

К. К. АЛЛИК

**О МЕТОДАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В АСИНХРОННЫХ
МАШИНАХ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЕ
С КОНДЕНСАТОРНОЙ БАТАРЕЕЙ**

ТАЛЛИН 1959



Ер. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 154 1958

К. К. АЛЛИК

**О МЕТОДАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В АСИНХРОННЫХ
МАШИНАХ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЕ
С КОНДЕНСАТОРНОЙ БАТАРЕЕЙ**

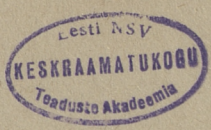
ТАЛЛИН 1959

7.0.47

INSTITUT MATEMATIKA DAN FISIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS
UNIVERSITAS PADJARAN

~~P37858~~

Ep. 2334



Использование операторного исчисления при исследовании переходных процессов в электрических машинах уже довольно распространено и дало в работах ряда авторов, как Е. Я. Казовского [1], Л. Н. Грузова [2], М. И. Конторовича [3,] Э. М. Ристхейн [4] и А. Леонхард [6] практические результаты в исследовании поведения электрических машин при коротких замыканиях, при отключениях в питающей сети и при самозапуске. Но исследование указанных переходных процессов проведено только при работе машин на холостом ходу, в номинальном режиме и при работе параллельно с активной нагрузкой. Что касается параллельной работы с конденсаторной батареей, то соответствующие операторные уравнения до сих пор не решены; имеются только ссылки на сложность этих уравнений и на необходимость решения кубических уравнений с комплексными коэффициентами, что при использовании формулы Кардано является с точки зрения инженера-конструктора трудной и трудоемкой задачей.

В настоящей работе приводится решение операторных уравнений асинхронной машины, работающей параллельно с конденсаторной батареей, и разрабатываются графоаналитические способы для определения максимумов переходных токов и ударных вращающих моментов.

1. Дифференциальные и операторные уравнения короткозамкнутой асинхронной машины

Для вывода дифференциальных уравнений короткозамкнутой асинхронной машины уместно применять известный способ: во-первых, трехфазная машина приводится в эквивалентную двухфазную и тогда совершается переход на координатные оси, вращающиеся относительно стато-

ра с синхронной скоростью. Все это позволяет выписать дифференциальные уравнения асинхронной машины без периодических коэффициентов:

$$\begin{cases} i_s r_s + \frac{d}{dt}(x_s i_s + x_m i_r) + j(x_s i_s + x_m i_r) + u_c = 0 \\ i_r r_r + \frac{d}{dt}(x_r i_r + x_m i_s) + js(x_r i_r + x_m i_s) = 0 \\ i_s x_c = \frac{du_c}{dt}, \end{cases}$$

где

- x_s — индуктивное сопротивление статора,
- x_r — индуктивное сопротивление ротора,
- x_m — индуктивное сопротивление взаимоиндукции при совпадении осей одноименных обмоток статора и ротора,
- r_s — активное сопротивление статора,
- r_r — активное сопротивление ротора,
- x_c — реактивное сопротивление конденсаторной батареи,
- i_s — ток статора,
- i_r — ток ротора,
- u_c — напряжение на зажимах конденсаторной батареи после отключения в питающей сети,
- s — скольжение,
- j — мнимая единица.

Все величины здесь относительные, причем в качестве базисных величин взяты: номинальные фазовые ток, напряжение, сопротивление и т. д.

Приведенная система уравнений решается методами операторного исчисления, где изображением является интеграл Лапласа

$$F(\rho) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} f(t) dt,$$

обозначая коротко:

$$F(\rho) \div f(t).$$

Используя обстоятельство, что при $f(t) = \frac{d\varphi}{dt}$ действительно соотношение $F(p) = p\Phi(p) - \varphi(0)$, получим из прежней системы уравнений систему операторных уравнений:

$$\begin{cases} i_s r_s + (\rho + j)(x_s i_s + x_m i_r) - x_s i_{s0} - x_m i_{r0} + u_c = 0 \\ i_r r_r + (\rho + js)(x_r i_r + x_m i_s) - x_r i_{r0} - x_m i_{s0} = 0 \\ i_s x_c = \rho u_c - u_{c0} . \end{cases}$$

Отсюда вытекает, что для исследуемой установки в случае $u_s = 0$ (т. е. после отключения в питающей сети) действительна известная система уравнений:

$$\begin{cases} [r_s + (\rho + j)x_s + \frac{x_c}{\rho}] i_s + (\rho + j)x_m i_r = x_s i_{s0} + x_m i_{r0} - \frac{u_{c0}}{\rho} \\ (\rho + js)x_m i_s + [r_r + (\rho + js)x_r] i_r = x_r i_{r0} + x_m i_{s0} . \end{cases}$$

Теперь вводятся следующие величины:

$$x'_s = \frac{x_s x_r - x_m^2}{x_r}$$

$$x'_r = \frac{x_s x_r - x_m^2}{x_s}$$

$$\alpha_s = \frac{r_s}{x_s}, \quad \alpha_r = \frac{r_r}{x_r},$$

$$\alpha'_s = \frac{r_s}{x'_s} = \frac{r_s x_r}{x_s x_r - x_m^2},$$

$$\alpha'_r = \frac{r_r}{x'_r} = \frac{r_r x_s}{x_s x_r - x_m^2}$$

— реактивное входное сопротивление статора при замкнутом накоротко роторе,
— реактивное входное сопротивление ротора при замкнутом накоротко статоре,

— обратные величины соответствующих постоянных времени, т. е. коэффициенты затухания.

Корни системы уравнений тогда следующие:

$$\begin{aligned}
 i_s &= \frac{i_{s0}}{f(p)} p \left[\rho + \alpha'_r - j \left(\frac{1-s}{\sigma} - 1 \right) \right] + \\
 &+ \frac{i_{r0} x_m}{x_s f(p)} p \left(\alpha'_r - j \frac{1-s}{\sigma} \right) - \frac{u_{c0}}{x'_s f(p)} (\rho + \alpha_r + js), \\
 i_r &= \frac{i_{s0} x_m}{x_r f(p)} \left[\left(\alpha'_s + j \frac{1-s}{\sigma} \right) \rho + \frac{x_c}{x'_s} \right] + \\
 &+ \frac{i_{r0}}{f(p)} \left\{ \rho^2 + \left[\alpha'_s + j \left(\frac{1-s}{\sigma} + s \right) \right] \rho + \frac{x_c}{x'_s} \right\} + \\
 &+ \frac{u_{c0} x_m}{x'_s x_r f(p)} (\rho + js),
 \end{aligned}$$

где σ коэффициент рассеяния:

$$\sigma = \frac{x'_s}{x_s} = \frac{x'_r}{x_r} = \frac{\alpha_s}{\alpha'_s} = \frac{\alpha_r}{\alpha'_r}$$

и

$$\begin{aligned}
 f(p) &= p^3 + [\alpha'_s + \alpha'_r + j(s+1)] p^2 + \left[\alpha'_s \left(\alpha_r + \frac{x_c}{r_s} \right) - \right. \\
 &\left. - s + j(s\alpha'_s + \alpha'_r) \right] p + \frac{x_c \alpha'_s}{r_s} (\alpha_r + js).
 \end{aligned}$$

Аналогичное характеристическое уравнение $f(p)=0$ получает и А. Леонхард [6], но не решает его.

Для определения оригиналов токов необходимо использовать известную в операторном исчислении теорему разложения для случая, где нуль не является корнем характеристического уравнения $f(p) \neq 0$:

$$\frac{Y_{s,r}(p)}{f(p)} \rightarrow \sum_{k=1}^3 \frac{Y_{s,r}(p_k)}{\frac{df(p_k)}{dp}} e^{p_k t},$$

где $p_1, p_2,$ и p_3 являются корнями характеристического уравнения. Таким образом

$$i_s = \sum_{k=1}^3 \frac{Y_s(p_k) e^{p_k t}}{f'(p_k)}$$

и

$$i_r = \sum_{k=1}^3 \frac{Y_r(p_k) e^{p_k t}}{f'(p_k)},$$

где

$$Y_s = i_{s0} p_k \left[p_k + \alpha'_r - j \left(\frac{1-s}{\sigma} - 1 \right) \right] + \frac{i_{r0} x_m}{x_s} p_k \left(\alpha'_r - j \frac{1-s}{\sigma} \right) - \frac{u_{c0}}{x'_s} (p_k + \alpha_r + js),$$

$$Y_r = \frac{i_{s0} x_m}{x_r} \left[p_k \left(\alpha'_s + j \frac{1-s}{\sigma} \right) + \frac{x_c}{x'_s} \right] + i_{r0} \left\{ p_k^2 + p_k \left[\alpha'_s + j \left(\frac{1-s}{\sigma} + s \right) \right] + \frac{x_c}{x'_s} \right\} + \frac{u_{c0} x_m}{x'_s x_r} (p_k + js).$$

Для обозначения оригиналов токов и их изображений использованы буквы i_s и i_r , причем необходимо запомнить, что в формулах изображений токов величины i_s и i_r зависят от параметра p , но как оригиналы токов они являются функциями времени t .

2. Номографическое решение кубических уравнений с комплексными коэффициентами

Для вычисления токов статора и ротора необходимо найти решения характеристического уравнения $f(p) = 0$. Характеристическое уравнение — кубическое с комплексными коэффициентами $p^3 + ap^2 + bp + c = 0$. Несмотря на то, что эти решения определяются непосредственно при

помощи формулы Кардано, вычисление их оказывается сравнительно сложной и трудоемкой работой. Ниже выясняется, что кубические уравнения с комплексными коэффициентами можно преобразовать в уравнения $z^3+z^2+L=0$, решения которого определяются при помощи сетчатых номограмм.

Если $a^2 \neq 3b$, то уравнение $p^3+ap^2+bp+c=0$ преобразуется в уравнение $z^3+z^2+L=0$, при условии, что

$$p = \frac{M}{3Nz} - \frac{a}{3}, \text{ причем } M = 2a^3 - 9ab + 27c, N = 3(3b - a^2) \text{ и}$$

$$L = \frac{M^2}{N^3}.$$

Если $a^2 = 3b$, осуществляется переход в уравнение $z^3+z^2+L=0$ при помощи подстановки $p = \frac{3c Kz}{H - bKz}$, где

$$H = 2b^3 - 9abc + 27c^2, K = 3(ac - b^2) \text{ и } L = \frac{H^2}{K^3}.$$

Обозначив $z = X + jY$ и $L = m + jn$, из уравнения $z^3+z^2+L=0$ получим систему уравнений

$$\begin{cases} X^3 - 3XY^2 + X^2 - Y + m = 0 \\ 3X^2Y - Y^3 + 2XY + n = 0. \end{cases}$$

Отсюда вытекают уравнения

$$n^2(3X+1)^3 = [X^2(X+1) + m][2X(2X+1)^2 - m]^2$$

$$\text{и } 27Y^3(m + \frac{2}{27})^2 = [Y(Y^2 + \frac{1}{3}) - n][2Y(4Y^2 + \frac{1}{3}) + n]^2,$$

первое из которых дает возможность начертить сетчатую номограмму для определения действительных частей X решений по известным m и n , а второе по тем же данным для отыскания множителей их мнимых частей Y . Каждая из этих номограмм образовывается семейством кривых, трехкратно покрывающих плоскость. Поэтому целесообразно разбить каждое семейство на три части и вычертить соответствующие части попарно так, чтобы каждый из трех чертежей дал по одному комплексному решению уравнения $z^3+z^2+m+jn=0$.

Более глубокое изучение вопроса и номограммы изложены в работе автора «Номографическое решение кубических уравнений с комплексными коэффициентами» [7].

Для получения представления о характере и величине решений характеристического уравнения $f(p)=0$ в ниже-следующей таблице приведены решения для асинхронного двигателя, работающего параллельно с конденсаторной батареей после отключения в питающей сети, в зависимости от степени компенсации $k = \frac{1}{x_c}$.

$p \backslash k$	1	2	4	6	10
p_1	$-0,151+j1,612$	$-0,143+j1,037$	$-0,134+j0,617$	$-0,130+j0,467$	$-0,121+j0,299$
p_2	$-0,013-j0,029$	$-0,014-j0,029$	$-0,015-j0,028$	$-0,016-j0,026$	$-0,019-j0,025$
p_3	$-0,160-j2,603$	$-0,165-j2,029$	$-0,173-j1,623$	$-0,174-j1,470$	$-0,178-j1,309$

Здесь рассматриваются асинхронные короткозамкнутые двигатели серии А, мощностью 4,5 — 40 квт. Параметры рассчитаны по обмоточным данным двигателей 6-го, 7-го и 8-го габаритов с синхронной скоростью 1500, 1000 и 750 об/мин., всего 18 машин [4]. Средними параметрами на холостом ходу взяты:

$$\begin{aligned} r_s &= 0,045, \quad r_r = 0,030, \quad x_m = 2,40, \quad x_s = x_r = 2,52, \\ x'_s &= x'_r = 0,234, \quad \alpha_s = 0,0179, \quad \alpha_r = 0,0119, \\ \alpha'_s &= 0,192, \quad \alpha'_r = 0,128, \quad \sigma = 0,093. \end{aligned}$$

3. Максимумы переходных токов

Для расчета переходных токов необходимо знать величины тока и напряжения статора и ротора в момент отключения. Эти величины i_{so} , i_{ro} и u_{co} можно устанавливать или с помощью круговой диаграммы асинхронного двигателя, при конструировании которой в пределах общей точности метода расчета можно пренебречь потерями в стали, или же воспользоваться каким-нибудь общеизвестным методом расчета, исходящим из параметров двигателя, например формулами, приведенными И. А. Сыромятниковым [5].

В практике необходимо знать максимальные значения переходных токов (в основном модуля тока статора i_s).

Переходный ток статора выражается как показательная функция:

$$i_s = A_1 e^{-\alpha_1 t + j(\varphi_1 + \beta_1 t)} + A_2 e^{-\alpha_2 t + j(\varphi_2 + \beta_2 t)} + A_3 e^{-\alpha_3 t + j(\varphi_3 + \beta_3 t)}$$

точное аналитическое определение максимума модуля которого сравнительно сложно.

В данном случае выясняется, что действительная часть и множитель мнимой части одного решения $p_2 = \alpha_2 + j\beta_2$ характеристического уравнения и амплитуда соответствующего компонента тока оказываются почти незначительными по сравнению с соответствующими величинами остальных компонентов. Следовательно этим компонентом можно пренебречь (учитывая достаточно постоянный характер компонента и малость его модуля).

Ток статора выражается тогда в следующем виде:

$$\begin{aligned} i_s &= A_1 e^{-\alpha_1 t + j(\varphi_1 + \beta_1 t)} + A_3 e^{-\alpha_3 t + j(\varphi_3 + \beta_3 t)} = \\ &= A_1 e^{-\alpha_1 t} \cos(\varphi_1 + \beta_1 t) + A_3 e^{-\alpha_3 t} \cos(\varphi_3 + \beta_3 t) + \\ &+ j \left[A_1 e^{-\alpha_1 t} \sin(\varphi_1 + \beta_1 t) + A_3 e^{-\alpha_3 t} \sin(\varphi_3 + \beta_3 t) \right] \end{aligned}$$

и квадрат модуля тока:

$$|i_s|^2 = A_1^2 e^{-2\alpha_1 t} + A_3^2 e^{-2\alpha_3 t} + 2A_1 A_3 e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t} \cos[\varphi_1 - \varphi_3 + (\beta_1 - \beta_3)t]$$

Максимум модуля определяется из условия

$$\frac{d}{dt} |i_s|^2 = 0$$

Так как в производной квадрата модуля встречаются множители

$$-2\alpha_1 e^{-2\alpha_1 t}, \quad -2\alpha_3 e^{-2\alpha_3 t} \quad \text{и} \quad -(\alpha_1 + \alpha_3) e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t}$$

и при этом
$$|2\alpha_1| < |\alpha_1 + \alpha_3| < |2\alpha_3|,$$

но
$$e^{-2\alpha_1} > e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)} > e^{-2\alpha_3},$$

то квадрат модуля можно приближенно представить как

$$|i_3|^2 = e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t} \left\{ A_1^2 + A_3^2 + 2A_1A_3 \cos [\varphi_1 - \varphi_3 + (\beta_1 - \beta_3)t] \right\}.$$

Необходимым условием экстремума тогда является

$$-(\alpha_1 + \alpha_3) e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t_m} \left\{ A_1^2 + A_3^2 + 2A_1A_3 \cos [\varphi_1 - \varphi_3 + (\beta_1 - \beta_3)t_m] - 2A_1A_3 \sin [\varphi_1 - \varphi_3 + (\beta_1 - \beta_3)t_m] (\beta_1 - \beta_3) \right\} = 0.$$

Обозначая в этом выражении

$$\frac{\beta_1 - \beta_3}{\alpha_1 + \alpha_3} = \operatorname{tg} \gamma \quad (1)$$

и

$$\varphi_1 - \varphi_3 + (\beta_1 - \beta_3)t_m = \delta \quad (2)$$

получим

$$-\left(\frac{A_1}{A_3} + \frac{A_3}{A_1} + 2 \cos \delta \right) - 2 \operatorname{tg} \gamma \sin \delta = 0,$$

откуда

$$\cos (\gamma - \delta) = -\frac{1}{2} \left(\frac{A_1}{A_3} + \frac{A_3}{A_1} \right) \cos \gamma. \quad (3)$$

При помощи формул (1), (3) и (2) теперь легко определяется t_m — время, при котором модуль тока статора достигает максимума.

Соответствующее значение самого тока вычисляется при помощи формулы:

$$|i_{sm}| = e^{\frac{\alpha_1 + \alpha_3}{2} t_m} \sqrt{A_1^2 + A_3^2 + 2A_1A_3 \cos \delta} . \quad (4)$$

При многих электромагнитных переходных процессах, где имеем дело с двумя или в основном с двумя компонентами тока, действительно соотношение

$$\frac{A_1}{A_3} + \frac{A_3}{A_1} \approx 2$$

Тогда формулы (1) и (3) заменимы еще более простым соотношением

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = -\frac{\alpha_1 + \alpha_3}{\beta_1 - \beta_3} ,$$

которое вместе с формулой (2) дает вполне удовлетворительный результат.

Для примера рассчитан ток статора на основе ранее приведенных средних параметров двигателя при $k=4$:

$$\begin{aligned} i_s = & 2,40e^{-0,134t} \quad \underline{\quad \quad \quad / 129^\circ 54' + 0,617t^\circ +} \\ & + 0,0905e^{-0,015t} \quad \underline{\quad \quad \quad / 146^\circ 14' - 0,028t^\circ +} \\ & + 2,75e^{-0,173t} \quad \underline{\quad \quad \quad / -43^\circ 15' - 1,623t^\circ .} \end{aligned}$$

Далее определяем по формулам (1), (3) и (2) $t_m = 77^\circ$, после чего получим максимальную амплитуду тока статора $i_{sm} = 4,14$.

4. Расчет максимумов вращающих моментов, обусловленных переходными токами

Основное и самое опасное действие переходных токов выражается, как известно, в ударных вращающих моментах, которые в некоторых случаях могут разрушить двигатель или соединенный с ним механизм. Поэтому конечной целью расчета каждого переходного процесса является определение максимума возникающих ударных моментов.

Вращающий момент асинхронного двигателя с равномерным воздушным зазором пропорционален векторному произведению токов статора и ротора и выражается в комплексном виде следующим образом [2]:

$$M = \operatorname{Re}[j x_m (i_r \times i_s^*)] = x_m (pg - fq),$$

где

$$i_s = f + jg, \quad i_s^* = f - jg, \quad i_r = p + jq.$$

Из выражений для токов статора и ротора

$$i_s = A_1 e^{-\alpha_1 t} \cos(\varphi_1 + \beta_1 t) + A_2 e^{-\alpha_2 t} \cos(\varphi_2 + \beta_2 t) + A_3 e^{-\alpha_3 t} \cdot \\ \cdot \cos(\varphi_3 + \beta_3 t) + j [A_1 e^{-\alpha_1 t} \sin(\varphi_1 + \beta_1 t) + A_2 e^{-\alpha_2 t} \cdot \\ \cdot \sin(\varphi_2 + \beta_2 t) + A_3 e^{-\alpha_3 t} \sin(\varphi_3 + \beta_3 t)],$$

$$i_r = B_1 e^{-\alpha_1 t} \cos(\psi_1 + \beta_1 t) + B_2 e^{-\alpha_2 t} \cos(\psi_2 + \beta_2 t) + B_3 e^{-\alpha_3 t} \cdot \\ \cdot \cos(\psi_3 + \beta_3 t) + j [B_1 e^{-\alpha_1 t} \sin(\psi_1 + \beta_1 t) + B_2 e^{-\alpha_2 t} \cdot \\ \cdot \sin(\psi_2 + \beta_2 t) + B_3 e^{-\alpha_3 t} \sin(\psi_3 + \beta_3 t)].$$

следует

$$pg - fq = A_1 B_1 e^{-2\alpha_1 t} \sin(\varphi_1 - \psi_1) + A_2 B_2 e^{-2\alpha_2 t} \cdot \\ \cdot \sin(\varphi_2 - \psi_2) + A_3 B_3 e^{-2\alpha_3 t} \sin(\varphi_3 - \psi_3) + \\ + A_1 B_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \sin[\varphi_1 - \psi_2 + (\beta_1 - \beta_2)t] + \\ + A_1 B_3 e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t} \sin[\varphi_1 - \psi_3 + (\beta_1 - \beta_3)t] + \\ + A_2 B_1 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \sin[\varphi_2 - \psi_1 + (\beta_2 - \beta_1)t] + \\ + A_2 B_3 e^{-(\alpha_2 + \alpha_3)t} \sin[\varphi_2 - \psi_3 + (\beta_2 - \beta_3)t] + \\ + A_3 B_1 e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t} \sin[\varphi_3 - \psi_1 + (\beta_3 - \beta_1)t] + \\ + A_3 B_2 e^{-(\alpha_2 + \alpha_3)t} \sin[\varphi_3 - \psi_2 + (\beta_3 - \beta_2)t].$$

Но в данном случае

$$\varphi_1 - \psi_1 \approx \pi \quad \text{и} \quad \varphi_3 - \psi_3 \approx -\pi,$$

$$\text{или} \quad \varphi_1 - \psi_3 \approx \psi_1 - \varphi_3;$$

кроме того, оказывается, что $A_1 B_3 \approx A_3 B_1$; значит

$$A_1 B_3 e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t} \sin [\varphi_1 - \psi_3 + (\beta_1 - \beta_3)t] + A_3 B_1 e^{-(\alpha_1 + \alpha_3)t} \cdot \sin [\varphi_3 - \psi_1 + (\beta_1 - \beta_3)t] \approx 0,$$

$$A_1 B_1 e^{-2\alpha_1 t} \sin (\varphi_1 - \psi_1) \approx 0$$

и

$$A_3 B_3 e^{-2\alpha_3 t} \sin (\varphi_3 - \psi_3) \approx 0.$$

Также можно пренебречь членом

$$A_2 B_2 e^{-2\alpha_2 t} \sin (\varphi_2 - \psi_2),$$

потому что $A_2 B_2$ во много раз меньше произведения любых остальных модулей. Кроме того, в производной его нужно помножить на множитель $2\alpha_2$, что по сравнению с другими показателями почти ноль.

Для дальнейших упрощений можно использовать обстоятельство, что

$$\varphi_2 - \psi_1 \approx \pi + (\varphi_2 - \psi_3) = \pi + \eta$$

и

$$\varphi_1 - \psi_2 \approx \pi + (\varphi_3 - \psi_2) = \pi + \vartheta.$$

Учитывая все произведенные упрощения, получим для расчета момента $pg - iq$ выражение:

$$-e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \left\{ A_1 B_2 \sin [\vartheta + (\beta_1 - \beta_2)t] + A_2 B_1 \sin [\eta - (\beta_1 - \beta_2)t] \right\} + e^{-(\alpha_2 + \alpha_3)t} \left\{ A_2 B_3 \sin [\eta + (\beta_2 - \beta_3)t] + A_3 B_2 \sin [\vartheta - (\beta_2 - \beta_3)t] \right\}.$$

Время t_M , при котором возникает максимальный момент, определяется из условия $\frac{d}{dt} (pg-fq) = 0$, т. е.

$$\begin{aligned}
 & e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t_M} \left\{ (\alpha_1 + \alpha_2) A_1 B_2 \sin [\vartheta + (\beta_1 - \beta_2)t_M] + \right. \\
 & \quad + (\alpha_1 + \alpha_2) A_2 B_1 \sin [\eta - (\beta_1 - \beta_2)t_M] - \\
 & \quad - (\beta_1 - \beta_2) A_1 B_2 \cos [\vartheta + (\beta_1 - \beta_2)t_M] + \\
 & \quad \left. + (\beta_1 - \beta_2) A_2 B_1 \cos [\eta - (\beta_1 - \beta_2)t_M] \right\} + \\
 & + e^{-(\alpha_2 + \alpha_3)t_M} \left\{ -(\alpha_2 - \alpha_3) A_2 B_3 \sin [\eta + (\beta_2 - \beta_3)t_M] - \right. \\
 & \quad - (\alpha_2 + \alpha_3) A_3 B_2 \sin [\vartheta - (\beta_2 - \beta_3)t_M] + \\
 & \quad + (\beta_2 - \beta_3) A_2 B_3 \cos [\eta + (\beta_2 - \beta_3)t_M] - \\
 & \quad \left. - (\beta_2 - \beta_3) A_3 B_2 \cos [\vartheta - (\beta_2 - \beta_3)t_M] \right\} = 0.
 \end{aligned}$$

Для упрощения полученного уравнения вводятся обозначения:

$$\vartheta_1 = \vartheta + (\beta_1 - \beta_2)t_M,$$

$$\vartheta_2 = \vartheta - (\beta_2 - \beta_3)t_M,$$

$$\eta_1 = \eta + (\beta_2 - \beta_3)t_M,$$

$$\eta_2 = \eta - (\beta_1 - \beta_2)t_M;$$

и после деления всех членов на $B_1 B_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t_M}$ получается уравнение

$$\begin{aligned}
 & (\alpha_1 + \alpha_2) \left(\frac{A_1}{B_1} \sin \vartheta_1 + \frac{A_2}{B_2} \sin \eta_2 \right) - (\beta_1 - \beta_2) \left(\frac{A_1}{B_1} \cos \vartheta_1 - \frac{A_2}{B_2} \cos \eta_2 \right) - \\
 & - \frac{B_3}{B_1} e^{-(\alpha_3 - \alpha_1)t_M} \left[(\alpha_2 + \alpha_3) \left(\frac{A_3}{B_3} \sin \vartheta_2 + \frac{A_2}{B_2} \sin \eta_1 \right) + \right. \\
 & \left. + (\beta_2 - \beta_3) \left(\frac{A_3}{B_3} \cos \vartheta_2 - \frac{A_2}{B_2} \cos \eta_1 \right) \right] = 0.
 \end{aligned}$$

После подставления конкретных числовых величин, встречающихся при исследовании данного вопроса, выясняется, что

$$\frac{A_1}{B_1} \approx \frac{A_3}{B_3} \approx 1,05.$$

Также оказывается, что вблизи t_m действительно с достаточной точностью

$$\frac{B_3}{B_1} e^{-(\alpha_3 - \alpha_1) t_m} \approx 1,25 - 0,02 k,$$

где $k = \frac{1}{x_c}$ степень компенсации ($k = 1 \dots 10$).

Таким образом для определения времени t_m получается приблизительное уравнение

$$\begin{aligned} & (\alpha_1 + \alpha_2) \left(1,05 \sin \vartheta_1 + \frac{A_2}{B_2} \sin \eta_2 \right) - (\beta_1 - \beta_2) \left(1,05 \cos \vartheta_1 - \right. \\ & \left. - \frac{A_2}{B_2} \cos \eta_2 \right) - (1,25 - 0,02 k) \left[(\alpha_2 + \alpha_3) \left(1,05 \sin \vartheta_2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{A_2}{B_2} \sin \eta_1 \right) + (\beta_2 - \beta_3) \left(1,05 \cos \vartheta_2 - \frac{A_2}{B_2} \cos \eta_1 \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение этого уравнения проводится графически сравнительно быстро. Из опыта известно, что максимальный тормозной момент возникает в течение первого полу-периода после отключения в питающей сети; поэтому вычисляются значения левой части уравнения при

$$t = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \dots$$

до получения значения с обратным знаком. Сам расчет весьма прост, потому что в основном нужно определить значения четырех углов ϑ_1 , ϑ_2 , η_1 и η_2 , их синусы и косинусы и тогда помножить их при ϑ_1 и ϑ_2 на число 1,05, а в случае η_1 и η_2 на $\frac{A_2}{B_2}$. В виде таблицы это осуществимо в течение нескольких минут. Полученные точки на миллиметровой бумаге соединяются кривой и опреде-

ляется точка пересечения с осью t . Координата точки пересечения и есть t_M . Для вычисления значения максимального \overline{M} момента самой подходящей является формула

$$pg - fq = x_m \left[-e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t_M} (A_1 B_2 \sin \vartheta_1 + A_2 B_1 \sin \eta_2) + e^{-(\alpha_2 + \alpha_3)t_M} (A_2 B_3 \sin \eta_1 + A_3 B_2 \sin \vartheta_2) \right]. \quad (6)$$

Продолжая предыдущий пример, вычисляем ток ротора:

$$\begin{aligned} i_r &= 2,29 e^{-0,134t} \quad / - 49^\circ 6' + 0,617 t^\circ + \\ &+ 0,435 e^{-0,015t} \quad / - 11^\circ 26' - 0,028 t^\circ + \\ &+ 2,65 e^{-0,173t} \quad / 136^\circ 31' - 1,623 t^\circ. \end{aligned}$$

Дальше, вычисляя значения левой части уравнения (5) при $t=30^\circ$, 40° и 50° , получаем числа — 0,244, 0,167 и 0,594. Графически определяем $t_M=36^\circ$, и на основе формулы (6) получим $pg-fq=-0,581$. При проверке выясняется, что настоящий максимум момента $pg-fq=-0,597$ имеет место немного правее при $t=40^\circ$.

Максимальный момент как кратное номинального вычисляется при помощи формулы

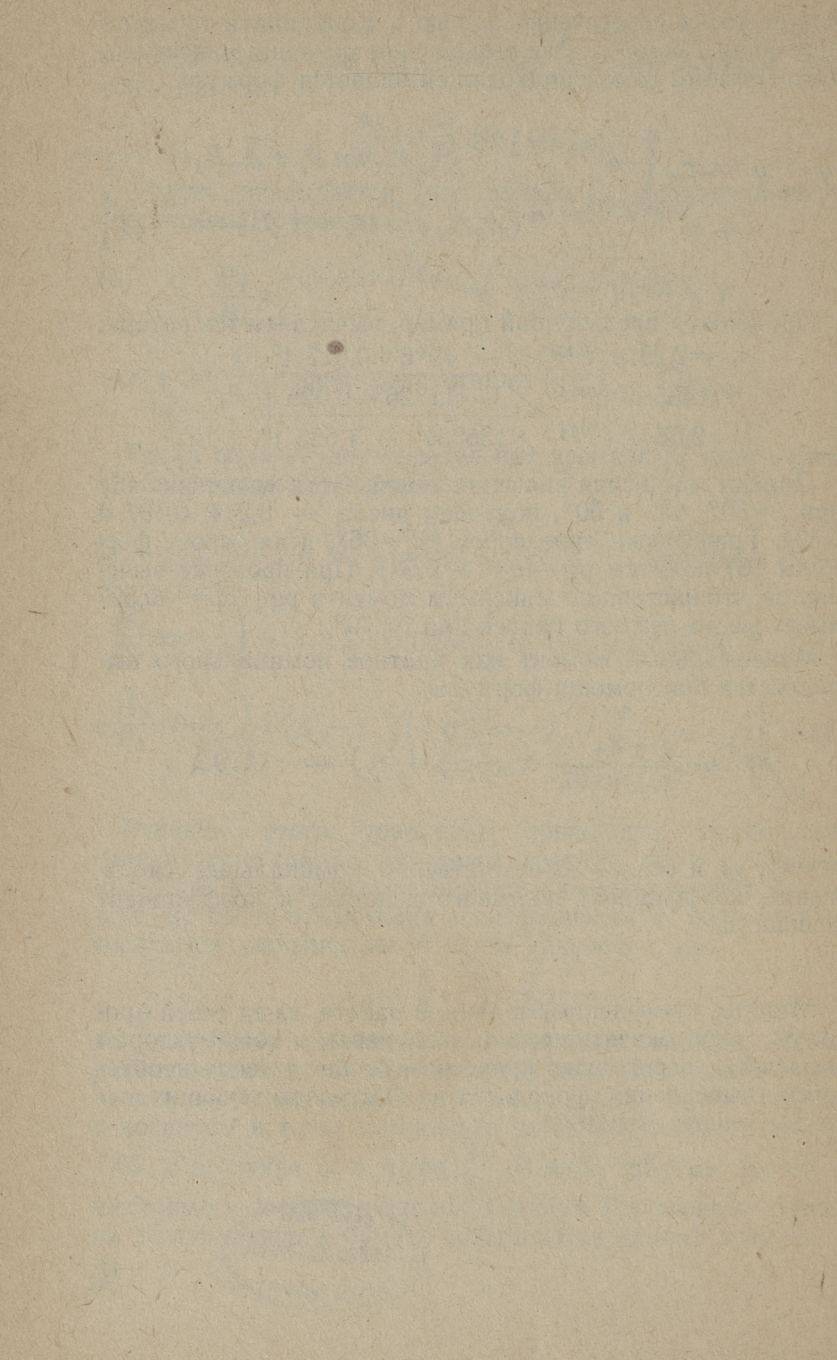
$$M' = \frac{1 - s_n}{\eta_n \cos \varphi_n} x_m (pg - fq) = -1,92 ,$$

где s_n , η_n и $\cos \varphi_n$ соответственно номинальные скольжение, коэффициент полезного действия и коэффициент мощности.

*

Методы, приведенные в данной работе, из-за своей простоты, могут оказать помощь инженерам и конструкторам в расчетах переходных процессов, особенно, если необходимые вычисления проводятся на быстродействующих вычислительных машинах.





ЛИТЕРАТУРА

1. Казовский Е. Я. Некоторые вопросы переходных процессов в машинах переменного тока, ГЭИ, 1953.
2. Грузов Л. Н. Методы математического исследования электрических машин, ГЭИ, 1953.
3. Конторович М. И. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях, Госуд. издат. технико-теоретической литературы, 1953.
4. Ристхейн Э. М. Поведение асинхронных короткозамкнутых двигателей при кратковременных перерывах питания, МЭИ, Москва, 1954.
5. Сыромятников И. А. Режимы работы асинхронных электродвигателей, ГЭИ, 1955 г.
6. Leonard, A. Allgemeines Verfahren für die Klärung der Selbst-erregungsbedingungen bei elektrischen Maschinen, «Archiv für Elektrotechnik», 1942, B. 36, N. 4.
7. Allik, K. Komplekssete kordajatega kuupyõrrandite nomograafiline lahendamine, Eesti NSV Teaduste Akadeemia Toimetised, VI köide, Tehniliste ja füüsikalise-matemaatiliste teaduste seria nr. 1, 1957.



К. К. Аллик

О МЕТОДАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В АСИНХРОННЫХ МАШИНАХ
ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЕ С КОНДЕНСАТОРНОЙ
БАТАРЕЕЙ

Таллинский Политехнический Институт

*

Редактор Л. Айнола

Технический редактор А. Тамм

Корректор Б. Тийкма

Сдано в набор 3. XII 1958. Подписано к печати 07. I 1959.
Бумага 54×84 1/16. Печатных листов 1,25. По формату 60×92
печатных листов 1,03. Учетно-издательских листов 0,57. Тираж 500.
МВ-00806. Заказ № 8720.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк 2.

Цена 40 коп.

Цена 40 коп.