

TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOL  
Majandusteaduskond  
Majandusanalüüsi ja rahanduse instituut

Pille Rimmelgas

**GLOBAALSETE FINANTSTURGUDE VOLATIILSUSE  
KANDUMINE BALTI RIIKIDE AKTSIATURGUDELE**

Magistritöö

Õppekava TARM02/09, peeriala ärirahandus

Juhendaja: Kalle Ahi, MA

Tallinn 2021

Deklareerin, et olen koostanud magistritöö iseseisvalt ja olen viidanud kõikidele töö koostamisel kasutatud teiste autorite töödele, olulistele seisukohtadele ja andmetele, ning ei ole esitanud sama tööd varasemalt ainepunktide saamiseks. Töö pikkuseks on 11005 sõna sissejuhatusest kuni kokkuvõtte lõpuni.

Pille Rimmelgas .....

(allkiri, kuupäev)

Üliõpilase kood: 095465TARM

Üliõpilase e-posti aadress: pille.remmelgas@gmail.com

Juhendaja: Kalle Ahi, MA:

Töö vastab kehtivatele nõuetele

.....

(allkiri, kuupäev)

Kaitsmiskomisjoni esimees:

Lubatud kaitsmisele

.....

(nimi, allkiri, kuupäev)

# SISUKORD

LÜHIKOKKUVÕTE .....	5
LÜHENDID .....	6
SISSEJUHATUS.....	7
1. VOLATIILSUS JA SELLE ÜLEKANDUMINE .....	10
1.1. Volatiilsuse mõõtmine .....	10
1.2. Volatiilsuse mõju ülekandumine .....	12
1.3. Volatiilsuse stiliseeritud faktid.....	14
1.4. Varasemad empiirilised uurimused.....	16
2. VOLATIILSUSE MUDELID .....	20
2.1. Ühe muutujaga volatiilsuse mudelid.....	20
2.2. Mitme muutujaga volatiilsuse mudelid.....	25
3. VALIM JA METOODIKA .....	29
3.1. Valim.....	30
3.2. Mudeli eeldused .....	32
3.2.1. Statsionaarsus .....	32
3.2.2. Autokorrelatsioon.....	33
3.2.3. Normaaljaotus .....	34
3.2.4. Heteroskedastiivsus.....	35
3.2.5. Asümmeetria .....	36
3.2.6. Varade vaheline korrelatsioon.....	37
3.3. Mudeli spetsifikatsioon .....	37
3.4. Mudeli parameetrite hindamine .....	39
3.5. Mudeli diagnostika.....	41
4. EMPIIRILISE UURINGU TULEMUSED.....	43
4.1. Andmed ja eelduste testimine .....	43
4.2. Volatiilsusmodelite hindamine.....	45
4.3. Volatiilsuse korrelatsioonimudeli koostamine .....	48
4.4. Järeldused.....	52
KOKKUVÕTE.....	55
SUMMARY .....	57
KASUTATUD ALLIKATE LOETELU.....	60

LISAD .....	64
Lisa 1. Indeksite päevaste tootluste histogrammid.....	64
Lisa 2. ACF ja PACF indeksite tootluste korrelogrammid .....	65
Lisa 3. ARMA mudeli valimine .....	66
Lisa 4. ARMA mudelid.....	67
Lisa 5. ARMA mudelite diagnostika .....	68
Lisa 6. GARCH mudelite järkude valik .....	69
Lisa 7. GARCH mudelid.....	70
Lisa 8. DCC-GARCH mudeli hinnang .....	72
Lisa 9. Indeksite volatiilsuste vahelised korrelatsioonid.....	73
Lisa 10. Lihtlitsents.....	75

## LÜHIKOKKUVÕTE

Antud uurimuses modelleeritakse USA, Saksamaa, Suurbritannia ja Balti riikide börsiindeksite volatiilsust kasutades selleks GARCH mudeleid ning DCC mudeliga tuvastatakse nende volatiilsuste omavaheline korrelatsioon ja volatiilsuse ülekandumine. Töö eesmärgiks on välja selgitada kuidas reageerivad Balti börsiindeksite tootluste volatiilsused muudatustele globaalsetel finantsturgudel, mil määral on turud omavahel seotud ja kas volatiilsus kandub turgude vahel edasi. Mudeli sisendiks on indeksite logaritmitud päevased tootlused aastatel 2000-2020. Uurimustöös sai kinnitust, et šokid globaalsetel finantsturgudel põhjustavad volatiilsust ka Balti riikide finantsturgudel, kuid esineb pigem nõrk seos. Seega võib eeldada, et Balti riikide aktsiate kaasamine võimaldab potentsiaalselt kõrgemat tulu teenida, kuna diversifitseerimine vaatluse all olevate indeksite vahel vähendab portfelli koguriski. Sealjuures peab silmas pidama, et korrelatsioon ei ole konstantne ning muutub aja jooksul (näiteks tugevneb finantskriisi ajal) ehk hetkel omavahel korreleeruvad varad ei pruugi seda olla järgnevatel perioodidel ja vastupidi. Balti turgude puhul on suurem kaal lühiajalisel volatiilsuse mudeli mälul ehk hinnašokid surevad kiiremini välja ning volatiilsus taandub kiiremini oma normaalse taseme juurde, mille tulemusel kahaneb ka portfellis olevate varade risk. Globaalsete turgude puhul esineb asümmeetriline reaktsioon hinnašokkidele, kuid Baltikumi puhul see kinnitust ei saanud ehk turul reageeritakse sarnaselt nii positiivsetele kui ka negatiivsetele uudistele. Kriisiperioodidel ilmneb varade tootluste volatiilsuste vahel selgelt tugevam korrelatsioon kui stabiilsetel perioodidel, kuid see on siiski madalam kui globaalsetel turgudel omavahel. Ainult Vilniuse börsi puhul võib täheldada pikaajalist trendi korrelatsiooni tugevnemisel, kuid teiste Balti indeksite puhul ei saa väita, et üleüldine maailma globaliseerumise kasv volatiilsuste vahelist korrelatsiooni üldiselt suurendanud on. Balti indeksite puhul saab täheldada, et šokid globaalsetelt turgudelt on pigem ajutist laadi, mis kinnitab, et globaalsete turgude volatiilsus kandub mingil määral Baltikumi edasi, kuid mõju on pigem nõrk

Võtmesõnad: GARCH, DCC-GARCH, volatiilsus, volatiilsuse kandumine, Balti börs, OMXT, OMXR, OMXV

## LÜHENDID

ACF - Autokorrelatsioonifunktsioon

ADF - Laiendatud Dickey-Fuller test

AIC - Akaike informatsioonikriteerium

ARCH – Autoregressiivne tinglik heteroskedastiivne protsess

ARMA – Autoregressiivne libiseva keskmise mudel

BEKK - Baba, Engle, Kraft ja Kroner poolt välja töötatud korrelatsioonimudel

BIC – Schwarzzi informatsioonikriteerium

CCC – Konstantse tingliku korrelatsiooni mudel

DCC – Dünaamilise tingliku korrelatsiooni mudel

EGARCH – Eksponentsiaalne üldistatud autoregressiivne tinglik heteroskedastiivne protsess

GARCH – Üldistatud autoregressiivne tinglik heteroskedastiivne protsess

GJR-GARCH - Glosteni, Jagannathani ja Runkle poolt välja töötatud GARCHi edasiarendus

Iid – sõltumatute ja ühtlaselt jaotatud juhuslike suuruste jada ehk valge müra (*independent and identically distributed*)

LM test – Lagrange'i kordaja test

MLE – Suurima tõepära meetod

MPT – Modernne portfelliteooria

M-GARCH – mitmemõõtmeline GARCH mudel

OLS – vähimruutude meetod (*ordinary least square*)

QMLE – Kvaasi suurima tõepära meetod

PACF – Osaautokorrelatsiooni funktsioon

RiskMetrics<sup>TM</sup> – J.P.Morgani poolt loodud dispersiooni mudel (eksponentsiaalne siluja)

TGARCH – Zakoiani poolt välja töötatud künnis (*threshold*) GARCH mudel

VEC – Vektorvea korrelatsioonimudel

## SISSEJUHATUS

Varade volatiilsuse mõõtmine ja analüüs on ajatu tähtsusega riskijuhtimise, varade paigutuse ning hinnastamise seisukohast, see on tänapäeva finantsmaailmas kujunenud üheks peamiseks riski juhtimise vahendiks. Markowitz'i (1952) portfelliteooria kohaselt on konkreetse väärtpaberi või portfelli risk hinnatav nende varade väärtuste volatiilsusega. Investorite tuluoootus on otseselt seotud investeringu riskisusega ning seetõttu eeldavad nad enne olulise investeerimisotsuse tegemist oodatava riskitaseme hinnangu olemasolu (Clements *et al.* 2015). Selleks, et juhtida volatiilsusest tulenevat riski, jaotatakse investeringud erinevate varatüüpide ning finantsturgude vahel.

Maailmamajanduse üha suurenev integratsioon kajastub tugevas korrelatsioonis erinevate finantsturgude ja majanduste vahel nii mikro- kui makrotasandil. Ühest küljest avaldab see majandusele positiivset mõju, andes võimaluse kaasata kapitali ka teistelt turgudelt, kuid teisest küljest on integreeritud majanduste puhul ka negatiivse šoki efekt tugevam. Näiteks 2008. aasta finantskriis tõi endaga kaasa järjestikuste riikide majanduslanguse, mis omakorda kinnitab riikidevahelise finantsmõjutuste ülekandumise hindamise olulisust finantsriskide määramisel. Selleks, et investorid saaksid tõhusamalt maksimeerida oma investeerimisportfelli tulusust läbi portfelli hajutamise erinevate finantsturgude ja varade vahel, on vaja hinnata nende turgude või varade omavahelist seotust ja riskide edasikandumist. Lisaks võimaldab volatiilsuse ülekandumise ja turgude omavahelise seotuse hindamine investoritel seda olukorda ära kasutades potentsiaalselt kõrgemat tulu teenida. Kui rahvusvahelistel aktsiturgudel ei esine investeringu tootluste vahel väga tugevat korrelatsiooni ja korrelatsioon on stabiilne, siis on võimalik portfelli diversifitseerimisega antud turgudel potentsiaalselt kasumit suurendada (Panda, Nanda 2018).

Tulenevalt finantsaegridadele iseloomulikest omadustest ja eripärast ei suuda lineaarse struktuuriga mudelid üldjuhul antud andmeid selgitada (Brooks 2019, 385). On üldtuntud fakt, et volatiilsus muutub aja jooksul ja kipub kuhjuma ning väikestele šokkidele järgnevad väiksed muudatused ja suurtele šokkidele suured muudatused. Selleks, et taoliste stohhastiliste aegridade dünaamikat kõige paremini tabada, on enamlevinud ja üheks efektiivsemaks vahendiks GARCH

(*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) mudelite kasutus (Bollerslev 1986). Selleks, et hinnata mitme finantsturu volatiilsust ja varade omavahelist kovariatsiooni on võimalik kasutada mitmemõõtmelist GARCH mudelit, millest populaarseimateks on VEC-GARCH (*Vector Error Correlation GARCH*), BEKK-GARCH, CCC-GARCH (*Constant Conditional Correlation GARCH*) ja DCC-GARCH (*Dynamic Conditional Correlation GARCH*) mudelid. Nende mudelite eeliseks ühemõõtmeliste GARCH mudelite ees on võime tuvastada volatiilsuste omavahelist tinglikku korrelatsiooni. Kuna tegemist on mittelineaarsete mudelitega, siis parameetreid hinnatakse suurima tõepära meetodiga (MLE).

Turgude omavahelisi seoseid, integreeritust, mõjutusi ja selle ülekandumist on hulgaliselt uuritud ning tõestatud. Peamiselt keskenduvad olemasolevad uurimused suurematele finantsturgudele, kuid on olemas ka empiirilisi uurimusi Baltikumi kohta, kus käsitletakse küll omavahelist kovariatsiooni, korrelatsiooni ja integreeritust, kuid analüüs volatiilsuse kandumise kohta globaalsetelt turgudelt on minimaalne või keskendub pigem konkreetsetele sündmustele ning pikaajalisem ülevaade puudub.

Antud uurimuse olulisus kajastub volatiilsuse ja selle edasikandumisest tuleneva mõju hindamises Balti turgudele, mille alusel on investoritel võimalus teha portfelli diversifitseerimiseks ja seeläbi riskide hajutamiseks või potentsiaalse kasumi suurendamiseks vastavaid otsuseid. Võib eeldada, et mõjutused suurtelt globaalsetelt finantsturgudelt kanduvad Baltikumi turule ning seega mõjutavad vastavate indeksite volatiilsust.

Töö eesmärgiks on välja selgitada kuidas reageerivad Balti börsiindeksite tootluste volatiilsused muudatustele globaalsetel finantsturgudel, mil määral on turud omavahel seotud ja kas volatiilsus kandub turgude vahel edasi. Sealjuures tõstatatakse, toetudes Bauwens *et al.* (2006) uurimusele, järgnevad uurimustöö küsimused: 1) Kas globaalsete finantsturgude volatiilsus põhjustab volatiilsust Balti turul? 2) Kas globaalse turu šokk suurendab volatiilsust Baltikumi turul ja kui palju? 3) Kas negatiivse ja positiivse šoki mõju suurus on erinev? 4) Kas volatiilsuste korrelatsioonid muutuvad aja jooksul ning milline on nende omavaheline korrelatsiooni dünaamika? 5) Kas korrelatsioon on tugevam suurema volatiilsusega perioodidel (näiteks nagu finantskriis)? 6) Kas globaliseerumise tulemusena suureneb aja jooksul ka varade vaheline korrelatsioon?



Magistritöös on kasutatud Yahoo Finance lehelt pärinevaid globaalsete aktsiaturgude indeksite päevaseid sulgemishindu. Kuna Balti riikide majandus on väga tihedalt seotud Euroopa Liidu suurima majanduse - Saksamaaga, siis on vaatluse alla võetud DAX indeks. Samuti on hinnatud FTSE mõju, kuna tegemist on ühe olulisema indeksiga Euroopa turul. S&P 500 on peamine USA aktsiaturu indeks ning selle liikumised avaldavad mõju globaalselt ja on seetõttu valitud üheks muutujaks modelleeritavas mudelis. Balti riikide aktsiaindeksite päevased sulgemishinnad pärinevad Nasdaq OMX kodulehelt. Aegrida sisaldab vaatluseid alates 2000. aastast, mil andmed on kodulehelt kättesaadavad ning kaasatud on ka viimase kriisi mõjud ehk aegread ulatuvad 2020. novembrini. Andmete analüüs ja modelleerimine viiakse läbi statistikatarkvaraga R ja RStudio ning kasutatakse „rugarch“ ja „rmgarch“ pakette.

Magistritöö koosneb kolmest peatükist, kus esimeses sissejuhatavas peatükis antakse ülevaade volatiilsuse definitsioonist, mõõtmisest ja ülekandumisest, aegridade stiliseeritud faktidest ning varasematest uuringutest. Teises peatükis kajastub ülevaade põhilistest volatiilsusmudelitest, kus kirjeldatakse mudelite hindamise võimalusi, nõudeid ning tuuakse välja mudeli kasutamisega seotud probleemid. Kolmandas peatükis on ülevaade andmetest, mudeli eelduste täitmisest ja kasutatud metoodikast ning neljandas peatükis on kajastatud modelleerimise tulemused ja järeldused.

# 1. VOLATIILSUS JA SELLE ÜLEKANDUMINE

Moderne portfelligiteooria (MPT) toetub Markowitzi (1952) poolt koostatud teorial ja on ülevaade sellest, kuidas riskitundlikud investorid saavad kokku panna portfelle, et optimeerida või maksimeerida oodatavat tootlust võttes arvesse hetkel kehtivat tururiski ning rõhutades, et risk on suurema preemia loomupärane osa. Vastavalt teorialle on portfelligile võimalik määrata efektiivsuspiir, mis maksimeerib oodatavat tootlust antud riskitaseme juures.

Teooria kohaselt on võimalik riske vähendada omades portfelligis instrumente, mille tootlused ei ole tugevalt korreleerunud. Seega on riskide maandamise eesmärgil mõistlik hoida portfellig mitmekesisena, koosnedes erinevatest varatüüpidest või siis diversifitseerida riikidevaheliselt. (*Ibid.*)

Maailmamajanduse üha suurenev omavaheline lõimumine ja globaliseerumine on märgatavalt tugevdanud turgudevahelist sidet ning põhjustab erinevatel turgudel sarnaseid hinna liikumisi, see omakorda suurendab haavatavust ja vastuvõtlikkust suurte majandusšokkide puhul ning võrreldes varasemate perioodidega vähendab diversifitseerimisest saadavat kasu. Kui peale kriisi või šokki turgudevaheline korrelatsioon suureneb, võib seda vaadelda kui mõju kandumist ühelt finantsturgult teisele. Sellest tulenevalt on aja jooksul kasvanud huvi finantsturgude korrelatsiooni ja integratsiooni ning volatiilsuse ja selle omaduste suhtes.

## 1.1. Volatiilsuse mõõtmine

Volatiilsus on tootluste dispersiooni statistiline mõõde, mille peamiseks ideeks on tulude hajuvuse hindamine - suurem hajuvus tähendab suuremat ebakindlust tuleviku suhtes. Finantsanalüüsi puhul võib hajuvuse hindamise võrdsustada volatiilsuse hindamisega (Sauga 2017, 96). Kuna dispersiooni puhul on tegemist standardhälbe ruuduga, siis ei ole tehniliselt oluline, millist mõõdikut täpsemalt kasutatakse (Poon, Granger 2003):

$$\delta^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \mu)^2 \quad (1.1)$$

kus

$\delta^2$  – valimi dispersioon,  
 $r_t$  – tootlus ajahetkel  $t$ ,  
 $\mu$  – valimi keskvaartus,  
 $n$  – valimi maht.

Kuigi volatiilsuse hindamisel võib kasutada nii dispersiooni kui ka standardhälvet, siis eelistatakse pigem standardhälvet, kuna tegemist on stabiilsema ning kasutuselt mugavama mõõdikuga. Sageli võrdsustatakse volatiilsus riskiga, kuid tegelikkuses on volatiilsus riskiga vaid mingil määral seotud, kuna volatiilsuse arvutamisel võetakse arvesse vaid jaotuse väärtuse muudatuste ulatust ning üldjuhul ei vaadata jaotuse kuju. (*Ibid.*)

Varasemas ajaloos on kasutatud kvartaalse ja kuise sagedusega andmeid, kuna suurema sagedusega andmed ei olnud nii hõlpsasti kättesaadavad. Aja jooksul on aga andmete kättesaadavus oluliselt muutunud ning peamiselt kasutatakse mudelites päevaseid tulumäärasid ning enamgi veel on võimalik kasutada ka päevasiseseid tootluseid, mis aitavad osaliselt suurendada prognoosi täpsust. (Andersen *et al.* 2003) Olenemata kõrge sagedusega andmete kättesaadavusest, soovivad Andersen *et al.* (2003) jääda siiski päevaste tulumäärade juurde, kuna standardsed volatiilsusmudelid, mida kasutatakse päevaste andmete puhul, ei suuda kohanduda päevasiseste andmetega ning vastupidi.

Kuna tootlus on peamine komponent finantsinstrumentide hindamisel ja varade juhtimise otsustusprotsessis, siis vaadeldakse volatiilsuse arvutamise puhul, lisaks statistilistele põhjustele, just tootlust ja mitte hindasid. Tootluseid on ka sellest aspektist mõistlikum kasutada, et nad on ühikuvabad, mis võimaldab neid erinevate finantsvarade puhul hõlpsamini kasutada. Tootluse arvutamiseks on kaks võimalust – lihtsad tulumäärad ja logaritmitud tulumäärad. Lihtsad tulumäärad leitakse valemiga 1.2 ning logaritmitud tulumäärad valemiga 1.3 (Brooks 2019, 77):

$$R_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} 100\% \quad (1.2)$$

kus

$R_t$  – tootlus ajahetkel  $t$ ,  
 $p_t$  – vara hind ajahetkel  $t$ .

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)100\% \quad (1.3)$$

kus

$r_t$  – tootlus ajahetkel  $t$ ,

$p_t$  – vara hind ajahetkel  $t$ .

Logaritmitud tulumäära eelis lihtsa tulumäära ees on selle tõlgendatavus pideva tulumäärana, mille korral arvutuse sagedus ei ole oluline ning seega võimaldab paremini omavahel võrrelda erinevaid varasid. Lisaks adatiivsusele ühtlustab logaritmine andmete hajuvust ja selle tulemusena liigub positiivse asümmeetriakordaja jaotus normaaljaotusele lähemale. (*Ibid.*, 77)

## 1.2. Volatiilsuse mõju ülekandumine

Viimaste kümnendite jooksul on olnud näha kuidas ühest riigist või piirkonnast alguse saanud finantskriisid laienevad jõudsalt üle maailma. Kuna rahvusvahelised turud on omavahel üha tihedamalt seotud, siis on selge, et ühest riigist pärinev informatsioon avaldab mõju ka teistele.

Volatiilsuse ülekandumist on inglise keelses kirjanduses käsitletud toetudes mitmele erinevale mõistele – *contaigon*, *transmission*, *spillover*, *interdependance*. Kuusk *et al.* (2011) ja Harkmann (2014) on enda töös kasutanud nakkuslikkust ehk *contaigon* mõistet, mis kujutab endast peale kriisi või majandusšokki varade omavaheliste korrelatsioonide ajutist suurenemist (Forbes, Rigobon 2002). Kui varadevaheline korrelatsioon on stabiilselt kõrge ja selles ei toimu mingeid märgatavaid muutusi, siis ei saa tegemist olla nakkuslikkusega, vaid pigem vastastikuse sõltuvusega (*interdependance*) (*Ibid.*). Kuusk *et al.* (2011) ja Huang (2019) kasutavad oma uurimuses ka *spillover* mõistet, viidates sellega volatiilsuse ülekandumisele ning Huang (2019) kasutab *spillover*-i sünonüümina ka mõistet *transmission*, millega viidatakse samuti volatiilsuse ülekandumisele.

Volatiilsuse ülekandumise hindamise puhul on oluline tuvastada fakt, et selline ülekandumine eksisteerib ning volatiilsuse muutused ei ole tingitud kohalikest teguritest. Engle *et al.* (1990) on taolise efekti avastamiseks välja pakkunud meetodi, kus volatiilsuse muutust põhjustavad tegurid jaotatakse kuumalaineteks (*heat waves*) ja meteoriidisajuks (*meteor shower*). Kuumalainete hüpoteesi kohaselt avaldab volatiilsusele peamiselt mõju sellelt samalt turult pärinevad tegurid ning meteoriidisaju puhul tulenevad volatiilsuse peamised mõjutegurid teiste turgude, riikide või regioonide šokkidest (*Ibid.*). Mitmemõõtmelised GARCH mudelid võimaldavad antud efekti

olemasolu väga lihtsalt hinnata, kuid eeldavad, et kõnealuste varade tulumäärade puhul eksisteerib korrelatsioon.

Varadevahelised korrelatsiooni hinnangud on olulised sisendid investeeringute juhtimisel, kuna korrelatsioonide prognoosimine on hinnastamisvalemi üks peamine alus. Kui korrelatsioonid ja volatiilsused muutuvad, siis tuleks korrigeerida ka riskide maandamise hinnangut (*hedge ratio*). Samuti aitab varadevahelise korrelatsiooni hindamine ja prognoosimine varasid paremini paigutada ning soodustab optimaalse portfelli koostamist. Sellest tulenevalt on tekkinud vajadus usaldusväärsete varadevaheliste korrelatsioonide hinnangute järele. Lihtsamateks ja laialdaselt kasutatavateks meetoditeks on jooksev ajalooline korrelatsioon (*rolling historical correlation*) ja eksponentsiaalne tasandamine (*exponential smoothing*) ning samuti mitmemõõtmelised GARCH ja stohhastilised volatiilsuse mudelid. (Engle 2002)

Tingliku korrelatsiooni kahe juhusliku suuruse  $r_1$  ja  $r_2$  vahel saab defineerida järgnevalt (Engle 2002):

$$\rho_{1,2,t} = \frac{E_{t-1}(r_{1,t}r_{2,t})}{\sqrt{E_{t-1}(r_{1,t}^2)E_{t-1}(r_{2,t}^2)}} \quad (1.4)$$

kus  
 $E$  –keskväärtus,  
 $r_{1,2}$  –kahe vara juhuslikud suurused.

Eelnev valem on teoreetiliselt varadevaheline kovariatsioon jagatud varade standardhälvete korrutisega. Selle definitsiooni kohaselt sõltub korrelatsioon eelmise perioodi väärtustest ning vastavalt tõenäosusseadusele peavad väärtused jääma -1 ja 1 vahele. (*Ibid.*)

Eksponentsiaalne siluja (*exponential smoother*), mida Engle (2002) soovib kasutada DCC mudeli korrelatsiooni maatriksi leidmisel, kasutab korrelatsiooni arvutamisel ajas vähenevaid kaalusid ehk omistavad suurema kaalu hilisematele väärtustele:

$$\hat{\rho}_{1,2,t} = \frac{\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-s-1} r_{1,s} r_{2,s}}{\sqrt{(\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-s-1} r_{1,t}^2)(\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-s-1} r_{2,t}^2)}} \quad (1.5)$$

kus  
 $\lambda$  –parameeter,

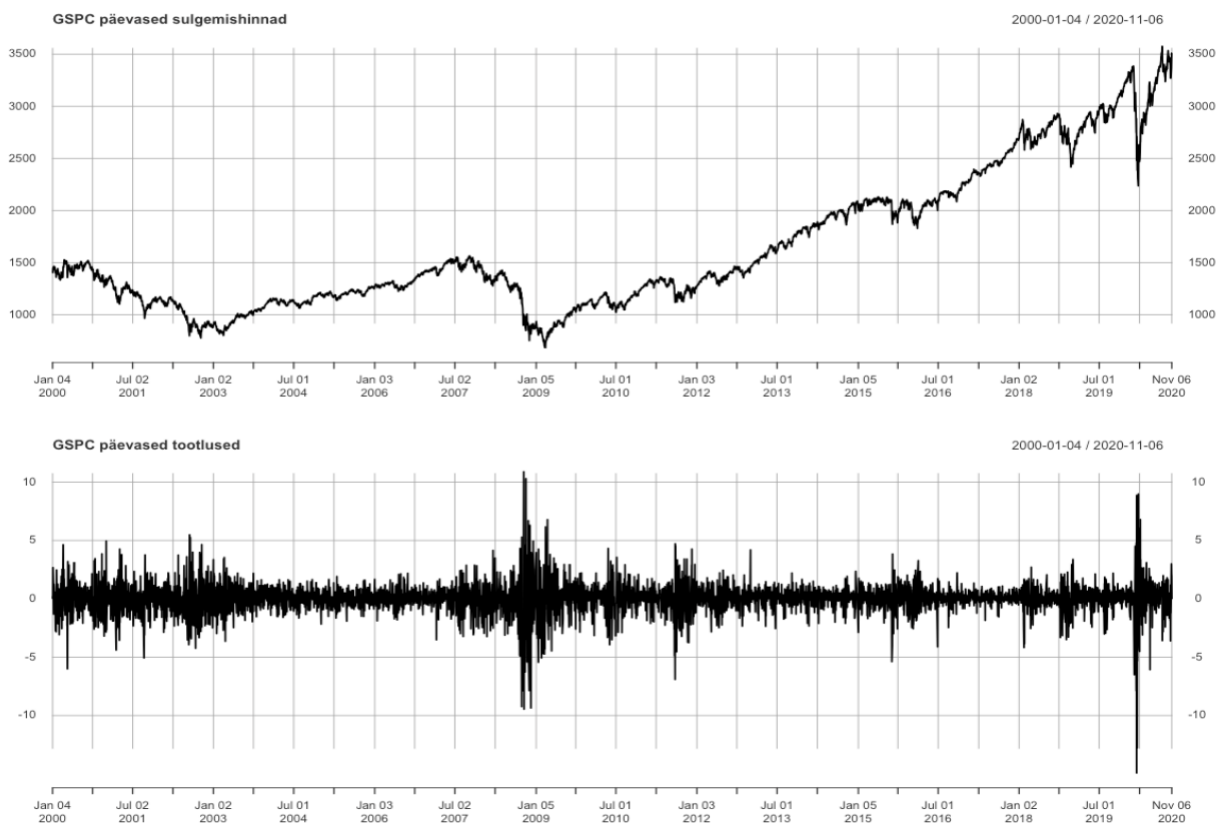
$r_{1,2}$  –kahe vara juhuslikud suurused.

Mitmemõõtmeliste mudelite puhul võib seda sama lambdat kasutada kõikide varade puhul. RiskMetrics<sup>TM</sup> kasutab kõikide varade puhul lambdat väärtusega 0.94. (Engle 2002)

### 1.3. Volatiilsuse stiliseeritud faktid

Finantsaegridade modelleerimist peetakse üldiselt keerukaks protsessiks, kuna andmetes esinevad teatavad mustrid, mis võrreldes tavapärase aegridadega nõuavad erinevat lähenemist. Aja jooksul on aktsiahindade volatiilsust puudutavate uurimuste käigus ilmnunud sarnased aegridu iseloomustavad omadused, mida on korduvalt empiirilisel tõestatud ning neid nimetatakse aegridade stiliseeritud faktideks. Mudeli identifitseerimisel, hindamisel ja prognoosimisel tuleb kõiki neid fakte silmas pidada, hea volatiilsusmudel peab olema võimeline kõiki neid aspekte tabama ja kajastama (Engle, Patton 2007). Lisaks Engelile ja Pattonile (2001) on stiliseeritud faktide ülevaadet oma töös kajastanud ka Mandelbrot (1963), Fama (1965), Chou (1988), Schwert (1989), Baillie, Bollerslev, Mikkelsen (1996), Teräsvirta, Tjostheim, Granger (2010), Cont (2011) jpt.

Finantsaegridade puhul, nagu näiteks aktsiate tootluste puhul, järgnevad suurtele hinnamuutustele tavaliselt suured hinnamuutused ning väikestele hinnamuutustele väikesed hinnamuutused ehk esineb sageli perioode, kus volatiilsus on kord mingis ajavahemikus suurem ja kord on ta mingi perioodi jooksul madalam. Sellisele omadusele viidatakse kui ühele volatiilsuse stiliseeritud faktile ehk volatiilsuse kuhjumisele. (Box *et al.* 2016, 361) Joonisel 1 on autori poolt esitatud S&P 500 aktsiaindeksi tootluse puhul kuhjumise efekt. Volatiilsuse kuhjumine on üks esimesi tuvastatud stiliseeritud fakte, mida Mandelbrot (1963) ja Fama (1965) mõlemad oma uurimuses käsitlesid ning on korduvalt tõestatud veel Baillie, Bollerslev ja Mikkelseni (1996), Chou (1988) ja Schwerti (1989) poolt. Seesugune volatiilsuse kuhjumine avaldab volatiilsuse oodatavale väärtusele tulevikus pikalt mõju.



Joonis 1. S&P 500 aktsiaindeksi päevased sulgemishinnad ja logaritmitud tootlused  
 Allikas: Autori arvutused Yahoo Finance andmete põhjal

Üheks stiliseeritud faktiks peetakse ka tulumäära keskmisele taandumist (*mean reversion*). Volatiilsuse kuhjumise efekt viitab sellele, et volatiilsus tuleb ja läheb, seega kõrge volatiilsusega perioodile järgneb madalam volatiilsus ja madala volatiilsusega perioodile järgneb tõus. Keskmisele taandumine tähendabki seda, et volatiilsusel on mingi normaalne tase, mille ümber ta kõigub. Pikaajalise volatiilsuse prognoosi puhul peaks kõik taanduma sellele samale volatiilsuse normaalsele tasemele. (Engle, Patton 2001)

Asümmeetriline reaktsioon hinna šokkidele kujutab endas erinevat reaktsiooni positiivsetele ja negatiivsetele uudistele, sest aktsiatootluste puhul on praktiliselt võimatu, et nii positiivne kui ka negatiivne šokk avaldab volatiilsusele samasugust mõju. Paljud volatiilsusmudelid aga eeldavad, et nii positiivsed kui negatiivsed šokid avaldavad varade tinglikule volatiilsusele sümmeetriliselt mõju. Sellist asümmeetriat kirjeldatakse ka kui võimendus- või riskipremiaefekti. (Engle, Patton 2001) Varasemad uurimused on kinnitanud, et negatiivsed uudised avaldavad turule suuremat mõju kui positiivsed. Esimene, kes oma töös aktsiatootluste asümmeetriat kirjeldas oli Black (1976) ning hiljem on seda täiendatud võimendusefekti lisamisega Christie (1982) poolt. Uudised

võimalikust suurenevast volatiilsusest üldjuhul vähendavad aktsianõudlust, peamiselt investorite riskitundlikuse tõttu, mis nähtub negatiivses seoses aktsiahinna ja volatiilsuse vahel. Peamiseks põhjuseks on see, et negatiivne aktsia hinna šokk vähendab ettevõtte omakapitali ning suurendab seeläbi laenu- ja omakapitali suhet, mille tulemusena suureneb ka aktsionäride risk. Antud väidet on oma töös lisaks Blackile (1976) ja Christiele (1982) kinnitanud ka Nelson (1991), Glosten, Jagannathan ja Runkle (1993) ning Engle ja Ng (1993). Joonisel 1 on selgesti eristatav, et aktsiahinna languse puhul esineb tootlusel suurem volatiilsus kui tõusu puhul.

Finantsaegridade puhul on ühe stiliseeritud faktina täheldatud ka seda, et juhuslike vigade dispersioonid ei ole normaaljaotusega, vaid jaotusel esinevad „sabad“. Mandelbrot (1963) oli esimene, kes tõi oma töös välja, et normaaljaotus ei ole piisav varade tootluste modelleerimiseks. Nende andmete ekstssess võib olla vahemikus 4 kuni 50 viidates väga tugevale asümmeetrilisele jaotusele. Paksud sabad tähendavad aktsia tootluse äärmuslike väärtuste suuremat tõenäosuslikku esinemist, kui seda näeb ette normaaljaotus. (Engle, Patton 2001)

#### **1.4. Varasemad empiirilised uurimused**

Finantsturgudevahelise volatiilsuse ülekandumise ja vastastikuse lõimumise hindamine on portfelli riskijuhtimise seisukohast võtmetähtsusega. Üha suurenev riikidevaheline integratsioon ja globaliseerumine vähendavad investeringute turgudevahelise diversifitseerimise mõju riskide maandamisel. Varasematel perioodidel, kui näiteks KIE riikide finantsturud ei olnud veel nii hästi arenenud turgudega integreeritud, oli investoritel võimalus kasutada nende turgude finantsinstrumente portfelli riskide minimeerimisel (Gilmore *et al.* 2005). Peale Euroopa Liiduga liitumist on antud piirkonna riikidevaheline integratsioon ja ka seotus globaalsete turgudega suurenenud ning seetõttu on ka fookusesse tõusnud turgudevaheline volatiilsuse edasikandumine. Antud teemat on arvukalt uuritud erinevatest aspektidest lähtuvalt.

Teemakohaseid uurimusi suurematel finantsturgudel võib leida hulgaliselt. Ühe näitena võib välja tuua Panda ja Nanda (2018), kes on oma töös üritanud tabada indekse nädalaste tootluste volatiilsust ja dünaamilise tingliku korrelatsiooni ulatust Põhja-Ameerika aktsiaturgudel aastatel 1995 kuni 2016. Uuringus leitakse tõendeid tootluse volatiilsuse ja selle püsivuse kohta antud piirkonnas kasutades selleks ARCH ja GARCH mudeleid. DCC-GARCH mudeli abil tehakse kindlaks, et arenevad turud on arenenud turgude aktsiatoonlustega vähe seotud ning turgude vahel



esineb väga nõrk koos liikumine ning muudatused tootluste ühises trendis ei tulene korrelatsiooni muutumisest, vaid on põhjustatud volatiilsuse poolt. Küll aga esineb tugev korrelatsioon USA ja Kanada turgude tootluste vahel. (*Ibid.*)

USA turu šokkide nakkuslikkust Baltikumi turule on varem uuritud 2008. aasta kriisi järgselt (Kuusk *et al.*, 2011). Tulemused on mõneti vastuolulised, kus ühest küljest korrelatsioon aktsiatootluste vahel suurenes kriisi ajal, kinnitades finantsmõjutuste edasikandumist, teisest küljest ei saanud tõestust hüpotees, et volatiilsus kandub USA turgudelt Baltikumi. Korrelatsioonikoefitsendi testid tõestasid finantsmõjutuste edasikandumist, kuna kriisieelse perioodi korrelatsioonid on märgatavalt madalamad kui kriisijärgsed, kuid tinglikud dispersioonid ei kinnita volatiilsuse kandumist ühegi vaatluse all oleva finantsturu vahel (*Ibid.*)

Venemaa mõjutusi Baltikumi finantsturule on uurinud Brannäs, De Gooijer, Lönnbark, Soultanaeva (2012). Oma töös keskendusid nad Baltikumi omavahelisele integratsioonile ning hindasid sealjuures ka Vene börsi mõjutusi, kasutades selleks nii tootluseid kui ka volatiilsust. Uurimuse tulemusena leidsid nad, et Riia börsiindeksi tootlustele avaldavad statistiliselt olulist otsest mõju Tallinna ja Vilniuse börsid ning Tallinna börsi tootlused Vilniuse börsile. Volatiilsuse puhul leidis empiiriliselt kinnitust nii Riia kui Vilniuse börsi sõltuvus Tallinna börsist. Lisaks leiab kinnitust Moskva börsilt pärinevate asümmeetriliste šokkide mõju.

Harkmann (2014) on oma uurimuses käsitlenud 2008. aasta kriisile järgnevat perioodi, mil leidis aset eurotsooni võlakriis ning kajastanud selle nakkuslikkust Lääne-Euroopa finantsturgudelt Kesk- ja Ida-Euroopa riikidele (sealhulgas Balti riikidele). Toetudes STOXX 50 päevastele andmetele ja DCC-GARCH mudelile tõestab ta, et aja jooksul on keskmine volatiilsustevaheline korrelatsioon nende kahe piirkonna vahel suurenenud ning kriisi ajal suurenes korrelatsioon märgatavalt, kuid ajutiselt, viidates selle nakkuslikkusele. Samuti toob ta välja, et üksikute riikide ja STOXX indeksi vahel ei esinenud selget trendi korrelatsiooni tugevnemisel.

Põhjamaade ja Balti riikidevahelist seotust on üsna vähe uuritud. Antud teemat on oma töös käsitlenud Nielsson (2007) ning järeldanud, et turgude omavahelise tehnilise seotuse suurenemine ei ole aja jooksul kaasa toonud suuremat korrelatsiooni ja seotust hinnamuudatustes. Harkmann (2020) leiab oma uurimuses, et aastatel 2005-2015 on Stockholmi ja Baltikumi börsid selgelt omavahel integreeritud ning šokid Stockholmi finantsturul kanduvad edasi ka Baltikumi, kuid pikaajalist turgudevahelist seotust ei tuvastata.

Meluzin, Zinecker, Pietrzak, Faldzinski ja Balcerzak (2016) on uurinud Saksamaa, Poola ja Balti kapitaliturgude omavahelist seost kasutades selleks DCC-GARCH mudelit ning kinnitanud uurimuses püstitatud hüpoteesi, et Saksa finantsturult tulenev mõju avaldab Balti börsile väga minimaalset mõju.

Balti turgude omavahelist integreeritust ning selle taset on oma uurimuses veel käsitlenud Deltuvaite (2016), kus ta analüüsib kolme riigi aktsiaindeksite tootluseid (mis volatiilsusega võrreldes ei pruugi anda sama olulisi tulemusi integratsiooni hindamisel). Ta leidis, et kõik Balti finantsturud on omavahel seotud, kuid Läti aktsiaturg on teiste turgudega võrreldes isoleeritum ning Eesti ja Leedu omavaheline seos tugevam. Antud uurimuse empiirilised tulemused tõestavad, et Eesti ja Leedu aktsiaindeksite tootluste vahel esineb nõrk seos ja Läti ning teiste vahel väga nõrk seos, ning et tootlustevaheline korrelatsioon on ebastabiilne ja ajas muutuv. Muudatused Tallinna ja Vilniuse börsil põhjustavad muudatusi Tallinna, Vilniuse ja Riia börsil, aga Riia puhul vastupidine efekt puudub, ühtlasi on teiste turgude mõju Riia turule väiksem ja kehtib ka vastupidine seos (*Ibid*).

Kregzde (2018) keskendus oma töös Baltikumi ja Dow Jones Euroxx50 indeksi vahelise riski ja trendi koosliikumise uurimisele võttes arvesse riski muutumise sagedust ja aega ning kasutades selleks lainete analüüsi. Lainete analüüsi (*wavelet analysis*) peamiseks eeliseks on see, et ta võimaldab aegreala puhul omavahel eraldada aja ja sageduse mõõtmed. Ta kinnitas oma töös varasemate uurimuste järeldusi, et kriisi ajal on turgudevaheline mõju suurem ning leidis ka tõestust, et Euroopa Liiduga liitumine mõjutas Balti aktsiaturgude ja Euroopa turgudevahelist koosliikumist.

Babalos *et al.* (2018) on oma uurimuses leidnud kinnitust, et muutused suuremate Euroopa turgude (UK, Prantsusmaa ja Saksamaa) aktsiatoonlustes avaldavad mõju ka tootlustele Baltikumi turgudel, eriti tugevalt avaldub see kriisi ajal. Andmete analüüsiks kasutati nii standardset parameetrilist kausaalsuse testi, kui ka kvantiilide kausaalsuse mitteparameetrilist testi.

Hung (2019) analüüsib korrelatsioone ja volatiilsuse kandumist KIE riikides (Ungari, Poola, Tšehhi, Horvaatia, Rumeenia) peale 2008. aasta majanduskriisi, kasutades selleks viiemõõtmelist GARCH-BEKK mudelit koos CCC ja DCC mudelitega ning leiab, et korrelatsioon ning volatiilsuse edasikandumine kriisijärgsel perioodil antud turgude vahel on tugev. Grabowski

(2019) kasutab oma uurimuses aktsiaturgude indekseid tootluseid tuvastamaks volatiilsuse kandumist KIE-3 (Poola, Ungari, Tšehhi) ja arenenud turgude nagu USA, Saksamaa ja Hispaania vahel. Uurimuses tõdetakse, et kriisi ajal on Euroopas riikidevaheline korrelatsioon suurem ning volatiilsus kandub edasi ühesuunaliselt KIE riikidele.

## 2. VOLATIILSUSE MUDELID

Tinglike keskvaartustega mudelite puhul eeldatakse, et jääkliikmed moodustavad sõltumatute ja ühtlaselt jaotatud juhuslike suuruste jada ehk valge müra (*iid- independent and identically distributed*). Kuid paljude finantsaegridade puhul ei ole see eeldus tuginedes stiliseeritud faktidele täidetud. Järgnevates peatükkides kajastatud mudelite puhul eeldatakse, et jääkliikmed moodustavad valge müra keskvaartusega null, kuid tinglikud dispersioonid ei ole konstantsed, mistõttu on jääkliikmeid võimalik modelleerida läbi eelmise perioodi jääkliikmete ja eelmise perioodi tinglike dispersioonide. Kuigi jääkliikmed ei korreleeru omavahel on nad siiski üksteisest sõltuvad, kuna arvutatakse eelnevate perioodide põhjal. Tinglike heteroskedastiivsete mudelite eesmärgiks on iseloomustada taolist omavahelist sõltuvussuhet. Kuna antud mudeleid on võimalik kasutada finantsvarade volatiilsuse prognoosimisel, siis on hüppeliselt kasvanud ka nende mudelite populaarsus. (Teräsvirta *et al.* 2010)

### 2.1. Ühe muutujaga volatiilsuse mudelid

Finantsaegridasid iseloomustavatest omadustest tulenevalt on välja kujunenud mudelid, mis hindavad nende aegridade volatiilsust. Eelkõige on antud andmed mittelineaarsed, kuna peamised majandusnäitajad ei ole omavahel lineaarses seoses, lisaks mõjutavad majandust stohhastilised (juhuslikud) šokid või tegurid, mis vajavad aegridade modelleerimiseks vastavat mudelit. Mõnigate defintsioonide kohaselt peetakse mudelit, mille juhuslikud vead on tinglikult heteroskedastiivsed, mittelineaarseks mudeliks. Tulenevalt üha kasvavast investorite ja finantsökonomeetria huvist volatiilsuse prognoosimise vastu, on oluliselt suurenenud ka tinglike heteroskedastiivsuse mudelite tähtsus. (Teräsvirta *et al.* 2010, wii-ix) Kui aegridade mudelites on heteroskedastiivsus, siis tavaliselt ei sõltu juhuslike vigade varieeruvus mõnest sõltumatust muutujast, vaid eelmiste perioodide juhuslike vigade varieeruvusest. Sel juhul räägitakse tinglikust autoregressiivsest heteroskedastiivsusest ning varieeruvuse modelleerimiseks kasutatakse spetsiaalseid ARCH-GARCH mudeleid. (Brooks 2019, 392)

Kuna ARMA mudelitel esineb puudujääke finantsaegridade puhul esinevate stiliseeritud faktide tabamisel, siis võeti antud mudelite asemel kasutusele nende edasiarendused- ARCH mudelid. ARMA mudelid eeldavad, et juhuslike liikmete dispersioonid on konstantsed, mis omakorda teeb finantsaegridade volatiilsuse muudatuste tabamise võimatuks (Xiao, Aydemir 2007). Engle (1982) poolt välja töötatud autoregressiivne tinglik heteroskedastiivne (ARCH) mudel püüab neid aegridades esinevaid probleeme lahendada, eeldades, et turu volatiilsus varieerub ja kaldub kuhjuma ehk esineb suurema volatiilsusega perioode ja madalama volatiilsusega perioode. Antud mudel võimaldab aegrea keskvaartust ja dispersiooni samaaegselt modelleerida ning on esimene mudel, mis pakub välja süstemaatilise raamistiku volatiilsuse modelleerimiseks (Panda, Nanda 2018). Koos selle mudeli kasutuselevõttuga liikus finantsökonomeetria fookus tootluste prognoosimiselt volatiilsuse prognoosimisele. ARCH mudeli puhul on mudeli jääkliikmed heterogeensed ja jääkliikmete dispersioon sõltub eelmise perioodi jääkliikmete ruutudest (Xiao, Aydemir 2007). ARCH mudeli peamine idee on see, et jääkliikmed ei korreleeru omavahel, kuid sõltuvad üksteisest ning vealiikme sõltuvust on võimalik kirjeldada lihtsa ruutfunktsiooniga selle eelnevatest väärtustest (Tsay 2010). Engle (1982) põhjal võib ARCH(p) mudeli formuleerida järgnevalt:

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t, \quad \{z_t\} \sim iid(0,1) \quad (2.2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad \omega > 0, \alpha_i \geq 0, i > 0 \quad (2.3)$$

kus

$\omega$  – pikaajaline keskmine dispersioon (konstant),

$\alpha$  – parameeter,

$\sigma_t^2$  – tinglik dispersioon,

$\varepsilon_t$  – jääkliige ajahetkel  $t$ ,

$z_t$  – juhuslik muutuja ajahetkel  $t$ ,

$i$  – mudeli järk,

$\mu_t$  – aegrea keskvaartus.

Praktikas eeldatakse sageli, et  $z_t$  järgib normaaljaotust, standardiseeritud Studenti t-jaotust või üldist vealiikme jaotust (Tsay 2010).

Kuigi ARCH mudel on üldiselt lihtne, siis seda ei ole siiski mõistlik väga pikkade aegridade puhul kasutada. Selleks, et tabada tingliku dispersiooni dünaamikat, tuleb ARCH mudeli järk volatiilsuse modelleerimisel väga kõrge ning seega on vaja hinnata suurel hulgal parameetreid, mis omakorda

avaldab mõju mudeli hindamisvõimele. (*Ibid.*) Bollerslev (1986) pakkus ARCH mudeli täiendusena välja üldistatud ARCH-i (GARCH-i), mis on võrreldes varasemaga volatiilsuse modelleerimise puhul parema prognoosivõimega, kuna võimaldab hinnata kõrgete järkudega ARCH protsessi madalate GARCH järkudega ehk võtab mahuka ARCH protsessi kokku. GARCH mudelid on lineaarse keskväärtuse ja mittelineaarse dispersiooniga mudelid (Brooks 2019, 396). GARCH mudel võtab arvesse volatiilsuse heteroskedastiivsust, kus standardhälbed varieeruvad aja jooksul, kuna esineb volatiilsuse kuhjumise efekt ning samuti arvestab see, et volatiilsuse puhul esineb autokorrelatsioon, kus väärtused sõltuvad eelmise perioodi väärtustest (Panda, Nanda 2018). GARCH(p,q) mudeli puhul modelleeritakse dispersiooni läbi kahe viitaja järgu, kus q on autoregressiivsete järkude arv (ARCH järk) mille puhul eelmise perioodi volatiilsuse mõjutused on kajastatud kui jääkliikmete ruutude viitajad keskmisest ja p näitab libiseva keskmise järkude arvu, et tabada pikaajalist mõju (GARCH järk) (Engle 2001). GARCH(1,1) mudeli oodatav dispersioon on kombinatsioon varieeruvusest (mudeli parameeter  $\alpha$ ), mis näitab ka tundlikkust turu muutustele ja viimase perioodi oodatavast dispersioonist, mis võtab arvesse eelmiste perioodide šokkide suurust (mudeli parameeter  $\beta$ ). Samuti on GARCH mudeli puhul šokid tinglikule dispersioonile väga püsivad ja seega kannavad edasi pikaajalist mõju. Kui  $\alpha$  on suhteliselt kõrge ja  $\beta$  suhteliselt madal, siis kipub volatiilsus olema järsema varieeruvusega. (Panda, Nanda 2018) Kõrgemat järku GARCH(p,q) mudeli võib formuleerida järgnevalt (Bollerslev 1986):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.4)$$

$$p \geq 0, q > 0$$

$$\omega > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, q$$

$$\beta \geq 0, j = 1, \dots, p$$

kus

- $\sigma_t^2$  – tinglik dispersioon (GARCH osa),
- $\omega$  – pikaajaline keskmine dispersioon (konstant),
- $\alpha_i, \beta_j$  – parameetrid,
- $\varepsilon_t$  – jääkliige ajahetkel (ARCH osa),
- $i$  – q järkude arv,
- $j$  – p järkude arv.

Kui  $p = 0$ , siis on tegemist tavalise ARCH( $q$ ) protsessiga ja kui  $p = q = 0$ , siis protsessist saab valge müra ( $\varepsilon_t$ ) (Aktan *et al.* 2010).

Esimest järku GARCH(1,1) mudel avaldub alljärgnevalt (Bollerslev 1986):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.5)$$

$$\omega > 0, \alpha_1 \geq 0$$

$$\beta \geq 0$$

kus

$\omega$  – pikaajaline keskmine dispersioon,

$\alpha_1, \beta_1$  – parameetrid,

$\varepsilon_{t-1}^2$  – esimest järku viitajaga tingliku jääkliikme ruut,

$\sigma_{t-1}^2$  – esimest järku viitajaga hinnatud tinglik dispersioon.

GARCH(1,1) mudelit peetakse ka kõige paremini sobivamaks mudeliks volatiilsuse üldisel hindamisel (*Ibid.*). Samuti on GARCH(1,1) sobivust indekse volatiilsuse modelleerimisel tõestanud Engle ja Kroner (1995) ning Engle ja Patton (2001), Capiello *et al.* (2003) ning paljud hilisemad uuringud.

Eelpool mainitud ARCH ja GARCH mudelite ajendiks oli tabada finantsaegridade volatiilsus ja selle püsivus aja jooksul, kuid GARCH mudeli peamiseks puudujäägiks on sarnaselt ARCH mudelile võimetus arvestada šokkide ebasümmeetrilise mõjuga volatiilsusele (Panda, Nanda 2018). Nelson (1991) pakkus välja selle probleemi lahendamiseks GARCH mudeli laiendusena EGARCH ehk eksponentsiaalse GARCH mudeli, mille eesmärgiks on tabada volatiilsuse asümmeetriat võttes sealjuures arvesse aktsiaootluse positiivseid ja negatiivseid šokke. EGARCH (1,1) mudeli saab formuleerida järgnevalt (Box *et al.* 2016):

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) \quad (2.6)$$

kus  $g(\varepsilon_{t-1})$  määrab asümmeetria ja on määratletud kui kaalutud innovatsioon ning leitakse järgnevalt:

$$g(\varepsilon_{t-1}) = \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_1 [|\varepsilon_{t-1}| - E(|\varepsilon_{t-1}|)] \quad (2.7)$$

kus

$\omega, \gamma, \beta$  – parameetrid,

$\varepsilon_t$  – jääkliige,

$\sigma_t^2$  – tinglik dispersioon.

Funktsiooni põhjal on võimalik eristada, et positiivsed šokid avaldavad mõju  $(\alpha_1 + \gamma_1)\varepsilon_{t-1}$  ja negatiivsed šokid  $(\alpha_1 - \gamma_1)\varepsilon_{t-1}$ , seega  $g(\varepsilon_{t-1})$  kasutamine laseb mudelil vastavalt „headele“ ja „halbadele“ uudistele asümmeetriliselt käituda. Kuna negatiivsetel uudistel on üldiselt volatiilsusele suurem mõju, siis võimendusefekti puhul on  $\alpha_1$  oodatav väärtus negatiivne ning EGARCH mudeli parameetritel ei ole piiranguid, et tagada  $\sigma_t^2$  positiivsus. (*Ibid.*)

Sama probleemi lahendab ka Glosteni, Jagannathani ja Runkle (1993) poolt välja töötatud GJR-GARCH ja Zakoiani (1994) TGARCH mudel, mis pakuvad selleks välja alternatiivse võimalused positiivsete ja negatiivsete šokkide asümmeetria arvestamisel. GJR mudel eeldab, et jääkliikmega  $\varepsilon_t$  seotud parameeter sõltub šoki suunast (Tsay 2010):

$$\sigma_t^2 = \omega + (\alpha_1 + \gamma_1 I_{t-1})\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.8)$$

kus

$\omega, \gamma, \beta$  – parameetrid,

$\varepsilon_t$  – jääkliige,

$\sigma_t^2$  – tinglik dispersioon,

$I$  – indikaatormuutuja.

Antud võrrandi indikaatormuutuja  $I_{t-1}$  eeldab väärtust 1 kui  $\varepsilon_{t-1}^2$  on negatiivne ja null kui jääkliikme väärtus on positiivne, lubades seega negatiivsetel šokkidel volatiilsusele suuremat mõju avaldada.

Lisaks eelpool kirjeldatud populaarsematele GARCH mudeli edasiarendustele on antud mudelist veel hulgaliselt variatsioone, kuid käesolevas uurimuses ei ole nende kirjeldamine relevantne, sest nagu ka juba eelpool mainitud, töös püstitatud probleemi kirjeldamiseks piisab standardsest GARCH protsessist.



## 2.2. Mitme muutujaga volatiilsuse mudelid

On üldtuntud fakt, et varade tootlused liiguvad aja jooksul mingis mastaabis koos. Aktsiaturgudevahelised dünaamilised seosed hõlbustavad informatsiooni ja volatiilsuse ülekandumist erinevate turgude tootluste vahel (Panda, Nanda 2018). Seega on volatiilsuse hindamisel oluline võtta arvesse ka turgude omavahelisest seotusest tulenevat mõju. Portfelli juhtimise puhul peetakse varade vahelisi korrelatsioone üheks peamiseks teguriks mitmesuguste uurimisprobleemide hindamisel. Näiteks on investoritel hädavajalik teada millised on nende portfellis olevate varade tootluste omavahelised korrelatsioonid. Kui varade tootluste korrelatsioon ja volatiilsus muutub, siis tuleb ka portfelli vastavalt kohandada. Seega on volatiilsuse ja korrelatsiooni prognoosimine üks põhitegureid nii tootluste prognoosimisel, kui ka portfelli diversifitseerimisel ning selleks on laialdaselt levinud mitme muutujaga GARCH mudelid. Mitmemõõtmelise GARCH mudeli peamine väljakutse on mudeli väljendamine minimaalsete muutujatega (parsimooniliselt), kuna parameetrite arv kasvab märgatavalt koos dimensioonidega, samas säilitades selle paindlikkus tingliku dispersiooni ja kovariatsiooni dünaamika hindamisel (Panda, Nanda 2018). Mitme muutujaga GARCH mudelid on oma olemuselt üsna sarnased ühe muutujaga mudelitele, erinevus seisneb vaid selles, et nende puhul on täiendavalt kaasatud muutujatevaheline kovariatsioonimaatriks (Brooks 2014, 467).

Bollerslev, Engle ja Wooldridge (1988) töötasid välja esimese mitme muutujaga GARCH mudeli VEC-GARCH, mis kujutab endast väga üldist mitmemõõtmelist volatiilsusmudeli raamistikku (Bollerslev *et al.* 1988):

$$vech(H_t) = C + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-i}) + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j}) \quad (2.9)$$

kus

- $vech(\cdot)$  – kordumatute elementide veergude virnastamine sümmeetriliseks maatriksiks,
- $H_t$  – jääkliikmete kovariatsioonimaatriks/tinglik dispersioonimaatriks,
- $N$  – muutujate arv,
- $C$  – parameetrite  $N(N+1)/2 \times 1$  vektor,
- $A_i$  – parameetrite  $N(N+1)/2 \times N(N+1)/2$  maatriks,
- $B_j$  – parameetrite  $N(N+1)/2 \times N(N+1)/2$  maatriks,
- $\varepsilon_t$  – jääkliige,  $N \times 1$  vektor,
- $i, j$  – järkude arv.

VEC mudeli puhul on iga tinglik dispersioon funktsioon kõigist eelnevatest viitaegadega tinglikest dispersioonidest ja eelmise perioodi tootluste ruutudest. Täielik piiranguteta mudel nõuab  $(N + 1) + \frac{N(N+1)}{2} + \frac{N^2(N+1)^2}{4}(p + q)$  parameetri hindamist suurima tõepära meetodiga, kus  $N$  on muutujate arv mudelis. (*Ibid.*) Mudelit on võimalik suhteliselt otse tõlgendada, kuna igal real on oma GARCH mudeli spetsifikatsioon ning antud juhul modelleeritakse otse tingliku kovariatsiooni maatriksit (Engle, Sheppard 2001). Ilma täiendavaid piiranguid rakendamata, ei taga antud mudel kovariatsioonimaatriksi kindlat positiivsust (Engle 2002). Bollerslev, Engle ja Wooldridge (1988) kasutasid GARCH mudelite puhul parameetrite vähendamiseks diagonaalset lähenemist ehk DVEC-GARCH mudelit, mille puhul iga kovariatsioonimaatriksi element sõltub ainult iseenda ja jääkliikme eelmise perioodi väärtusest.

Selleks, et tagada tingliku kovariatsioonimaatriksi positiivsus, kovariatsiooni statsionaarsus ja vähendada eelneva mudeli parameetrite arvu, arendasid Engle ja Kroner (1995) vastava BEKK mudeli, mida käsitletakse sarnaselt DVEC-GARCH mudelile kui ühte piirangutega VEC mudelit. See kindlustab tingliku kovariatsiooni positiivsuse tulenevalt mudeli struktuurist, kuid sellest hoolimata nõuab mudel suuremahulisi arvutusi, kuna hinnatavate parameetrite hulk on üsna suur (Engle, Kroner 1995):

$$H_t = CC' + \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^K A'_{ik} \varepsilon_{t-i} \varepsilon'_{t-1} A_{ik} + \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^K B'_{ik} H_{t-i} B_{ik} \quad (2.10)$$

kus

- $H_t$  – jääkliikmete kovariatsioonimaatriks/tinglik dispersioonimaatriks,
- $N$  – muutujate arv,
- $C$  – diagonaalialune  $N \times N$  maatriks,
- $A_i$  – parameetrite  $N \times N$  maatriks,
- $B_i$  – parameetrite  $N \times N$  maatriks,
- $\varepsilon_t$  – jääkliige,  $N \times N$  maatriks,
- $i$  – järkude arv,
- $K$  – määrab protsessi üldisuse.

BEKK mudeli puhul hinnatakse  $N(5N+1)/2$  parameetrit. Üheks võimaluseks parameetrite arvu vähendada, on kasutada diagonaal või skaalar BEKK mudelit (Bauwnes *et al.* 2006). Bauwnes *et al.* (2006) järeldeb oma uurimuses, et DVEC ja skaalar BEKK mudelid ei ole sobilikud kui uurimisobjektiks on volatiilsuse kandumine, kuid on rakendatavad varade hindamise (*asset pricing*) mudelis.

Võrreldes eelneva kahe mudeliga, kus modelleeritakse otse tingliku kovariatsiooni maatriksit, modelleeritakse kahes järgnevas tinglikku dispersiooni ja korrelatsiooni. Eelnevate mudelite peamiseks probleemiks on suur parameetrite hulk, kuid seda on võimalik lahendada kui korrelatsioon tootluste vahel on konstantne. (Panda, Nanda 2018) Esimene sellist tüüpi mudel on Bollerslevi (1990) poolt välja töötatud pideva tingliku korrelatsiooni (CCC) mudel, millele kehtib eeldus, et tootluste tinglik korrelatsioon on ajas muutumatu, kuid tinglik standardhälve on muutuv. Antud mudeli puhul hinnatakse iga tootlust eraldi ühemõõtmelise GARCH mudeliga ning järgnevalt hinnatakse suurima tõepära meetodiga korrelatsiooni maatriksit. Konstantse korrelatsiooni eeldus võimaldab hinnata suuremahulisi mudeleid ja tagab selle, et volatiilsuse hinnangud on kindlalt positiivsed. (Engle, Sheppard 2001) Kuid paljud uuringud on tõestanud, et korrelatsioonid on ajas muutuvad, näiteks Kaplanis (1988), Bekaert ja Harvey (1995), Yang *et al.* (2006), Hong ja Ewa (2008) tõestavad oma töös, et muudatused turgudevahelises korrelatsioonis on seletatavad tingliku kovariatsiooniga. Bollerslevi (1990) CCC mudeli puhul on tingliku korrelatsiooni maatriks ajas muutumatu ehk  $R_t = R$ :

$$H_t = D_t R D_t \quad (2.11)$$

$$R = [\rho_{ij}] \quad (2.12)$$

$$D_t = \text{diag}(h_{1,t}^{1/2}, \dots, h_{N,t}^{1/2}) \quad (2.13)$$

kus

$D_t$  – maatriks tinglike standardhälvetega põhidiagonaalil,

$R$  – korrelatsioonimaatriks tinglike korrelatsioonidega,

$h_{it}$  – iga hinnatud ühemõõtmelise GARCH mudeli tinglik standardhälve.

CCC mudeli puhul tuleb hinnata  $N(N+5)/2$  parameetrit (Bauwens 2006).

Tuginedes eelnevale saab väita, et selline lähenemine, kus korrelatsioon ei muutu, ei ole reeglina empiirilistes uuringutes mõistlik ning Engle ja Sheppard (2001) pakkusid CCC mudeli täiendusena välja dünaamilise tingliku korrelatsiooni mudeli ehk DCC-GARCH-i, mille puhul tingliku korrelatsiooni maatriksi elementide hinnangud on ajas muutuvad. Sarnaselt CCC mudelile, hinnatakse ka DCC puhul esimeses etapis üksikute GARCH mudelite parameetrid ning järgnevalt kasutatakse sellest mudelist saadud standardiseeritud jääkliikmeid sisendina DCC parameetrite hindamisel (Panda, Nanda 2018). DCC-GARCH mudeli saab formuleerida alljärgnevate võrranditega (Engle 2002):

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (2.14)$$

$$D_t = \text{diag}(h_{1,t}^{1/2}, \dots, h_{N,t}^{1/2}) \quad (2.15)$$

$$R_t = \text{diag}(Q_{1t}^{-1/2}, \dots, Q_{N,t}^{-1/2}) Q_t \text{diag}(Q_{1t}^{-1/2}, \dots, Q_{N,t}^{-1/2}) \quad (2.16)$$

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta) \bar{Q}_t + \alpha z_{t-1} z'_{t-1} + \beta Q_{t-1} \quad (2.17)$$

$$z_t = h_{it}^{-1/2} \varepsilon_{it} \quad (2.18)$$

kus

$D_t$  – maatriks tinglike standardhälvetega põhidiagonaalil,

$R_t$  – tinglike korrelatsioonide  $N \times N$  maatriks,

$h_{it}$  – iga hinnatud ühemõõtmelise GARCH mudeli tinglik standardhälve,

$z_t$  – standardiseeritud jääkliige,

$\bar{Q}_t$  – standardiseeritud jääkliikme tingimusteta korrelatsioonimaatriks,

$N$  – muutujate arv.

Lisaks Engle-le on DCC-GARCH mudeli formuleerinud ka Tse ja Tsui, kus peamiseks erinevuseks on see, et Tse ja Tsui mudeli puhul on tinglikud korrelatsioonid formuleeritud kui summa eelmistest kaalutud korrelatsioonidest (Bauwens *et al.* 2006). Hiljem on lisandunud DCC mudelite täiendusi, näiteks Capiello *et al.* (2003) on leidnud, et DCC tulemused võivad teatud varade puhul ja dimensioonide lisamise korral olla ebaadekvaatsed, kuna nad ei suuda tabada andmete asümmeetriat ning kasutasid oma uurimuses asümmeetrilist DCC-GARCH (ADCC), üldistatud diagonaalset DCC-GARCH (GDDCC) ja asümmeetrilist üldistatud diagonaalset DCC-GARCH (AGDDCC) mudelit. Antud töö puhul keskendutakse standardsele DCC-GARCH mudelile eeldades, et mudel on piisav antud aegridade modelleerimisel.

### 3. VALIM JA METOODIKA

Selles osas antakse ülevaade kasutatud mudelitest, tehtud ökonomeetria testidest ja muutujate valikust. Autor analüüsib enda töös finantsandmetest koosnevaid aegridu ning kasutab selleks DCC-GARCH mudelit, toetudes sealjuures Box-Jenkinsi (Box *et al.* 2016) metodoloogiale.

Box-Jenkinsi metodoloogia hõlmab endas aegridade modelleerimise raamistikku, mille idee baseerub ARMA mudelite korrektsele hindamisele, kuid mida on võimalik laiendada ka ARCH tüüpi mudelitele. Protsess koosneb kolmest etapist: 1) mudeli identifitseerimine, 2) parameetrite hindamine, 3) mudeli diagnostika (Box *et al.* 2008, 193). Esimeses etapis kirjeldatakse andmete dünaamikat, mis jaguneb veel omakorda kaheks, kus esmalt hinnatakse protsessi statsionaarsust ning järgnevalt tuvastatakse ARMA mudeli järgud, kasutades selleks autokorrelatsiooni (ACF) ja osalise autokorrelatsiooni (PACF) funktsioone. (*Ibid.*, 196) Teises osas hinnatakse eelnevalt identifitseeritud mudeli parameetreid vastavalt vähimruutude- või siis suurima tõepära meetodiga, antud töös kasutatakse viimast. Lõpetuseks viiakse läbi mudeli diagnostika, mille eesmärgiks on kindlaks teha mudeli adekvaatsus, kasutades selleks jääkliikmete analüüsi. (Brooks 2019, 270)

Engle (2002) on DCC mudeli puhul eeldanud, et iga modelleeritav vara korrelatsioonimaatriksis järgib ühe muutujaga ARMA-GARCH protsessi ehk sellest lähtuvalt on võimalik volatiilsust ja korrelatsiooni eraldi modelleerida. Finantsinstrumentide tootlustele põhineva volatiilsusmudeli koostamise etapid on Tsay (2010) poolt kirjeldatud järgnevalt: 1) keskmiste võrrandi määramine (näiteks ARMA mudel), 2) ARCH efekti tuvastamine, 3) volatiilsusmudeli tuvastamine ning ühine keskmiste- ja volatiilsusmudelite hindamine, 4) mudeli kontroll ja täiustamine. Sisuliselt kattub antud struktuur Box-Jenkinsi metoodika ülesehitusega, kuna ARCH efekti tuvastamine liigitub mudeli identifitseerimise etapi alla. Ning viimases etapis modelleeritakse varade omavahelist korrelatsiooni.

### 3.1. Valim

Magistritöös on kasutatud Yahoo Finance lehelt pärinevaid globaalsete aktsiaturgude päevaseid sulgemishindu. Kuna Balti riikide majandus on väga tihedalt seotud Euroopa Liidu suurima majanduse- Saksamaaga, siis on vaatluse alla võetud DAX indeks. S&P 500 on peamine USA aktsiaturu indeks ning selle liikumised avaldavad mõju globaalselt ja on seetõttu valitud üheks muutujaks modelleeritavas mudelis. Ning FTSE, mis on Euroopa turul üks olulisemaid indekseid. Balti riikide aktsiaindeksite päevaseid sulgemishinnad pärinevad Nasdaq OMX kodulehelt. Iga aegrida koosneb 4945-st vaatlusest ning sisaldab andmeid alates 2000. aastast. Päevaste sulgemishindade alusel on leitud tootlused vastavalt valemile:

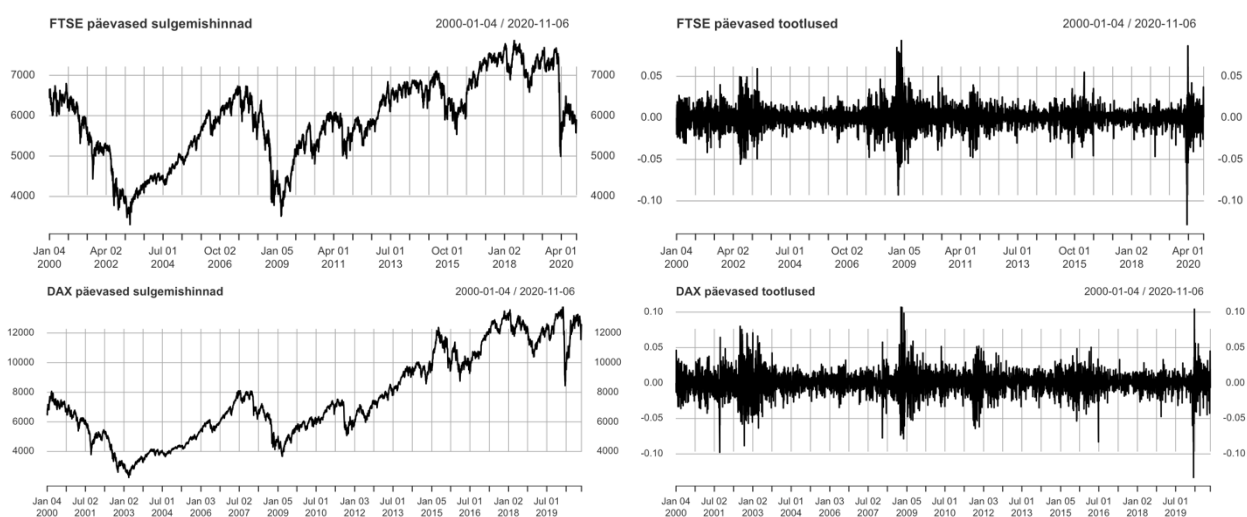
$$r_{Nt} = \ln\left(\frac{p_{Nt}}{p_{Nt-1}}\right) * 100, N = 1,2,3,4,5,6 \quad (3.1)$$

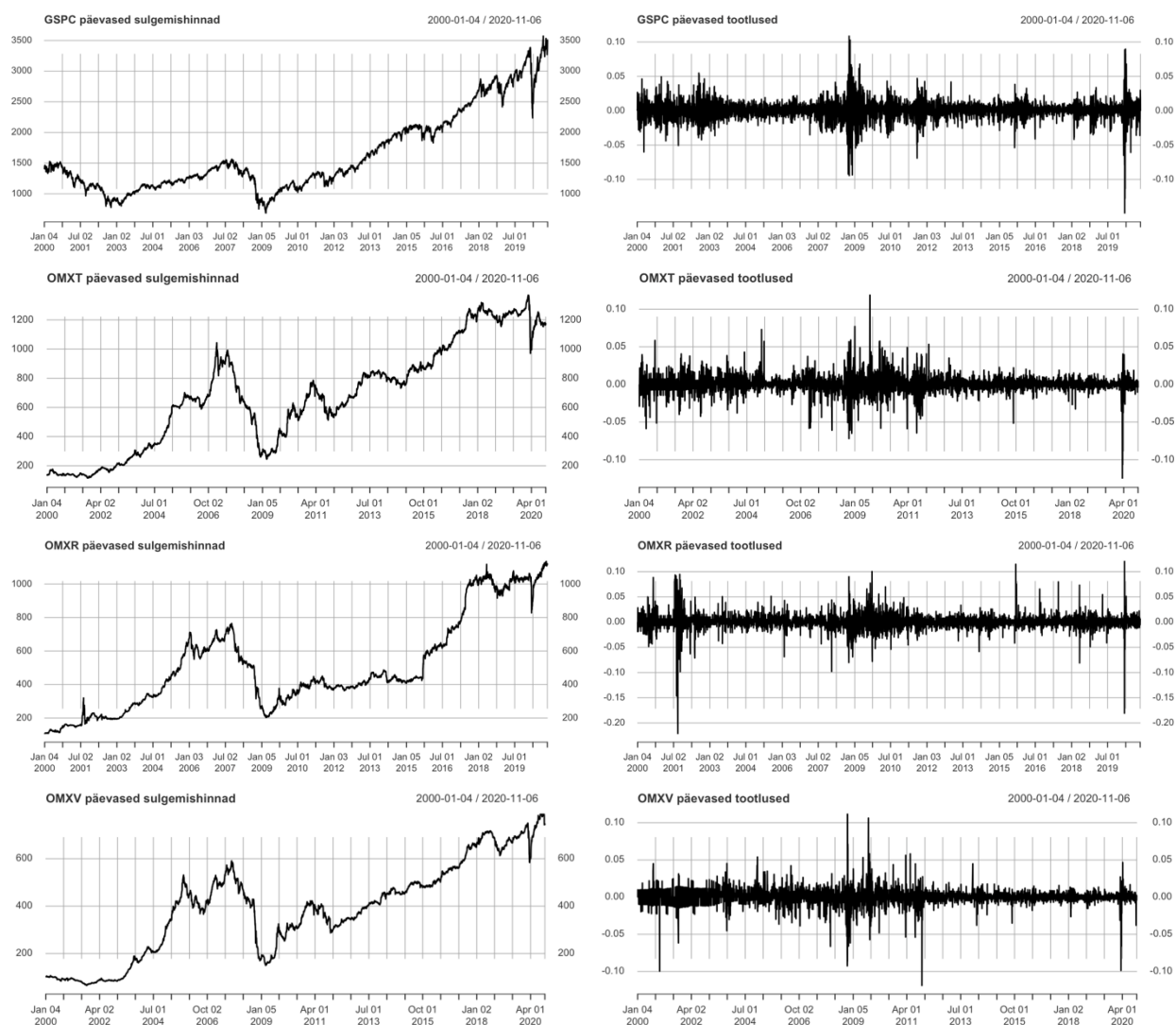
kus

p - indeksi väärtus ajahetkel t,

N – indeksi arv.

Tulemus on korrutatud 100-ga, et kirjeldada indeksi protsentuaalset tootlust. Kuna antud riikidel langevad rahvuspühad erinevatele päevadele, siis sarnaselt Engle ja Sheppardi (2001) uurimusele, on puudulike andmetega päevad aegridadest eemaldatud. Andmete analüüs ja modelleerimine viiakse läbi statistikatarkvaraga R ja RStudio ning kasutatakse „rmgarch“ ja „rugarch“ pakette.





Joonis 2. GSPC, FTSE, DAX, OMXT, OMXR ja OMXV päevased sulgemishinnad ja tootlused aastatel 2000-2020

Allikas: Autori arvutused Yahoo Finance ja Nasdaq OMX andmete põhjal

Joonisel 2 on näha käesolevas töös kasutatud indeksite päevaste sulgemishindade ajalooline dünaamika ja tootlused, millelt eristuvad selgelt 2000ndate alguses USAs aset leidnud terrorirünnakust ja dotcom kriisist tulenev hindade langus ja volatiilsuse suurenemine globaalsetel turgudel, Baltikumi puhul sarnast trendi hindades kinnitada ei saa ning volatiilsuse suurenemine on olnud ka pigem minimaalne. Lätis esines 2001. aastal nii hindades kui ka tootluse volatiilsuses oluline suurenemine, kuna riigi valitsus müüs märkimisväärse osa Latvias Gaze aktsiatest turuhinnast kolm korda kõrgema hinnaga. Jooniselt on näha, et peale 2000. aasta kriisi hakkasid kõik turud märgatavalt tõusma ning kulmineerusid USA kinnisvaramulli lõhkemisega 2008. aastal, kus tootluste volatiilsus suurenes ka tähelepanuväärselt. Samuti paistab silma, et aastal 2010 alguse saanud eurotsooni võlakriis avaldas tugevat mõju kõigile EL-i börsiindeksitele. Peale seda on

turud liikunud valdavalt tõusvas trendis kuni 2020 märtsis tekkinud koroonakriisini, mil leidis aset ajaloo kõige järsem finantsturgude langus. Tootluste volatiilsuse dünaamika on globaalsetel turgude ja Balti riikide puhul mõnevõrra erinev, kuna kõik negatiivsed šokid globaalsetel turgudel ei ole Balti turge sarnaselt mõjutanud. Täiendav kirjeldav statistika on välja toodud peatükis 4.1.

## 3.2. Mudeli eeldused

### 3.2.1. Statsionaarsus

Aegrea analüüsi peamiseks aluseks on selle statsionaarsus. Aegrida peetakse rangelt statsionaarseks, kui selle väärtuste jaotus ajalises nihkes ei muutu ning andmetes ei esine pikaajalist trendi, kuid antud tingimust on empiiriliselt väga keeruline tõestada. Sellest tulenevalt eeldatakse sageli, et aegrida on nõrgalt statsionaarne, mille puhul nii aegrea keskvärtus kui ka kovariatsioon on ajas muutumatud. (Tsay 2010) Aegrea statsionaarsus on oluline mitmel põhjusel, kuid üheks olulisemaks põhjuseks on see, et mittestatsionaarsete koefitsentide puhul ei vähene vealiikmete mõju aja möödudes ning šoki ajalooline mõju jääb püsima (Brooks 2014, 261).

Andmete statsionaarsust on võimalik määrata nii visuaalsel vaatlusel kui ka kasutades ühikjuure testi. Üheks levinumaks on Dickey-Fuller (DF) test, kuid seda saab kasutada vaid juhul, kui jääkliikmed  $u_t$  järgivad valge müra protsessi, täpsemalt selliselt, et jääkliikmete vahel puudub autokorrelatsioon, kuid modelleerimata sõltuvas muutujas ( $\Delta y_t$ ) esineb autokorrelatsioon. Laiendatud Dickey-Fuller (ADF) võimaldab aga testi kasutada ka kõrgemat järku autoregressiivse protsessi puhul (*Ibid.*, 343):

$$\Delta y_t = \psi y_t + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t \quad (3.2)$$

kus

$\alpha$  – parameeter,

$\psi$  – parameeter,

$u_t$  – jääkliige ajahetkel  $t$ .

Viitajad tasandavad sõltuvas muutujas esinevad dünaamilised struktuurid tagamaks autokorrelatsiooni puudumise jääkliimetes  $u_t$ , kuid see tõstatab omakorda probleemi, et kuidas leida optimaalne viitaegade arv (*Ibid.*, 344).



Phillips ja Perron (PP) on arendanud laiaulatuslikuma raamistiku ühikjuure mittestatsionaarsuse testimiseks, mis on oma olemuselt sarnane DF testile, kuid sisaldab täiendust, mis automaatselt lubab jääkliikmete autokorrelatsiooni. Nii PP kui DF testi tulemused on sageli samad ning sisaldavad ka sarnaseid piiranguid. (Brooks 2019, 346) Kõnealust testi on kasutanud ka So (2001) intressimäärade ja valuutakursside mõju kandumist hindavas uurimuses, põhjendades oma valikut juba eelpool nimetatud võimalusega jääkliikmetel omavahel korreleeruda ning olla heteroskedastiivsed.

Eelpool mainitud testide miinuseks on see, et nende selgitusvõime langeb kui andmetes esinevad struktuursed nihked. Selliste aegridade puhul ei suuda standardsed ühikjuure testid nullhüpooteesi tagasi lükata ning sageli võetakse vastu ebaõige alternatiivne hüpootees. Selle probleemi lahendamiseks on Perron välja töötanud PP testi edasiarenduse, mis võimaldab andmetes lubada struktuurset nihet. (Brooks 2019, 346)

### 3.2.2. Autokorrelatsioon

Autokorrelatsioon puudub kui tavapärase regressioonimudeli puhul eeldatakse, et vealiikmed on vastatstiku sõltumatud, kui antud eeldus ei pea paika, siis on tegemist autokorrelatsiooniga. Autokorrelatsioon ja statsionaarsus on omavahel tihedalt seotud. Autokorrelatsiooni puhul on perioodil  $t$  esinevad väärtused sõltuvad eelneva perioodi väärtustest. (Box *et al.* 2008, 25) Autokorrelatsiooni on võimalik testida visuaalselt korrelogrammi abil, mis annab ülevaate sellest kuidas autokorrelatsioonikordajate (ACF) või osalise autokorrelatsioonikordajate (PACF) väärtused sõltuvad viitajast ning võimaldab esile tuua tunnuse ajalise käitumise iseloomu (Enders 2015, 67).

Lisaks visuaalsele korrelatsiooni tuvastamisele, on võimalik autokorrelatsiooni testida Box-Pierce poolt loodud  $Q$  (ka Portmanteau) statistikuga (Tsay 2010, 32):

$$Q(m) = T \sum_{k=1}^m \rho_k^2 \quad (3.3)$$

kus

$\rho$  – korrelatsioonikoefitsient,

$T$  – vaatluste arv,

$m$  – vabadusastmete arv,

$k$  – viitaeg.

Ning samuti võimaldab korrelatsiooni tuvastada Box-Ljung statistik, mida üldjuhul peetakse sobivamaks väiksemate valimite korral (Tsay 2010, 32):

$$Q(m) = T(T + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\rho_k^2}{T - k} \quad (3.4)$$

kus

$\rho$  – korrelatsioonikoefitsient,

$T$  – vaatluste arv,

$m$  – vabadusastmete arv,

$k$  – viitaeg.

Nullhüpoteesi puhul on korrelatsioonikoefitsient igal ajahetkel võrdne nulliga ehk  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$ , kus genereeritavaks protsessiks on valge müra ning see on statsionaarne. Alternatiivse hüpoteesi puhul  $H_a: \rho \neq 0$  mõne  $i$  korral,  $i \in \{1, \dots, m\}$ . Eeldades, et aegrea väärtused on *iid* jada teatavate hetke tingimustega, saame öelda, et  $Q(m)$  on asümptootiliselt  $\chi^2$  jaotusega ja  $m$  vabadustastmete arvuga. (Tsay 2010, 32)

### 3.2.3. Normaaljaotus

Selleks, et mudeli parameetreid täpsemalt hinnata, on vaja välja selgitada juhuslike suuruste jaotus. Jääkliikmete jaotust on võimalik hinnata nii visuaalsel vaatlusel kui ka kasutades selleks teststatistikut. Statistikas kasutatakse asümmeetria ulatuse ja sabade paksuse kirjeldamiseks püstakuse (*kurtosis*) ja asümmeetriakordajat (*skewness*). Jarque-Bera on need kaks testi omavahel kombineerinud ning moodustanud sellest teststatistiku (Tsay 2010, 10):

$$\hat{S}(x) = \frac{1}{(T - 1)\hat{\delta}_x^3} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu}_x)^3 \quad (3.5)$$

$$\hat{K}(x) = \frac{1}{(T - 1)\hat{\delta}_x^4} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu}_x)^4 \quad (3.6)$$

$$JB = \frac{\hat{S}^2(r)}{6/T} + \frac{[\hat{K}(r) - 3]^2}{24/T} \quad (3.7)$$

kus

$\hat{S}(x)$  – valimi asümmeetriakordaja,

$\widehat{K}(x)$  – valimi püstakuse kordaja ehk ekstsess,  
 $\hat{\mu}$  – valimi keskmine,  
 $\hat{\delta}_x^2$  – valimi dispersioon.

Ekstsessi kordaja  $K(x)-3$  on normaaljaotuse korral võrdne 0-ga, positiivse ekstsessi kordajaga jaotust kirjeldatakse kui paksude sabadega jaotust ning negatiivse ekstsessi puhul on jaotus lame ning ilma sabadeta. Nullhüpoteesi  $H_0: \widehat{K}(x) - 3 = 0$  saab ümber lükata siis kui  $p$  väärtus on kriitilisest piirist madalam ja vastu saab võtta sisuka hüpoteesi  $H_a: \widehat{K}(x) - 3 \neq 0$ . Positiivse asümmeetria korral on jaotuse saba paremal, negatiivse jaotuse korral on saba vasakul ning sümmeetrilise jaotuse korral on asümmeetriakordaja 0. Sarnaselt ekstsessile saab hinnata asümmeetria kordajat, kus  $H_0: \widehat{S}(x) = 0$  ja  $H_a: \widehat{S}(x) \neq 0$ . JB statistiku puhul saab nullhüpoteesi normaaljaotusest ümber lükata kui  $p$  väärtus on olulisuse piirist madalam. (Tsay 2010, 10)

Üldjuhul ei allu finantsaegread normaaljaotusele ning sageli on nende asümptootiline jaotus ja püstakuse kordaja nullist erinevad, kus püstakuse kordaja on tavaliselt positiivne ehk  $K-3 > 0$  (Tsay 2010, 16). Sama tähelepaneku on välja toonud ka Bauwens *et al.* (2006) täpsustades fakti, et eriti ilmneb see päevaste ja nädalaste andmete puhul, kuna seal esineb liiga palju ekstreemseid väärtusi, et olla normaaljaotusega.

### 3.2.4. Heteroskedastiivsus

Heteroskedastiivsuse puhul on jääkliikmete dispersioonid ajas muutuvad, homoskedastiivsuse puhul eeldatakse aga jääkliikmete dispersioonide muutumatust ehk dispersioonid on konstantsed  $var(u_t) = \delta^2$ . Finantsaegridade puhul on homoskedastiivsuse nõude täitmine suhteliselt ebatõenäoline. (Brooks 2019, 392) ARCH efekti testimine tähendab tingliku heteroskedastiivsuse olemasolu kontrollimist jääkliikmete abil ning seda on võimalik teha kahe testiga. Esimene võimalus on jääkliikmetele rakendada Ljung-Box Q statistikut, kus nullhüpoteesi puhul on  $m$  viitaega jääkliikmete ACF korral võrdne nulliga. Teine on Engeli poolt välja töötatud *Lagrange Multiplier* (LM) test, mis on ekvivalentne tavalise F statistikuga testimaks  $\alpha_i = 0, (i = 1, \dots, m)$  lineaarses võrrandis (Tsay 2010, 114):

$$\alpha_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \alpha_{t-m}^2 + e_t, \quad t = m + 1, \dots, T \quad (3.8)$$

kus  
 $e_t$  – vealiige,  
 $m$  –eelnevalt määratletud positiivne täisarv,

$T$  – valimi suurus.

Nullhüpoteesi puhul  $H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_m = 0$ .  $F$  statistik leitakse järgnevalt (Tsay 2010, 114):

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(T - 2m - 1)} \quad (3.9)$$

$$SSR_0 = \sum_{t=m+1}^T (\alpha_t^2 - \hat{\omega})^2, \quad SSR_1 = \sum_{t=m+1}^T \hat{e}_t^2 \quad (3.10)$$

kus

$SSR$  – jääkliikmete ruutude summa (*sum of squared residuals*),

$\hat{\omega}$  – valimi jääkliikmete keskmine,

$\hat{e}$  – vähimruutudega jääkliikmed lineaarsest regressioonist (valem 3.8).

$F$  statistik on asümptootiliselt  $\chi^2$  jaotusega  $m$  vabadusastme arvuga. Nullhüpoteesi saab ümber lükata kui  $F > \chi_m^2(\alpha)$ , kus  $\chi_m^2(\alpha)$  on ülemine 100(1- $\alpha$ ) protsentiil või  $F$  statistiku  $p$  väärtus on  $\alpha$ -st väiksem. (*Ibid.*) Nullhüpoteesi kohaselt ei ole jääkliikmete ruutude viitajad nullist oluliselt erinevad ning kui teststatistiku väärtus on  $\chi^2$  jaotuse kriitilisest väärtusest suurem, saab nullhüpoteesi ümber lükata (Brooks 2019, 394).

### 3.2.5. Asümmeetria

Ühe stiliseeritud faktina finantsaegridade puhul on tõestatud nende andmete asümmeetrilised reaktsioonid hinnašokkidele ja uudiste tonaalsusele. Selleks, et saada kinnitust standardse GARCH mudeli piisavusest ja välistada vajadus EGARCH mudeli järele, testitakse aegridasid Engle and Ng asümmeetria testiga, mis on tuntud kui märgi ja suuruse kallutatuse testid (*sign and size bias tests*) (Brooks 2019, 405). Testi rakendatakse tavaliselt GARCH mudelis jääkliikmetele ning see baseerub regressioonvõrrandil (*Ibid.*, 405):

$$u_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + v_t \quad (3.11)$$

kus

$S$  – indikaator, mis omab väärtuseid 1 või 0,

$v_t$  – *iid* vealiige,

$u_t$  – aegrea väärtus,

$\phi$  – parameeter.

Kui  $\phi_1$  on statistiliselt oluline, siis saab kinnitada asümmeetrilise reaktsiooni hinnašokkidele ning kui  $\phi_2$  ja  $\phi_3$  on statistiliselt olulised, siis lisaks šoki tonaalsusele avaldab volatiilsusele mõju ka šoki suurus. Sellest lähtuvalt sõnastatakse hüpoteesid  $H_0$ : asümmeetrilist reaktsiooni ei eksisteeri ja  $H_1$ : asümmeetriline reaktsioon eksisteerib. (*Ibid.*, 406)

### 3.2.6. Varade vaheline korrelatsioon

Enne DCC mudeli rakendamist on soovituslik läbi viia mudelis kasutatavate varade vahelise tootluste korrelatsiooni test. Lineaarset varadevahelist sõltuvust testitakse Pearsoni korrelatsioonitestiga sarnaselt Jian *et al.* (2018) mitme muutujaga DCC mudeleid hõlmavas uurimusele.

Mudeli parsimoonilisust silmas pidades tasuks testida volatiilsuste vahelist konstantse korrelatsiooni hüpoteesi paikapidavust. Kui tootluste volatiilsuste vahel esineb konstantne korrelatsioon, on aegrea kirjeldamiseks piisav CCC mudel, mille korral tuleb hinnata ka vähem parameetreid, ajas muutuvate korrelatsioonide puhul tuleks liikuda DCC mudeli juurde. (Bauwens *et al.* 2006) Engle ja Sheppard (2001) pakkusid selleks puhuks välja konstantse korrelatsiooni testi, mille korral  $H_0: R_t = \bar{R} \forall t$  ehk korrelatsioon on konstantne ning  $H_1: vech(R_t) = vech(\bar{R}) + \beta_1^* vech(R_{t-1}) + \dots + \beta_p^* vech(R_{t-p})$  ehk korrelatsioon on ajas muutuv.

### 3.3. Mudeli spetsifikatsioon

Mitme muutujaga GARCH mudelid jaotatakse nende ülesehitusest lähtuvalt Bauwens *et al.* (2006) uurimusele toetudes kolme erinevasse rühma: 1) VEC, BEKK ja faktormudelid, mis on ühemõõtmelise GARCH mudeli otsene tõlgendus, 2) O-GARCH ja varjatud faktormudelid, mis on ühe muutujaga GARCH mudeli lineaarne kombinatsioon, 3) DCC, CCC, GDC ja koopula-GARCH mudelid, mis on üksikute GARCH mudelite mittelineaarne kombinatsioon ning lähtudes nende ülesehitusest ja toetudes Engle (2002) eeldusele, võimaldavad volatiilsust ja korrelatsiooni eraldi modelleerida.

GARCH mudeli identifitseerimine ja järkude määramine on oma olemuselt suhteliselt keeruline, kuid üldjuhul peetakse GARCH (1,1) mudelit piisavaks, et interpreteerida finantsaegridadele iseloomulikku käitumist, eelkõige volatiilsuse kuhjumist. Kirjanduses ei ole palju näiteid kõrgemat järku GARCH mudelitest, mida kinnitavad ka Teräsvirta (2010), Tsay (2010) ja Brooks

(2019, 397). Engle ja Patton (2007) on tootluste volatiilsuse hindamisel toetunud Schwarzzi informatsioonikriteeriumile ning leidnud samuti, et parim mudel antud protsessi kirjeldamiseks on GARCH (1,1).

Volatiilsusmudeli koostamisel on eelkõige vaja tuvastada tootluse mudel (näiteks ARMA), mis antud andmeridade dünaamikat kõige paremini kirjeldab ning seejärel kontrollida kas andmete jääkliikmete ruutudes esineb ARCH efekt (Tsay 2010, 113). Keskmiste ehk ARMA mudeli valikul tuleb olla äärmiselt täpne, kuna see mõjutab hiljem märgatavalt GARCH mudeli hinnanguid. Kindlasti peavad hinnatavad andmerekad olema omavahel järjestikku mittekorreleeruvad ehk jääkliikmetes ei tohi esineda autokorrelatsiooni, et sealt oleks võimalik tuletada adekvaatne tinglike dispersioonide mudel. (Enders 2015, 175)

Mudeli hindamise juures on kõige olulisemaks küsimuseks see, et kui hästi sobitub ta andmetega. Viitaegade lisamine mudelisse vähendab küll jääkliikmete ruutude summat, kuid kätkeb endas täiendavate koefitsientide hindamist ning vabadusastmete arvu kaotamist, muutes protsessi mahukamaks ja keerukamaks. Selleks, et tuvastada optimaalseim viitaegade arv, kus mudeli jääkliikmete ruutude summa on vähim ja samas antakse minimaalselt järele mudeli lihtsuse nõudes, on välja töötatud vastavad kriteeriumid. (Enders 2015, 69) Kaks kõige enamlevinud mudeli valiku kriteeriumi on Akaike Informatsioonikriteerium (AIC) ja Schwarz Bayesi Kriteerium (SBIC) (Brooks 2019, 270):

$$AIC = \ln(\hat{\delta}^2) + \frac{2k}{T} \quad (3.12)$$

$$SBIC = \ln(\hat{\delta}^2) + \frac{k}{T} \ln T \quad (3.13)$$

kus

$\hat{\delta}^2$  –jääkliikmete dispersioon,

$k$  –parameetrite arv,

$T$  – valimi suurus.

BIC kriteerium töötab paremini suuremate andmevalimite puhul ning AIC väiksemate valimite puhul. Kui mõlema kriteeriumi puhul osutub sobilikuks sama mudel, siis võib antud mudeli sobilikkuses kindel olla (Enders 2015, 69).

ARMA mudeli sobivate järkude määramiseks saab esialgse hinnangu saamiseks vaadata ACF ja PACF korrelogramme ning vaatluse põhjal saadud tulemusi on võimalik kinnitada kasutades selleks eelpool loetletud informatsioonikriteeriume, mille puhul vähima väärtusega mudel on sobilikum.

GARCH mudeli järkude määramiseks on Engle ja Sheppard (2001) kasutanud Akaike informatsioonikriteeriumit (AIC) ning Capiello *et al.* (2003) kasutatavad DCC mudeleid hõlmavas uurimuses Schwartzi informatsioonikriteeriumit (BIC). Käesolevas töös on kasutatud GARCH järkude määramiseks nii AIC-i kui ka BIC-i ning korrelatsioonimaatriksi hindamiseks eeldatakse DCC(1,1) piisavust.

### **3.4. Mudeli parameetrite hindamine**

Mitme muutujaga DCC mudelit, mille puhul leitakse tingliku korrelatsiooni parameetrid otse, hinnatakse kahes faasis – esimeses etapis ühe muutujaga GARCH mudeli hinnangud ja teises korrelatsiooni hinnang (Engle 2002).

Kuna GARCH mudeli puhul ei ole tegemist lineaarse mudeliga, ei saa parameetrite hindamiseks kasutada enamlevinud vähimruutude meetodit. Peamiseks ja kõige olulisemaks põhjuseks on see, et vähimruutude meetod minimeerib jääkliikmete ruutude summat, mis sõltub ainult tingliku keskvaertuse mudeli parameetritest ning ei ole mõjutatud tingliku dispersiooni mudeli parameetritest ning seega ei ole GARCH mudeli puhul vähimruutude meetod põhjendatud. Selleks kasutatakse antud mudelite puhul suurima tõepära meetodit, mille korral otsitakse parameetrite väärtuseid mis maksimeerivad logaritmitud tõepärafunktsiooni. (Brooks 2019, 398)

Peale üksikute GARCH mudelite hindamist saab edasi liikuda korrelatsiooni juurde. Korrelatsiooni dünaamika hindamiseks kasutatakse sisendina esimeses etapis hinnatud GARCH mudelite standardiseeritud jääkliikmeid (Capiello *et al.* 2003). Mitmemõõtmeliste GARCH mudelite puhul on kõige levinumaks parameetrite hindamise meetodiks samuti suurima tõepära meetod (ML), kuna see on oma olemuselt lihtne ning ideaaltingimustes heade omadustega ehk eeldades, et tingliku normaaljaotuse hüpotees kehtib (Soriano, Climent 2005). Suurima tõepärafunktsiooni saab defineerida kahes osas, kus esimene summeerib omavahel volatiilsuse osa ja teine korrelatsioonikomponendi (Engle 2002):

$$L(\theta, \phi) = L_v(\theta) + L_c(\theta, \phi) \quad (3.14)$$

Volatiilsuse osa funktsioonist leitakse järgneva valemiga (*Ibid.*):

$$L_v(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_t (n \log(2\pi) + \log|D_t|^2 + r_t' D_t^{-2} r_t) \quad (3.15)$$

Korrelatsiooni komponent leitakse järgnevalt (*Ibid.*):

$$L_c(\theta, \phi) = -\frac{1}{2} \sum_t (\log|R_t| + \varepsilon_t' R_t^{-1} \varepsilon_t - \varepsilon_t' \varepsilon_t) \quad (3.16)$$

kus

$\theta, \phi$  – parameetrid,

$\varepsilon_t$  – jääkliige,

$r_t$  – vara tootlus,

$D_t$  – üksikute volatiilsuste maatriks,

$R_t$  – tinglike korrelatsioonide maatriks.

Tõenäosusfunktsiooni volatiilsuse osa on antud valemi puhul üksikute GARCH mudeli tõenäosuste summa, mida maksimeeritakse ühiselt kuid samas maksimeerides iga üksikut tõenäosust samaaegselt eraldi. Teises osas hinnatakse korrelatsiooniparameetreid kasutades sisendeid esimesest etapist. (*Ibid*)

Kuigi ML on üks enamlevinud meetodeid GARCH mudeli hindamisel, on Bollerslev ja Wooldridge leidnud, et tingliku normaalsuse nõue on finantsaegridade puhul liiga piirav ning pakkusid lahendusena välja oma interpretatsiooni suurima tõepära meetodist (*Quasi-Maximum Likelihood* ehk QML), kus hinnatavad parameetrid on mõjusad isegi siis kui tegemist ei ole normaaljaotusega (Soriano, Climent 2005). Samuti kasutab So (2001) oma uurimuses Bollerslevi ja Wooldridge-i QMLE, kus robustsed standardhälbed on hinnatud arvestades jääkliikmete normaaljaotusele allumatust. Bauwens *et al.* (2006) toob oma uurimuses välja, et kui keskmiste ja dispersiooni mudelid on korrektselt määratud ning sealjuures normaalsuse nõue ei ole täidetud, siis on QMLE järgi parameetrite hinnangud ikkagi mõjusad ehk tootluste normaaljaotuse nõue ei ole kriitilise tähtsusega ning tingliku normaalsuse puudumisel omavad antud tulemused QMLE interpretatsiooni.



### 3.5. Mudeli diagnostika

Box ja Jenkins (2008) soovivad ARMA mudeli spetsifikatsiooni ja parameetrite adekvaatsuse hindamiseks liigsobitamise meetodit ja jääkliikmete diagnostikat. Selleks, et tabada andmete dünaamikat, kasutatakse mudeli liigsobitamise puhul tahtlikult ettenähtust kõrgemat järku mudelit. Kui esialgselt identifitseeritud mudel on adekvaatne, siis lisanduvad järgud ei avalda mudelile mõju ning on ebaolulised. Jääkliikmete diagnostika puhul kasutatakse ACF, PACF või Box-Ljung teste, et kindlaks teha kas seal esineb lineaarset sõltuvust. Kui jääkliikmetes esineb autokorrelatsioon, siis hinnatud mudel ei suuda tabada andmete tunnuseid ning mudel on ebaadekvaatne. (Brooks 2019, 270)

GARCH protsessi puhul saab mudeli kirjeldusvõimet hinnata testides standardiseeritud jääkliikmeid, kus korrektselt koostatud mudeli puhul moodustavad jääkliikmed *iid* juhuslike liikmete jada ehk valge müra ning ei sisalda autokorrelatsiooni. Sarnaselt ARMA mudelitele kontrollitakse keskmiste mudeli standardiseeritud jääkliikmeid ja volatiilsusmudeli standardiseeritud jääkliikmete ruutusid Ljung-Box statistikuga. Jääkliikmete normaaljaotuse eelduse kehtivuse kontrollimiseks vaadeldakse asümmeetriakordajat, püstakuse kordajat ja kvantiili (QQ) graafikuid. (Tsay 2010, 123). ARCH efekti kontrollimiseks kasutatakse peatükis 3.2.4 kirjeldatud Lagrange-i kordajat (LM).

Mitme muutujaga mudeli parameetrite adekvaatsuse ja järeldusvõime hindamisel on oluline see, et jääkliikmed moodustaksid valge müra keskväärtuse maatriksiga null, ei tohi esineda autokorrelatsiooni, konstantne dispersioon ja jääkliikmed peavad olema normaaljaotusega.

Autokorrelatsiooni testimiseks on arendatud mitmeid teste mis sobivad nii ühe kui mitme muutujaga mudelitele. Box-Pierce *goodness-of-fit* test ehk portmanteau statistik (Bauwens *et al.* 2006):

$$HM(M) = T^2 \sum_{j=1}^M (T-j)^{-1} \text{tr}\{C_Y^{-1}(0)C_Y(j)C_Y^{-1}(0)C'_Y(j)\}, \quad Y_t = \text{vech}(y_t y'_t) \quad (3.17)$$

kus

$T$  – vaatluste arv,

$C_Y(j)$  – valimi autokovariatsiooni maatriks,

$j$ - järk.

$HM(M)$  on asümptootiline hii ruut  $\chi^2(K^2M)$  jaotus kui kehtib nullhüpotees, et MGARCH efekti ei esine.  $H_0$ : mudel sobitub ja  $H_a$ : mudel ei sobitu.

Engle ja Sheppard (2001) pakuvad välja uue interpretatsiooni Lagrange-i kordajast, mis on kohandatud DCC mudelitele ning Bauwens *et al.* (2006) soovivad jääkliikmete diagnostikat, et tuvastada regressioonikoefitsientide statistiline olulisus. Käesolevas töös on standardiseeritud jääkliikmetele rakendatud portmanteau statistikut, ARCH LM ning jaotuse tuvastamiseks Jarque-Bera testi.

## 4. EMPIIRILISE UURINGU TULEMUSED

### 4.1. Andmed ja eelduste testimine

Joonisel 2 (vt lk 31) esitatud indeksite päevaste sulgemishindade korral ilmneb, et sulgemishindades esineb pikaajaline trend, mis viitab sellele, et antud andmete puhul ei saa keskmine olla ajas muutumatu ehk tegemist on mittestatsionaarse aegrega. Selleks, et indeksite andmeid oleks võimalik omavahel võrrelda ning tagatud oleks aegrea statsionaarsus, on leitud vastavate hindade logaritmitud tulumäärad.

Joonistel 2 parempoolses veerus kajastatud graafiku põhjal saab kinnitada mitmeid aegridadele omaseid stiliseeritud fakte. Lisaks visuaalselt tuvastatud statsionaarsusele võib joonisel täheldada ka volatiilsuse kuhjumist, mille puhul saab eristada suurema ja väiksema volatiilsusega perioode ning samuti tulumäära keskmisele taandumist, kus väärtused kõiguvad mingi normaalse taseme ümber. Antud karakteristikud kinnitavad veelkord vajadust käesolevate andmete analüüsimisel GARCH tüüpi mudelite kasutamise järele.

Lisaks joonisele 2 on võimalik statsionaarsuse määramiseks kasutada ka Phillips-Perroni (PP) ja laiendatud Dickey-Fuller (ADF) teste, mille tulemused on leitavad alljärgnevas tabelis.

Tabel 1. Ühikjuure testid statsionaarsuse tuvastamiseks

	<i>OMXT</i>	<i>OMXR</i>	<i>OMXV</i>	<i>GSPC</i>	<i>DAX</i>	<i>FTSE</i>
PP	-4885,7	-5009,9	-5130,6	-5347,4	-4868,3	-4782,7
<i>p</i> -väärtus	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
ADF	-14,9	-16,6	-12,5	-16,9	-16,8	-17,6
<i>p</i> -väärtus	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Allikas: Autori arvutused

Tabelis 1 toodud testi tulemused kinnitavad aegridade statsionaarsust ning vastu saab võtta sisuka hüpoteesi, mille puhul teststatistiku väärtus on kriitilistest piiridest väljas ning statistiline olulisus ei ületa olulisusnivood 5%.

Tabelis 2 on kajastatud lisaks visuaalsele ülevaatele tootluste kirjeldav statistika, mis aitab veelgi enam mõista andmete omadusi ning teha järeldusi mudeli eelduste täitmisel. Kõikide indeksite tootluste keskväärtused on ligilähedased nullile (FTSE puhul negatiivne) ning maksimum ja miinimum on enamikel turgudel üsna sarnased, välja arvatud OMXR puhul, kus miinimum on teiste turgudega võrreldes oluliselt madalam. Suurem tootluse kõikumise amplituut avaldub ka kõrgemas dispersioonis, mis OMXR puhul on 2,1208. Kõige kõrgema dispersiooniga on DAX (2,4105), mis viitab teiste indeksitega võrreldes suuremale hulga ekstreemsetele väärtustele vaatluse all oleva perioodi jooksul. Kõige väiksema dispersiooniga antud indeksite hulgas on OMXV (1,0619).

Tabel 2. Kirjeldav statistika indeksite päevaste tootluste kohta aastatel 2000-2020

	<i>OMXT</i>	<i>OMXR</i>	<i>OMXV</i>	<i>GSPC</i>	<i>DAX</i>	<i>FTSE</i>
<b>Aritmeetiline keskmine</b>	0,0004	0,0005	0,0004	0,0002	0,0001	0,0000
<b>Standardviga</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>Valimi standardhälve</b>	0,0109	0,0146	0,0103	0,0130	0,0155	0,0124
<b>Valimi dispersioon</b>	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
<b>Püstakuse kordaja</b>	14,38	29,53	21,12	13,11	5,88	8,33
<b>Asümmeetriakordaja</b>	-0,40	-0,40	-0,72	-0,64	-0,22	-0,36
<b>Miinimum</b>	-0,13	-0,13	-0,12	-0,15	-0,13	-0,13
<b>Maksimum</b>	0,12	0,22	0,11	0,11	0,11	0,09
<b>Vaatluste arv</b>	4945	4945	4945	4945	4945	4945
<b>Jarque-Bera statistik</b>	42791	181032	92402	35802	7169	14407
<b>P väärtus</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Allikas: Autori arvutused

Tootluste jaotuse hindamiseks kasutatakse Jarque-Bera testi, mille tulemuste põhjal saab nullhüpoteesi logaritmitud tootluste normaaljaotuse kohta ümber lükata ning samuti kinnitab seda püstakuse kordaja, mille väärtus on normaaljaotuse korral 3 ning asümmeetriakordaja, kus normaalsuse puhul  $A=0$  (Tabel 1). Tabelis 1 selgub, et kõikide indeksite tootluste puhul saab normaaljaotuse välistada, mis omakorda saab kinnitust ka visuaalsel histogrammide vaatlusel (lisa 1, kus sinine joon graafikul tähistab normaaljaotust).

Bollerselv (1986) tõestab oma uurimuses, et GARCH protsessi puhul on püstakuse kordaja nullist suurem ehk tegemist on positiivse ekstsessiga jaotusega, mis õigustab veelgi konkreetse mudeli kasutust antud aegridade puhul. Bauwens *et al.* (2006) on välja toonud, et kui aegrea väärtused on pikkade sabadega, siis on mõistlik vaatluse alla võtta Studenti jaotus ning kui lisandub veel tootluste asümmeetria, siis kasutada asümmeetrilist (*skew*)-Studenti jaotust. Uuringud näitavad, et

viimane asümmeetriline Studenti jaotus parandab VaR prognoosi kvaliteeti (*Ibid.*). Tulenevalt käesoleva töö andmetest lähtutakse antud uurimuses Studenti jaotusest.

Lisas 2 on näha indeksite tootluste histogrammid, mille alusel võib järeldada, et kõikide indeksite tootluste puhul esineb autokorrelatsioon ning vastu saab võtta sisuka hüpoteesi. Kui autokorrelatsiooni väärtus ületab kriitilise piiri, siis saab nullhüpoteesi tagasi lükata 5% olulisuse juures. (Brooks 2014, 255) Graafikutelt ilmneb, et aegread on tugevalt korreleeritud üsna kõrge järguni ning vähenevad väga aeglaselt nullini, viidates andmete pikale mälule. Lisaks korrelogrammidele on autokorrelatsiooni võimalik tuvastada ka Box-Ljung statistikuga, mille tulemused on esitatud alljärgnevas tabelis 3.

Tabel 3. Box-Ljung Q statistiku väärtused

Järgud	OMXT	OMXR	OMXV	GSPC	DAX	FTSE
1	83,8 (0,00)	0,02 (0,90)	61,5 (0,00)	71,4 (0,00)	0,87 (0,35)	6,9 (0,00)
2	112,4 (0,00)	16,9 (0,00)	87,2 (0,00)	74,3 (0,00)	0,87 (0,65)	13,0 (0,00)
3	116,1 (0,00)	21,6 (0,00)	97,6 (0,00)	83,2 (0,00)	3,18 (0,37)	22,7 (0,00)
4	118,31 (0,00)	46,4 (0,00)	101,7 (0,00)	88,9 (0,00)	10,4 (0,03)	30,0 (0,00)
5	134,8 (0,00)	77,6 (0,00)	102,8 (0,00)	104,2 (0,00)	22,8 (0,00)	40,5 (0,00)

Allikas: Autori arvutused

Kõikide indeksite, peale DAX ja OMXR, esineb tugev autokorrelatsioon alates 1. järgust. OMXR puhul esineb autokorrelatsioon 2. järku viitaegades ning DAX puhul sõltuvad vaatluse väärtused 5. järku viitaegadest.

## 4.2. Volatiilsusmudelite hindamine

Volatiilsusmudeli hindamisel on eelkõige vaja tuvastada tootluse mudel, mis antud andmeridade dünaamikat kõige paremini kirjeldab ning seejärel kontrollida, kas andmete jääkliikmete ruutudes esineb ARCH efekt (Tsay 2010).

ARMA mudeli järkude valikul on autor toetunud parameetrite statistilisele olulisusele, informatsioonikriteeriumitele ning jääkliikmete analüüsile (lisa 3), mille tulemusel leitakse, et OMXT puhul on ARMA(1,3), OMXR ARMA(2,2), OMXV ARMA(1,2), GSPC ARMA(1,3), FTSE ARMA(1,1) ja DAX puhul ARMA(2,3) kõige sobivamaks mudeliks. Kuigi mudelite modelleerimisel jääb jääkliikmetesse siiski mõningane autokorrelatsioon, on edasiseks

modelleerimiseks kasutatud vähima korrelatsiooniga mudeleid (lisa 3, 4 ja 5). Q statistiku  $p$ -väärtused valitud mudelitele on esitatud tabelis 4.

Tabel 4. Box-Pierce Q statistiku  $p$  väärtused

Järgud	Mudel	1	5	10	15	20	25
OMXT	ARMA(1,3)	0,9731	0,3100	0,0387	0,0815	0,0000	0,0000
OMXR	ARMA(2,2)	0,1412	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
OMXV	ARMA(1,2)	0,9591	0,0000	0,0565	0,0000	0,0000	0,0000
GSPC	ARMA(1,3)	0,9769	0,1175	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
DAX	ARMA(2,3)	0,9873	0,4339	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FTSE	ARMA(1,1)	0,8140	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Allikas: Autori arvutused statistikatarkvaraga R

Tabelist 4 on näha, et OMXT puhul esineb autokorrelatsioon alles 20. järku viitaegades, kuid OMXR, OMXV ja FTSE korral on autokorrelatsioon juba ARMA mudeli jääkliikmete madalamates järkudes. Kuna töö põhiülesandeks on kirjeldada indeksite vahelist korrelatsiooni, mitte täiuslikult modelleerida tootluste ARMA protsessi, siis peab töö autor antud mudeleid piisavaks.

Järgmiseks sammuks GARCH mudeli koostamisel on ARCH efekti testimine, et kinnitada vajadust GARCH mudelite järele. Toetudes ARCH LM testi tulemustele võime nullhüpoteesi kõikide aegridade mudeli jääkliikmete osas ARCH efekti puudumisest ümber lükata ning vastu saab võtta alternatiivse hüpoteesi ARCH efekti olemasolu kohta (Tabel 5).

Tabel 5. ARCH LM testi tulemused

ARCH LM test	OMXT	OMXR	OMXV	GSPC	DAX	FTSE
Chi-ruut	514,79	1042,30	797,95	1488,70	855,03	1038,10
$p$ -väärtus	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Allikas: Autori arvutused statistikatarkvaraga R

Sarnaselt Engle ja Sheppard'ile (2001) ja Capiello *et al.* (2003) kasutatakse GARCH mudeli järkude määramiseks Akaike (AIC) ning Schwartzi informatsioonikriteeriumeid (BIC). Kuigi varasemates empiirilistes uurimustes on korduvalt välja toodud, et GARCH(1,1) on piisav finantsaegridade hindamisel, viitavad AIC ja BIC käesolevas töös kasutatud aegridade puhul kõrgemat järku GARCH mudelitele (lisa 6 ja lisa 7). Sobivaimaks osutunud GARCH mudelite parameetrite hinnangud on esitatud alljärgnevas tabelis 6.

Tabel 6. GARCH mudeli parameetrite hinnangud

Parameeter	OMXT		OMXR		OMXV		GSPC		DAX		FTSE	
	Koefitsent	<i>p</i> väärtus	Koefitsent	<i>p</i> väärtus	Koefitsent	<i>p</i> väärtus	Koefitsent	<i>p</i> väärtus	Koefitsent	<i>p</i> väärtus	Koefitsent	<i>p</i> väärtus
mu	0,03827	0,00231	0,04127	0,00049	0,04336	0,00075	0,07818	0,00000	0,07854	0,00000	0,04300	0,00000
ar1	0,95712	0,00000	1,09545	0,00000	0,96985	0,00000	0,86600	0,00000	-1,31288	0,00000	0,91897	0,00000
ar2	-	-	-0,16720	0,00000	-	-	-	-	-0,74780	0,00009	-	-
ma1	-0,89527	0,00000	-1,23101	0,00000	-0,94556	0,00000	-0,93817	0,00000	1,30000	0,00000	-0,94788	0,00000
ma2	-0,03035	0,02897	0,30763	0,00000	-0,00216	0,84406	0,03453	0,10658	0,71787	0,00021	-	-
ma3	-0,00814	0,54938	-	-	-	-	0,00307	0,84878	-0,03250	0,03095	-	-
omega	0,01718	0,00001	0,08200	0,00000	0,02259	0,00000	0,02024	0,00001	0,02673	0,00006	0,01783	0,00001
alfa1	0,17220	0,00000	0,20829	0,00000	0,20437	0,00000	0,05782	0,00047	0,02525	0,08567	0,10964	0,00000
alfa2	-	-	-	-	-	-	0,09456	0,00004	0,08395	0,00001	-	-
beeta1	0,51715	0,00000	0,40782	0,00005	0,41855	0,00000	0,84622	0,00000	0,88358	0,00000	0,88050	0,00000
beeta2	0,30965	0,00138	0,36085	0,00008	0,37608	0,00000	-	-	-	-	-	-

Allikas: Autori arvutused statistikatarkvaraga R

Tabelist ilmneb, et kõik volatiilsusmudeli parameetrid on statistiliselt olulised, kuid tootluste mudelis esineb üksikuid statistiliselt ebaolulisi parameetrite väärtuseid. Balti indeksite alfa on võrreldes globaalsete turgudega suurem ning beeta puhul esineb vastupidine seos, kus beeta on üldiselt suurem rahvusvahelistel turgudel. Sarnaselt eelnevalt välja toodud kirjeldavale statistikale, on antud juhul OMXT rahvusvaheliste turgudega kõige lähedasem ning OMXR ja OMXV sarnanevad rohkem üksteisele kui globaalsetele turgudele. GARCH mudeli puhul on  $\alpha$  ARCH protsessi osa, mis kajastab väliste šokkide lühiajalist mõju volatiilsusele ja  $\beta$  ehk GARCH efekt mõõdab šokkide pikaajalist püsivust (Panda, Nanda 2018). Seega omab lühiajaline šokkide mõju Balti indeksite puhul suuremat tähtsust kui arenenud turgudel ning šokkide püsivus ei ole nii tugev kui globaalsetel turgudel üldiselt.

Selleks, et välja selgitada kas negatiivsete ja positiivsete šokkide mõju volatiilsusele avaldub erinevalt, viiakse läbi Engle-Ng asümmeetria test, mille tulemused on leitavad alljärgnevas tabelis 7.

Tabel 7. Engle-Ng asümmeetria testi tulemused

	OMXT	OMXR	OMXV	GSPC	DAX	FTSE
Statistik	3,8999	0,3711	0,2800	34,9960	51,1170	38,3330
<i>p</i> väärtus	0,2725	0,9461	0,9637	0,0000	0,0000	0,0000

Allikas: Autori arvutused statistikatarkvaraga R

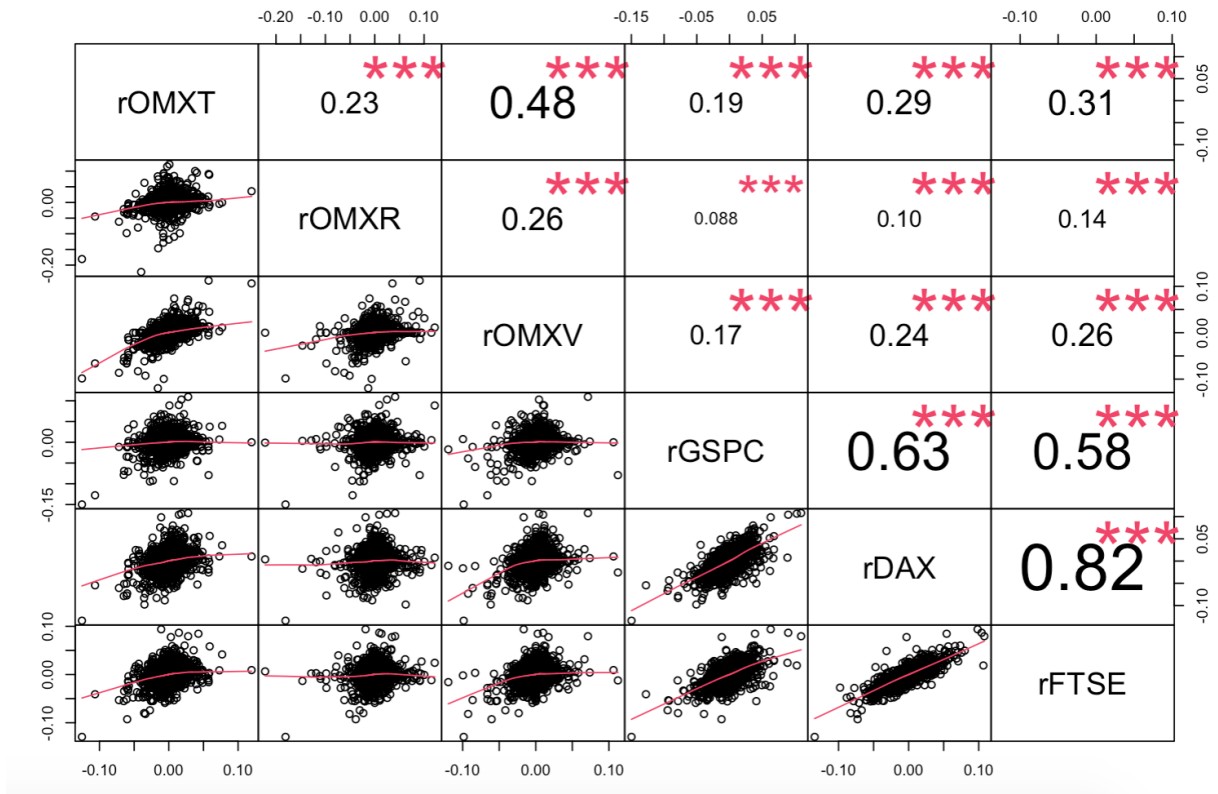
Baltikumi indeksite puhul ei saa perioodil 2000-2020 kinnitada asümmeetrilist reaktsiooni hinnašokkidele, kuna Engle-Ng testi tulemused ei ole statistiliselt olulised ning kinnitada saab nullhüpoteesi. Küll aga reageerivad globaalsed turud erinevalt positiivsetele ja negatiivsetele šokkidele.

Balti riikide puhul on hinnatud mudelite standardiseeritud jääkliikmetes jätkuvalt alles autokorrelatsioon ning mitte ühegi mudeli puhul ei ole standardiseeritud jääkliikmed normaaljaotusega, küll on aga kõikide mudelite korral edukalt modelleeritud standardiseeritud jääkliikmete ruutude autokorrelatsioon ja heteroskedastiivsus (lisa 7). Sarnasele järeldusele on jõutud ka teistes Baltikumi aktsiaindeksite volatiilsust hõlmavates uurimustöodes. Guštšak (2015) modelleeris Balti aktsiaindeksite volatiilsust perioodil 2000-2014 ning leidis, et EGARCH (2,1) on OMXT kirjeldamiseks kõige sobilikum mudel, GARCH(2,1) sobib OMXR kirjeldamiseks ning GARCH(2,2) Vilniuse börsil. Kuid toob välja, et Tallinna börsi puhul ei olnud EGARCH mudeli täpsus standardsest GARCH mudelist oluliselt parem. Kuigi tal õnnestus autokorrelatsiooni paremini modelleerida kui käesolevas töös (autokorrelatsioon avaldus kõrgetes järkudes), tuleb silmas pidada, et vaatluse all oli ka lühem periood. Sarnaselt käesoleva töö tulemustele ei järginud mitte ühegi mudeli jääkliikmed normaaljaotust, kuid edukalt modelleeriti heteroskedastiivsust. Sögel (2020) jõuab oma uurimuses, mis käsitleb samuti Balti indekseid volatiilsuse modelleerimist GARCH tüüpi mudelitega perioodidel vahemikus jaanuar 2000-2020, samale normaaljaotust puudutavale järeldusele, kuid ei kinnita parimaks osutunud mudelite puhul autokorrelatsiooni ja heteroskedastiivsuse puudumist. Ta leiab, et mõningate perioodide puhul on turgude volatiilsuse kirjeldamiseks parimateks mudeliteks EGARCH ja GJR-GARCH mudelid, kuid antud uurimuses see kinnitust ei saa, kuna asümmeetria test seda ei kinnita.

### **4.3. Volatiilsuse korrelatsioonimudeli koostamine**

Enne korrelatsioonimudeli koostamist on mõistlik kontrollida kas varade tootluste vahel üldse esinevad statistiliselt olulised seosed. Alljärgnevalt jooniselt on näha, et kõikide varade puhul on korrelatsioon esindatud, kuid kõige tugevam korrelatsioon on DAX ja FTSE ning üldiselt globaalsete turgude vahel. Balti indeksitest esinevad suurimad korrelatsioonid Tallinna ja Vilniuse vahel ning mõlemad omavad lisaks olulist seost Frankfurdi ja Londoni börsiindeksitega. Kõige vähimat mõju teistelt turgudelt omab Riia börsiindeks, mida ilmselt põhjustavad indeksisse kuuluvad aktsiad ja sellest tulenevalt turu likviidsus. Sarnast seost kinnitavad ka varasemad uurimused.





Joonis 3. Indeksite tootluste vaheline korrelatsioon

Allikas: Autori arvutused

Engle ja Sheppardi (2001) konstantse korrelatsiooni testi tulemuse (statistiku väärtus=8,19 ja p-väärtus=0,017) põhjal saab nullhüpooteesi konstantse korrelatsiooni kohta ümber lükata ning vastu saab võtta alternatiivse hüpooteesi, mille korral tootluste vaheline korrelatsioon on ajas muutuv. Kuna kõikide varade tootluste puhul eksisteerib korrelatsioon ning tootluste vaheline korrelatsioon ei ole konstantne, on võimalik liikuda DCC mudeli parameetrite hindamise juurde. Mudeli tulemused on välja toodud lisa 8 ning lisa 9 on esitatud graafikud tingliku korrelatsiooni dünaamika kohta kõikide indeksite paaride vahel. Alljärgnevas tabelis 8 on esitatud DCC mudeli standardiseeritud jääkliikmete diagnostika.

Tabel 8. DCC mudeli standardiseeritud jääkliikmete diagnostika

	OMXT		OMXR		OMXV		GSPC		DAX		FTSE	
	Statistik	p väärtus	Statistik	p väärtus	Statistik	p väärtus	Statistik	p väärtus	Statistik	p väärtus	Statistik	p väärtus
<b>Box-Pierce</b>												
Q(1)	1,6215	0,2029	0,9866	0,3206	1,3941	0,2377	54,0310	0,0000	4,5512	0,0329	8,7783	0,0030
Q(5)	4,6522	0,4598	11,8220	0,0373	5,5161	0,3562	56,8810	0,0000	10,5330	0,0615	13,1460	0,0221
Q(10)	9,7482	0,4629	18,2660	0,0506	8,0921	0,6198	60,5920	0,0000	17,7630	0,0591	27,5410	0,0021
Q(20)	15,7490	0,7321	28,4000	0,1003	18,1530	0,5773	70,4350	0,0000	25,1110	0,1972	38,4390	0,0078
<b>ARCH LM</b>	15,4590	0,2173	13,2840	0,3488	4,5034	0,9725	15,9140	0,1952	64,2440	0,0000	15,6230	0,2091
<b>Jarque-Bera</b>	6168	0,0000	33513	0,0000	75625	0,0000	3003	0,0000	1072	0,0000	450	0,0000

Allikas: Autori arvutused statistikatarkvaraga R

Testid on läbi viidud DCC mudelist saadud üksikute varade standardiseeritud jääkliikmetega, kuna mitme muutujaga mudelitele ei ole olemas väga palju teste mudeli adekvaatsuse hindamiseks. Sarnaselt üksikutele GARCH mudelitele, jääb DCC mudeli standardiseeritud jääkliikmetesse peale modelleerimist mõningane autokorrelatsioon (globaalsete turgude puhul), lisaks ei allu jääkliikmed normaaljaotusele, aga parameetrid on QMLE interpretatsiooni järgi siiski mõjusad. Lisas 8 esitatud DCC mudeli parameetrid on valdavalt statistiliselt olulised, vaid üksikute hinnangute puhul on p väärtus kriitilistest piiridest väljas. Antud juhul kinnitab seda ka tabelis 8 välja toodud ARCH LM testi tulemus DAX kohta, mis viidab ARCH efekti olemasolule mudeli jääkliikmetes. Ühised (*joint*) DCC mudeli alfa ja beeta on statistiliselt olulised 1% juures, mis kinnitab veelgi tinglike korrelatsioonide dünaamilisust ja samas lubab eeldada ka DCC mudeli adekvaatsust.

Tabel 9. Volatiilsuste vahelised keskmised korrelatsioonid perioodil 2000-2020

	OMXT	OMXR	OMXV	GSPC	DAX	FTSE
OMXT	1,00000					
OMXR	0,19476	1,00000				
OMXV	0,33452	0,20978	1,00000			
GSPC	0,16610	0,08514	0,15773	1,00000		
DAX	0,25485	0,11789	0,20957	0,61882	1,00000	
FTSE	0,25075	0,12938	0,20890	0,57184	0,79422	1,00000

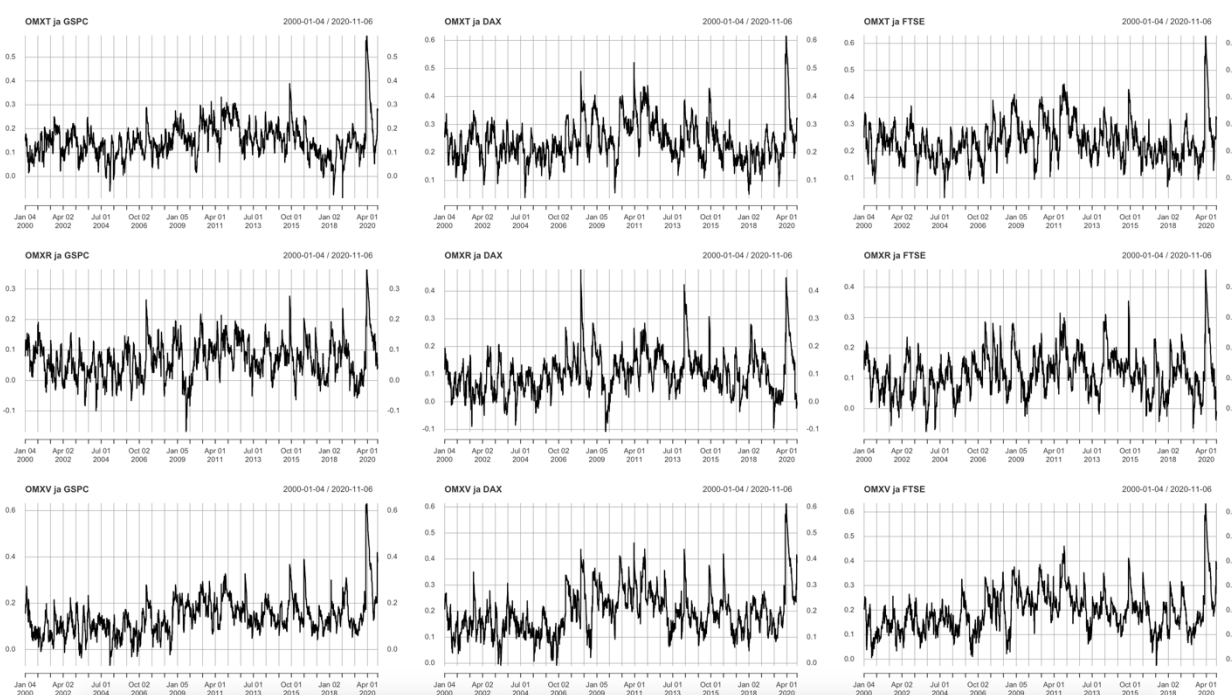
Allikas: Autori arvutused statistikatarkvaraga R

Tabelis 9 välja toodud keskmised dünaamilised tinglikud korrelatsioonid on kõikide indeksite paaride puhul statistiliselt olulised, mida lubab eeldada DCC mudeli parameetrite statistiline olulisus. Kõikide varade volatiilsuste puhul eksisteerib positiivne korrelatsioon ehk varade ühise muutumise suund on sama. Sarnaselt tootlustele on kõige tugevamad seosed globaalsete turgude volatiilsuste vahel ning Balti riikidel valdavalt omavahel (punane tähistab tugevat seost ja roheline väga nõrka). Kuigi Tallinna börs omab rahvusvaheliste indeksitega suurimat korrelatsiooni, on see seos siiski pigem nõrk. Kõige tugevam korrelatsioon eksisteerib Tallinna indeksil Frankfurdi ja Londoni börsiindeksitega, mille korral koefitsiendid on mõlemal juhul 0,25 ning S&P 500 omab OMXT-le üldiselt kõige vähem mõju jäädes 0,17 tasemele. Kõige vähem on muudatuste suhtes tundlik Riia börsiindeksite tootluste volatiilsus, eriti S&P 500 korral, kus korrelatsioonikoefitsient on ainult 0,09. DAX ja FTSE omavad võrreldes USA-ga Riia börsiga mõnevõrra tugevamat seost, mille korral OMXR ja DAX omavaheline korrelatsioonikoefitsient on 0,12 ja FTSE puhul 0,13. Sama seost DAX ja OMXR vahel on täheldanud ka Meluzin *et al.* (2016). Vilniuse börsiindeks omab sarnast korrelatsioonide vahekorda kui OMXT, kuid koefitsiendid jäävad mõnevõrra

madalamale tasemele, kus nii DAX kui ka FTSE puhul on koefitsiendi väärtus 0,21 ning GSPC omab kõige vähem mõju jäädes 0,16 juurde. Tabelist selgub ka, et DAX ja FTSE avaldavad Balti turgudele USA indeksist suuremat mõju, kuid see on üldiselt marginaalne. S&P 500 omab Balti indeksitega kõige madalamat keskmist korrelatsiooni, Riia börsiga peaaegu olematut, aga tulenevalt FTSE ja DAX üsna tugevast seotusest USA börsiga võib eeldada, et GSPC mõju Balti indeksitele on kaudne.

Alljärgnevas tabelis 9 on esitatud Balti riikide börsiindeksite ja rahvusvaheliste börsiindeksite omavahelised dünaamilised tinglikud korrelatsioonid (kõik DCC graafikud on esitatud lisan 9).

Tabel 9. Dünaamilised tingliku korrelatsiooni graafikud perioodil 2000-2020



Allikas: Autori arvutused statistikatarkvaraga R

Tabelis 9 esitatud dünaamilise tingliku korrelatsiooni graafikutelt selgub, et turgudevahelised korrelatsioonid on aja jooksul väga varieeruvad ja suurenevad kriisiperioodidel ning vähenevad stabiilsetel aegadel. Sarnasele järeldusele on jõutud ka mitmes teises empiirilises uurimuses, näiteks nagu Kuusk *et al.* (2011), Harkmann (2014), Kregzde (2018) jt. Tallinna börsi ja globaalsete turgude korrelatsioonis on kõigi kolme globaalse turu puhul suhteliselt sarnane muster, kus kriisiperioodidel korrelatsioon suureneb ning stabiilsetel langeb. OMXT graafikutelt saab tinglikult eristada kolme kõrgema korrelatsiooniga perioodi, mis langevad suures osas kokku perioodiga, mil tootluste volatiilsused olid suuremad. On näha, et aastatel 2000-2004 esineb

tugevam korrelatsioon globaalsete turgudega, mis peale kriisi taas madalamale tasemele liigub. Samuti ilmneb, et 2008. aasta kriis ja sellele järgnenud võlakriis Euroopas suurendasid lühiajaliselt omavahelist korrelatsiooni ning seda kõikidel Balti riikide börsidel. Eriti tugev korrelatsioon esineb koroonakriisi ajal, kus koefitsiendid ületavad kohati 0,6 piiri, kuid jäävad jätkuvalt globaalsete turgude omavaheliste korrelatsioonidega võrreldes madalamaks (näiteks DAX ja FTSE puhul tõuseb korrelatsioon üle 0,9, vt lisa 9). Kuigi Tallinna börs on kõige tugevamas korrelatsioonis globaalsete turgudega, jääb see siiski üsna nõrgaks seoseks võrreldes arenenud turgude omavahelise korrelatsiooniga. Tallinna börsil on kõige tugevam seos Vilniuse börsiga, eriti paistab see silma 2008. aastal aset leidnud finantskriisi ajal (lisa 9). Samuti on joonistelt näha, et Riia börsi puhul on mõju teistelt turgudelt minimaalne, kõige tugevam seos esineb Tallinna börsiga, mis ilmneb ka keskmiste dünaamiliste korrelatsioonide tabelis 8. OMXR ja globaalsete turgude puhul tõuseb korrelatsioon kohati 0,3-ni, mis viitab pigem väga nõrgale seosele (koroonakriisi ajal on korrelatsioon kõrgeim ning tõuseb 0,5-ni). Vilniuse börsi puhul võib täheldada pikaajalist trendi korrelatsiooni tugevnemisel globaalsete turgudega, kuid teiste Balti indeksiite puhul ei saa väita, et üleüldine maailma globaliseerumise kasv volatiilsusevahelist korrelatsiooni aja jooksul suurendanud on. Kui Tallinna börsi korrelatsioon väheneb peale 2008. aasta finantskriisi, siis Vilniuse börsil on näha kuidas DCC tõuseb selgelt kriisiperioodil ning jääb ka edaspidi mõnevõrra kõrgemale tasemele.

#### **4.4. Järeldused**

Käesoleva töö eesmärgiks oli välja selgitada kuidas reageerivad Balti börsindeksiite tootluste volatiilsused muudatustele globaalsetel finantsturgudel, mil määral on turud omavahel seotud ja kas volatiilsus kandub turgude vahel edasi. Eesmärgi täitmiseks tõstatati uurimisküsimused, millele töö käigus vastused otsiti ning selleks kasutati DCC-GARCH mudelit. Olenemata sellest, et mudeli standardiseeritud jääkliikmetesse jäi osaliselt alles autokorrelatsioon, võib DCC alfa ja beeta statistilisele olulisusele tuginedes eeldada, et mudel on piisav kirjeldamiseks uurimuses käsitletud varadevahelist dünaamilist korrelatsiooni. Hung (2019) toob samuti oma uurimuses välja ning viitab ka teistele sarnaste järeldustega töödele, et kuigi mudeli adekvaatsuse hindamisel esineb mõningaid probleeme, siis võib dünaamilisi tinglikke korrelatsioone siiski mõjusaks lugeda.

Tootluste volatiilsuse graafikutelt joonisel 2 (vt lk 31) ilmneb, et tootlused on kriisiperioodidel oluliselt volatiilsemad. Kui globaalsete turgude puhul saab eristada 5 peamist suurema volatiilsuse kuhjumisega perioodi, siis Balti riikide puhul ei ole võimalik peale 2008. aasta finantskriisi ja koroonakriisi selgelt konkreetseid perioode eristada. Mõningast volatiilsuse suurenemist ja kuhjumist saab täheldada OMXT ja OMXV puhul ka eurotsooni võlakriisi ajal ning Tallinna börsil paistab silma ka üleüldine suurem volatiilsus aastatel 2000-2004. Tootluste volatiilsuse dünaamika on globaalsetel turgude ja Balti riikide puhul pisut erinev ning saab järeldada, et šokid globaalsetel turgudel ei ole Balti turge sarnaselt mõjutanud.

Kõigi Balti börsiindeksite puhul on hinnašokkide pikaajaline mõju madalam kui globaalsete ja rohkem likviidsemate turgude puhul ehk volatiilsus ei ole nii püsiv, millele viitab ka oluliselt madalam  $\beta$  (tabel 6) ning võrreldes DAX, FTSE ja GSPC-ga on Baltikumis šokkide lühiajaline mõju tugevam, mida võimaldab järeldada kõrgem  $\alpha$  väärtus (tabel 6). Kuna Engle-Ng statistika on Balti mudelite puhul statistiliselt ebaoluline, siis ei eksisteeri turgudel asümmeetrilist reaktsiooni hinnašokkidele, mille korral turud reageerivad erinevalt positiivsetele ja negatiivsetele uudistele.

Kõikide varade volatiilsuste puhul eksisteerib positiivne korrelatsioon ehk varade ühise muutumise suund on sama (Tabel 9). Sarnaselt tootlustele on kõige tugevamad seosed globaalsete turgude volatiilsuste vahel ning kõige vähem on muudatuste suhtes tundlik Riia börsiindeksite tootluste volatiilsus. Tabelist selgub ka, et S&P 500 omab Balti indeksitega kõige madalamat keskmist korrelatsiooni, Riia börsiga peaaegu olematut. DAX ja FTSE avaldavad Balti turgudele USA indeksist suuremat mõju, kuid see on samuti üsna marginaalne, aga tulenevalt FTSE ja DAX üsna tugevast seotusest USA börsiga võib eeldada, et GSPC mõju Balti indeksitele on kaudne.

Lisas 9 ja tabelis 9 välja toodud dünaamilise tingliku korrelatsiooni graafikutelt selgub, et turgudevahelised korrelatsioonid on aja jooksul väga varieeruvad ja suurenevad kriisiperioodidel ning vähenevad stabiilsetel aegadel, mida kinnitavad ka mitmed teised varasemad uuringud. Vilniuse börsi puhul võib täheldada pikaajalist trendi korrelatsiooni tugevnemisel globaalsete turgudega, kuid teiste Balti indeksite puhul ei saa väita, et üleüldine maailma globaliseerumise kasv volatiilsusevahelist korrelatsiooni üldiselt aja jooksul suurendanud on. Kui Tallinna börsi korrelatsioon väheneb peale 2008. aasta finantskriisi, siis Vilniuse börsil on näha kuidas DCC tõuseb selgelt kriisiperioodil ning jääb ka edaspidi kõrgemale tasemele. Forbes ja Rigobon (2002) põhjal saab volatiilsuse ülekandumist kinnitada juhul kui peale kriisi või majandusšokki varade omavaheline korrelatsioon ajutiselt suureneb. Kõigi kolme Balti riigi puhul saab täheldada, et

šokid globaalsetelt turgudel suurendavad mingil määral korrelatsiooni arenenud turgudega, kuid on oma olemuselt pigem ajutist laadi. See võimaldab omakorda järeldada, et globaalsete turgude volatiilsus kandub mingil määral Baltikumi edasi, kuid mõju on pigem nõrk, sest korrelatsioonide suurenemine ei ole märkimisväärne.

## KOKKUVÕTE

Finantsturgudevahelise volatiilsuse ülekandumise ja vastastikuse lõimumise hindamine on portfelli riskijuhtimise seisukohast võtmetähtsusega. Üha suurenev riikidevaheline integratsioon ja globaliseerumine vähendavad investeringute turgudevahelise diversifitseerimise mõju riskide maandamisel. Selleks, et investorid saaksid tõhusamalt maksimeerida oma investeerimisportfelli tulusust läbi portfelli hajutamise erinevate finantsturgude ja varade vahel, on vaja hinnata nende turgude või varade omavahelist seotust ja riskide edasikandumist. Kui rahvusvahelistel aktsiturgudel ei esine investeringu tootluste vahel väga tugevat korrelatsiooni ja korrelatsioon on stabiilne, siis on võimalik portfelli diversifitseerimisega antud turgudel potentsiaalselt kasumit suurendada (Panda, Nanda 2018).

Käesoleva töö eesmärgiks oli välja selgitada kuidas reageerivad Balti börsindeksite tootluste volatiilsused muudatustele globaalsetel finantsturgudel, mil määral on turud omavahel seotud ja kas volatiilsus kandub turgude vahel edasi. Taoline volatiilsuse ülekandumise mõistmine aitab investoritel teha paremaid otsuseid portfelli diversifitseerimiseks ja seeläbi riskide hajutamiseks. Eesmärgi täitmiseks tõstatati uurimisküsimused, millele otsiti töö käigus vastused ning selleks kasutati DCC-GARCH mudelit. Olenemata sellest, et mudeli standardiseeritud jääkliikmetesse jäi osaliselt alles autokorrelatsioon, võib DCC alfa ja beeta statistilisele olulisusele tuginedes eeldada, et mudel on piisav kirjeldamiseks uurimuses käsitletud varadevahelist dünaamilist korrelatsiooni. Hung (2019) toob samuti oma uurimuses välja ning viitab ka teistele sarnase järeldusega töödele, et kuigi mudeli adekvaatsuse hindamisel esineb mõningaid probleeme, siis võib dünaamilisi tinglikke korrelatsioone siiski mõjusaks lugeda.

Mudeli valikul peetakse silmas ja arvestatakse aegridadele iseloomulikke stiliseeritud fakte ning samuti kontrollitakse valitud mudeli eelduste täitmist. Mudeli eelduste testimisel ilmneb, et aegread ei ole statsionaarsed, sisaldavad autokorrelatsiooni, on tugevalt heteroskedastiivsed, ei allu normaaljaotusele ning varad on omavahel korreleeritud, kuid korrelatsioonid ei ole konstantsed. Lisaks viiakse läbi asümmeetria test, mille tulemused kinnitavad Balti riikide indeksite puhul sümmeetrilist reaktsiooni hinnašokkidele. Eelduste testimise tulemusel saab

tõdeda, et DCC-GARCH mudel peaks olema kõige sobilikum antud aeGRIDade dünaamikat kirjeldama.

Uurimustöös sai kinnitust, et šokid globaalsetel finantsturgudel põhjustavad volatiilsust ka Balti riikide finantsturgudel, kuid esineb pigem nõrk seos. Seega võib eeldada, et Balti riikide aktsiate kaasamine võimaldab potentsiaalselt kõrgemat tulu teenida, kuna diversifitseerimine vaatluse all olevate indeksite vahel vähendab portfelli koguriski. Sealjuures peab silmas pidama, et korrelatsioon ei ole konstantne ning muutub aja jooksul (näiteks tugevneb finantskriisi ajal) ehk hetkel omavahel korreleeruvad varad ei pruugi seda olla järgnevatel perioodidel ja vastupidi. Balti turgude puhul on suurem kaal lühiajalisel volatiilsuse mudeli mälul ehk hinnašokid surevad kiiremini välja ning volatiilsus taandub kiiremini oma normaalse taseme juurde, mille tulemusel kahaneb ka portfellis olevate varade risk. Globaalsete turgude puhul esineb asümmeetriline reaktsioon hinnašokkidele, kuid Baltikumi puhul see kinnitust ei saanud ehk turul reageeritakse sarnaselt nii positiivsetele kui ka negatiivsetele uudistele. Kriisiperioodidel ilmneb varade tootluste volatiilsuste vahel selgelt tugevam korrelatsioon kui stabiilsetel perioodidel, kuid see on siiski madalam kui globaalsetel turgudel omavahel. Ainult Vilniuse börsi puhul võib täheldada pikaajalist trendi korrelatsiooni tugevnemisel, kuid teiste Balti indeksite puhul ei saa väita, et üleüldine maailma globaliseerumise kasv volatiilsusevahelist korrelatsiooni üldiselt suurendanud on. Balti indeksite puhul saab täheldada, et šokid globaalsetelt turgudelt on pigem ajutist laadi, mis kinnitab, et globaalsete turgude volatiilsus kandub mingil määral Baltikumi edasi, kuid mõju on pigem nõrk.

Lisaks pakub autor välja mõningad võimalused käesoleva töö edasiarendamiseks. Selleks, et parandada mudelite selgitusvõimet, tasuks proovida, kas struktuursete nihete lubamine GARCH mudelite puhul annab paremat efekti tulemuste tõlgendamisel või testida DCC GARCH mudelite edasiarendusi toetudes Capiello *et al.* (2003) uurimusele. Samuti võib antud töö tulemusi kasutada prognoosimisel ja CAPM mudeli sisendina, et hinnata konkreetse portfelli riski.



## **SUMMARY**

### **VOLATILITY TRANSMISSION FROM GLOBAL FINANCIAL MARKETS TO BALTIC STOCK MARKETS**

Pille Rimmelgas

Predicting and measuring volatility has become one of the key features in the modern financial theory and is important in many aspects like risk management, portfolio management and asset pricing. Markowitz's (1952) modern portfolio theory explains how risk-averse investors can construct portfolios to maximize expected return based on given level of market risk and uses the variance of asset prices as a proxy for risk. In order to minimize the risk caused by volatility, investors should invest in multiple asset classes and build diversified portfolios.

Financial integration significantly affect functioning of economy at both the micro and macro levels. Well interconnected markets allow better capital allocation and sourcing, but also make countries more vulnerable to financial disruptions. The international financial crisis in the recent periods caused by localized crises, such as Lehman Brothers collapse in 2008, has made understanding of global financial market intergation very important. Examining the correlation and volatility spillovers among stock markets allow investors to make better decisions on portfolio diversification and thus minimize the risk and maximize expected return. Panda and Nanda (2018) state that if retruns from investments in different national stock markets are not perfectly correlated and the correlation is stable, there exist potential gains from international portfolio diversification.

Many relationships in the finance, specifically financial time series, are intrinsically non-linear which means that linear models are unable to explain a number of important features common to such financial data (Brooks 2019, 385). Volatility clustering, leverage effect and leptokurtosis are only some of the stylezed facts common to financial time series. In order to capture better the relevant features of the data, Bollerslev (1986) suggested generalized autoregressive conditional heteroskedasticity (GARCH) model, which is known to be the most efficient tool to model such

time series. For assessing the correlation between the asset volatilities multivariate GARCH model can be implemented where most commonly used among them are vector error correlation (VEC), BEKK, constant conditional correlation (CCC) and dynamic conditional correlation (DCC) GARCH.

Though there are numerous studies devoted to interconnectness of the global stock markets, there is still an important gap related to Baltics and volatility transmission which is addressed in this thesis. There are some studies concentrating on the Baltic stock markets, but they are outdated or covering only some specific instances. Kuusk *et al.* (2011) studied and confirmed financial contagion of the 2008 crisis from US to the Baltic states, Harkmann (2014) studied post 2008 crisis period and evaluated stock market contagion from Western Europe to Eastern Europe using STOXX 50, OMXT, OMXR, OMXV daily returns and DCC-GARCH model. She arrived to conclusion that during the crisis the dynamic correlation rose substantially, which suggested contagion. Melusin *et al.* (2016) used also DCC-GARCH model to measure interdependence of Baltics and Germany (DAX) and concluded that there are very weak interrelations between DAX and Baltic states during 2004-2015.

The aim of this paper is to study volatility co-movements and transmission across the Baltic states and global stock market indices in order to provide input for investors to manage portfolios. To fulfill its puposes, similarly to Bauwens *et al.* (2006), following questions are studied: 1) Is volatility in global stock markets leading the volatility in Baltic markets? 2) Does a shock on the global market increase the volatility on Baltic market, and by how much? 3) Is the impact the same for negative and positive shocks? 4) Does the correlations between volatilities change over time, how is the dynamics? 5) Are correlations higher during turbulent period (like financial crisis)? 6) Are correlations increasing in the long run (because of globalization)?

In this paper, correlations and volatility transmission across Baltic states and global stock market indices like S&P 500, FTSE 100 and DAX 30 are studied during 2000-2020. Time series with 4945 daily observations of logarithmic returns in each are assessed with DCC-GARCH models. Ordinary least square (OLS) is not applicable for non-linear models and thus maximum-likelihood (ML) is used for parameter estimation. Model assumptions like stationarity, autocorrelation, variables distribution and heteroskedasticity is tested with ADF and PP tests, Box-Pierce test, Jarque-Bera test and ARCH LM test accordingly. For model specification AIC and BIC are used and diagnostics is conducted based on standardized residuals analysis.

The results of the DCC-GARCH model estimation indicate that the correlations vary significantly over time and increase substantially during the turbulent periods. No asymmetric reaction to shocks were confirmed for Baltics. Even though Tallinn stock exchange has the highest correlation with global markets, the relationship is still quite fractional. It appears that the strongest average correlation is with DAX and FTSE where correlation coefficient for both is 0,25, S&P 500 has the lowest impact among global markets to Baltic stock indices. Riga stock market is least affected by other markets and exhibit particularly low correlations, especially with S&P 500 where coefficient remains at 0,09, but is slightly more impacted by DAX (0,12) and FTSE (0,13). Vilnius stock exchange has similar correlation structure as OMXT, but coefficients are slightly lower, remaining at 0,21 for both DAX and FTSE, S&P impacts the least having average correlation coefficient at 0,16. The results for OMXV indicate that dynamic conditional correlations have increased steadily, but there is no evidence of the same trend in the other Baltic countries. There are occasional jumps in the correlations between each Baltic country and global markets, but no increasing trend can be witnessed. The results also show that various shocks have increased correlations, but they are rather temporary in the nature and correlations return to the average level quite fast which allows us to derive that volatility is in some extent transmitted to Baltic stock exchange. The level of integration and volatility spillover indicate to quite moderate potential of diversification opportunities for investors. Since average correlation remains at low level and the jumps due to crises are not that high as in global markets, it will provide an advantages for investors while using Baltic indices for portfolio diversification.

## KASUTATUD ALLIKATE LOETELU

- Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X., Labys, P. (2003). Modeling and Forecasting Realized Volatility. *Econometrica*, 71(2), 579-625.
- Aktan, B., Korsakiene, R., Smaliukiene, R. (2010). Time-Varying Volatility Modelling of Baltic Stock Markets. *Journal of Business Economics and Management*, 11(3), 511-532.
- Babalos, V., Balcilar, M., Loate, T.B., Chisoro, S. (2018). Did Baltic stock markets offer diversification benefits during the recent financial turmoil? Novel evidence from a nonparametric causality-in-quantiles test. *Empirica*, 45, 29–47.
- Baillie, R.T, Bollerslev, T., Mikkelsen, H. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 74(1), 3-30.
- Bauwens, L., Laurent, S., Rombouts, J., V., K. (2006). Multivariate GARCH Models: A Survey. *Journal of Applied Econometrics*, 21, 79-109.
- Bekaert, G., Harvey, C. (1995) Time Varying World Market Integration. *Journal of Finance*, 50(2), 403-44.
- Black, F. (1976). Studies in stock price volatility changes, Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economics Statistics Section, American Statistical Association, 177–181.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Bollerslev, T., Engle, R., Wooldridge, J. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-varying Covariances. *Journal of Political Economy*, 96(1), 116-131.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model. *The Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498-505.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C. (2008). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 4<sup>th</sup> ed. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Brannäs, K., De Gooijer, J.G., Lönnbark, C., Soultanaeva, A. (2012). Simultaneity and Asymmetry of Returns and Volatilities: The Emerging Baltic States' Stock Exchanges. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 16(1), 1-24.
- Brooks, C. (2014). *Introductory Econometrics in Finance*. 3<sup>rd</sup> ed. New York, USA: Cambridge University Press.

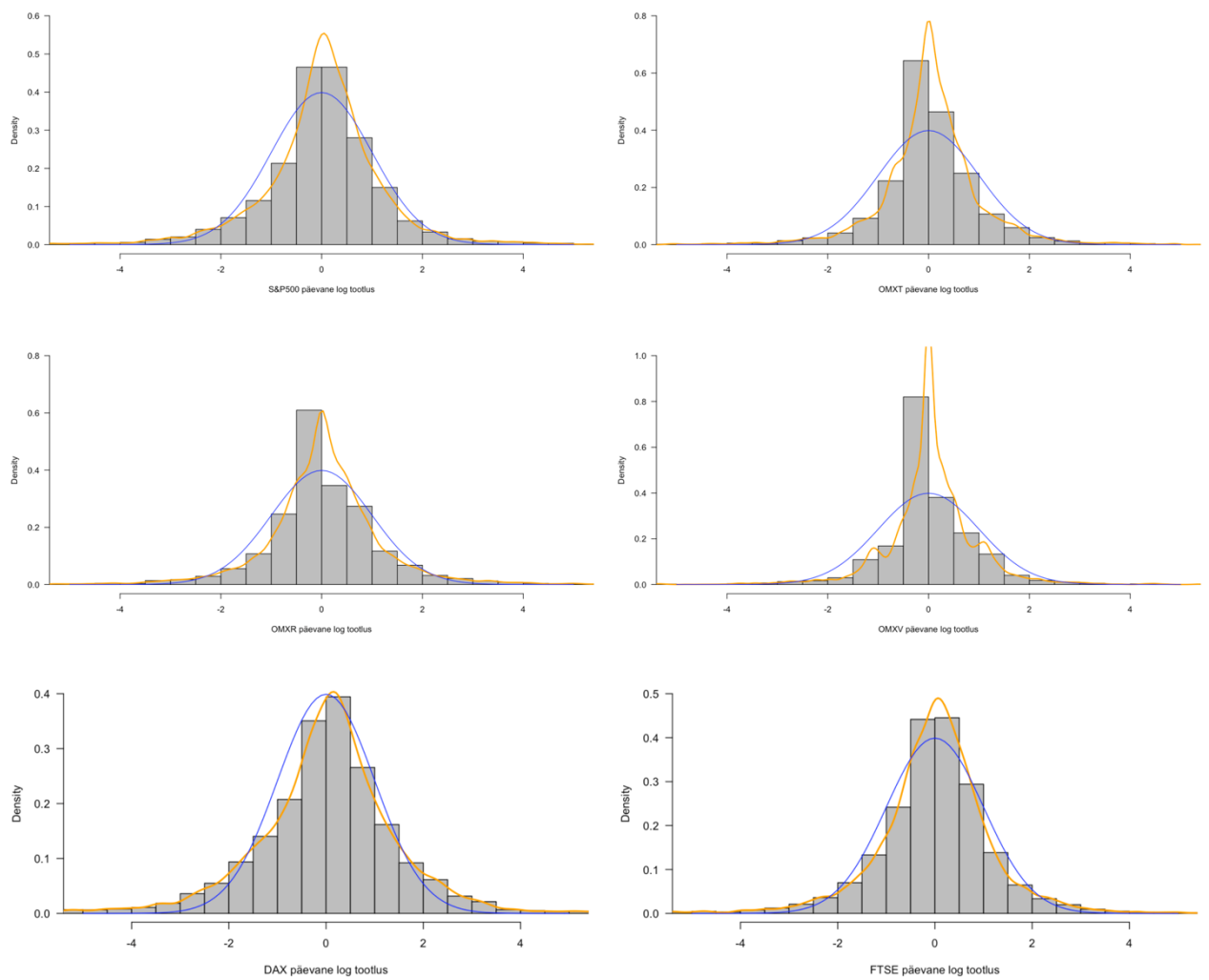
- Brooks, C. (2019). *Introductory Econometrics in Finance*. 4<sup>rd</sup> ed. New York, USA: Cambridge University Press.
- Capiello, L., Engle, R. F., Sheppard, K. (2003). Asymmetric Dynamics In The Correlations Of Global Equity And Bond Returns. *European Central Bank Working paper*, No. 2014.
- Chou, R.Y. (1988). Volatility persistence and stock valuations: some empirical evidence using GARCH. *Journal of Applied Econometrics*, 3, 279-294.
- Christie, A. (1982). The stochastic behavior of common stock variance: Value, leverage and interest rate effects. *Journal of Financial Economics* 10, 407–432.
- Clements, A.E., Hurn, A.S., Volkov, V.V. (2015). Volatility transmission in global financial markets. *Journal of Empirical Finance*, 32, 3-18.
- Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223-236.
- Deltuvaitė, V. (2016). Investigation of Stock Market Integration in the Baltic Countries. *Journal of Economics and Business*, 28(1), 38-44.
- Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series*. 4<sup>th</sup> ed. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation. *Journal of Econometrica*, 50(4), 987-1008.
- Engle, R.F., Ito, T., Lin, W.L. (1990). Meteor Showers or Heat Waves? Heteroskedastic Intra-Daily in the Foreign Exchange Market. *Econometrica*, 58(3), 525-542.
- Engle, R.F., Ng, V.K. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *The Journal of Finance*, 48(5), 1749-1778.
- Engle, R.F, Kroner, K.F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(1), 122-150.
- Engle, R.F. (2001). The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 157-168.
- Engle, R.F., Patton, A.J. (2001). What good is a volatility model? *Quantitative Finance*, 1, 237-245.
- Engle, R.F., Sheppard, K. (2001). Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH. *NBER working paper*. 8554.
- Engle, R.F. (2002). Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business*, 38(1), 34-105.

- Forbes, K., Rigobon, R. (2002). No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Co-movements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223-2261.
- Gilmore, C.G., McManus, G., Tezel, A. (2005). Portfolio allocations and the emerging equity markets of Central Europe. *Journal of Multinational Financial Management*, 15(3), 287-300.
- Glosten, L.R., Jagannathan, R., Runkle, D.E. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.
- Grabowski, W. (2019). Givers or Receivers? Co-Movement between Stock Markets of CEE-3 and Developed countries. *Sustainability*, 11(22).
- Guštšak, S. (2015). *Modeling Volatility of Baltic Stock Markets*. (Magistritöö) TalTechi majandusteaduskond, Tallinn.
- Harkmann, K. (2014). Stock Market Contagion from Western Europe to Central and Eastern Europe During the Crisis Years 2008-2012. *Eastern Europe Economics*, 52(3), 55-65.
- Harkmann, K. (2020). Integration of the Baltic stock markets with developed European markets. *International Journal of Finance & Economics* (ei ole veel ilmunud).
- Hong, L., Ewa, M. (2008) Testing Stock Market Linkages for Poland and Hungary: A multivariate GARCH approach. *Research in International Business and Finance*, 22(3), 247-266.
- Hung, N. T. (2019). An analysis of CEE equity market integration and their volatility spillover effects. *European Journal of Management and Business Economics*, 29(1), 23-40.
- Kaplanis, E.C. (1988) Stability and forecasting of the comovement measures of International stock market returns. *Journal of International Money and Finance*, 7(1), 63-75.
- Kregždė, A. (2018). Wavelets analysis of the Baltic equity market: risk and co-movement with the European market. *Engineering Economics*, 29(5), 507-515.
- Kuusk, A., Paas, T., Viikmaa, K. (2011). Financial contagion of the 2008 crisis: is there any evidence of financial contagion from the US to the Baltic states. *Eastern Journal of European Studies*, 2(2), 61-76.
- Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, 36(4), 394-419.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*. 7(1), 77-91.
- Meluzin, T., Zinecker, M., Pietrzak, M.B., Fałdziński, M., Balcerzak, A.P. (2016). Interdependence among Capital Markets of Germany, Poland and Baltic States. *Institute of Economic Research Working Papers*, 36/2016.
- Nelson, D.B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Journal of Econometrics*, 59(2), 347-370.

- Nielsson, U. (2007). Interdependence of Nordic and Baltic Stock Markets. *Baltic Journal of Economics*, 6(2), 9-27.
- Panda, A.K., Nanda, S. (2018). A GARCH modelling of volatility and M-GARCH approach of stock market linkages of North America. *Global Business Review*, 19(6), 1538-1553.
- Poon, S.H., Granger W.J. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A review. *Journal of Economic Literature*, XLI. 478-539.
- Sauga, A. (2017). *Statistika*. Tallinn: TTÜ Kirjastus.
- Schwert, G.W. (1989). Why Does Stock Market Volatility Change Over Time? *The Journal of Finance*, 44(5), 1115-1153.
- Soriano, P., Climent, F. (2005). Volatility Transmission Models: A Survey. *Revista de Economía Financiera*, 10. 10.2139.
- Sõgel, L. (2020). *Balti aktsiaturu volatiilsuse modelleerimine tuginedes GARCH tüüpi mudelitele*. (Bakalaureusetöö) TalTechi majandusteaduskond, Tallinn.
- Teräsvirta, T., Tjøstheim, D., Granger, C.W.J. (2010). *Modelling Nonlinear Economic Time Series*. New York, USA: Oxford University Press Inc.
- Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. 3<sup>rd</sup> ed. Chicago, USA: A John Wiley & Sons Inc.
- Tse, Y., K., Tsui, A., K. (2002). A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model With Time-Varying Correlations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20 (6), 351-362.
- Xiao, L., Aydemir, A. (2007). Volatility modelling and forecasting in finance. *Forecasting Volatility in the financial markets*. 3<sup>rd</sup> ed. 1-45.
- Yang, J., Hsiao, C., Li, Q., Wang, Z. (2006). The emerging market crisis and stock market linkages: further evidence. *Journal of Applied Econometrics*, 21(6), 727-744.
- Zakoian, J.M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), 931-955.

# LISAD

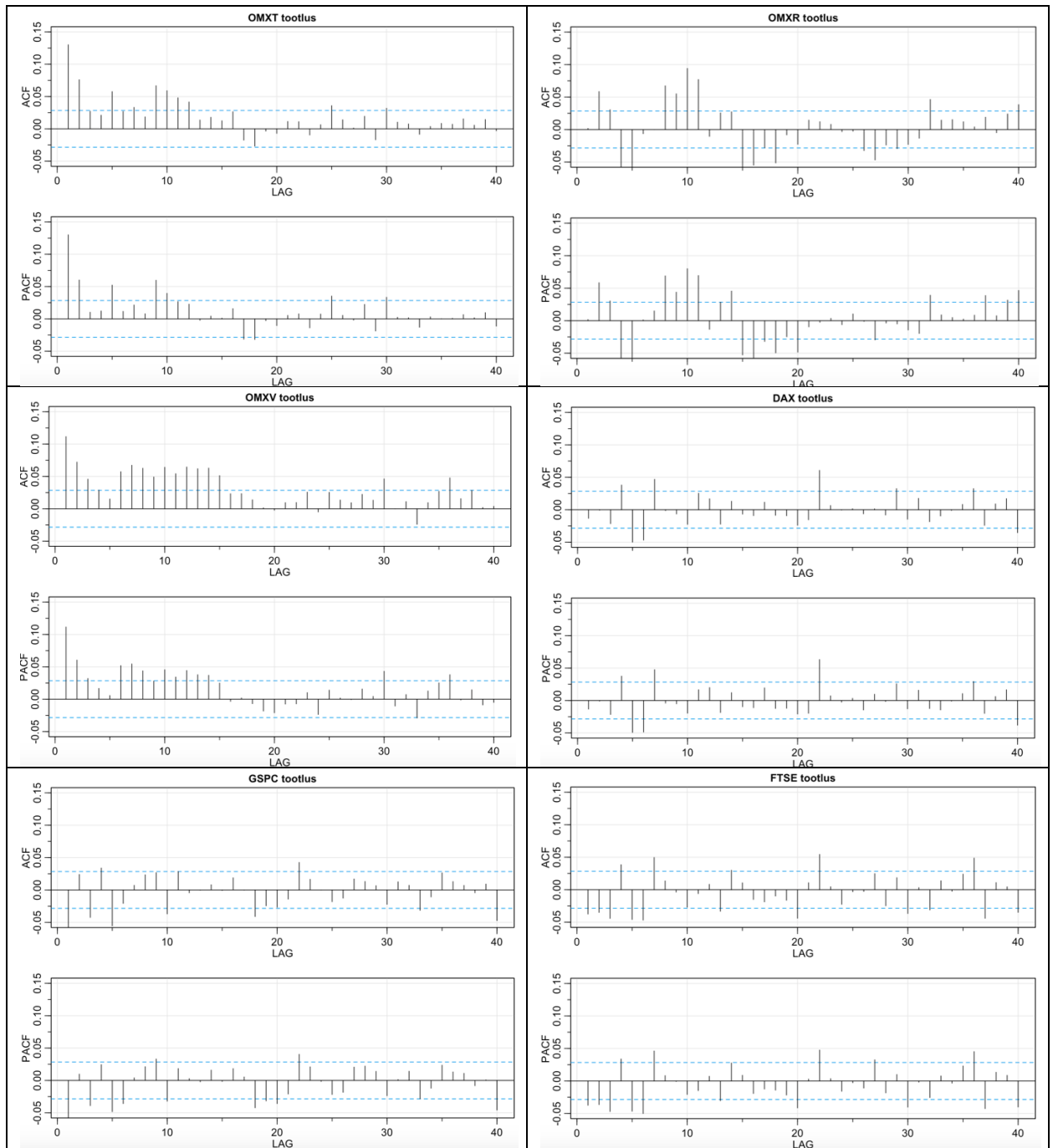
## Lisa 1. Indeksite päevaste tootluste histogrammid



Allikas: Yahoo Finance ja Nasdaq OMX, autori arvutused



## Lisa 2. ACF ja PACF indeksite tootluste korrelogrammid



Allikas: Yahoo Finance ja Nasdaq OMX, autori arvutused

# Lisa 3. ARMA mudeli valimine

OMXT	AICc	BIC	Dispersioon	Ebaoluline koefitsent	Log-Likelihood	Box-Pierce					
						1	5	10	15	20	25
ARMA(1,0)	2,994916	2,998863	1,17	0	-7402	0,5834	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,1)	2,990712	2,995974	1,16	0	-7391	0,0317	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,2)	2,988116	2,994693	1,16	0	-7383	0,9023	0,0490	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,3)	2,987572	2,995464	1,17	0	-7381	0,9731	0,3100	0,0387	0,0815	0,0000	0,0000
ARMA(2,0)	2,991694	2,996956	1,16	0	-7393	0,9673	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,1)	2,987879	2,994456	1,16	0	-7383	0,9227	0,0778	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,2)	2,989954	2,997845	1,16	NA	-7387	0,0620	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,3)	2,988922	2,998128	1,16	NA	-7383	0,9005	0,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,0)	2,991994	2,99857	1,16	1	-7393	0,9937	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,1)	2,992352	3,000244	1,16	NA	-7393	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,2)	2,988683	2,997889	1,16	1	-7383	0,9157	0,0741	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,3)	2,98717	2,997691	1,16	0	-7378	0,8913	0,9523	0,2204	0,2852	0,0000	0,0000

OMXR	AICc	BIC	Dispersioon	Ebaoluline koefitsent	Log-Likelihood	Box-Pierce					
						1	5	10	15	20	25
ARMA(1,0)	3,590696	3,594643	2,12	1	-8875	0,9940	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,1)	3,590619	3,59588	2,12	0	-8874	0,1998	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,2)	3,586974	3,59551	2,11	1	-8864	0,9329	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,3)	3,58502	3,592912	2,10	0	-8858	0,8944	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,0)	3,587676	3,592938	2,11	1	-8867	0,9006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,1)	3,587844	3,594421	2,11	1	-8866	0,9581	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,2)	3,579531	3,587423	2,09	0	-8844	0,1412	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,3)	3,580145	3,589351	2,10	0	-8845	0,9284	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,0)	3,587155	3,593732	2,11	1	-8864	0,8731	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,1)	3,58661	3,594501	2,11	0	-8862	0,8954	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,2)	3,579998	3,589205	2,09	0	-8845	0,9286	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,3)	3,580175	3,590696	2,09	NA	-8844	0,1878	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

OMXV	AICc	BIC	Dispersioon	Ebaoluline koefitsent	Log-Likelihood	Box-Pierce					
						1	5	10	15	20	25
ARMA(1,0)	2,886484	2,890431	1,05	0	-7134	0,6370	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,1)	2,873884	2,879145	1,04	0	-7102	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,2)	2,872216	2,878793	1,03	0	-7097	0,9591	0,0000	0,0565	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,3)	2,872358	2,88025	1,03	1	-7096	0,9958	0,0958	0,1047	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,0)	2,883233	2,888495	1,05	0	-7125	0,8929	0,3486	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,1)	2,872148	2,878725	1,03	0	-7096	0,9680	0,0000	0,0667	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,2)	2,872463	2,880355	1,03	1	-7096	0,9669	0,0652	0,0848	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,3)	2,872697	2,881903	1,03	1	-7096	0,9820	0,0669	0,1059	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,0)	2,882614	2,889191	1,04	0	-7122	0,9713	0,9817	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,1)	2,872398	2,880289	1,03	1	-7096	0,9905	0,0888	0,0985	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,2)	2,872664	2,881871	1,03	1	-7096	0,9912	0,0814	0,1172	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,3)	2,873059	2,88358	1,03	1	-7096	0,9970	0,0940	0,1242	0,0000	0,0000	0,0000

GSPC	AICc	BIC	Dispersioon	Ebaoluline koefitsent	Log-Likelihood	Box-Pierce					
						1	5	10	15	20	25
ARMA(1,0)	3,348677	3,352623	1,67	0	-8277	0,9359	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,1)	3,348707	3,353969	1,66	1	-8276	0,6014	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,2)	3,34779	3,354367	1,66	0	-8272	0,9552	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,3)	3,347191	3,355083	1,66	0	-8270	0,9769	0,1175	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,0)	3,348987	3,354249	1,66	1	-8276	0,9800	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,1)	3,347998	3,354575	1,67	0	-8273	0,9150	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,2)	3,347137	3,355029	1,66	1	-8270	0,9729	0,1300	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,3)	3,347541	3,356747	1,66	1	-8270	0,9963	0,1332	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,0)	3,347867	3,354444	1,66	1	-8273	0,9479	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,1)	3,347235	3,355127	1,66	0	-8270	0,9803	0,1113	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,2)	3,347541	3,356748	1,66	1	-8270	0,9968	0,1354	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,3)	3,347948	3,358469	1,66	NA	-8270	0,9648	0,1279	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

DAX	AICc	BIC	Dispersioon	Ebaoluline koefitsent	Log-Likelihood	Box-Pierce					
						1	5	10	15	20	25
ARMA(1,0)	3,718557	3,722504	2,41	1	-9191,13	0,9992	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,1)	3,718962	3,724224	2,41	NA	-9191,13	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,2)	3,719366	3,725942	2,41	NA	-9191,13	0,9997	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,3)	3,718126	3,726018	2,41	1	-9187,06	0,9472	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,0)	3,718961	3,724223	2,41	1	-9191,13	0,9987	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,1)	3,719366	3,725943	2,41	1	-9191,13	0,9977	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,2)	3,715786	3,723678	2,41	0	-9181,27	0,2921	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,3)	3,714781	3,723987	2,40	1	-9177,79	0,9873	0,4339	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,0)	3,7189	3,725477	2,41	1	-9189,98	0,9547	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,1)	3,718354	3,726246	2,41	1	-9187,63	0,9560	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,2)	3,715975	3,725182	2,40	0	-9180,74	0,9131	0,0572	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,3)	3,714998	3,725519	2,40	NA	-9177,32	0,7475	0,2211	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

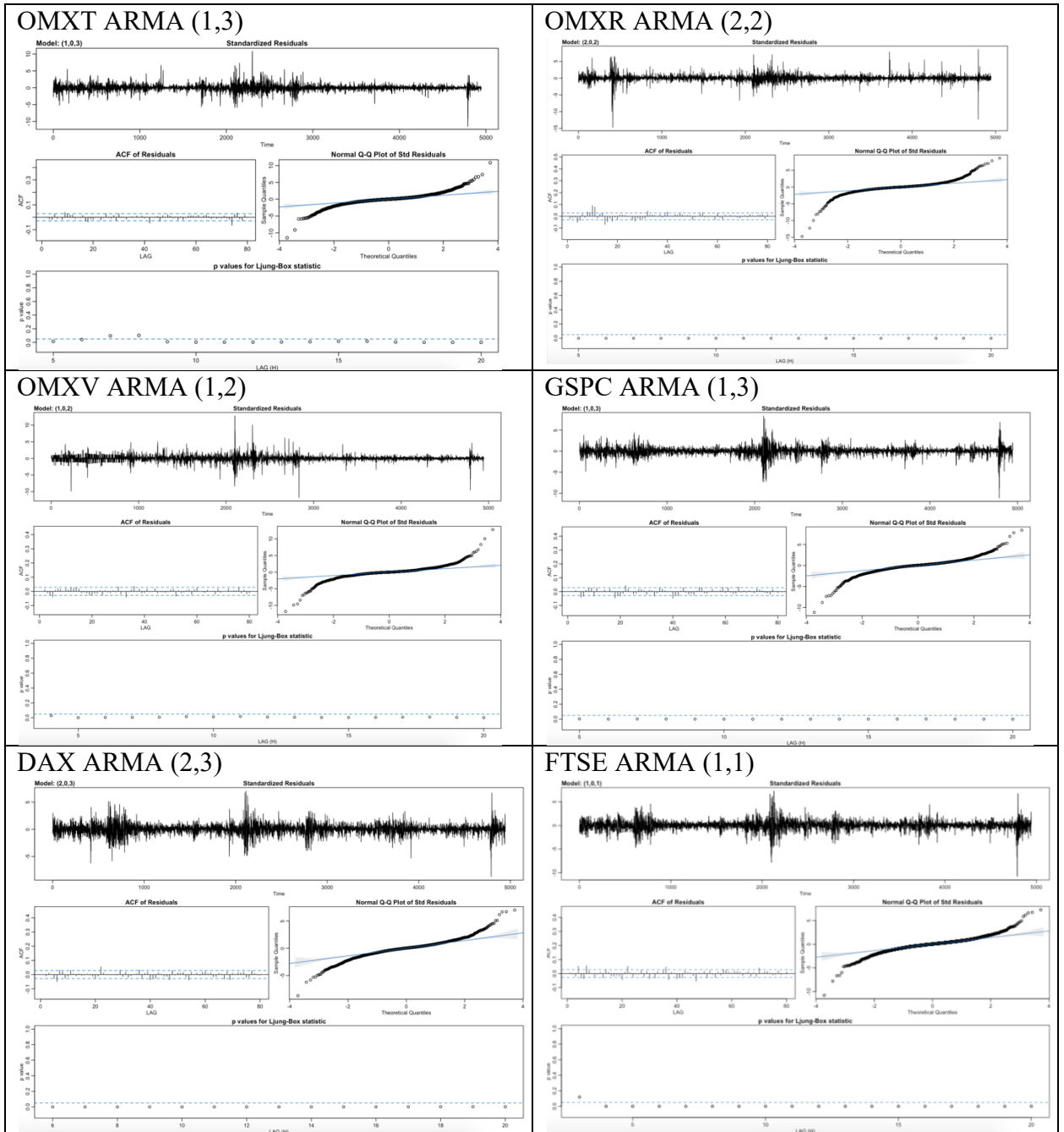
FTSE	AICc	BIC	Dispersioon	Ebaoluline koefitsent	Log-Likelihood	Box-Pierce					
						1	5	10	15	20	25
ARMA(1,0)	3,267037	3,270983	1,53	0	-8074,75	0,9230	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,1)	3,264686	3,269948	1,53	0	-8067,93	0,8140	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,2)	3,265031	3,271607	1,53	1	-8067,78	0,9971	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(1,3)	3,263084	3,270976	1,53	0	-8061,97	0,9376	0,2258	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,0)	3,266111	3,271373	1,53	0	-8071,46	0,9035	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,1)	3,265033	3,27161	1,53	1	-8067,79	0,9910	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,2)	3,265439	3,273331	1,53	NA	-8067,79	0,9942	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(2,3)	3,261152	3,270359	1,52	0	-8056,19	0,9971	0,3300	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,0)	3,264299	3,270875	1,53	0	-8065,97	0,9114	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,1)	3,263502	3,271394	1,53	0	-8063	0,9466	0,1834	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,2)	3,261093	3,270289	1,52	0	-8056,04	0,9799	0,1723	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARMA(3,3)	3,261112	3,271633	1,52	1	-8055,09	0,9355	0,6922	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Allikas: Yahoo Finance ja Nasdaq OMX, autori arvutused

## Lisa 4. ARMA mudelid

<p><b>OMXT ARMA (1,3)</b></p> <p>Call: stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D, Q), period = S), xreg = xmean, include.mean = FALSE, transform.pars = trans, fixed = fixed, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1, reltol = tol))</p> <p>Coefficients:  <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>ar1</th> <th>ma1</th> <th>ma2</th> <th>ma3</th> <th>xmean</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>0.9343</td> <td>-0.817</td> <td>-0.0400</td> <td>-0.0340</td> <td>0.0432</td> </tr> <tr> <td>s.e.</td> <td>0.0253</td> <td>0.029</td> <td>0.0186</td> <td>0.0159</td> <td>0.0254</td> </tr> </tbody> </table> </p> <p>sigma^2 estimated as 1.159: log likelihood = -7380.77, aic = 14773.53</p> <p>\$degrees_of_freedom [1] 4940</p> <p>\$ttable</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>SE</th> <th>t.value</th> <th>p.value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ar1</td> <td>0.9343</td> <td>0.0253</td> <td>36.9565</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma1</td> <td>-0.8170</td> <td>0.0290</td> <td>-28.1372</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma2</td> <td>-0.0400</td> <td>0.0186</td> <td>-2.1481</td> <td>0.0318</td> </tr> <tr> <td>ma3</td> <td>-0.0340</td> <td>0.0159</td> <td>-2.1424</td> <td>0.0322</td> </tr> <tr> <td>xmean</td> <td>0.0432</td> <td>0.0254</td> <td>1.7017</td> <td>0.0889</td> </tr> </tbody> </table> <p>\$AIC [1] 2.98757</p> <p>\$AICc [1] 2.987572</p> <p>\$BIC [1] 2.995464</p>		ar1	ma1	ma2	ma3	xmean		0.9343	-0.817	-0.0400	-0.0340	0.0432	s.e.	0.0253	0.029	0.0186	0.0159	0.0254		Estimate	SE	t.value	p.value	ar1	0.9343	0.0253	36.9565	0.0000	ma1	-0.8170	0.0290	-28.1372	0.0000	ma2	-0.0400	0.0186	-2.1481	0.0318	ma3	-0.0340	0.0159	-2.1424	0.0322	xmean	0.0432	0.0254	1.7017	0.0889	<p><b>OMXR ARMA (2,2)</b></p> <p>Call: stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D, Q), period = S), xreg = xmean, include.mean = FALSE, transform.pars = trans, fixed = fixed, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1, reltol = tol))</p> <p>Coefficients:  <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>ar1</th> <th>ar2</th> <th>ma1</th> <th>ma2</th> <th>xmean</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>0.8007</td> <td>-0.6624</td> <td>-0.7827</td> <td>0.7253</td> <td>0.0470</td> </tr> <tr> <td>s.e.</td> <td>0.1075</td> <td>0.0685</td> <td>0.0991</td> <td>0.0577</td> <td>0.0225</td> </tr> </tbody> </table> </p> <p>sigma^2 estimated as 2.094: log likelihood = -8844.38, aic = 17700.77</p> <p>\$degrees_of_freedom [1] 4940</p> <p>\$ttable</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>SE</th> <th>t.value</th> <th>p.value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ar1</td> <td>0.8007</td> <td>0.1075</td> <td>7.4496</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ar2</td> <td>-0.6624</td> <td>0.0685</td> <td>-9.6714</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma1</td> <td>-0.7827</td> <td>0.0991</td> <td>-7.8996</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma2</td> <td>0.7253</td> <td>0.0577</td> <td>12.5802</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>xmean</td> <td>0.0470</td> <td>0.0225</td> <td>2.0873</td> <td>0.0369</td> </tr> </tbody> </table> <p>\$AIC [1] 3.579529</p> <p>\$AICc [1] 3.579531</p> <p>\$BIC [1] 3.587423</p>		ar1	ar2	ma1	ma2	xmean		0.8007	-0.6624	-0.7827	0.7253	0.0470	s.e.	0.1075	0.0685	0.0991	0.0577	0.0225		Estimate	SE	t.value	p.value	ar1	0.8007	0.1075	7.4496	0.0000	ar2	-0.6624	0.0685	-9.6714	0.0000	ma1	-0.7827	0.0991	-7.8996	0.0000	ma2	0.7253	0.0577	12.5802	0.0000	xmean	0.0470	0.0225	2.0873	0.0369
	ar1	ma1	ma2	ma3	xmean																																																																																												
	0.9343	-0.817	-0.0400	-0.0340	0.0432																																																																																												
s.e.	0.0253	0.029	0.0186	0.0159	0.0254																																																																																												
	Estimate	SE	t.value	p.value																																																																																													
ar1	0.9343	0.0253	36.9565	0.0000																																																																																													
ma1	-0.8170	0.0290	-28.1372	0.0000																																																																																													
ma2	-0.0400	0.0186	-2.1481	0.0318																																																																																													
ma3	-0.0340	0.0159	-2.1424	0.0322																																																																																													
xmean	0.0432	0.0254	1.7017	0.0889																																																																																													
	ar1	ar2	ma1	ma2	xmean																																																																																												
	0.8007	-0.6624	-0.7827	0.7253	0.0470																																																																																												
s.e.	0.1075	0.0685	0.0991	0.0577	0.0225																																																																																												
	Estimate	SE	t.value	p.value																																																																																													
ar1	0.8007	0.1075	7.4496	0.0000																																																																																													
ar2	-0.6624	0.0685	-9.6714	0.0000																																																																																													
ma1	-0.7827	0.0991	-7.8996	0.0000																																																																																													
ma2	0.7253	0.0577	12.5802	0.0000																																																																																													
xmean	0.0470	0.0225	2.0873	0.0369																																																																																													
<p><b>OMXV ARMA (1,2)</b></p> <p>Call: stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D, Q), period = S), xreg = xmean, include.mean = FALSE, transform.pars = trans, fixed = fixed, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1, reltol = tol))</p> <p>Coefficients:  <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>ar1</th> <th>ma1</th> <th>ma2</th> <th>xmean</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>0.9581</td> <td>-0.8674</td> <td>-0.0468</td> <td>0.0399</td> </tr> <tr> <td>s.e.</td> <td>0.0125</td> <td>0.0190</td> <td>0.0147</td> <td>0.0295</td> </tr> </tbody> </table> </p> <p>sigma^2 estimated as 1.033: log likelihood = -7096.55, aic = 14203.1</p> <p>\$degrees_of_freedom [1] 4941</p> <p>\$ttable</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>SE</th> <th>t.value</th> <th>p.value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ar1</td> <td>0.9581</td> <td>0.0125</td> <td>76.5444</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma1</td> <td>-0.8674</td> <td>0.0190</td> <td>-45.6610</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma2</td> <td>-0.0468</td> <td>0.0147</td> <td>-3.1829</td> <td>0.0015</td> </tr> <tr> <td>xmean</td> <td>0.0399</td> <td>0.0295</td> <td>1.3524</td> <td>0.1763</td> </tr> </tbody> </table> <p>\$AIC [1] 2.872215</p> <p>\$AICc [1] 2.872216</p> <p>\$BIC [1] 2.878793</p>		ar1	ma1	ma2	xmean		0.9581	-0.8674	-0.0468	0.0399	s.e.	0.0125	0.0190	0.0147	0.0295		Estimate	SE	t.value	p.value	ar1	0.9581	0.0125	76.5444	0.0000	ma1	-0.8674	0.0190	-45.6610	0.0000	ma2	-0.0468	0.0147	-3.1829	0.0015	xmean	0.0399	0.0295	1.3524	0.1763	<p><b>GSPC ARMA (1,3)</b></p> <p>Call: stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D, Q), period = S), xreg = xmean, include.mean = FALSE, transform.pars = trans, fixed = fixed, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1, reltol = tol))</p> <p>Coefficients:  <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>ar1</th> <th>ma1</th> <th>ma2</th> <th>ma3</th> <th>xmean</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>-0.6074</td> <td>0.4909</td> <td>-0.0540</td> <td>-0.0372</td> <td>0.0184</td> </tr> <tr> <td>s.e.</td> <td>0.1104</td> <td>0.1107</td> <td>0.0201</td> <td>0.0160</td> <td>0.0160</td> </tr> </tbody> </table> </p> <p>sigma^2 estimated as 1.66: log likelihood = -8269.92, aic = 16551.85</p> <p>\$degrees_of_freedom [1] 4940</p> <p>\$ttable</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>SE</th> <th>t.value</th> <th>p.value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ar1</td> <td>-0.6074</td> <td>0.1104</td> <td>-5.5032</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma1</td> <td>0.4909</td> <td>0.1107</td> <td>4.4340</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma2</td> <td>-0.0540</td> <td>0.0201</td> <td>-2.6886</td> <td>0.0072</td> </tr> <tr> <td>ma3</td> <td>-0.0372</td> <td>0.0160</td> <td>-2.3241</td> <td>0.0202</td> </tr> <tr> <td>xmean</td> <td>0.0184</td> <td>0.0160</td> <td>1.1537</td> <td>0.2487</td> </tr> </tbody> </table> <p>\$AIC [1] 3.347188</p> <p>\$AICc [1] 3.347191</p> <p>\$BIC [1] 3.355083</p>		ar1	ma1	ma2	ma3	xmean		-0.6074	0.4909	-0.0540	-0.0372	0.0184	s.e.	0.1104	0.1107	0.0201	0.0160	0.0160		Estimate	SE	t.value	p.value	ar1	-0.6074	0.1104	-5.5032	0.0000	ma1	0.4909	0.1107	4.4340	0.0000	ma2	-0.0540	0.0201	-2.6886	0.0072	ma3	-0.0372	0.0160	-2.3241	0.0202	xmean	0.0184	0.0160	1.1537	0.2487								
	ar1	ma1	ma2	xmean																																																																																													
	0.9581	-0.8674	-0.0468	0.0399																																																																																													
s.e.	0.0125	0.0190	0.0147	0.0295																																																																																													
	Estimate	SE	t.value	p.value																																																																																													
ar1	0.9581	0.0125	76.5444	0.0000																																																																																													
ma1	-0.8674	0.0190	-45.6610	0.0000																																																																																													
ma2	-0.0468	0.0147	-3.1829	0.0015																																																																																													
xmean	0.0399	0.0295	1.3524	0.1763																																																																																													
	ar1	ma1	ma2	ma3	xmean																																																																																												
	-0.6074	0.4909	-0.0540	-0.0372	0.0184																																																																																												
s.e.	0.1104	0.1107	0.0201	0.0160	0.0160																																																																																												
	Estimate	SE	t.value	p.value																																																																																													
ar1	-0.6074	0.1104	-5.5032	0.0000																																																																																													
ma1	0.4909	0.1107	4.4340	0.0000																																																																																													
ma2	-0.0540	0.0201	-2.6886	0.0072																																																																																													
ma3	-0.0372	0.0160	-2.3241	0.0202																																																																																													
xmean	0.0184	0.0160	1.1537	0.2487																																																																																													
<p><b>DAX ARMA (2,3)</b></p> <p>Call: stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D, Q), period = S), xreg = xmean, include.mean = FALSE, transform.pars = trans, fixed = fixed, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1, reltol = tol))</p> <p>Coefficients:  <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>ar1</th> <th>ar2</th> <th>ma1</th> <th>ma2</th> <th>ma3</th> <th>xmean</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>-1.3705</td> <td>-0.7983</td> <td>1.3610</td> <td>0.7944</td> <td>-0.0290</td> <td>0.0131</td> </tr> <tr> <td>s.e.</td> <td>0.0825</td> <td>0.0587</td> <td>0.0837</td> <td>0.0646</td> <td>0.0182</td> <td>0.0217</td> </tr> </tbody> </table> </p> <p>sigma^2 estimated as 2.397: log likelihood = -9177.79, aic = 18369.57</p> <p>\$degrees_of_freedom [1] 4939</p> <p>\$ttable</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>SE</th> <th>t.value</th> <th>p.value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ar1</td> <td>-1.3705</td> <td>0.0825</td> <td>-16.6176</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ar2</td> <td>-0.7983</td> <td>0.0587</td> <td>-13.6048</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma1</td> <td>1.3610</td> <td>0.0837</td> <td>16.2597</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma2</td> <td>0.7944</td> <td>0.0646</td> <td>12.2919</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma3</td> <td>-0.0290</td> <td>0.0182</td> <td>-1.5951</td> <td>0.1108</td> </tr> <tr> <td>xmean</td> <td>0.0131</td> <td>0.0217</td> <td>0.6041</td> <td>0.5458</td> </tr> </tbody> </table> <p>\$AIC [1] 3.714777</p> <p>\$AICc [1] 3.714781</p> <p>\$BIC [1] 3.723987</p>		ar1	ar2	ma1	ma2	ma3	xmean		-1.3705	-0.7983	1.3610	0.7944	-0.0290	0.0131	s.e.	0.0825	0.0587	0.0837	0.0646	0.0182	0.0217		Estimate	SE	t.value	p.value	ar1	-1.3705	0.0825	-16.6176	0.0000	ar2	-0.7983	0.0587	-13.6048	0.0000	ma1	1.3610	0.0837	16.2597	0.0000	ma2	0.7944	0.0646	12.2919	0.0000	ma3	-0.0290	0.0182	-1.5951	0.1108	xmean	0.0131	0.0217	0.6041	0.5458	<p><b>FTSE ARMA (1,1)</b></p> <p>Call: stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D, Q), period = S), xreg = xmean, include.mean = FALSE, transform.pars = trans, fixed = fixed, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1, reltol = tol))</p> <p>Coefficients:  <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>ar1</th> <th>ma1</th> <th>xmean</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>0.7287</td> <td>-0.7729</td> <td>-0.0021</td> </tr> <tr> <td>s.e.</td> <td>0.1187</td> <td>0.1103</td> <td>0.0147</td> </tr> </tbody> </table> </p> <p>sigma^2 estimated as 1.53: log likelihood = -8067.93, aic = 16143.87</p> <p>\$degrees_of_freedom [1] 4942</p> <p>\$ttable</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>SE</th> <th>t.value</th> <th>p.value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ar1</td> <td>0.7287</td> <td>0.1187</td> <td>6.1372</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>ma1</td> <td>-0.7729</td> <td>0.1103</td> <td>-7.0100</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>xmean</td> <td>-0.0021</td> <td>0.0147</td> <td>-0.1435</td> <td>0.8859</td> </tr> </tbody> </table> <p>\$AIC [1] 3.264685</p> <p>\$AICc [1] 3.264686</p> <p>\$BIC [1] 3.269948</p>		ar1	ma1	xmean		0.7287	-0.7729	-0.0021	s.e.	0.1187	0.1103	0.0147		Estimate	SE	t.value	p.value	ar1	0.7287	0.1187	6.1372	0.0000	ma1	-0.7729	0.1103	-7.0100	0.0000	xmean	-0.0021	0.0147	-0.1435	0.8859								
	ar1	ar2	ma1	ma2	ma3	xmean																																																																																											
	-1.3705	-0.7983	1.3610	0.7944	-0.0290	0.0131																																																																																											
s.e.	0.0825	0.0587	0.0837	0.0646	0.0182	0.0217																																																																																											
	Estimate	SE	t.value	p.value																																																																																													
ar1	-1.3705	0.0825	-16.6176	0.0000																																																																																													
ar2	-0.7983	0.0587	-13.6048	0.0000																																																																																													
ma1	1.3610	0.0837	16.2597	0.0000																																																																																													
ma2	0.7944	0.0646	12.2919	0.0000																																																																																													
ma3	-0.0290	0.0182	-1.5951	0.1108																																																																																													
xmean	0.0131	0.0217	0.6041	0.5458																																																																																													
	ar1	ma1	xmean																																																																																														
	0.7287	-0.7729	-0.0021																																																																																														
s.e.	0.1187	0.1103	0.0147																																																																																														
	Estimate	SE	t.value	p.value																																																																																													
ar1	0.7287	0.1187	6.1372	0.0000																																																																																													
ma1	-0.7729	0.1103	-7.0100	0.0000																																																																																													
xmean	-0.0021	0.0147	-0.1435	0.8859																																																																																													

# Lisa 5. ARMA mudelite diagnostika



Allikas: Yahoo Finance ja Nasdaq OMX, autori arvutused

## Lisa 6. GARCH mudelite järkude valik

OMXT	Akaike	Bayes
GARCH(1,1)	2,3785	2,3903
GARCH(1,2)	2,3771	2,3902
GARCH(2,1)	2,3789	2,392

OMXR	Akaike	Bayes
GARCH(1,1)	2,8438	2,8557
GARCH(1,2)	2,8397	2,8529
GARCH(2,1)	2,8419	2,855

OMXV	Akaike	Bayes
GARCH(1,1)	2,1875	2,1981
GARCH(1,2)	2,1847	2,1965
GARCH(2,1)	2,1879	2,1998

GSPC	Akaike	Bayes
GARCH(1,1)	2,7648	2,7766
GARCH(1,2)	2,7652	2,7783
GARCH(2,1)	2,762	2,7752

DAX	Akaike	Bayes
GARCH(1,1)	3,3197	3,3329
GARCH(1,2)	3,3194	3,3339
GARCH(2,1)	3,3168	3,3313

FTSE	Akaike	Bayes
GARCH(1,1)	2,8116	2,8208
GARCH(1,2)	2,8119	2,8225
GARCH(2,1)	2,8119	2,8225

Allikas: Yahoo Finance ja Nasdaq OMX, autori arvutused

# Lisa 7. GARCH mudelid

<pre> &gt; ugfit_T=ugarchfit(spec=garch_11_T, data = rOMXT) &gt; ugfit_T </pre>	<pre> &gt; ugfit_R=ugarchfit(spec=garch_11_R, data = rOMXR) &gt; ugfit_R </pre>	<pre> &gt; ugfit_V=ugarchfit(spec=garch_11_V, data = rOMXV) &gt; ugfit_V </pre>
<pre> *-----* *          GARCH Model Fit          * *-----*  Conditional Variance Dynamics ----- GARCH Model : sGARCH(1,2) Mean Model   : ARFIMA(1,0,3) Distribution  : std  Optimal Parameters ----- mu      Estimate Std. Error  t value Pr(&gt; t ) ar1     0.957116  0.012559   3.04760 0.002307 ma1     -0.895272  0.002569  -348.51792 0.000000 ma2     -0.0380350 0.013897  -2.18391 0.028969 ma3     -0.008140  0.013597  -0.59869 0.549381 omega   0.017179  0.003931   4.37001 0.000012 alpha1  0.172203  0.020684   8.32538 0.000000 beta1   0.517147  0.07342    4.81775 0.000001 beta2   0.309650  0.096786   3.19932 0.001378 shape   3.903895  0.208729  18.78414 0.000000  Robust Standard Errors: ----- mu      Estimate Std. Error  t value Pr(&gt; t ) ar1     0.957116  0.004531   211.25379 0.000000 ma1     -0.895272  0.002735  -327.37685 0.000000 ma2     -0.0380350 0.012731  -2.38403 0.017124 ma3     -0.008140  0.013015  -0.62546 0.531669 omega   0.017179  0.005541   3.10033 0.001933 alpha1  0.172203  0.024194   7.11766 0.000000 beta1   0.517147  0.089276   5.79267 0.000000 beta2   0.309650  0.084063   3.68357 0.000230 shape   3.903895  0.214179  18.22722 0.000000  LogLikelihood : -5867.263  Information Criteria ----- Akaike      2.3771 Bayes       2.3902 Shibata     2.3770 Hannan-Quinn 2.3817  Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals ----- Lag[1]          statistic p-value Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11]  17.34 3.130e-05 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]  29.72 0.000e+00 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]  34.86 1.294e-11 d.o.f=4 H0 : No serial correlation  Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals ----- Lag[1]          statistic p-value Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]    0.85337 0.8508 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  6.47363 0.1915 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  11.35564 0.1196 d.o.f=3  Weighted ARCH LM Tests ----- Statistic Shape Scale P-Value ARCH Lag[4]  2.488 0.500 2.000 0.1147 ARCH Lag[6]  3.890 1.461 1.711 0.1989 ARCH Lag[8]  6.179 2.368 1.583 0.1475  Nyblom stability test ----- Joint Statistic: 7.8577 Individual Statistics: mu      0.1483 ar1     0.5810 ma1     0.6409 ma2     0.1185 ma3     0.1173 omega   1.4167 alpha1  3.6290 beta1   2.8782 beta2   2.7900 shape   1.6259  Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%) Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75  Sign Bias Test ----- t-value prob sig Sign Bias 1.40231 0.1609 Negative Sign Bias 0.20228 0.8397 Positive Sign Bias 0.87737 0.9383 Joint Effect 3.89991 0.2725  Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test: ----- group statistic p-value(g-1) 1 20 55.58 1.895e-05 2 30 71.84 1.689e-05 3 40 84.17 3.675e-05 4 50 87.87 5.458e-04  Elapsed time : 1.355065 </pre>	<pre> *-----* *          GARCH Model Fit          * *-----*  Conditional Variance Dynamics ----- GARCH Model : sGARCH(1,2) Mean Model   : ARFIMA(2,0,2) Distribution  : std  Optimal Parameters ----- mu      Estimate Std. Error  t value Pr(&gt; t ) ar1     1.095446  0.011830   3.4487 0.000486 ar2    -0.167201  0.014105  -11.8539 0.000000 ma1    -1.231012  0.000140  -8775.6999 0.000000 ma2     0.307625  0.000607   506.6467 0.000000 omega   0.081997  0.016178   5.0685 0.000000 alpha1  0.208293  0.030472   6.8356 0.000000 beta1   0.408717  0.100254   4.0678 0.000047 beta2   0.360845  0.091137   3.9594 0.000075 shape   3.453198  0.185862  18.5794 0.000000  Robust Standard Errors: ----- mu      Estimate Std. Error  t value Pr(&gt; t ) ar1     1.095446  0.011967   3.4487 0.000563 ar2    -0.167201  0.016605  -10.0693 0.000000 ma1    -1.231012  0.000133  -9236.9380 0.000000 ma2     0.307625  0.000299  1028.6581 0.000000 omega   0.081997  0.026867   3.0520 0.002273 alpha1  0.208293  0.045064   4.6222 0.000004 beta1   0.408717  0.083927   4.8592 0.000001 beta2   0.360845  0.086743   4.1599 0.000032 shape   3.453198  0.213756  16.1549 0.000000  LogLikelihood : -7011.219  Information Criteria ----- Akaike      2.8397 Bayes       2.8529 Shibata     2.8397 Hannan-Quinn 2.8443  Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals ----- Lag[1]          statistic p-value Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11]  5.471 1.934e-02 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]  20.319 0.000e+00 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]  26.243 5.064e-07 d.o.f=4 H0 : No serial correlation  Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals ----- Lag[1]          statistic p-value Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]    0.07118 0.7896 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  0.68413 0.9908 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  4.26778 0.8536 d.o.f=3  Weighted ARCH LM Tests ----- Statistic Shape Scale P-Value ARCH Lag[4]  0.1175 0.500 2.000 0.7318 ARCH Lag[6]  0.7740 1.461 1.711 0.8133 ARCH Lag[8]  1.2786 2.368 1.583 0.8796  Nyblom stability test ----- Joint Statistic: 5.8498 Individual Statistics: mu      0.1719 ar1     1.3700 ar2     0.6312 ma1     1.2867 ma2     0.5930 omega   0.4393 alpha1  1.5176 beta1   1.1713 beta2   1.1962 shape   1.2312  Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%) Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75  Sign Bias Test ----- t-value prob sig Sign Bias 0.21575 0.8292 Negative Sign Bias 0.60495 0.5452 Positive Sign Bias 0.05794 0.9538 Joint Effect 0.37112 0.9461  Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test: ----- group statistic p-value(g-1) 1 20 75.71 1.000e-08 2 30 103.94 2.272e-10 3 40 100.95 2.162e-07 4 50 114.71 3.455e-07  Elapsed time : 1.606261 </pre>	<pre> *-----* *          GARCH Model Fit          * *-----*  Conditional Variance Dynamics ----- GARCH Model : sGARCH(1,2) Mean Model   : ARFIMA(1,0,2) Distribution  : std  Optimal Parameters ----- mu      Estimate Std. Error  t value Pr(&gt; t ) ar1     0.969852  0.012858   3.37244 0.000745 ar2    -0.945572  0.007091  -133.34406 0.000000 ma2    -0.002162  0.010991  -0.19671 0.844055 omega   0.022586  0.004924   4.58713 0.000004 alpha1  0.204373  0.025208   8.10732 0.000000 beta1   0.418551  0.085476   4.89673 0.000001 beta2   0.376075  0.078348   4.80008 0.000002 shape   3.618834  0.194591  18.59717 0.000000  Robust Standard Errors: ----- mu      Estimate Std. Error  t value Pr(&gt; t ) ar1     0.969852  0.012789   3.39856 0.000697 ar2    -0.945572  0.008053  -120.42668 0.000000 ma1    -0.945572  0.005022  -188.29700 0.000000 ma2    -0.002162  0.011580  -0.18671 0.851891 omega   0.022586  0.007473   3.02241 0.002508 alpha1  0.204373  0.033351   6.12895 0.000000 beta1   0.418551  0.068708   6.09175 0.000000 beta2   0.376075  0.070650   5.32307 0.000000 shape   3.618834  0.210533  17.18895 0.000000  LogLikelihood : -5392.692  Information Criteria ----- Akaike      2.1847 Bayes       2.1965 Shibata     2.1847 Hannan-Quinn 2.1889  Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals ----- Lag[1]          statistic p-value Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]    15.98 6.400e-05 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  25.43 0.000e+00 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  30.94 9.097e-12 d.o.f=3 H0 : No serial correlation  Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals ----- Lag[1]          statistic p-value Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]    0.005935 0.9386 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  1.535040 0.9231 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  4.217757 0.8587 d.o.f=3  Weighted ARCH LM Tests ----- Statistic Shape Scale P-Value ARCH Lag[4]  0.6275 0.500 2.000 0.4283 ARCH Lag[6]  1.8393 1.461 1.711 0.5272 ARCH Lag[8]  2.8066 2.368 1.583 0.5802  Nyblom stability test ----- Joint Statistic: 8.1158 Individual Statistics: mu      0.3089 ar1     0.7521 ma1     0.6356 ma2     0.5377 omega   4.2022 alpha1  4.1738 beta1   4.3354 beta2   4.3063 shape   1.7251  Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%) Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75  Sign Bias Test ----- t-value prob sig Sign Bias 0.03324 0.9735 Negative Sign Bias 0.38663 0.6990 Positive Sign Bias 0.16511 0.8689 Joint Effect 0.28004 0.9637  Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test: ----- group statistic p-value(g-1) 1 20 559.9 1.460e-106 2 30 651.4 1.344e-118 3 40 675.4 4.932e-117 4 50 697.0 2.137e-115  Elapsed time : 1.229151 </pre>

# Lisa 7 järg

Model	Specification	Estimates	Tests																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
ugfit_G	ugarchfit(spec=garch_11_G, data = rGSPC)	<p>-----*</p> <p>* GARCH Model Fit *</p> <p>-----*</p> <p>Conditional Variance Dynamics</p> <p>-----</p> <p>GARCH Model : sGARCH(2,1)  Mean Model : ARFIMA(1,0,3)  Distribution : std</p> <p>Optimal Parameters</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>Std. Error</th> <th>t value</th> <th>Pr(&gt; t )</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.078177</td><td>0.007909</td><td>9.88446</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>0.865995</td><td>0.075807</td><td>11.42368</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>-0.938168</td><td>0.058705</td><td>-15.98100</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ma2</td><td>0.034525</td><td>0.021334</td><td>1.61378</td><td>0.106576</td></tr> <tr><td>ma3</td><td>0.003069</td><td>0.016097</td><td>0.19068</td><td>0.848776</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.020238</td><td>0.004591</td><td>4.40822</td><td>0.000010</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.057817</td><td>0.016535</td><td>3.49656</td><td>0.000471</td></tr> <tr><td>alpha2</td><td>0.094561</td><td>0.023036</td><td>4.10488</td><td>0.000040</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.846217</td><td>0.015858</td><td>53.36067</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>shape</td><td>5.410342</td><td>0.428534</td><td>12.86541</td><td>0.000000</td></tr> </tbody> </table> <p>Robust Standard Errors:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>Std. Error</th> <th>t value</th> <th>Pr(&gt; t )</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.078177</td><td>0.008282</td><td>9.439054</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>0.865995</td><td>0.154039</td><td>5.621917</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>-0.938168</td><td>0.124207</td><td>-7.553260</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ma2</td><td>0.034525</td><td>0.044350</td><td>0.778469</td><td>0.436292</td></tr> <tr><td>ma3</td><td>0.003069</td><td>0.039727</td><td>0.077264</td><td>0.938414</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.020238</td><td>0.005345</td><td>3.786453</td><td>0.000153</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.057817</td><td>0.016926</td><td>3.415861</td><td>0.000636</td></tr> <tr><td>alpha2</td><td>0.094561</td><td>0.026227</td><td>3.605476</td><td>0.000312</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.846217</td><td>0.020318</td><td>41.649017</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>shape</td><td>5.410342</td><td>0.437696</td><td>12.360961</td><td>0.000000</td></tr> </tbody> </table> <p>LogLikelihood : -6819.13</p> <p>Information Criteria</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Akaike</td><td>2.7620</td></tr> <tr><td>Bayes</td><td>2.7752</td></tr> <tr><td>Shibata</td><td>2.7620</td></tr> <tr><td>Hannan-Quinn</td><td>2.7666</td></tr> </tbody> </table> <p>Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Lag</th> <th>Statistic</th> <th>p-value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Lag[1]</td><td>2.079</td><td>0.149328</td></tr> <tr><td>Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11]</td><td>7.913</td><td>0.001754</td></tr> <tr><td>Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]</td><td>11.047</td><td>0.307297</td></tr> </tbody> </table> <p>d.o.f=4 H0 : No serial correlation</p> <p>Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Lag</th> <th>Statistic</th> <th>p-value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Lag[1]</td><td>3.843</td><td>0.04997</td></tr> <tr><td>Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]</td><td>6.605</td><td>0.18069</td></tr> <tr><td>Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]</td><td>9.226</td><td>0.26076</td></tr> </tbody> </table> <p>d.o.f=3</p> <p>Weighted ARCH LM Tests</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Statistic</th> <th>Shape</th> <th>Scale</th> <th>P-Value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>ARCH Lag[4]</td><td>0.03544</td><td>0.500</td><td>2.000</td><td>0.8507</td></tr> <tr><td>ARCH Lag[6]</td><td>2.81036</td><td>1.461</td><td>1.711</td><td>0.3370</td></tr> <tr><td>ARCH Lag[8]</td><td>3.29510</td><td>2.368</td><td>1.583</td><td>0.4898</td></tr> </tbody> </table> <p>Nyblom stability test</p> <p>Joint Statistic: 7.038</p> <p>Individual Statistics:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Parameter</th> <th>Statistic</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.6936</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>0.1446</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>0.1809</td></tr> <tr><td>ma2</td><td>0.1366</td></tr> <tr><td>ma3</td><td>0.4794</td></tr> <tr><td>omega</td><td>1.0009</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.8582</td></tr> <tr><td>alpha2</td><td>1.4895</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>1.9810</td></tr> <tr><td>shape</td><td>3.0984</td></tr> </tbody> </table> <p>Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)  Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05  Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75</p> <p>Sign Bias Test</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Sign Bias</th> <th>t-value</th> <th>prob sig</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Sign Bias</td><td>3.718</td><td>2.031e-04 ***</td></tr> <tr><td>Negative Sign Bias</td><td>0.170</td><td>8.650e-01</td></tr> <tr><td>Positive Sign Bias</td><td>1.463</td><td>1.436e-01</td></tr> <tr><td>Joint Effect</td><td>34.996</td><td>1.221e-07 ***</td></tr> </tbody> </table> <p>Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>group</th> <th>Statistic</th> <th>p-value(g-1)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>20</td><td>79.42</td><td>2.344e-09</td></tr> <tr><td>2</td><td>30</td><td>102.18</td><td>4.374e-10</td></tr> <tr><td>3</td><td>40</td><td>112.46</td><td>4.771e-09</td></tr> <tr><td>4</td><td>50</td><td>133.92</td><td>8.108e-10</td></tr> </tbody> </table> <p>Elapsed time : 1.474492</p>		Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	mu	0.078177	0.007909	9.88446	0.000000	ar1	0.865995	0.075807	11.42368	0.000000	ma1	-0.938168	0.058705	-15.98100	0.000000	ma2	0.034525	0.021334	1.61378	0.106576	ma3	0.003069	0.016097	0.19068	0.848776	omega	0.020238	0.004591	4.40822	0.000010	alpha1	0.057817	0.016535	3.49656	0.000471	alpha2	0.094561	0.023036	4.10488	0.000040	beta1	0.846217	0.015858	53.36067	0.000000	shape	5.410342	0.428534	12.86541	0.000000		Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	mu	0.078177	0.008282	9.439054	0.000000	ar1	0.865995	0.154039	5.621917	0.000000	ma1	-0.938168	0.124207	-7.553260	0.000000	ma2	0.034525	0.044350	0.778469	0.436292	ma3	0.003069	0.039727	0.077264	0.938414	omega	0.020238	0.005345	3.786453	0.000153	alpha1	0.057817	0.016926	3.415861	0.000636	alpha2	0.094561	0.026227	3.605476	0.000312	beta1	0.846217	0.020318	41.649017	0.000000	shape	5.410342	0.437696	12.360961	0.000000		Value	Akaike	2.7620	Bayes	2.7752	Shibata	2.7620	Hannan-Quinn	2.7666	Lag	Statistic	p-value	Lag[1]	2.079	0.149328	Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11]	7.913	0.001754	Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]	11.047	0.307297	Lag	Statistic	p-value	Lag[1]	3.843	0.04997	Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]	6.605	0.18069	Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]	9.226	0.26076	Statistic	Shape	Scale	P-Value	ARCH Lag[4]	0.03544	0.500	2.000	0.8507	ARCH Lag[6]	2.81036	1.461	1.711	0.3370	ARCH Lag[8]	3.29510	2.368	1.583	0.4898	Parameter	Statistic	mu	0.6936	ar1	0.1446	ma1	0.1809	ma2	0.1366	ma3	0.4794	omega	1.0009	alpha1	0.8582	alpha2	1.4895	beta1	1.9810	shape	3.0984	Sign Bias	t-value	prob sig	Sign Bias	3.718	2.031e-04 ***	Negative Sign Bias	0.170	8.650e-01	Positive Sign Bias	1.463	1.436e-01	Joint Effect	34.996	1.221e-07 ***	group	Statistic	p-value(g-1)	1	20	79.42	2.344e-09	2	30	102.18	4.374e-10	3	40	112.46	4.771e-09	4	50	133.92	8.108e-10	<p>-----*</p> <p>* GARCH Model Fit *</p> <p>-----*</p> <p>Conditional Variance Dynamics</p> <p>-----</p> <p>GARCH Model : sGARCH(2,1)  Mean Model : ARFIMA(2,0,3)  Distribution : std</p> <p>Optimal Parameters</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>Std. Error</th> <th>t value</th> <th>Pr(&gt; t )</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.078543</td><td>0.014564</td><td>5.3931</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>-1.312882</td><td>0.156943</td><td>-8.3683</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ar2</td><td>-0.747795</td><td>0.190875</td><td>-3.9177</td><td>0.000089</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>1.299995</td><td>0.157383</td><td>8.2643</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ma2</td><td>0.717867</td><td>0.193386</td><td>3.7121</td><td>0.000206</td></tr> <tr><td>ma3</td><td>-0.032499</td><td>0.015062</td><td>-2.1577</td><td>0.030949</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.026728</td><td>0.006634</td><td>4.0290</td><td>0.000056</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.025245</td><td>0.014688</td><td>1.7187</td><td>0.085672</td></tr> <tr><td>alpha2</td><td>0.083947</td><td>0.015326</td><td>5.4638</td><td>0.000014</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.883581</td><td>0.012840</td><td>68.8145</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>shape</td><td>6.971235</td><td>0.691741</td><td>10.0778</td><td>0.000000</td></tr> </tbody> </table> <p>Robust Standard Errors:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>Std. Error</th> <th>t value</th> <th>Pr(&gt; t )</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.078543</td><td>0.014056</td><td>5.5878</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>-1.312882</td><td>0.153226</td><td>-8.5683</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ar2</td><td>-0.747795</td><td>0.224926</td><td>-3.3246</td><td>0.000885</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>1.299995</td><td>0.153272</td><td>8.4816</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>ma2</td><td>0.717867</td><td>0.226239</td><td>3.1730</td><td>0.001509</td></tr> <tr><td>ma3</td><td>-0.032499</td><td>0.015000</td><td>-2.1666</td><td>0.030264</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.026728</td><td>0.007196</td><td>3.7141</td><td>0.000204</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.025245</td><td>0.018411</td><td>1.3712</td><td>0.170316</td></tr> <tr><td>alpha2</td><td>0.083947</td><td>0.023864</td><td>3.5178</td><td>0.000435</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.883581</td><td>0.014591</td><td>60.5556</td><td>0.000000</td></tr> <tr><td>shape</td><td>6.971235</td><td>0.799024</td><td>8.7247</td><td>0.000000</td></tr> </tbody> </table> <p>LogLikelihood : -8189.856</p> <p>Information Criteria</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Akaike</td><td>3.3168</td></tr> <tr><td>Bayes</td><td>3.3313</td></tr> <tr><td>Shibata</td><td>3.3168</td></tr> <tr><td>Hannan-Quinn</td><td>3.3219</td></tr> </tbody> </table> <p>Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Lag</th> <th>Statistic</th> <th>p-value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Lag[1]</td><td>1.383</td><td>0.2397</td></tr> <tr><td>Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][14]</td><td>7.593</td><td>0.4279</td></tr> <tr><td>Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][24]</td><td>10.441</td><td>0.7743</td></tr> </tbody> </table> <p>d.o.f=5 H0 : No serial correlation</p> <p>Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Lag</th> <th>Statistic</th> <th>p-value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Lag[1]</td><td>3.246</td><td>0.07161</td></tr> <tr><td>Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]</td><td>7.945</td><td>0.09718</td></tr> <tr><td>Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]</td><td>10.902</td><td>0.14264</td></tr> </tbody> </table> <p>d.o.f=3</p> <p>Weighted ARCH LM Tests</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Statistic</th> <th>Shape</th> <th>Scale</th> <th>P-Value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>ARCH Lag[4]</td><td>1.004</td><td>0.500</td><td>2.000</td><td>0.3162</td></tr> <tr><td>ARCH Lag[6]</td><td>2.849</td><td>1.461</td><td>1.711</td><td>0.3309</td></tr> <tr><td>ARCH Lag[8]</td><td>3.122</td><td>2.368</td><td>1.583</td><td>0.5209</td></tr> </tbody> </table> <p>Nyblom stability test</p> <p>Joint Statistic: 4.8148</p> <p>Individual Statistics:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Parameter</th> <th>Statistic</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.11115</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>0.08278</td></tr> <tr><td>ar2</td><td>0.12550</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>0.07862</td></tr> <tr><td>ma2</td><td>0.12607</td></tr> <tr><td>ma3</td><td>0.21243</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.26557</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.77621</td></tr> <tr><td>alpha2</td><td>0.93993</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.70624</td></tr> <tr><td>shape</td><td>3.86283</td></tr> </tbody> </table> <p>Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)  Joint Statistic: 2.49 2.75 3.27  Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75</p> <p>Sign Bias Test</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Sign Bias</th> <th>t-value</th> <th>prob sig</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Sign Bias</td><td>1.707</td><td>8.791e-02 *</td></tr> <tr><td>Negative Sign Bias</td><td>2.049</td><td>4.049e-02 **</td></tr> <tr><td>Positive Sign Bias</td><td>3.330</td><td>8.747e-04 ***</td></tr> <tr><td>Joint Effect</td><td>51.117</td><td>4.618e-11 ***</td></tr> </tbody> </table> <p>Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>group</th> <th>Statistic</th> <th>p-value(g-1)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>20</td><td>64.91</td><td>6.308e-07</td></tr> <tr><td>2</td><td>30</td><td>85.89</td><td>1.539e-07</td></tr> <tr><td>3</td><td>40</td><td>100.44</td><td>2.540e-07</td></tr> <tr><td>4</td><td>50</td><td>106.54</td><td>3.802e-06</td></tr> </tbody> </table> <p>Elapsed time : 1.769267</p>		Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	mu	0.078543	0.014564	5.3931	0.000000	ar1	-1.312882	0.156943	-8.3683	0.000000	ar2	-0.747795	0.190875	-3.9177	0.000089	ma1	1.299995	0.157383	8.2643	0.000000	ma2	0.717867	0.193386	3.7121	0.000206	ma3	-0.032499	0.015062	-2.1577	0.030949	omega	0.026728	0.006634	4.0290	0.000056	alpha1	0.025245	0.014688	1.7187	0.085672	alpha2	0.083947	0.015326	5.4638	0.000014	beta1	0.883581	0.012840	68.8145	0.000000	shape	6.971235	0.691741	10.0778	0.000000		Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	mu	0.078543	0.014056	5.5878	0.000000	ar1	-1.312882	0.153226	-8.5683	0.000000	ar2	-0.747795	0.224926	-3.3246	0.000885	ma1	1.299995	0.153272	8.4816	0.000000	ma2	0.717867	0.226239	3.1730	0.001509	ma3	-0.032499	0.015000	-2.1666	0.030264	omega	0.026728	0.007196	3.7141	0.000204	alpha1	0.025245	0.018411	1.3712	0.170316	alpha2	0.083947	0.023864	3.5178	0.000435	beta1	0.883581	0.014591	60.5556	0.000000	shape	6.971235	0.799024	8.7247	0.000000		Value	Akaike	3.3168	Bayes	3.3313	Shibata	3.3168	Hannan-Quinn	3.3219	Lag	Statistic	p-value	Lag[1]	1.383	0.2397	Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][14]	7.593	0.4279	Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][24]	10.441	0.7743	Lag	Statistic	p-value	Lag[1]	3.246	0.07161	Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]	7.945	0.09718	Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]	10.902	0.14264	Statistic	Shape	Scale	P-Value	ARCH Lag[4]	1.004	0.500	2.000	0.3162	ARCH Lag[6]	2.849	1.461	1.711	0.3309	ARCH Lag[8]	3.122	2.368	1.583	0.5209	Parameter	Statistic	mu	0.11115	ar1	0.08278	ar2	0.12550	ma1	0.07862	ma2	0.12607	ma3	0.21243	omega	0.26557	alpha1	0.77621	alpha2	0.93993	beta1	0.70624	shape	3.86283	Sign Bias	t-value	prob sig	Sign Bias	1.707	8.791e-02 *	Negative Sign Bias	2.049	4.049e-02 **	Positive Sign Bias	3.330	8.747e-04 ***	Joint Effect	51.117	4.618e-11 ***	group	Statistic	p-value(g-1)	1	20	64.91	6.308e-07	2	30	85.89	1.539e-07	3	40	100.44	2.540e-07	4	50	106.54	3.802e-06	<p>-----*</p> <p>* GARCH Model Fit *</p> <p>-----*</p> <p>Conditional Variance Dynamics</p> <p>-----</p> <p>GARCH Model : sGARCH(1,1)  Mean Model : ARFIMA(1,0,1)  Distribution : std</p> <p>Optimal Parameters</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>Std. Error</th> <th>t value</th> <th>Pr(&gt; t )</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.043003</td><td>0.006981</td><td>6.1599</td><td>0e+00</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>0.918970</td><td>0.005433</td><td>169.1316</td><td>0e+00</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>-0.947875</td><td>0.006045</td><td>-156.7972</td><td>0e+00</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.017830</td><td>0.003904</td><td>4.5671</td><td>5e-06</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.109642</td><td>0.011678</td><td>9.3888</td><td>0e+00</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.880504</td><td>0.012053</td><td>73.0543</td><td>0e+00</td></tr> <tr><td>shape</td><td>7.967030</td><td>0.865458</td><td>9.2056</td><td>0e+00</td></tr> </tbody> </table> <p>Robust Standard Errors:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Estimate</th> <th>Std. Error</th> <th>t value</th> <th>Pr(&gt; t )</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.043003</td><td>0.007044</td><td>6.1052</td><td>0.0e+00</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>0.918970</td><td>0.005953</td><td>154.3696</td><td>0.0e+00</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>-0.947875</td><td>0.002807</td><td>-337.6516</td><td>0.0e+00</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.017830</td><td>0.004312</td><td>4.1354</td><td>3.5e-05</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.109642</td><td>0.015786</td><td>6.9457</td><td>0.0e+00</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.880504</td><td>0.015918</td><td>55.3164</td><td>0.0e+00</td></tr> <tr><td>shape</td><td>7.967030</td><td>0.890375</td><td>8.9479</td><td>0.0e+00</td></tr> </tbody> </table> <p>LogLikelihood : -6944.731</p> <p>Information Criteria</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Akaike</td><td>2.8116</td></tr> <tr><td>Bayes</td><td>2.8208</td></tr> <tr><td>Shibata</td><td>2.8116</td></tr> <tr><td>Hannan-Quinn</td><td>2.8149</td></tr> </tbody> </table> <p>Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Lag</th> <th>Statistic</th> <th>p-value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Lag[1]</td><td>0.746</td><td>0.3878</td></tr> <tr><td>Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]</td><td>1.453</td><td>0.9986</td></tr> <tr><td>Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]</td><td>3.522</td><td>0.7969</td></tr> </tbody> </table> <p>d.o.f=2 H0 : No serial correlation</p> <p>Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Lag</th> <th>Statistic</th> <th>p-value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Lag[1]</td><td>0.01222</td><td>0.9120</td></tr> <tr><td>Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]</td><td>1.70248</td><td>0.6901</td></tr> <tr><td>Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]</td><td>3.23557</td><td>0.7195</td></tr> </tbody> </table> <p>d.o.f=2</p> <p>Weighted ARCH LM Tests</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Statistic</th> <th>Shape</th> <th>Scale</th> <th>P-Value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>ARCH Lag[3]</td><td>0.9003</td><td>0.500</td><td>2.000</td><td>0.3427</td></tr> <tr><td>ARCH Lag[5]</td><td>1.4125</td><td>1.440</td><td>1.667</td><td>0.6156</td></tr> <tr><td>ARCH Lag[7]</td><td>1.5723</td><td>2.315</td><td>1.543</td><td>0.8067</td></tr> </tbody> </table> <p>Nyblom stability test</p> <p>Joint Statistic: 3.9927</p> <p>Individual Statistics:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Parameter</th> <th>Statistic</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>mu</td><td>0.24222</td></tr> <tr><td>ar1</td><td>0.07173</td></tr> <tr><td>ma1</td><td>0.02916</td></tr> <tr><td>omega</td><td>0.16928</td></tr> <tr><td>alpha1</td><td>0.57087</td></tr> <tr><td>beta1</td><td>0.58179</td></tr> <tr><td>shape</td><td>2.79184</td></tr> </tbody> </table> <p>Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)  Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35  Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75</p> <p>Sign Bias Test</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Sign Bias</th> <th>t-value</th> <th>prob sig</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Sign Bias</td><td>1.535</td><td>1.249e-01</td></tr> <tr><td>Negative Sign Bias</td><td>1.520</td><td>1.285e-01</td></tr> <tr><td>Positive Sign Bias</td><td>3.076</td><td>2.113e-03 ***</td></tr> <tr><td>Joint Effect</td><td>38.333</td><td>2.402e-08 ***</td></tr> </tbody> </table> <p>Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>group</th> <th>Statistic</th> <th>p-value(g-1)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>20</td><td>52.87</td><td>4.899e-05</td></tr> <tr><td>2</td><td>30</td><td>71.66</td><td>1.791e-05</td></tr> <tr><td>3</td><td>40</td><td>89.23</td><td>8.286e-06</td></tr> <tr><td>4</td><td>50</td><td>100.92</td><td>1.840e-05</td></tr> </tbody> </table> <p>Elapsed time : 0.782335</p>		Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	mu	0.043003	0.006981	6.1599	0e+00	ar1	0.918970	0.005433	169.1316	0e+00	ma1	-0.947875	0.006045	-156.7972	0e+00	omega	0.017830	0.003904	4.5671	5e-06	alpha1	0.109642	0.011678	9.3888	0e+00	beta1	0.880504	0.012053	73.0543	0e+00	shape	7.967030	0.865458	9.2056	0e+00		Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	mu	0.043003	0.007044	6.1052	0.0e+00	ar1	0.918970	0.005953	154.3696	0.0e+00	ma1	-0.947875	0.002807	-337.6516	0.0e+00	omega	0.017830	0.004312	4.1354	3.5e-05	alpha1	0.109642	0.015786	6.9457	0.0e+00	beta1	0.880504	0.015918	55.3164	0.0e+00	shape	7.967030	0.890375	8.9479	0.0e+00		Value	Akaike	2.8116	Bayes	2.8208	Shibata	2.8116	Hannan-Quinn	2.8149	Lag	Statistic	p-value	Lag[1]	0.746	0.3878	Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	1.453	0.9986	Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	3.522	0.7969	Lag	Statistic	p-value	Lag[1]	0.01222	0.9120	Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	1.70248	0.6901	Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	3.23557	0.7195	Statistic	Shape	Scale	P-Value	ARCH Lag[3]	0.9003	0.500	2.000	0.3427	ARCH Lag[5]	1.4125	1.440	1.667	0.6156	ARCH Lag[7]	1.5723	2.315	1.543	0.8067	Parameter	Statistic	mu	0.24222	ar1	0.07173	ma1	0.02916	omega	0.16928	alpha1	0.57087	beta1	0.58179	shape	2.79184	Sign Bias	t-value	prob sig	Sign Bias	1.535	1.249e-01	Negative Sign Bias	1.520	1.285e-01	Positive Sign Bias	3.076	2.113e-03 ***	Joint Effect	38.333	2.402e-08 ***	group	Statistic	p-value(g-1)	1	20	52.87	4.899e-05	2	30	71.66	1.791e-05	3	40	89.23	8.286e-06	4	50	100.92	1.840e-05
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
mu	0.078177	0.007909	9.88446	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar1	0.865995	0.075807	11.42368	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma1	-0.938168	0.058705	-15.98100	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma2	0.034525	0.021334	1.61378	0.106576																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma3	0.003069	0.016097	0.19068	0.848776																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
omega	0.020238	0.004591	4.40822	0.000010																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha1	0.057817	0.016535	3.49656	0.000471																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha2	0.094561	0.023036	4.10488	0.000040																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
beta1	0.846217	0.015858	53.36067	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
shape	5.410342	0.428534	12.86541	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
mu	0.078177	0.008282	9.439054	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar1	0.865995	0.154039	5.621917	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma1	-0.938168	0.124207	-7.553260	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma2	0.034525	0.044350	0.778469	0.436292																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma3	0.003069	0.039727	0.077264	0.938414																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
omega	0.020238	0.005345	3.786453	0.000153																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha1	0.057817	0.016926	3.415861	0.000636																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha2	0.094561	0.026227	3.605476	0.000312																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
beta1	0.846217	0.020318	41.649017	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
shape	5.410342	0.437696	12.360961	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
	Value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Akaike	2.7620																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Bayes	2.7752																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Shibata	2.7620																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Hannan-Quinn	2.7666																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Lag	Statistic	p-value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[1]	2.079	0.149328																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11]	7.913	0.001754																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]	11.047	0.307297																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag	Statistic	p-value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[1]	3.843	0.04997																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]	6.605	0.18069																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]	9.226	0.26076																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Statistic	Shape	Scale	P-Value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
ARCH Lag[4]	0.03544	0.500	2.000	0.8507																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ARCH Lag[6]	2.81036	1.461	1.711	0.3370																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ARCH Lag[8]	3.29510	2.368	1.583	0.4898																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
Parameter	Statistic																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
mu	0.6936																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ar1	0.1446																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ma1	0.1809																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ma2	0.1366																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ma3	0.4794																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
omega	1.0009																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
alpha1	0.8582																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
alpha2	1.4895																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
beta1	1.9810																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
shape	3.0984																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Sign Bias	t-value	prob sig																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Sign Bias	3.718	2.031e-04 ***																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Negative Sign Bias	0.170	8.650e-01																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Positive Sign Bias	1.463	1.436e-01																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Joint Effect	34.996	1.221e-07 ***																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
group	Statistic	p-value(g-1)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
1	20	79.42	2.344e-09																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2	30	102.18	4.374e-10																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3	40	112.46	4.771e-09																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
4	50	133.92	8.108e-10																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
mu	0.078543	0.014564	5.3931	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar1	-1.312882	0.156943	-8.3683	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar2	-0.747795	0.190875	-3.9177	0.000089																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma1	1.299995	0.157383	8.2643	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma2	0.717867	0.193386	3.7121	0.000206																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma3	-0.032499	0.015062	-2.1577	0.030949																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
omega	0.026728	0.006634	4.0290	0.000056																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha1	0.025245	0.014688	1.7187	0.085672																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha2	0.083947	0.015326	5.4638	0.000014																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
beta1	0.883581	0.012840	68.8145	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
shape	6.971235	0.691741	10.0778	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
mu	0.078543	0.014056	5.5878	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar1	-1.312882	0.153226	-8.5683	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar2	-0.747795	0.224926	-3.3246	0.000885																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma1	1.299995	0.153272	8.4816	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma2	0.717867	0.226239	3.1730	0.001509																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma3	-0.032499	0.015000	-2.1666	0.030264																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
omega	0.026728	0.007196	3.7141	0.000204																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha1	0.025245	0.018411	1.3712	0.170316																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha2	0.083947	0.023864	3.5178	0.000435																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
beta1	0.883581	0.014591	60.5556	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
shape	6.971235	0.799024	8.7247	0.000000																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
	Value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Akaike	3.3168																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Bayes	3.3313																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Shibata	3.3168																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Hannan-Quinn	3.3219																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Lag	Statistic	p-value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[1]	1.383	0.2397																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][14]	7.593	0.4279																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][24]	10.441	0.7743																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag	Statistic	p-value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[1]	3.246	0.07161																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]	7.945	0.09718																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]	10.902	0.14264																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Statistic	Shape	Scale	P-Value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
ARCH Lag[4]	1.004	0.500	2.000	0.3162																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ARCH Lag[6]	2.849	1.461	1.711	0.3309																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ARCH Lag[8]	3.122	2.368	1.583	0.5209																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
Parameter	Statistic																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
mu	0.11115																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ar1	0.08278																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ar2	0.12550																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ma1	0.07862																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ma2	0.12607																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ma3	0.21243																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
omega	0.26557																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
alpha1	0.77621																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
alpha2	0.93993																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
beta1	0.70624																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
shape	3.86283																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Sign Bias	t-value	prob sig																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Sign Bias	1.707	8.791e-02 *																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Negative Sign Bias	2.049	4.049e-02 **																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Positive Sign Bias	3.330	8.747e-04 ***																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Joint Effect	51.117	4.618e-11 ***																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
group	Statistic	p-value(g-1)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
1	20	64.91	6.308e-07																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2	30	85.89	1.539e-07																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3	40	100.44	2.540e-07																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
4	50	106.54	3.802e-06																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
mu	0.043003	0.006981	6.1599	0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar1	0.918970	0.005433	169.1316	0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma1	-0.947875	0.006045	-156.7972	0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
omega	0.017830	0.003904	4.5671	5e-06																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha1	0.109642	0.011678	9.3888	0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
beta1	0.880504	0.012053	73.0543	0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
shape	7.967030	0.865458	9.2056	0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
mu	0.043003	0.007044	6.1052	0.0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ar1	0.918970	0.005953	154.3696	0.0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ma1	-0.947875	0.002807	-337.6516	0.0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
omega	0.017830	0.004312	4.1354	3.5e-05																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
alpha1	0.109642	0.015786	6.9457	0.0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
beta1	0.880504	0.015918	55.3164	0.0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
shape	7.967030	0.890375	8.9479	0.0e+00																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
	Value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Akaike	2.8116																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Bayes	2.8208																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Shibata	2.8116																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Hannan-Quinn	2.8149																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Lag	Statistic	p-value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[1]	0.746	0.3878																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	1.453	0.9986																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	3.522	0.7969																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag	Statistic	p-value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[1]	0.01222	0.9120																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	1.70248	0.6901																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	3.23557	0.7195																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Statistic	Shape	Scale	P-Value																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
ARCH Lag[3]	0.9003	0.500	2.000	0.3427																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ARCH Lag[5]	1.4125	1.440	1.667	0.6156																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
ARCH Lag[7]	1.5723	2.315	1.543	0.8067																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
Parameter	Statistic																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
mu	0.24222																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ar1	0.07173																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
ma1	0.02916																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
omega	0.16928																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
alpha1	0.57087																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
beta1	0.58179																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
shape	2.79184																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Sign Bias	t-value	prob sig																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Sign Bias	1.535	1.249e-01																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Negative Sign Bias	1.520	1.285e-01																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Positive Sign Bias	3.076	2.113e-03 ***																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Joint Effect	38.333	2.402e-08 ***																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
group	Statistic	p-value(g-1)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
1	20	52.87	4.899e-05																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2	30	71.66	1.791e-05																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3	40	89.23	8.286e-06																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
4	50	100.92	1.840e-05																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										

## Lisa 8. DCC-GARCH mudeli hinnang

```

*-----*
*          DCC GARCH Fit          *
*-----*

Distribution      : mvnorm
Model            : DCC(1,1)
No. Parameters   : 74
[VAR GARCH DCC UncQ] : [0+57+2+15]
No. Series       : 6
No. Obs.         : 4945
Log-Likelihood   : -37575.4
Av.Log-Likelihood : -7.6

Optimal Parameters
-----
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
[rOMXT].mu      0.038272  0.012230  3.1292e+00 0.001753
[rOMXT].ar1     0.957114  0.004617  2.0731e+02 0.000000
[rOMXT].ma1    -0.895270  0.002394 -3.7391e+02 0.000000
[rOMXT].ma2    -0.030352  0.013644 -2.2246e+00 0.026107
[rOMXT].ma3    -0.008138  0.014042 -5.7956e-01 0.562213
[rOMXT].omega   0.017178  0.004864  3.5316e+00 0.000413
[rOMXT].alpha1 0.172201  0.022173  7.7661e+00 0.000000
[rOMXT].beta1  0.517195  0.085765  6.0304e+00 0.000000
[rOMXT].beta2  0.309604  0.079826  3.8785e+00 0.000105
[rOMXT].shape   3.903976  0.196242  1.9894e+01 0.000000
[rOMXR].mu      0.041272  0.011899  3.4687e+00 0.000523
[rOMXR].ar1     1.095612  0.014762  7.4219e+01 0.000000
[rOMXR].ar2    -0.167376  0.014261 -1.1736e+01 0.000000
[rOMXR].ma1    -1.231169  0.000132 -9.2982e+03 0.000000
[rOMXR].ma2    0.307790  0.000257  1.1979e+03 0.000000
[rOMXR].omega  0.082015  0.022037  3.7216e+00 0.000198
[rOMXR].alpha1 0.208371  0.040483  5.1472e+00 0.000000
[rOMXR].beta1  0.407797  0.086218  4.7298e+00 0.000002
[rOMXR].beta2  0.360800  0.087464  4.1251e+00 0.000037
[rOMXR].shape  3.453246  0.196363  1.7586e+01 0.000000
[rOMXV].mu      0.043362  0.012608  3.4393e+00 0.000583
[rOMXV].ar1    0.969854  0.007248  1.3381e+02 0.000000
[rOMXV].ma1    -0.945559  0.004737 -1.9962e+02 0.000000
[rOMXV].ma2    -0.002162  0.011143 -1.9401e-01 0.846170
[rOMXV].omega  0.022586  0.006981  3.2355e+00 0.001214
[rOMXV].alpha1 0.204376  0.033611  6.0806e+00 0.000000
[rOMXV].beta1  0.418542  0.066877  6.2583e+00 0.000000
[rOMXV].beta2  0.376082  0.070413  5.3411e+00 0.000000
[rOMXV].shape  3.618854  0.211430  1.7116e+01 0.000000
[rGSPC].mu      0.078199  0.008022  9.7476e+00 0.000000
[rGSPC].ar1    0.866101  0.130169  6.6537e+00 0.000000
[rGSPC].ma1    -0.938336  0.104825 -8.9515e+00 0.000000
[rGSPC].ma2    0.034651  0.038719  8.9495e-01 0.370814
[rGSPC].ma3    0.003017  0.035899  8.4038e-02 0.933026
[rGSPC].omega  0.020235  0.005348  3.7835e+00 0.000155
[rGSPC].alpha1 0.057918  0.016901  3.4269e+00 0.000610
[rGSPC].alpha2 0.094391  0.025467  3.7064e+00 0.000210
[rGSPC].beta1  0.846248  0.019095  4.4317e+01 0.000000
[rGSPC].shape  5.412147  0.449471  1.2041e+01 0.000000
[rDAX].mu       0.078529  0.014889  5.2742e+00 0.000000
[rDAX].ar1     -1.312731  0.149930 -8.7556e+00 0.000000
[rDAX].ar2     -0.747578  0.224951 -3.3233e+00 0.000890
[rDAX].ma1     1.299858  0.150366  8.6446e+00 0.000000
[rDAX].ma2     0.717665  0.226594  3.1672e+00 0.001539
[rDAX].ma3     -0.032497  0.015253 -2.1305e+00 0.033129
[rDAX].omega   0.026723  0.007656  3.4905e+00 0.000482
[rDAX].alpha1  0.025234  0.017475  1.4440e+00 0.148728
[rDAX].alpha2  0.083938  0.022715  3.6953e+00 0.000220
[rDAX].beta1   0.883603  0.015438  5.7234e+01 0.000000
[rDAX].shape   6.971605  0.718412  9.7042e+00 0.000000
[rFTSE].mu     0.043002  0.006595  6.5204e+00 0.000000
[rFTSE].ar1    0.918963  0.006425  1.4303e+02 0.000000
[rFTSE].ma1    -0.947866  0.003180 -2.9803e+02 0.000000
[rFTSE].omega  0.017834  0.004446  4.0109e+00 0.000060
[rFTSE].alpha1 0.109656  0.014124  7.7635e+00 0.000000
[rFTSE].beta1  0.880491  0.014966  5.8834e+01 0.000000
[rFTSE].shape  7.965625  0.864552  9.2136e+00 0.000000
[Joint]dccca1 0.014590  0.002695  5.4132e+00 0.000000
[Joint]dcccb1 0.965072  0.009577  1.0077e+02 0.000000

Information Criteria
-----
Akaike      15.227
Bayes      15.325
Shibata    15.227
Hannan-Quinn 15.261

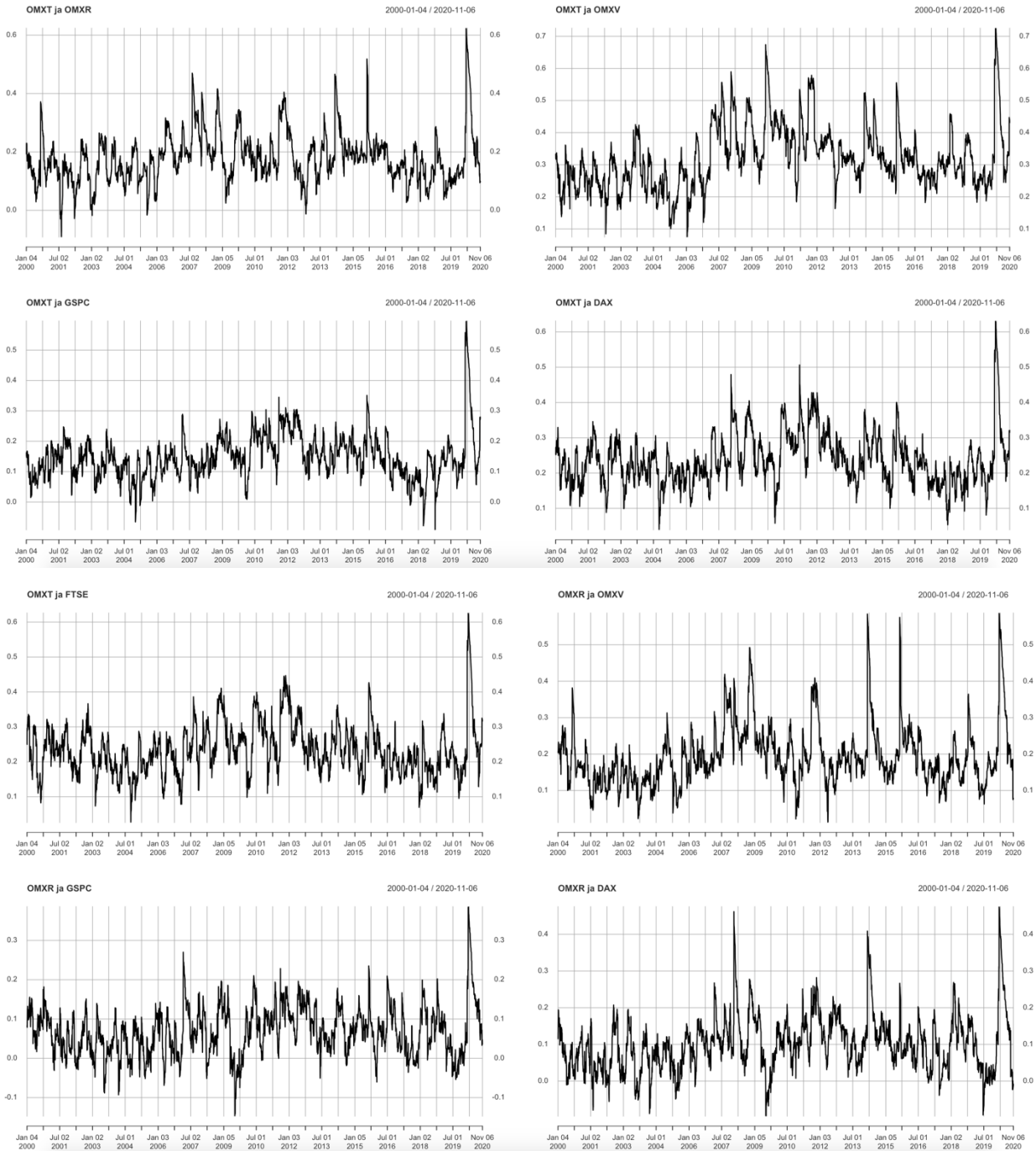
Elapsed time : 31.6003

```

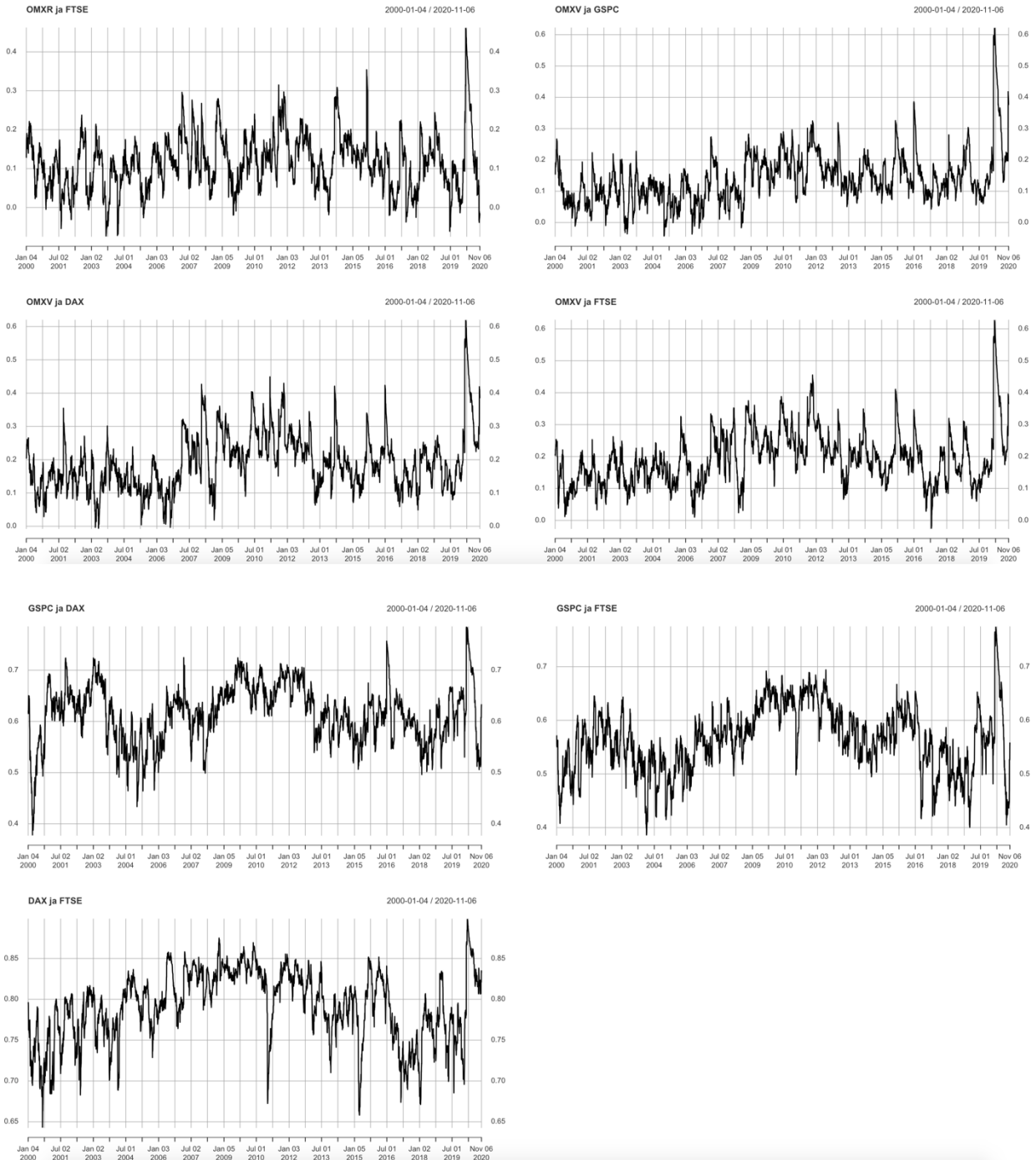
Allikas: Yahoo Finance ja Nasdaq OMX, autori arvutused



## Lisa 9. Indeksite volatiilsuste vahelised korrelatsioonid



# Lisa 9 järg



Allikas: Yahoo Finance ja Nasdaq OMX, autori arvutused

## Lisa 10. Lihtlitsents

### **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks<sup>1</sup>**

Mina Pille Remmelgas

1. annan Tallinna Tehnikaülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose  
Globaalsete finantsturgude volatiilsuse kandumine Balti riikide aktsiaturgudele,

mille juhendaja on Kalle Ahi,

1.1 reprodutseerimiseks lõputöö säilitamise ja elektroonse avaldamise eesmärgil, sh TalTechi  
raamatukogu digikogusse lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;

1.2 üldsusele kättesaadavaks tegemiseks TalTechi veebikeskkonna kaudu, sealhulgas TalTechi  
raamatukogu digikogu kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. Olen teadlik, et käesoleva lihtlitsentsi punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega  
isikuandmete kaitse seadusest ning muudest õigusaktidest tulenevaid õigusi.

---

<sup>1</sup>*Lihtlitsents ei kehti juurdepääsupiirangu kehtivuse ajal, välja arvatud ülikooli õigus lõputööd reprodutseerida üksnes säilitamise eesmärgil.*