

Ep 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 61 1955

С. Д. ЧУДИНОВ

О ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ
КАВИТИРУЮЩЕГО КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА

В. М. БЫКОВ

ДИНАМИЧЕСКИЙ КРЕН БУКСИРНОГО СУДНА
ПРИ РЫВКЕ БУКСИРНОГО ТРОСА

P23471

ENSV Teaduste Akadeemia
Keskraamatukogu



ЭСТОНСКОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИН 1955

О ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ КАВИТИРУЮЩЕГО КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА

Чудинов С. Д.

Кандидат технических наук

Общее направление развития технических вопросов, связанных с движением тел в жидкости (или с обтеканием тел жидкостью), характеризуется непрерывным и значительным ростом скоростей. В связи с этим весьма актуальное значение приобретает изучение явлений кавитации.

С точки зрения теоретической гидромеханики строгое решение задач, связанных с кавитационным обтеканием, представляет исключительные трудности. С другой стороны, экспериментальному изучению кавитации препятствует трудность воспроизведения явления в лабораторных условиях и сложность производства необходимых замеров распределения скоростей и сил.

По этим причинам явление кавитации еще мало изучено, несмотря на то, что в технике оно известно уже более 50 лет.

Это относится в первую очередь к весьма важным для практики вопросам кавитационного обтекания крыльев и крыловых профилей. В частности, совершенно не изучен вопрос о влиянии кавитации на гидродинамические характеристики крыла конечного размаха.

В предлагаемой работе дается приближенное теоретическое решение задачи о подъемной силе и вызванном (индуктивном) сопротивлении кавитирующего крыла конечного размаха.

Рассмотрим крыло конечного размаха, обтекаемое капельной невязкой и несжимаемой жидкостью со скоростью u . Оси координат расположим, как показано на рис. 1.

Поставим задачу следующим образом.

Разобьем крыло на бесконечно большое количество элементов, каждый из которых образуется в результате сечения крыла двумя бесконечно близкими плоскостями,

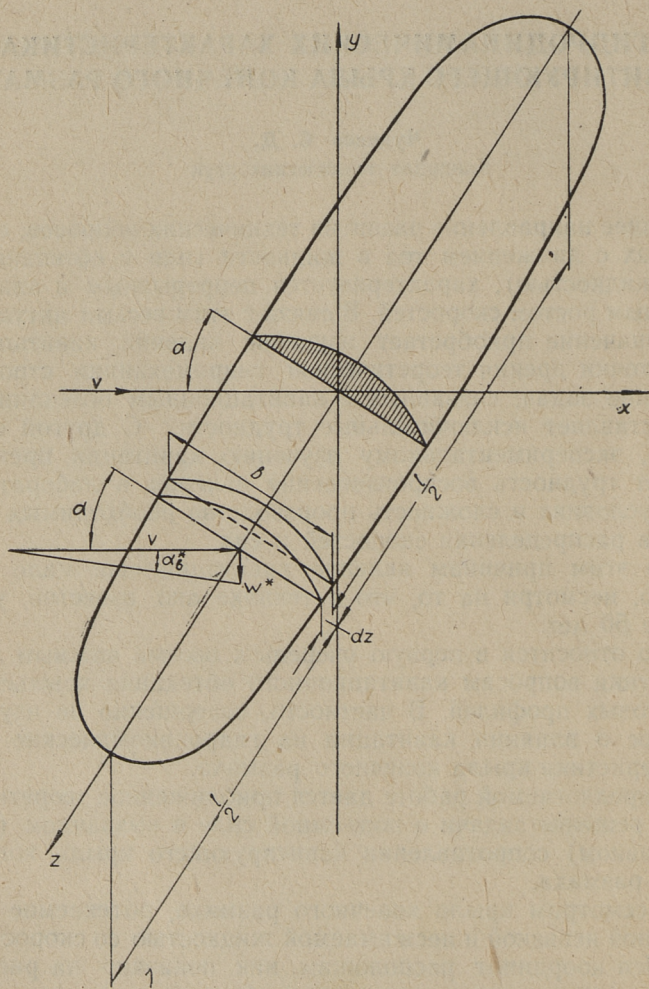


Рис. 1.

параллельными координатной плоскости xoy и отстоящими друг от друга на расстоянии dz . В слое dz внутри этих плоскостей течение жидкости будем считать плоскопараллельным; поле скоростей определим, как проекцию поля скоростей одной из смежных плоскостей, образующих слой dz , на эту плоскость.

Подъемная сила, действующая на выделенный элемент крыла, будет¹:

$$dY^* = c_y^* \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 b dz, \quad (1)$$

где ρ — массовая плотность жидкости,

b — хорда профиля,

c_y^* — коэффициент подъемной силы, подсчитанный для профиля, обтекаемого плоскопараллельным потоком (т. е. для крыла бесконечного размаха), с учетом влияния кавитации.

Полная подъемная сила, действующая на крыло, определится, как сумма элементарных подъемных сил

$$Y^* = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} dY^*. \quad (2)$$

Такой подход к решению задачи о крыле конечного размаха называется, как известно, гипотезой плоских сечений. Полученные на основании этой гипотезы результаты, как и для отсутствия кавитации, будут тем достовернее, чем больше будет относительное удлинение

$$\lambda = \frac{l^2}{S},$$

где l — размах крыла,

S — его площадь в плане.

Картина течения внутри выделенного слоя dz отличается от той картины, которая наблюдалась бы, если бы крыло имело бесконечный размах. Отличие заключается

¹ Величины, определенные с учетом влияния кавитации, будем обозначать звездочкой, например, Y^* — подъемная сила кавитирующего крыла.

в том, что крыло конечного размаха при своем движении оттесняет жидкость, над которой оно проходит, вниз и в стороны, причем имеет место боковое перетекание жидкости с нагнетающей стороны на засасывающую. Благодаря этому появляется дополнительная скорость возмущения Δv^* , так называемая вызванная скорость. Вертикальная составляющая этой вызванной скорости в месте нахождения крыла — скорость скоса потока ω^* — приводит к уменьшению угла встречи на угол α_b^* (рис. 1), так что при вычислении действующей на рассматриваемый элемент крыла подъемной силы dY^* по методам теории крыла бесконечного размаха следует в качестве угла встречи вводить не угол α , а угол $(\alpha - \alpha_b^*)$.

Так как на образование вызванных скоростей затрачивается энергия, то появляется сила, препятствующая движению крыла — вызванное (индуктивное) сопротивление.

Эти явления имеют место независимо от характера обтекания крыла, т. е. как при кавитации, так и при ее отсутствии.

Из изложенного ясно, что для определения сил, действующих на кавитирующее крыло конечного размаха, необходимо определить угол скоса потока α_b^* .

При отсутствии кавитации это делается на основании вихревой теории Чаплыгина-Прандтля², согласно которой крыло оставляет за собой вихревую пелену, которая и вызывает скорость скоса потока ω . Интенсивность вихревой пелены определяется исходя из распределения циркуляции скорости вокруг крыла по его размаху; циркуляция же вычисляется в зависимости от формы профиля на основании постулата Чаплыгина-Жуковского.

При кавитации теория Чаплыгина-Прандтля неприменима вследствие невозможности вычислить циркуляцию. Поэтому мы применим приближенный, но физически вполне оправданный, прием, заключающийся в следующем. Возмущение, производимое крылом и заключающееся в оттеснении жидкости, над которой оно проходит, вниз и в стороны, близко к действию плоской пластины, движущейся в направлении, перпендикулярном ее плоскости. Поэтому действие крыла на окружающую жидкость приближенно можно заменить действием пластины.

² Ее основные положения были сформулированы С. А. Чаплыгиным и доложены на заседании Московского математического общества в 1913 году; в 1918 году, независимо от С. А. Чаплыгина, эта теория была подробно разработана Л. Прандтлем.

При таком предположении вертикальная скорость возмущения в месте нахождения крыла (вызванная скоростью скоса потока), очевидно, будет постоянна по размаху и равна скорости движения воображаемой пластины. Случай постоянства скорости скоса потока по размаху для некавитирующего крыла соответствует, как известно, эллиптическому распределению циркуляции по размаху крыла.

Далее, можно предположить, что, как и в случае отсутствия кавитации, характер скоростей возмущения после прохождения крыла сохраняется; происходит только изменение величины этих скоростей. Поэтому мы будем считать, что если на расстоянии x за крылом провести две бесконечно близкие плоскости, перпендикулярные направлению движения крыла, то поле скоростей возмущения внутри элементарного слоя, ограниченного этими плоскостями, будет совпадать с плоскопараллельным полем скоростей вокруг бесконечно длинной плоской пластины, которая лежит в плоскости xOz , имеет ширину l , равную размаху крыла, и движется в направлении отрицательной оси y с некоторой скоростью ω_x . Эта скорость зависит от абсциссы x , т. е. для различных элементарных слоев скорость движения воображаемой пластины различна.

В кинематическом отношении такая пластина эквивалентна поверхности раздела касательных к ней скоростей. Таким образом, мы приходим к выводу, что при нашем предположении за крылом остается непрерывная поверхность раздела, имеющая ширину l .

Вследствие малости скоростей возмущения эту поверхность можно считать плоской и расположенной параллельно направлению движения крыла (скорости невозмущенного натекающего потока). Аналогичные предположения делаются в вихревой теории Чаплыгина-Прандтля по отношению к вихревой пелене, остающейся позади крыла. Отличие заключается в том, что непосредственно за крылом, в районе кавитационной каверны, имеет место не поверхность раздела, а как бы «слой раздела», имеющий конечную толщину, равную толщине каверны, и заполненный парами жидкости. Это обстоятельство будет определенным образом нарушать сходство поля скоростей около крыла с полем скоростей около плоской пластины, но мы будем этим нарушением пренебрегать, считая слой

раздела достаточно тонким, что имеет место, очевидно, у тонких профилей.

Наметив такую идеализированную схему обтекания кавитирующего крыла конечного размаха, попытаемся определить угол вызванного скоса потока α_v^* .

Предварительно сделаем еще некоторые допущения, без которых задача остается чрезвычайно сложной и практически неразрешимой.

Во-первых, мы будем считать кавитационное обтекание крыла установившимся. Это допущение никогда не соответствует действительности, ибо кавитационное обтекание не может быть установившимся. Однако, когда дело идет об определении средних во времени значений скоростей и сил, то такое допущение вполне приемлемо, о чем свидетельствует успешное применение схем установившегося кавитационного обтекания в теории плоско-параллельных течений.

Во-вторых, мы будем считать, что за кавитирующим крылом не образуется никаких особенностей, обязанных своим происхождением самому факту кавитации. Это соответствует допущению, что при плоском кавитационном обтекании далеко за профилем не остается никаких возмущений. В действительности, как показывает опыт и теория, за кавитирующим профилем (даже в невязкой жидкости) образуются сложные возмущенные движения, являющиеся результатом столкновения струй в области замыкания каверны. Эти возмущенные движения имеют своим следствием появление дополнительного, если так можно выразиться, «кавитационного» сопротивления, которое при нашем допущении не будет учитываться. Таким образом, это допущение приобретает тот же характер, что и допущение о несущественности влияния вязкости в теории некавитирующего крыла: в силу сравнительной малости кавитационного сопротивления (при малых углах встречи) оно вполне приемлемо.

В-третьих, мы будем считать, что далеко за крылом восстанавливается давление невозмущенного потока. Это соответствует допущению, что вся энергия, сообщенная крылом жидкости в результате преодоления сопротивления его движению (вызванного сопротивлением), полностью переходит в кинетическую энергию вызванных скоростей. Это допущение вполне естественно и неявно всегда принимается в теории безотрывного обтекания.

Наконец, примем, что угол встречи α и относительная скорость возмущения $\frac{\Delta v^*}{v}$ в любой точке малы по сравнению с единицей.

Для нахождения угла скоса потока α_v^* окружим крыло цилиндром с бесконечно большим радиусом R (см. рис. 2). Одно основание цилиндра поместим бесконечно далеко

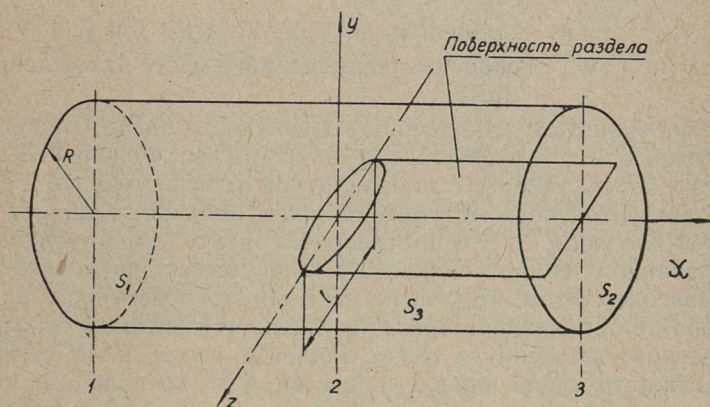


Рис. 2.

перед крылом с тем расчетом, чтобы в его плоскости не было никаких скоростей возмущения. Второе основание цилиндра поместим бесконечно далеко за крылом с тем расчетом, чтобы скорости возмущения достигли полной своей величины еще до этого основания, а за ним уже не увеличивались.

Применим к жидкости, находящейся внутри цилиндра, законы количества движения и энергии. Математическая формулировка этих законов для нашего случая имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}^* &= - \oint_S p^* n dS - \oint_S \rho \mathbf{V}^* (\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}) dS \\ \mathbf{R}^* \cdot \mathbf{w}^* &= - \oint_S p^* \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS - \oint_S \frac{1}{2} \rho V^{*2} \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS, \end{aligned} \right\} (3)$$

где S — поверхность цилиндра,

p^* — давление в рассматриваемой точке,

n — единичный вектор внешней нормали к поверхности S ,

$V^* = v + \Delta v^*$ — полная скорость в рассматриваемой точке,
 Δv^* — скорость возмущения,

$R^* = iX^* + jY^*$ — сила, действующая на крыло,

Y^* — подъемная сила,

X^* — сопротивление,

i и j — единичные векторы по осям x и y ,

w^* — скорость возмущения в месте нахождения крыла.

По принятому допущению, поверхность раздела параллельна оси x , следовательно, скорости возмущения Δv^* везде компланарны с координатной плоскостью yoz , отсюда вектор силы R^* тоже должен быть компланарен с этой плоскостью. Это противоречит факту существования вызванного сопротивления X^* . Кажущееся противоречие объясняется тем, что в действительности поверхность раздела не параллельна оси x , а увлекается потоком относительного движения и имеет наклон к оси x . Если учесть соответствующий наклон скоростей Δv^* , то получим, что реакция R^* будет иметь наклон к оси y и составляющую по оси x , равную вызванному сопротивлению X^* .

Реакция R^* представляет собой сумму элементарных подъемных сил, каждая из которых, будучи определенной, как для крыла бесконечного размаха, должна быть перпендикулярна результирующей скорости обтекания в месте нахождения крыла $(v + w^*)$, т. е. должна иметь наклон к оси y , равный углу скоса потока $\alpha_{\theta}^* \cong \frac{w^*}{v}$. Следовательно,

$$Y^* = R^* \cdot \cos \alpha_{\theta}^* \cong R^*; \quad X^* = R^* \sin \alpha_{\theta}^* \cong R^* \alpha_{\theta}^* \cong Y^* \alpha_{\theta}^*.$$

Учитывая сказанное, мы можем вернуться к схеме плоской поверхности раздела, параллельной оси x , и считать $R^* \cong Y^*$, т. е. оперировать только с подъемной силой.

Вызванное сопротивление будет определяться формулой:

$$X^* = Y^* \alpha_{\theta}^*. \quad (4)$$

После замены $\mathbf{R}^* = \mathbf{Y}^*$ равенства (3) переписываются следующим образом:

$$\mathbf{Y}^* = -\mathbf{j} \oint_S p^* \mathbf{n} dS - \mathbf{j} \oint_S \rho \mathbf{V}^* (\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}) dS,$$

$$Y^* w^* = -\oint_S p^* \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS - \oint_S \frac{1}{2} \rho V^{*2} \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS.$$

Прежде всего рассмотрим интегралы, содержащие давление:

$$-\oint_S p^* \mathbf{n} dS \text{ и } -\oint_S p^* \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS.$$

Первый из этих интегралов представляет собой равнодействующую сил давления, приложенных к рассматриваемому объему жидкости, а второй — мощность этих сил. Но мы условились, что вся энергия, сообщаемая жидкости крылом, бесконечно далеко от него полностью переходит в кинетическую энергию вызванных скоростей и что, следовательно, давление бесконечно далеко от крыла равно давлению в невозмущенном потоке. Отсюда сразу заключаем, что

$$-\oint_S p^* \mathbf{n} dS = 0,$$

$$-\oint_S p^* \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS = 0.$$

Вычисление остальных двух интегралов также не представляет особого труда. Предварительно заметим, что $\Delta v^* = o\left(\frac{1}{r^2}\right)$, где r — расстояние рассматриваемой точки от начала координат.

Имеем

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{V}^* = \mathbf{j} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{j} \cdot \Delta \mathbf{v}^* = \mathbf{j} \cdot \Delta \mathbf{v}^* = \Delta v_{y^*},$$

ибо

$$\mathbf{v} \perp \mathbf{j}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \mathbf{j} \oint_S \rho \mathbf{V}^* (\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}) dS &= \oint_S \rho \Delta v_{y^*} (\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}) dS = \\ &= \oint_S \rho \Delta v_{y^*} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \oint_S \rho \Delta v_{y^*} (\Delta \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n}) dS. \end{aligned}$$

На S_1 $\Delta v_y^* = 0$, а на S_3 $\mathbf{v} \perp \mathbf{n}$, поэтому

$$\oint_{S_1} \rho \Delta v_y^* (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{S_2} \rho \Delta v_y^* v dS.$$

С другой стороны

$$\oint_{S_1} \rho \Delta v_y^* (\Delta \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \left(\frac{1}{R^2} \right) = 0,$$

ибо на S_1 и S_2 $\Delta \mathbf{v}^* \perp \mathbf{n}$ и, кроме того,

$$\int_{S_3} \rho \Delta v_y^* (\Delta \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \left(\frac{1}{R^2} \right).$$

Таким образом,

$$\mathbf{j} \oint_{S_1} \rho \mathbf{V}^* (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{S_2} \rho \Delta v_y^* v dS.$$

Дальше

$$\begin{aligned} \oint_{S_1} \frac{1}{2} \rho V^{*2} \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS &= \oint_{S_2} \frac{1}{2} \rho v^2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS + \\ + \oint_{S_2} \frac{1}{2} \rho v^2 \Delta \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n} dS &+ \oint_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS + \\ + \oint_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} \Delta \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n} dS & \end{aligned}$$

$$\oint_{S_1} \frac{1}{2} \rho v^2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

$$\oint_{S_1} \frac{1}{2} \rho v^2 \Delta \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

$$\oint_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} v dS$$

$$\oint_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} \Delta \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n} dS = 0 \left(\frac{1}{R^4} \right) = 0.$$

Следовательно,

$$\oint_{S_1} \frac{1}{2} \rho V^{*2} \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n} dS = \int_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} v dS.$$

Окончательно получается следующая система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} Y^* &= -\rho v \int_{S_2} \Delta v_y^* dS \\ Y^* w^* &= -\frac{1}{2} \rho v \int_{S_2} \Delta v^{*2} dS. \end{aligned} \right\}$$

Знаки минус, показывающие, что Y^* направлена в сторону, противоположную w^* и Δv_y^* , мы будем для простоты опускать.

Интеграл $\int_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} dS$ представляет собой кинетическую энергию плоскопараллельного течения в плоскости S_2 , а интеграл $\int_{S_2} \rho \Delta v_y^* dS$ — проекцию количества движения этого течения на ось y .

Поле скоростей возмущения в плоскости S_2 совпадает с полем скоростей возмущения вокруг плоской пластины, имеющей ширину l и движущейся в направлении отрицательной оси y со скоростью $w_x = w_\infty^*$. Количество движения и кинетическую энергию такого движения можно выразить через присоединенную массу пластины λ_y в направлении, перпендикулярном ее плоскости:

$$\int_{S_2} \rho \Delta v_y^* dS = \lambda_y w_\infty^*; \quad \int_{S_2} \frac{1}{2} \rho \Delta v^{*2} dS = \frac{1}{2} \lambda_y w_\infty^{*2}.$$

Присоединенная масса пластины определяется известным выражением

$$\lambda_y = \rho \cdot \frac{\pi}{4} l^2,$$

Таким образом,

$$Y^* = v \cdot \rho \frac{\pi}{4} l^2 w_\infty^*; \quad Y^* w^* = v \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot \frac{\pi}{4} l^2 w_\infty^{*2},$$

откуда, приняв во внимание, что

$$Y^* = c_y^* \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S,$$

находим:

$$\alpha_B^* \cong \frac{w^*}{v} = \frac{c_y^*}{\pi \lambda}. \quad (5)$$

Полученный результат показывает, что угол вызванного скаса потока при кавитации определяется той же зависимостью от подъемной силы и удлинения, как и при отсутствии кавитации.

Формула (5) дает возможность быстро и просто решать разнообразные задачи, связанные с подъемной силой и вызванным сопротивлением кавитирующего крыла. Решение этих задач производится так же, как для некавитирующего крыла.

Рассмотрим следующий пример. Предположим, что для некоторого крылового профиля (удлинение $\lambda = \infty$) из опыта получена зависимость коэффициента подъемной силы c_y^* от угла встречи α при некотором фиксированном кавитационном числе

$$\sigma = \frac{p_0 - p_a}{\frac{1}{2} \rho v^2}$$

Здесь p_0 — давление в невозмущенном потоке,
 p_a — давление насыщенных паров жидкости.

Требуется построить аналогичную кривую при том же значении σ для заданного удлинения $\lambda \neq \infty$. Поступаем следующим образом. Задаемся рядом значений c_y^* и отме-

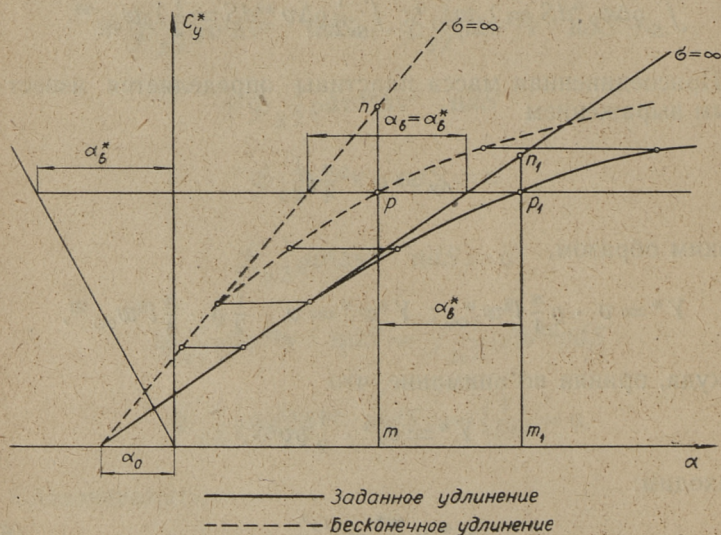


Рис. 3.

чаем на кривой $c_y^*(\alpha)$, построенной для $\lambda = \infty$, соответствующие точки (см. рис. 3). Затем для каждого значения c_y^* вычисляем угол вызванного скоса потока

$$\alpha_v^* = \frac{c_y^*}{\pi \lambda},$$

где λ — заданное удлинение. От точек, отмеченных на кривой $c_y^*(\alpha)$ при $\lambda = \infty$, откладываем вправо соответствующие значения угла вызванного скоса потока α_v^* и получаем искомую кривую $c_y^*(\alpha)$ для заданного удлинения λ .

Для удобства можно построить зависимость угла вызванного скоса потока α_v^* от коэффициента подъемной силы c_y^* , как это сделано на рис. 3.

Аналогично производится пересчет коэффициента подъемной силы с одного удлинения на другое.

Влияние кавитации на подъемную силу крыла принято характеризовать так называемым коэффициентом уменьшения подъемной силы от кавитации. Этот коэффициент представляет собой отношение коэффициента подъемной силы кавитирующего крыла c_y^* к коэффициенту подъемной силы c_y того же крыла при том же угле встречи, но при отсутствии кавитации:

$$\varphi = \frac{c_y^*}{c_y}.$$

Из рис. 3 видно, что значения коэффициента φ , вычисленные при условии постоянства c_y^* и для разных удлинений, будут отличаться друг от друга, а именно, при уменьшении удлинения коэффициент φ будет увеличиваться. Действительно, для бесконечного удлинения $\lambda = \infty$ коэффициент φ будет выражаться отношением отрезков $\frac{m\pi}{m\rho}$, а для заданного удлинения $\lambda \neq \infty$ — отношением отрезков $\frac{m_1 n_1}{m_1 \rho_1}$, причем, очевидно, $\frac{m\pi}{m\rho} < \frac{m_1 n_1}{m_1 \rho_1}$. Это значит, что с уменьшением удлинения крыла относительное изменение коэффициента подъемной силы от кавитации будет уменьшаться.

Коэффициент вызванного сопротивления может быть вычислен по формуле

$$c_{xv}^* = \frac{c_y^{*2}}{\pi \lambda}.$$

К сожалению, в настоящее время не имеется экспериментальных данных, с которыми можно было бы сопоставить полученные результаты.

Заключение

1. Связь между подъемной силой, вызванным сопротивлением и углом вызванного скоса потока у крыла конечного размаха при кавитации подчиняется тем же зависимостям, что и при ее отсутствии.

2. Влияние кавитации на подъемную силу крыла конечного размаха проявляется меньше, чем у крыла бесконечного размаха.

3. Полученные теоретические результаты и вытекающие из них практические методы для вычисления подъемной силы и вызванного сопротивления кавитирующего тонкого крыла конечного размаха — приближенны и должны быть проверены экспериментально.

ДИНАМИЧЕСКИЙ КРЕН БУКСИРНОГО СУДНА ПРИ РЫВКЕ БУКСИРНОГО ТРОСА

Быков В. М.

Кандидат технических наук

Рывок буксирного троса является по общему признанию основной причиной потери остойчивости буксирными судами. Естественно, что определение критерия остойчивости буксирных судов и базирующееся на нем нормирование их остойчивости требует изучения динамики рывка буксирного троса.

Эта задача с самого начала наталкивается на весьма значительные трудности. Самое понятие рывка крайне неопределенно; говоря о рывке имеют в виду резкое увеличение силы натяжения в буксирном тросе при быстром увеличении расстояния между точками его закрепления из-за различия в скоростях движения этих точек.

Естественный путь исследования явления рывка — изучение уравнений движения буксирного судна под действием силы натяжения буксирного троса. Сила натяжения буксирного троса определяется расстоянием между точками его подвеса. Из-за этого оказывается необходимым рассматривать и движение буксируемого судна.

Обратимся к этим уравнениям. Для этого выберем системы координат, связанные с судами. Начала координат примем в центрах тяжести судов; оси Ox и $O'x'$ направим горизонтально в нос, оси Oy и $O'y'$ — горизонтально на левый борт и оси Oz и $O'z'$ — вертикально вниз (все обозначения со штрихами присвоены буксируемому судну). Будем предполагать, что выбранные таким образом оси совпадают с главными центральными осями инерции судов.

Уравнения движения в векторной записи имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt}(M\mathbf{v}) &= \mathbf{F} + \mathbf{H} \\ \frac{d\mathbf{l}}{dt} &= \mathbf{L} + (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{H}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В этих уравнениях:

M — масса буксирного судна;

\mathbf{v} — скорость его центра тяжести;

\mathbf{F} — главный вектор внешних сил, исключая силу \mathbf{H} натяжения троса;

\mathbf{l} — момент количества движения буксирного судна;

\mathbf{L} — главный момент внешних сил, исключая момент $(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{H})$ силы натяжения троса;

\mathbf{r}_1 — радиус-вектор точки F закрепления троса на буксирном судне (\times — знак векторного произведения).

Аналогичные уравнения имеют место для буксируемого судна. Во внешние силы и моменты считаются включенными и гидродинамические инерционные реакции.

Раскрытие правых частей уравнений (1) представляет многочисленные и значительные трудности.

1. Сила натяжения троса \mathbf{H} определяется взаимным движением обоих судов, но сама она входит в уравнения этого движения.

2. Определение сил и моментов инерционного воздействия воды на суда осложнено влиянием свободной поверхности воды и происходящего на ней волнообразования.

3. Затруднительно в общем случае и определение сил и моментов сопротивления воды.

Для упрощения будем полагать, что сила натяжения троса может определяться из условий его статического равновесия. В этом случае она будет для данного троса функцией одного лишь расстояния между точками его закрепления.

Принимая, что трос провисает по цепной линии, можно сравнительно просто определить по пролету троса его натяжение.

Для определения сил и моментов инерционного воздействия воды предполагается возможным перенесение на случай движения по поверхности воды основных принципов и формул, относящихся к движению тела в безгра-

ничной жидкости. Учет влияния свободной поверхности производится соответствующим выбором коэффициентов присоединенных масс.

Определение сил и моментов сопротивления для общего случая очень сложно. Для получения уравнений, в которых определены все входящие величины, приходится ограничиваться частным случаем неустановившегося бокового движения буксира под действием натяжения буксирного троса.

В этом случае из шести уравнений движения остаются два следующих:

$$\left. \begin{aligned} (M + \lambda_{22}) \frac{dv_y}{dt} + \lambda_{24} \frac{d\omega_x}{dt} &= H - R_1 \\ (I_{xx} + \lambda_{44}) \frac{d\omega_x}{dt} + \lambda_{24} \frac{dv_y}{dt} &= H \cdot f - D \cdot l(\theta) + \\ &+ R_1(Z_g - Z_{R_1}) - \mathfrak{M}_x \end{aligned} \right\} \cdot (2)$$

В уравнениях (2) новыми являются следующие обозначения:

R_1 — горизонтальная проекция силы сопротивления боковому движению буксирного судна;

f — возвышение точки F закрепления троса на буксирном судне над его центром тяжести;

\mathfrak{M}_x — момент сопротивления повороту вокруг продольной оси;

$D \cdot l(\theta)$ — момент остойчивости;

$R_1(Z_g - Z_{R_1})$ — момент силы сопротивления R_1 ;

Z_{R_1} — ордината приложения сил R_1 в обычной системе теоретико-корабельных координат.

Вообще говоря:

$$R_1 = R_1(v_y, \omega_x) = k_1 v_y^2 + k_2 v_y \omega_x,$$

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_x(\omega_x, v_y) = k_3 \omega_x^2 + k_4 \omega_x v_y,$$

однако из-за незнания коэффициентов k_1 , k_2 , k_3 и k_4 для

практических расчетов использовались более простые зависимости:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \zeta \frac{\rho}{2} S_{дп} v_y^2 \\ \mathfrak{M}_x &= kLB^4 \omega_x^2 \end{aligned} \right\}, \text{ где}$$

ζ — безразмерный коэффициент сопротивления боковому движению судна; $\zeta \cong 1$ по данным модельных испытаний;

ρ — плотность воды; $\rho = 0,102 \frac{\text{т сек}^2}{\text{м}^4}$;

$S_{дп}$ — площадь погруженной части диаметральной плоскости;

Формула для \mathfrak{M}_x есть формула Бертена момента сопротивления боковой качке;

$$K = 0,001 \div 0,002 \frac{\text{т сек}^2}{\text{м}^4}.$$

λ_{22} — коэффициент присоединенной массы при боковом движении судна;

λ_{24} — коэффициент присоединенного статического момента при боковом движении;

λ_{44} — коэффициент присоединенного момента инерции при вращении судна вокруг продольной оси Ox .

Уравнения (2) допускают значительное упрощение: в силу малости коэффициента λ_{24} члены с ним можно отбросить, и уравнения (2) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} (M + \lambda_{22}) \frac{dv_y}{dt} &= H - \zeta \frac{\rho}{2} S_{дп} v_y^2 \\ (I_{xx} + \lambda_{44}) \frac{d\omega_x}{dt} &= H \cdot f + (Z_g - \frac{T}{2}) \zeta \frac{\rho}{2} S_{дп} v_y^2 - \\ &\quad - kLB^4 \omega_x^2 - D \cdot l(\theta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(Z_{R1} принято равным $\frac{T}{2}$ — половине осадки судна).

График функции $H(t)$ — изменения силы натяжения троса во времени при боковом рывке, — построенный по данным численного интегрирования системы уравнений (3) показал ударный характер действия силы натяжения при рывке.

Это обстоятельство подкрепило идею о возможности схематизации явления рывка явлением удара, высказанную доцентом Ленинградского кораблестроительного института С. Н. Благовещенским.

Явление рывка превращается в явление удара при допущении, что трос является гибкой нерастяжимой и лишенной массы нитью.

Основная выгода этого допущения состоит в том, что при ударном характере действия силы натяжения троса в момент удара возможно пренебречь всеми конечными силами, действующими на буксирное судно. Благодаря этому уравнения движения в момент удара легко интегрируются даже в самом общем случае, давая следующие формулы изменения скоростей буксирного судна:

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_x &= \frac{l(I_{yy} + \lambda_{55}) - (lz_1 - nx_1)\lambda_{15}}{(M + \lambda_{11})(I_{yy} + \lambda_{55}) - \lambda_{15}^2} I \\ \Delta v_y &= \frac{m(I_{xx} + \lambda_{44}) - (y_1m - z_1m)\lambda_{24}}{(M + \lambda_{22})(I_{xx} + \lambda_{44}) - \lambda_{24}^2} I \\ \Delta v_z &= \frac{n}{M + \lambda_{33}} I \\ \Delta \omega_x &= \frac{(M + \lambda_{22})(y_1n - z_1m) - \lambda_{24}m}{(M + \lambda_{22})(I_{xx} + \lambda_{44}) - \lambda_{24}^2} I \\ \Delta \omega_y &= \frac{(M + \lambda_{11})(z_1l - x_1n) - \lambda_{15}l}{(M + \lambda_{11})(I_{yy} + \lambda_{55}) - \lambda_{15}^2} I \\ \Delta \omega_z &= \frac{I(x_1m - y_1l)}{I_{zz} + \lambda_{66}} \end{aligned} \right\} (4)$$

В формулах (4):

$I = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int H dt$ — ударный импульс силы натяжения троса;

x_1, y_1, z_1 — координаты точки F закрепления буксирного троса на буксирном судне;

l, m, n — косинусы углов, образуемых осями координат x, y, z с направлением буксирного троса в момент удара;

I_{yy} — момент инерции массы буксирного судна относительно оси y ;

λ_{55} — соответствующий присоединенный момент инерции воды;

$\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}$ — присоединенные массы воды для движения вдоль осей x и y и z ;

λ_{15} — присоединенный статический момент для движения вдоль оси Ox и вращения вокруг оси Oy ;

I_{xx} — момент инерции массы буксирного судна относительно оси Ox ;

λ_{44} — соответствующий присоединенный момент инерции воды.

Формула (4) выражает приращение линейных угловых скоростей через неизвестный пока ударный импульс I .

Для его определения используем допущение о нерастяжимости троса, приводящее к тому, что проекции скоростей V_1 и V_1' концов троса на его направление в момент после удара должны быть одинаковы:

$$V_1 s = V_1' \cdot s \quad (5)$$

s — единичный вектор направления вытянутого буксирного троса.

Если в (5) поставить выражения V_1 через $v, \omega, \Delta v, \Delta \omega$ и V_1' через соответствующие величины $v', \omega', \Delta v', \Delta \omega'$ для буксируемого судна, учтя формулы (4) и аналогичные им формулы для буксируемого судна, то (5) дает уравнение, содержащее одно лишь неизвестное — ударный импульс I .

Подстановка его в (4) определит эффект мгновенного действия удара.

Так как послеударное движение таких упрощений не допускает, рассматривается лишь случай чисто бокового движения неподвижного до рывка буксирного судна после бокового рывка — удара.

Кроме того делается дополнительное допущение, что инерционные характеристики буксируемого судна весьма велики по сравнению с таковыми для буксирного судна.

Это допущение приводит к равенствам

$$\Delta v' = 0, \Delta \omega' = 0.$$

При естественных допущениях, что $y_1 = 0$ и $l = n = 0$, а следовательно $m = 1$ и обозначении $-z_1 = f$ для бокового рывка-удара, получаются формулы:

$$I = K \cdot v_p \quad (6)$$

$$\Delta v_y = K_{v_y} \cdot v_p, \quad (7)$$

$$\Delta \omega_x = K_{\omega_x} \cdot \frac{v_p}{f}, \quad (8)$$

$$\Delta \omega_z = K_{\omega_z} \cdot \frac{v_p}{x_1}, \quad (9)$$

где

$$K = \frac{1}{\frac{(I_{xx} + \lambda_{44}) - 2f\lambda_{24} + f^2(M + \lambda_{22})}{(M + \lambda_{22})(I_{xx} + \lambda_{44}) - \lambda_{24}^2} + \frac{x_1^2}{I_{zz} + \lambda_{66}}}, \quad (10)$$

$$K_{v_y} = \frac{1}{1 + \frac{f^2(M + \lambda_{22}) - f\lambda_{24}}{(I_{xx} + \lambda_{44}) - f\lambda_{24}} + \frac{x_1^2[(M + \lambda_{22})(I_{xx} + \lambda_{44}) - \lambda_{24}^2]}{[(I_{xx} + \lambda_{44}) - f\lambda_{24}][I_{zz} + \lambda_{66}]}}, \quad (11)$$

$$K_{\omega_x} = \frac{1}{1 + \frac{(I_{xx} + \lambda_{44}) - f\lambda_{24}}{(M + \lambda_{22})f^2 - f\lambda_{24}} + \frac{x_1^2[(M + \lambda_{22})(I_{xx} + \lambda_{44}) - \lambda_{24}^2]}{[(M + \lambda_{22})f^2 - f\lambda_{24}][I_{zz} + \lambda_{66}]}}, \quad (12)$$

$$K_{\omega_z} = \frac{1}{1 + \frac{[(I_{xx} + \lambda_{44}) - 2f\lambda_{24} + (M + \lambda_{22})f^2][I_{zz} + \lambda_{66}]}{[(I_{xx} + \lambda_{44})(M + \lambda_{22}) - \lambda_{24}^2]x_1^2}}. \quad (13)$$

При $x_1 = 0$

$$K = \frac{(M + \lambda_{22})(I_{xx} + \lambda_{44}) - \lambda_{24}^2}{(I_{xx} + \lambda_{44}) - 2f\lambda_{24} + (M + \lambda_{22})f^2}, \quad (14)$$

$$K_{v_y} = \frac{1}{1 + \frac{(M + \lambda_{22})f^2 - f\lambda_{24}}{(I_{xx} + \lambda_{44}) - f\lambda_{24}}}, \quad (15)$$

$$K_{\omega_x} = \frac{1}{1 + \frac{(I_{xx} + \lambda_{44}) - f\lambda_{24}}{(M + \lambda_{22})f^2 - f\lambda_{24}}}, \quad (16)$$

$$K_{\omega_z} = 0 \text{ и } \omega_z = 0. \quad (17)$$

В этом случае боковое движение буксирного судна до рывка-удара остается чисто боковым и после него.

В формулах для приращения скоростей $v_p = v - v_{y0}$ — величина, которую естественно назвать скоростью рывка.

v — скорость, с которой буксируемое судно увлекает точку закрепления троса на буксирном судне;
 v_{y0} — скорость бокового движения буксирного судна до рывка.

Для неподвижного до рывка-удара буксирного судна $v_{y0} = 0$ и $v_p = v$.

Послеударное боковое движение определяется уравнениями (2), к которым добавляется кинематическое условие

$$v_y + f \cdot \omega_x = v, \quad (18)$$

вытекающее из уравнения (5).

Условие (18) позволяет исключить из системы уравнений (2) величины H и v_y и прийти к одному уравнению:

$$\begin{aligned} & [(I_{xx} + \lambda_{44}) + 2f\lambda_{24} + f^2(M + \lambda_{22})] \frac{d\omega_x}{dt} = \\ & = \left[(a + f)\zeta \frac{\rho}{2} S_{ДП} - kLB^4 \right] \omega_x^2 - \zeta \frac{\rho}{2} S_{ДП} (a + f) \cdot 2fv\omega_x + \\ & + \zeta \frac{\rho}{2} S_{ДП} (a + f) v^2 - D \cdot l(\theta), \quad (19) \\ & \left(a = z_g - z_{R_1} = z_g - \frac{T}{2} \right). \end{aligned}$$

Решать это уравнение нет необходимости: из него нужно найти лишь наибольший угол крена.

Последнее достигается следующим приемом. После преобразования уравнения (19) к виду:

$$I_1 \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{2} \omega_x^2 \right) = a_1' \omega_x^2 - a_2' \omega_x + a_3' - D \cdot l(\theta), \quad (20)$$

умножения на $d\theta = \omega_x dt$ и интегрирования части членов по θ от $\theta = 0$ до $\theta = \theta_m$ (наибольшего угла крена), а другой части по времени t от $t=0$ до $t=\tau$ (времени наклонения на угол θ_m), получается уравнение:

$$\begin{aligned} - I_1 \left[\frac{1}{2} \omega_x^2 \right]_{t=0}^{\tau} &= a_1' \int_0^{\tau} \omega_x^3 dt - a_3' \int_0^{\tau} \omega_x^2 dt + \\ &+ a_3' \theta_m - \int_0^{\theta_m} D \cdot l(\theta) d\theta. \quad (21) \end{aligned}$$

Интегралы по t в (21) берутся посредством подстановки приближенного решения:

$$\Theta = \Theta_m \sin \sigma t, \quad (22)$$

где

$$\sigma = \sqrt{\frac{Dh}{I_1}} \quad (23)$$

есть частота малых колебаний вокруг продольной оси, проходящей через точку закрепления троса на буксире, а

$$I_1 = (I_{xx} + \lambda_{44}) - 2f\lambda_{24} + f^2(M + \lambda_{22}). \quad (24)$$

В результате получается следующее уравнение, служащее для определения наибольшего угла крена:

$$l_d(\Theta_m) = \frac{I_1}{2D} \left(\frac{K\omega_x}{f} \right)^2 v^2 + \frac{2}{3} \frac{\left[(a+f) \zeta \frac{\rho}{2} S_{ДП} f^2 - kLB^4 \right] \sigma^2}{D} \Theta_m^3 - \frac{\pi}{2} \zeta \frac{\rho}{2} S_{ДП} (a+f) f v \sigma \Theta_m^2 + \frac{\zeta \frac{\rho}{2} S_{ДП} (a+f) v^2}{D} \Theta_m \quad (25)$$

Наибольший угол крена Θ_m из уравнения (25) легко находится графическим построением, как абсцисса точки пересечения кривой плеч динамической остойчивости $l_d(\Theta_m)$ и графика функции $\Phi(\Theta_m)$, стоящей в правой части (25).

Это решение задачи об определении угла динамического крена можно распространить и на случай, когда $x_1 \neq 0$ при дополнительном допущении о том, что наибольший угол крена при рывке достигается прежде, чем угол поворота вокруг вертикальной оси достигнет существенного значения.

Таким образом смещение x_1 учитывается лишь в момент удара как фактор, уменьшающий начальную угловую скорость ω_x , вызываемую рывком-ударом.

Опыты показывают, что это допущение оправдывается при нормальных для буксирных судов закреплениях троса по длине.

Изложенная методика сопоставлена с модельными экспериментами по рывку, проведенными в Лаборатории

теории корабля имени академика А. Н. Крылова при Ленинградском кораблестроительном институте.

Количественное расхождение в опытных и расчетных значениях наибольшего угла крена для нормальных условий закрепления троса оказалось очень малым, в среднем составляя около 5% и имея верхней границей величину 12,1%.

Как и можно было ожидать угол крена по расчету оказывался больше экспериментального.

Таким образом расчет по теории удара идет в запас остойчивости.

Уравнение (25) можно рассматривать как уравнение для решения задачи нахождения скорости рывка, соответствующей заданному значению наибольшего угла крена Θ_m .

Это дает возможность ввести понятие о предельной скорости рывка, — скорости, вызывающей предельно допустимый угол крена.

По предельной скорости рывка весьма естественно нормировать остойчивость буксирных судов, привлекая для построения шкалы нормальных предельных скоростей статистические материалы по остойчивости буксирных судов.

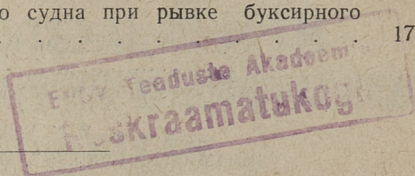
Идея характеризовать остойчивость буксирного судна при рывке величиной предельной скорости рывка была впервые высказана профессором Ленинградского кораблестроительного института Л. М. Ногидом, однако его способ определения предельной скорости рывка основывался на дополнительных допущениях, не осуществляющихся в действительности, и совершенно не учитывал присоединенную инерцию воды.

Немаловажным выводом, вытекающим из размерного анализа уравнения (25), является способ пересчета предельной скорости с модели на натуру.

Для этого нужно предельную скорость для модели умножать на $\sqrt{\lambda}$, где λ — есть отношение длины буксирного судна к длине геометрически подобной модели.

ОГЛАВЛЕНИЕ

О гидродинамических характеристиках кавитирующего крыла конечного размаха. Чудинов С. Д.	3
Динамический крен буксирного судна при рывке буксирного троса. Быков В. М.	17



С. Д. ЧУДИНОВ
О ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ
КАВИТИРУЮЩЕГО КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА

В. М. БЫКОВ
ДИНАМИЧЕСКИЙ КРЕН БУКСИРНОГО СУДНА ПРИ
РЫВКЕ БУКСИРНОГО ТРОСА

Эстонское государственное издательство
Таллин, Пярну маантеэ 10

*

Редактор *В. Треуер*
Технический редактор *Х. Коху*
Корректор *Н. Круглова*

Сдано в набор 9 II 1955. Подписано к печати
31 III 1955. Бумага 54×84 , 1/16. Печатных листов
1,75. По формату 60×92 печатных листов 1,43. Учётно-
издательских листов 0,99. Тираж 800. МВ-07251. Заказ
№ 439. Типография „Тарту Коммунист“, Тарту,
Юликооли 17/19.

— Цена 85 коп.