомянутых трех случаях магнитная индукция не зависит от координаты x . Для случая, если индукция B не зависит от обеих координат x и y , получим:

$$\int_s E_x^2 ds = \frac{2^6 b^4}{k^5 \pi^6} \omega^2 B^2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2}, \quad (9a)$$

$$\int E_y^2 ds = \frac{2^6 b^4}{k^3 \pi^6} \omega^2 B^2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2}. \quad (9б)$$

Для случая, если индукция B пропорциональна расстоянию по координате y (фиг. 1), получим:

$$\int_s E_x^2 ds = \frac{2^4 b^4}{k^5 \pi^6} \omega^2 B^2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,2,3,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2}, \quad (10a)$$

$$\int_s E_y^2 ds = \frac{2^4 b^4}{k^3 \pi^6} \omega^2 B^2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,2,3,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2}. \quad (10б)$$

В случае, если индукция B пропорциональна квадрату расстояния по координате y , получим:

$$\begin{aligned} \int_s E_x^2 ds = \frac{2^4 b^4}{k^5 \pi^6} \omega^2 B^2 & \left[\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,2,3,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2} - \right. \\ & - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2} + \\ & \left. + \frac{16}{\pi^4} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^4 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2} \right], \quad (11a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_s E_y^2 ds = \frac{2^4 b^4}{k^3 \pi^6} \omega^2 B^2 & \left[\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,2,3,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2} - \right. \\ & - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2} + \\ & \left. + \frac{16}{\pi^4} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^9 \left(m^2 + \frac{n^2}{k^2}\right)^2} \right]. \quad (11б) \end{aligned}$$

В формулы (10а...11б) следует подставить среднюю по всей площади листа магнитную индукцию. В зависимости от этого результаты настоящей работы более наглядно показывают влияние распределения магнитной индукции поля рассеяния паза на потери от вихревых токов. В формулах (9а...11б) k обозначает отношение размеров листа (фиг. 1). В формулах (9а...11б) следует взять действующее значение изменяющейся по закону синуса магнитной индукции.

Для получения результатов более общего значения определяем так называемые относительные удельные потери по формуле:

$$p'_{от} = \frac{p'_{об}}{\gamma b^2 f^2 B_m^2}, \quad (12)$$

где удельные потери $p'_{об}$ определяются по (3) и B_m обозначает среднее по всей площади листа амплитудное значение магнитной индукции. Значения относительных удельных потерь рассчитаем для трех случаев распределения магнитной индукции и для некоторых значений коэффициента k . Результаты представлены в таблице 1 и на фиг. 1.

Таблица 1

Значения относительных удельных потерь $p'_{от}$

k	Распределение магнитной индукции					
	равномерное		линейное по y		квадратичное по y	
	$\frac{1}{m}$	%	$\frac{1}{m}$	%	$\frac{1}{m}$	%
0	1,645	100	1,75	106,3	1,58	96,1
0,25	1,38	100	1,47	106,5	1,32	95,5
0,50	1,125	100	1,215	108,0	1,125	100,0
1	0,689	100	0,764	111,0	0,735	106,8
2	0,282	100	0,329	116,8	0,350	124,1
5	0,0571	100	0,0737	129,0	0,0906	158,7
∞^*	$1,645 \frac{b^2}{a^2}$	100	$2,195 \frac{b^2}{a^2}$	133,4	$2,96 \frac{b^2}{a^2}$	180,0

* При $k = \infty$ прибавлен множитель $\frac{b^2}{a^2}$, так как в формулу (12) следует при $k = \infty$ поставить a^2 , а не b^2 .

На фиг. 1 показаны прерывной линией результаты расчета для случая равномерного распределения магнитной индукции,

используя более простые, но неточные формулы (13а, б), расчет по которым является значительно менее трудоемким

$$\dot{E}_x = j\omega \frac{a^2}{a^2 + b^2} \left(y - \frac{b}{2} \right) \dot{B}, \quad (13a)$$

$$\dot{E}_y = -j\omega \frac{b^2}{a^2 + b^2} x \dot{B}. \quad (13б)$$

Здесь расположение координат и обозначение размеров листа такое же как для формул (7а, б) и показано на фиг. 1. Исходя из формул (13а, б) получим при помощи (3) для удельных потерь

$$p'_{oc} = 1,645 \gamma f^2 B_m^2 b^2 \frac{1}{1 + k^2}. \quad (14)$$

Формулы (13а, б) удовлетворяют граничным условиям (4а, б) только в точках $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$, $\left(-\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$, (0, 0) и (0, b). В предельных случаях, т. е. при $k = 0$ и $k = \infty$ выражения (7), а также (13), дают совершенно точные результаты, совпадающие с общеизвестными результатами, полученными в [2], где рассмотрен частный случай листа, один размер которого много больше другого (соответствует $k = 0$ или $k = \infty$ в нашем случае). Для проверки некоторых точек кривой фиг. 1 для случая равномерного распределения магнитной индукции по площади листа был проведен следующий опыт. Из одного и того же листа электротехнической стали Э12 вырезано 5 круглых, с диаметром 50,75 мм, пять квадратных с размерами 51 × 51 мм и пять прямоугольных с размерами 51 × 25,5 мм образцов. Кроме этого вырезана из этого же листа стали полоса для измерения удельной электропроводности. Для определения потерь, например в квадратных образцах, все они наложены один на другой и изолированы электрически кусками бумаги между образцами. К среднему образцу припаяна термopара. Пять образцов вместе с катушкой для измерения магнитной индукции были снабжены теплоизоляцией и расположены в воздушном зазоре магнитной цепи. Скорость повышения температуры в момент включения тока в обмотке возбуждения магнитного потока используем для определения потерь от вихревых токов. Для определения теплоемкости образцов используем упомянутые круглые листы, в которых потери от вихревых токов можно рассчитать по общеизвестным формулам [2]. Как видно из фиг. 1, опытные точки сравнительно хорошо совпадают с расчетной кривой.

3. Использование результатов для определения потерь от вихревых токов в зубах вышеупомянутых индукторов особой конструкции

Измерения магнитной индукции в промежутках отдельных листов зубцов и вне зубца при помощи тонкой (1,5 мм) катушки показывают, что экранирующее действие листов зубцов небольшое в случае применяемых в настоящее время размеров зубцов и при частоте 50 гц. Но зато имеет место заметное изменение неравномерного распределения магнитной индукции рассеяния паза в крайних листах к более равномерному в средних листах зубца. Это обусловлено маленькими технологическими зазорами между отдельными листами зубца. В результате этого затрудняется определение распределения магнитной индукции по площади листа. Кроме того, из таблицы 1 и фиг. 1 видно, что при маленьких значениях коэффициента k процентное расхождение между удельными потерями для случаев равномерного и линейного распределения индукции небольшое (около 7%). С увеличением коэффициента k процент расхождения увеличивается и при $k = \infty$ равняется 33,4%. Но при больших величинах коэффициента k рассматриваемые потери от вихревых токов небольшие и поэтому можно утверждать, что нет смысла учитывать сложной картины распределения магнитной индукции по площади отдельных листов зубца. Удельные относительные потери находим поэтому как средние арифметические от результатов по кривым 1 и 2 (фиг. 1).

Поток пазового рассеяния, проходящий через зубец, зависит от разности фаз токов соседних пазов. Поэтому в формулу (15) введен коэффициент $k_{\text{кв}}$, учитывающий это. Удельные потери по (15) отнесены к единице массы стали и получено

$$p' = p'_{\text{от}} \frac{\gamma b^2 f^2 B_m^2 k_{\text{кв}}}{\gamma_1}, \quad (15)$$

где γ_1 — удельный вес стали, B_m обозначает среднее по площади листа амплитудное значение магнитной индукции и $p'_{\text{от}}$ получается по фиг. 1.

По вышеприведенным формулам определяются только потери от вихревых токов, обусловленных потоком пазового рассеяния. При небольших величинах коэффициента k и не слишком маленьких размерах зубцов потери от гистерезиса, обусловленные потоком пазового рассеяния, ничтожны по сравнению с величиной потерь от вихревых токов пазового рассеяния. Потери в стали зубцов от полезного потока можно рассчитать пользуясь общеизвестными формулами [3]. Хотя

для расчета потерь, как правило, не может быть применен принцип наложения, все-таки в рассматриваемом случае можно раздельно определить потери от вихревых токов пазового рассеяния и получить общие потери в стали зубцов путем суммирования. Это оправдывается здесь между прочим и тем, что максимальные потери в стали от полезного потока и от потока пазового рассеяния в любой момент времени возникают в разных зубцах. Вообще в настоящем случае в стали зубцов преобладают потери от вихревых токов потока пазового рассеяния.

Пример. Произведем расчет потерь от вихревых токов в зубцах, обусловленных потоком пазового рассеяния. Плоскости листов зубца расположены перпендикулярно направлению движения жидкого металла. Все размеры и данные возьмем равными для насоса ЭМН-7, изготовленного в ТПИ. При расчете будем пользоваться системой единиц СИ.

$$\text{Коэффициент } k = \frac{h_n}{2c} = \frac{0,062}{0,147} = 0,422,$$

где h_n — высота паза и
 $2c$ — ширина индуктора.

Соответствующие относительные удельные потери по фиг. 1

$$p'_{от} = 1,25 \frac{1}{m}.$$

Суммарный ток через один паз

$$I_n = \frac{1}{2} A t_3 = \frac{1}{2} \cdot 9,86 \cdot 10^4 \cdot 2,45 \cdot 10^{-2} = 1208 \text{ а},$$

где A — линейная токовая нагрузка на две стороны индуктора,

t_3 — зубцовое деление.

Согласно [3] и по размерам, данным в [8], рассчитаем среднее в пазу амплитудное значение индукции B_m рассеяния паза: $B_m = 0,0673 \text{ тл}$.

При $k_y = 1$ и $q = 2$ получается $k_{ay} = 0,933$, так как в этом случае у половин зубцов упомянутая разность фаз токов в соседних к зубцу пазах равняется $\frac{\pi}{3}$.

Допуская, что магнитная индукция пазового рассеяния не имеет высших временных гармонических, получаем по (15)

$$p' = 1,25 \cdot \frac{3,72 \cdot 10^6 \cdot 0,062^2 \cdot 50^2 \cdot 0,0673^2 \cdot 0,933}{7,8 \cdot 10^3} = 24,2 \text{ вт/кг}.$$

Статья поступила в редакцию
 1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, ч. III. Госэнергоиздат, 1954.
2. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, ч. II. Госэнергоиздат, 1959.
3. Г. Н. Петров. Электрические машины, ч. II. Госэнергоиздат, 1963.
4. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. Академии наук СССР, 1948.
5. D. A. Jones. A theoretical and analogue approach to stray eddy — current loss in laminated magnetic cores. The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Part c, Volume 108 № 14, September 1961.
6. И. С. Градштейн и И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1962.
7. Э. М. Ристхейн. Пути улучшения конструкции плоских индукционных насосов. Труды ТПИ, серия А, № 197, 1962.
8. Х. И. Янес и другие. Проектирование, изготовление и испытание электромагнитного насоса для транспортировки жидкого магния. Таллинский политехнический институт, Таллин, 1963 (рукопись).

УДК 621.318.38

Л. Х. Ранну

НЕКОТОРЫЕ КОНСТРУКТИВНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ УЛУЧШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛИНЕЙНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА

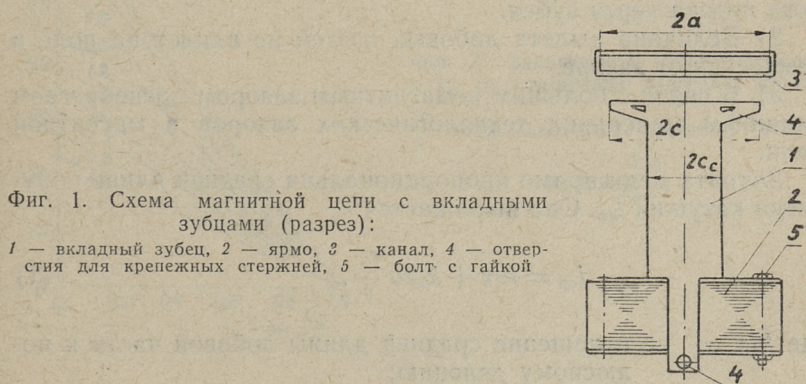
Для изготовления обмоток индукционных насосов расходуется большое количество обмоточной меди в связи с большой линейной токовой нагрузкой индуктора. Поэтому важно искать возможности уменьшения этого расхода. При этом нельзя оставлять без внимания также и магнитную цепь.

В этом направлении уже имеется работа [1], где описывается стержневая конструкция индуктора: катушки помещены на ярмо. Однако в связи с большим немагнитным зазором часто оказывается невыгодным перенос катушек обмотки дальше от немагнитного зазора (на ярмо) из-за увеличения индуктивностей рассеяния.

Материал зубцов индуктора обычной конструкции во многих случаях магнитным потоком полностью не нагружен. Это вызывается наличием большого немагнитного зазора.

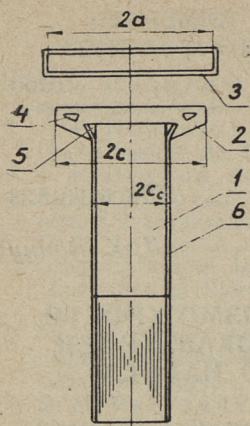
В настоящей работе рассматриваются конструкции, направленные на получение экономии.

На фиг. 1 представляется разрез магнитной цепи с вкладными зубцами, на фиг. 2 с накладными коронками зубцов.



Фиг. 1. Схема магнитной цепи с вкладными зубцами (разрез):

1 — вкладный зубец, 2 — ярмо, 3 — канал, 4 — отверстия для крепежных стержней, 5 — болт с гайкой



Фиг. 2. Схема магнитной цепи с накладными коронками зубцов (разрез):

1 — обычная магнитная цепь линейного насоса, 2 — накладная коронка зубца, 3 — канал, 4 — отверстия для крепежных стержней, 5 — крепление шпонкой, 6 — крайние листы бóльшей толщины

Разрезы сделаны поперек направления движения жидкого металла. Отдельные части индуктора: катушки обмотки, ярмо и вкладные зубцы (соответственно катушки, ярмо и накладные коронки зубцов) изготавливаются отдельно до монтажа обмотки индуктора. По приведенным на фиг. 1 и 2 конструкциям зубцы (коронки зубцов) изготавливаются из листовой электротехнической стали. Ширина коронки $2c$ зубца определяет магнитную проводимость немагнитного зазора и этот размер оставлен постоянным при выведении экономических результатов. Зато ширина средней части зубца $2c_c$ уменьшается. У обычной конструкции $c_c = c$.

Выведем формулу для количественного определения экономии веса меди, достигнутой излагаемой конструкцией. При этом делаем следующие допущения.

1) Поле через слой жидкого металла не зависит от ширины средней части зубца $2c_c$ при неизменной величине полезного потока через зубец.

2) Величина вылета лобовых частей не влияет на поле в немагнитном зазоре.

3) В связи с большим немагнитным зазором пренебрегаем влиянием маленьких технологических зазоров в магнитной цепи.

Затрата меди прямо пропорциональна средней длине полувитка катушки l_{cp} . Она выражается:

$$l_{cp} = k_1 \tau + k_2 2a \frac{c_c}{c}, \quad (1)$$

где k_1 — отношение средней длины лобовой части к полюсному делению;

τ — полюсное деление;
 $2a$ — ширина канала;
 k_2 — отношение ширины индуктора $2c$ (фиг. 1 и 2) к ширине канала $2a$;
 c и c_c — размеры, показанные на фиг. 1 и 2.
 Экономия меди p в процентах выражается:

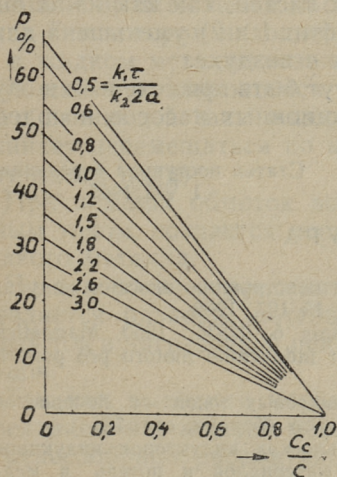
$$p = \frac{k_2 2a \left(1 - \frac{c_c}{c}\right)}{k_1 \tau + k_2 2a} 100. \quad (2)$$

Из (2) получим (делением на $k_2 2a$)

$$p = \frac{1 - \frac{c_c}{c}}{1 + \frac{k_1 \tau}{k_2 2a}} \quad (3)$$

Числовые значения экономии меди рассчитаны по (3) и представлены на фиг. 3. Окажется, что экономия меди заметное.

Вставные зубцы уже предложены для электродвигателей, работающих в среде высоконапорной жидкости, например, для привода находящихся в воде насосов [2]. В случае предложенной нами конструкции коронки расширены в направлении ширины индуктора — пазы остаются открытыми. В работе [2], однако, целью расширения коронок зубцов является получение полузакрытых пазов.



Фиг. 3. Зависимость экономии меди в % от отношения размеров зубца $\frac{c_c}{c}$ при некоторых значениях отно-

шения $\frac{k_1 \tau}{k_2 2a}$

Конструкции с отдельно изготовленными зубцами, кроме экономии меди и уменьшения потерь в меди, дают возможность использовать для изготовления зубцов более высоколегированный материал, чем для изготовления ярма. Кроме того можно применить для зубцов материал с более высоким пределом насыщения, а также использовать ориентировочно намагниченный листовой материал.

Изложенная конструкция влечет за собой уменьшение потока рассеяния паза, так как прилегающие к пазу площади зубцов уменьшены. При больших величинах линейной токовой нагрузки пазовое рассеяние начинает ограничивать дальнейшее увеличение глубины паза. Увеличение глубины паза равносильно увеличению линейной токовой нагрузки. По формулам [3] вес меди и потери в меди, а также вес активной стали обратно пропорциональны линейной токовой нагрузке. Поэтому уменьшение пазового рассеяния позволяет повысить экономические показатели насоса.

При использовании вставных зубцов увеличиваются потери от вихревых токов в зубцах [3]. Это увеличение потерь, рассчитанное по методике [3] исходя из данных для насоса ЭМН-7, принимая $\frac{c_c}{c} = 0,5$, не превышает 1,8 *вт* на единицу механической мощности насоса. Эта величина, сравнивая ее с результатами расчета в [4], не велика. Величину этих потерь (рассчитанных для стали Э-12) можно, разумеется, уменьшить использованием для зубцов высоколегированной стали, а также надрезами в листе зубца в направлении полезного потока.

Увеличение компактности индуктора достигается здесь ценой увеличения рассеяния лобовых частей, так как из-за выступающих углов коронок зубцов (фиг. 1 и 2) уменьшена длина пути потоку пазового рассеяния в воздухе.

Предложенные конструкции могут быть применены и в случае некоторых других типов индукционных насосов и подобных им устройств.

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. М. Ристхейн. Пути улучшения конструкции плоских индукционных насосов. Труды ТПИ, серия А, № 197, 1962.
2. Republika Československa. Patentní spis č. 94836. 1960. Magnetický obvod elektrického stroje, zejména stator indukčního motoru pro ponorná čerpadla. František Chaloupka.
3. Л. Х. Ранну. Определение потерь вихревых токов от поперечного поля в прямоугольной пластине. См. наст. сборник, стр. 79.
4. Л. Х. Ранну. Основы сравнения плоских индукторов индукционных машин по расходу активных материалов и потерь в меди. Труды ТПИ, серия А, № 214, 1964.

УДК 621.318.38

И. Р. Паркс

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ УНИПОЛЯРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ПРИ ОДНОСТОРОННЕЙ ОБМОТКЕ

Введение

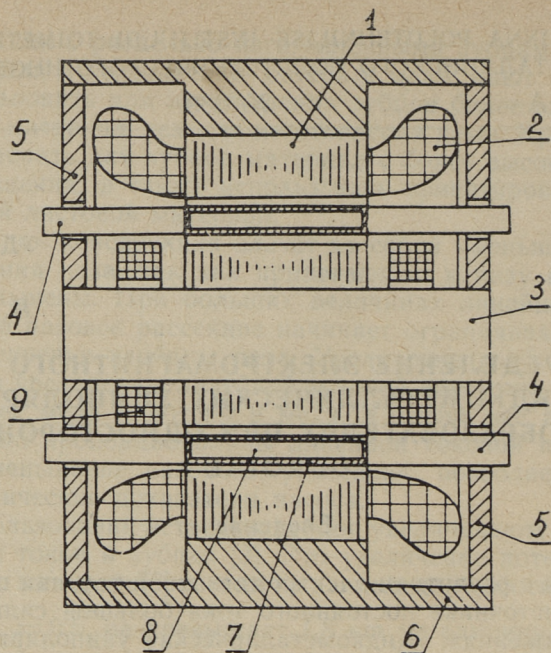
В связи с развитием электромагнитной техники появляется нужда в источнике постоянного тока большой силы при малых напряжениях. Жидкометаллические униполярные преобразователи и предназначены для преобразования переменного тока в постоянный ток большой силы.

Принципиальная схема жидкометаллического униполярного преобразователя, у которого обмотка только на внешнем магнитопроводе, дана на фигуре 1. Ток в обмотке 2 индуктора 1, подключенный к сети трехфазного тока, создает в машине вращающееся магнитное поле. Это поле пересекает канал 7, в котором находится жидкий металл 8. Следовательно, в жидком металле возникает переменный ток, взаимодействующий с вращающимся магнитным полем. В результате этого взаимодействия жидкий металл испытывает усилия и начинает перемещаться по каналу (в направлении вращения магнитного поля).

При помощи обмоток возбуждения 9, обтекаемых постоянным током, создается постоянное магнитное поле в канале жидкого металла.

По закону электромагнитной индукции на торцах канала появляется разность потенциалов, которая вызывает постоянный ток в нагрузочной цепи, подключенной к выводам обоих торцов.

Так как выходная мощность является частью мощности, передаваемой в жидкий металл через электромагнитное поле, то целесообразно рассматривать распределение переменного поля в немагнитном зазоре униполярного преобразователя.



Фиг. 1. Униполярный преобразователь:

1 — пакет статора, 2 — обмотка статора, 3 — сплошной сердечник с набранным из электротехнической листовой стали пакетом, 4 — вывод, 5 — щит, 6 — корпус, 7 — канал, 8 — жидкий металл, 9 — обмотка возбуждения

До настоящего времени изучены в [1, 2, 3] вопросы распределения переменного электромагнитного поля в двухиндукторных машинах с жидкометаллической вторичной системой. Однако эти вопросы строго рассматривались при предположении, что толщина слоя жидкого металла равна величине немагнитного зазора.

В данной работе рассматривается распределение электромагнитного поля с учетом наличия воздушных или изоляционных зазоров, а также учитывается влияние электропроводящих стенок канала униполярного преобразователя. При решении задачи учитывается, что величины воздушных зазоров и толщины стенок могут быть разными.

При наличии короткозамыкающих колец в некоторых случаях можно рассматривать электромагнитные явления, ограничиваясь токами в аксиальном направлении (по оси z фиг. 2). В общем случае приходится учитывать, разумеется, и тангенциальные токи (направленные по оси x).

В настоящей статье рассматривается распределение электромагнитного поля униполярных преобразователей сравнительно малой мощности, имеющих только одностороннюю обмотку; при этом делаются следующие допущения: 1) магнитная проницаемость стали индуктора и сердечника принимается бесконечно великой; 2) поверхность индуктора лишена пазов; 3) магнитная проницаемость немагнитного зазора равна $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}$; 4) кривизна поверхностей не учитывается; 5) токами в направлении толщины канала пренебрегают.

При турбулентном режиме течения, который является основным в жидкометаллических униполярных преобразователях, имеет место значительное выравнивание скоростей по сечению канала. Большие градиенты скорости существуют лишь в тонком пограничном слое. Поэтому для нашей задачи можно принять, что линейная скорость течения по всему каналу постоянная.

Векторный потенциал в немагнитном зазоре

Для решения задачи распределения электромагнитного поля можно исходить из уравнения Максвелла для напряженности магнитного поля

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{\delta}, \quad (1)$$

где \vec{H} — вектор напряженности магнитного поля;

$\vec{\delta}$ — вектор плотности тока проводимости, так как плотностями токов смещения и переноса в данных условиях можно пренебрегать.

Поскольку вектор магнитной индукции можно представить в виде вихря векторного потенциала магнитного поля, то [4]

$$\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{\delta}. \quad (2)$$

Подчинив вектор \vec{A} условию $\text{div } \vec{A} = 0$, получается уравнение Пуассона:

$$\nabla^2 \vec{A} = j\omega\mu_0\gamma_{\Delta} \vec{A}, \quad (3)$$

так как

$$\vec{\delta} = \gamma_{\Delta} \vec{E} = -j\omega\gamma_{\Delta} \vec{A}, \quad (4)$$

где γ_{Δ} — удельная электропроводимость проводящей жидкости;

\vec{E} — вектор напряженности электрического поля;

s — скольжение жидкого металла относительно поля индуктора;

ω — угловая частота поля индуктора.

Для слоя жидкого металла (слой III, фиг. 2) решение векторного уравнения (3) может быть найдено решением уравнений Пуассона для составляющих векторного потенциала магнитного поля:

$$\Delta^2 \dot{A}_{z\text{III}} = js\omega\gamma_{\Delta} \mu_0 \dot{A}_{z\text{III}}, \quad (5)$$

$$\Delta^2 \dot{A}_{x\text{III}} = js\omega\gamma_{\Delta} \mu_0 \dot{A}_{x\text{III}} \quad (6)$$

и согласно допущению (5)

$$\dot{A}_{y\text{III}} = 0. \quad (7)$$

Для решения уравнений (5) и (6) в движущихся координатах (x_1, y, z) удобно пользоваться математическим методом разделения переменных, как это сделал Г. Ангст в работе [5], посвященной вопросам распределения электромагнитного поля в массивном роторе многофазной асинхронной машины.

Следовательно:

$$A_{z\text{III}} = \exp j \left(s\omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k \frac{(-1)^{\frac{k+3}{2}}}{k} \cos \frac{k\pi z}{l_n} \times \quad (8)$$

$$\times [a_{k\text{III}} \operatorname{ch} \beta_k (y + u_1) + b_{k\text{III}} \operatorname{sh} \beta_k (y + u_1)];$$

$$A_{x\text{III}} = j \frac{\tau}{l_n} \exp j \left(s\omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k\pi z}{l_n} \times \quad (9)$$

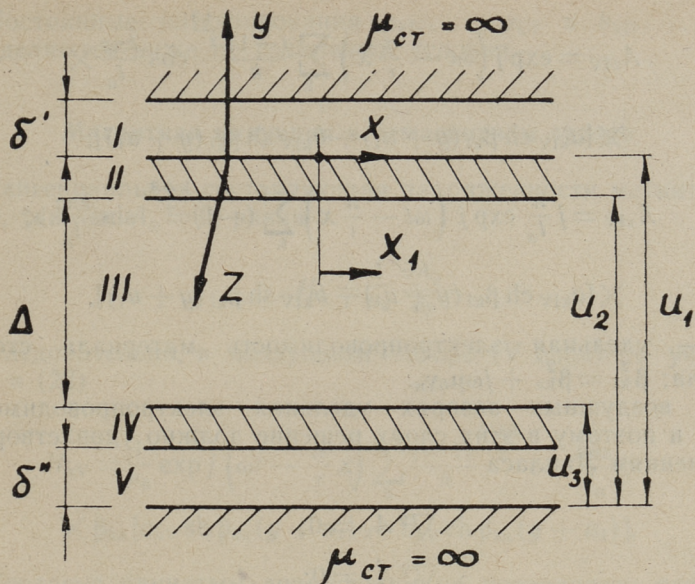
$$\times [a_{k\text{III}} \operatorname{ch} \beta_k (y + u_1) + b_{k\text{III}} \operatorname{sh} \beta_k (y + u_1)],$$

где τ — полюсное деление индуктора;

l_n — ширина канала (равна аксиальной длине индуктора по оси z);

$$\beta_k^2 = \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + \left(\frac{k\pi}{l_n} \right)^2 + js\omega\mu_0\gamma_{\Delta} = \beta_{ka}^2 + js\omega\mu_0\gamma_{\Delta}. \quad (10)$$

$$k = 1, 3, 5 \dots$$



Фиг. 2. Эскиз части немагнитного зазора униполярного преобразователя. I — воздушный зазор между индуктором и каналом, II — наружная стенка канала, III — жидкий металл, IV — внутренняя стенка канала, V — воздушный зазор между каналом и индуктором; x, y, z — неподвижная система координат; x_1, y, z — подвижная система координат (вращается синхронно с жидким металлом)

При $l_n = \infty$ величина β_k равняется величине λ , введенной А. И. Вольдеком в [1].

Для составляющих векторного потенциала в стенах канала (II и IV слои фиг. 2) можно получить (в неподвижных координатах) выражения в следующем виде:

$$A_{zII} = \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{(-1)^{\frac{k+3}{2}}}{k} \cos \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kII} \operatorname{ch} \beta_{kI} (y + u_1) + b_{kII} \operatorname{sh} \beta_{kI} (y + u_1)];$$
(11)

$$A_{xII} = j \frac{\tau}{l_n} \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kII} \operatorname{ch} \beta_{kI} (y + u_1) + b_{kII} \operatorname{sh} \beta_{kI} (y + u_1)];$$
(12)

$$A_{zIV} = \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{(-1)^{\frac{k+3}{2}}}{k} \cos \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kIV} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1) + b_{kIV} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1)]; \quad (13)$$

$$A_{xIV} = j \frac{\pi}{l_n} \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kIV} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1) + b_{kIV} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1)], \quad (14)$$

γ_n — удельная электропроводимость материала стенки канала; $\beta_{kl}^2 = \beta_{ka}^2 + j\omega\mu_0\gamma_n$.

В воздушных зазорах удельная электропроводимость $\gamma = 0$ и поэтому в этих слоях решение должно удовлетворять уравнениям Лапласа

$$\nabla^2 \dot{A}_x = 0; \quad (15)$$

$$\nabla^2 \dot{A}_z = 0; \quad (16)$$

$$\dot{A}_y = 0. \quad (17)$$

С учетом уравнений (15), (16) и (17) получено для воздушных зазоров (I и V слои фиг. 2):

$$A_{zV} = \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{(-1)^{\frac{k+3}{2}}}{k} \cos \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kV} \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1) + b_{kV} \operatorname{sh} \beta_{ka} (y + u_1)]; \quad (18)$$

$$A_{xV} = j \frac{\tau}{l_n} \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kV} \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1) + b_{kV} \operatorname{sh} \beta_{ka} (y + u_1)]; \quad (19)$$

$$A_{zI} = \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{(-1)^{\frac{k+3}{2}}}{k} \cos \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kI} \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1) + b_{kI} \operatorname{sh} \beta_{ka} (y + u_1)]; \quad (20)$$

$$A_{xI} = j \frac{\tau}{l_n} \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k\pi z}{l_n} \times$$

$$\times [a_{kI} \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1) + b_{kI} \operatorname{sh} \beta_{ka} (y + u_1)]. \quad (21)$$

Постоянные интегрирования a_{kI}, \dots, a_{kV} и b_{kI}, \dots, b_{kV} определяются ниже по граничным условия.

Магнитная индукция в немагнитном зазоре

Тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля, так как $A_y = 0$, равна

$$H_x = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial y}. \quad (22)$$

Следовательно, в воздушном зазоре (V слой) с учетом (18) и (22)

$$H_{xV} = \frac{1}{\mu_0} \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{(-1)^{\frac{k+3}{2}}}{k} \cos \frac{k\pi z}{l_n} \times \quad (23)$$

$$\times \beta_{ka} [a_{kV} \operatorname{sh} \beta_{ka} (y + u_1) + b_{kV} \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1)].$$

Согласно принятым допущениям на поверхности раздела сердечника и воздушного зазора тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля равна нулю; следовательно,

$$b_{kV} = 0. \quad (24)$$

Равенство тангенциальных составляющих напряженностей магнитного поля на поверхности $y = -u_1 + \delta''$ приводит к выражению

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{zV}}{\partial y} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{zIV}}{\partial y}. \quad (25)$$

Функция векторного потенциала должна быть непрерывной на пограничной поверхности между воздушным зазором и стенкой канала. Следовательно,

$$A_{zV} = A_{zIV}, \quad (26)$$

а с учетом общих выражений (13), (14), (18) и (19)

$$a_{kIV} = a_{kV} C_{aIV}; \quad (27-1)$$

$$b_{kIV} = a_{kV} C_{bIV}; \quad (27-2)$$

где $C_{aIV} = \operatorname{ch} \beta_{kl} \delta'' \operatorname{ch} \beta_{ka} \delta'' - \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kl}} \operatorname{sh} \beta_{ka} \delta'' \operatorname{sh} \beta_{kl} \delta''$; $(28-1)$

$$C_{bIV} = \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kl}} \operatorname{ch} \beta_{kl} \delta'' \operatorname{sh} \beta_{ka} \delta'' - \operatorname{ch} \beta_{ka} \delta'' \operatorname{sh} \beta_{kl} \delta''. \quad (28-2)$$

Исходя из условий равенства тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля и непрерывности векторного потенциала на поверхностях раздела отдельных слоев можно получить для слоя жидкого металла:

$$a_{kIII} = a_{kV} C_{aIII}; \quad (29-1)$$

$$b_{kIII} = a_{kV} C_{bIII}; \quad (29-2)$$

$$C_{aIII} = C_{aIV} C_{1III} - C_{bIV} C_{3III}; \quad (30-1)$$

$$C_{bIII} = C_{bIV} C_{2III} - C_{aIV} C_{4III}; \quad (30-2)$$

$$C_{1III} = \operatorname{ch} \beta_{k1} u_3 \operatorname{ch} \beta_k u_3 - \frac{\beta_{k1}}{\beta_k} \operatorname{sh} \beta_{k1} u_3 \operatorname{sh} \beta_k u_3; \quad (31-1)$$

$$C_{2III} = \frac{\beta_{k1}}{\beta_k} \operatorname{ch} \beta_{k1} u_3 \operatorname{ch} \beta_k u_3 - \operatorname{sh} \beta_{k1} u_3 \operatorname{sh} \beta_k u_3; \quad (31-2)$$

$$C_{3III} = \frac{\beta_{k1}}{\beta_k} \operatorname{ch} \beta_{k1} u_3 \operatorname{sh} \beta_k u_3 - \operatorname{sh} \beta_{k1} u_3 \operatorname{ch} \beta_k u_3; \quad (31-3)$$

$$C_{4III} = \operatorname{ch} \beta_{k1} u_3 \operatorname{sh} \beta_k u_3 - \frac{\beta_{k1}}{\beta_k} \operatorname{sh} \beta_{k1} u_3 \operatorname{ch} \beta_k u_3. \quad (31-4)$$

Для наружной стенки канала:

$$a_{kII} = a_{kV} C_{aII}; \quad (32-1)$$

$$b_{kII} = a_{kV} C_{bII}; \quad (32-2)$$

$$C_{aII} = C_{aIII} C_{1II} - C_{bIII} C_{3II}; \quad (33-1)$$

$$C_{bII} = C_{bIII} C_{2II} - C_{aIII} C_{4II}; \quad (33-2)$$

$$C_{1II} = \operatorname{ch} \beta_k u_2 \operatorname{ch} \beta_{k1} u_2 - \frac{\beta_k}{\beta_{k1}} \operatorname{sh} \beta_k u_2 \operatorname{sh} \beta_{k1} u_2; \quad (34-1)$$

$$C_{2II} = \frac{\beta_k}{\beta_{k1}} \operatorname{ch} \beta_k u_2 \operatorname{ch} \beta_{k1} u_2 - \operatorname{sh} \beta_k u_2 \operatorname{sh} \beta_{k1} u_2; \quad (34-2)$$

$$C_{3II} = \frac{\beta_k}{\beta_{k1}} \operatorname{ch} \beta_k u_2 \operatorname{sh} \beta_{k1} u_2 - \operatorname{ch} \beta_{k1} u_2 \operatorname{sh} \beta_k u_2; \quad (34-3)$$

$$C_{4II} = \operatorname{ch} \beta_k u_2 \operatorname{sh} \beta_{k1} u_2 - \frac{\beta_k}{\beta_{k1}} \operatorname{ch} \beta_{k1} u_2 \operatorname{sh} \beta_k u_2; \quad (34-4)$$

для наружного воздушного зазора (I слой фиг. 2)

$$a_{kI} = a_{kV} C_{aI}; \quad (35-1)$$

$$b_{kI} = a_{kV} C_{bI}; \quad (35-2)$$

$$C_{aI} = C_{aII} \operatorname{ch} \beta_{k1} u_1 + C_{bII} \operatorname{sh} \beta_{k1} u_1; \quad (36-1)$$

$$C_{bI} = (\operatorname{sh} \beta_{k1} u_1 C_{aII} + C_{bII} \operatorname{ch} \beta_{k1} u_1) \frac{\beta_{k1}}{\beta_{ka}}. \quad (36-2)$$

На поверхности раздела индуктора и воздушного зазора ($y = \delta'$) величина тангенциальной составляющей напряжен-

ности магнитного поля равна линейной токовой нагрузке A_{CTz} , которая по [4] имеет следующее выражение:

$$A_{CTz} = \frac{4}{\pi} k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{(-1)^{\frac{k+3}{2}}}{k} \cos \frac{k\pi z}{l_n}, \quad (37)$$

где I_m — амплитуда первичного тока;

$$k_0 = \frac{N k_{o\delta}}{D\pi};$$

N — число проводников;

$k_{o\delta}$ — обмоточный коэффициент;

D — внутренний диаметр индуктора.

Следовательно,

$$a_{kV} = \frac{4\mu_0}{\pi \beta_{k1}} k_0 I_m C, \quad (38)$$

где

$$C = \frac{1}{C_{bI} \operatorname{ch} \beta_{ka} \delta' + C_{aI} \operatorname{sh} \beta_{ka} \delta'}. \quad (39)$$

Составляющие магнитной индукции могут быть найдены по нижеследующим формулам:

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y}; \quad (40)$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}; \quad (41)$$

$$B_z = -\frac{\partial A_x}{\partial y}. \quad (42)$$

В итоге получим следующие выражения для составляющих магнитной индукции в жидком металле (в движущихся координатах):

$$B_{xIII} = k_0 I_m \exp i \left(s \omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \beta_{kI} [C C_{aIII} \operatorname{sh} \beta_k (y + u_1) + C C_{bIII} \operatorname{ch} \beta_k (y + u_1)]; \quad (43)$$

$$B_{yIII} = k_0 I_m \exp j \left(s \omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times j \frac{\tau}{\pi} \beta_{ka}^2 [C C_{aIII} \operatorname{ch} \beta_k (y + u_1) + C C_{bIII} \operatorname{sh} \beta_k (y + u_1)]; \quad (44)$$

$$B_{zIII} = k_0 I_m \exp j \left(s \omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau k}{j l_n} \beta_k [CC_{aIII} \operatorname{sh} \beta_k (y + u_1) + CC_{bIII} \operatorname{ch} \beta_k (y + u_1)]. \quad (45)$$

Для составляющих индукции в стенках канала (в неподвижной системе координат) получим выражения:

$$B_{xII} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{z} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \beta_{kl} [CC_{aII} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1) + CC_{bII} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1)]; \quad (46)$$

$$B_{yII} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{z} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times j \frac{\tau}{\pi} \beta_{ka}^2 [CC_{aII} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1) + CC_{bII} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1)]; \quad (47)$$

$$B_{zII} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau k}{j l_n} \beta_{kl} [CC_{aII} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1) + CC_{bII} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1)]; \quad (48)$$

$$B_{xIV} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \beta_{kl} [CC_{aIV} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1) + CC_{bIV} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1)]; \quad (49)$$

$$B_{yVI} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times j \frac{\tau}{\pi} \beta_{ka}^2 [CC_{aIV} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1) + CC_{bIV} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1)]; \quad (50)$$

$$B_{zIV} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau k}{j l_n} \beta_{kl} [CC_{aIV} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1) + CC_{bIV} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1)]. \quad (51)$$

В воздушных зазорах составляющие магнитной индукции выражаются в следующем виде:

$$B_{zI} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \beta_{ka} (CC_{aI} \operatorname{sh} \beta_{ka} y + CC_{bI} \operatorname{ch} \beta_{ka} y); \quad (52)$$

$$B_{yI} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times j \frac{\tau}{\pi} \beta_{ka}^2 (CC_{aI} \operatorname{ch} \beta_{ka} y + CC_{bI} \operatorname{sh} \beta_{ka} y); \quad (53)$$

$$B_{zI} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau k}{j l_n} \beta_{ka} (CC_{aI} \operatorname{sh} \beta_{ka} y + CC_{bI} \operatorname{ch} \beta_{ka} y); \quad (54)$$

$$B_{xV} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \beta_{ka} C \operatorname{sh} \beta_{ka} (y + u_1); \quad (55)$$

$$B_{yV} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times j \frac{\tau}{\pi} \beta_{ka}^2 C \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1) \quad (56)$$

$$B_{zV} = k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau k}{j l_n} \beta_{ka} C \operatorname{sh} \beta_{ka} (y + u_1). \quad (57)$$

Полученные выражения представляют возможность оценить характер и величину магнитной индукции в разных слоях немагнитного зазора.

Заменяя во всех полученных выражениях (от (43) до (57)) и в их постоянных β_k на β_{ka} , получим новые выражения, которые характеризуют распределение магнитного поля при незаполненном канале. Не представляет особой трудности получить выражения, характеризующие распределения магнитного поля при заполненном канале со стенками из изоляционных материалов.

Электрическое поле в немагнитном зазоре

Используя вышеполученные результаты и учитывая, что составляющие напряженности электрического поля равны нижеследующим:

$$E_z = - \frac{\partial A_z}{\partial t}, \quad (58)$$

$$E_x = - \frac{\partial A_x}{\partial t}, \quad (59)$$

получим в жидком металле (в движущихся координатах):

$$E_{zIII} = -j\omega k_0 I_m \exp j \left(s\omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times [CC_{aIII} \operatorname{ch} \beta_k (y + u_1) + CC_{bIII} \operatorname{sh} \beta_k (y + u_1)]; \quad (60)$$

$$E_{xIII} = s\omega k_0 I_m \exp j \left(s\omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau}{l_n} [CC_{aIII} \operatorname{ch} \beta_k (y + u_1) + CC_{bIII} \operatorname{sh} \beta_k (y + u_1)] \quad (61)$$

Согласно (58) и (59) составляющие напряженности электрического поля в стенах канала имеют следующие выражения:

$$E_{zII} = -j\omega k_0 I_m \exp j \left(x\omega t - \frac{\pi}{\tau} x_1 \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times [CC_{aII} \operatorname{ch} \beta_{k1} (y + u_1) + CC_{bII} \operatorname{sh} \beta_{k1} (y + u_1)]; \quad (62)$$

$$E_{xII} = \omega k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{\pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau}{l_n} [CC_{aII} \operatorname{ch} \beta_{k1} (y + u_1) + CC_{bII} \operatorname{sh} \beta_{k1} (y + u_1)]; \quad (63)$$

$$E_{zIV} = -j\omega k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times [CC_{aIV} \operatorname{ch} \beta_{k1} (y + u_1) + CC_{bIV} \operatorname{sh} \beta_{k1} (y + u_1)]; \quad (64)$$

$$E_{xIV} = \omega k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{\pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times \frac{\tau}{l_n} [CC_{aIV} \operatorname{ch} \beta_{kl} (y + u_1) + CC_{bIV} \operatorname{sh} \beta_{kl} (y + u_1)]. \quad (65)$$

Составляющие напряженности электрического поля в неподвижной системе координат для воздушных зазоров

$$E_{zV} = -j \omega k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times C \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1); \quad (66)$$

$$E_{xV} = \omega k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{\pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times C \operatorname{ch} \beta_{ka} (y + u_1); \quad (67)$$

$$E_{zI} = -j \omega k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{k \pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \cos \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times (CC_{aI} \operatorname{ch} \beta_{ka} y + CC_{bI} \operatorname{sh} \beta_{ka} y); \quad (68)$$

$$E_{xI} = \omega k_0 I_m \exp j \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \sum_k \frac{4\mu_0}{\pi \beta_{ka}} (-1)^{\frac{k+3}{2}} \sin \frac{k \pi z}{l_n} \times \\ \times (CC_{aI} \operatorname{ch} \beta_{ka} y + CC_{bI} \operatorname{sh} \beta_{ka} y). \quad (69)$$

Средняя величина амплитуды радиальной составляющей магнитной индукции

Средняя величина амплитуды радиальной составляющей магнитной индукции по ширине индуктора равна

$$\dot{B}_{yI \text{ ср}} = \frac{2}{l_n} \int_0^{\frac{l_n}{2}} \dot{B}_{yI} dz, \quad (70)$$

и на поверхности индуктора

$$B_{\delta} = |B_{yI \text{ ср}}|_{y=\delta} \quad (71)$$

С другой стороны, по общеизвестной формуле среднее значение амплитуды магнитной индукции можно определять и по действующему значению э.д.с. E_1 от магнитного поля в воздушном зазоре

$$B_0 = \frac{E_1}{2\sqrt{2}f\omega_1 k_{об} \tau l_n} \quad (72)$$

где

f — частота сети;

ω_1 — число витков фазы обмотки индуктора.

Была проведена серия испытаний с использованием медных цилиндров толщиной 2 мм в немагнитном зазоре между индуктором и неподвижным пакетом сердечника. Такая сравнительно маленькая толщина была выбрана в связи с тем, что удельная электрическая проводимость меди значительно превышает удельную электрическую проводимость щелочных металлов, используемых в униполярных преобразователях. Результаты расчетов по выражениям (71) и (72) по данным испытаний отличаются не более ± 5 процентов.

Полученные выражения для векторов электромагнитного поля позволяют рассчитать поле и характер его распределения и на основании этого могут быть выведены формулы для определений усилий и потерь в жидком металле и в стенках канала.

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Вольдек. Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов. Известия высших учебных заведений, Электромеханика, № 1, 1959.
2. Н. М. Охременко. Электромагнитные явления в плоских индукционных насосах для жидких металлов. Электричество, № 3, 1960.
3. А. И. Вольдек, Х. И. Янес. Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с электропроводящим каналом. Труды ТПИ, № 197, Таллин, 1962.
4. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, часть III. Госэнергоиздат, 1959.
5. G. Angst. Polyphase Induction Motor with Solid Rotor; Effects of Saturation and Finite Length. Power Apparatus and Systems. Feb. 1962.

УДК 621.318.38

И. Р. Партс

О ПРЕДВАРИТЕЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГЛАВНЫХ РАЗМЕРОВ УНИПОЛЯРНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Расчет униполярного преобразователя [2] состоит из ряда последовательных этапов: предварительное определение главных размеров, расчет обмотки индуктора (статора), расчет магнитной цепи, по которой замыкается переменный магнитный поток, расчет магнитной цепи, по которой замыкается постоянный магнитный поток, расчет обмотки возбуждения и т. д. Предварительное определение главных размеров униполярного преобразователя позволяет избежать множества излишних расчетов при разработке преобразователя.

Определение ширины (аксиальной длины) канала

Исходными данными для проектирования являются ток нагрузочной цепи униполярного преобразователя I_H и номинальное постоянное напряжение на выводах (электродах) U . Произведенные испытания и расчетный анализ [5] показали, что постоянная электродвижущая сила униполярного преобразователя равна

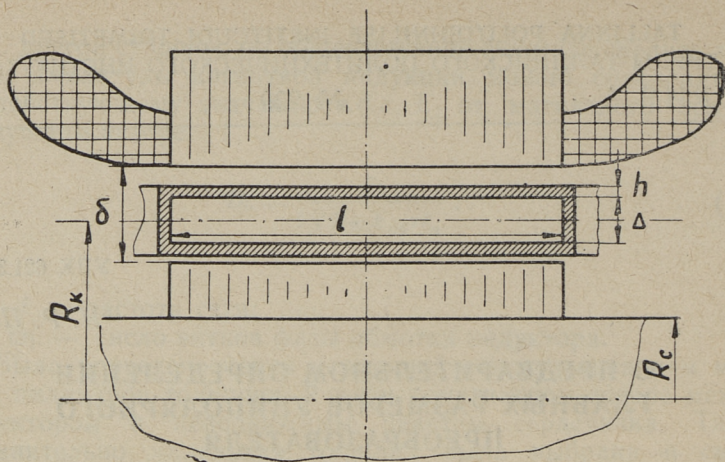
$$E = k_U U, \quad (1)$$

где k_U — коэффициент напряжения, который находится в пределах

$$1 \leq k_U \leq 1,25. \quad (2)$$

Чем больше удельная электрическая проводимость жидкого металла, чем меньше коэффициент k_U .

Пользуясь законом электромагнитной индукции, можно определить необходимую аксиальную ширину канала



Фиг. 1.

$$l = \frac{E}{v_{\text{cp}} B_0}, \quad (3)$$

где v_{cp} — средняя скорость металла в канале;

B_0 — магнитная индукция постоянного магнитного поля, созданного обмотками возбуждения.

При проектировании маломощных униполярных преобразователей (напряжением до одного вольта и током до нескольких тысяч ампер) среднюю скорость металла можно принимать равной

$$v_{\text{cp}} = \frac{p - 0.5}{p} v_c, \quad (4)$$

где v_c — синхронная скорость основного вращающего магнитного поля $v_c = 2f\tau \leq 30 \dots 40$ м/сек; (5)

τ — полюсное деление индуктора;

f — частота сети;

p — число пар полюсов.

Магнитную индукцию B_0 следует выбрать не ниже $0,2 \dots 0,3$ тл. С учетом вышеприведенного

$$l = \frac{k_u U p}{(p - 0.5) v_c B_0}. \quad (6)$$

Определение величины немагнитного зазора

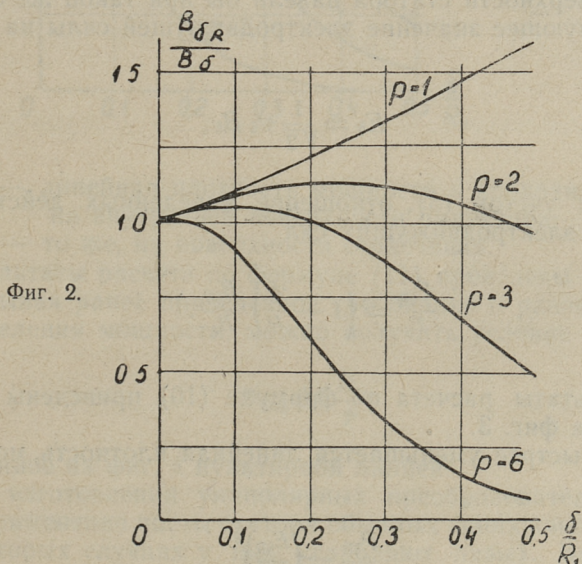
В целях максимальной эффективности преобразователя необходимо выбрать немагнитный зазор между индуктором и сердечником так, чтобы мощность в жидком металле была распределена по возможности равномерно. Точные требования к равномерности распределения мощности еще не установились. Ориентировочно, однако, можно допускать неравномерность порядка 5—7%.

Для упрощения анализа канал может быть представлен в виде тонкого полого цилиндра, внутренний радиус которого равен наружному радиусу сердечника R . В этом случае по [1] отношение амплитуды основной гармонической магнитной индукции на поверхности сердечника $B_{\delta R}$ к ее значению на поверхности индуктора B_{δ} равно [1]

$$\frac{B_{\delta R}}{B_{\delta}} = \frac{1 - k_{Rp1}}{1 - \frac{\delta}{R_1}}, \quad (7)$$

где k_{Rp1} — коэффициент, определяемый формулой

$$k_{Rp1} = 1 - \left(1 - \frac{\delta}{R_1}\right)^p \left[\frac{2}{1 + \left(1 - \frac{\delta}{R_1}\right)^{2p}} \right];$$



R_1 — радиус внутренней поверхности индуктора;
 p — число пар полюсов.

Результаты расчета по формуле (7) приведены на фиг. 2.

Из фиг. 2 следует, что амплитуда основной гармонической магнитной индукции возрастает до определенной величины относительного зазора δ/R_1 ; при меньшем числе полюсов это увеличение более существенно, чем при большем числе полюсов. Это указывает на возможность использования относительно высоких каналов при меньшем числе полюсов, так как при этом амплитуда основной гармонической является более высокой.

Действующее значение электродвижущей силы, наведенной основной гармонической магнитной индукции в аксиальном направлении на единицу длины в проводящей среде немагнитного зазора на поверхности сердечника

$$E_{\delta R} = \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\delta R} B_{\delta R} = \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\delta} \left(1 - \frac{\delta}{R_1}\right) B_{\delta R}, \quad (8)$$

где v_{δ} — скорость перемещения основной гармонической магнитной индукции относительно проводящей среды на внутренней поверхности индуктора;

$v_{\delta R}$ — то же, на поверхности сердечника.

Очевидно, что основная гармоническая магнитной индукции у поверхности статора навела бы при такой же скорости v_{δ} действующее значение электродвижущей силы на единицу длины

$$E_{\delta} = \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\delta} B_{\delta}, \quad (9)$$

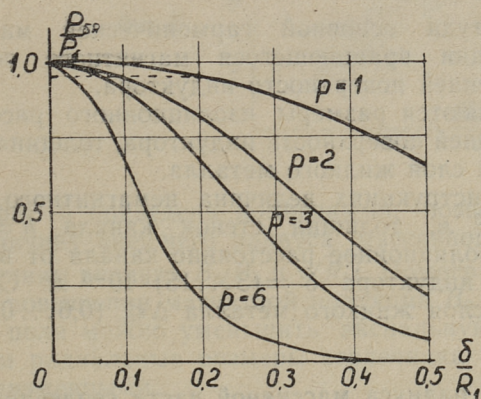
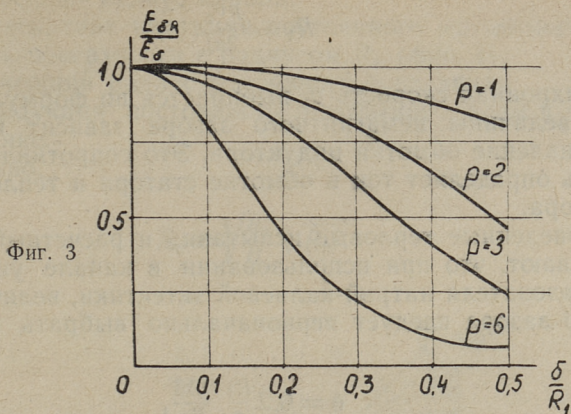
откуда, с учетом (8), отношение наведенных действующих значений электродвижущих сил

$$\frac{E_{\delta R}}{E_{\delta}} = \left(1 - \frac{\delta}{R}\right) \frac{B_{\delta R}}{B_{\delta}}. \quad (10)$$

Результаты расчета по формуле (10) приведены в виде кривых на фиг. 3.

Еще быстрее уменьшается линейная плотность мощности, так как

$$\frac{P_{\delta R}}{P_{\delta}} = \left(\frac{E_{\delta R}}{E_{\delta}}\right)^2, \quad (11)$$



где P_{δ} — линейная плотность мощности в проводящей среде на внутренней поверхности индуктора;

$P_{\delta R}$ — то же, на поверхности сердечника.

Результаты расчета по формуле (11) приведены на фиг. 4.

Учитывая ранее приведенное требование о равномерности распределения мощности, можно получить условие

$$\delta \leq 0,2 \frac{R_1}{p}, \quad (12)$$

приведенное на фиг. 4 пунктирной линией.

При изготовлении униполярных преобразователей могут найти применение листы статора обычных асинхронных машин (в некоторых случаях у них углубляют пазы). Внутренний радиус листа статора в этом случае выбирается близким к

$$R_1 \approx \frac{\rho v_c}{2\pi j} \quad (13)$$

где синхронная скорость v_c выбирается по формуле (5).

От величины немагнитного зазора зависит индуктивное сопротивление обмотки индуктора. Это сопротивление в свою очередь определяет ток в обмотке статора и тепловой режим индуктора.

Проведенные тепловые испытания и расчетный анализ [5] показывают, что при использовании в канале униполярного преобразователя натрий-калиевой эвтектики, величину немагнитного зазора следует первоначально выбрать по выражению

$$\delta = 0,2 \frac{R_1}{\rho} \frac{0,13}{B_0}, \quad (14)$$

где B_0 — амплитуда основной гармонической магнитной индукции вращающегося магнитного поля на внутренней поверхности индуктора.

Далее определяются размеры изоляционного расстояния канала от внутренней поверхности индуктора, толщина стенок канала и толщина слоя жидкого металла.

В реальных конструкциях величина немагнитного зазора $\delta = (10 \dots 70) \cdot 10^{-3}$ м, толщина стенок канала $h = (0,5 \dots 2) \cdot 10^{-3}$ м и изоляционное расстояние канала от внутренней поверхности индуктора $\delta' = (3 \dots 15) \cdot 10^{-3}$ м. Следовательно, толщина слоя жидкого металла $\Delta \leq (0,6 \dots 0,7) \delta$.

Определение радиуса массивной части сердечника

Чтобы уменьшить потери на вихревые токи, наружная часть сердечника набирается из колец, штампованных из электротехнической листовой стали. Радиальный размер этих колец определяется, как и радиальная высота ярма индуктора обычных асинхронных машин, по допускаемой индукции переменного магнитного поля.

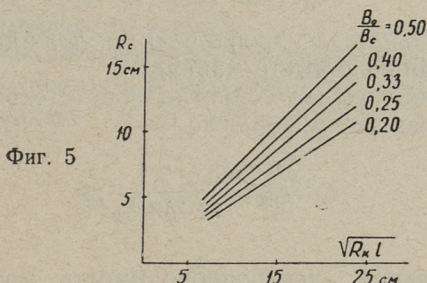
С другой стороны, внутренний диаметр этих колец желательно выбрать таким, чтобы в массивном сердечнике не возникало чрезмерного насыщения от постоянного магнитного потока. При этом можно исходить из равенства радиально направленного постоянного магнитного потока в немагнитном зазоре и аксиально направленного постоянного магнитного потока в сердечнике униполярного преобразователя

$$2\pi R_k l B_0 = 2\pi R_c^2 B_c, \quad (15)$$

где R_k — средний радиус канала;
 B_0 — магнитная индукция постоянного магнитного поля на поверхности с радиусом R_k (фиг. 1);
 R_c — внешний радиус массивного сердечника;
 B_c — индукция постоянного магнитного поля в сердечнике.

Следовательно,

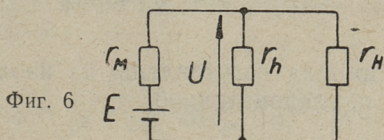
$$R_c = \sqrt{\frac{B_0}{B_c}} \sqrt{R_k l}. \quad (16)$$



На фиг. 5 приведена номограмма, позволяющая определять величину внешнего радиуса массивного сердечника R_c по значениям величин B_0/B_c и $\sqrt{R_k l}$. Номограмма показывает, что при повышении магнитной индукции B_0 постоянного магнитного поля можно уменьшить аксиальную длину канала; при этом радиальные размеры сердечника остаются практически неизменными.

Контроль выбранных величин

По схеме замещения, которая приведена на фиг. 6,



$$E = \left(1 + \frac{r_{hk}}{r_M} + \frac{r_H}{r_M} \right) U, \quad (17)$$

где E — постоянная электродвижущая сила униполярного преобразователя, определяемая по формуле

$$E = v_{\text{ср}} B_0 l;$$

$v_{\text{ср}}$ — средняя скорость движения жидкого металла;
 $r_{\text{М}}$ — сопротивление слоя жидкого металла, определяемое по формуле

$$r_{\text{М}} = \frac{1}{\gamma_{\Delta}} \frac{l}{\Delta \pi D_{\text{ср}}};$$

γ_{Δ} — удельная электропроводимость жидкого металла;
 $D_{\text{ср}}$ — средний диаметр канала;
 r_{hk} — эквивалентное сопротивление стенок канала, определяемое по формуле

$$r_{\text{hk}} = \frac{1}{\gamma_{\text{h}}} \frac{l}{2h\pi D_{\text{ср}}};$$

γ_{h} — удельная электропроводимость материала стенки канала;
 h — толщина стенки канала;
 r_{H} — сопротивление нагрузочной цепи

$$r_{\text{H}} = \frac{U}{I_{\text{H}}}.$$

После постановок соответствующих величин в (17) и некоторых элементарных преобразований получим:

$$l = \frac{1 - \frac{\gamma_{\text{h}}}{\gamma_{\Delta}} \frac{2h}{\Delta}}{\frac{v_{\text{ср}} B_0}{U} - \frac{I_{\text{H}}}{U} \frac{1}{\gamma_{\Delta} \Delta \pi D_{\text{ср}}}}. \quad (18)$$

Если стенки канала изготовлены из изоляционного материала, то $\gamma_{\text{h}} = 0$ и, следовательно,

$$l = \frac{1}{\frac{v_{\text{ср}} B_0}{U} - \frac{I_{\text{H}}}{U} \frac{1}{\gamma_{\Delta} \Delta \pi D_{\text{ср}}}}. \quad (19)$$

Если ранее выбранная по выражению (3) величина ширины немагнитного зазора меньше, чем требуется по формуле (18) или (19), то надо уменьшить толщину стенок канала или выбрать статор с большими размерами.

Проверку величины немагнитного зазора и индукции переменного и постоянного магнитных полей следует провести по формуле средней скорости движения жидкого металла [4]

$$v_{\text{ср}} = \left(\frac{1}{\beta^2} \frac{\gamma_{\Delta} k_{\text{ос}}}{2\eta} B_0^2 \frac{\omega}{\alpha_1} - \frac{D}{\beta^2} \right) \left(1 - \frac{2}{\beta \Delta} \text{th} \beta \frac{\Delta}{2} \right), \quad (20)$$

где $k_{\text{ос}}$ — коэффициент ослабления [3];

η — динамическая вязкость;

P_{Δ} — гидравлические потери давления в канале.

Остальные величины в выражении (20) определяются следующими формулами:

$$\beta^2 = \frac{\gamma_{\Delta}}{\eta k_r} B_0^2 + \frac{\gamma_{\Delta} K_{\text{ос}}}{2\eta} B_0^2; \quad (21)$$

$$D = \frac{P_{\Delta}}{2\pi\eta R_k}; \quad (22)$$

$$\alpha_1 = \frac{p}{R_k}; \quad (23)$$

$$k_r = 1 + \frac{r_{\text{hk}} r_{\text{H}}}{r_{\text{hk}} + r_{\text{H}}}; \quad (24)$$

Так как в реальных конструкциях [4]

$$\frac{2}{\beta \Delta} \text{th} \beta \frac{\Delta}{2} \approx 0, \quad (25)$$

то проверку следует провести при помощи следующего упрощенного выражения:

$$v_{\text{ср}} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\gamma_{\Delta} k_{\text{ос}}}{2\eta} B_0^2 \frac{\omega}{p} R_{\text{ср}} - \frac{D}{\beta^2}. \quad (26)$$

Если правая часть уравнения (26) меньше средней скорости, выбранной нами ранее, то величину индукции (B_0 , B_2 и т. д.) или размеры немагнитного зазора надо изменить.

В случае удовлетворительного совпадения средней скорости с первоначально выбранной можно приступить к проектированию обмотки статора униполярного преобразователя.

Статья поступила в редакцию
1 VII 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Р. Партс. Электродвижущие силы, наведенные в обмотке ротора асинхронной машины, с большими воздушными зазорами. Электричество, № 3, 1962.
2. И. Р. Партс. Распределение электромагнитного поля в жидкометаллических униполярных преобразователях при односторонней обмотке. См. наст. сборник, стр. 93.
3. А. И. Вольдек. Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов для жидких металлов. Электричество, № 3, 1960.
4. И. Р. Партс. О магнитной гидравлике униполярного преобразователя. ИВУЗ, Энергетика, 1965, № 2.
5. И. Р. Партс. Экспериментальное исследование и расчет униполярного генератора. Таллинский политехнический институт, 1965.

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСОВ ДЛЯ ТРАНСПОРТА ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ СБОРНИК ТРУДОВ IV

Таллинский политехнический институт

Редактор Е. Пуусепп

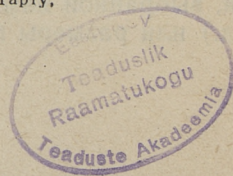
Технический редактор Я. Мьттус

Сдано в набор 10/IX 1965. Подписано к печати 21/V 1966.
Бумага 60×90¹/₁₆. Печатных листов 7,25. Учетно-издательских листов 5,75. Тираж 500. МВ-06017.

Заказ № 7138.

Типография им. Х. Хейдеманна, Тарту,
ул. Юликооли 17/19. I.

Цена 40 коп.



Цена 40 коп.