

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 231

ИССЛЕДОВАНИЕ И
ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

III

Под общей редакцией доктора технических
наук, профессора А. И. Вольдек

Er. 6.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 231

1965

УДК 621. 318

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ
МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

III

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора А. И. Вольдек

Er. 6.

ТАЛЛИН 1965



Ep. 7090

УДК 621. 318. 38

Э. Г. Кюльм, Х. И. Янес

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ РАСЧЕТЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ НАСОСОВ БЕЗ ФЕРРОМАГНИТНОГО СЕРДЕЧНИКА

1. Электромагнитное поле в немагнитном зазоре цилиндрического насоса

Электромагнитные процессы в немагнитном зазоре цилиндрического насоса без внутреннего ферромагнитного сердечника описываются системой дифференциальных уравнений электромагнитного поля [1, 6]. Используя понятие векторного потенциала \vec{A} и считая, что $\text{div } \vec{A} = 0$, получим вместо этой системы дифференциальных уравнений следующее уравнение:

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{j}. \quad (1)$$

В непроводящей зоне немагнитного зазора вектор плотности тока \vec{j} равняется нулю, и

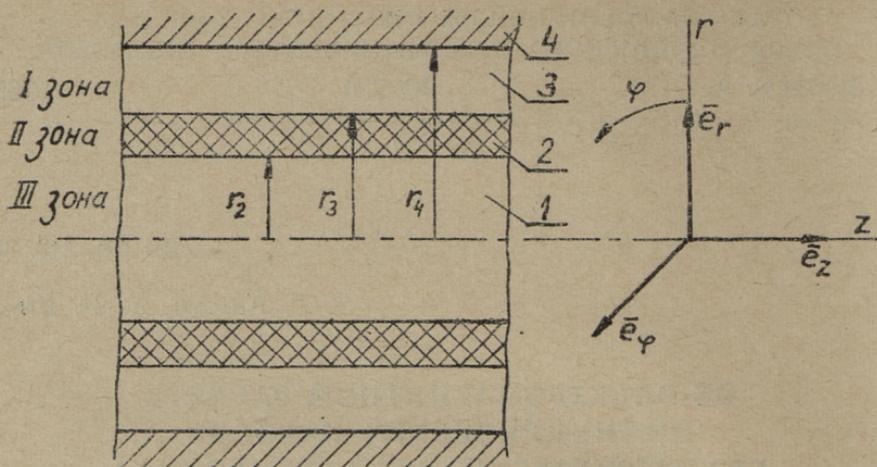
$$\Delta \vec{A} = 0. \quad (2)$$

При решении этих уравнений сделаем следующие допущения:

а) длина индуктора по оси z (фиг. 1) бесконечно велика, т. е. не учитывается продольный краевой эффект;

б) внутренняя поверхность индуктора гладкая, без пазов и зубцов;

в) обмотка индуктора считается бесконечно тонкой, линейная плотность токов распределяется по оси z синусоидально с полюсным шагом τ ; токи изменяются во времени также синусоидально с угловой частотой $\omega = 2\pi f$, где f — первичная частота;



Фиг. 1. Схематический разрез цилиндрического насоса без внутреннего ферромагнитного сердечника. Система координатных осей:
 1 — немагнитный зазор, 2 — жидкий металл, 3 — тепловая изоляция, 4 — индуктор

г) магнитная проницаемость электротехнической стали $\mu = \infty$, а магнитная проницаемость диэлектрических и проводящих сред $\mu = \mu_0$;

д) материал стенки канала непроводящий;

е) жидкий металл в канале движется с постоянной скоростью $v = v_z = (1 - s)2\tau f$ в направлении оси z , т. е. считаем, что жидкий металл движется как твердое тело со скольжением s .

Так как индуктор обладает осевой симметрией, то поэтому векторный потенциал и плотность тока имеют только одну составляющую (A_φ и δ_φ), изменяющуюся синусоидально во времени и по оси z ; учитывая, что $\delta = \nabla \bar{A} = -\nabla \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}$, получим для проводящей зоны немагнитного зазора уравнение

$$\frac{d^2 \dot{A}_\varphi e^{-j\alpha z}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{A}_\varphi e^{-j\alpha z}}{dr} - \left(\lambda^2 + \frac{1}{r^2} \right) \dot{A}_\varphi e^{-j\alpha z} = 0 \quad (3)$$

и уравнение

$$\frac{d^2 \dot{A}_\varphi e^{-j\alpha z}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{A}_\varphi e^{-j\alpha z}}{dr} - \left(\alpha^2 + \frac{1}{r^2} \right) \dot{A}_\varphi e^{-j\alpha z} = 0 \quad (4)$$

для непроводящей зоны. Здесь $\lambda^2 = \alpha^2 + j\mu_0 \gamma \omega$. Комплексная амплитуда векторного потенциала \dot{A}_φ зависит только от координаты r .

Решение уравнения (3) имеет вид

$$\dot{A}_\varphi e^{-jaz} = [C_3 I_1(\lambda r) + C_4 K_1(\lambda r)] e^{-jaz}. \quad (5)$$

Решение уравнения (4) для I зоны (фиг. 1) будет

$$\dot{A}_\varphi e^{-jaz} = [C_1 I_1(ar) + C_2 K_1(ar)] e^{-jaz} \quad (6)$$

и для III зоны будет

$$\dot{A}_\varphi e^{-jaz} = [C_5 I_1(ar) + C_6 K_1(ar)] e^{-jaz}. \quad (7)$$

В этих выражениях $C_1 \dots C_6$ постоянные интегрирования, а I_1 и K_1 — модифицированные функции Бесселя первого порядка и соответственно первого и второго рода.

Радиальная составляющая магнитной индукции будет:

$$\dot{B}_r e^{-jaz} = - \frac{d\dot{A}_\varphi e^{-jaz}}{dz} = ja \dot{A}_\varphi e^{-jaz}. \quad (8)$$

Аксиальная составляющая магнитной индукции будет:

$$\dot{B}_z e^{-jaz} = \frac{1}{r} \dot{A}_\varphi e^{-jaz} + \frac{d\dot{A}_\varphi e^{-jaz}}{dr}. \quad (9)$$

Для I, II и III зон получим соответственно:

$$\dot{B}_z = a[C_1 I_0(ar) - C_2 K_0(ar)], \quad (9a)$$

$$\dot{B}_z = \lambda[C_3 I_0(\lambda r) - C_4 K_0(\lambda r)], \quad (9б)$$

$$\dot{B}_z = a[C_5 I_0(ar) - C_6 K_0(ar)], \quad (9в)$$

Комплексная амплитуда индуктированной напряженности электрического поля будет в I, II и III зонах соответственно:

$$\dot{E}_\varphi = -j\omega[C_1 I_1(ar) + C_2 K_1(ar)], \quad (10a)$$

$$\dot{E}_\varphi = -j\omega[C_3 I_1(\lambda r) + C_4 K_1(\lambda r)], \quad (10б)$$

$$\dot{E}_\varphi = -j\omega[C_5 I_1(ar) + C_6 K_1(ar)]. \quad (10в)$$

Комплексная амплитуда плотности тока во II зоне будет

$$\dot{\delta}_\varphi = \gamma \dot{E}_\varphi = -js\omega\gamma[C_3 I_1(\lambda r) + C_4 K_1(\lambda r)]. \quad (11)$$

Для определения постоянных интегрирования используем граничные условия на внутренней поверхности индуктора, на границах между зонами и на оси индуктора.

На внутренней поверхности индуктора ($r=r_4$, фиг. 1) задано максимальное значение аксиальной составляющей магнитной индукции B_0 . Пусть аксиальная составляющая магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора изменяется синусоидально во времени и по координате z согласно выражению

$$B_z(z, t)|_{r=r_4} = \text{Im}[\dot{B}_z e^{j(\omega t - az)}]|_{r=r_4} = \text{Im}[B_0 e^{j(\omega t - az)}],$$

где $\dot{B}_z|_{r=r_4} = B_0$.

Задаваемая магнитная индукция B_0 связана с линейной токовой нагрузкой простой зависимостью: $B_0 = \mu_0 A'$, где A' — амплитудное значение линейной токовой нагрузки.

Из уравнения (9a) получим

$$\alpha[C_1 I_0(ar_4) - C_2 K_0(ar_4)] = B_0. \quad (12)$$

На границе I и II зоны ($r=r_3$), а также на границе II и III зоны ($r=r_2$) векторный потенциал непрерывен и также равны соответствующие аксиальные составляющие напряженности магнитного поля. Так как во всех зонах $\mu = \mu_0$ (согласно предположению), то равны и соответствующие аксиальные составляющие магнитной индукции.

Из уравнений (5) и (6) получим

$$C_1 I_1(ar_3) + C_2 K_1(ar_3) = C_3 I_1(\lambda r_3) + C_4 K_1(\lambda r_3). \quad (13)$$

Из уравнений (9a) и (9б) получим

$$\alpha[C_1 I_0(ar_3) - C_2 K_0(ar_3)] = \lambda[C_3 I_0(\lambda r_3) - C_4 K_0(\lambda r_3)]. \quad (14)$$

Из уравнений (5) и (7) получим

$$C_3 I_1(\lambda r_2) + C_4 K_1(\lambda r_2) = C_5 I_1(ar_2) + C_6 K_1(ar_2). \quad (15)$$

Из уравнений (9б) и (9в) получим

$$\lambda[C_3 I_0(\lambda r_2) - C_4 K_0(\lambda r_2)] = \alpha[C_5 I_0(ar_2) - C_6 K_0(ar_2)]. \quad (16)$$

На оси индуктора ($r=0$) векторный потенциал равняется нулю. Так как $I_1(0)=0$, а $K_1(0)=\infty$, следовательно, согласно уравнению (7)

$$C_6 = 0. \quad (17)$$

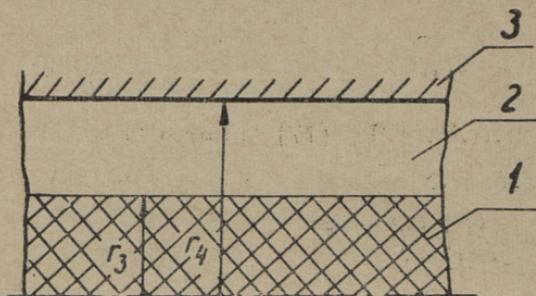
Решая систему из уравнений (12) — (17), найдем постоянные интегрирования $C_1 \dots C_6$.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{B_0[K_1(ar_3)M + K_0(ar_3)N]}{a[aM + cN]}, \\ C_2 &= \frac{B_0[-I_1(ar_3)M + I_0(ar_3)N]}{a[aM + cN]}, \\ C_3 &= \frac{B_0[\alpha I_0(ar_2)K_1(\lambda r_2) + \lambda I_1(ar_2)K_0(\lambda r_2)]}{ar_3[aM + cN]}, \\ C_4 &= \frac{B_0[-\alpha I_0(ar_2)I_1(\lambda r_2) + \lambda I_1(ar_2)I_0(\lambda r_2)]}{ar_3[aM + cN]}, \\ C_5 &= \frac{B_0}{ar_2 r_3[aM + cN]}, \\ C_6 &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь использованы следующие вспомогательные обозначения:

$$\begin{aligned} M &= \lambda^2 h I_1(ar_2) + \alpha \lambda g I_0(ar_2), \\ N &= \alpha^2 e I_0(ar_2) + \alpha \lambda f I_1(ar_2), \\ a &= I_0(ar_4)K_1(ar_3) + K_0(ar_4)I_1(ar_3), \\ c &= I_0(ar_4)K_0(ar_3) - K_0(ar_4)I_0(ar_3), \\ e &= I_1(\lambda r_3)K_1(\lambda r_2) - K_1(\lambda r_3)I_1(\lambda r_2), \\ f &= I_0(\lambda r_2)K_1(\lambda r_3) + K_0(\lambda r_2)I_1(\lambda r_3), \\ g &= I_0(\lambda r_3)K_1(\lambda r_2) + K_0(\lambda r_3)I_1(\lambda r_2), \\ h &= I_0(\lambda r_3)K_0(\lambda r_2) - K_0(\lambda r_3)I_0(\lambda r_2). \end{aligned} \quad (19)$$

Эти формулы соответствуют формулам в [2]. В формулах [2] вместо модифицированных функций Бесселя применяются обычные функции Бесселя и использована гауссовая система единиц. Цифровой расчет, по нашему мнению, удобнее вести с использованием модифицированных функций Бесселя, так как в этом случае аргумент комплексного переменного (λr) изменяется в пределах $0 \leq \Psi \leq \frac{\pi}{4}$. При использовании обыч-



Фиг. 2. Схематический разрез цилиндрического насоса с зоной проводящей жидкости в виде сплошного цилиндра:

1 — жидкий металл, 2 — тепло-
вая изоляция, 3 — индуктор

ных функций Бесселя аргумент комплексного переменного изменяется в пределах $\frac{\pi}{2} \div \frac{3\pi}{4}$.

Если проводящая зона (вторичная система) имеет форму сплошного цилиндра (фиг. 2), то постоянные интегрирования принимают вид

$$C_1 = \frac{B_0[\lambda K_1(\alpha r_3)I_0(\lambda r_3) + \alpha K_0(\alpha r_3)I_1(\lambda r_3)]}{\alpha[\lambda a I_0(\lambda r_3) + \alpha c I_1(\lambda r_3)]}, \quad (20)$$

$$C_2 = \frac{B_0[-\lambda I_1(\alpha r_3)I_0(\lambda r_3) + \alpha I_0(\alpha r_3)I_1(\lambda r_3)]}{\alpha[\lambda a I_0(\lambda r_3) + \alpha c I_1(\lambda r_3)]},$$

$$C_3 = \frac{B_0}{\alpha r_3 [\lambda a I_0(\lambda r_3) + \alpha c I_1(\lambda r_3)]},$$

$$C_4 = 0.$$

Эти формулы соответствуют формулам в [3].

Если проводящая зона отсутствует (холостой ход, фиг. 3), то постоянные интегрирования будут

$$C_1 = \frac{B_0}{\alpha I_0(\alpha r_4)}, \quad (21)$$

$$C_2 = 0.$$

Эти формулы аналогичны с соответствующими формулами в [5].

2. Электромагнитный напор и сила

Электромагнитный напор, действующий на жидкий металл вдоль оси z на расстоянии r от оси симметрии, получается интегрированием объемной силы по длине насоса l :

$$p_z = - \int_0^1 \left[\frac{\delta_\varphi e^{-j\alpha z} \cdot B_r^* e^{j\alpha z}}{2} \right] dz = \frac{\alpha s \omega \gamma}{2} |C_3 I_1(\lambda r) + C_4 K_1(\lambda r)|^2. \quad (22)$$

Знак «—» перед интегралом связан с выбором положительных направлений осей (фиг. 1) и правилом левой руки.

Суммарную силу, действующую на жидкий металл в направлении оси z , получаем, интегрируя p_z по всей площади поперечного сечения канала с жидким металлом

$$F = 2\pi \int_{r_2}^{r_3} p_z r dr = \pi \alpha s \omega \gamma l \int_{r_2}^{r_3} |C_3 I_1(\lambda r) + C_4 K_1(\lambda r)|^2 r dr.$$

Произведя это интегрирование и подставляя вместо C_3 и C_4 их выражения согласно (18), получим после некоторых преобразований

$$F = \frac{\pi B_0^2}{\mu_0 \alpha^2 r_3} \frac{\text{Im}[M\dot{N}]}{|aM + cN|^2} = \frac{\pi B_0^2 r_4}{\mu_0} \text{Im} \left[\frac{kM + nN}{aM + cN} \right]^* \quad (23)$$

Здесь использованы вспомогательные обозначения:

$$\begin{aligned} k &= I_1(\alpha r_4) K_1(\alpha r_3) - K_1(\alpha r_4) I_1(\alpha r_3), \\ n &= I_1(\alpha r_4) K_0(\alpha r_3) + K_1(\alpha r_4) I_0(\alpha r_3). \end{aligned} \quad (24)$$

Если проводящая зона имеет форму сплошного цилиндра, то сила F выражается формулой

$$\begin{aligned} F &= \frac{\pi B_0^2}{\mu_0 \alpha r_3} \frac{\text{Im}[\lambda I_0(\lambda r_3) I_1^*(\lambda r_3)]}{|a\lambda I_0(\lambda r_3) + c\alpha I_1(\lambda r_3)|^2} = \\ &= \frac{\pi B_0^2 r_4}{\mu_0} \text{Im} \left[\frac{k\lambda I_0(\lambda r_3) + n\alpha I_1(\lambda r_3)}{a\lambda I_0(\lambda r_3) + c\alpha I_1(\lambda r_3)} \right]^* \end{aligned} \quad (25)$$

Формулы (23) и (25) аналогичны с соответствующими формулами в [2], записанными в обычных функциях Бесселя и в гауссовой системе единиц.

3. Комплексная мощность немагнитного зазора цилиндрического насоса

Комплексную мощность вторичной системы и диэлектрических зон, т. е. всего немагнитного зазора можно найти при помощи потока вектора Умова-Пойнтинга [1] сквозь замкну-

тую поверхность S , ограничивающую немагнитный зазор индуктора. Следовательно,

$$\tilde{S} = P + jQ = - \oint \frac{\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*}{2} d\vec{s},$$

где $d\vec{s}$ — элементарная поверхность в сторону внешней нормали замкнутой поверхности S .

Учитывая, что $\dot{\vec{E}}$ имеет одну составляющую $\dot{E}_\varphi e^{-jaz}$, а $\dot{\vec{H}}$ имеет составляющие $\dot{H}_r e^{jaz}$ и $\dot{H}_z e^{jaz}$, и разделяя замкнутую поверхность S на три части, элементарные поверхности которых имеют вид $d\vec{s}_1 = 2\pi r_4 dz \vec{e}_r$, $d\vec{s}_2 = -2\pi r dr \vec{e}_z$ и $d\vec{s}_3 = 2\pi r dr \vec{e}_z$, получим:

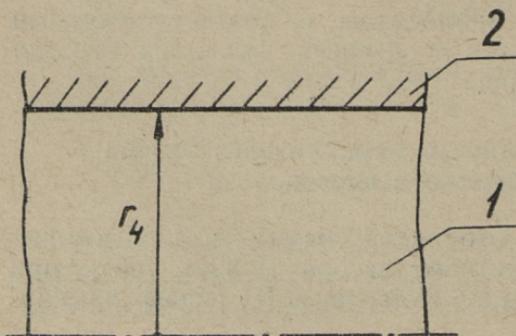
$$\tilde{S} = -\pi r_4 l \dot{E}_\varphi \dot{H}_z^*.$$

Подставляя вместо \dot{E}_φ выражение (10а) и вместо \dot{H}_z — сопряженную величину выражения (9а), деленный на μ_0 , и заменяя постоянные интегрирования C_1 и C_2 согласно выражению (18), получим после некоторых преобразований:

$$\tilde{S} = P + jQ = \frac{\pi \omega r_4 l B_0^2}{\mu_0 \alpha} \left[\operatorname{Im} \left(\frac{kM + nN}{aM + cN} \right)^* + j \operatorname{Re} \left(\frac{kM + nN}{aM + cN} \right)^* \right]. \quad (26)$$

Если проводящая зона (вторичная система) имеет форму сплошного цилиндра (фиг. 2), то комплексная мощность немагнитного зазора будет

$$\tilde{S} = \frac{\pi \omega r_4 l B_0^2}{\mu_0 \alpha} \left[\operatorname{Im} \left(\frac{k\lambda I_0(\lambda r_3) + naI_1(\lambda r_3)}{a\lambda I_0(\lambda r_3) + caI_1(\lambda r_3)} \right)^* + j \operatorname{Re} \left(\frac{k\lambda I_0(\lambda r_3) + naI_1(\lambda r_3)}{a\lambda I_0(\lambda r_3) + caI_1(\lambda r_3)} \right)^* \right]. \quad (27)$$



Фиг. 3. Схематический разрез цилиндрического индуктора:
1 — немагнитный зазор, 2 — индуктор

В случае холостого хода насоса (проводящая зона отсутствует, фиг. 3) комплексная мощность немагнитного зазора имеет только реактивную составляющую Q_0 .

$$Q_0 = \frac{\pi \omega r_4 B_0^2}{\mu_0 a} \frac{I_1(ar_4)}{I_0(ar_4)}. \quad (28)$$

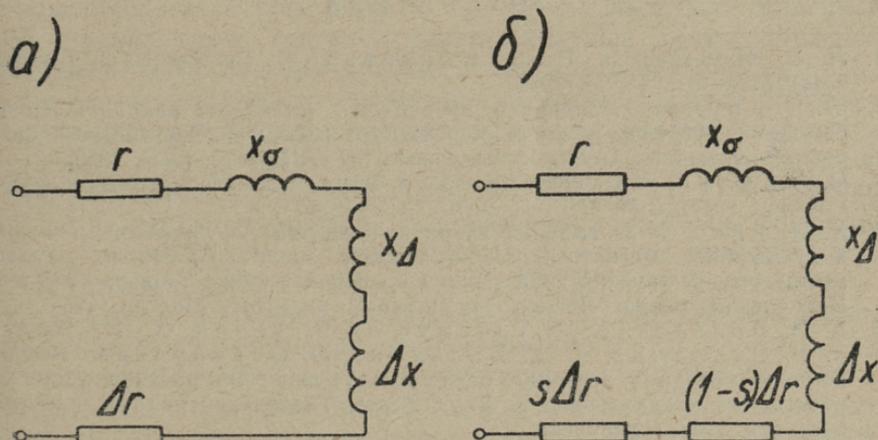
4. Об элементах схемы замещения цилиндрического насоса

Реактивная мощность холостого хода Q_0 может быть связана в трехфазной системе питания с реактивным сопротивлением от магнитного поля в немагнитном зазоре x_Δ следующим образом

$$Q_0 = 3I^2 x_\Delta \quad (29)$$

Здесь I — действующее значение первичного тока, обеспечивающее амплитудное значение линейной токовой нагрузки A' .

Если вычислить комплексную мощность \tilde{S} в немагнитном зазоре при наличии вторичной системы и без нее, т. е. в холостом ходе ($\tilde{S} = jQ_0$), то разница этих комплексных мощностей дает нам комплексную мощность \tilde{S}_{21} , обусловленную наличием



Фиг. 4. Последовательная схема замещения цилиндрического насоса без учета потерь в стали:

а — с эквивалентными вносимыми сопротивлениями, б — с разделением вносимого активного сопротивления на составляющие потерь и механической мощности

вторичной системы. Комплексную мощность \tilde{S}_{21} можно также связать с первичным трехфазным током I . Следовательно,

$$\tilde{S}_{21} = \tilde{S} - jQ_0 = 3I^2(\Delta r + j\Delta x), \quad (30)$$

где Δr и Δx — соответственно активное и реактивное вносимые сопротивления в последовательной схеме замещения, аналогично [4]. На фиг. 4а представлена последовательная схема замещения. Активное сопротивление фазной обмотки и индуктивное сопротивление рассеяния фазной обмотки от магнитного потока вне немагнитного зазора обозначены соответственно через r и x_0 . Активная мощность в немагнитном зазоре расходуется на мощность тепловых потерь во вторичной системе

$$P_{22} = sP = 3I^2s\Delta r \quad (31)$$

и на механическую мощность

$$P_{\text{мех}} = (1 - s)P = 3I^2(1 - s)\Delta r. \quad (32)$$

Аналогичным образом можно разделить и активное вносимое сопротивление на соответствующие составляющие, как это сделано на схеме замещения фиг. 4б.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, III ч., 1959.
2. Ю. К. Круминь. Задача о проводящем цилиндре, находящемся в бегущем магнитном поле цилиндрического индуктора. Электромагн. процессы в металлах. Труды Ин-та физики XI. АН Латв. ССР, 1959.
3. И. А. Тютин. Механические силы в бегущем электромагнитном поле. Вопросы энергетики III. АН Латв. ССР, 1955.
4. Х. И. Янес. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской индукционной магнитогидродинамической машине. Сборник трудов межвузовской научной конференции по новой технике (январь 1962 г.). Московский ордена Ленина авиационный институт, Москва, 1964.
5. А. И. Вольдек, Х. А. Тийсмус, О. Р. Терно, Х. И. Янес, Х. В. Силламаа, Г. Х. Вяльмяяэ, О. О. Таупере. Исследование метода уплотнения отливок и уменьшения расхода жидкого металла по предложению т. Л. А. Верте. Таллинский политехнический институт, 1957 (рукопись).
6. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, А. В. Конт, Э. Г. Кюльм, Т. А. Веске, Э. В. Валласте, А. Р. Пярлист, К. А. Ильвес. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла. Раздел Уточнение расчета плоских индукционных насосов для транспорта жидкого металла. Таллинский политехнический институт, 1964 (рукопись).

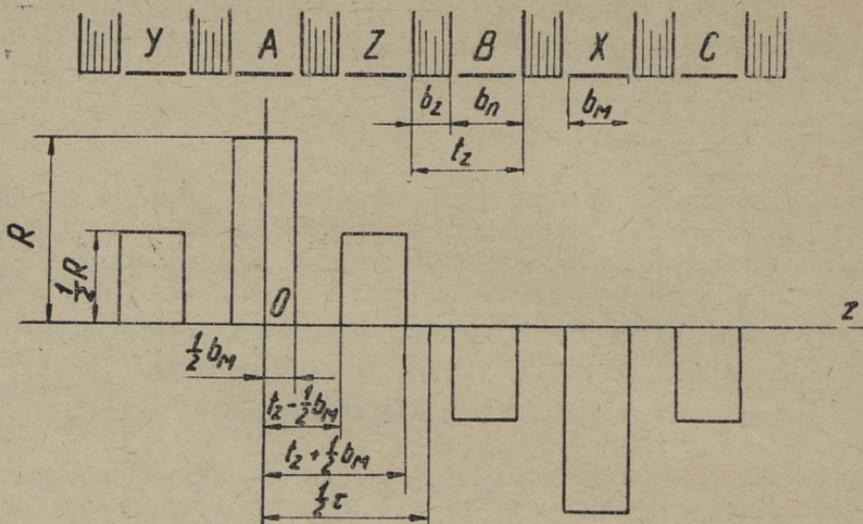
УДК 621. 318. 38

Э. Г. Кюльм, Х. И. Янес

УЧЕТ ВЫСШИХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ РАСЧЕТЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО НАСОСА

При электромагнитном расчете индуктора цилиндрического насоса обычно предполагается, что известна аксиальная составляющая магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора, изменяющаяся синусоидально вдоль индуктора. Иными словами, считается, что распределение линейной токовой нагрузки синусоидально вдоль индуктора. Максимальное значение аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора B_0 связана с линейной токовой нагрузкой A' простой зависимостью $B_0 = \mu_0 A'$. В действительности распределение токов по длине индуктора имеет дискретный характер, т. е. токи сосредоточены в пазы индуктора. Это обстоятельство вызывает пространственные высшие гармоники магнитного поля: 5, 7 и другие нечетные гармоники, не кратные трем. Третья и другие кратные трем гармоники магнитного поля не могут существовать, так как рассматриваемые индукторы имеют трехфазную обмотку. Высшие пространственные гармоники магнитного поля индуктируют токи в проводящей зоне (в жидком металле) и вызывают свои добавочные электромагнитные силы. Так как поля 5, 11, 17 и т. д. гармоники движутся против направления движения основного поля, то они вызывают силу, противоположную силе от основной гармоники. Поля гармоник 7, 13, 19 и т. д. движутся в направлении движения основного поля, но их скорости движения, как у всех гармоник, соответственно 7, 13, 19 и т. д. раз меньше основной. Сила, действующая на жидкий металл от этих гармоник, может быть полезной или вредной, в зависимости от скольжения относительно этих гармоник. Гармоники выше седьмой можно даже не учитывать, так как их влияние мало.

Точность расчета насоса увеличивается, если учесть пространственные гармоники магнитного поля. Для этого нужно



Фиг. 1. Распределение линейной токовой нагрузки вдоль длины индуктора: t_z — зубцовый шаг, b_z — ширина зуба, b_n — ширина паза, b_m — ширина катушки

разложить действительную кривую распределения линейной токовой нагрузки вдоль индуктора (по оси z) в ряд Фурье и произвести расчет для каждой гармоники в отдельности.

На фиг. 1 показана кривая пространственного распределения линейной токовой нагрузки вдоль индуктора при трехфазном питании обмоток, если число пазов на полюс и фазу $q = 1$ в момент времени, когда $i_A = I_m$, $i_B = i_C = -1/2 I_m$. В какой-то другой момент времени кривая распределения линейной токовой нагрузки имеет другую форму. Однако, если эти кривые разложить в ряд Фурье, то амплитуды отдельных гармоник, как показал анализ, в них одинаковые. Изменяются только начальные фазы отдельных гармоник. Если расположить начало координат так, как показано на фиг. 1, то ряд имеет только нечетные косинусные члены. Коэффициенты этого ряда, т. е. гармоники линейной токовой нагрузки A'_v , выражаются формулой [1].

$$A'_v = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} F(az) \cos v(az) d(az).$$

Согласно обозначениям на фиг. 1 после интегрирования для амплитуд нечетных гармоник получим:

$$A'_v = \frac{6R}{\pi v} \sin \frac{v\pi b_m}{2\tau},$$

где $v = 1, 5, 7, 11 \dots$

Здесь имеется в виду, что гармоники, порядковые числа которых кратны трем (кратны числу фаз), исчезают.

В этих выражениях b_m — ширина катушки. Максимальное значение кривой распределения линейной токовой нагрузки (фиг. 1) можно выразить через максимальное значение тока I_m в катушке:

$$R = \frac{\omega I_m}{b_m},$$

где ω — число витков в катушке (в пазе).

Следовательно,

$$A'_v = \frac{6\omega I_m}{v\pi b_m} \sin \frac{v\pi b_m}{2\tau}.$$

Аналогичным путем можно найти выражение для амплитуд гармоник линейной токовой нагрузки при $q = 2$:

$$A'_v = \frac{12\omega I_m}{v\pi b_m} \sin \frac{v\pi b_m}{2\tau} \cos \frac{v\pi}{12},$$

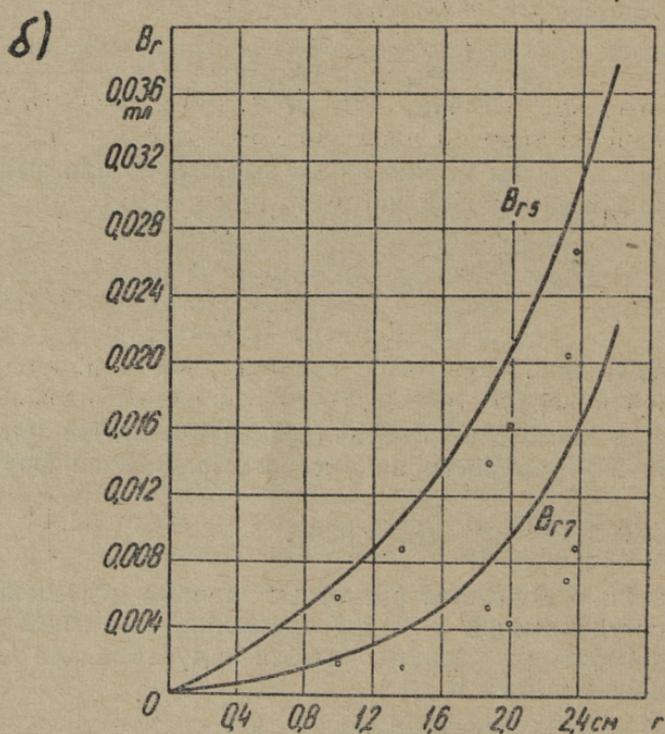
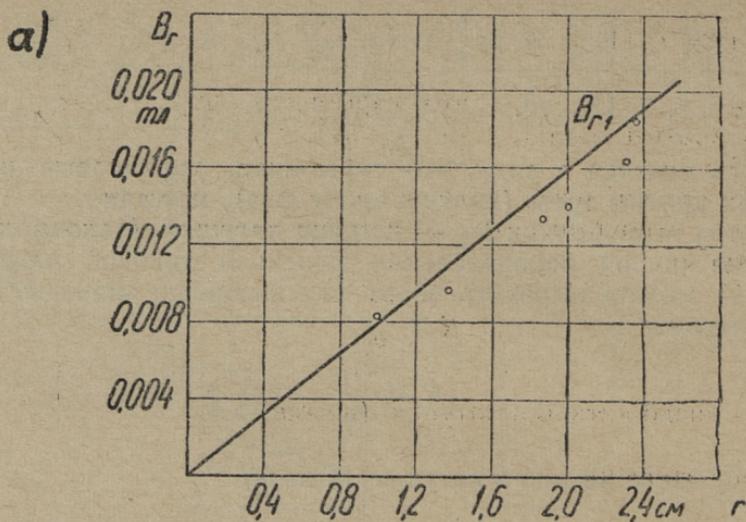
где $v = 1, 5, 7, 11 \dots$

Гармоники аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора выражаются формулой

$$B_{0v} = \mu_0 A'_v.$$

На фиг. 2а, б показаны расчетные кривые изменения радиальной составляющей 1, 5 и 7 гармоник магнитной индукции в зависимости от радиуса r от оси индуктора для I -го индуктора, описываемого в [3].

Магнитная индукция рассчитана по формуле $B_{rv} = jB_{0v} \frac{I_1(\alpha_v r)}{I_0(\alpha_v r_4)}$, где r_4 — внутренний радиус индуктора. Отдельными точками показаны величины гармоник, определенных графоаналитическим методом из экспериментальных кривых распределения B_r вдоль индуктора.



Фиг. 2. Распределение радиальной составляющей магнитной индукции по радиусу:

а — для первой гармоники, б — для 5-ой и 7-ой гармоник. Сплошные линии — расчетные, точки — экспериментальные

Недостаточное совпадение расчетных и экспериментальных величин для высших гармоник объясняется главным образом тем обстоятельством, что в расчете не учитывается наличие пазов индуктора, т. е. считается, что внутренняя поверхность индуктора гладкая.

Наличие пазов сильно искажает форму распределения магнитной индукции и уменьшает магнитные потоки. Для гармоник, начиная с 5-ой, полюсное деление даже меньше ширины паза.

Результаты расчета силы для моделей насоса [3] по формуле (25), приведенной в [2], сопоставлены с экспериментальной силой в следующей таблице:

Расчетная сила от отдельных гармоник			Суммарная сила		Погрешность, %	Примечания
$F_1, \text{кГ}$	$F_5, \text{кГ}$	$F_7, \text{кГ}$	Расч. кГ	Эксп. кГ		
6,204	-1,855	0,299	4,648	4,070	14,2	1 индуктор
8,205	-0,878	0,026	7,353	6,050	21,5	2 индуктор

Погрешность расчета силы для первого индуктора меньше, чем для второго, так как у первого отношения ширины зубца к зубцовому шагу $\left(\frac{b_z}{l_z}\right)$ меньше, чем у второго.

Выявляется, что влияние гармоник на суммарную силу значительно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, II ч., 1959.
2. Э. Г. Кюльм, Х. И. Янес. Об электромагнитном расчете цилиндрических насосов без ферромагнитного сердечника. См. наст. сборник, стр. 3.
3. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, А. В. Конт, Э. Г. Кюльм, Т. А. Веске, Э. В. Валласте, А. Р. Пярлист, К. А. Ильвес. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла. Раздел Уточнение расчета плоских индукционных насосов для транспорта жидкого металла. Таллинский политехнический институт, 1964 (рукопись).

УДК 621. 318. 38

Т. А. Веске

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПЛОСКОЙ ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ С ОДНОСТОРОННЕЙ ОБМОТКОЙ

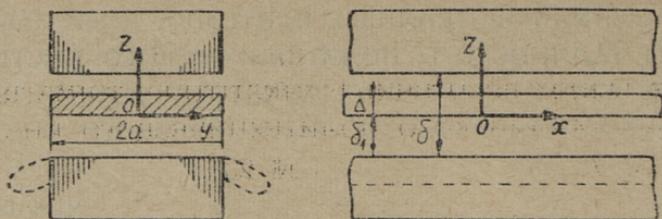
Введение

Распределение результирующего электромагнитного поля в немагнитном зазоре линейной индукционной машины зависит от распределения и изменения во времени первичного электромагнитного поля в немагнитном зазоре, от размеров проводящей полосы и от затухания электромагнитного поля внутри проводящей полосы, т. е. от вторичных поперечных и толщинных краевых эффектов. Аналитически строгий учет этих явлений дает возможность более точно рассчитать электромагнитные процессы в немагнитном зазоре и в проводящей полосе.

В настоящей работе рассматривается плоский линейный индукционный насос с односторонней обмоткой. В работе дается решение уравнений электромагнитного поля с учетом всех упомянутых обстоятельств при наличии непроводящих промежутков между индукторами и проводящей полосой в немагнитном зазоре. При решении не учитывается продольный краевой эффект, т. е. система считается бесконечно длинной. В работе выведена комплексная мощность немагнитного зазора и электромагнитные силы, действующие на проводящую полосу. Рассчитанные электромагнитные силы сопоставляются с экспериментальными.

Электромагнитное поле плоского линейного индукционного насоса

Так как в решении задачи не учитывается продольный краевой эффект, электромагнитное поле в немагнитном зазоре можно считать изменяющимся во времени и вдоль оси x (фиг. 1) синусоидально и рассматривать в виде суммы двух полей:



Фиг. 1. Схема плоского индукционного насоса

1) электромагнитное поле, вызванное токами обмотки индуктора при отсутствии проводящей полосы (составляющие этого поля обозначены в дальнейшем одним штрихом) и 2) электромагнитное поле, вызванное индуктированными токами вторичной системы (обозначено в дальнейшем двумя штрихами). Такое разложение электромагнитного поля на две составляющие дает возможность сперва рассчитать первичное поле (т. е. поле индукторов) и на основании этого вторичное и суммарное поля. Таким образом, любой комплексный вектор первичного поля может быть написан в виде $\vec{A}_m e^{-j\alpha x}$, вторичного поля — в виде $\vec{A}_m e^{-j\alpha x}$ и суммарного поля — в виде $\vec{A}_m e^{-j\alpha x} = \vec{A}_m e^{-j\alpha x} + \vec{A}_m e^{-j\alpha x}$, где $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ и τ — длина полюсного деления.

Задача решается при следующих предположениях:

- 1) Первичное поле в области $-a \leq y \leq a$ не изменяется вдоль оси y . Здесь $2a$ — ширина проводящей полосы (фиг. 1).
- 2) Магнитная проницаемость стали магнитопроводов бесконечно велика. Абсолютная магнитная проницаемость μ вторичной системы считается равной μ_0 . Это допустимо при использовании парамагнитных материалов (расплавленные и жидкие металлы).
- 3) Обмотка индуктора является бесконечно тонкой и находится на поверхности магнитопровода ($z = -\delta_1$). Линейная поверхностная токовая нагрузка $\vec{\delta}^{(n)} \left(\frac{a}{M} \right)$ изменяется во времени и вдоль оси x синусоидально. Вектор поверхностной плотности токов направлен по оси y . Следовательно, $\delta^{(n)} = \delta_v^{(n)}$.
- 4) Проводящая полоса в немагнитном зазоре считается равномерно движущейся относительно индукторов со скоростью v_x .
- 5) Не учитывается влияние токов электрического смещения, так как они по сравнению с токами проводимости весьма малы.

Решение задачи удобно провести в движущейся со скоростью v_x координатной системе (т. е. координатная система связана с проводящей полосой).

Уравнения Максвелла для первичного поля можно привести к однородным волновым уравнениям для составляющих комплексных векторов поля [2]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta(\dot{H}_m e^{-j\alpha x}) &= 0, \\ \Delta(\dot{E}_m e^{-j\alpha x}) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

а для вторичного поля — к неоднородным волновым уравнениям для составляющих этих комплексных векторов [2]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta(\dot{H}_m'' e^{-j\alpha x}) - j\omega\mu\gamma \dot{H}_m'' e^{-j\alpha x} &= j\omega\mu\gamma \dot{H}_m' e^{-j\alpha x}, \\ \Delta(\dot{E}_m'' e^{-j\alpha x}) - j\omega\mu\gamma \dot{E}_m'' e^{-j\alpha x} &= j\omega\mu\gamma \dot{E}_m' e^{-j\alpha x}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi fs$, и s — скольжение.

Решение уравнений (1) дает выражения для составляющих векторов первичного поля:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{my} &= \frac{j\delta_{my}^{(n)}\omega\mu}{\alpha} [\operatorname{sh}\alpha(z + \delta_1) - \operatorname{cth}\alpha\delta\operatorname{ch}\alpha(z + \delta_1)], \\ \dot{H}_{mx}' &= \delta_{my}^{(n)} [\operatorname{ch}\alpha(z + \delta_1) - \operatorname{cth}\alpha\delta\operatorname{sh}\alpha(z + \delta_1)], \\ \dot{H}_{mz}' &= j\delta_{my}^{(n)} [\operatorname{sh}\alpha(z + \delta_1) - \operatorname{cth}\alpha\delta\operatorname{ch}\alpha(z + \delta_1)]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решение уравнений (2) дает выражения для составляющих векторов вторичного поля.

Если предполагать, что вторичное магнитное поле, т. е. поле индуктированных токов не проникает вне области $-a \leq y \leq a$ [3, 7] (фиг. 1), то при $\delta = \Delta$ составляющие векторов в виде рядов по оси z имеют следующие выражения:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{mx}'' &= \frac{\delta_{my}^{(n)}\omega\mu\operatorname{sh}\lambda y}{\Delta\lambda\operatorname{ch}\lambda a} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\delta_{my}^{(n)}\omega\mu\alpha\operatorname{sh}\lambda_k y}{\Delta\lambda_k\alpha_k^2\operatorname{ch}\lambda_k a} \cos \frac{k\pi z}{\Delta}, \\ \dot{E}_{my}'' &= \frac{j\delta_{my}^{(n)}\omega\mu\operatorname{ch}\lambda y}{\Delta\lambda^2\operatorname{ch}\lambda a} - \frac{\delta_{my}^{(n)}\omega^2\mu^2\gamma}{\Delta\lambda^2\alpha^2} + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{2j\delta_{my}^{(n)} \omega \mu \operatorname{ch} \lambda_k y}{\Delta \lambda_k^2 \operatorname{ch} \lambda_k a} - \frac{2\delta_{my}^{(n)} \omega^2 \mu^2 \gamma}{\Delta \lambda_k^2 \alpha_k^2} \right] \cos \frac{k\pi z}{\Delta}, \quad (4)$$

$$\dot{E}_{mz}'' = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2j\delta_{my}^{(n)} \omega \mu k \pi \operatorname{sh} \lambda_k y}{\Delta^2 \alpha_k^2 \lambda_k \operatorname{ch} \lambda_k a} \sin \frac{k\pi z}{\Delta},$$

$$\dot{H}_{mx}'' = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2j\delta_{my}^{(n)} \omega \mu \gamma k \pi}{\Delta^2 \alpha_k^2 \lambda_k^2} \left(\frac{\operatorname{ch} \lambda_k y}{\operatorname{ch} \lambda_k a} - 1 \right) \sin \frac{k\pi z}{\Delta},$$

$$\dot{H}_{my}'' = 0,$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_{mz}'' &= \frac{\delta_{my}^{(n)} \omega \mu \gamma}{\Delta \lambda^2 \alpha} \left(\frac{\operatorname{ch} \lambda y}{\operatorname{ch} \lambda a} - 1 \right) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\delta_{my}^{(n)} \omega \mu \gamma \alpha}{\Delta \lambda_k^2 \alpha_k^2} \times \\ &\times \left(\frac{\operatorname{ch} \lambda_k y}{\operatorname{ch} \lambda_k a} - 1 \right) \cos \frac{k\pi z}{\Delta}. \end{aligned}$$

В этих формулах $\lambda^2 = \alpha^2 + j\omega\mu\gamma$, $\lambda_k^2 = \lambda^2 + \left(\frac{k\pi}{\Delta}\right)^2$ и $\alpha_k^2 = \alpha^2 + \left(\frac{k\pi}{\Delta}\right)^2$.

Составляющие векторов вторичного поля (4) можно выражать также в виде рядов по координате y следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{mx}'' &= \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2\delta_{my}^{(n)} \omega \mu}{a(\lambda_p^2 - \alpha^2)} \left(\frac{\alpha}{\lambda_p} \operatorname{cth} \lambda_p \Delta \operatorname{ch} \lambda_p z - \frac{\alpha}{\lambda_p} \operatorname{sh} \lambda_p z + \right. \\ &\left. + \operatorname{sh} \alpha z - \operatorname{cth} \alpha \Delta \operatorname{ch} \alpha z \right) \cos \frac{p\pi(y+a)}{2a}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{my}'' &= \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4j\delta_{my}^{(n)} \omega \mu}{p\pi} \left(\frac{\operatorname{sh} \lambda_p z}{\lambda_p} - \frac{\operatorname{cth} \lambda_p \Delta \operatorname{ch} \lambda_p z}{\lambda_p} - \right. \\ &\left. - \frac{\operatorname{sh} \alpha z}{\alpha} + \frac{\operatorname{cth} \alpha \Delta \operatorname{ch} \alpha z}{\alpha} \right) \sin \frac{p\pi(y+a)}{2a}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{mz}'' &= \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2j\delta_{my}^{(n)} \omega \mu}{a(\lambda_p^2 - \alpha^2)} \left(\operatorname{cth} \lambda_p \Delta \operatorname{sh} \lambda_p z - \operatorname{ch} \lambda_p z + \operatorname{ch} \alpha z - \right. \\ &\left. - \operatorname{cth} \alpha \Delta \operatorname{sh} \alpha z \right) \cos \frac{p\pi(y+a)}{2a}, \end{aligned}$$

$$\dot{H}_{mx}'' = \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4j\delta_{my}^{(n)} \omega \mu \gamma}{p\pi(\alpha^2 - \lambda_p^2)} (\operatorname{cth}\lambda_p \Delta \operatorname{sh}\lambda_p z - \operatorname{ch}\lambda_p z + \operatorname{ch}\alpha z -$$

$$- \operatorname{cth}\alpha \Delta \operatorname{sh}\alpha z) \sin \frac{p\pi(y+a)}{2a},$$

$$\dot{H}_{my}'' = 0, \quad (5)$$

$$\dot{H}_{mz}'' = \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4\delta_{my}^{(n)} \omega \mu \gamma}{p\pi(\lambda_p^2 - \alpha^2)} \left(\frac{\alpha \operatorname{cth}\lambda_p \Delta \operatorname{ch}\lambda_p z}{\lambda_p} - \frac{\alpha \operatorname{sh}\lambda_p z}{\lambda_p} + \right.$$

$$\left. + \operatorname{sh}\alpha z - \operatorname{cth}\alpha \Delta \operatorname{ch}\alpha z \right) \sin \frac{p\pi(y+a)}{2a}.$$

В этих формулах $\lambda_p^2 = \alpha^2 + j\omega\mu\gamma + \left(\frac{p\pi}{2a}\right)^2$. Первые члены в формулах (4) для \dot{E}_{mx}'' , \dot{E}_{my}'' и \dot{H}_{mz}'' выражают поле вторичных токов при условии, что электромагнитное поле в зазоре не изменяется в направлении оси z . При этом за величину составляющих векторов первичного поля принята их средняя величина по толщине немагнитного зазора Δ .

Можно однако найти вторичное поле и при несколько упрощенных условиях. Рассмотрим случай, когда векторы первичного поля \dot{H}'_z и \dot{E}'_y в области $-a < y < a$ имеют при $z = \text{const}$ постоянную величину, а на краях $|y| = a$, проходя через нуль, меняют знак на обратный. С физической точки зрения это характеризует случай «периодического чередования машин» вдоль оси y , у которых первичное поле каждого относительно смежного сдвинуто вдоль оси x на τ .

В таком случае \dot{E}_{my}'' , характеризующий энергетические соотношения во вторичной системе, имеет вид:

а) при $\delta = \Delta$ (отсутствуют непроводящие промежутки).

$$\dot{E}_{my}'' = \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4\delta_{my}^{(n)} \omega^2 \mu^2 \gamma}{p\pi(\lambda_p^2 - \alpha^2)} \left(\frac{\operatorname{cth}\lambda_p \Delta \operatorname{ch}\lambda_p z}{\lambda_p} - \frac{\operatorname{sh}\lambda_p z}{\lambda_p} + \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{sh}\alpha z}{\alpha} - \frac{\operatorname{cth}\alpha \Delta \operatorname{ch}\alpha z}{\alpha} \right) \sin \frac{p\pi(y+a)}{2a}. \quad (6)$$

б) При $\delta \neq \Delta$ и $-\delta_1 \leq z \leq 0$

$$\dot{E}_{my}'' = \sum_{p=1, 3, 5, \dots}^{\infty} (A_p \text{sh} \alpha_p z + B_p \text{ch} \alpha_p z) \sin \frac{p\pi(y+a)}{2a}, \quad (7)$$

где

$$A_p = \frac{4\delta_{my}^{(n)} \omega^2 \mu^2 \gamma}{p\pi(\lambda_p^2 - \alpha^2)} \cdot \frac{\alpha_p \text{sh} \alpha_p (\delta - \delta_1 - \Delta) [\alpha \text{sh} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha (\delta - \delta_1) - \alpha_p \text{sh} \alpha_p (\delta - \delta_1 - \Delta) [\alpha_p \text{sh} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha_p \delta_1 + - \lambda_p \text{ch} \alpha (\delta - \delta_1) \text{ch} \lambda_p \Delta + \lambda_p \text{ch} \alpha (\delta - \delta_1 - \Delta) \text{sh} \alpha_p \delta_1 + \lambda_p \text{ch} \alpha_p (\delta - \delta_1 - \Delta) \times + \lambda_p \text{ch} \alpha_p \delta_1 \text{ch} \lambda_p \Delta] + \lambda_p \text{ch} \alpha_p (\delta - \delta_1 - \Delta) [\alpha_p \text{ch} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha_p \delta_1 + \lambda_p \text{sh} \lambda_p \Delta \times \times \{ \alpha \text{ch} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha (\delta - \delta_1) - \lambda_p \text{sh} \lambda_p \Delta \text{ch} \alpha (\delta - \delta_1) - \alpha \text{sh} \alpha (\delta - \delta_1 - \Delta) \} \text{sh} \alpha_p \delta_1 \times \text{ch} \alpha_p \delta_1]}{\text{sh} \alpha_p \delta_1}$$

$$\text{и } B_p = A_p \frac{\text{ch} \alpha_p \delta_1}{\text{sh} \alpha_p \delta_1}.$$

$$\text{Здесь } \alpha_p^2 = \alpha^2 + \frac{p^2 \pi^2}{4a^2}.$$

Комплексная мощность от полей в немагнитном зазоре

Рассмотрим некоторую замкнутую область немагнитного зазора, имеющую объем V и поверхность S . Комплексная мощность этой области может быть выражена при помощи теоремы Умова-Пойнтинга следующим образом:

$$\tilde{S} = P + jQ = - \oint_S (\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{E}}') \times (\vec{H} + \vec{H}') d\vec{S}. \quad (8)$$

Вычисляем комплексную мощность участка немагнитного зазора длиной (вдоль оси x) 2τ , ограниченного поверхностями $z=0$, $z=\Delta$ и $y=\pm a$. Пользуясь формулами (3), (4) и (8), получим при $\delta = \Delta$:

$$\tilde{S} = \frac{4j\delta_y^{(n)2} \omega \mu \tau a}{a} \text{cth} \alpha \Delta + \frac{4\delta_y^{(n)2} \omega^2 \mu^2 \gamma \tau a}{\Delta \alpha^2 \lambda^2} - \frac{4\delta_y^{(n)2} \omega^2 \mu^2 \gamma \tau \text{th} \lambda a}{\Delta \alpha^2 \lambda^3} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{8\delta_y^{(n)2} \omega^2 \mu^2 \gamma \tau a}{\Delta \alpha_k^2 \lambda_k^2} - \frac{8\delta_y^{(n)2} \omega^2 \mu^2 \gamma \tau \text{th} \lambda_k a}{\Delta \alpha_k^2 \lambda_k^3} \right]. \quad (9)$$

Пользуясь формулами (3), (5), (8) получим при $\delta = \Delta$:

$$\tilde{S} = \frac{4j\delta_y^{(n)^2} \omega \mu \tau a}{\alpha} \operatorname{ctha} \Delta + \sum_{p=1,3,5..}^{\infty} \frac{32\delta_y^{(n)^2} \omega^2 \mu^2 \gamma \tau a}{p^2 \pi^2} \times$$

$$\times \left(\frac{\operatorname{ctha} \Delta}{\alpha(\lambda_p^2 - \alpha^2)} - \frac{\operatorname{cth} \lambda_p \Delta}{\lambda_p(\lambda_p^2 - \alpha^2)} \right). \quad (10)$$

При выводе формул (9) и (10) учитывалось, что электромагнитная мощность может входить в немагнитный зазор с поверхностей индукторов ($z=0, z=\Delta$) и с боковых сторон ($y = \pm a$).

При вычислении комплексной мощности согласно (8) с использованием формул (3), (6) или (3), (7) электромагнитная мощность входит во вторичную систему только с поверхностей индуктора. По формулам (3), (6) и (8) ($\delta = \Delta$) получим такой же результат, как и по (3), (5) и (8), т. е. формулу (10).

По формулам (3), (7) и (8) получим выражение комплексной мощности при $\delta \neq \Delta$, т. е. мощность, которая входит в немагнитный зазор через поверхности $z = -\delta_1, z = \delta - \delta_1$:

$$\tilde{S} = \frac{4j\delta_y^{(n)^2} \omega \mu \tau a}{\alpha} \operatorname{ctha} \delta + \sum_{p=1,3,5..}^{\infty} \frac{-32\delta_y^{(n)^2} \omega^2 \mu^2 \gamma \tau a}{p^2 \pi^2 \alpha (\lambda_p^2 - \alpha^2) \operatorname{sha} \delta} \times$$

$$\times \frac{\alpha_p \operatorname{sha}_p (\delta - \delta_1 - \Delta) [\operatorname{ash} \lambda_p \Delta \operatorname{sha} (\delta - \delta_1) - \lambda_p \operatorname{cha} (\delta - \delta_1) \operatorname{ch} \lambda_p \Delta + \alpha_p \operatorname{sha}_p (\delta - \delta_1 - \Delta) [\alpha_p \operatorname{sh} \lambda_p \Delta \operatorname{sha}_p \delta_1 + \lambda_p \operatorname{cha}_p \delta_1 \operatorname{ch} \lambda_p \Delta] +$$

$$+ \lambda_p \operatorname{cha} (\delta - \delta_1 - \Delta)] + \lambda_p \operatorname{cha}_p (\delta - \delta_1 - \Delta) [\operatorname{ach} \lambda_p \Delta \operatorname{sha} (\delta - \delta_1) - \alpha_p \operatorname{cha}_p (\delta - \delta_1 - \Delta) [\alpha_p \operatorname{ch} \lambda_p \Delta \operatorname{sha}_p \delta_1 + \lambda_p \operatorname{sh} \lambda_p \Delta \operatorname{cha}_p \delta_1] -$$

$$- \lambda_p \operatorname{sh} \lambda_p \Delta \operatorname{cha} (\delta - \delta_1) - \operatorname{asha} (\delta - \delta_1 - \Delta)]}{(11)}$$

Нельзя забывать, что выражения комплексной мощности (9), (10) и (11) написаны в системе координат, которая движется со скоростью $v_x = 2\tau f(1 - s)$.

Электромагнитные силы

Среднее во времени значение электромагнитной силы, действующей в направлении оси x (фиг. 1) на длину 2τ проводящей полосы вторичной системы, может быть определено формулой

$$F_x = \operatorname{Re} \int_{x=0}^{2\tau} \int_{y=-a}^a \int_{z=0}^{\Delta} \gamma (\dot{E}'_y + \dot{E}''_y) (\dot{B}'_z + \dot{B}''_z) dx dy dz, \quad (12)$$

или по общей зависимости [1]:

$$F_x = P \frac{1-s}{sv_x}, \quad (13)$$

где $P = \operatorname{Re} \tilde{S}$.

Электромагнитную силу можно выразить через т. н. коэффициент ослабления k_{oc} [3, 7]:

$$F_x = F_{x(0)} k_{oc}. \quad (14)$$

Если $\delta = \Delta$, то

$$F_{x(0)} = 4B_{mz\Delta}'^2 \gamma \tau^2 a \Delta j s. \quad (15)$$

Если $\delta \neq \Delta$, то

$$F_{x(0)} = 4B_{mz\delta}'^2 \gamma \tau^2 a \Delta j s. \quad (16)$$

В этих формулах:

$B_{mz\Delta}'$ — величина первичной магнитной индукции B_{mz}' (3) в середине проводящей полосы, т. е. при $\delta = \Delta$ и $z = \frac{\Delta}{2}$.

$B_{mz\delta}'$ — величина первичной магнитной индукции B_{mz}' (3) в середине проводящей полосы, т. е. при $z = \frac{\Delta}{2}$.

$F_{x(0)}$ характеризует электромагнитную силу на длину 2τ проводящей полосы при следующих идеализированных условиях: отсутствует магнитное поле вторичных токов, отсутствует поперечный краевой эффект и отсутствует затухание поля вдоль оси z .

Пользуясь формулами (9), (13), (14) и (15) при $\delta = \Delta$ получим:

$$k_{oc} = \operatorname{Re} \frac{\left(\operatorname{sh} \frac{\Delta}{2}\right)^2}{\left(\alpha \frac{\Delta}{2}\right)^2} \left\{ \frac{\alpha^2}{\lambda^2} - \frac{\alpha^2 \operatorname{th} \lambda a}{a \lambda^3} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{2\alpha^4}{\alpha_k^2 \lambda_k^2} - \frac{2\alpha^4 \operatorname{th} \lambda_k a}{\alpha_k^2 a \lambda_k^3} \right] \right\}, \quad (17)$$

а по формулам (10), (13), (14) и (15) при $\delta = \Delta$ получим:

$$k_{oc} = Re \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{32\alpha^2 \left(\text{sh}\alpha \frac{\Delta}{2}\right)^2}{p^2\pi^2\Delta} \left(\frac{\text{ctha}\Delta}{\alpha(\lambda_p^2 - \alpha^2)} - \frac{\text{cth}\lambda_p\Delta}{\lambda_p(\lambda_p^2 - \alpha^2)} \right). \quad (18)$$

По формулам (11), (13), (14) и (16) получим выражение для k_{oc} при $\delta \neq \Delta$:

$$k_{oc} = Re \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{-8\alpha}{p^2\pi^2\Delta \left[\text{ctha}\delta\text{cha} \left(\delta_1 + \frac{\Delta}{2} \right) - \text{sha} \left(\delta_1 + \frac{\Delta}{2} \right) \right]^2 (\lambda_p^2 - \alpha^2) \text{sha}\delta} \times$$

$$\times \frac{\alpha_p \text{sha}_p(\delta - \delta_1 - \Delta) [\text{ash}\lambda_p\Delta \text{sha}(\delta - \delta_1) - \lambda_p \text{cha}(\delta - \delta_1) \text{ch}\lambda_p\Delta + \alpha_p \text{sha}_p(\delta - \delta_1 - \Delta) [\alpha_p \text{sh}\lambda_p\Delta \text{sha}_p\delta_1 + \lambda_p \text{cha}_p\delta_1 \text{ch}\lambda_p\Delta] +$$

$$+ \lambda_p \text{cha}(\delta - \delta_1 - \Delta)] + \lambda_p \text{cha}_p(\delta - \delta_1 - \Delta) [\text{ach}\lambda_p\Delta \text{sha}(\delta - \delta_1) - \lambda_p \text{cha}_p(\delta - \delta_1 - \Delta) [\alpha_p \text{ch}\lambda_p\Delta \text{sha}_p\delta_1 + \lambda_p \text{sh}\lambda_p\Delta \text{cha}_p\delta_1]$$

$$- \lambda_p \text{sh}\lambda_p\Delta \text{cha}(\delta - \delta_1) - \alpha \text{sha}(\delta - \delta_1 - \Delta)]. \quad (19)$$

При выводе формулы для k_{oc} (17) электромагнитная сила F_x была для проверки рассчитана двумя путями — по формуле (12) и по формуле (13). Результаты обоих вычислений дают точно совпадающие результаты.

При малых значениях $\frac{\alpha\Delta}{2}$ коэффициент в формуле (17)

$\frac{\text{sha} \frac{\Delta}{2}}{\alpha \frac{\Delta}{2}} \approx 1$ и вследствие этого нулевой член (член перед знаком

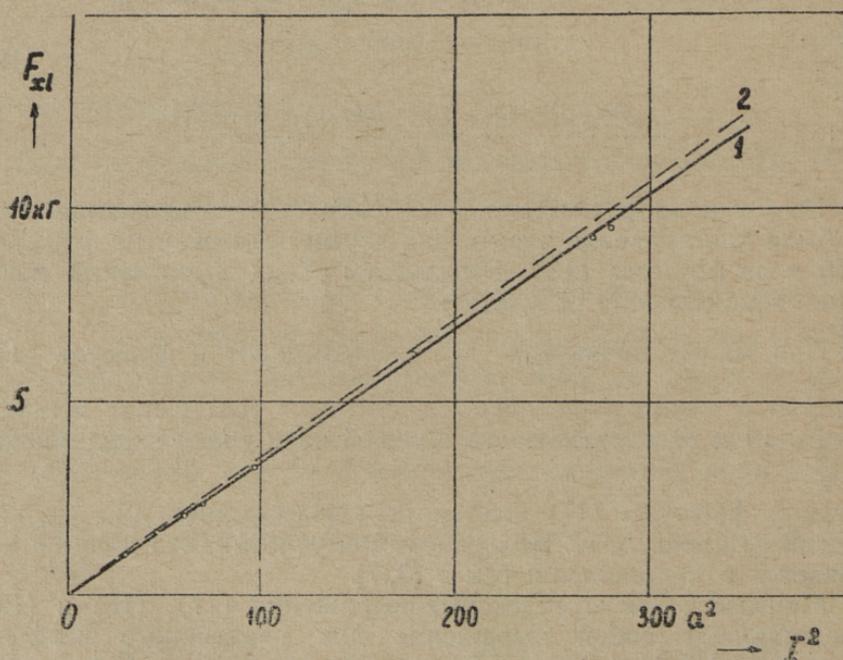
суммы) формулы (17) совпадает с выражением для k_{oc} , выведенным проф. А. И. Вольдеком при условии, что поле не изменяется в направлении оси z [3, 7].

Мнимые части комплексных выражений (17), (18) и (19) представляют собой выражения для реактивного коэффициента k_p [4]. Небезынтересно отметить, что мнимая часть вышеупомянутого нулевого члена выражения (17) совпадает с выражением для реактивного коэффициента k_p [4].

Экспериментальная проверка электромагнитных сил

Для экспериментальной проверки выражения k_{00} (19) были определены электромагнитные силы, развиваемые индукторами на проводящую полосу вторичной системы. Проводящая полоса толщиной Δ находилась в середине немагнитного зазора (т. е. $\delta_1 = \frac{\delta - \Delta}{2}$). Эксперименты проводились на электромагнитном насосе ЭМН-6 [6]. В середине воздушного зазора между вертикально стоящими индукторами была расположена упирающаяся на весы латунная пластина толщиной $\Delta = 5$ мм, шириной $2a = 120$ мм и длиной около 800 мм. Электропроводность материала пластины $\gamma = 1,47 \cdot 10^7 \frac{\text{см.м}}{\text{м}}$ при температуре 25°C . Эксперименты проводились столь быстро, что температура при наблюдениях равнялась практически комнатной температуре 25°C . Питание обмоток было выбрано с такой очередностью фаз, что электромагнитная сила F_{x1} прибавлялась к весу пластины.

Измерения проводились при трех толщинах немагнитного зазора $\delta = 20, 35$ и 50 мм.



Фиг. 2. Экспериментальные и расчетные кривые электромагнитных сил при $\delta = 20$ мм

Измеренные электромагнитные силы показаны при немагнитном зазоре $\delta = 20$ мм на фиг. 2, при $\delta = 35$ мм на фиг. 3 и при $\delta = 50$ мм на фиг. 4 в виде точек на кривых 1 (сплошная линия) $F_{x1} = f(I^2)$. Здесь I — среднее действующее значение тока в трех фазах.

В виде кривых 2 показана зависимость $F_{x1} = f(I^2)$, рассчитанная по результатам, полученным в настоящей работе.

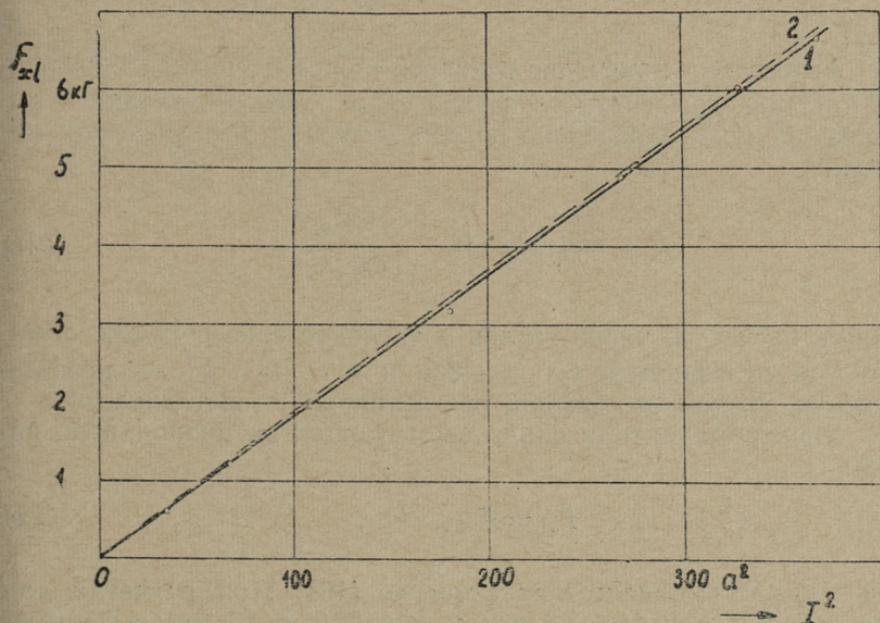
Идеализированную электромагнитную силу получим, если в выражении (16) 2τ заменить на длину активной зоны l , т. е.

$$F_{x(0)1} = \frac{2B_{mz\delta}^2 \gamma \tau l a \Delta f s}{9,81} \text{ кг}, \quad (20)$$

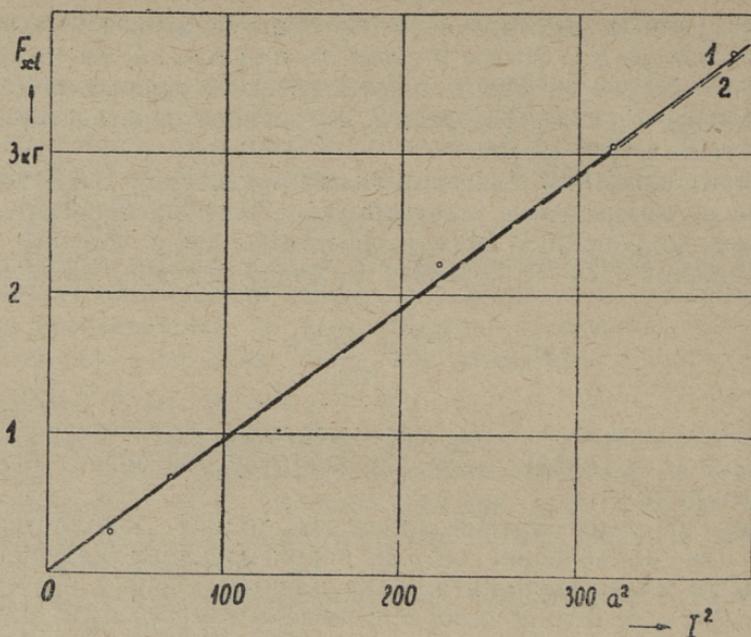
если силу выражать в килограммах силы.

В длине активной зоны l существует первичное бегущее магнитное поле.

Так как насос ЭМН-6 имеет на концах дополнительные пазы для размещения сторон корригирующих катушек обмотки, то по экспериментальным данным длина l превышает длину $2p\tau = 58,9$ см (полюсное деление $\tau = 14,73$ см) на 2—3 процента [5].



Фиг. 3. Экспериментальные и расчетные кривые электромагнитных сил при $\delta = 35$ мм



Фиг. 4. Экспериментальные и расчетные кривые электромагнитных сил при $\delta = 50$ мм

Амплитудное значение основной волны магнитной индукции в середине немагнитного зазора $B'_{mz\delta}$, которое входит в выражение (20), определено по общей теории электрических машин:

$$B'_{mz\delta} = 1,697 \cdot 10^{-6} \frac{\omega K_{o\delta} I}{\delta p k'_\delta k''_\delta k'''_\delta} \quad (21)$$

Здесь расчетное число витков в активной зоне $\omega = 232$, обмоточный коэффициент $k_{o\delta} = 0,966$ и k'_δ , k''_δ , k'''_δ — коэффициенты воздушного зазора, рассчитанные по методике [6].

Электромагнитная сила, действующая на проводящую полосу:

$$F_{x1} = F_{x(o)1} k_{oc}, \quad (22)$$

где k_{oc} рассчитывается по формуле (19). При расчетах для кривых 2 фиг. 2 ($\delta = 20$ мм) и фиг. 3 ($\delta = 35$ мм) в формуле (19) толщина немагнитного зазора заменена эквивалентной величиной $\delta k'_\delta k''_\delta k'''_\delta$.

При расчете k_{oc} для фиг. 4 ($\delta = 50$ мм) коэффициенты k'_δ и k''_δ не вводились, так как при относительно большой толщине немагнитного зазора упомянутые коэффициенты существенного влияния на результаты расчета не оказывают.

На основе приведенных экспериментальных и расчетных кривых можно заключить, что рассчитанные по приведенной методике кривые совпадают с экспериментом точною не менее 3,5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Нетушил, К. М. Поливанов. Основы электротехники, ч. III. Госэнергоиздат, 1956.
2. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Издательство АН СССР, 1948.
3. А. И. Вольдек. Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов. Известия высших учебных заведений, Электромеханика, № 1, 1959.
4. Х. И. Янес. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине. Труды ТПИ серия А, № 197. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник трудов I, Таллин, 1962, стр. 3..21.
5. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, Т. А. Веске, Х. А. Лийн, Х. А. Таммемяги. Экспериментальное исследование плоских индукционных насосов. Там же, стр. 215..234.
6. Х. И. Янес, Х. А. Таммемяги, А. В. Конт. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса. Там же, стр. 167..214.
7. А. И. Вольдек, Х. А. Тийсмус, О. Р. Терно, Х. И. Янес, Х. В. Силламаа, Г. Х. Вяльмяэ, О. О. Таупере. Исследование метода уплотнения отливок и уменьшения расхода жидкого металла по предложению т. Л. А. Верте. Таллинский политехнический институт, 1957 (рукопись).

УДК 621. 318. 38

Т. А. Веске

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СЛОЕ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА ИНДУКЦИОННОГО ЖЕЛОБА

Постановка задачи

Индукционный желоб по принципу действия имеет много общего с плоским индукционным насосом с односторонней обмоткой. Исходя из конструктивных особенностей можно, однако, сказать, что по сравнению с насосами индукционный желоб имеет следующие различия:

1) Так как у индукционного желоба верхний ферромагнитный сердечник отсутствует, электромагнитное поле простирается в бесконечность, но быстро затухает по высоте.

2) Металл имеет свободную поверхность и толщина слоя металла и скорость движения металла в каждой точке желоба определяются действием электромагнитных, гравитационных и гидродинамических сил.

Последнее обстоятельство чрезвычайно усложняет задачу и для точного расчета электромагнитных сил в желобе требовалось бы решение уравнений магнитной гидродинамики. Можно, однако, сказать, что при турбулентном течении под действием бегущего магнитного поля скорость течения по сечению канала почти постоянна. При стационарном течении можно также принимать, что толщина слоя металла постоянна. Таким образом, для рассматриваемой задачи принимаем, что жидкий металл движется как твердая проводящая полоса со скоростью v_x (по оси x , фиг. 1). Поэтому задача определения электромагнитных сил сводится к решению уравнений электромагнитного поля.

В настоящей работе пользуемся предположениями, сделанными в начале работы [7] и рассматриваем случай так называемого «периодического чередования желобов» аналогично тому, как это было сделано для индукционного насоса.

Комплексная мощность и электромагнитная сила

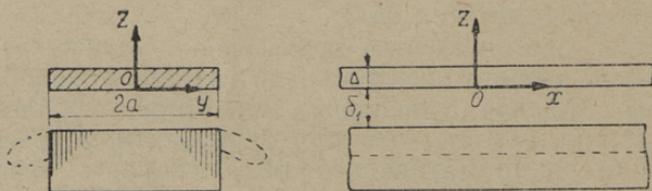
Так как предположения, сделанные в настоящей работе, совпадают с предположениями, сделанными, в [7], где рассматривается индукционный насос с односторонней обмоткой, результаты последней применимы и для индукционного желоба. Для этого достаточно в формулах насоса с односторонней обмоткой толщину немагнитного зазора δ приравнять бесконечности. Таким образом получим выражение для комплексной мощности участка немагнитного зазора длиной (вдоль оси x) 2τ , ограниченного поверхностями $z = -\delta_1$, $y = \pm a$:

$$\tilde{S} = \frac{4j\delta_y^{(n)^2} \omega \mu t a}{a} + \sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{-32\delta_y^{(n)^2} \omega^2 \mu^2 \gamma t a e^{-\alpha \delta_1}}{p^2 \pi^2 a (\lambda_p^2 - \alpha^2)} \times \quad (1)$$

$$\times \frac{\alpha_p [\alpha \text{sh} \lambda_p \Delta - \lambda_p \text{ch} \lambda_p \Delta + \lambda_p e^{-\alpha \Delta}] + \lambda_p [\alpha \text{ch} \lambda_p \Delta - \lambda_p \text{sh} \lambda_p \Delta - \alpha e^{-\alpha \Delta}]}{\alpha_p [\alpha_p \text{sh} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha_p \delta_1 + \lambda_p \text{ch} \alpha_p \delta_1 \text{ch} \lambda_p \Delta] + \lambda_p [\alpha_p \text{ch} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha_p \delta_1 + \lambda_p \text{sh} \lambda_p \Delta \text{ch} \alpha_p \delta_1]}.$$

Выражение комплексной мощности \tilde{S} (1) написано в движущейся со скоростью v_x координатной системе. Обозначения величин выражения (1) такие же как в работе [7].

Первый член выражения комплексной мощности (1) представляет собой индуктивную реактивную мощность, которая имеет место без проводящей полосы, т. е. реактивная мощность при холостом ходе. Второй член в виде суммы учитывает наличие вторичной системы.



Фиг. 1. Схема индукционного желоба

Среднее во времени значение электромагнитной силы, действующей в направлении оси x (фиг. 1) на длину 2τ проводящей полосы вторичной системы, может быть определено формулой [1]:

$$F_x = P \frac{1-s}{sv_x}, \quad (2)$$

где

$$P = \text{Re} \tilde{S}.$$

Электромагнитную силу можно выразить через коэффициент ослабления [4, 8]:

$$F_x = F_{x(0)} k_{oc}, \quad \text{где} \quad (3)$$

$$F_{x(0)} = 4B_{mz}^2 \gamma \tau^2 a \Delta f s. \quad (4)$$

В последней формуле

B'_{mz} — величина первичной магнитной индукции B'_{mz} в середине проводящей полосы, т. е. при $z = \frac{\Delta}{2}$. Первичную магнитную индукцию можем представить в следующем виде:

$$B'_{mz} = \delta_{ny}^{(n)} \mu e^{-\alpha(z+\delta_1)}. \quad (5)$$

Аналогичная экспоненциальная зависимость для первичной магнитной индукции приводится проф. А. И. Вольдеком в [3].

Электромагнитная сила $F_{x(0)}$ характеризует электромагнитную силу на длину 2τ проводящей полосы при следующих идеализированных условиях: отсутствует магнитное поле вторичных токов, отсутствует поперечный краевой эффект и отсутствует затухание поля вдоль оси z .

Пользуясь формулами (1), (2), (3), (4) и (5) получим выражение для k_{oc} :

$$k_{oc} = Re \sum_{p=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{-8ae^{\alpha(\delta_1 + \Delta)}}{p^2 \pi^2 \Delta (\lambda_p^2 - \alpha^2)} \cdot \frac{\alpha_r [\alpha \text{sh} \lambda_p \Delta - \lambda_p \text{ch} \lambda_p \Delta + \lambda_p e^{-\alpha \Delta}] + \lambda_p [\alpha \text{ch} \lambda_p \Delta - \lambda_p \text{sh} \lambda_p \Delta - \alpha e^{-\alpha \Delta}]}{\alpha_p [\alpha_p \text{sh} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha_p \delta_1 + \lambda_p \text{ch} \alpha_p \delta_1 \text{ch} \lambda_p \Delta] + \lambda_p [\alpha_p \text{ch} \lambda_p \Delta \text{sh} \alpha_p \delta_1 + \lambda_p \text{sh} \lambda_p \Delta \text{ch} \alpha_p \delta_1]} \quad (6)$$

Следует отметить, что мнимая часть комплексного выражения (6) дает выражение для реактивного коэффициента k_p [5].

Экспериментальная проверка

Для экспериментальной проверки выражения k_{oc} были определены электромагнитные силы, развиваемые индуктором в неподвижной проводящей полосе. Эксперименты проводились одной половиной индуктора электромагнитного насоса ЭМН-6 [6]. Около вертикально стоящего индуктора была расположена упирающаяся на весы латунная пластина, толщиной $\Delta = 5$ мм,

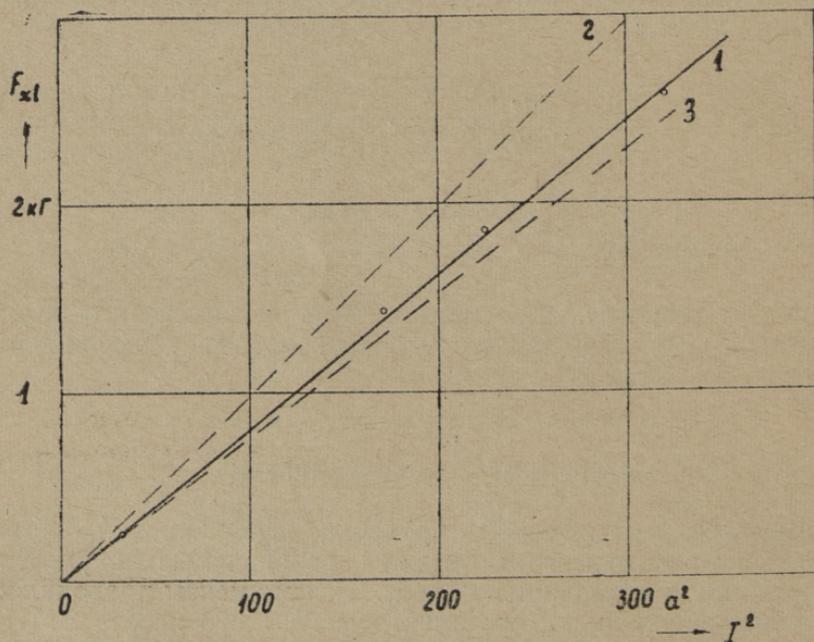
шириной $2a = 120$ мм и длиной около 800 мм. Удельная электропроводность материала пластины $\gamma = 1,47 \cdot 10^7 \frac{\text{см}}{\text{м}}$ при температуре 25°C . Эксперименты проводились таким образом, что температура при измерениях равнялась 25°C . Питание обмотки было выбрано с такой очередностью фаз, что электромагнитная сила F_{x1} прибавлялась к весу пластины.

Измерения проводились при трех расстояниях между проводящей полосой и индуктором $\delta_1 = 15, 25$ и 35 мм. Измеренные электромагнитные силы показаны на фиг. 2 для $\delta_1 = 15$ мм, на фиг. 3 для $\delta_1 = 25$ мм и на фиг. 4 для $\delta_1 = 35$ мм в виде точек на кривых $F_{x1} = f(I^2)$.

Здесь I — арифметическое среднее действующее значение тока в трех фазах.

В виде прямых 2 показана зависимость $F_{x1} = f(I^2)$, рассчитанная по результатам настоящей работы. Идеализированную электромагнитную силу получим, если в выражении (4) 2τ заменить на l :

$$F_{x(0)1} = \frac{2B_{mz}^2 \gamma \tau a \Delta f s l}{9,81} \text{ кг}, \quad (7)$$



Фиг. 2. Экспериментальные и расчетные кривые электромагнитных сил при $\delta_1 = 15$ мм

где $l = 2\pi r = 58,9 \cdot 10^{-2}$ м длина активной зоны, т. е. зоны, где существует первичное бегущее магнитное поле. Полусное деление $\tau = 14,73 \cdot 10^{-2}$ м.

В формуле (7) первичная магнитная индукция в середине проводящего слоя определяется по общей теории электрических машин и по (5) формулой

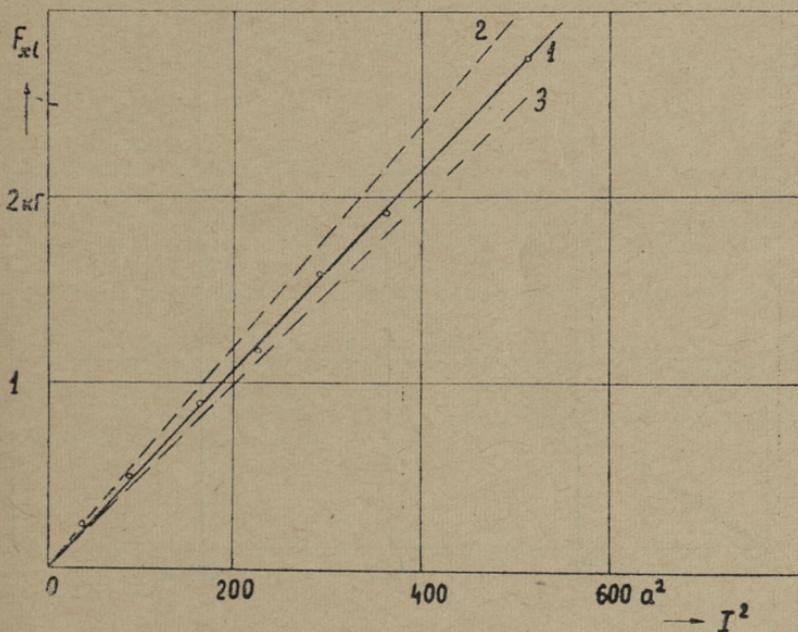
$$B'_{mz\delta} = 1,697 \cdot 10^{-6} \frac{\omega k_{o\delta} I a e^{-\alpha \left(\frac{\Delta}{2} + \delta_1 \right)}}{\rho} \quad (8)$$

Здесь $\omega = 232$ — расчетное число витков в активной зоне и обмоточный коэффициент $k_{o\delta} = 0,966$. Число пар полюсов $p = 2$.

Электромагнитная сила, действующая на проводящую полосу аналогично (3)

$$F_{x1} = F_{x(0)1} k_{oc},$$

где k_{oc} рассчитывается по формуле (6). При расчете k_{oc} по формуле (6) были учтены 2 первых члена.

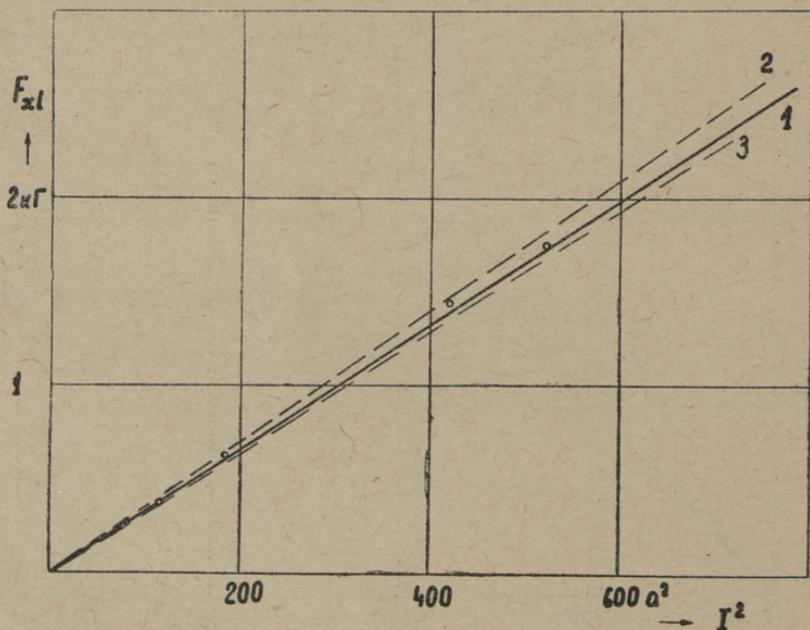


Фиг. 3. Экспериментальные и расчетные кривые электромагнитных сил при $\delta_1 = 25$ мм

В виде кривых 3 на фигурах 2, 3 и 4 представлена электромагнитная сила $F_{x1} = f(I^2)$, рассчитанная по ниже предлагаемой упрощенной методике. Коэффициент ослабления рассчитывается по этой методике аналогично расчету коэффициента ослабления индукционного насоса по методике [4, 8], но эквивалентной толщиной немагнитного зазора принимается длина $\frac{\tau}{\pi}$. Роль длины $\frac{\tau}{\pi}$ в выражении (8) аналогична роли δ в выражении (21) работы [7]. В приведенном конкретном случае безразмерная вспомогательная величина ϵ , которая нужна при определении коэффициента ослабления, равна $\epsilon = 1,36$ и $\frac{a}{\tau} = 0,407$. Согласно этим безразмерным величинам [4, 8] $k_{oc} = 0,25$.

На основе приведенных экспериментальных кривых 1 и расчетных кривых 2 можно заключить следующее:

Расчетная электромагнитная сила больше экспериментальной. Расхождение между расчетной и экспериментальной электромагнитной силой тем больше, чем меньше расстояние между индуктором и проводящей полосой вторичной системы. Так, например, при $\delta_1 = 15$ мм по фиг. 2 получим расхождение



Фиг. 4. Экспериментальные и расчетные кривые электромагнитных сил при $\delta_1 = 35$ мм

в 23 процента, а при $\delta_1 = 35$ мм по фиг. 4 расхождение составляет 6 процентов. Расхождение между упомянутыми расчетными и экспериментальными электромагнитными силами обусловлено главным образом тем, что в работе при теоретических выкладках не вполне точно была учтена конфигурация первичного электромагнитного поля. На распределение первичного поля влияет конечная ширина индуктора, которая в работе не учитывалась. На распределение электромагнитного поля влияет также зубчатость индуктора. Последнее становится особенно заметным при малом расстоянии между индуктором и проводящей полосой вторичной стороны.

Предлагаемая упрощенная методика расчета, однако, обеспечивает точность не менее 8%. При этом расчетные величины меньше экспериментальных.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Нетушил, К. М. Поливанов. Основы электротехники, ч. III. Госэнергоиздат, 1956.
2. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Издательство АН СССР, 1948.
3. А. И. Вольдек. Магнитное поле индукторов линейных электромагнитных насосов. Известия высших учебных заведений, Электромеханика, № 12, 1958.
4. А. И. Вольдек. Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов. Известия высших учебных заведений, Электромеханика, № 1, 1959.
5. Х. И. Янес. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине. Труды ТПИ, серия А, № 197. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник трудов I, Таллин, 1962, стр. 3 ... 21.
6. Х. И. Янес, Х. А. Таммемяги, А. В. Конт. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса, Там же, стр. 167 ... 214.
7. Т. А. Веске. Решение уравнений электромагнитного поля плоской линейной индукционной машины с односторонней обмоткой. См. наст. сборник, стр. 19.
8. А. И. Вольдек, Х. А. Тийсмус, О. Р. Терно, Х. И. Янес, Х. В. Силламаа, Г. Х. Вяльмяяэ, О. О. Тапуцере. Исследование метода уплотнения отливок и уменьшения расхода жидкого металла по предложению т. Л. А. Верте. Таллинский политехнический институт, 1957 (рукопись).

УДК 621. 318. 38

Э. В. Валласте, Х. И. Янес

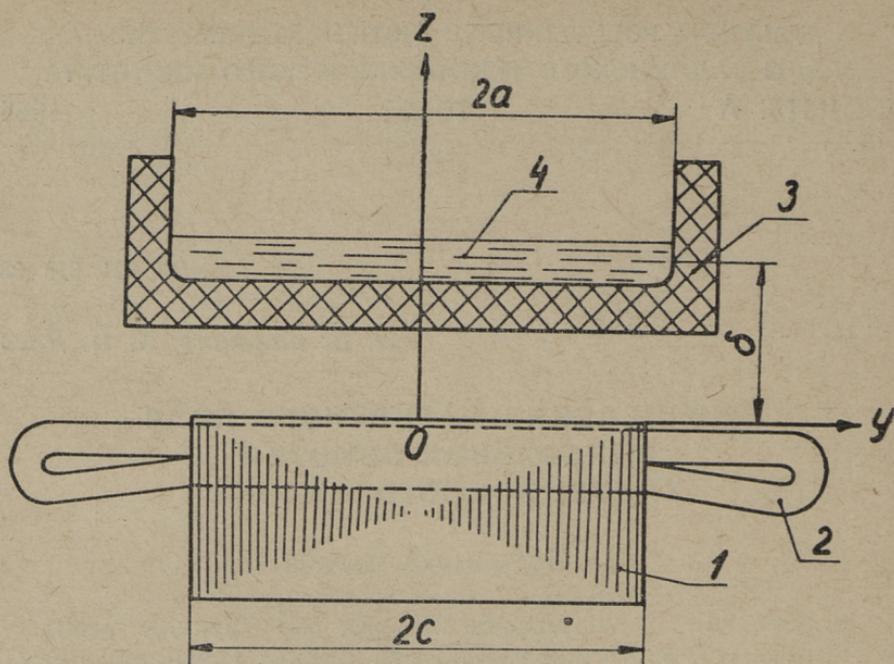
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОДНОФАЗНОЙ ОБМОТКИ ИНДУКЦИОННОГО ЖЕЛОБА

1. Постановка задачи

В последние годы разработан ряд конструкций электромагнитных устройств для транспорта жидких (расплавленных) металлов. Одним из них является индукционный желоб для транспорта жидкого чугуна. Индукционный желоб состоит из одностороннего прямолинейного магнитопровода, в пазах которого находится двух- или трехфазная обмотка. Над этим индуктором расположен желоб из огнеупорного материала (фиг. 1). При питании обмотки индуктора соответственно двух- или трехфазным переменным током создается над индуктором бегущее магнитное поле, которое в слое жидкого металла индуктирует электрические токи. Взаимодействие этих токов с магнитным полем индуктора создает механические усилия и вызывает течение жидкого металла в направлении движения поля. Величина электромагнитных сил зависит от величины магнитной индукции в каждой точке слоя металла. Следовательно, точное определение первичного поля над индуктором для проектирования индукционного желоба имеет большую важность.

Магнитное поле над односторонним индуктором, магнитопровод которого имеет конечные размеры, является трехмерным. Распределение его в пространстве зависит от размеров магнитопровода, величины полюсного деления, типа обмотки, конфигурации лобовых соединений, и т. д.

Вопрос о распределении магнитной индукции над односторонним индуктором исследован рядом авторов (А. И. Вольдек [1, 5], Н. М. Охременко [3], Я. П. Звороно [4]) и полученные ими результаты позволяют уже сейчас спроектировать с опре-



Фиг. 1. Эскиз индукционного желоба:

1 — ферромагнитный сердечник, 2 — лобовые соединения обмотки, 3 — желоб, 4 — жидкий металл

деленной точностью устройства с односторонними индукторами. Однако во всех этих трудах для вывода окончательных выражений сделан ряд допущений, которые более или менее влияют на точность результатов. Так, например, в [3] не учитывается роль лобовых частей обмотки в создании результирующего поля над индуктором и за краями индуктора. Кроме того, не исследуется распределение магнитной индукции вдоль индуктора. В [4] определяется магнитная индукция над односторонним индуктором в случае, когда обмотка находится не в пазах магнитопровода или на магнитопроводе, а над магнитопроводом. Также не учитывается влияние близости магнитопровода на магнитное поле от тока в лобовых частях, параллельных магнитопроводу.

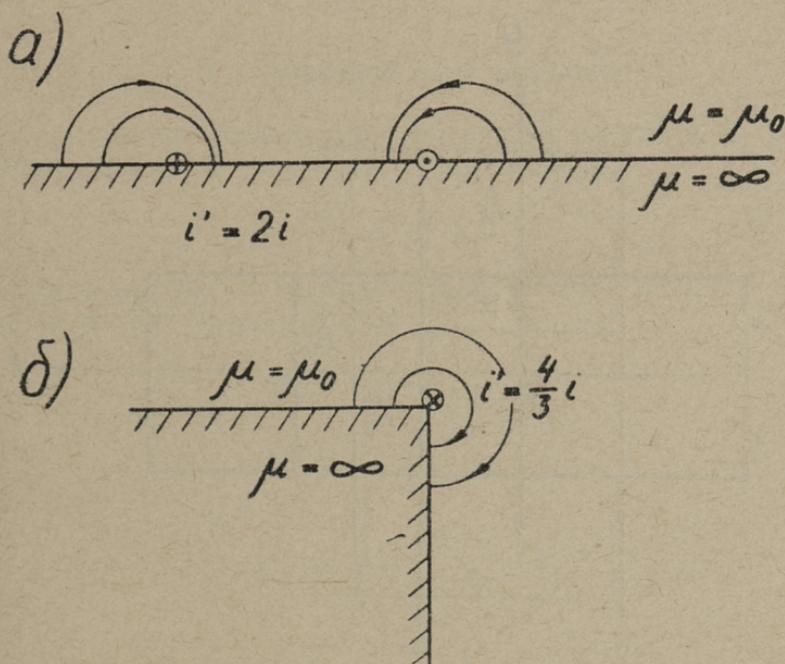
Одной возможностью для определения распределения трехмерного магнитного поля является использование закона Био-Савара в совокупности с элементами метода зеркальных изображений [2, 6]. Эта методика базируется на дискретном распределении токов в проводниках, из которых состоит каждая обмотка.

2. Учет влияния магнитопровода

Исследуем магнитное поле одностороннего индуктора (фиг. 1) при холостом ходе, т. е. не учитывая влияния вторичных токов в расплавленном металле. Так как при практических расчетах требуется в основном определить нормальную к магнитопроводу составляющую магнитной индукции, то ограничимся ее определением. При этом ширина желоба может быть выбрана произвольно, независимо от ширины магнитопровода. Продольные размеры магнитопровода и желоба взяты бесконечными, т. е. не учитывается продольный краевой эффект.

В реальных конструкциях это допущение вполне оправдано, так как эти устройства обыкновенно имеют значительную длину.

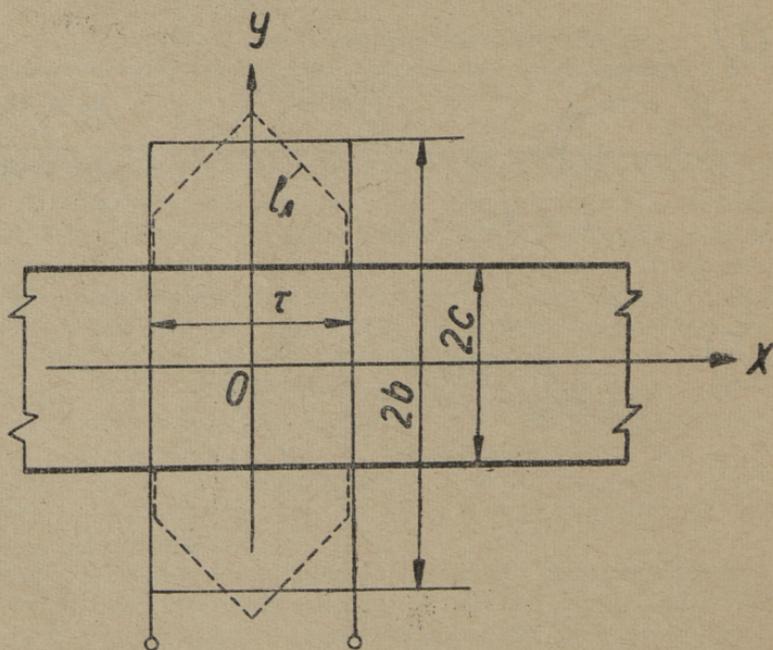
Принимаем магнитную проницаемость стали магнитопровода бесконечно великой. Наличием пазов на поверхности индуктора пренебрегаем. Если катушка с малым поперечным сечением находилась бы на плоскости ферромагнитного полу-



Фиг. 2. Схематическое распределение магнитного поля:

а) на поверхности ферромагнитного полупространства, б) на ребре двугранного угла двух ферромагнитных плоскостей

пространства, то напряженность и индукция магнитного поля во всех точках пустоты (парамагнитного полупространства) удваивались бы. Согласно методу зеркальных изображений в этом случае изображение совпадает пространственно с током-оригиналом и эквивалентный ток как бы удваивается $i' = 2i$ (фиг. 2, а). Множитель 2 может быть трактован как коэффициент эквивалентного тока χ . Следовательно, удваиваются и составляющие магнитной индукции от всех участков контура тока на поверхности магнитопровода. Однако магнитопровод имеет конечную ширину и вследствие этого распределение поля изменяется. Нетрудно видеть, что напряженность магнитного поля проводника с током i на ребре двугранного прямого угла двух ферромагнитных плоскостей (фиг. 2, б) увеличивается в $4/3$ раза по сравнению с проводником с током в пустоте. Но если проводник находится на некотором расстоянии от грани, задача усложняется. Так как лобовые части реальных катушек обмотки имеют различные и довольно сложные пространственные конфигурации и разные длины вылета от магнитопровода, то авторами статьи предлагается следующая методика расчета:



Фиг. 3. Вид приведенной катушки на сердечнике, (штриховая линия — действительный образец катушки)

1. Для определения магнитного поля реальная пространственная катушка заменяется эквивалентной прямоугольной плоской катушкой с бесконечно малым поперечным сечением сторон (фиг. 3). Эквивалентная катушка считается расположенной на поверхности магнитопровода. Длина лобового вылета катушки определяется по [6]

$$b - c = \frac{l_l - \tau}{2}, \quad (1)$$

где l_l — длина лобовой части реальной катушки,

τ — полюсное деление,

$2b$ — длина эквивалентной прямоугольной катушки,

$2c$ — ширина магнитопровода.

2. Коэффициент эквивалентного тока для сторон катушки, лежащей на магнитопроводе, принимается равным $\chi_a = 2$, а коэффициент эквивалентного тока для лобовых частей $\chi_l = 1,5$.

Как показывает эксперимент, коэффициенты эквивалентного тока $\chi_a = 2,0$ и $\chi_l = 1,5$ обеспечивают достаточную точность при определении магнитной индукции в области жидкого металла при разных встречающихся в практике геометрических соотношениях катушек.

3. Магнитное поле катушки

Нормальная составляющая магнитной индукции B_z в точке пространства $K(x, y, \delta)$ выражается по [6]:

$$B_z = B'_z + B''_z + B'''_z. \quad (2)$$

В этом выражении составляющая от сторон катушки, лежащих на магнитопроводе, равна

$$B'_z = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \omega}{4\pi} \cdot \chi_a \cdot s', \quad (3)$$

где

$$s' = \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} \left[\frac{c + y}{\sqrt{(c + y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2}} + \frac{c - y}{\sqrt{(c - y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2}} \right] + \frac{\frac{\tau}{2} + x}{\left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} \times$$

$$\times \left[\frac{c+y}{\sqrt{(c+y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2}} + \frac{c-y}{\sqrt{(c-y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2}} \right]. \quad (3, a)$$

Составляющая магнитной индукции от частей лобовых соединений, являющихся продолжениями активных сторон катушки:

$$B_z'' = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \omega}{4\pi} \chi_{л} \cdot s'', \quad (4)$$

где

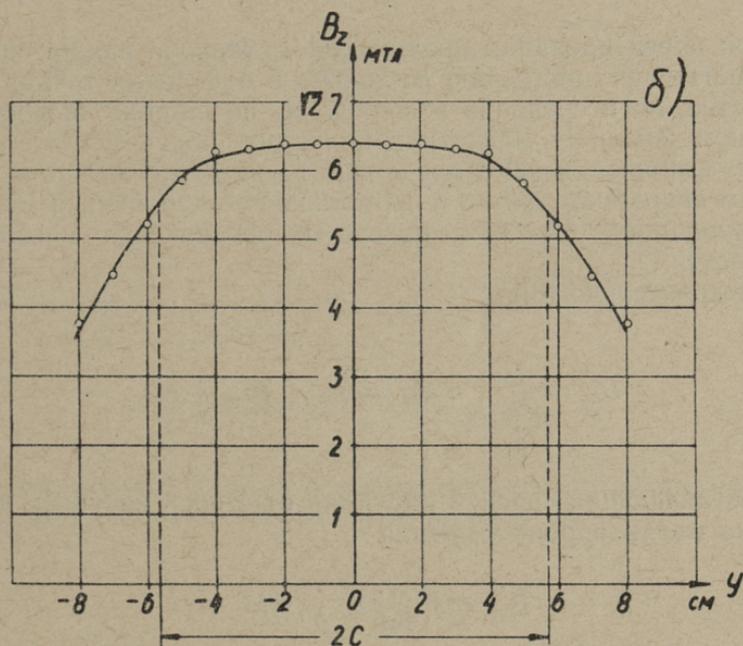
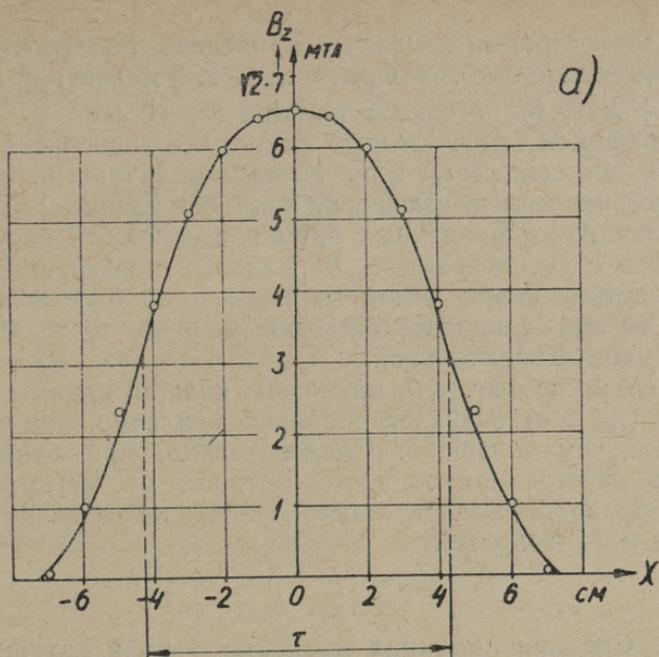
$$s'' = \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} \left[\frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2}} + \right. \\ \left. + \frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2}} \right] + \frac{\frac{\tau}{2} + x}{\left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} \times \\ \times \left[\frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2}} + \frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2}} \right] - s'. \quad (4, a)$$

Составляющая магнитной индукции от лобовых частей, параллельных магнитопроводу (оси x):

$$B_z''' = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \omega}{4\pi} \chi_{л} \cdot s''', \quad (5)$$

где

$$s''' = \frac{b+y}{(b+y)^2 + \delta^2} \left[\frac{\frac{\tau}{2} + x}{\sqrt{\left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + (b+y)^2 + \delta^2}} + \right. \\ \left. + \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\sqrt{\left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + (b+y)^2 + \delta^2}} \right] + \frac{b-y}{(b-y)^2 + \delta^2} \times \\ \times \left[\frac{\frac{\tau}{2} + x}{\sqrt{\left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + (b-y)^2 + \delta^2}} + \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\sqrt{\left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + (b-y)^2 + \delta^2}} \right]. \quad (5, a)$$



Фиг. 4. Расчетные кривые и экспериментальные точки распределения нормальной составляющей магнитной индукции над индуктором:

a) по оси x , б) по оси y

Для иллюстрации на фиг. 4 приведены расчетные кривые и экспериментальные точки распределения магнитной индукции $B_z = B'_z + B''_z + B'''_z$ по осям x и y при $\delta = 40$ мм.

Из графиков (фиг. 4, а и б) видно, что экспериментальные точки хорошо совпадают с расчетными величинами. Как показали многочисленные измерения поля на разных расстояниях δ и с катушками различных размеров, точность расчета увеличивается с увеличением δ . В реальных конструкциях желобов вследствие необходимой теплоизоляции δ не может быть меньше 40 мм, следовательно, полученную точность можно считать удовлетворительной.

Как видно из фиг. 4, б, магнитное поле за краями магнитопровода ($|y| > c$) затухает довольно медленно, при этом тем медленнее, чем больше δ . Следовательно, при относительно больших расстояниях жидкого металла от магнитопровода целесообразно применить желоб с несколько большей шириной, чем магнитопровод.

4. Средняя индукция магнитного поля катушки

При проектировании индукционного желоба важно определить магнитную индукцию не только в отдельных точках пространства, но и среднюю величину ее по ширине желоба $2a$. Среднюю величину магнитной индукции получим интегрированием выражения (2) в пределах от $-a$ до a . Так как в дальнейшем оперируем только с нормальной составляющей магнитной индукции, то для простоты обозначения индекс z опускается.

Следовательно [8]:

$$B_{\text{ср}} = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a B_z dy = B'_{\text{ср}} + B''_{\text{ср}} + B'''_{\text{ср}}. \quad (6)$$

Составляющая средней индукции от сторон катушек, лежащих на магнитопроводе, равна

$$B'_{\text{ср}} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot w}{4\pi a} \cdot \chi_a \cdot m', \quad (7)$$

где безразмерная величина m' , зависящая только от геометрических размеров обмотки, магнитопровода и желоба, выражается:

$$\begin{aligned}
 m' = & \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} \left[\sqrt{(c+a)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} - \right. \\
 & \left. - \sqrt{(c-a)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} \right] + \\
 & + \frac{\frac{\tau}{2} + x}{\left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} \left[\sqrt{(c+a)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} - \right. \\
 & \left. - \sqrt{(c-a)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} \right]. \quad (7,a)
 \end{aligned}$$

Составляющая средней индукции от частей лобовых соединений, являющихся продолжением активных сторон катушки:

$$B''_{\text{ср}} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \omega}{4 \cdot \pi \cdot a} \cdot \chi_{\text{л}} \cdot m'', \quad (8)$$

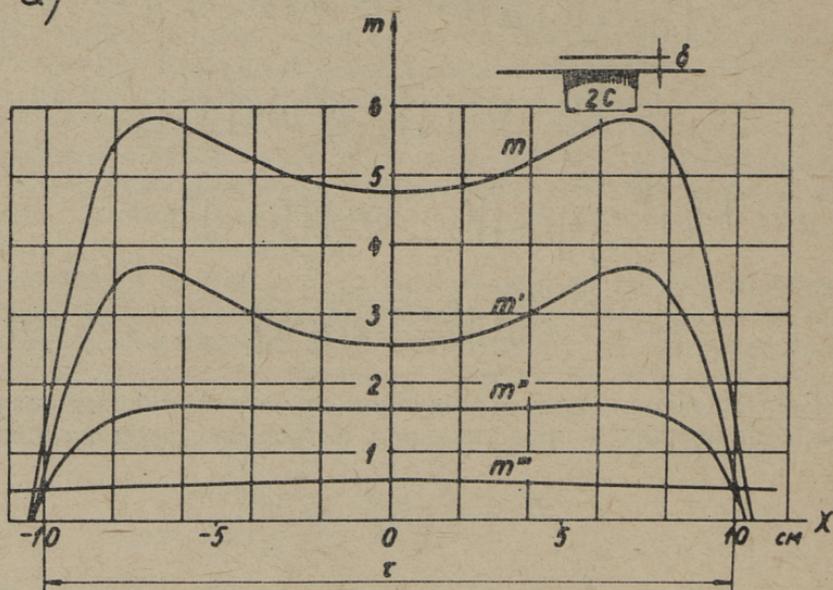
$$\begin{aligned}
 \text{где } m'' = & \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} \left[\sqrt{(a+b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} - \right. \\
 & \left. - \sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2} \right] + \\
 & + \frac{\frac{\tau}{2} + x}{\left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} \left[\sqrt{(a+b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} - \right. \\
 & \left. - \sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} \right] - m'. \quad (8,a)
 \end{aligned}$$

Составляющая средней индукции от частей лобовых соединений, параллельных магнитопроводу (оси x):

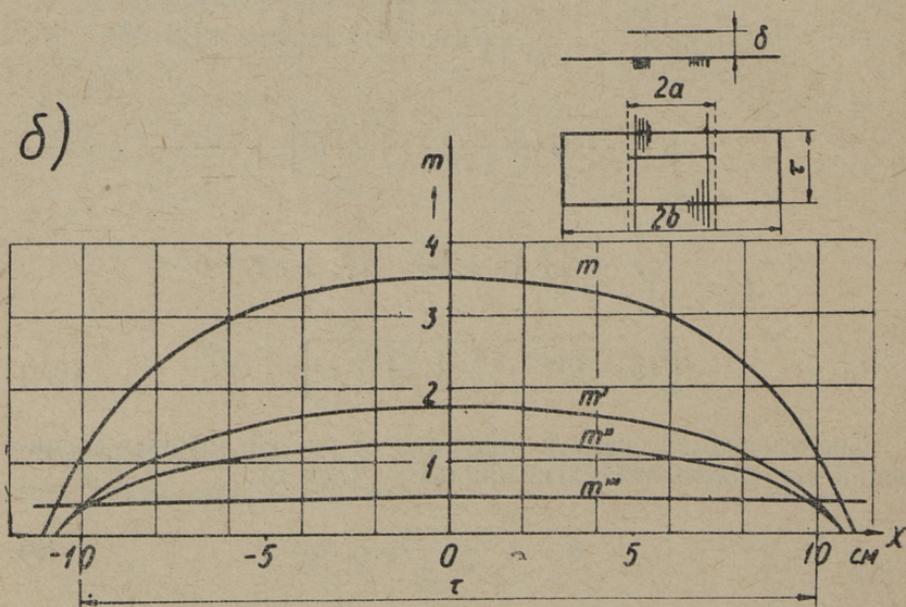
$$B'''_{\text{ср}} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \omega}{4\pi \cdot a} \cdot \chi_{\text{л}} \cdot m''', \quad (9)$$

$$\text{где } m''' = \frac{1}{2} \ln \frac{\left[\sqrt{(a+b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} - \left(\frac{\tau}{2} + x\right) \right]}{\left[\sqrt{(a+b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2} + \left(\frac{\tau}{2} + x\right) \right]} \times$$

a)



б)



Фиг. 5. Распределение осредненного значения нормальной составляющей магнитной индукции над индуктором по оси x :

а) при $\delta = 30$ мм, б) при $\delta = 70$ мм

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\left[\sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)} \right]}{\left[\sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} + x\right)^2 + \delta^2 - \left(\frac{\tau}{2} + x\right)} \right]} \times \\
& \times \frac{\left[\sqrt{(a+b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2 - \left(\frac{\tau}{2} - x\right)} \right]}{\left[\sqrt{(a+b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)} \right]} \times \\
& \times \frac{\left[\sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)} \right]}{\left[\sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{\tau}{2} - x\right)^2 + \delta^2 - \left(\frac{\tau}{2} - x\right)} \right]}. \tag{9,a}
\end{aligned}$$

Зависимости безразмерных величин m' , m'' , m''' и их суммы $m = m' + m'' + m'''$ от координаты x , т. е. распределение средней магнитной индукции катушки вдоль индуктора даны на фиг. 5 при двух расстояниях δ .

Расчет проведен при $b = 30$ см, $c = 10$ см, $a = 12$ см и $\tau = 20$ см.

Как видно из фиг. 5, форма кривой распределения средней индукции зависит от расстояния δ . Чем больше δ при неизменных остальных размерах, тем больше кривая для суммарного m приближается к синусоиде. Можно также показать, что при неизменных прочих величинах кривая m тем больше приближается к синусоиде, чем меньше полюсное деление τ .

5. Средняя индукция магнитного поля однофазной обмотки

Рассмотрим магнитное поле однофазной сосредоточенной обмотки с полным шагом, т. е. $y = \tau$ и $q = 1$ (фиг. 6 — однослойная, фиг. 7 — двухслойная), длина индуктора бесконечна.

При определении суммарной магнитной индукции в какой-то пространственной точке или также ее осредненной величины, применяем принцип наложения. Это вполне допустимо, так как сердечник индуктора в реальных конструкциях не насыщен.

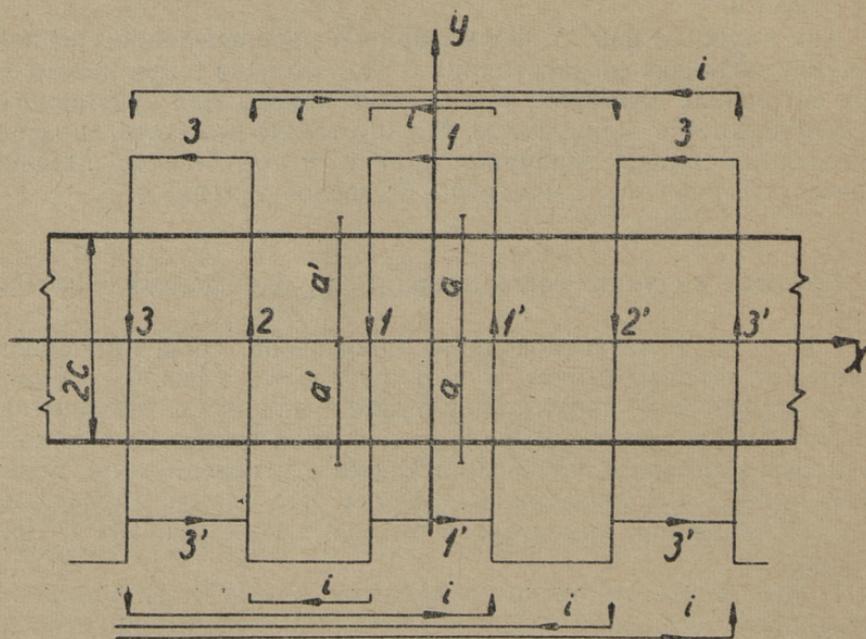
Предполагая, что число проводников в пазу и ток в каждом проводнике одинаковы, можем учитывать симметрию относительно оси координат.

Заменяем реальную однофазную обмотку на расчетную систему эквивалентных катушек. При этом ширины эквивалентных катушек будут τ , 3τ , 5τ , ... $(2k - 1)\tau$ и т. д. Ширины

катушек схематически показаны на верхней части фиг. 6 и 7. Для того, чтобы результирующие токи в лобовых частях эквивалентных катушек соответствовали бы действительным токам, следует придерживаться следующих правил:

1. При определении индукции внутри катушки однослойной обмотки (например, на отрезке линии длиной $2a$ фиг. 6) следует учесть нечетное число эквивалентных катушек с фактическим током катушки (верхняя схема фиг. 6).
2. При определении индукции между катушками однослойной обмотки (отрезок $2a'$ фиг. 6) следует учесть четное число эквивалентных катушек с фактическим током катушки (нижняя схема фиг. 6).
3. При определении индукции двухслойной обмотки число учитываемых эквивалентных катушек не ограничивается, однако самую широкую катушку следует учесть током, равным $0,5i$ [7].

Средняя индукция однофазной обмотки (расчетной системы эквивалентных катушек) в зависимости от x при координатах $a \geq y \geq -a$, $z = \delta$ определяется [6]:



Фиг. 6. Однофазная однослойная сосредоточенная обмотка на магнитопроводе

$$\begin{aligned}
 B_{\text{ср}\Sigma} &= B'_{\text{ср}\Sigma} + B''_{\text{ср}\Sigma} + B'''_{\text{ср}\Sigma} = \\
 &= \frac{\mu_0 \cdot i \cdot s_n}{4\pi a} [\chi_a \cdot m'_\Sigma + \chi_l (m''_\Sigma + m'''_\Sigma)], \quad (12)
 \end{aligned}$$

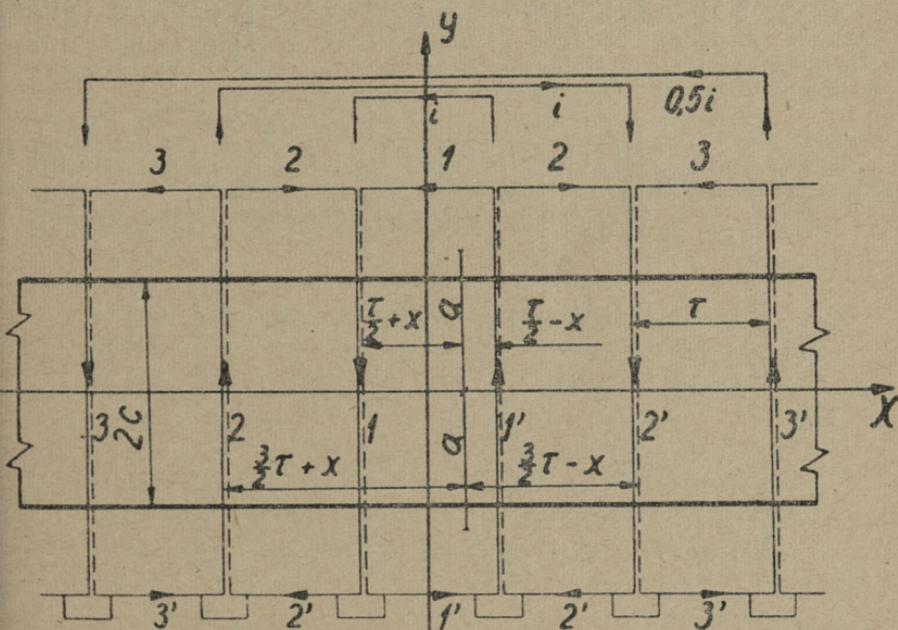
где s_n — число проводников в пазах и

$$m'_\Sigma = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \left\{ \frac{(2k-1) \frac{\tau}{2} - x}{[(2k-1) \frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} \times$$

$$\times \left[\sqrt{(c+a)^2 + [(2k-1) \frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} -$$

$$- \sqrt{(c-a)^2 + [(2k-1) \frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} \right] + \frac{(2k-1) \frac{\tau}{2} + x}{[(2k-1) \frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} \times$$

$$\times \left[\sqrt{(c+a)^2 + [(2k-1) \frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} -$$



Фиг. 7. Однофазная двухслойная сосредоточенная обмотка на магнитопроводе

$$\left. - \sqrt{(c-a)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} \right\}, \quad (12,a)$$

$$m''_{\Sigma} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \left\{ \frac{(2k-1)\frac{\tau}{2} - x}{[(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} \times \right. \\ \times \left[\sqrt{(a+b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} - \right. \\ \left. - \sqrt{(a-b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} \right] + \frac{(2k-1)\frac{\tau}{2} + x}{[(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} \times \\ \times \left[\sqrt{(a+b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} - \right. \\ \left. - \sqrt{(a-b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} \right] \left. \right\} = m'_{\Sigma}, \quad (12,b)$$

$$m'''_{\Sigma} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \ln \left\{ \frac{\sqrt{(a+b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} - [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]}{\sqrt{(a+b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]} \times \right. \\ \times \frac{\sqrt{(a-b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]}{\sqrt{(a-b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]^2 + \delta^2} - [(2k-1)\frac{\tau}{2} + x]} \times \\ \times \frac{\sqrt{(a+b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} - [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]}{\sqrt{(a+b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]} \times \\ \left. \times \frac{\sqrt{(a-b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]}{\sqrt{(a-b)^2 + [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]^2 + \delta^2} - [(2k-1)\frac{\tau}{2} - x]} \right\}. \quad (12,b)$$

При расчете $V_{ср}$ практически достаточно ограничиваться лишь несколькими членами (3...4 члена). Для повышения точности результата самый последний член суммы целесообразно также при однослойной обмотке уменьшить по абсолютной величине в два раза.

Полученное выражение (12) для определения осредненного значения магнитной индукции по ширине слоя жидкого металла при однофазной обмотке с $q = 1$ является основой для расчета магнитного поля индуктора с многофазной сосредоточенной и распределенной обмоткой.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Вольдек. Магнитное поле индукторов линейных электромагнитных насосов. Известия высших учебных заведений, Электромеханика № 12, 1958.
2. Э. В. Валласте, Х. И. Янес. Распределение магнитного поля прямоугольной катушки. Труды ТПИ, серия А, № 214. Таллин, 1964, стр. 79... 89.
3. И. М. Охременко. Магнитное поле электромагнитного желоба. Изв. АН ССР, Энергетика и транспорт, № 3, 1964.
4. Н. П. Звороно. О расчете магнитного поля статора для электромагнитного перемешивания жидкого металла. Электротехника № 10, 1964, стр. 58.
5. А. И. Вольдек, Х. А. Тийсмус, О. Р. Терно, Х. И. Янес, Х. В. Силламаа, Г. Х. Вяльямяз, О. О. Таупере. Исследование метода уплотнения отливок и уменьшения расхода жидкого металла по предложению т. Верге Л. А. Таллинский политехнический институт, 1957, (рукопись).
6. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, Э. В. Валласте, Т. А. Веске. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла, Таллинский политехнический институт, 1964, (рукопись).

УДК 621. 318. 38

Э. В. Валласте, Х. И. Янес

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ОБМОТКИ ИНДУКЦИОННОГО ЖЕЛОБА

1. Постановка задачи

Индукционный желоб с бегущим магнитным полем снабжается обычно трехфазной обмоткой. Эта обмотка питается переменным током промышленной или пониженной частоты. Симметричный трехфазный ток в симметричной трехфазной обмотке, как известно, создает бегущее магнитное поле, амплитудное значение отдельных гармоник которого во времени не изменяется, но передвигается вдоль индуктора.

Основой для определения магнитного поля трехфазной обмотки является метод определения поля однофазной обмотки, изложенный в [5]. Все сделанные в [5] допущения имеются в виду и в данной статье.

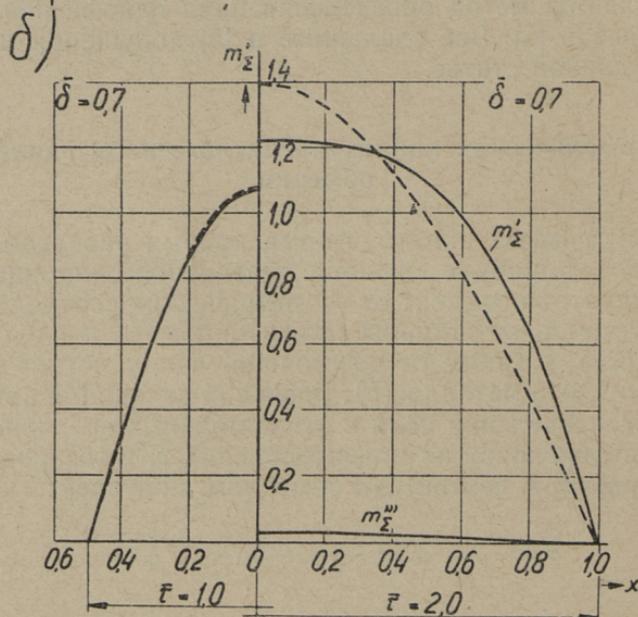
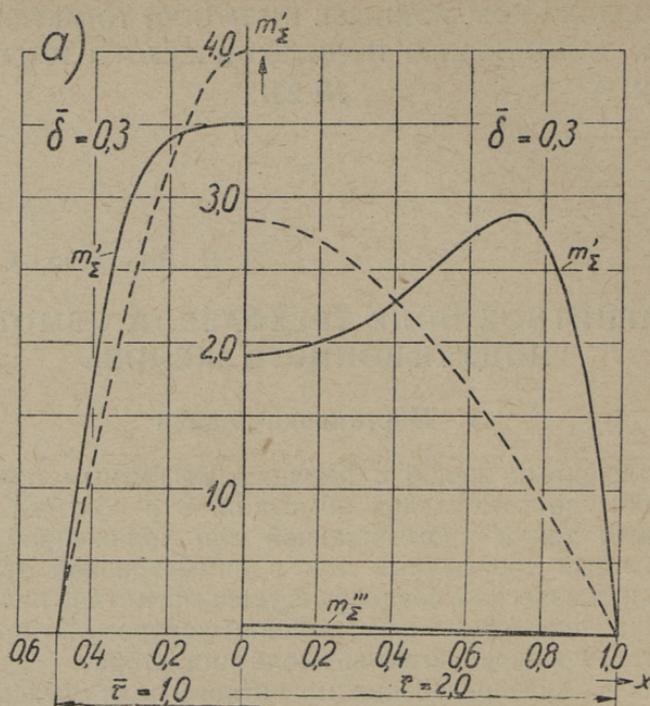
2. Гармонический анализ магнитного поля однофазной обмотки

Как показывает анализ, форма кривых распределения осредненной по ширине желоба магнитной индукции вдоль длины индуктора зависит от геометрических соотношений размеров катушки, от ширины магнитопровода и слоя жидкого металла ($2a$), а также от расстояния между магнитопроводом и слоем жидкого металла (δ). Базисной величиной при анализе кривых распределения поля в относительных величинах принимаем половину ширины магнитопровода c . Обозначая относительные размеры чертой над символом, получаем:

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{c}, \quad \bar{a} = \frac{a}{c}, \quad \bar{b} = \frac{b}{c}, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{c},$$

где $2b$ — длина эквивалентной прямоугольной катушки [5].

Амплитудная величина осредненной магнитной индукции над индуктором определяется по [5]:



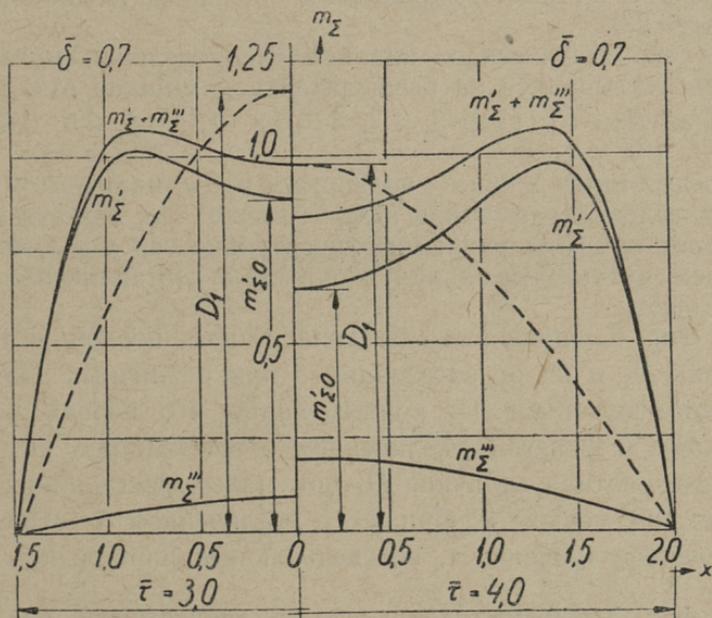
Фиг. 1. Распределение безразмерной величины по длине индуктора (по оси x) в зависимости от $\bar{\tau}$ и $\bar{\delta}$:

а) $\bar{\delta} = 0,3$, $\bar{\tau} = 1,0$ и $\bar{\tau} = 2,0$; б) $\bar{\delta} = 0,7$, $\bar{\tau} = 1,0$ и $\bar{\tau} = 2,0$

$$B_{\text{ср}\Sigma} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot s_n}{4\pi a} [\chi_a m'_\Sigma + \chi_n (m''_\Sigma + m'''_\Sigma)],$$

где безразмерные величины m'_Σ , m''_Σ и m'''_Σ зависят от ширины магнитопровода $2c$ от полюсного деления τ , от длины катушки $2b$, от координат δ и x (вдоль индуктора). Распределение m'_Σ , m''_Σ и m'''_Σ и их суммы на протяжении полюсного деления определяют форму кривой осредненной магнитной индукции над индуктором.

Для качественного анализа рассмотрим влияние геометрических соотношений на форму кривой $m'_\Sigma = f(x)$, которая определяет распределение составляющей магнитной индукции от сторон катушек, лежащих в пазах магнитопровода. На фиг. 1, \bar{a} и 1, \bar{b} приведено распределение m'_Σ при значениях $\bar{\tau} = 1$ и $\bar{\tau} = 2$ и $\bar{\delta} = 0,3$ и $\bar{\delta} = 0,7$. На тех же графиках представлены также основные гармоники рассматриваемых кривых прерывистыми линиями. Нетрудно видеть, что с увеличением полюсного деления либо с увеличением расстояния от поверхности индуктора кривая приближается к синусоиде.



Фиг. 2. Распределение безразмерных величин m'_Σ и m'''_Σ по длине индуктора (по оси x) в зависимости от $\bar{\tau}$ и $\bar{\delta}$

Для приведенных соотношений $\bar{\tau}$ и $\bar{\delta}$ рассчитывалось также распределение величины $m''' = f(x)$, определяющей магнитную индукцию от параллельных к магнитопроводу лобовых частей катушек. Как видно (фиг. 1), максимальное значение m_{Σ} при таких относительно узких катушках мало. Характер распределения m_{Σ} , определяющий магнитную индукцию от лобовых частей, являющихся продолжением активных сторон катушки, существенно не отличается от m_{Σ} . Следовательно, качественный характер результирующей кривой величины $m_{\Sigma} = m'_{\Sigma} + m''_{\Sigma} + m'''_{\Sigma}$ не отличается от характера кривой m'_{Σ} . На фиг. 2 представлены распределение m_{Σ} , m'_{Σ} и их суммы при большем полюсном делении, а именно при $\bar{\tau} = 3,0$ и $\bar{\tau} = 4,0$ для расстояния $\bar{\delta} = 0,7$. Выясняется, что с увеличением τ роль лобовых частей (m'_{Σ}) заметно увеличивается.

Сравнивая кривые фиг. 1 и фиг. 2 при $\bar{\delta} = 0,7$, увидим изменение характера кривой распределения поля и изменение величины основной гармоники D_1 , рассчитанное по m'_{Σ} . Выясняется, что для каждой $\bar{\delta}$ имеется определенное значение τ , при котором D_1 имеет наибольшее значение. В данном случае $\tau_{\text{опт}} \approx 2,0$.

Для систематического анализа распределения магнитного поля рассчитывались на вычислительной машине М-3 кривые $m'_{\Sigma} = f(x)$ при $\bar{\tau} = 1; 2; 3; 4$ и $\bar{\delta} = 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6$ и $0,7$, если $\bar{a} = 1,0$.

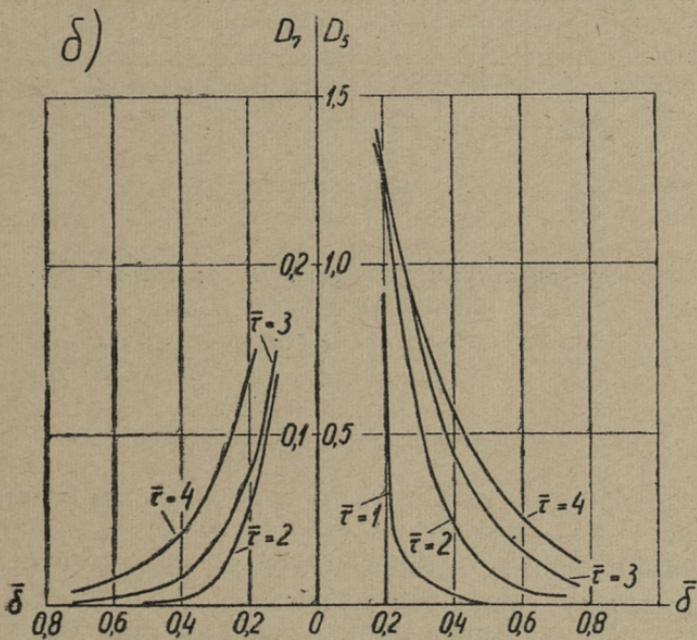
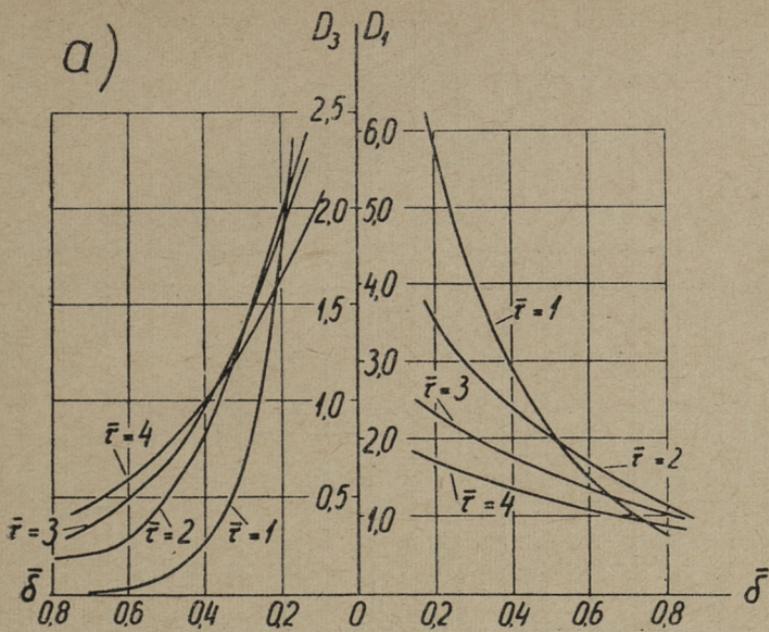
Рассчитанные кривые подвергались гармоническому анализу до седьмой гармоники включительно. Так как эти кривые оказываются симметричными относительно оси x и z , то нулевой член, четные гармоники и синусные составляющие в них отсутствуют.

На фиг. 3,а представлены зависимости первой и третьей гармоник D_1 и D_3 от расстояния $\bar{\delta}$ при различных значениях полюсного деления τ . По кривым видно, что первая и третья гармоники затухают с увеличением $\bar{\delta}$ тем быстрее, чем меньше τ . Абсолютная величина D_1 при малых расстояниях $\bar{\delta}$ тем больше, чем меньше τ . Однако с увеличением $\bar{\delta}$ существует определенное значение τ , обеспечивающее наибольшее значение D_1 .

На фиг. 3,б представлены те же зависимости для пятой и седьмой гармоники (D_5 и D_7).

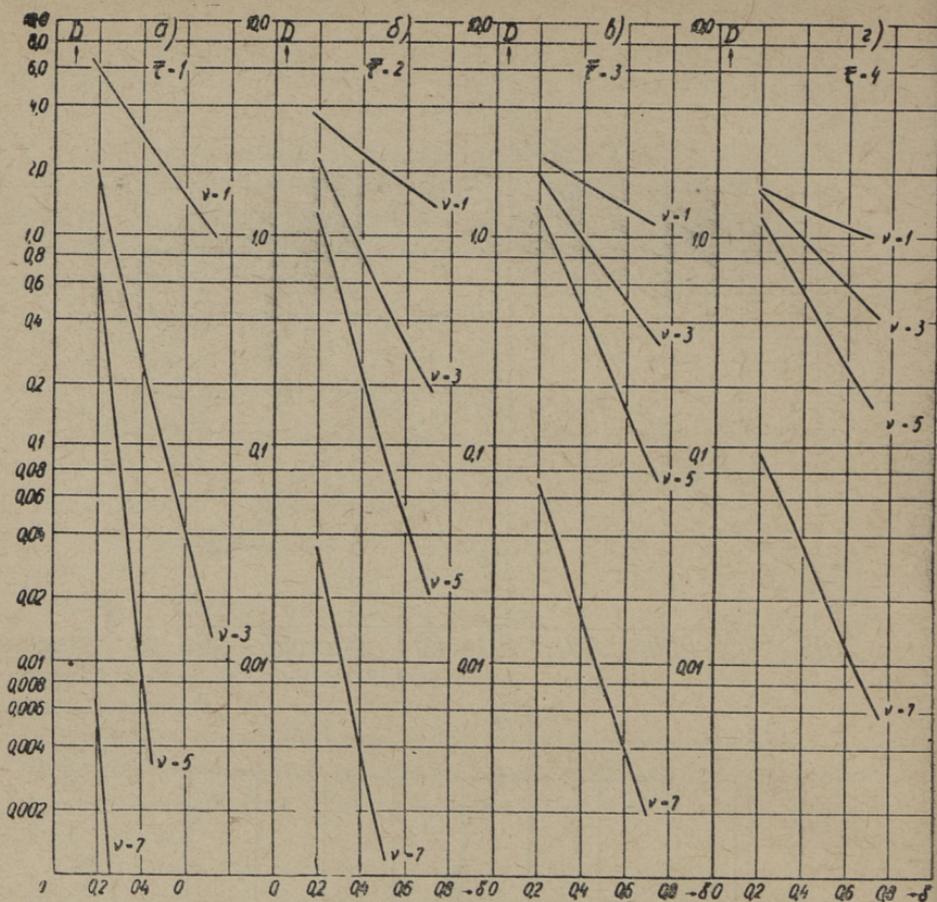
На фиг. 4 представлены эти самые величины, но в полупологарифмическом масштабе.

Результаты анализа показывают, что высшие пространст-



Фиг. 3. Зависимости амплитудных значений D_j от $\bar{\tau}$ и $\bar{\delta}$:

a) $D_1=f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$, $D_3=f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$; б) $D_5=f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$, $D_2=f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$.



Фиг. 4. Зависимости амплитудных значений D_v от $\bar{\tau}$ и $\bar{\delta}$ в полулогарифмическом масштабе:

- а) $D_v = f(\bar{\delta})$ при $\bar{\tau} = 1$, б) $D_v = f(\bar{\delta})$ при $\bar{\tau} = 2$, в) $D_v = f(\bar{\delta})$ при $\bar{\tau} = 3$,
 г) $D_v = f(\bar{\delta})$ при $\bar{\tau} = 4$

венные гармоники магнитного поля с увеличением расстояния $\bar{\delta}$ затухают тем быстрее, чем больше их порядковый номер v . Благодаря выбранному логарифмическому масштабу (фиг. 4) видно, что высшие гармоники с увеличением $\bar{\delta}$ затухают практически экспоненциально, а затухание первой гармоники имеет характер, близкий к экспоненциальному. На экспоненциальную зависимость указал впервые проф. А. И. Вольдек в 1957 г. [3].

Обозначим отношение амплитудного значения ν -той гармоники средней магнитной индукции к значению средней магнитной индукции на оси катушки $B'_{\text{ср}\Sigma 0}$, буквой ζ'_ν , т. е.

$$\zeta'_\nu = \frac{B'_{\text{ср}\nu}}{B'_{\text{ср}\Sigma 0}} = \frac{D_\nu}{m_{\Sigma 0}}. \quad (1)$$

Назовем отношение ζ_ν коэффициентом амплитуды ν -той гармоники. В этом случае амплитудное значение какой-то пространственной гармоники средней магнитной индукции выражается согласно [4]:

$$B''_{\text{ср}\nu} = \frac{\mu_0 I \sqrt{2} s_n}{4\pi a} \chi_a \zeta'_\nu m'_{\Sigma 0} = \frac{\mu_0 I \sqrt{2} s_n}{4\pi a} \chi_a \cdot D_\nu, \quad (2)$$

Здесь I — действующее значение переменного тока питания и s_n — число проводников в пазу.

На фиг. 5,а, 5,б, 5,в и 5,г приведены расчетные кривые $\zeta'_\nu = f(\tau, \delta)$, когда $a = 1$.

На этих кривых можно при заданных $\bar{\tau}$ и $\bar{\delta}$ определить амплитудные коэффициенты для любых гармоник и при помощи формулы (2) определить амплитудные значения этих гармоник средней магнитной индукции. Кроме этого эти кривые наглядно иллюстрируют затухание магнитного поля с увеличением расстояния δ в зависимости от полюсного деления.

Если в пазы магнитопровода наложена распределенная обмотка с числом пазов на полюс и фазу $q > 1$, то выражение (2) получает вид:

$$B'_{\text{ср}\nu} = \frac{\mu_0 I \sqrt{2} q s_n \kappa_{\text{р}\nu}}{4\pi a} \chi_a \zeta'_\nu m'_{\Sigma 0}. \quad (3)$$

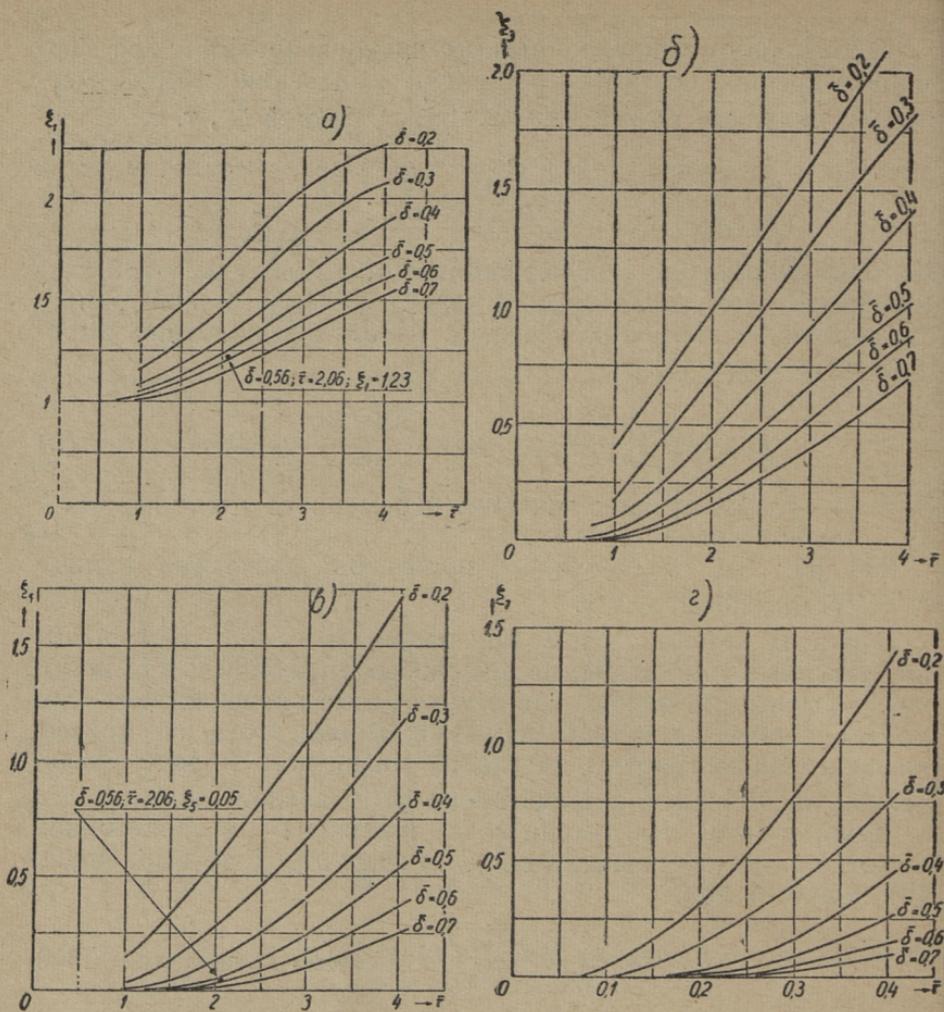
Здесь коэффициент распределения для ν -той гармоники, согласно [1]

$$\kappa_{\text{р}\nu} = \frac{\sin \frac{\nu \alpha q}{2}}{q \sin \frac{\nu \alpha}{2}},$$

где α — зубцовое деление индуктора в электрических градусах.

При обмотке с укороченным шагом $\tau > y$, амплитудное значение ν -той гармоники магнитной индукции выражается:

$$B'_{\text{ср}\nu} = \frac{\mu_0 I \sqrt{2} s_n q \kappa_{\text{о}\delta\nu}}{4\pi a} \chi_a \zeta'_\nu m'_{\Sigma 0}. \quad (4)$$



Фиг. 5. Кривые амплитуды коэффициентов ζ_v в зависимости от $\bar{\tau}$ и $\bar{\delta}$:

а) $\zeta_1 = f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$, б) $\zeta_3 = f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$, в) $\zeta_5 = f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$, г) $\zeta_7 = f(\bar{\tau}, \bar{\delta})$

Здесь обмоточный коэффициент для v -той гармоники согласно [1]

$$k_{o\delta v} = k_{p v} k_{y v},$$

где коэффициент укорочения шага у обмотки

$$k_{y v} = \sin v \frac{y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}.$$

3. Магнитное поле трехфазной обмотки

Магнитное поле трехфазной обмотки является совокупностью полей трех однофазных обмоток. Так как основные гармоники поля отдельных фазных обмоток пространственно сдвинуты на $\frac{2}{3}\tau$ и токи в них сдвинуты по фазе на 120 эл. градусов, то получается бегущая волна, амплитудное значение которой во времени не изменяется, а волна передвигается по индуктору со скоростью $v = 2\tau f$. Такие же бегущие волны создаются и высшими гармониками отдельных фазовых обмоток, но скорость движения их в ν раз меньше. Все гармоники поля, порядковый номер ν которых является кратным к трем, как известно, при трехфазной обмотке уничтожаются.

Так как амплитудное значение результирующего поля какой-либо гармоники равняется $\frac{3}{2}$ от амплитудного значения той же гармоники одной фазы, то согласно (3):

$$B'_{\text{ср}\nu} = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 J \sqrt{2} s_n q k_{\text{од}\nu}}{4\pi a} \chi_a \zeta'_\nu m'_{\Sigma 0}. \quad (5)$$

Так как число витков одной фазы

$$\omega_\phi = s_n q p,$$

то амплитудное значение ν -той гармоники бегущего поля

$$B'_{\text{ср}\nu} = 2,12 \frac{\omega_\phi k_{\text{од}\nu}}{ap} I_\phi \chi_a \zeta'_\nu m'_{\Sigma 0} \cdot 10^{-7}. \quad (6)$$

Здесь p — число пар полюсов.

Безразмерную величину $m'_{\Sigma 0}$ в практических расчетах можно вычислить согласно [5] по формуле

$$m'_{\Sigma 0} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(2k-1)\tau}{\left[(2k-1) \frac{\tau}{2} \right]^2 + \delta^2} \times \\ \times \left[\sqrt{(c+a)^2 + \left[(2k-1) \frac{\tau}{2} \right]^2 + \delta^2} - \right. \\ \left. - \sqrt{(c-a)^2 + \left[(2k-1) \frac{\tau}{2} \right]^2 + \delta^2} \right] \quad (7)$$

или определить графически, применяя методику, указанную на фиг. 4 [3]. Величины для амплитудных коэффициентов ν -тых гармоник ζ'_ν могут быть найдены по кривым фиг. 5, которые хорошо интерполируются. Более приближенный расчет может

быть произведен по относительным амплитудным значениям гармоник согласно фиг. 4.

Амплитудное значение средней по ширине желоба ν -той гармоники магнитной индукции от всех сторон катушки (включая и лобовые части) выражается аналогично (6),

$$B_{ср\nu} = 2,12 \frac{\omega_{\phi} k_{о\delta\nu}}{ap} I_{\phi} M_{\Sigma 0} \zeta_{\nu} \cdot 10^{-7}, \quad (8)$$

$$\text{где } M_{\Sigma 0} \cdot \zeta_{\nu} = \chi_a \zeta'_{\nu} m'_{\Sigma 0} + \chi_{л} (\zeta''_{\nu} m''_{\Sigma 0} + \zeta'''_{\nu} m'''_{\Sigma 0}). \quad (8,a)$$

Здесь ζ''_{ν} и ζ'''_{ν} — амплитудные коэффициенты для магнитного поля лобовых частей.

Для практических расчетов достаточно определить безразмерную величину согласно (8,a) по результатам гармонического анализа для магнитного поля от активных сторон катушек.

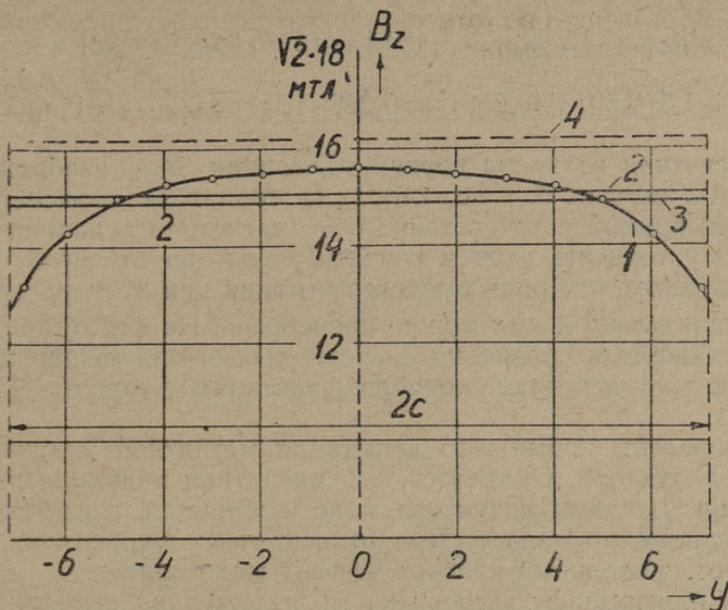
Имея в виду, что $\zeta'_{\nu} = \zeta''_{\nu} \approx \zeta'''_{\nu}$, то

$$M_{\Sigma 0} \cdot \zeta_{\nu} = \zeta'_{\nu} [\chi_a m'_{\Sigma 0} + \chi_{л} (m''_{\Sigma 0} + m'''_{\Sigma 0})]. \quad (8,b)$$

Магнитная индукция, рассчитанная по (8) для первой гармоники, является основой для расчета электромагнитных процессов в слое жидкого металла индукционных желобов.

4. Экспериментальная проверка результатов

Эксперименты проведены с одной половиной трехфазного индуктора с двухслойной диаметральной обмоткой с числом пазов на полюс и фазу $q = 2$. Число проводников в пазу $s_n = 38$ и число витков в зоне $2p$ полюсов $\omega_{\phi} = 152$. Ширина и длина магнитопровода соответственно $2c = 14,3 \cdot 10^{-2}$ м и $l = 75 \cdot 10^{-2}$ м. Полюсное деление $\tau = 14,7 \cdot 10^{-2}$ м ($\tau = 2,06$). Длина лобовой части катушки $l_{л} = 25,5 \cdot 10^{-2}$ м и длина расчетной катушки согласно (1) [5] $2b = 25,1 \cdot 10^{-2}$ м ($\bar{b} = 1,76$), индуктор имеет четыре полюса ($p = 2$) и снабжен корректирующими катушками, которые занимают своими одними сторонами с обоих концов по 3 паза. Измерение магнитной индукции проводилось цилиндрическим зондом, размерами $\varnothing 5 \cdot 10^{-3} \times 4 \cdot 10^{-3}$ м с чувствительностью 15,8 в/тл (по действующим значениям) и ламповым вольтметром. Кривая распределения нормальной составляющей магнитной индукции, полученная экспериментально на фазном токе $I = 20,15$ а при расстоянии



Фиг. 6. Экспериментальные и расчетные значения осредненной магнитной индукции трехфазного индуктора:

1 — распределение B_z по ширине индуктора (по оси y), 2 — среднее значение кривой 1 по ширине индуктора, 3 — рассчитана по изложенной методике расчета осредненного значения B_{cp} , 4 — значение B_z рассчитано по методике [2]

$\delta = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ($\bar{\delta} = 0,56$) показана на фиг. 6, кривая 1. Измерение проводилось в середине индуктора. Осредненное значение магнитной индукции по ширине индуктора ($2a = 2c$) — прямая 2, оказывается $15,05 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \text{ тл}$. Та же величина рассчитана по (8) и (8,б) относительно 1-ой и 5-ой гармоник. Согласно (7) $m_{\Sigma 0} = 1,665 - 0,358 + 0,5 \cdot 0,1378 = 1,381$, согласно (2-16,а) [4] $m_{\Sigma 0}'' = 0,685 - 0,257 + 0,5 \cdot 0,1054 = 0,501$, согласно (2-18,а) [4] $m_{\Sigma 0}''' = 1,088 - 1,872 + 0,5 \cdot 2,080 = 0,256$. При расчете $m_{\Sigma 0}$, $m_{\Sigma 0}''$ и $m_{\Sigma 0}'''$ учтены три члена, но третий (последний) член коэффициентом 0,5. По фиг. 4,а амплитудный коэффициент для первой гармоники $\zeta_1 = 1,23$ и по фиг. 4,в, для гармоники $\zeta_5 = 0,05$.

Следовательно,

$$B_{cp1} = 2,12 \cdot \frac{152 \cdot 0,966}{0,0715 \cdot 2} \cdot 20,15 \cdot 10^{-7} \cdot 1,23 \cdot [2 \cdot 1,381 + 1,5(0,501 + 0,256)] = 21,0 \cdot 10^{-3} = \sqrt{2} \cdot 14,8 \text{ мтл},$$

$$B_{ср5} = 2,12 \frac{152 \cdot 0,259}{0,0715 \cdot 2} \cdot 20,15 \cdot 10^{-7} \cdot 0,05[2 \cdot 1,381 + \\ + 1,5(0,501 + 0,256)] = 0,228 \cdot 10^{-3} = \sqrt{2} \cdot 0,161 \text{ мТл.}$$

Расчетная величина первой гармоники $B_{ср1}$ изображается прямой 3 на фиг. 6. Как видно, она совпадает с экспериментальной прямой с точностью 1,6% (расчетная величина меньше). Эту точность можем считать удовлетворительной. Выясняется также, что роль высших гармоник при этом расстоянии δ незначительно и ими можно пренебречь. На фиг. 6 представлена также для сравнения расчетная величина магнитной индукции, рассчитанная по общеизвестной методике [3] (прямая 4).

Проведены кроме того испытания магнитной индукции по длине индуктора. Оказалось, что магнитная индукция на протяжении $3/4$ длины индуктора мало изменяется и в обоих концах равномерно падает. При относительно длинных индукторах этот продольный краевой эффект мало влияет.

Как показывают эксперименты, изложенная методика расчета довольно точно отражает физическую картину магнитного поля над односторонним индуктором.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. П. Костенко и Л. М. Пиотровский. Электрические машины, часть II. Госэнергоиздат, 1958.
2. А. И. Вольдек. Магнитное поле индукторов линейных электромагнитных насосов. Известия высших учебных заведений, Электромеханика, № 12, 1958.
3. А. И. Вольдек, Х. А. Тийсмус, О. Р. Терно, Х. И. Янес, Х. В. Силлама, Г. Х. Вяльмяяэ, О. О. Тапупере. Исследование метода уплотнения отливок и уменьшения расхода жидкого металла по предложению т. Верте Л. А. Таллинский политехнический институт, 1957 (рукопись).
4. Х. И. Янес, Х. А. Тийсмус, Э. В. Валласте, Т. А. Веске. Уточнение расчета плоских индукционных насосов и исследование индукционных желобов для транспорта жидкого металла. Таллинский политехнический институт, 1964, (рукопись).
5. Э. В. Валласте, Х. И. Янес. Определение магнитного поля однофазной обмотки индукционного желоба. См. наст. сборник, стр. 41.

УДК 621. 313. 38

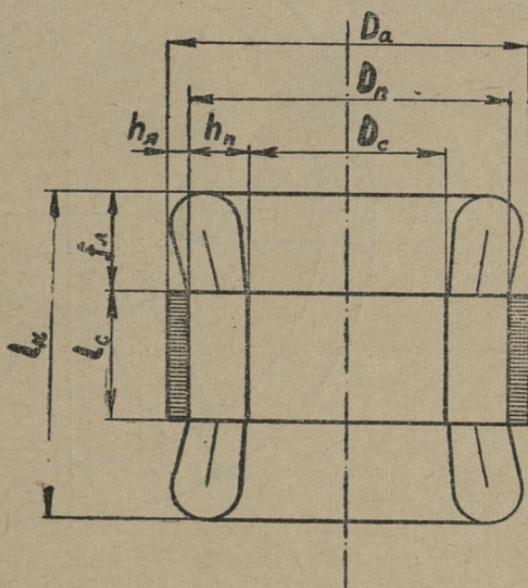
В. Ф. Кескюла, Э. М. Ристхейн

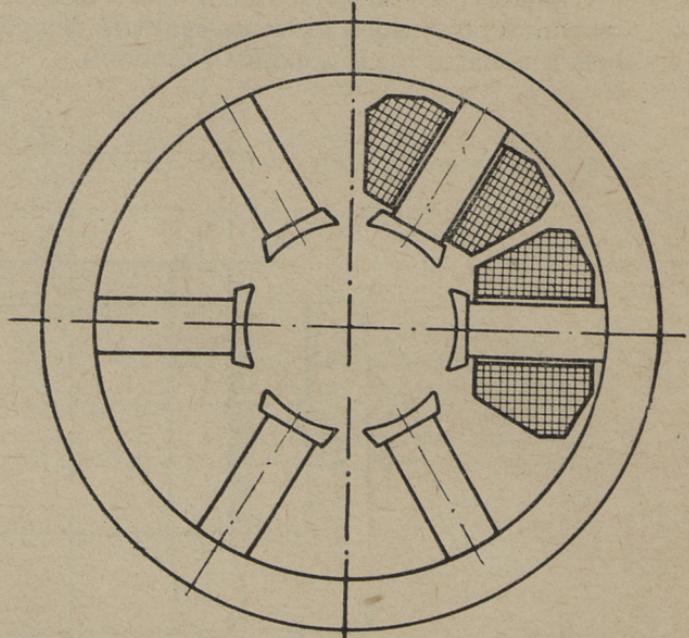
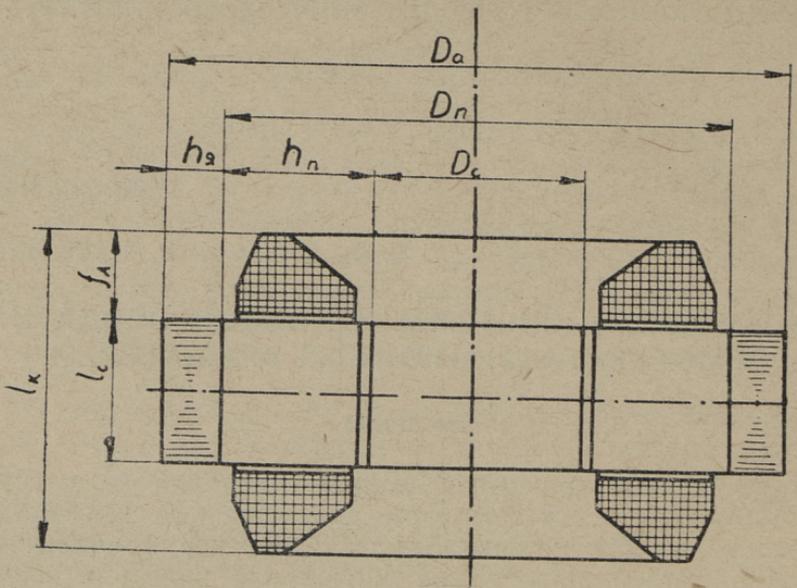
ВОЗМОЖНЫЕ СИСТЕМЫ МАГНИТОПРОВОДА И
ОБМОТОК ИНДУКЦИОННЫХ ВРАЩАТЕЛЕЙ

Введение

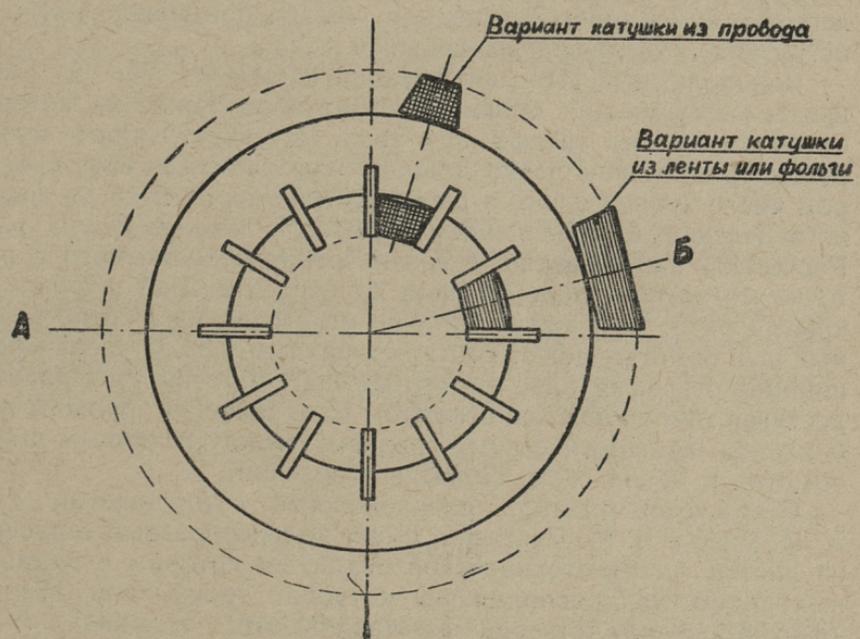
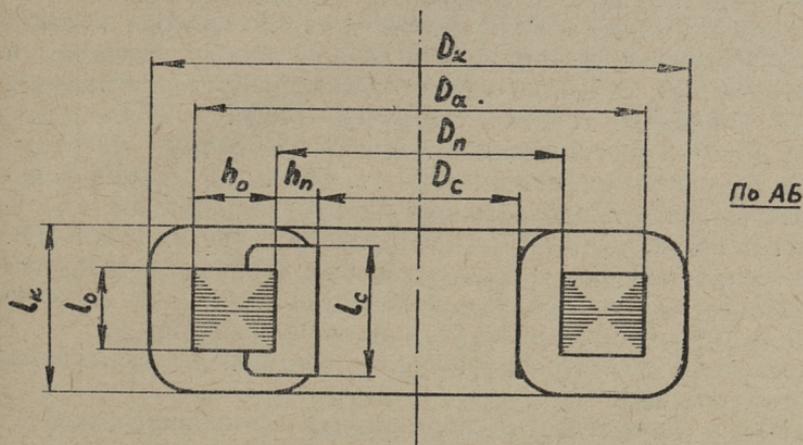
Индукционные вращатели жидкого металла (в дальнейшем ИВ) относятся к средствам индукционного воздействия на жидкий металл, которые находят широкое применение в черной и цветной металлургии. Задачей ИВ является сообщение жидкому металлу вращательного движения при помощи вращающегося магнитного поля. Таким образом, по принципу работы ИВ напоминает короткозамкнутый асинхронный двигатель, в котором обычный короткозамкнутый ферромагнитный ротор заменен немагнитным жидким металлом.

Фиг. 1





Фиг. 2



Фиг. 3

Для сообщения расплавленному металлу необходимой скорости вращения нужно создать в расточке ИВ достаточно сильное магнитное поле с индукцией порядка $0,1 \dots 0,25 \text{ тл}$. Вследствие немагнитного характера жидкого ротора и относительно большого изоляционного зазора между статором и жидким ротором, создание такого поля требует применения больших линейных токовых нагрузок ($750 \dots 2000 \text{ а/см}$), которые до 4—5 раз превышают линейные токовые нагрузки обычных асинхронных машин ($200 \dots 500 \text{ а/см}$). Такие большие токовые нагрузки оказывают сильное влияние на конструкцию как обмоток, так и магнитопровода и других узлов ИВ. В частности, вследствие больших токовых нагрузок в обмотках ИВ выделяются значительные количества тепла, что в свою очередь требует специальных устройств охлаждения.

В настоящее время разработаны и предложены для применения три типа ИВ:

- а) ИВ на базе статоров нормальных асинхронных двигателей, называемые в дальнейшем сокращенно «нормальными»;
- б) явнополюсные ИВ;
- в) ИВ стержневого типа.

Нормальный ИВ (фиг. 1) отличается от статоров обычных асинхронных машин, в основном, только повышенной токовой нагрузкой и увеличенным сечением паза.

Явнополюсный ИВ (конструкция ВНИИЭМ, фиг. 2) имеет шесть выступающих полюсов, обмотки возбуждения которых питаются из сети трехфазного тока. Эту конструкцию можно рассматривать как разновидность нормального ИВ, в котором число зубцов $z = 6$, а шаг обмотки укорочен до $1/3$ полюсного деления, с размещением обмоток в пазах в одном слюю. Расчетный шаг обмотки, с точки зрения создаваемого в расточке магнитного поля, зависит от относительной ширины открытия паза. При малой ширине открытия паза относительный шаг обмотки может считаться равным $0,33$. С увеличением ширины открытия паза расчетный шаг обмотки уменьшается, достигая при полностью открытом пазе значения, равного приблизительно арифметическому среднему между истинным шагом обмотки и одной трети полюсного деления.

Стержневой статор, предложенный сотрудниками ТПИ Х. И. Янес и Э. М. Ристхейн, имеет кольцеобразный сердечник из листов электротехнической стали, на котором в радиальных плоскостях расположены катушки трехфазной обмотки (фиг. 3). Зубцы статора изготавливаются отдельно, имеют П-образную форму и надеваются на сердечник между катушками. Сердечник может быть изготовлен из двух полуколец, в которых листы соединяются в пакет при помощи болтов или заклепки. Катушки могут быть изготовлены из медной прово-

доки или из оксидированной медной или алюминиевой ленты, позволяющей получить высокий коэффициент заполнения паза, что имеет большое значение при больших токовых нагрузках обмотки. Охлаждение обмотки такой конструкции можно осуществить с внешней стороны. Для оценки различных предложенных конструкций в настоящей статье рассматривается распределение магнитного поля в расточке ИВ и выводятся некоторые характерные зависимости.

Магнитное поле ИВ

Для нахождения распределения магнитного поля в пустой расточке ИВ принимаем следующие упрощающие допущения:

- 1) длина ИВ бесконечно велика, в результате чего магнитное поле может рассматриваться как плоскопараллельное;
- 2) магнитная проницаемость стали $\mu_{ст} = \infty$;
- 3) внутренняя поверхность ИВ гладка (пазы и зубцы отсутствуют);
- 4) обмотка ИВ бесконечно тонка и расположена на внутренней поверхности. Токи имеют только осевое направление (по оси z). Линейная плотность тока изменяется по окружности расточки и во времени по синусоидальному закону (имеет только основную гармонику) и выражается формулой

$$\sigma = \sigma_m \sin(\omega t - p\alpha), \quad (1)$$

где σ_m — максимальное значение линейной плотности тока;
 ω — угловая частота тока;
 p — число пар полюсов магнитного поля;
 α — угол поворота в цилиндрических координатах.

Решая систему уравнений Максвелла для расточки при приведенных выше условиях и пренебрегая токами электрического смещения, получаем по [1] для радиальной и тангенциальной составляющих магнитной индукции выражения

$$\left. \begin{aligned} B_r &= B_c \left(\frac{r}{r_c} \right)^{p-1} \cos(\omega t - p\alpha) \\ B_\alpha &= B_c \left(\frac{r}{r_c} \right)^{p-1} \sin(\omega t - p\alpha) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $B_c = \mu_0 \sigma_m$ — амплитуда индукции на внутренней поверхности расточки;
 r — радиус-вектор в цилиндрических координатах;
 r_c — радиус расточки.

Согласно (2) поле в любой точке расточки имеет круговой вращающийся характер с амплитудным значением индукции

$$B = B_c \left(\frac{r}{r_c} \right)^{p-1} \quad (3)$$

и вращается с угловой скоростью $\omega_0 = \frac{\omega}{p}$.

Нетрудно видеть, что при числе пар полюсов $p = 1$ получаем в расточке однородное магнитное поле с индукцией

$$B = B_c = \text{const.}$$

Магнитный поток одного полюса на единицу осевой длины ИВ, через цилиндр с радиусом r согласно (2) составляет

$$\Phi_0 = \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} B_r r d\alpha = \frac{2r_c B_c}{p} \left(\frac{r}{r_c} \right)^p \cos \omega t, \quad (4)$$

или

$$\Phi_0 = \Phi_{0c} \left(\frac{r}{r_c} \right)^p, \quad (5)$$

где Φ_{0c} — полный магнитный поток полюса через расточку на единицу осевой длины, определяемый формулой

$$\Phi_{0c} = \frac{2r_c B_c}{p} \cos \omega t. \quad (6)$$

Между статором и вращающимся жидким металлом обычно имеется относительно большой изоляционный зазор, так что внешний радиус жидкого ротора r_0 составляет от радиуса расточки r_c обычно от 50 до 85%. Учитывая это, можно на основании формул (3) и (5) сделать вывод, что наиболее целесообразным числом пар полюсов, обеспечивающим максимальный магнитный поток через жидкий металл, является $p = 1$. При $p > 1$ потоки рассеяния в изоляционном зазоре резко возрастают, а полезный поток через жидкий металл уменьшается.

Намагничивающая сила на одну сторону расточки, согласно (2), будет

$$F = \int_0^{r_c} \frac{B_r}{\mu_0} dr = \frac{r_c B_c}{p \mu_0} \cos(\omega t - p\alpha) \quad (7)$$

или

$$F = F_m \cos(\omega t - p\alpha), \quad (8)$$

где амплитудное значение намагничивающей силы

$$F_m = \frac{r_c B_c}{p\mu_0} = \frac{r_c \sigma_m}{p}. \quad (9)$$

Реальная обмотка ИВ состоит в общем случае из m фаз, распределенных по пазам. Намагничивающая сила такой обмотки определяется по общей теории электрических машин [2, 3] формулой

$$F = \sum_{\nu} F_{\nu m} \cos(\omega t - p\nu\alpha). \quad (10)$$

где $F_{\nu m}$ — амплитуда гармоники порядка ν намагничивающей силы с числом пар полюсов $p\nu$, равное при m фазах

$$F_{\nu m} = \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_{o\delta\nu} \omega}{p\nu} I. \quad (11)$$

Здесь α — геометрический угол, отсчитываемый от оси обмотки той фазы, ток которой в начальный момент времени $t = 0$ является максимальным;
 ω — число последовательно включенных витков одной фазы;
 I — действующее значение фазного тока;
 $k_{o\delta\nu}$ — обмоточный коэффициент гармоники порядка ν [3].

Учитывая выражение намагничивающей силы реальной обмотки по (10) и выражение (2), можем радиальную и тангенциальную составляющие магнитной индукции в расточке выражать тригонометрическими рядами

$$\left. \begin{aligned} B_r &= \sum_{\nu} B_{\nu c} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{p\nu-1} \cos(\omega t - p\nu\alpha) \\ B_{\alpha} &= \sum_{\nu} B_{\nu c} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{p\nu-1} \sin(\omega t - p\nu\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $B_{\nu c}$ — амплитуда индукции гармоники порядка ν на поверхности расточки.

Пренебрегая влиянием пазов на магнитную проводимость расточки, можем для амплитуды гармоники индукции $B_{\nu c}$ согласно (9) и (11) получить выражение

$$B_{vc} = \mu_0 \frac{pv}{r_c} F_{vm} = \mu_0 \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_{o\delta v} \omega}{r_c} I \quad (13)$$

или

$$B_{vc} = B_c \frac{k_{o\delta v}}{k_{o\delta}}, \quad (14)$$

где B_c — амплитуда основной гармоник магнитной индукции на поверхности расточки

$$B_c = \mu_0 \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_{o\delta} \omega}{r_c} I. \quad (15)$$

Как следует из (13) и (14), амплитуда высших гармоник индукции на поверхности расточки зависит от соотношения обмоточных коэффициентов для высшей и первой гармоник. Так как обмоточные коэффициенты высших гармоник в общем случае для открытых пазов меньше, чем обмоточные коэффициенты основной гармоник, то и амплитуды индукции высших гармоник будут меньше, чем амплитуды основной гармоник на поверхности расточки. С увеличением открытия паза высшие гармоник ослабляются.

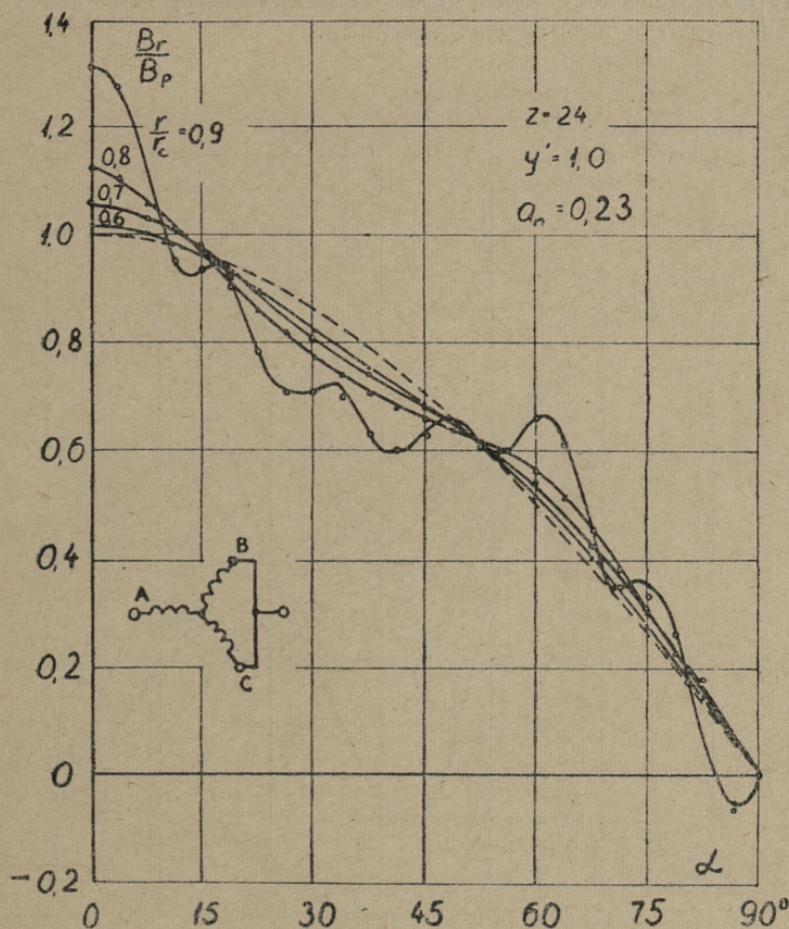
С уменьшением радиус-вектора доля высших гармоник индукции быстро уменьшается, причем тем быстрее, чем выше порядок гармоник. Ослабление высших гармоник в зависимости от относительного радиуса r/r_c можно выражать формулой

$$\xi_v = \frac{B_v}{B_{vc}} = \left(\frac{r}{r_c} \right)^{pv-1}. \quad (15)$$

Вследствие большого изоляционного зазора между поверхностью расточки и жидким металлом, высшие гармоник в зоне жидкого металла при числе пазов на полюс и фазу $q > 1$ будут настолько малы, что их действием на жидкий металл можно пренебрегать. Только при $q = 1$ эти гармоник могут иметь более или менее существенное влияние на жидкий металл. Так, например, при $p = 1$, $r_0/r_c = 0,85$, $q = 1$ и при относительной ширине открытия паза $a_n = b_n/t_3 = 0,7$ (b_n — открытие паза, t_3 — зубцовое деление) наиболее сильная высшая гармоник — гармоник 5-го порядка — составляет от основной гармоник индукции на поверхности жидкого металла 28% (а при закрытом пазах, когда $a_n = 0$, даже 52%). При $q = 2$ и $r_0/r_c = 0,85$ соотношение индукции гармоник пятого и первого порядка будет соответственно 12%. Поскольку вращающий момент, действующий на жидкий металл, пропорциона-

лен квадрату магнитной индукции, то станет ясным, что действием высших гармоник магнитной индукции на жидкий металл при $q > 1$ можно вполне пренебрегать.

Наличие пазов на поверхности расточки увеличивает, как известно, магнитное сопротивление расточки как для основного поля, так и для поля высших гармоник. С другой стороны, наличие пазов является также источником высших гармоник магнитного поля. По этой причине точный учет влияния пазов на все гармоники магнитного поля представляет из себя весьма трудную задачу. Влияние пазов на магнитную проводимость расточки основному полю может быть учтено коэффициентом зубчатости, как это принято и в других электрических маши-



Фиг. 4

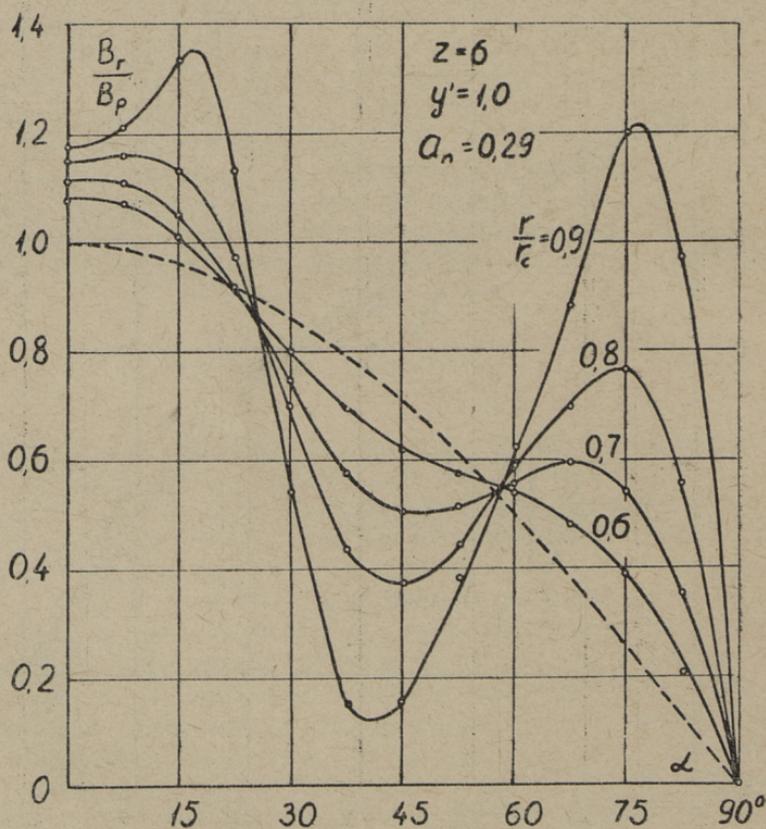
нах. Коэффициент зубчатости для основной гармоники может быть определен формулой [1]

$$k_3 = 1 + \frac{a_n^2}{a_n - a_n^2 + 1,59mq}. \quad (16)$$

Тогда амплитудное значение основной гармоники магнитной индукции на поверхности расточки равно

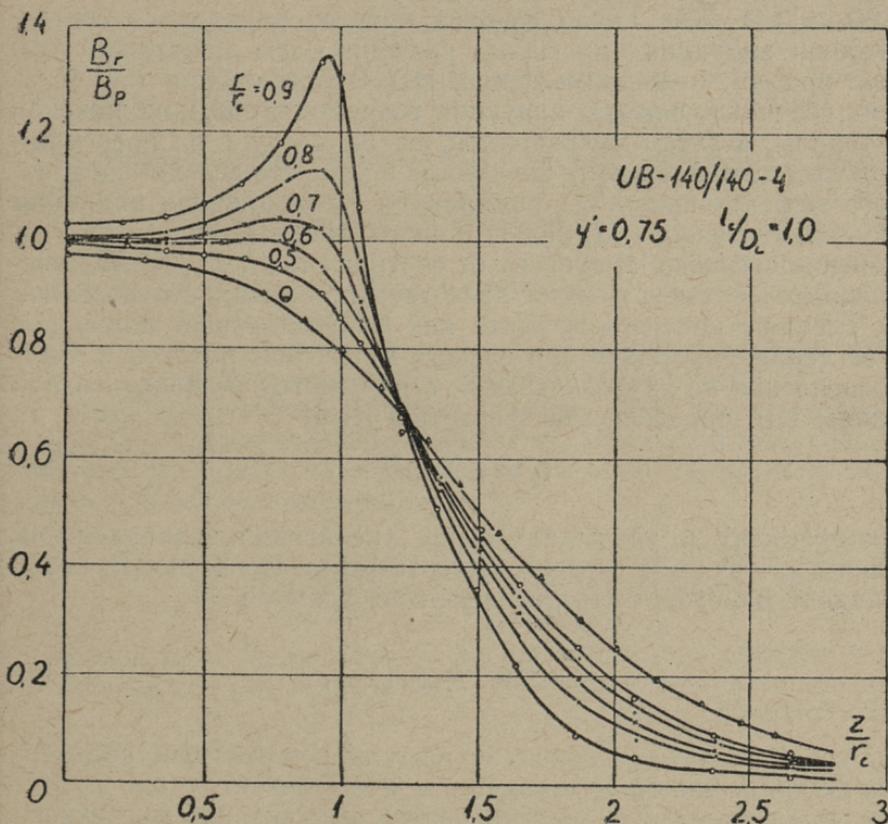
$$B_c = \mu_0 \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_{0\delta}\omega}{k_3 r_c} I. \quad (17)$$

Влияние пазов на высшие гармоники магнитного поля характеризуется более сложными выражениями, которые в настоящей статье не рассматриваются.



Фиг. 5

На фиг. 4 и 5 приведены экспериментальные кривые распределения радиальной составляющей магнитной индукции в расточке для двух различных ИВ с диаметральной обмоткой, снятые методом зондирования при питании трехфазной обмотки однофазным переменным током (см. схему на фиг. 4). Полученные кривые характеризуют распределение вращающегося магнитного поля для момента времени, когда ток в одной фазе является максимальным. Кривые приведены для различных относительных радиусов r/r_c . Пунктиром указано распределение основной гармоники магнитной индукции. Фигуры подтверждают вывод о том, что роль высших гармоник магнитной индукции, с уменьшением относительного радиуса r/r_c и с увеличением числа пазов z (или числа пазов на полюс и фазу q), быстро уменьшается.



Фиг. 6

Распределение магнитного поля в аксиальном направлении

В реальных ИВ магнитное поле изменяется также в аксиальном направлении, вследствие краевого эффекта, вызванного конечной длиной ИВ. Влияние краевого эффекта заключается, в основном, в выпучивании магнитного поля из расточки и действием лобовых частей обмотки ИВ. В результате этого появляется третья (аксиальная) составляющая индукции магнитного поля. Характер изменения индукции магнитного поля зависит от соотношения геометрических размеров расточки, особенно от соотношения длины и диаметра расточки l_c/D_c и от соотношения длины вылета лобовых частей к диаметру расточки f_l/D_c . На фиг. 6 приведены экспериментальные кривые, характеризующие изменение радиальной составляющей магнитной индукции в аксиальном направлении для двухполюсного ИВ, у которого число пазов на полюс и фазу $q = 4$, относительный шаг обмотки $y' = 0,75$ и размерные соотношения $l_c/D_c = 1,0$ и $f_l/D_c = 0,41$. Как видно из этих кривых, радиальная составляющая индукции при малых значениях r/r_c монотонно убывает при приближении к торцам ИВ. В то же время при больших соотношениях r/r_c индукция возрастает при приближении к торцам, а затем уменьшается, падая до нуля за пределами лобовых частей. Из этих же кривых видно, что вследствие краевого эффекта при $p = 1$ радиальная составляющая индукции изменяется также в радиальном направлении. Степень этого изменения согласно [1] зависит от соотношения l_c/D_c и f_l/D_c , увеличиваясь с уменьшением этих геометрических соотношений.

Влияние краевого эффекта как бы увеличивает длину ИВ и заставляет исходить при расчете магнитных потоков и поточосцеплений не из фактической, а из некоторой эквивалентной длины ИВ, определяемой формулой [1, 4]

$$l_p = l_c + \beta D_c; \quad (18)$$

коэффициент β учитывает здесь увеличение эквивалентной длины расточки за счет краевого эффекта. Согласно [1], коэффициент β может быть определен по формуле

$$\beta \cong 0,2 + b_l \left(\frac{f_l}{D_c} \right), \quad (19)$$

где коэффициент b_l зависит от наклона и геометрической формы лобовых частей и находится в пределах $0,7 \dots 0,9$. Значение коэффициента β_0 , учитывающего выпучивание магнитного поля лишь от внутренней поверхности расточки, находится в пределах $0,2 \dots 0,3$, уменьшаясь с увеличением f_l/D_c (увели-

чение относительного вылета лобовых частей приводит к более равномерному распределению поля у края магнитного провода).

Влияние шага обмотки на потери в меди и на реактивную мощность ИВ

Ввиду больших токовых нагрузок основным источником потерь в ИВ являются потери в меди, в то время когда магнитные потери относительно малы. Потери в меди ИВ при пренебрежении вихревыми токами в проводниках могут быть выражены формулой

$$P_M = \rho \Delta^2 V_M, \quad (20)$$

где ρ — удельное электрическое сопротивление меди;
 Δ — плотность тока в обмотке;
 V_M — объем меди обмотки, определяемый по формуле

$$V_M = m \omega l_w s_{np}; \quad (21)$$

l_w — средняя длина витка обмотки;
 s_{np} — сечение фазного провода обмотки.

Среднюю длину витка обмотки можно выражать формулой

$$l_w = 2 \left[l_c + \frac{k}{p} (D_c + h_n) y' \right], \quad (22)$$

где y' — относительный шаг обмотки;
 h_n — глубина паза;
 k — коэффициент длины лобовых частей, находящийся при двухполюсных ИВ в пределах 2,4 ... 3,0.

Выражая сечение фазного провода через ток и плотность тока $s_{np} = I/\Delta$ и учитывая выражение магнитной индукции основной гармоники на поверхности расточки B_c по (17), получаем для объема меди формулу

$$V_M = 2,22 \frac{k_s B_c D_c^2}{\mu_0 \Delta k_{os}} \left[\frac{l_c}{D_c} + \frac{k}{p} \left(1 + \frac{h_n}{D_c} \right) y' \right]. \quad (23)$$

Глубина паза h_n зависит от формы и площади сечения паза. Площадь сечения паза может быть выражена через ток паза, плотность тока в проводах и коэффициент заполнения паза медью φ_M формулой

$$S_n = \frac{\omega I}{p q \varphi_M \Delta}, \quad (24)$$

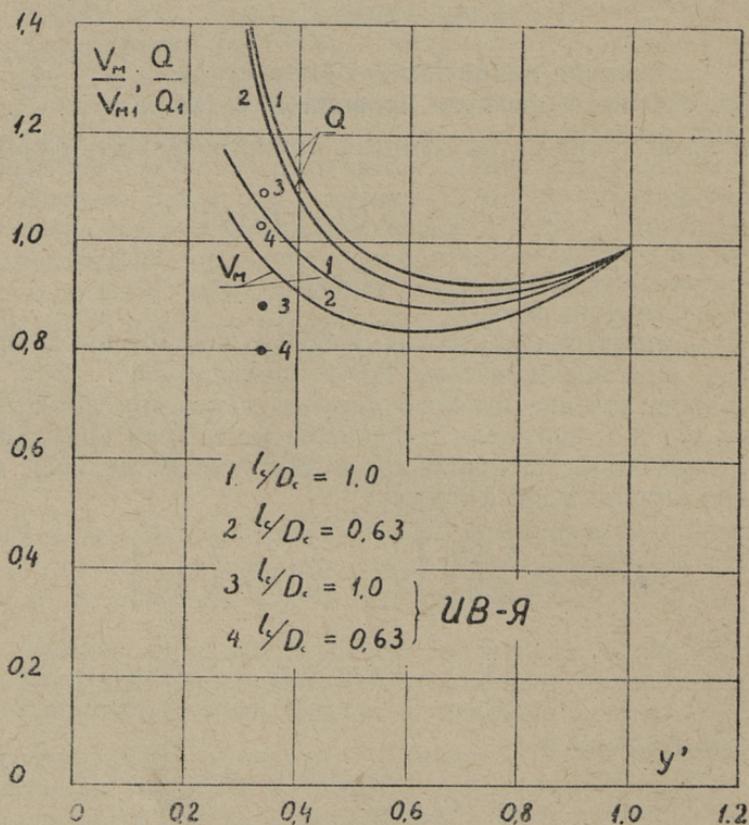
откуда с учетом (17) получаем

$$S_{\Pi} = \frac{k_3 D_c B_c}{2,7 \mu_0 p q k_{o\delta} \varphi_M \Delta} \quad (25)$$

Выбирая открытый трапециевидный паз с радиальными стенками, получаем для определения относительной глубины паза приближенное выражение

$$\frac{h_{\Pi}}{D_c} \cong 0,5 \left(\sqrt{1 + 2,83 \frac{k_3 B_c}{\mu_0 k_{o\delta} D_c a_{\Pi} \varphi_M \Delta}} - 1 \right) \quad (26)$$

Из (26) следует, что относительная глубина паза возрастает с уменьшением шага обмотки. На фиг. 7 приведены кривые, характеризующие зависимость расхода меди от шага обмотки по формулам (23) и (26) для трапециевидного паза с радиальными стенками при следующих значениях параметров: $B_c = 0,2$ тл, $\Delta = 5$ а/мм², $\varphi_M = 0,5$; $a_{\Pi} = 0,6$, $p = 1$; $D_c =$



Фиг. 7

$= 0,19 \text{ м}$; $k = 2,7$. За единицу в указанных кривых принят расход меди при диаметральной обмотке. Кривые, полученные для $D_c = 0,19 \text{ м}$, без существенных погрешностей пригодны и для других значений диаметра ИВ.

Точками 3 и 4 на фиг. 7 указан относительный расход меди явнопольсного ИВ при таких же размерах паза, с той лишь разницей, что паз выбран полузакрытым ($a_n = 0,2$) для уменьшения коэффициента зубчатости k_a и увеличения обмоточного коэффициента. При таком пазе обмоточный коэффициент практически равен обмоточному коэффициенту при относительном шаге обмотки $y' = 0,33$; истинный шаг обмотки, однако, несколько меньше, чем достигается некоторое уменьшение расхода меди.

По фиг. 7 могут определяться также относительные электрические потери в меди, так как при пренебрежении влиянием вихревых токов в проводниках и при одинаковой рабочей температуре при различных шагах обмотки они равны относительному объему меди (см. формулу (20)).

Приведенные на фиг. 7 кривые показывают, что расход меди и электрические потери в обмотке имеют минимум при относительном шаге обмотки $y' \approx 2/3$. При таком шаге глубина паза мало отличается от минимально возможного значения, достигаемого при $y' = 1$ и радиальные размеры ИВ являются минимальными.

Однако расход меди и электрические потери в обмотке существенно зависят от длины вылета лобовых частей. При увеличении длины лобовых частей минимум потерь и расхода меди получается при более коротком шаге обмотки $y' \approx 0,5$.

Реактивную мощность ИВ можно выражать известной формулой

$$Q = mxI^2, \quad (27)$$

где $x = x_c + x_s$ — индуктивное сопротивление обмотки, равное сумме главного реактивного сопротивления x_c и индуктивного сопротивления, вызванных потоками рассеяния пазов, лобовых частей и дифференциального рассеяния.

Учитывая выражения индуктивных сопротивлений x_c и x_s по [2, 5] и выражая ток обмотки ИВ через индукцию по (17), получаем для реактивной мощности выражение

$$Q = 4,94 \frac{k_a}{\mu_0 \rho} f B_c^2 D_c^3 \left(\frac{l_c}{D_c} + \beta \right) (1 + \sigma_s). \quad (28)$$

где f — частота тока;

$\sigma_s = \frac{x_s}{x_c}$ — коэффициент рассеяния потокоцепления обмотки.

В этой формуле при заданных значениях индукции B_c и размеров расточки l_c и D_c , коэффициенты β и σ_s зависят от шага обмотки. На фиг. 7 приведены кривые, характеризующие зависимость реактивной мощности ИВ от шага обмотки при выше перечисленных параметрах ИВ. Как и раньше, за единицу принята реактивная мощность ИВ при диаметральном шаге обмотки. Полученные кривые по своему характеру напоминают кривые изменения расхода меди, указывая на наличие минимума при относительном шаге обмотки $y' = 2/3$. С дальнейшим уменьшением шага реактивная мощность возрастает несколько быстрее, чем расход меди.

Приведенные выше зависимости позволяют сравнивать все три конструкции ИВ с точки зрения расхода меди, потерь в меди и реактивной мощности.

По условию минимальных электрических потерь в обмотке ИВ и минимального расхода меди при нормальной конструкции наилучшим следует считать ИВ с относительным шагом обмотки $y' \approx 2/3$. Явнополюсный и стержневой вращатели имеют почти такие же показатели по расходу меди и потерь в меди с этой точки зрения все три конструкции являются равноценными. Что касается радиальных размеров, то наименьшие габариты в радиальном направлении имеют ИВ нормальной конструкции. В то же время следует учесть, что явнополюсный и особенно стержневой ИВ имеют значительно меньшие аксиальные размеры.

По условию минимальной реактивной мощности нужно отдать предпочтение ИВ нормальной конструкции с относительным шагом обмотки $y' \approx 2/3$. Наихудшие показатели с точки зрения реактивной мощности имеет ИВ стержневого типа, так как обмотка этой машины создает сильное магнитное поле на всех поверхностях сердечника (внутренняя поверхность расточки, торцевые поверхности и наружная поверхность). За счет магнитного потока наружной поверхности и увеличивается реактивная мощность ИВ этой конструкции.

Необходимо отметить, что все три конструкции ИВ сравнивались при одинаковой магнитной индукции B_c на поверхности расточки. Было бы более точным исходить из условия создания одинакового магнитного потока через жидкий металл. В таком случае следовало бы еще больше предпочитать ИВ нормальной конструкции, так как более длинные лобовые части выравнивают поле внутри расточки и создают таким образом больший магнитный поток через жидкий металл.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. М. Ристхейн, В. Ф. Кескюла, Х. И. Янес, Э. П. Тимма. Разработка индукционных вращателей (рукопись), ТПИ, 1965.
2. Г. Н. Петров. Электрические машины, ч. I. Госэнергоиздат, 1940.
3. А. И. Вольдек. Влияние неравномерности воздушного зазора на магнитные поля асинхронной машины. Электричество, № 12, 1951.
4. А. И. Вольдек, Х. И. Янес и др. Исследование метода уплотнения отливок и уменьшения расхода жидкого металла по предложению т. Верте Л. А. (рукопись), ТПИ, 1957.
5. И. М. Постников. Проектирование электрических машин. Госиздат УССР, 1960.

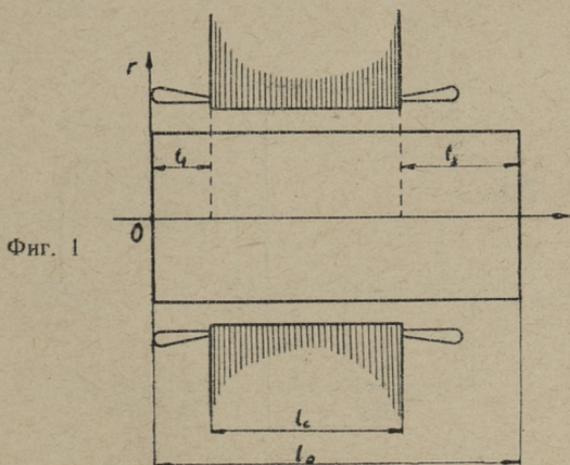
УДК 621. 318. 38

В. Ф. Кескюла

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ВТОРИЧНЫЕ ТОКИ ИНДУКЦИОННОГО ВРАЩАТЕЛЯ

Вторичная система индукционного вращателя (ИВ) в виде вращающегося расплавленного металла имеет в общем случае весьма сложную конфигурацию тела вращения с изменяющимися в пространстве физическими свойствами, в результате чего рассмотрение происходящих в нем электромагнитных процессов сопряжено с большими математическими трудностями. По этой причине для первоначального исследования этих процессов исходим из следующей упрощенной расчетной модели ИВ.

Жидкий металл в расточке ИВ заменяется вращающимся как твердое тело электропроводящим массивным цилиндром с радиусом r_0 и длиной l_0 , расположенного в общем случае несимметрично относительно расточки ИВ в аксиальном направлении (фиг. 1). При этом можно пользоваться, как при всех индукционных машинах, понятием скольжения s .

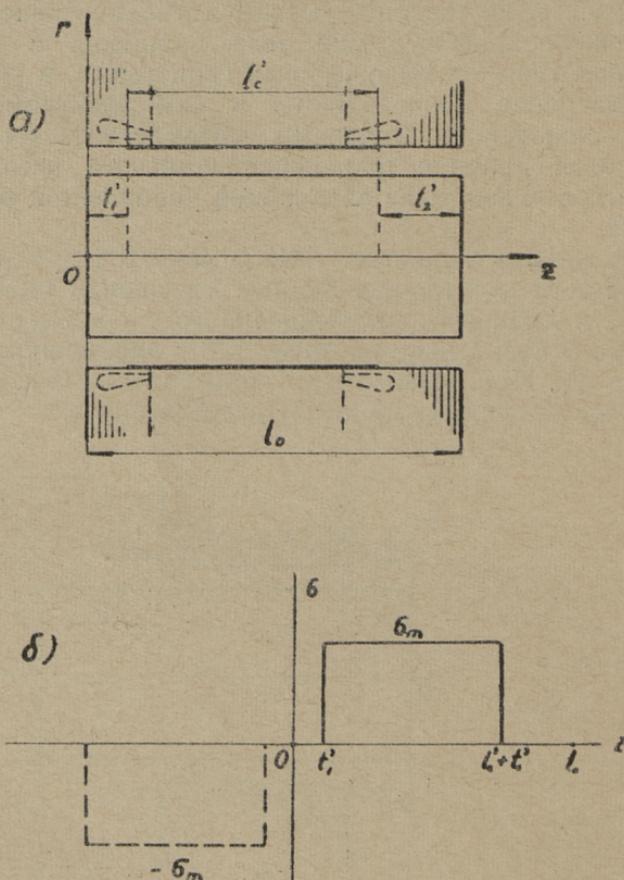


Фиг. 1

Обмотку ИВ представим в виде токового слоя бесконечно малой толщины, расположенного на внутренней поверхности ротора индуктора. Линейная плотность токов статора ИВ изменяется во времени и по окружности по синусоидальному закону

$$\sigma = \sigma_m \sin(\omega t - p\alpha).$$

Изоляционный зазор расчетной модели (фиг. 2,а) ограничен по всей длине l_0 с одной стороны проводящим цилиндром с радиусом r_0 и с другой стороны сталью статора с радиусом r_c . Токовой слой имеет в аксиальном направлении ширину l_c , равную расчетной длине статора. Благодаря большому изоляционному зазору между жидким металлом и статором действительного ИВ [4, 5], такой переход на расчетную модель не



Фиг. 2

вносит заметных погрешностей в распределение вторичных токов и вторичного поля.

Далее допуская, что магнитная проницаемость стали ИВ бесконечно велика, внутренняя поверхность расточки статора ИВ гладка (без пазов), абсолютная магнитная проницаемость жидкого металла и изоляционного зазора равна $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ гн/м.

Основные уравнения

Решая при указанных выше условиях систему уравнений Максвелла [1] в цилиндрической системе координат и пренебрегая при этом радиальными составляющими вторичных токов, получаем для составляющих магнитной индукции в области проводящего цилиндра (1) и в области изоляционного зазора (2) следующие уравнения в символической форме записи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{B}_{r1} &= -j \frac{p}{r} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \left(1 + \frac{\kappa_k^2 r^2}{p^2} \right) J_p(j\lambda_k r) \sin \kappa_k z \cdot e^{-j p \alpha} \\ \dot{B}_{a1} &= - \sum_{k=1}^{\infty} C_k j \lambda_k J_p'(j\lambda_k r) \sin \kappa_k z \cdot e^{-j p \alpha} \\ \dot{B}_{z1} &= -j \frac{r}{p} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \kappa_k j \lambda_k J_p'(j\lambda_k r) \cos \kappa_k z \cdot e^{-j p \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{B}_{r2} &= -j \frac{p}{r} \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\kappa_k^2 r^2}{p^2} \right) [D_k I_p(\kappa_k r) + \\ &\quad + G_k K_p(\kappa_k r)] \sin \kappa_k z \cdot e^{-j p \alpha} \\ \dot{B}_{a2} &= - \sum_{k=1}^{\infty} \kappa_k [D_k I_p'(\kappa_k r) + G_k K_p'(\kappa_k r)] \sin \kappa_k z \cdot e^{-j p \alpha} \\ \dot{B}_{z2} &= -j \frac{r}{p} \sum_{k=1}^{\infty} \kappa_k^2 [D_k I_p'(\kappa_k r) + \\ &\quad + G_k K_p'(\kappa_k r)] \cos \kappa_k z \cdot e^{-j p \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь

$$\kappa_k = k \frac{\pi}{l_0}, \quad \text{где } k = 1, 2, 3, \dots;$$

$$\lambda_k = \sqrt{\kappa_k^2 + j\mu_0\gamma\omega S};$$

$J_p(j\lambda_k r)$ — функция Бесселя первого рода порядка p ;
 $I_p(\kappa_k r)$ и $K_p(\kappa_k r)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода порядка p от чисто мнимого аргумента;

r — радиус;

ω — угловая частота;

γ — электропроводность жидкого металла.

Представляя амплитуду линейной плотности тока статора ИВ также в виде ряда

$$\sigma_m(z) = \sigma_m \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \kappa_k z, \quad (3)$$

где b_k — коэффициент разложения k -ой гармоники ряда, зависящей от аксиального расположения проводящего цилиндра относительно индуктора, получаем для постоянных интегрирования:

$$\left. \begin{aligned} C_k &= -\mu_0 \sigma_m \frac{4}{\pi} \frac{b_k}{p \kappa_k \Delta_k J_p(j\lambda_k r_0)}, \\ D_k &= -\mu_0 \sigma_m \frac{4}{\pi} \frac{b_k}{\kappa_k \Delta_k} \left[2\bar{a}_k K_p(\kappa_k r_0) + \frac{\kappa_k r_0}{p} K_{p-1}(\kappa_k r_0) \right], \\ G_k &= \mu_0 \sigma_m \frac{4}{\pi} \frac{b_k}{\kappa_k \Delta_k} \left[2\bar{a}_k I_p(\kappa_k r_0) - \frac{\kappa_k r_0}{p} I_{p-1}(\kappa_k r_0) \right], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$\bar{a}_k = \frac{j\lambda_k r_0 J_{p-1}(j\lambda_k r_0)}{2p J_p(j\lambda_k r_0)},$$

$$\begin{aligned} \Delta_k &= 2\bar{a}_k \{ I_p(\kappa_k r_0) K_{p-1}(\kappa_k r_c) + I_{p-1}(\kappa_k r_c) K_p(\kappa_k r_0) + \\ &+ \frac{p}{\kappa_k r_c} [I_D(\kappa_k r_0) K_p(\kappa_k r_c) - I_D(\kappa_k r_c) K_p(\kappa_k r_0)] \} + \\ &+ \frac{\kappa_k r_0}{p} [I_{p-1}(\kappa_k r_c) K_{p-1}(\kappa_k r_0) - I_{p-1}(\kappa_k r_0) K_{p-1}(\kappa_k r_c)] - \\ &- \frac{r_0}{r_c} [I_{p-1}(\kappa_k r_0) K_p(\kappa_k r_c) + I_p(\kappa_k r_c) K_{p-1}(\kappa_k r_0)]. \end{aligned}$$

Для определения коэффициентов разложения амплитудного значения линейной плотности тока статора можем представить его в виде прямоугольника, приведенного на фиг. 2, б. Здесь под расчетной длиной статора l_c' следует подразумевать длину, определяемую по магнитному потоку статора через проводящий цилиндр

$$l_c' = \frac{1}{B_p} \int_0^{l_0} B_{r0}(z) dz,$$

где $B_{r0}(z)$ — радиальная составляющая индукции при пустой расточке ИВ на поверхности $r = r_0$;

$B_p = \mu_0 \sigma_m \left(\frac{r_0}{r_c} \right)^{p-1}$ — расчетное значение индукции при пустой расточке на поверхности $r = r_0$ при отсутствии краевого эффекта [5].

Разлагая изображенную на фиг. 2, б кривую в ряд, получаем для коэффициента b_k выражение

$$b_k = \frac{1}{k} \sin k \frac{l_c'}{l_0} \frac{\pi}{2} \sin k \frac{l_c' + 2t_1'}{l_0} \frac{\pi}{2}. \quad (5)$$

При симметричном расположении проводящего цилиндра относительно статора ИВ выражение коэффициента b_k упрощается к виду

$$b_k = \frac{(-1)^k}{1 - 2k} \sin(2k - 1) \frac{l_c'}{l_0} \frac{\pi}{2}. \quad (6)$$

Учитывая выражение для C_k (4) и зависимости между векторами поля, можем полезную (аксиальную) составляющую плотности вторичного тока выразить формулой

$$\dot{\delta}_z = \sum_{k=1}^{\infty} \dot{\delta}_{z0k} \frac{J_p(j\lambda_k r)}{J_p(j\lambda_k r_0)} \sin \alpha_k z e^{-j p \alpha}, \quad (7)$$

где амплитудное значение k -ой гармоники аксиальной составляющей вторичной плотности тока на поверхности проводящего цилиндра равно

$$\dot{\delta}_{z0k} = j \mu_0 \gamma \omega s \sigma_m \frac{r_0}{p} \frac{4}{\pi} \frac{b_k}{\alpha_k r_0 \Delta_k}. \quad (8)$$

Тангенциальная составляющая вторичной плотности тока может быть выражена через формулу

$$\dot{\delta}_\alpha = -j \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{z0k} \frac{\kappa_k r}{\rho} \frac{J_p(j\lambda_k r)}{J_p(j\lambda_k r_0)} \cos \kappa_k z e^{-j p \alpha}. \quad (9)$$

Аналогичная задача была решена в [2] для случая симметричного расположения проводящего цилиндра, если $l_0 = l_c$ при столь малом воздушном зазоре между статором и ротором, при котором изменением радиальной составляющей индукции можно было пренебречь. Поэтому здесь полученные выражения будут полностью совпадать с результатами [2] только при $r_0 = r_c$ и $l_0 = l_c$.

Ротор со сверхпроводящими дисками на торцах

Краевым эффектом на торцах ротора можно пренебрегать, если либо на обоих торцах ротора имеются короткозамыкающие сверхпроводящие диски (причем $l_0 = l_c$), либо длина ИВ бесконечна. В этих случаях плотность вторичных токов имеет только аксиальную составляющую, а магнитное поле плоскопараллельное. Для составляющих индукции в области проводящего металла и изоляционного зазора получаем тогда выражения

$$\left. \begin{aligned} \dot{B}_{r1} &= \dot{B}_{r0} K_0 \frac{r_0}{r} \frac{J_p(\lambda r)}{J_p(\lambda r_0)} e^{-j p \alpha} \\ \dot{B}_{\alpha 1} &= \dot{B}_{\alpha 0} K_0 \frac{r_0}{r} \frac{J_p(\lambda r)}{J_p(\lambda r_0)} \left[\frac{\lambda r J_{p-1}(\lambda r)}{\rho J_p(\lambda r)} - 1 \right] e^{-j p \alpha} \\ \dot{B}_{r2} &= \dot{B}_r K_0 \left\{ \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2p} \right] \bar{a} + \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2p} \right\} e^{-j p \alpha} \\ \dot{B}_{\alpha 2} &= \dot{B}_\alpha K_0 \left\{ \left[1 + \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2p} \right] \bar{a} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2p} \right\} e^{-j p \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Здесь составляющие магнитной индукции первичного поля согласно [4, 5]

$$\dot{B}_r = j \mu_0 \dot{\sigma}_m \left(\frac{r}{r_c} \right)^{p-1},$$

$$\dot{B}_\alpha = \mu_0 \dot{\sigma}_m \left(\frac{r}{r_c} \right)^{p-1},$$

$$\dot{B}_{r0} = j \mu_0 \dot{\sigma}_m \left(\frac{r_0}{r_c} \right)^{p-1}$$

$$\dot{B}_{\alpha 0} = \mu_0 \dot{\sigma}_m \left(\frac{r_0}{r_c} \right)^{p-1}.$$

Вспомогательные величины в (10):

$$K_0 = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r_0}{r_c} \right)^{2p} \right] a - \left(\frac{r_0}{r_c} \right)^{2p}},$$

$$a = \frac{\lambda r_0 J_{p-1}(\lambda r_0)}{2p J_p(\lambda r_0)},$$

$$\lambda = \sqrt{-j\mu_0 \gamma \omega s}.$$

Плотность вторичных токов выражается при этом формулой

$$\dot{\delta} = \dot{\delta}_0 \frac{J_p(\lambda r)}{J_p(\lambda r_0)} e^{-jpa}, \quad (11)$$

где $\dot{\delta}_0$ — комплексная амплитуда плотности вторичных токов на поверхности жидкого металла

$$\dot{\delta}_0 = \gamma \frac{\omega s r_0}{p} \dot{B}_{r0} K_0 = \gamma \dot{E}_0 K_0. \quad (12)$$

Здесь \dot{E}_0 — комплексная амплитуда напряженности так называемого стороннего электрического поля на поверхности ротора, наводимого первичным полем.

Иногда жидкий металл соприкасается на одном торце с устройством, которое можно рассматривать как сверхпроводящее короткозамыкающее кольцо. В этом случае во вторичной системе имеет место односторонний краевой эффект и вторичные токи можно находить по приведенным выше общим формулам, соответствующим симметричному расположению в отношении эквивалентного статора длиной $l_{cэ} = 2l_c$ некоторого эквивалентного ротора с длиной $l_{0э} = 2l_0$.

Реакция вторичных токов

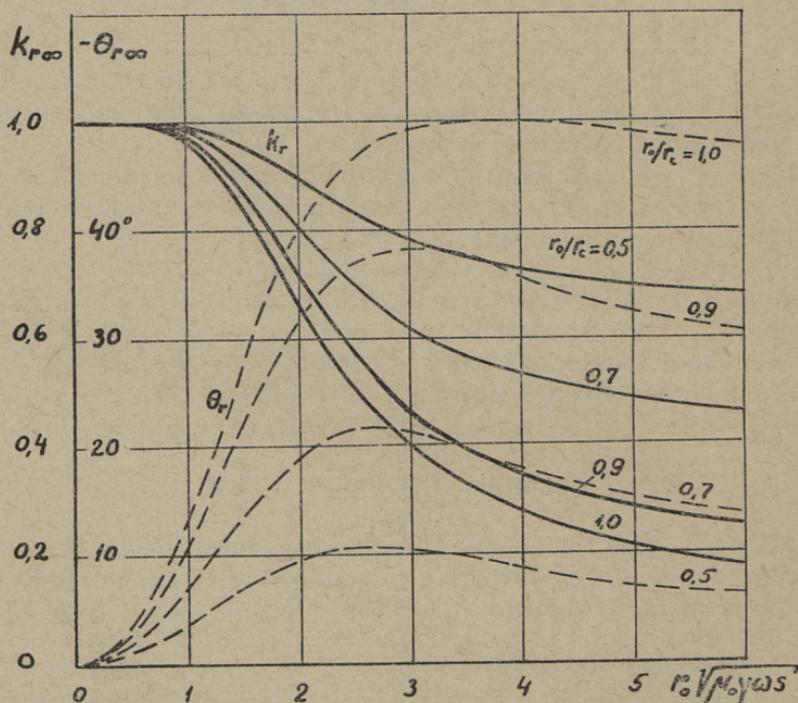
Как известно, магнитное поле вторичных токов размагничивает поле статора ИВ. Эта реакция может легче всего оцениваться коэффициентом реакции K_r , который определяется при условии постоянства линейной плотности тока статора, как отношение магнитных потоков (средних индукций) на поверхности расточки статора ($r = r_c$) при наличии в расточке ИВ жидкого металла и при пустой расточке. Аналогично [3] имеем

$$K_r = k_r e^{j\theta_r} = \frac{\Phi_c}{\Phi_{c0}} \Big|_{\sigma_m = \text{const.}} \quad (13)$$

Представляя первичную магнитную индукцию также в виде ряда как и суммарную индукцию и ограничиваясь лишь первым членом обоих рядов, получаем при симметричном расположении статора и проводящего цилиндра для коэффициента реакции приближенную формулу

$$K_r = \frac{\chi_k r_c I_{p-1}(\chi_k r_c) - p I_p(\chi_k r_c)}{\chi_k r_c I_p(\chi_k r_c) \Delta_k} \{ 2\bar{a}_k [I_p(\chi_k r_c) K_p(\chi_k r_0) - I_p(\chi_k r_0) K_p(\chi_k r_c)] + \frac{\chi_k r_0}{p} [K_{p-1}(\chi_k r_0) I_p(\chi_k r_c) + I_{p-1}(\chi_k r_0) K_p(\chi_k r_c)] \}. \quad (14)$$

При несимметричном случае нельзя ограничиваться только первым членом обоих рядов.



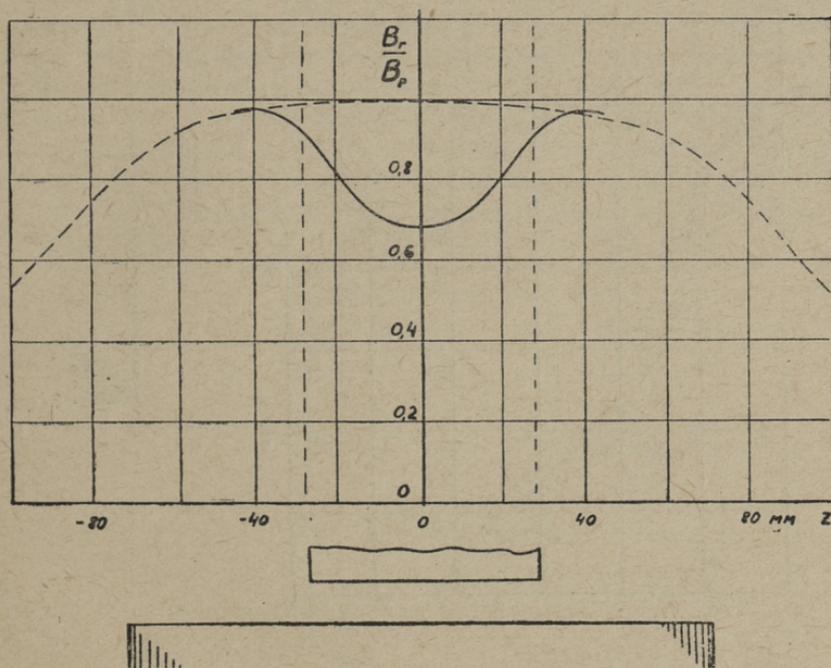
Фиг. 3

Для упрощенного случая — бесконечно длинной системы, когда краевой эффект отсутствует — коэффициент реакции согласно (10) равен

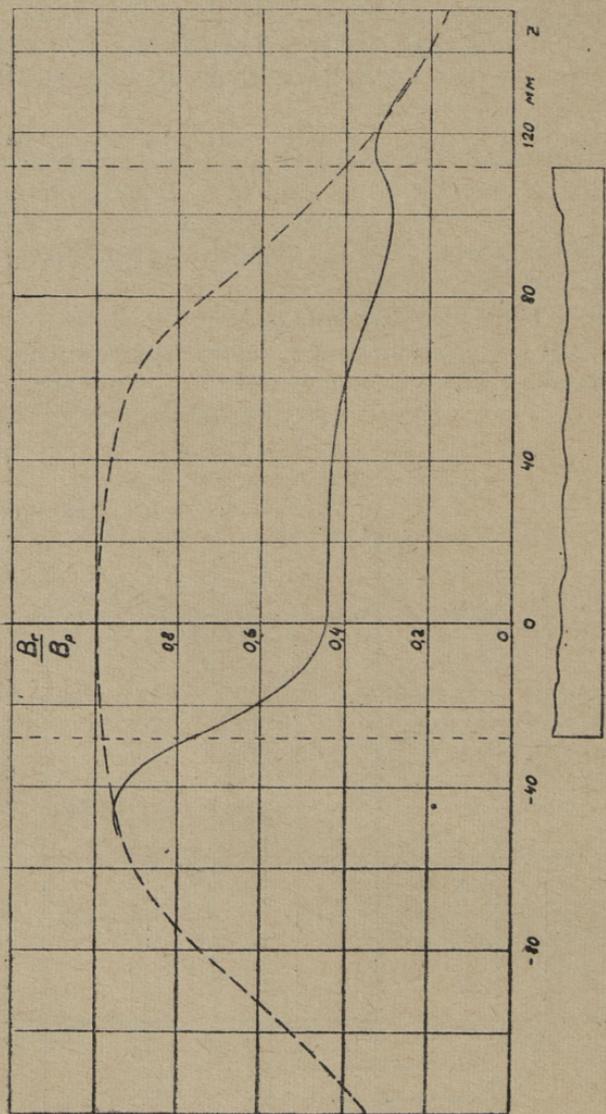
$$K_{r\infty} = \frac{\left[1 - \left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{2p}\right] \bar{a} + \left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{2p}}{\left[1 + \left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{2p}\right] \bar{a} - \left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{2p}}. \quad (15)$$

Согласно полученным выражениям влияние вторичных токов увеличивается с увеличением частоты, электропроводности материала и длины проводящего цилиндра. Увеличение изоляционного зазора при тех же остальных параметрах уменьшает реакцию вторичных токов.

На фиг. 3 приведены кривые модуля и аргумента коэффициента реакции $K_{r\infty}$ в зависимости от параметра $r_0\sqrt{\mu_0\gamma\omega s}$ при различных значениях r_0/r_c .



Фиг. 4



Фиг. 5

Результаты экспериментального исследования

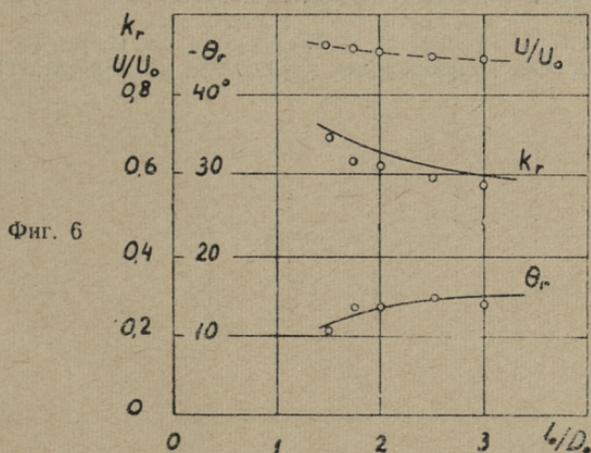
Экспериментально было исследовано распределение магнитного поля при наличии в расточке ИВ медных цилиндров диаметром $D_0 = 56$ мм с различной длиной. В качестве ИВ был применен статор двухполюсной асинхронной машины А-51-2 с диаметром расточки $D_c = 140$ мм, и длиной $l_c = 140$ мм. Исследование магнитного поля проводилось методом зондирования.

На фиг. 4 приведены графики распределения радиальной составляющей результирующей индукции на расстоянии 2,5 мм от поверхности медного цилиндра с длиной $l_0 = 56$ мм (сплошная кривая). Прерывистой линией приведено распределение радиальной составляющей индукции при пустой расточке.

Как видно, величина B_r значительно изменяется в средней части цилиндра, а на краях почти не изменяется.

На фиг. 5 приведены такие же кривые при расположении цилиндра длиной $l_0 = 140$ мм несимметрично относительно статора. Изменение результирующего поля носит примерно такой же характер как и на фигуре 4, но вследствие большей длины цилиндра размагничивающее действие больше.

Для определения влияния размагничивающего действия вторичных токов на магнитное поле на поверхности статора был экспериментально определен также коэффициент реакций по методике, изложенной в [3]. Для этого применялась магнитная система асинхронной машины АОЛ-32-2 с диаметром расточки $D_c = 82$ мм и длиной $l_c = 85$ мм при симметричном расположении в расточке медных цилиндров диаметра $D_0 = 56$ мм (что соответствует $r_0/r_c = 0,68$) с различной длиной. Относительный шаг двухслойной обмотки 10/12.



Результаты измерения модуля и аргумента коэффициента реакции приведены на фиг. 6 в виде точек. Для сравнения представлены те же величины, вычисленные по (14) сплошными кривыми. Как видим, результаты эксперимента и расчета по модулю коэффициента не отличаются более 6%. На той же фигуре приведена также кривая изменения относительного напряжения питания при постоянной силе тока в обмотке статора. Вследствие значительных потоков рассеяния напряжение при неизменном значении тока в обмотке статора изменялось только в пределах от 0,93 до 0,89. Базисным напряжением U_0 служит напряжение при пустой расточке.

Поскольку в реальных устройствах ИВ жидкий металл имеет меньшую удельную проводимость по сравнению с медью, то с точки зрения электромагнитного режима статора влияние вторичных токов на магнитное поле может часто не учитываться. Достаточно хорошее совпадение расчетных и измеренных данных для коэффициента реакции позволяет признать приведенные выше зависимости приемлемыми для предварительного анализа и расчета распределения вторичных токов и механических сил ИВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, III, 1954.
2. И. С. Брук. Теория асинхронного двигателя с массивным ротором. Вестник теоретической и экспериментальной электротехники, 1928 № 2 и 1929 № 5.
3. Н. Н. Охременко. Магнитное поле электромагнитного желоба. Известия АН СССР, Энергетика и транспорт, № 3, 1964.
4. В. Ф. Кескюла, Э. М. Ристхейн, Возможные системы магнитопровода и обмоток индукционных вращателей. См. настоящий сборник, стр. 69.
5. Э. М. Ристхейн, В. Ф. Кескюла, Х. И. Янес и Э. П. Тимма. Разработка индукционных вращателей (рукопись). ТПИ, 1965.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Э. Г. Кюльм, Х. И. Янес. Об электромагнитном расчете цилиндрических насосов без ферромагнитного сердечника.	3
2. Э. Г. Кюльм, Х. И. Янес. Учет высших пространственных гармоник магнитного поля при расчете цилиндрического насоса	13
3. Т. А. Веске. Решение уравнений электромагнитного поля плоской линейной индукционной машины с односторонней обмоткой	19
4. Т. А. Веске. Электромагнитные процессы в слое жидкого металла индукционного желоба	33
5. Э. В. Валласте, Х. И. Янес. Определение магнитного поля однофазной обмотки индукционного желоба	41
6. Э. В. Валласте, Х. И. Янес. Магнитное поле трехфазной обмотки индукционного желоба	57
7. В. Ф. Кескюла, Э. М. Ристхейн. Возможные системы магнитопровода и обмоток индукционных вращателей	69
8. В. Ф. Кескюла. Магнитное поле и вторичные токи индукционного вращателя	87



ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСОВ ДЛЯ
ТРАНСПОРТА ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ
СБОРНИК ТРУДОВ III

Таллинский политехнический институт

Редактор Е. Пуусепп

Технический редактор Я. Мыттус

Корректор Л. Лоопер

Сдано в набор 3 VII 1965 г. Подписано к печати 30 XII
1965 г. Бумага 60×90^{1/16}. Печатных листов 6,25. Учетно-
издательских листов 4,75. Тираж 500. МВ-12 309.
Заказ № 5497.

Типография им. Х. Хейдеманна,
Тарту, ул. Юликооли 17/19. I.

Цена 33 коп.

Цена 33 коп.