TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213

ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И АВТОМАТИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ
II

ТАЛЛИН 1964

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621

ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И АВТОМАТИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ
II

ТАЛЛИН 1964

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК. 621. 382. 61

Г. Вяльямяэ, В. Кукк, Ю. Рехепапп, Х. Хаак, В. Хейнрихсен

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛЕНОЧНЫХ ДАТЧИКОВ ХОЛЛА ИЗ СЕЛЕНИДА РТУТИ

Введение

Значительное количество различных способов применения эффекта Холла [1] привлекает в последние годы все большее внимание. Но как известно, многие применения технически трудно осуществимы из-за невысоких параметров (чувствительность, стабильность и т. д.) существующих датчиков.

По технологии изготовления датчики можно разделить на кристаллические и пленочные, из которых в настоящее время преимущественное применение нашли первые. В кристаллических датчиках высокая чувствительность достигается либо за счет высокой подвижности носителей, либо за счет уменьшения их концентрации. Это в первом случае приводит к нарушению линейности амплитудной характеристики и значительному эффекту магнитосопротивления, а во втором случае к большой температурной зависимости. В пленочных датчиках необходимая чувствительность достигается преимущественно за счет уменьшения толщины датчиков.

В последнее время тонкие пленки находят все большее применение в электронике, полупроводниковой технике и т. д., открывающих весьма широкие возможности для решения многочисленных задач. Поэтому дальнейшее исследование пленочных датчиков с целью улучшения их свойств и выяснения новых областей применения заслуживает серьезного внимания.

Во многих случаях пленочные датчики благодаря весьма малой толщине, гибкости, относительной простоте изготовления специальных датчиков со сложной конфигурацией и т. д.

имеют явные преимущества перед кристаллическими датчиками.

В литературе имеются данные о пленках из HgSe HgTe [2], InAs, InSb [3, 4] и других веществ, которые уже нашли или могут найти применение для изготовления пленочных датчиков.

Ввиду ряда ценнных свойств, к которым следует отнести малую температурную зависимость параметров, хорошую линейность и др., заслуживают большое внимание разработанные О. Д. Елпатьевской и А. Р. Регелем пленочные датчики из HgSe [2]. Однако указанные датчики нашли сравнительно ограниченное техническое применение, одной из основных причин которого во многих случаях является недостаточная стабильность параметров и контактов.

Исходя из этого нами поставлена задача исследовать некоторые вопросы технологии изготовления датчиков из HgSe с целью выяснения возможности применения усовершенствованной технологии, основанной полностью на вакуумном испарении.

В настоящей статье приводятся первые результаты этих исследований.

Контакты

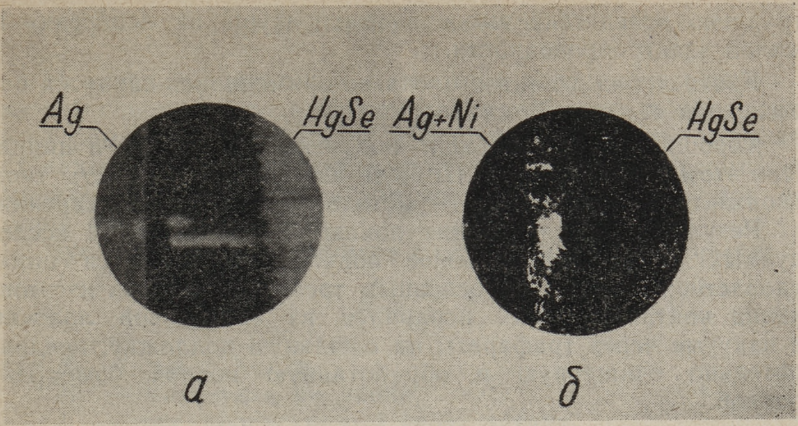
При изготовлении пленочных датчиков из селенида ртути, как показал опыт, весьма важным оказывается выбор материала контактов и технология их изготовления, так как одной из главных причин нестабильности датчиков являются некачественные контакты.

К контактным материалам предъявляют ряд требований, из которых наиболее существенными являются: малое контактное сопротивление, линейность контактного перехода, временная стабильность контактного сопротивления, неферромагнитность, высокая электропроводимость. Контактные материалы должны обладать также механической прочностью, быть химически стойкими относительно селенида ртути, иметь надежное сцепление с материалом подложки, допускать пайку выходных проводников.

Выполнение всех этих требований должно иметь место до температуры 160—180°, так как при изготовлении датчиков их температура может достигать указанных значений.

Существенными являются также экономические показатели, к которым в первую очередь относятся недефицитность материалов и простота технологии.

В целях выяснения оптимального материала контактов были изготовлены и испытаны специальные трехконтактные



Фиг. 1. Переходная зона контактов:
а — серебряный контакт (увеличен примерно в 150 раз), *б* — никелированный контакт (увеличен примерно в 10 раз)

образцы. Сопротивление контактов определялось методом трех измерений.

В результате испытаний из числа возможных контактных материалов была исключена медь из-за нелинейности контактного сопротивления после температурных воздействий.

Также было исключено серебро вследствие малой химической стойкости контактов. На фиг. 1*а* приводится фото переходной зоны серебряного контакта, где между серебряным контактом и пленкой HgSe видна область разрушения пленки.

Не оправдали себя также никелированные электролитическим методом серебряные контакты из-за их малой стойкости и сравнительно сложной технологии. У многих существующих датчиков этого типа наблюдается разрушение контактной зоны, предполагаемой причиной которого являются непокрытые никелем зерна серебра. На фиг. 1*б* приводится фото контакта подобного датчика, изготовленного примерно 4 года тому назад.

Контакты из железа и никеля, изготовленные гальваническим методом на медном основании, нанесенном предварительно вакуумным испарением, имеют вполне удовлетворительное качество. Однако, их применение нецелесообразно из-за ферромагнитных свойств указанных материалов и сложности технологии. Непосредственное получение контактов из этих материалов методом вакуумного испарения затруднено вследствие высокой температуры их испарения и малой электропроводности.

Контакты из свинца и олова не применялись ввиду их пониженной теплостойкости.

Хорошие контакты были получены из золота и цинка. При этом золотые контакты были изготовлены из пасты типа «контактол», а цинковые — методом вакуумного испарения.

Результаты исследования показали, что из числа исследуемых материалов наиболее подходящим является цинк, удовлетворяющий всем основным требованиям. При изготовлении контактов цинк испарялся из танталовой лодочки в вакууме через трафареты на слюдяную подложку, предварительно очищенную и обработанную ионной бомбардировкой.

Изготовление датчиков

Для изготовления пленочных датчиков использовался метод вакуумного испарения [5] кристаллов селенида ртути на вакуумной установке УВР-2.

В качестве испарителя использовалась танталовая лодочка, которая нагревалась током. Тепловой режим испарителя контролировался мощностью, расходуемой подогревателем. Мощность определялась специальным ваттметром на эффекте Холла. Напыление пленок производилось на нагретых слюдяных или ферритовых основаниях, на которые предварительно были нанесены контакты.

Как указано в литературе [6, 7], в ряде технических применений целесообразно использовать датчик с отношением длины к ширине около 1,4. В соответствии с этим изготовленные нами датчики имели активную площадь 14×10 *мм*. Температура подложки, контролируемая термопарой, поддерживалась специальным подогревателем в пределах 100—180° С. Датчики с наиболее высокими значениями подвижности и чувствительности были получены при температурах 140—170° С.

С помощью стальных трафаретов испарялись пяти- и четырехэлектродные датчики.

Толщина датчиков определялась методом взвешивания и имела значение 1—10 *мк*.

Опыты по одноцикловой технологии были проведены на усовершенствованной нами установке УВР-2, позволяющей без нарушения вакуума наносить как металлические электроды, так и пленку из полупроводникового материала.

Испытание датчиков

Испытание датчиков в магнитном поле производилось в зазоре специального электромагнита. Обмотка возбуждения электромагнита питалась от электронного стабилизатора постоянным током. Магнитная индукция в зазоре магнита измерялась баллистическим методом *э. д. с* Холла — при помощи компенсатора.

Чувствительность датчиков k определялась по формуле

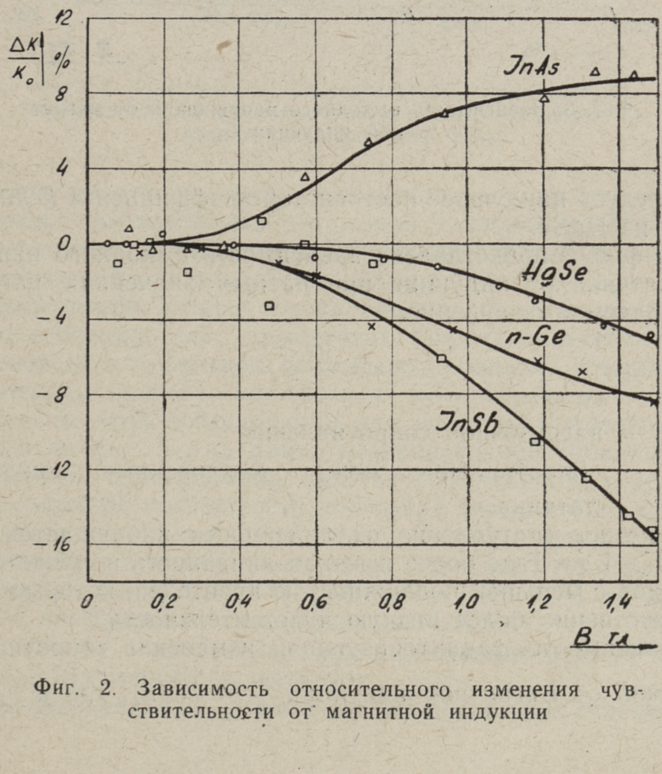
$$k = \frac{E_x}{BI},$$

где E_x — *э. д. с.* Холла,

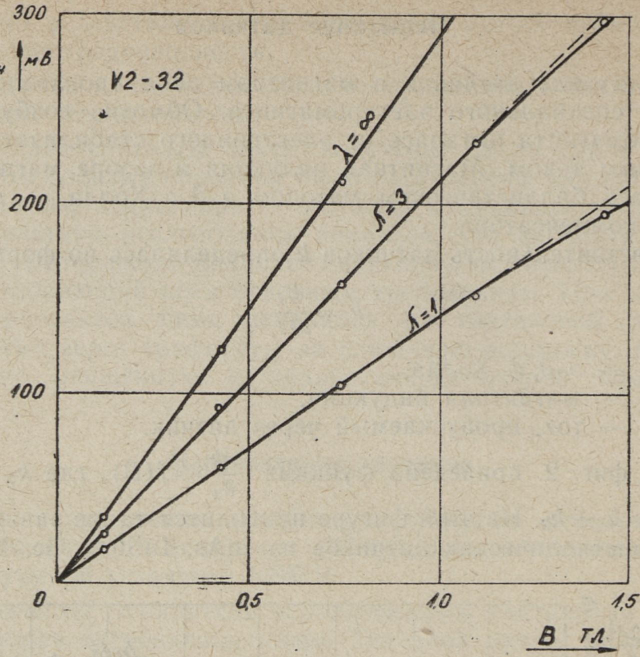
B — магнитная индукция,

I — ток, пропускаемый через датчик.

На фиг. 2. приведена функция $\frac{\Delta k}{k_0} = f(B)$, где $k_0 = k_{B \to 0}$ и $\Delta k = k - k_0$. На этой фигуре приводится та же зависимость для кристаллических датчиков из InAs, InSb и Ge. Из кри-



Фиг. 2. Зависимость относительного изменения чувствительности от магнитной индукции



Фиг. 3. Зависимость выходного напряжения от магнитной индукции

вых следует наилучшее постоянство коэффициента k для датчиков из HgSe.

На фиг. 3 представлена зависимость выходного напряжения датчика от индукции при разных значениях нагрузки, определяемой отношением

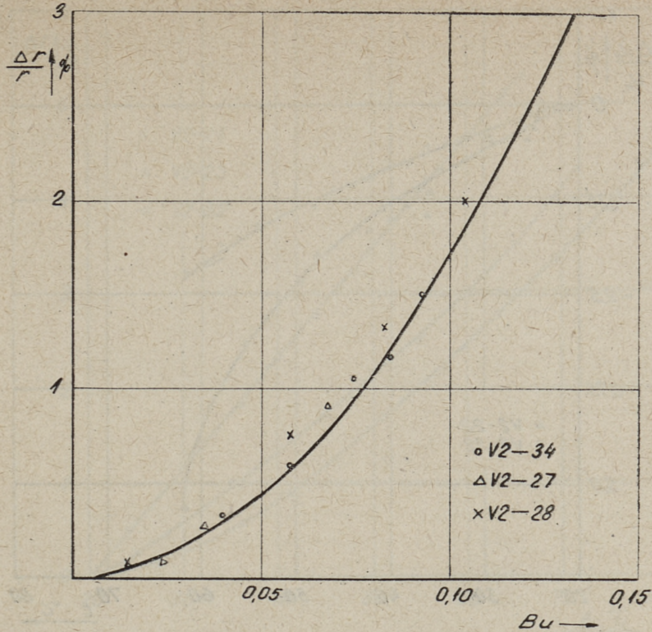
$$\lambda = \frac{r_н}{r_х},$$

где $r_н$ — нагрузочное сопротивление,

$r_х$ — сопротивление между холловскими контактами датчика.

Заметное отступление от линейности наблюдается лишь при $B > 1$ *тл*. Еще более высокая линейность получается для датчиков с меньшей подвижностью носителей, которые имеют соответственно более низкую чувствительность.

Зависимость, характеризующая изменение сопротивления датчиков от магнитной индукции $\frac{\Delta r}{r} = f(Bu)$, где u — под-



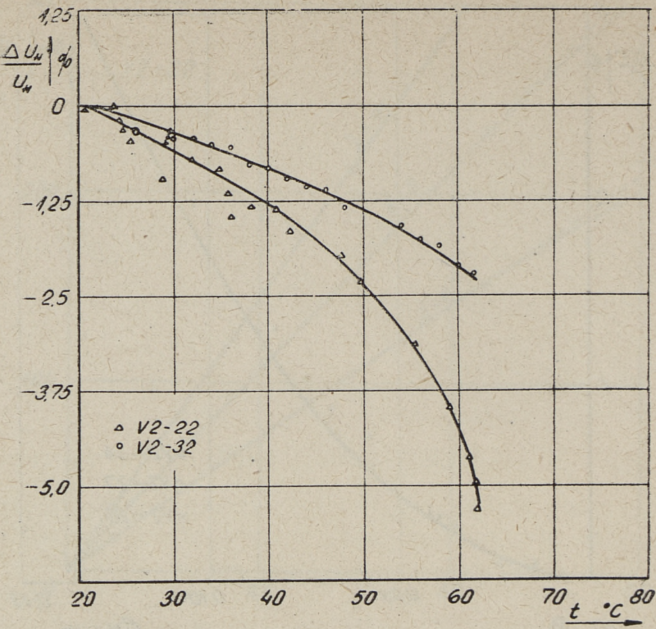
Фиг. 4. Зависимость относительного изменения сопротивления от произведения магнитной индукции на подвижность носителей тока

вижность носителей тока, приводится на фиг. 4 для трех датчиков, изготовленных по разной технологии. Изменение сопротивления датчиков незначительное и составляет в среднем 1% при $B = 1$ *тл*.

Температурная зависимость параметров датчика исследовалась в специальных термостатах. Определение температурных свойств в магнитном поле было проведено в термостате, помещенном между полюсными наконечниками магнита. Результаты этих исследований для некоторых датчиков приводятся на фиг. 5 и 6. Ввиду незначительной температурной зависимости *э. д. с.* Холла, при ее измерении для исключения возможной погрешности, вносимой термо-*э. д. с.*, электродвижущая сила Холла измерялась дважды при разных направлениях магнитной индукции. Средний температурный коэффициент *э. д. с.* Холла составляет 0,05%/°C и температурный коэффициент сопротивления 0,07%/°C.

В таблице 1 приведены характеризующие данные для некоторых изготовленных датчиков.

Предварительные результаты исследования стабильности



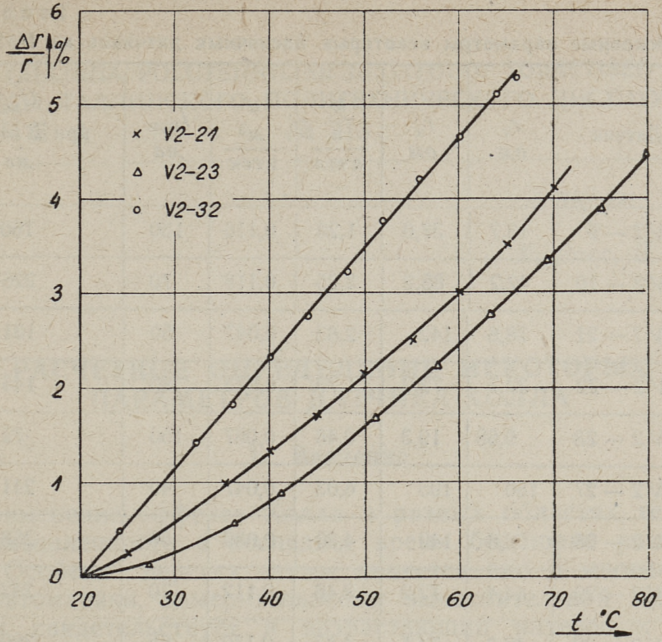
Фиг. 5. Зависимость относительного изменения выходного напряжения от температуры

датчиков, изготовленных по одноцикловой технологии, проводившегося в течение нескольких месяцев, показали, что структура пленки у электродов не изменялась и контакты были надежными. Однако, наблюдалось изменение параметров, особенно в течение первого месяца. Так например, сопротивление изменилось на 5—8%, подвижность на 10—15%, в дальнейшем сопротивление и подвижность изменялись незначительно.

По сравнению с датчиками, изготовленными по технологии, при которой контакты до нанесения пленки подвергались воздействию воздуха, полученные изменения были в 4—6 раз меньше. Также уменьшился значительно разброс изменения сопротивлений между различными электродами датчика, который был вызван, повидимому, изменением контактного сопротивления.

Заключение

Изготовлены опытные партии пленочных датчиков из HgSe различного назначения. Контакты и пленка HgSe были



Фиг. 6. Зависимость относительного изменения сопротивления от температуры

получены методом вакуумного испарения без нарушения вакуума в течение процесса.

Исследования датчиков показали, что по технологическим соображениям и качеству получаемых контактов в качестве материала для их изготовления целесообразно применять цинк.

Стабильность датчиков с цинковыми контактами лучше, чем у ранее разработанных датчиков, основой контактов которых использовалась серебряная паста типа «контактол».

Эксперименты показали, что технология, по которой контакты подвергались воздействию воздуха до нанесения пленки, мало пригодна для изготовления датчиков со стабильными параметрами и нецелесообразна для внедрения в массовое производство.

Первые опыты изготовления датчиков по одноцикловой технологии дали положительные результаты. Дальнейшему исследованию подлежат вопросы, связанные с разработкой методов и технологии старения с целью получения высокостабильных датчиков.

Таблица 1

Основные параметры некоторых пленочных датчиков из HgSe

№	Датчик	$r_т$ ом	$r_х$ ом	k $\frac{в}{а\,тл}$	u $\frac{м^2}{в\,сек}$	$I_{ном}$ ма	$U_{ном}$ при $B = 1\,тл$ мв
1	$V2-9$	13,7	37,0	1,23	0,116	130	160
2	$V2-10$	42,2	85,2	3,25	0,118	70	226
3	$V2-21$	78,6	142	2,63	0,047	50	131,5
4	$V2-22$	32,7	72,2	1,79	0,073	80	143
5	$V2-23$	9,68	19,3	0,48	0,067	150	72
6	$V2-27$	150	195	6,03	0,047	40	241
7	$V2-28$	69,6	149	4,30	0,089	60	258
8	$V2-29$	44,4	72,2	3,46	0,112	70	242
9	$V2-32$	49,3	74,5	4,47	0,130	65	290
10	$V2-34$	87,4	136	4,89	0,080	50	244
11	$V3-19$	75,2	94,7	1,89	0,088	60	113,5
12	$V3-33$	24,3	23,4	1,46	0,085	90	131,5

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Боголомов. Устройства с датчиками Холла и датчиками магнитосопротивления. Госэнергоиздат, 1961.
2. О. Д. Елпатьевская, А. Р. Регель. О некоторых возможностях измерения напряженности магнитного поля пленочными датчиками *э. д. с.* Холла, изготовленными из HgSe, HgTe и их твердых растворов. ЖТФ 26, 2432 (1956).
3. R. Henkel. Three new devices readied from thin film Hall effect. Electron News 7, 48 (1962).
4. K. G. Günther, H. Fuller. Neuartige Hallgeneratoren mit aufgedämpfter Halbleiterschicht. Siemens-Zeitschrift 36, № 10 (1962).
5. В. В. Слуцкая. Тонкие пленки в технике сверхвысоких частот. Госэнергоиздат, 1962.
6. Г. Х. Вяльямяэ. О возможности использования эффекта Холла для непрерывного измерения в пермеаметре магнитных свойств магнитомягких материалов. Труды Таллинского политехн. инст., сер. А, № 180, 1960.
7. В. Р. Хейнрихсен. О параметрах квадратора на базе эффекта Холла. Труды Таллинского политехн. инст., сер. А, № 193, 1962.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621. 382. 61

Х. Росс, В. Кукк

РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ ДАТЧИКА ХОЛЛА

1. Введение

Применение эффекта Холла в разных областях техники и промышленности в последнее время бесспорно расширилось. Особенно перспективным является оно в многих схемах автоматики, измерительной и вычислительной техники, о чем свидетельствует и возрастающий интерес к нему в соответствующей отечественной и зарубежной литературе. Анализ этой литературы показывает, что в основном исследования для улучшения эксплуатационных свойств датчика Холла носят экспериментальный характер, в то время как теоретическим вопросам уделено значительно меньше внимания. Ввиду того до сих пор не решен ряд основных проблем, от которых по нашему мнению в большой степени зависит эффективность применения датчиков Холла.

Эти проблемы могут быть сформулированы в виде следующих вопросов:

1. Какая должна быть конфигурация датчика для получения оптимальных режимов работы, и какие должны быть взаимные относительные соотношения размеров датчика?

2. Какие должны быть оптимальные расположения электродов и их относительные размеры?

В какой степени влияют на параметры датчика отклонения расположения электродов от заданного?

3. Какие будут погрешности из-за неоднородности приложенного магнитного поля?

Как известно из литературы [1, 2, 3], пока исследовался только частный случай — прямоугольный датчик с точечными холловскими электродами. Результаты получены для частных случаев (маленькие и большие углы Холла, короткие и длинные датчики) в виде сложных приближенных формул. Не исследовались более важные практические варианты, где электроды имеют конечные размеры и датчик имеет произвольную конфигурацию; совершенно отсутствуют данные о выходных сопротивлениях и о сопротивлениях «плеча» (сопротивления между соседними электродами). Также отсутствуют сведения об обобщенных зависимостях параметров датчика от геометрии и магнитного поля. Из-за этого нельзя определить оптимальных параметров датчика Холла и произвести полный расчет его как элемента схемы.

Для решения вышеуказанных вопросов в первую очередь необходимо разработать соответствующую методику.

Предварительный анализ проблемы показал, что независимо от того, в каких понятиях выражаются результаты (распределение потенциала, сопротивления), необходимо решить соответствующую задачу электромагнитного поля в датчике Холла.

Прежде всего необходимо установить, удовлетворяет ли поле датчика уравнению Лапласа

$$\Delta \boldsymbol{E} = 0, \tag{1}$$

где напряженность электрического поля E в общем случае содержит в себе и напряженность электрического поля Холла E_{H}, которое определяется по выражению

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{H}} = C_{\mathrm{H}} \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}, \tag{2}$$

где C_{H} — постоянная Холла,*

$\boldsymbol{j}$ — вектор плотности тока и

$\boldsymbol{B}$ — вектор магнитной индукции.

Как известно, уравнение эффекта Холла может быть выражено в следующей форме:

$$\varrho \boldsymbol{j} = \boldsymbol{E} + C_{\mathrm{H}} \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}, \tag{3}$$

где

ϱ — удельное сопротивление материала.

Выражая уравнение (3) в комплексной форме, получим

$$E = \varrho j \left(1 + i \frac{C_{\mathrm{H}}}{\varrho} B \right), \tag{4}$$

где $i = \sqrt{-1}$.

Очевидно, что векторы $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{j}$ образуют между собой постоянный угол Θ (угол Холла), который равен

$$\Theta = \operatorname{arctg} \frac{C_{\mathrm{H}} B}{\varrho} = \operatorname{arctg} B u_{\mathrm{H}}, \tag{5}$$

---

* В литературе иногда постоянная Холла обозначается через R_{H}.

где $u_{\text{Н}}$ — холловская подвижность носителей тока.

Следовательно, если магнитное поле однородное, то уравнения поля датчика принимают вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \boldsymbol{E} &= 0, \\ \operatorname{rot} \boldsymbol{j} &= 0, \\ \operatorname{div} \boldsymbol{E} &= 0, \\ \operatorname{div} \boldsymbol{j} &= 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Выражение (6) приводит к уравнению Лапласа (1).

Решение уравнения (1) классическим методом на наш взгляд нецелесообразно ввиду трудности подстановки граничных условий.

Как видно из литературы [4], сделана и попытка решить аналогичные проблемы при помощи математического моделирования. Но по своей специфике этот метод может быть применен только для данного конкретного случая и не позволяет анализировать более общие проблемы.

Как ниже будет показано, проблему о геометрии датчика можно разделить на две части. Первая часть заключает исследования связи между геометрией датчика и некоторыми обобщенными параметрами, характеризующими геометрию датчика. Во второй части исследуются зависимости между этими параметрами и электрическими параметрами датчика (сопротивления).

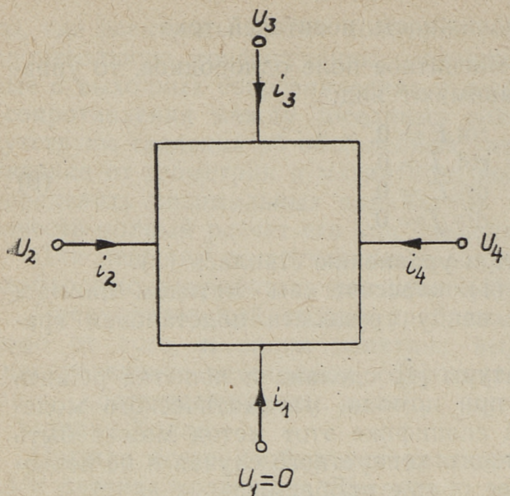
При такой методике решения проблемы самым удобным математическим аппаратом является метод конформных отображений [2].

2. О решении проблемы

Поставленная нами задача может быть решена для датчика симметричной или несимметричной формы. Наиболее простым, с расчетной точки зрения, является симметричный случай. Ввиду этого в данной работе основное внимание уделено идеальному симметричному четырехэлектродному датчику.

Уравнения такого датчика (фиг. 1) целесообразно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} U_2 &= i_2 r + i_3 \frac{r_{\text{en}} + r_{\text{H}}}{2} + i_4 \left(r - \frac{r_{\text{ex}} - r_{\text{H}}}{2} \right), \\ U_3 &= i_2 \frac{r_{\text{en}} - r_{\text{H}}}{2} + i_3 r_{\text{en}} + i_4 \frac{r_{\text{en}} + r_{\text{H}}}{2}, \\ U_4 &= i_2 \left(r - \frac{r_{\text{ex}} + r_{\text{H}}}{2} \right) + i_3 \frac{r_{\text{en}} - r_{\text{H}}}{2} + i_4 r, \end{aligned} \tag{7}$$



Фиг. 1. Потенциалы и токи датчика

где U_2, U_3, U_4 — потенциалы соответствующих электродов,
i_2, i_3, i_4 — токи через соответствующие электроды,
r_{ex} — входное сопротивление датчика,
r_{en} — выходное сопротивление датчика,
r — сопротивление «плеча» (сопротивление между соседними электродами),
r_H — сопротивление Холла (передаточное сопротивление противоположно расположенных пар электродов; определяется как соотношение напряжения Холла к входному току).

Как видно из уравнения (7), идеальный датчик полностью характеризуется четырьмя сопротивлениями.

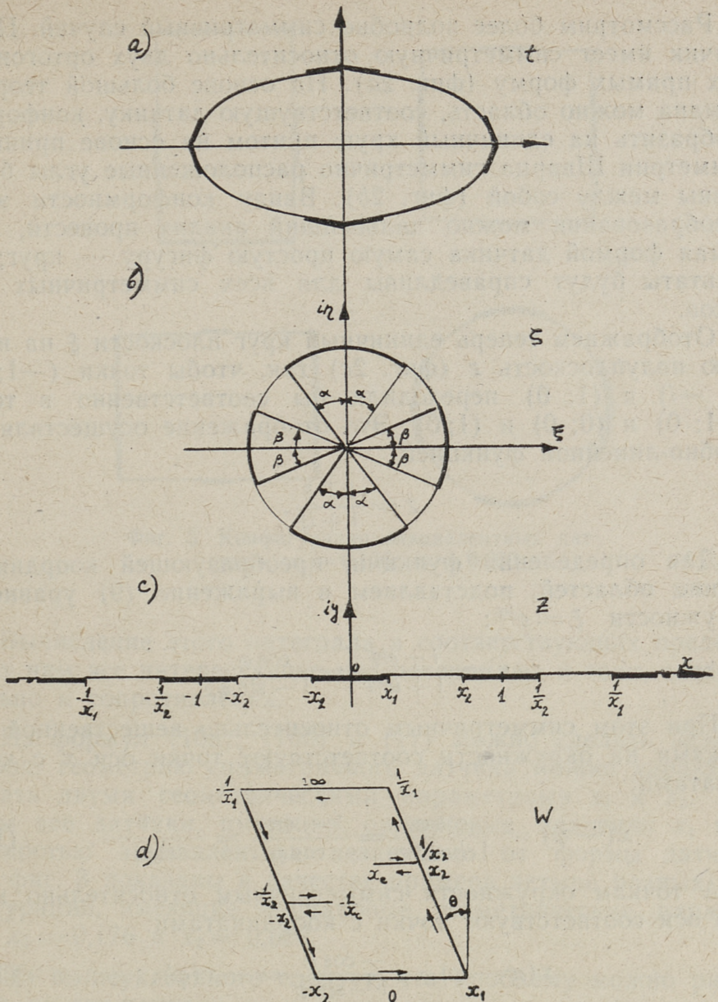
В самом общем случае определяем сопротивления (входные и передаточные) как функции некоторых параметров и угла Холла:

$$r_{ik} = f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \Theta), \tag{8}$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — геометрические параметры,
Θ — угол Холла.

Эти сопротивления могут быть вычислены через потенциалы и токи электродов. Так как поле в датчике удовлетворяет уравнению Лапласа; то для вычисления потенциалов и токов можно применять метод конформных отображений [5].

Для этого рассматриваем датчик на комплексной плоскости $t = u + iv$ (фиг. 2*a*) и отображаем внутренность фи-



Фиг. 2. Конформные отображения

гуры конформно на верхнюю полуплоскость плоскости $z = x + iy$ (фиг. 2c) таким образом, чтобы края фигуры переходили бы на вещественную ось x. Учитывая граничные условия, отображаем полученную верхнюю полуплоскость z во внутренность параллелограммы с «кончиками» (фиг. 2d) на комплексной плоскости W так, чтобы $W = U + iV$ представляло бы комплексный потенциал.

Рассмотрим более подробно симметричный случай. Пусть датчик имеет симметричную относительно двух ортогональных прямых форму (фиг. 2*a*). На основе большой теоремы Римана можно область, соответствущую датчику, конформно отобразить на единичный круг; притом на основе принципа симметрии Шварца симметрично расположенные углы будут равны между собой (фиг. 2*b*). Ввиду конформности этого преобразования можно дальнейший анализ провести, принимая формой датчика самую простую фигуру — круг; результаты будут справедливы для всех симметричных датчиков.

Отображаем теперь единичный круг плоскости ξ на верхнюю полуплоскость z (фиг. 2*c*) так, чтобы точки (—1; 0), (0; —i) и (1; 0) переходили бы соответственно в точки (—1; 0) и (0; 0) и (1; 0). Это отображение осуществляется дробно-линейной функцией

$$z = \frac{i + \xi}{1 + i\xi}. \tag{9}$$

Для определения функции, преобразующей координаты границ областей, подставляем в выражение (9) уравнение окружности $\xi = e^{i\varphi}$:

$$x = \frac{i + e^{i\varphi}}{1 + ie^{i\varphi}} = \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi}. \tag{10}$$

При этом симметричным относительно вещественной оси точкам на окружности соответствуют точки оси x с координатами:

$$x(-\varphi) = \frac{\cos\varphi}{1 + \sin\varphi} = \frac{1 - \sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{1}{x(\varphi)}. \tag{10a}$$

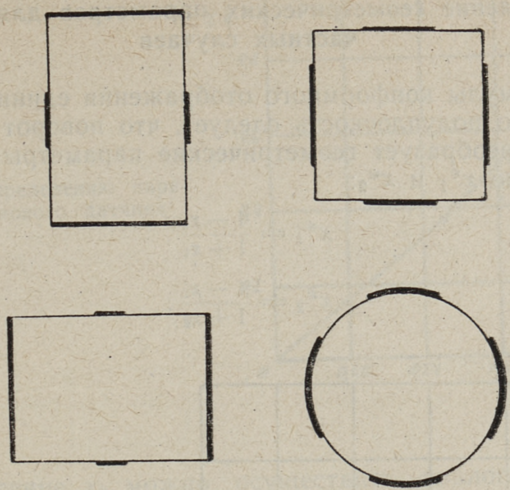
А точкам окружности симметричным относительно мнимой оси соответствуют точки с координатами:

$$x(\pi - \varphi) = \frac{-\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} = -x(\varphi). \tag{10b}$$

Отображение верхней полуплоскости z на плоскость W (фиг. 2*d*) осуществляется при помощи формулы Шварца — Кристоффеля. Учитывая (10а) и (10б), получаем:

$$W = \int\limits_0^z \frac{(z - x_c)\left(z + \frac{1}{x_c}\right) dz}{\left(\left[(z - x_1)\left(z + \frac{1}{x_1}\right)(z + x_2)\left(z - \frac{1}{x_2}\right)\right]^{\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}}\right) \times} \tag{11}$$

$$\times\left(\left[(z + x_1)\left(z - \frac{1}{x_1}\right)(z - x_2)\left(z + \frac{1}{x_2}\right)\right]^{\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}}\right).$$



Фиг. 3. Конфигурации эквивалентных датчиков, $x_1 = 0{,}176$; $x_2 = 0{,}600$

Вычисление этого интеграла в соответствующих пределах дает нам все интересующие нас потенциалы и токи, следовательно и сопротивления.

Из формул (10а), (10b) и (11) можно сделать важный вывод: геометрию симметричного датчика можно характеризовать двумя геометрическими параметрами x_1 и x_2. При этом все датчики, имеющие одинаковые значения x_1 и x_2 полностью эквивалентны, независимо от формы датчика. На фиг. 3 показаны в качестве примера четыре разных конфигураций, имеющие одинаковые геометрические параметры $x_1 = 0{,}176$ и $x_2 = 0{,}600$.

Из вышеуказанного следует, что проблему можно разделить на две части:

1) определение конфигурации по заданным x_1 и x_2 или определение x_1 и x_2;

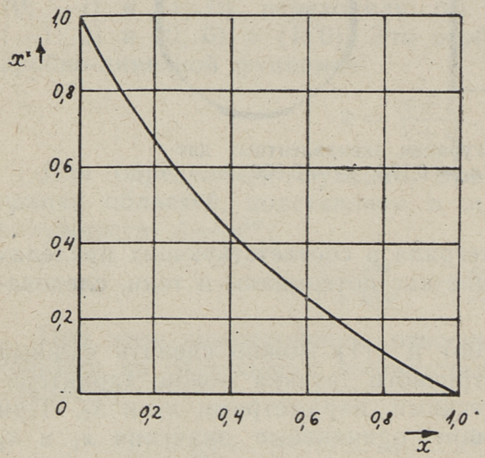
2) определение сопротивлений (8) как функций от x_1, x_2 и Θ, т. е. $r_{ik} = f(x_1, x_2, \Theta)$.

При решении проблемы необходимо, во-первых, на основе заданных значений сопротивлений определить их реализуемость и соответствующие геометрические параметры, а затем на основе их определить оптимальные конструктивные параметры датчика Холла.

3. Определение геометрических параметров для некоторых частных случаев

Из формулы конформного отображения единичного круга на верхнюю полуплоскость следует, что поворот датчика на угол $\pi/2$ преобразует геометрические параметры x_1 и x_2 соответственно x^*_1 и x^*_2:

$$x^*_1 = \frac{1 - x_1}{1 + x_1},$$
$$x^*_2 = \frac{1 - x_2}{1 + x_2}. \tag{12}$$



Фиг. 4. График функции $x^* = \dfrac{1 - x}{1 + x}$

График этой функции изображен на фиг. 4. Приведенные соотношения позволяют упростить решение данной проблемы и определить, при каких значениях x_1 и x_2 сопротивления датчика инвариантны относительно поворота.

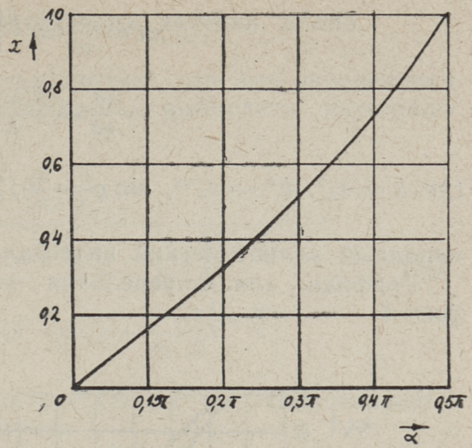
Для иллюстрации определения x_1 и x_2 рассмотрим два случая.

1. Дисковый датчик.

Если обозначить через α половину центрального угла, соответствующего электроду, то на основе (10)

$$x_1 = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}. \tag{13}$$

График этой функции на фиг. 5.



Фиг. 5. К определению параметров дискового датчика

Определение x_2 можно осуществить аналогично; после осуществления поворота датчика на угол $\pi/2$ и учитывая (12), получим

$$x_2 = \frac{1 - x_2^*}{1 + x_2^*}.$$

2. Прямоугольный датчик (фиг. 6).

Как известно, отображение прямоугольника на верхнюю полуплоскость осуществляется функцией $sn\,\zeta$ [6]. Следовательно

$$x_1 = x_b \operatorname{sn}[m \cdot K(k),\ k],$$

где

k — модуль,

$m = \frac{oa}{ob}$ — относительная ширина электрода,

$K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода.

Ту же формулу можно употреблять для вычисления x_2, только вместо x_b и x_1 надо применять x_b^* и x_2^*.

Модуль k и параметр x_b можно определить из формулы

$$k_0 = \frac{bd}{ob} = \frac{1}{2}\frac{K(k')}{K(k)}, \qquad (14a)$$

$$k = x_b^2,$$

где $k' = \sqrt{1 - k^2}$.

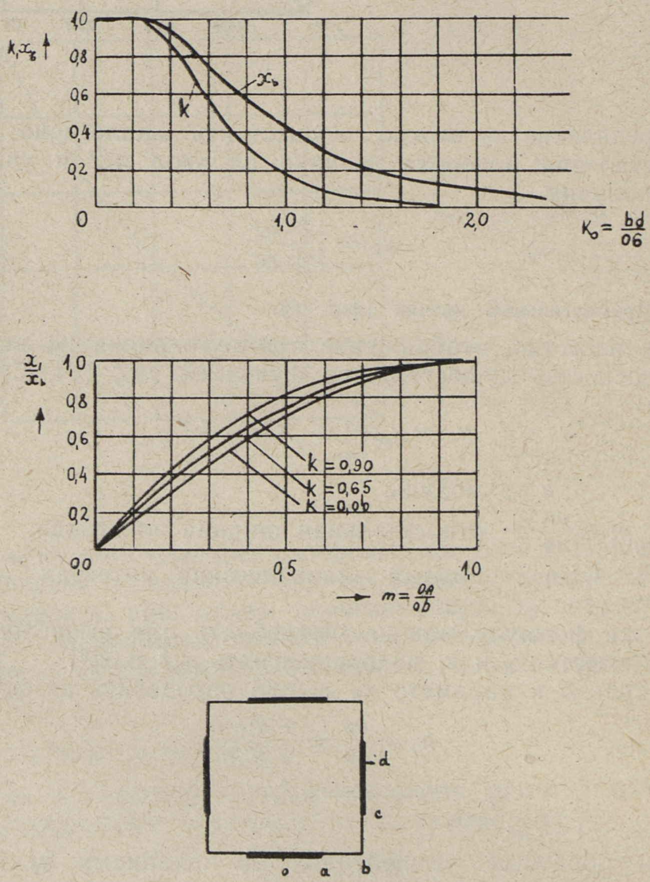
При обратных вычислениях по заданному k_0 найдем x_b (или по $\frac{1}{k_0} x_b^*$), а затем m и n при помощи формул:

$$m = \frac{oa}{ob} = \frac{F(k, \varphi)}{K(k)}, \tag{14b}$$

$$n = \frac{cd}{bd} = \frac{F(k^*, \varphi^*)}{K(k)}, \tag{14c}$$

где $k = x_b^2$, $k^* = x_b^{*2}$, $\sin\varphi = \frac{x_1}{x_b}$, $\sin\varphi^* = \frac{x_2^*}{x_b^*}$ и $F(k, \varphi)$ — неполный эллиптический интеграл первого рода.

Графики для определения параметров приведены на фиг. 6.



Фиг. 6. К определению параметров прямоугольного датчика.

4. Вычисление сопротивлений датчика Холла

Из второго раздела статьи следует, что для определения сопротивлений датчика необходимо вычислить интегралы типа

$$\int\limits_{x_i}^{x_j} \frac{(x - x_c)\left(x + \dfrac{1}{x_c}\right) dx}{\left| \left[(x - x_1)\left(x + \dfrac{1}{x_1}\right)(x + x_2)\left(x - \dfrac{1}{x_2}\right) \right]^{\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}} \left[(x + x_1)\left(x - \dfrac{1}{x_1}\right)(x - x_2)\left(x + \dfrac{1}{x_2}\right) \right]^{\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}} \right|} . \tag{16}$$

Можно показать, что интересующие нас сопротивления (8) выражаются через формулы:

$$\begin{aligned} r_{\text{еп}} &= \frac{\varrho}{d} \frac{M - N}{P} \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\varrho}{d} G_{\text{еп}} ; \\ r_{\text{ех}} &= \frac{\varrho}{d} \frac{R - S}{U} \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\varrho}{d} G_{\text{ех}} ; \\ r &= \frac{\varrho}{d} \frac{K}{L} \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\varrho}{d} G ; \\ r_{\text{Н}} &= \frac{\varrho}{d} \frac{M + N}{P} \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\varrho}{d} \frac{R + S}{U} \frac{1}{\cos\theta} \frac{\varrho}{d} G_{\text{Н}} , \end{aligned} \tag{17}$$

где ϱ — удельное сопротивление материала датчика,
d — толщина датчика,
а K, L, M, N, P, R, S, U выражаются через интегралы, полученные из общей формулы (16). Например

$$M = \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{x^2 - 1 - ax}{|D|} dx ,$$

где D — знаменатель подинтегрального выражения (16) и

$$a = \frac{\displaystyle\int\limits_{x_2}^{1/x_2} \frac{x^2 - 1}{|D|} dx}{\displaystyle\int\limits_{x_2}^{1/x_2} \frac{x}{|D|} dx} .$$

Не трудно видеть, что решение проблемы приводит к необходимости вычисления интегралов вида

$$I = \int_{t_i}^{t_j} t^p \left| [(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)(t-t_4)]^{-\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi}} \right.$$

$$\left. [(t-t_5)(t-t_6)(t-t_7)(t-t_8)]^{-\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi}} \right| dt, \tag{18}$$

где $p = 0, 1, 2$.

Эти интегралы не выражаются через элементарные функции и потому их надо вычислять численными методами.

Трудности возникают из-за того, что интегралы (18) являются несобственными. Для вычисления таких интегралов можно пользоваться методом, предложенным Л. В. Канторовичем [7], но при решении данной задачи применение этого метода нецелесообразно, так как объем расчетов относительно велик и для вычисления на ЭЦВМ мало удобен. Обычные методы численного интегрирования (трапеций, Симпсона) совсем не применимы.

По нашему мнению наиболее целесообразным оказался метод, принцип которого коротко заключается в следующем:

Выделяем

$$(t-t_i)^{\beta}(t_j-t)^{\alpha} \tag{19a}$$

в весовую функцию. Постановка

$$t = t_j - (t_j - t_i)y \tag{19б}$$

или

$$t = t_i + (t_j - t_i)y \tag{19c}$$

приводит интеграл (18) к виду

$$I = \int_0^1 y^{\beta}(1-y)^{\alpha} f(y)\,dy, \quad \beta < \alpha \tag{20}$$

где $f(y)$ не имеет на отрезке [0, 1] особенностей. Формула численного интегрирования имеет тогда вид

$$I \approx \sum_1^n A_k f(y_k), \tag{21}$$

где узлы интегрирования y_k (корни многочлена Якоби степени n) и коэффициенты A_k не зависят от функции $f(y)$. Для вычисления интеграла (20) имеются таблицы y_k и A_k для $n = 1 \div 8$ [8]. Вычисления были произведены на ЭЦВМ АН ЭССР. Программирование оказалось сравнительно простым из-за простоты выбранного метода вычислений. Следует отметить, что несмотря на малое быстродействие машины вычисление одной варианты (заданные x_1, x_2, θ при $n = 8$) требовало времени меньше 1 минуты.

5. О результатах вычислений

Вычисления были произведены при следующих значениях аргументов:

$$x_1=\frac{1}{19};\ \frac{1}{9};\ \frac{3}{17};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{3};\ \sqrt{2}-1;\ 0{,}5;\ 0{,}6;\ 0{,}7;\ 0{,}8;$$

$$x_2=\frac{1}{9};\ \frac{3}{17};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{3};\ \sqrt{2}-1;\ 0{,}5;\ 0{,}6;\ 0{,}7;\ 0{,}8;\ 0{,}9;$$

$$\Theta=0;\ 0{,}1\pi;\ 0{,}2\pi;\ 0{,}3\pi;\ 0{,}4\pi.$$

Вычислялись: G_{en}, G_{ex}, G, G_H по формулам (17). G_H вычислялось по двум формулам:

$$G_H=\frac{M+N}{P}\frac{1}{\cos\Theta},$$

$$G_H=\frac{R+S}{U}\frac{1}{\cos\Theta}.$$

По разнице последних и по некоторым заранее известным значениям G_{en}, G_{ex}, и G_H была оценена точность вычислений. В большинстве случаев точность удовлетворила практическим требованиям, только при $x_2-x_1\geqslant 0{,}7$ точность уменьшилась до 2 верных знаков.

Результаты вычислений обрабатываются. Однако уже сейчас можно сделать некоторые выводы:

1. Увеличение угла Холла уменьшает влияние геометрии на параметры датчика. В таблице 1 приведены значения отношения максимального и минимального входного сопротивления при взятых x_1 и x_2.

Таблица 1

Θ	0,0	$0{,}1\pi$	$0{,}2\pi$	$0{,}3\pi$	$0{,}4\pi$
$\frac{r_{en\,max}}{r_{en\,min}}$	4,46	4,30	3,57	2,78	1,85

2. G_H зависит от одного геометрического параметра

$$x_{10}=\frac{1+2x_1-x_2}{1+x_2}.$$

Асимптотические значения G_H при $x_{10}\to 0$ окажутся равными $\operatorname{tg}\Theta$, как и должно быть.

3. Коэффициент передачи по напряжению k_u увеличивается при увеличении x_2 и имеет максимум около $x_1\approx 0{,}5$ (при $x_2=0{,}9$). Величина максимума при $x_2=0{,}9$ $k_{u\,max}=0{,}64$.

4. Выходное напряжение датчика при постоянной входной мощности увеличивается с увеличением x_2 и имеет максимум при $x_1 \approx 0,2$.

5. Максимальный к. п. д. получается при

$$x_1 = x_2^* = \frac{1 - x_2}{1 + x_2} \approx 0,2.$$

Заключение

Как следует из вышеуказанного, выбранная нами методика позволяет определить все интересующие нас параметры датчика Холла и тем самым решать поставленную проблему.

После окончательного определения функций и зависимостей других электрических параметров датчика Холла от обобщенных геометрических параметров, можно приступить к более детальному анализу первой части проблемы, т. е. исследованию связи между параметрами реального датчика и обобщенными геометрическими параметрами. В этих исследованиях повидимому нужно учитывать и влияние других факторов (свойства материалов, технология изготовления датчиков, требования к точности и т. д.). На основе полученных результатов можно разработать основы расчета датчиков Холла.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Isenberg, B. R. Russell and R. F. Greene. Improved method for Measuring Hall Coefficients. Rev. Sci. Instr., 1948, vol. 19, 10, p. 685.
2. R. F. Wick. Solution of the Field Problem of the Germanium Gyrator. J. Appl. Phys., 1954, vol. 25, 6, p. 741.
3. H.J. Lippmann und F. Kuhrt. Der Geometrieeinfluß auf den transversalen magnetischen Widerstandseffekt bei rechteckförmigen Halbleiterplatten. Z. Naturforschg., 1958, Band 13a, S 474.
4. J. P. Newsome. Determination of the electrical characteristics of Hall plates. Proc. IEE, 1963, № 4, p. 653.
5. В. Коппенфельс и Ф. Штальман. Практика конформных отображений. ИЛ, 1963.
6. А. М. Журавский. Справочник по эллиптическим функциям. Изд. АН СССР, 1941.
7. Л. В. Канторович и В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа. Гостехиздат, 1952.
8. В. И. Крылов, В. В. Лугин, А. А. Янович. Таблицы для численного интегрирования функций со степенными особенностями $\int_0^1 x^{\beta}(1-x)^{\alpha} f(x)\,dx$. Изд. АН БССР, 1963.
9. В. М. Беляков, Р. И. Кравцова, М. Т. Раппопорт. Таблицы эллиптических функции, т. I. Изд. АН СССР, 1962.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621. 382. 61

В. Хейнрихсен

О ЧАСТОТНОЙ КОРРЕКЦИИ МАГНИТНЫХ КАНАЛОВ ГЕНЕРАТОРОВ *Э.Д.С.* ХОЛЛА

Введение

Во многих технических задачах применения генераторов *э. д. с.* Холла встречаются задачи, связанные с определением частотного диапазона или частотных погрешностей.

Генератор *э. д. с.* Холла, являясь множительным устройством, имеет два принципиально различных входных канала: токовой и магнитный.

Частотные свойства токового канала определяются в основном материалом и геометрией полупроводниковой пластинки и зависят от магнитного поля [1, 2]. При применении тонких датчиков из материала с небольшой проводимостью граничная частота порядка мегагерц.

Существует ряд преобразовательных усторойств на датчиках *э. д. с.* Холла, где переменный входной сигнал подключается и к магнитному каналу, частотные свойства которого определяются конструкцией и магнитными свойствами материала магнитной системы.

Для исследования частотной зависимости магнитного канала необходимо определить:

а) зависимость коэффициента пропорциональности c между током магнитного канала I и магнитной индукцией B от частоты;

б) зависимость тока от частоты.

Коэффициент пропорциональности c зависит от магнитной проницаемости μ, изменение которой приводит к нарушению линейной связи между током и магнитной индукцией.

При соответствующем выборе геометрических размеров магнитной системы [3] можно обеспечить в пределах допустимых погрешностей постоянство коэффициента c.

При выполнении этого условия под частотной погрешностью δ понимаем наибольшую по абсолютному значению относительную разность между входным током I в пределах заданного диапазона и входным током при нулевой частоте I_0

$$\delta = \frac{|I - I_0|}{I_0}. \qquad (1)$$

Магнитный канал генератора *э. д. с.* Холла имеет входное сопротивление индуктивного характера и его частотные свойства удобно характеризовать постоянной времени

$$T_1 = \frac{L}{R_1} \qquad (2)$$

или частотой излома ω_1 логарифмической амплитудно-частотной характеристики (л. а. ч. х.)

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1}, \qquad (3)$$

где R_1 — активное сопротивление магнитного канала;
L — индуктивность магнитного канала.

Если допустимая частотная погрешность выражена относительно модуля тока, то максимальная рабочая частота ω_{max} определяется, как не трудно показать выражением,

$$\omega_{max} = \frac{\sqrt{2\delta + \delta^2}}{1 - \delta}\,\omega_1 = \beta\omega_1. \qquad (4)$$

Из выражения (4) следует, что расширение рабочего диапазона частот возможно за счет увеличения активного сопротивления в цепи магнитного канала, что приводит к увеличению частоты излома л. а. ч. х. или в результате увеличения коэффициента коррекции β.

Расширение частотного диапазона за счет дополнительных активных сопротивлений удобно учитывать отношением активного сопротивления собственной магнитной системы R_1 к суммарному значению активных сопротивлений всей цепи

$$k_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \qquad (5)$$

Следовательно, с учетом дополнительного сопротивления R_2 максимальная рабочая частота

$$\omega_{max} = \frac{\beta}{k_0}\,\omega_1. \qquad (6)$$

Однако потери мощности входного сигнала в магнитном канале при малых частотных погрешностях растут пропорционально величине $^1/k_0$. Исходя из изложенного более рациональным является расширение диапазона рабочих частот за счет коэффициента частотной коррекции.

В литературе [4, 5, 6] предлагается использовать для частотной коррекции индуктивных устройств цепь из параллельно соединенного сопротивления R_2 и емкости C (фиг. 1). Для эффективного применения указанного метода коррекции в измерительной технике необходимо обеспечить, с одной стороны, заданную частотную погрешность в рабочем диапазоне частот и, с другой стороны, минимальные потери энергии в корректирующей цепочке.

Эти требования выполняются при оптимальных параметрах корректирующих элементов.

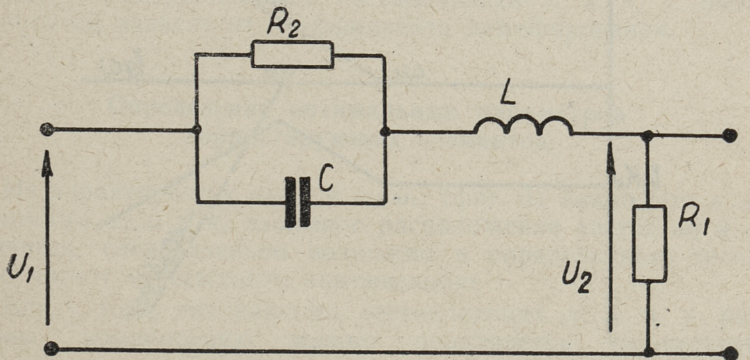
Анализ оптимальных параметров классическим методом [6] приводит к громоздким выкладкам и мало нагляден. Применение метода логарифмических амплитудно-частотных характеристик [7] позволяет осуществить выбор оптимальных параметров значительно проще и не накладывает ограничений на соотношения параметров и на допустимую частотную погрешность.

Анализ частотной характеристики

Проводимость входной цепи магнитного канала с цепочкой коррекции (фиг. 1) имеет вид

$$Y(p) = \frac{I(p)}{U(p)}. \tag{7}$$

Но так как активное сопротивление магнитого канала является постоянной величиной, то вместо анализа проводимости можно произвести анализ частотной зависимости коэффициента передачи $k(p)$ четырехполюсника, приняв за выходное напряжение падение напряжения на сопротивлении.



Фиг. 1. Эквивалентная схема магнитного канала с цепью коррекции

Комплексный коэффициент передачи этого четырехполюсника равен

$$k(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}$$

или

$$k(p) = R_1 Y(p). \tag{8}$$

Следовательно $Y(p)$ и $k(p)$ имеют одинаковый характер и коэффициент передачи $k(p)$ характеризует частотную зависимость тока магнитного канала.

Комплексный коэффициент передачи, изображенного на фиг. 1 четырехполюсника, равен

$$k(p) = \frac{R_2Cp + 1}{\frac{R_2CL}{R_1 + R_2} p^2 + \frac{R_1R_2C + L}{R_1 + R_2} p + 1} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{9}$$

или

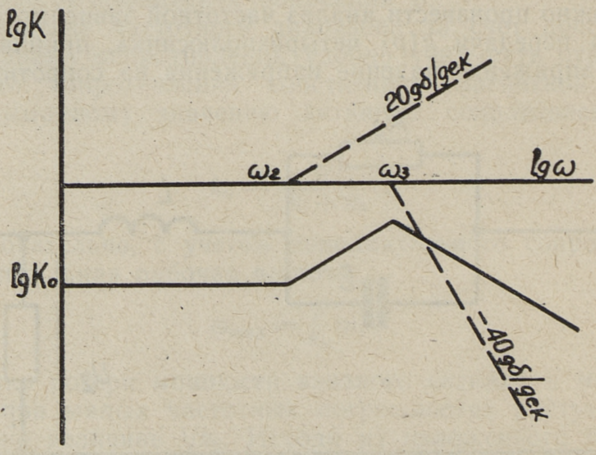
$$k(p) = k_0 \frac{T_2p + 1}{T_3^2p_2 + 2aT_3p + 1}, \tag{10}$$

где $T_2 = R_2C$ — постоянная времени корректирующей цепи;

$k_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ — коэффициент передачи четырехполюсника при нулевой частоте;

a — коэффициент демпфирования.

Постоянная времени T_3 согласно выражений (9) и (10) определяется из следующих соотношений:



Фиг. 2. Асимтотическая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

$$T_3^2 = T_1 T_2 k_0,$$

$$T_3 = \frac{k_0}{2a}(T_1 + T_2). \quad (11)$$

Коэффициенту передачи (10) соответствующую амплитудно-частотную характеристику целесообразно представить в логарифмическом масштабе, при этом асимптотическая логарифмитическая имплитудно-частотная характеристика (л. а. ч. х.) состоит из двух наклонных характеристик [7] с наклонами 20 *дб/дек* и —40 *дб/дек*, которые имеют соответственно частоты излома $\omega_2 = {}^1/T_2$ и $\omega_3 = {}^1/T_3$.

Возможный вид асимптотических л. а. ч. х. изображен на фиг. 2.

Частоты излома асимптотических л. а. ч. х. целесообразно выразить относительно частоты ω_1.

Учитывая изложенное получаем из формул (11)

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{1}{2}\left(2 - \frac{4a^2}{k_0}\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\left(2 - \frac{4a^2}{k_0}\right)^2 - 1} \quad (12)$$

и

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{a}{k_0} + \sqrt{\left(\frac{a}{k_0}\right)^2 - 1}. \quad (13)$$

Полученные зависимости $\omega_2/\omega_1 = f(k_0, a)$ и $\omega_3/\omega_1 = f(k_0, a)$ (фиг. 3) определяют взаимное расположение частот излома ω_2 и ω_3 на оси частот.

При переходе от асимптотических л. а. ч. х. (фиг. 2) к реальным частотным характеристикам, необходимо учесть соответствующие табулированные поправки [7, 8] к асимптотическим характеристикам, имея при этом в виду, что поправки к асимптотической составляющей л. а. ч. х. около частоты ω_3 зависят от коэффициента демпфирования.

Определение оптимальных параметров корректирующих элементов

Из характеристик ω_2/ω_1 и ω_3/ω_1, (фиг. 3) видно, что в зависимости от a и k_0 взаимное расположение частот ω_2 и ω_3 меняется, следовательно возможно в определенном диапазоне частот осуществить компенсацию.

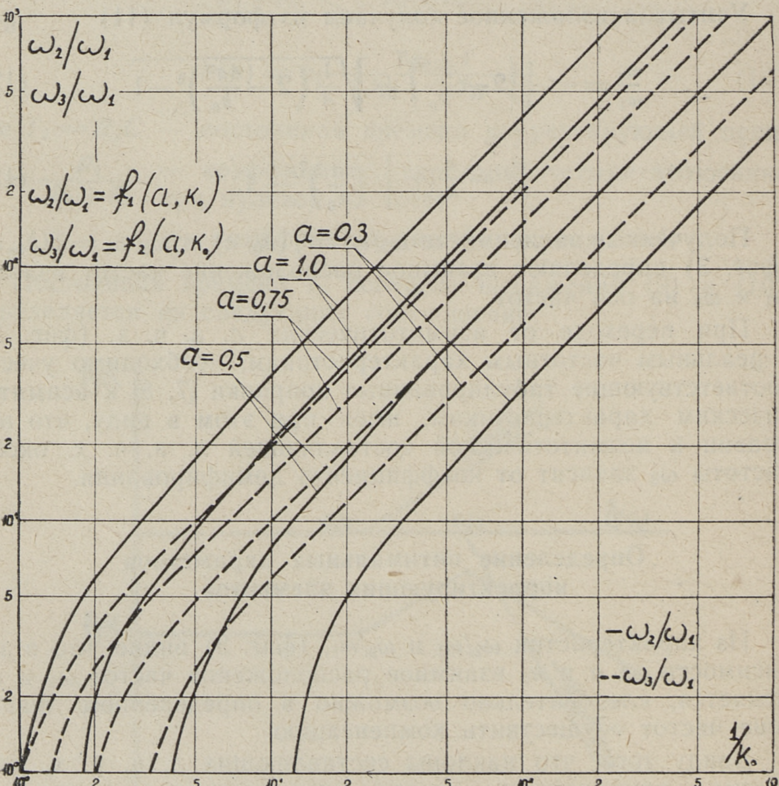
Ввиду того, что наклоны составляющих л. а. ч. х. различны, компенсацию можно практически осуществить только для частот ниже ω_2 и ω_3, следовательно, необходимо рассматривать только влияние поправок к л. а. ч. х.

Пользуясь логарифмическим маштабом, удобно производить суммирование поправок графически.

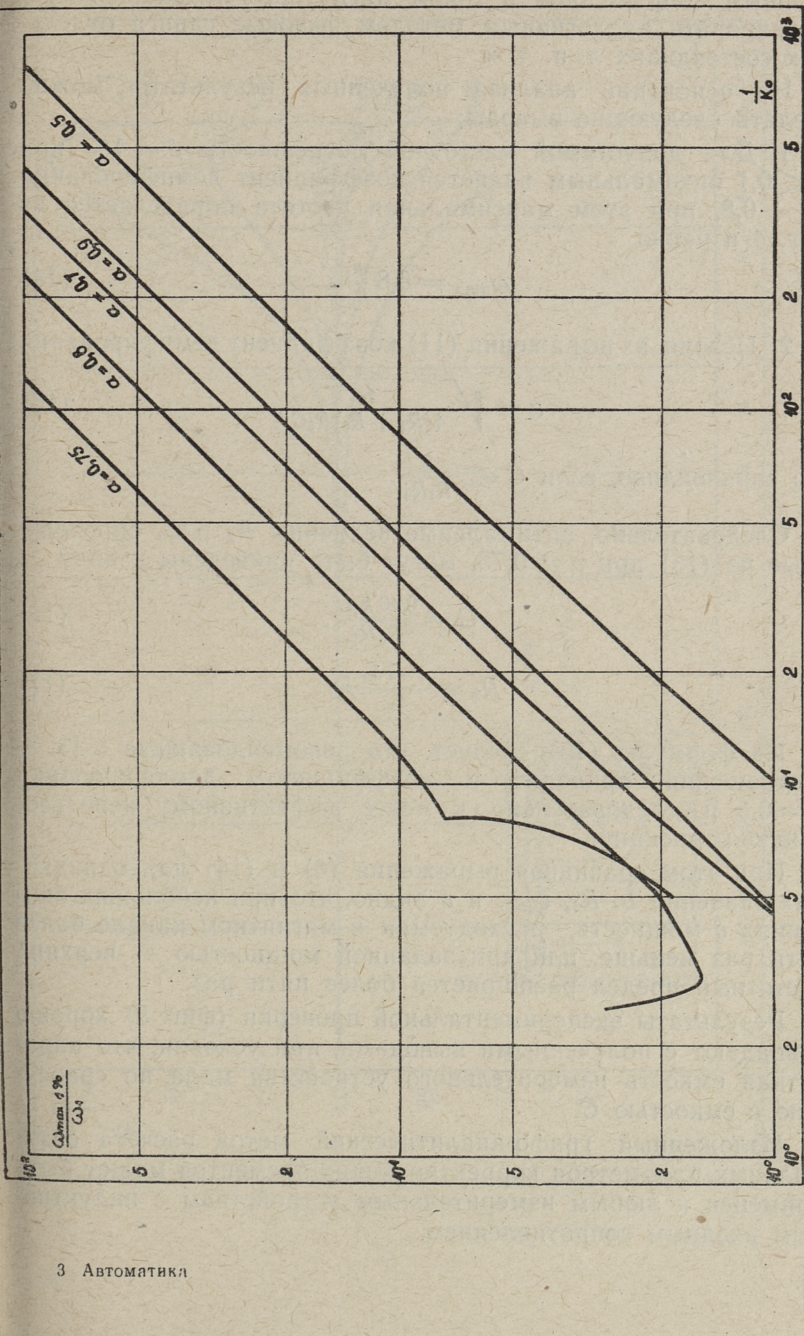
В результате суммирования поправок к составляющим асимптотическим л. а. ч. х. с учетом зависимости поправок от коэффициента демпфирования и взаимного расположения частот излома получим суммарные частотные характеристики как функции от a и k_0.

Определяя из полученных характеристик по заданным частотным погрешностям максимальные частоты, можно их выразить относительно частоты ω_1 для различных значений a и k_0.

На фиг. 4 представлены в качестве примера кривые, полученные графическим методом для допустимой частотной погрешности 1%.



Фиг. 3. Зависимость функции ω_2/ω_1 и ω_3/ω_1 от k_0 и a



Фиг. 4. Зависимость ω_{max}/ω_1 от a и k_0 при допустимой частотой погрешностью в 1%

При необходимости выяснения фазового сдвига между входным напряжением и током магнитного канала, следует суммировать аналогичным методом фазовые сдвиги отдельных состоящих л. а. ч. х.

На основании анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Для допустимой частотной погрешности $\delta = 1\%$ при $k_0 < 0{,}1$ оптимальным является коэффициент демпфирования $0{,}7 \div 0{,}8$, при этом максимальная частота определяется из фиг. 4 и равна

$$\omega_{max} = 0{,}8 \frac{\omega_1}{k_0}. \tag{14}$$

2. Исходя из выражения (11) коэффициент демпфирования

$$a = \sqrt{\frac{L}{4(R_1 + R_2) R_2 C}}, \tag{15}$$

это справедливо, если $C \ll \frac{L}{R_1 R_2}$.

Следовательно, оптимальные величины R_2 и C, определяемые из (15) при $a = 0{,}75$, могут быть приведены к виду

$$C = \frac{0{,}46\, k_0 L}{R_1 R_2}, \tag{16}$$

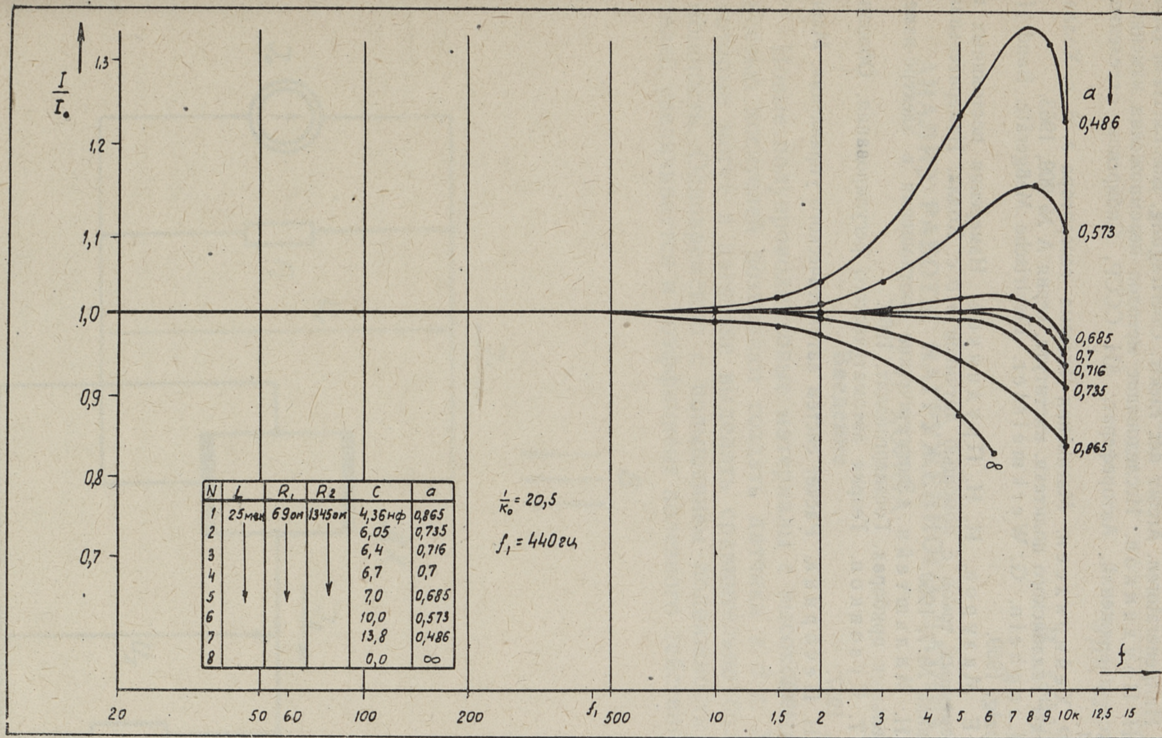
$$R_2 = \frac{1 - k_0}{k_0} R_1. \tag{17}$$

Из формулы (15) следует, что рекомендованные в [3, 4] соотношения приводят к коэффициенту демпфирования $a = 0{,}5$ и, следовательно, к менее эффективному использованию коррекции.

При этом сравнивая выражения (6) и (14) для одинаковых значении L, R_1, ω_{max} и δ видно, что при небольших значениях δ мощность, расходуемая в магнитном канале более пяти раз меньше, или при заданной мощностью — верхний частотный предел расширяется более пяти раз.

Результаты экспериментальной проверки (фиг. 5) хорошо совпадают с полученными выводами, при условии, что паразитная емкость измерительного устройства мала по сравнению с емкостью C.

Изложенный графо-аналитический метод расчета оптимальных параметров корректирующих элементов может быть применен к любым измерительным устройствам с индуктивным входным сопротивлением.



N	L	R_1	R_2	C	a
1	25 мгн	69 ом	1345 ом	4,36 нф	0,865
2				6,05	0,735
3				6,4	0,716
4				6,7	0,7
5				7,0	0,685
6				10,0	0,573
7				13,8	0,486
8				0,0	∞

Фиг. 5. Экспериментальная частотная характеристика при разных значениях коэффициента демпфирования a

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Kuhrt, H. J. Lippmann, K. Wiehl. Über das Frequenzverhalten von Hallgeneratoren. Archiv der Elektr. Übertragung, Bd. 13, H. 8, 1959.
2. И. Н. Прудников. Исследование методов перемножения изменяющихся напряжений. Автореферат, АН СССР, Сибирское отделение, 1961.
3. В. Р. Хейнрихсен. Магнитная система генератора *э. д. с.* Холла. Труды Таллинского политехн. института, серия А № 209, 1963.
4. R. Langbein, G. Werkmeister. Elektrische Meßgeräte. Band II. Leipzig, 1959.
5. М. Е. Мазуров, И. Н. Прудников. Измерения постоянных и переменных токов с помощью датчиков *э. д. с.* Холла. Измерительная техника № 7, 1960.
6. В. Н. Мильштейн. Энергетические соотношения в электро-измерительных приборах. Госэнергоиздат, 1960.
7. Н. Т. Кузовков. Теория автоматического регулирования. Оборонгиз, 1957.
8. И. Н. Печорина. Расчет систем автоматического управления. Машгиз, 1962.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

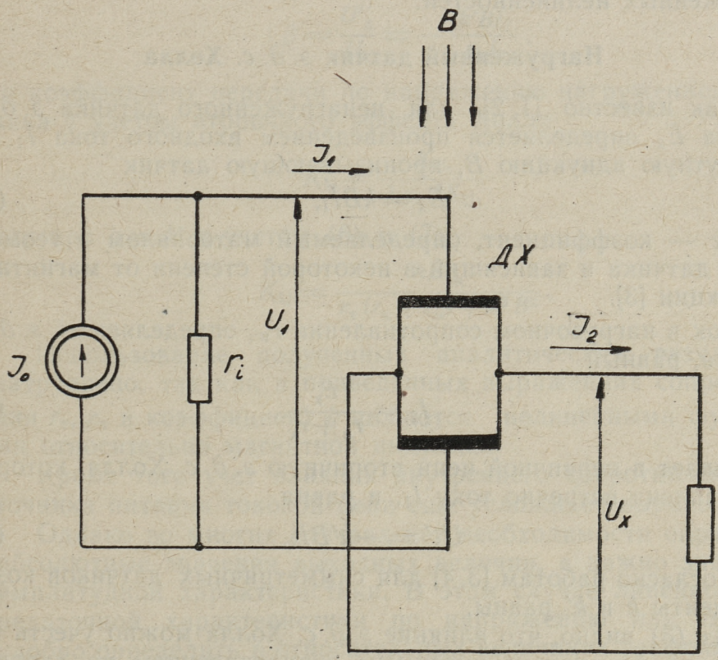
УДК 621. 382, 61

В. Хейнрихсен

АНАЛИЗ РАБОТЫ НАГРУЖЕННОГО ДАТЧИКА *Э. Д. С.* ХОЛЛА

Введение

Новые полупроводниковые материалы с высокой подвижностью носителей позволяют создать датчики *э. д. с.* Холла, которые могут в нагрузке выделять сравнительно большую мощность. Одновременно с повышением подвижности носителей увеличивается и коэффициент полезного действия [1, 2].



Фиг. 1. Принципиальная схема нагруженного датчика *э. д. с.* Холла

Наряду с этими положительными качествами датчики из материалов с высокой подвижностью, как InSb, InAs, $InAs_{(1-x)}P_x$, GaAs и др. обладают значительным эффектом магнитосопротивления [1, 2]. Изменение сопротивления датчика в зависимости от магнитной индукции B определяется подвижностью носителей и завист от формы датчика и контактов. Следовательно, эффект магнитосопротивления для сопротивлений между токовыми и холловскими контактами подчиняется различным закономерностям.

Изменение сопротивлений токовой (входной) цепи $r_т(B)$ и холловской (выходной) цепи $r_x(B)$ в зависимости от магнитной индукции влияют в общем случае на распределение токов и напряжений входной и выходной цепей, что приводит к нарушению линейной зависимости между выходным напряжением и магнитной индукцией.

Кроме эффекта магнитосопротивления следует учитывать некоторую нелинейность *э. д. с.* Холла от магнитной индукции и влияние так называемого вторичного эффекта Холла.

В данной статье рассматриваются вопросы анализа работы нагруженного датчика *э. д. с.* Холла (фиг. 1) с учетом изложенных нелинейностей.

Нагруженный датчик *э. д. с.* Холла

Как известно [1, 2], для ненагруженного датчика *э. д. с.* Холла E_x определяется произведением входного тока I_1 на магнутную иднукцию B, пронизывающую датчик

$$E_x = kBI_1, \tag{1}$$

где k — коэффициент, определяемый материалом и геометрией датчика и зависящий в некоторой степени от магнитной индукции [3].

Ток в нагрузочном сопротивлении $r_н$, определяемый *э. д. с.* Холла, равный

$$I_2 = \frac{E_x}{r_н + r_x}, \tag{2}$$

вызывает в первичной цепи вторичную *э. д. с.* Холла, которая направлена встречно току I_1, и равна

$$U_x' = -k'BI_2. \tag{3}$$

Согласно работам [3, 4] для симметричных датчиков коэффициенты k и k' равны.

Из (3) видно, что влияние *э. д. с.* Холла можно учесть некоторым фиктивным вносимым сопротивлением во входной цепи.

Величина вносимого сопротивления, с учетом (1), (2) и (3), выражается

$$\Delta r'_{\text{т}} = \frac{k \cdot k' B^2}{r_{\text{н}} + r_{\text{х}}} \tag{4}$$

или при $k = k'$

$$\Delta r'_{\text{т}} = \frac{(kB)^2}{r_{\text{н}} + r_{\text{х}}}. \tag{4а}$$

Представляя датчик в виде четырехполюсника, его коэффициент передачи по току, определяемый из (1) и (2), равен

$$K_{\text{i}} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{kB}{r_{\text{н}} + r_{\text{х}}}. \tag{5}$$

Коэффициент передачи по напряжению нагруженного датчика без учета влияния вторичного эффекта Холла K_{U_0} равен

$$K_{U_0} = \frac{kBr_{\text{н}}}{(r_{\text{н}} + r_{\text{х}})r_{\text{т}}}. \tag{6}$$

Так как вторичный эффект Холла является фактически отрицательной обратной связью по току с коэффициентом обратной связи

$$\beta = \frac{U'_{\text{х}}}{U_{\text{х}}} = -\frac{k'BI_2}{r_{\text{н}}I_2}, \tag{7}$$

то коэффициент передачи по напряжению нагруженного датчика с учетом вторичного эффекта Холла

$$K_U = \frac{K_{U_0}}{1 - \beta K_{U_0}} \tag{7а}$$

или при $k = k'$ с учетом (6) и (7)

$$K_U = \frac{kBr_{\text{н}}}{r_{\text{т}}(r_{\text{х}} + r_{\text{н}}) + k^2B^2}. \tag{10}$$

Использование полученных аналитических результатов затруднено, так как в приведенных выражениях сопротивления $r_{\text{т}}$, $r_{\text{х}}$ и коэффициент k являются нелинейными функциями относительно магнитной индукции.

Кроме того учет влияния внутреннего сопротивления источника питания токовой цепи еще усложняет выражение.

Однако во многих случаях нет необходимости определить абсолютные значения выходных величин, а важно знать вид амплитудной характеристики. В этом случае линейность передаточной характеристики по напряжению или по току удобно определить в относительных величинах графоаналитическим методом.

Графоаналитический метод

Для применения графоаналитического метода необходимо прежде всего экспериментально определить зависимость величин k, $r_т$ и $r_х$ от магнитной индукции.

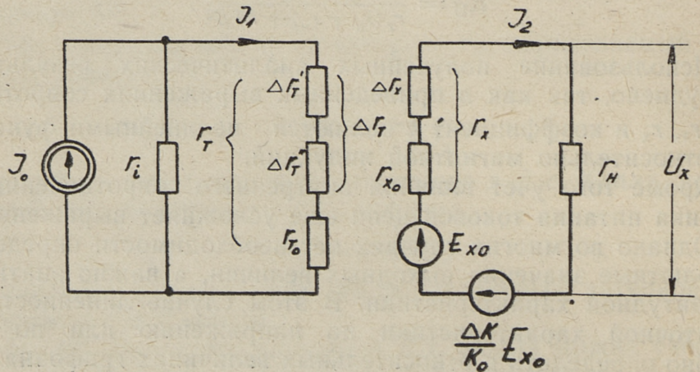
В общем случае величину $k, r_т$ или $r_х$ при некотором значении индукции B можно выразить в виде суммы из значения рассматриваемой величины при нулевой индукции $B \to 0$ и из некоторого приращения, зависящего от индукции

$$
\begin{aligned}
k &= k_0 \pm \Delta k(B), \\
r_х &= r_{х0} + \Delta r_х(B), \\
r_т &= r_{т0} + \Delta r_т(B).
\end{aligned}
\tag{11}
$$

В дальнейшем для упрощения записи функциональная зависимость от индукции (B) не будет особо отмечаться.

С учетом изложенного эквивалентную схему нагруженного датчика *э. д. с.* Холла можно представить фигурой 2, где для учета нелинейностей в выходную цепь включены сопротивления $\Delta r_х$ и генератор *э. д. с.* $\pm \frac{\Delta k}{k_0} E_{х0}$. Обозначение $E_{х0}$ соответствует значению *э. д. с.* Холла при $\Delta k = 0$. Знак дополнительного источника *э. д. с.* зависит от типа применяемого датчика. Так, например, для датчиков из InAs Δk имеет обычно положительное значение, а для датчиков из Insb отрицательное значение.

Нелинейность во входной цепи удобно учесть в виде двух дополнительных сопротивлений $\Delta r'_т$ и $\Delta r''_т$. Первое из них учитывает влияние вторичного эффекта Холла, а второе эффект магнитосопротивления во входной цепи.



Фиг. 2. Эквивалентная схема нагруженного датчика *э. д. с.* Холла

Прежде всего рассмотрим определение линейности передаточной характеристики датчика с питанием от генератора тока, т. е. при $r_i \gg r_т$. В этом случае сопротивления $\Delta r'_т$ и $\Delta r''_т$ на величину входного тока не влияют и учесть необходимо только $\Delta r_х$ и Δk.

Для рассматриваемого случая выходное напряжение, определяемое из эквивалентной схемы, равно

$$U_х = \frac{\left(1 + \frac{\Delta k}{k_0}\right) \lambda}{1 + \lambda + \frac{\Delta r_х}{r_{х0}}} E_{х0}, \tag{12}$$

где $\lambda = \frac{r_н}{r_х}$ — определяет степень согласованности выходного сопротивления датчика. Для выяснения линейности амплитудной характеристики наиболее целесообразно выразить выходное напряжение $U_х$ относительно выходного напряжения $U_{х0}$, которое определяется при $\Delta k = 0$ и $\Delta r_х = 0$.

Следовательно, относительное выходное напряжение определяется выражением

$$\frac{U_х}{U_{х0}} = \left(1 + \frac{\Delta k}{k_0}\right) \frac{1 + \lambda}{1 + \lambda + \frac{\Delta r_х}{r_{х0}}}. \tag{13}$$

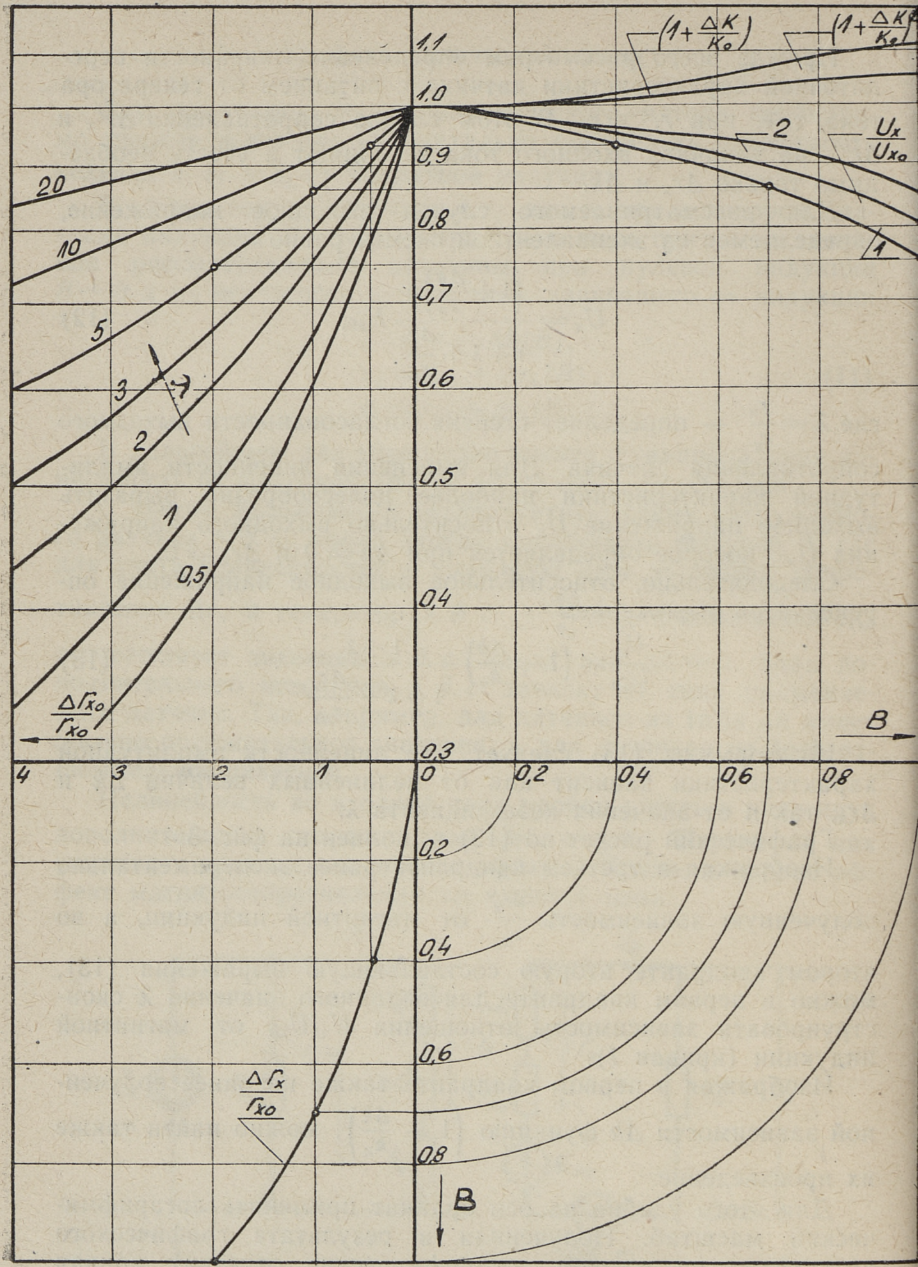
Из формулы (13) следует, что линейность амплитудной характеристики зависит как от нелинейных величин Δk и $\Delta r_х$, так и от значения коэффициента λ.

Графический расчет по (13) выполнен на фиг. 3.

Изображая в третьем квадранте ранее экспериментально полученную зависимость $\frac{\Delta r_х}{r_{х_0}}$ от магнитной индукции, а во втором квадранте вторую составляющую выражения (13), можно в первом квадранте для заданного значения λ сконструировать зависимость отношения $U_х/U_{х0}$ от магнитной индукции (кривая *1*).

Изображая в первом квадранте также по ранее полученной зависимости Δk функцию $\left(1 + \frac{\Delta k}{k_0}\right)$, можно найти также их произведение.

Для этого удобно на оси ординат применять логарифмический масштаб. Полученная в результате графического умножения (складывая логарифмические отрезки) кривая характеризует изменение относительного выходного напряжения.



Фиг. 3. Графики для расчета нелинейности передаточной характеристики нагруженного датчика *э. д. с.* Холла с питанием от генератора тока

Если питание датчика осуществляется от источника с внутренним сопротивлением r_i, сравнимым со сопротивлением $r_т$, то кроме изложенных причин нелинейностей следует дополнительно учесть влияние сопротивлений $\Delta r'_т$ и $\Delta r''_т$.

При этом источник питания удобно представить в виде генератора тока I_0 с параллельно включенным внутренним сопротивлением r_i (фиг. 2) и определить входной ток датчика I_1 относительно тока генератора I_0.

Из эквивалентной схемы фиг. 2 следует, что входной ток датчика равен

$$I_1 = \frac{\nu}{1 + \nu + \frac{\Delta r_т}{r_{т_0}}} I_0, \tag{14}$$

где $\nu = \frac{r_i}{r_{т_0}}$ определяет степень согласованности на входе.

При оценке линейности амплитудной характеристики более удобно выразить входной ток датчика I_1 относительно входного тока I_{10}, определенного при $\Delta r_т = 0$.

Как нетрудно видеть, это отношение определяется выражением

$$\frac{I_1}{I_{10}} = \frac{1 + \nu}{1 + \nu + \frac{\Delta r_т}{r_{т_0}}}. \tag{15}$$

Сравнивая вторую составляющую выражения (13) с формулой (14) видно, что по внешнему виду они совпадают и поэтому для анализа можно использовать методику и графики, представленные на фигуре 3.

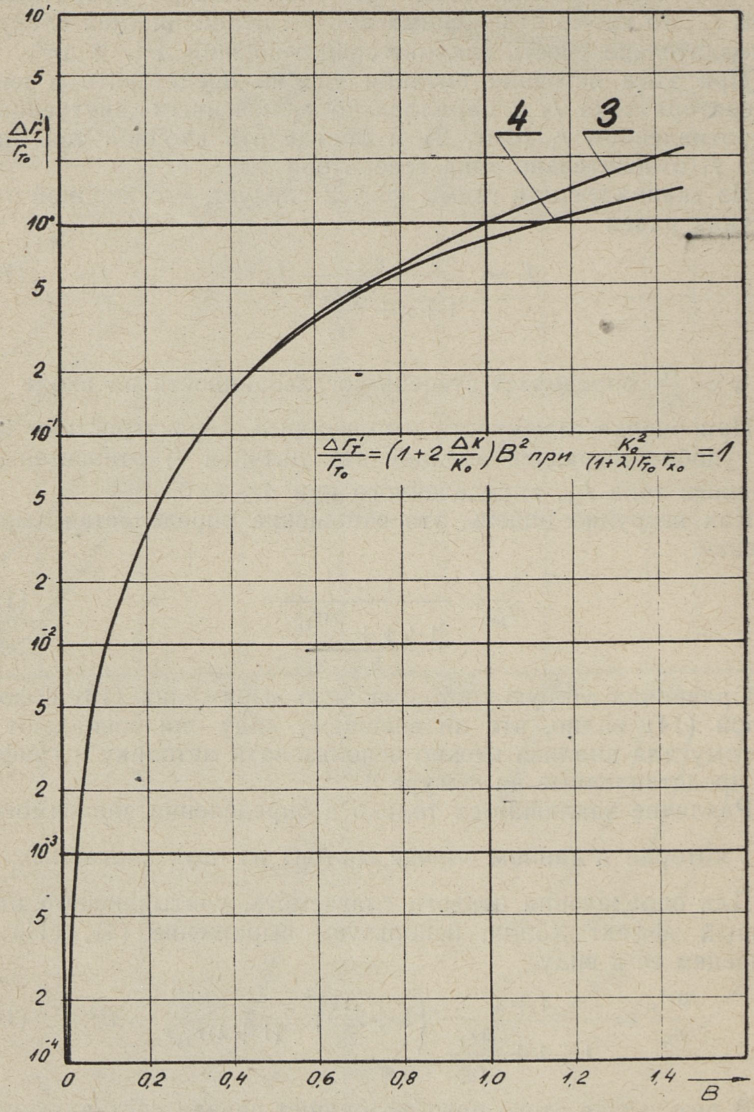
Различие заключается только в определении зависимости $\frac{\Delta r_т}{r_{т_0}}$, которая в данном случае состоит из двух слагаемых.

Для определения первого слагаемого, учитывающего вторичный эффект Холла, используем выражение (4), (11) и приведем ее к виду

$$\frac{\Delta r'_т}{r_{т_0}} = \frac{1 + \lambda}{1 + \lambda + \frac{\Delta r_х}{r_{х_0}}} \left(1 + \frac{\Delta k}{k_0}\right)^2 \frac{k_0^2}{(1 + \lambda) r_{т_0} r_{х_0}} B^2. \tag{16}$$

В результате этого преобразования первая составляющая определяется из фиг. 3 (кривая *1*).

Вторая составляющая выражения (16) определяется из экспериментально полученной кривой $\left(1 + \frac{\Delta k}{k_0}\right)$.



Фиг. 4. Графики для расчета относительной величины вносимого сопротивления $\Delta r'_T / r_{T_0}$

Возведение в квадрат удобно выполнять также при использовании логарифмического масштаба по оси ординат.

Третья составляющая выражения является постоянной величиной, которая сказывается на численном значении $\Delta r'/r_{\text{т}_0}$.

В результате графического умножения выражения (16) полученный результат суммируется с экспериментально определенной функцией $\Delta r''_{\text{т}}/r_{\text{т}_0}$ и используя схему расчета аналогичную приведенной на фиг. 3, определяется нелинейность, вызванная входной цепью.

Рассмотрим в виде примера линейность передаточной характеристики датчика из InAs, у которого $r_{\text{т}_0} = 1{,}4$ *ом*, $r_{\text{х}_0} = 1{,}2$ *ом* и $k_0 = 6{,}7$ *в/а тл*. Питание датчика осуществляется от генератора внутренним сопротивлением 28 *ом*. В качестве нагрузки датчика применен гальванометр с сопротивлением 6,0 *ом*.

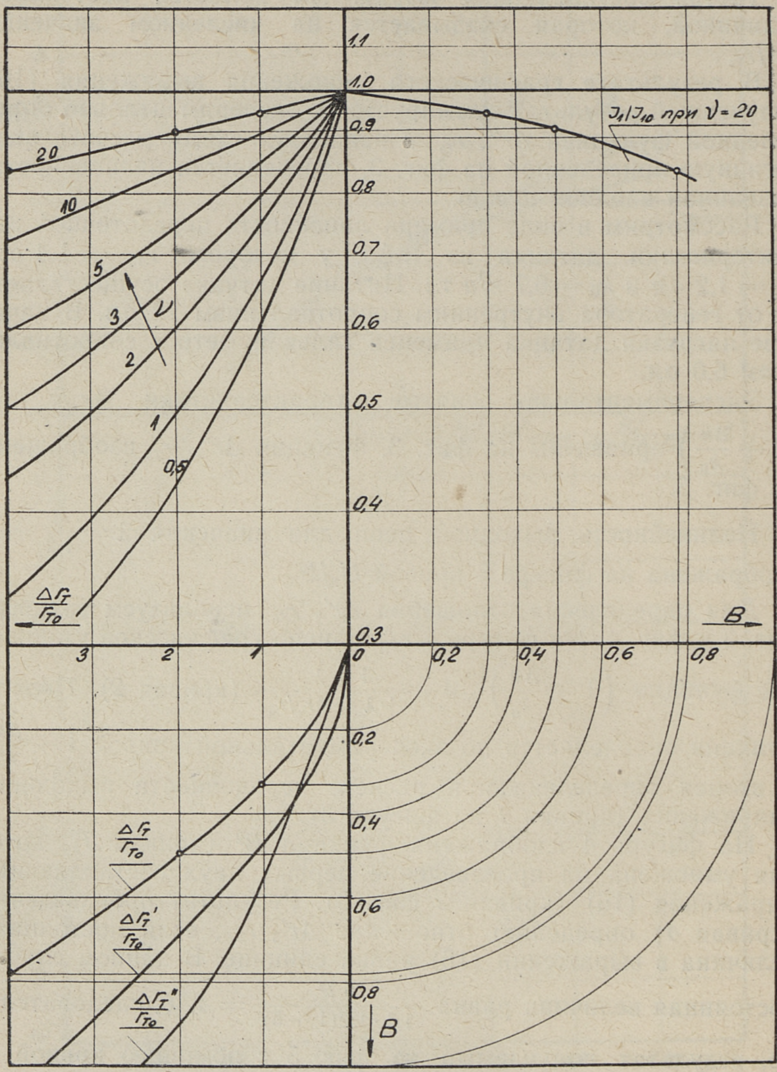
Экспериментально снятые характеристики $\Delta r_{\text{х}}/r_{\text{х}_0}$ и $\left(1 + \frac{\Delta k}{k_0}\right)$ приведены на фиг. 3, функция $\Delta r''_{\text{т}}/r_{\text{т}_0}$ изображена на фиг. 5.

Нелинейность выходной цепи для значения $\lambda = \frac{6}{1{,}2} = 5$ изображена на фигуре 3 кривой $U_{\text{х}}/U_{\text{х}_0}$.

Для определения отношения $\Delta r'_{\text{т}}/r_{\text{т}_0}$ используем графики фиг. 3 и фиг. 4. На фигуре 3 выполнено графическое умножение функции $\left(1 + \frac{\Delta k}{k_0}\right)^2$ и $\frac{1+\lambda}{1+\lambda+\Delta r_{\text{х}}/r_{\text{х}_0}}$ (кривая *2*). Первая функция определяется по экспериментальной кривой $1 + \frac{\Delta k}{k_0}$, а вторая определена при расчете нелинейности выходного напряжения (кривая *1* на фигуре 3).

На фигуре 4 изображена функция B^2 (кривая *3*), которая умножена на произведение первых двух составляющих выражения (16) (кривая *2* фиг. 3). Результат произведения (кривая *4*) определяет отношение $\Delta r'_{\text{т}}/r_{\text{т}_0}$, если постоянная величина в выражении (16) равна единице. В данном случае постоянная величина равна $\frac{6{,}7^2}{1{,}4 \cdot 1{,}2(1+5)} = 4{,}46$, следовательно, результат получаемый из фиг. 5 с помощью кривой *4*, следует умножить на эту величину.

Таким образом полученная кривая $\Delta r'_{\text{т}}/r_{\text{т}_0}$ изображена на фиг. 5. В результате суммирования кривых $\Delta r'_{\text{т}}/r_{\text{т}_0}$ и $\Delta r''_{\text{т}}r/_{\text{т}_0}$ получена $\Delta r_{\text{т}}/r_{\text{т}_0}$, с помощью которой определяется, анало-



Фиг. 5. Графики для расчета нелинейности входного тока датчика при питании датчика от генератора с выходным сопротивлением r_i

гично фиг. 3, нелинейность I_1/I_{10}, вызванную измерением выходного тока при $\nu = 20$.

Изложенная методика позволяет по заданным параметрам внешних цепей определить нелинейность амплитудной характеристики или в другом случае осуществить выбор сопротивлений внешних цепей для получения требуемой линейности. Если кроме того известны соответствующие температурные характеристики, то аналогичным путем можно определить влияние температуры на линейность и осуществить необходимую компенсацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Жузе, А. Р. Регель. Техническое применение эффекта Холла. ЛДНТИ, вып. II, 1957, Ленинград.
2. В. Н. Богомолов. Устройства с датчиками Холла и датчиками магнитосопротивления. Госэнергоиздат, 1961, Москва—Ленинград.
3. R. F. Wick. Solution of the field problem of the germanium gyrator. Journ of Appl. Phys. 1954, vol. 25, p. 741.
4. F. Kuhrt, W. Hartel. Der Hallgenerator als Vierpol. Arch. für Elektrotechnik, 1957, № 1, S. 1.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 534. 442
621. 317. 76

Г. Вяльямяэ, А. Лаансоо, Х. Силламаа, Х. Таммет, В. Хейнрихсен

АВТОМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗАТОР РЕЧИ

Изучение спектра речи имеет чрезвычайно большое значение в языковедении, кибернетике, связи, медицине и т. д. В последнее время появилось много работ, посвященных вопросам фонемного кодирования, распознавания и синтеза речи и т. д. [1]. Создание современных приборов для анализа речевого сигнала является поэтому весьма актуальной задачей.

Коллективом авторов был разработан анализатор, основной задачей которого является непрерывное измерение и запись основной частоты анализируемой речи или другого звука. Кроме того измеряются и записываются формантные частоты, интенсивность и осциллограмма исследуемого сигнала.

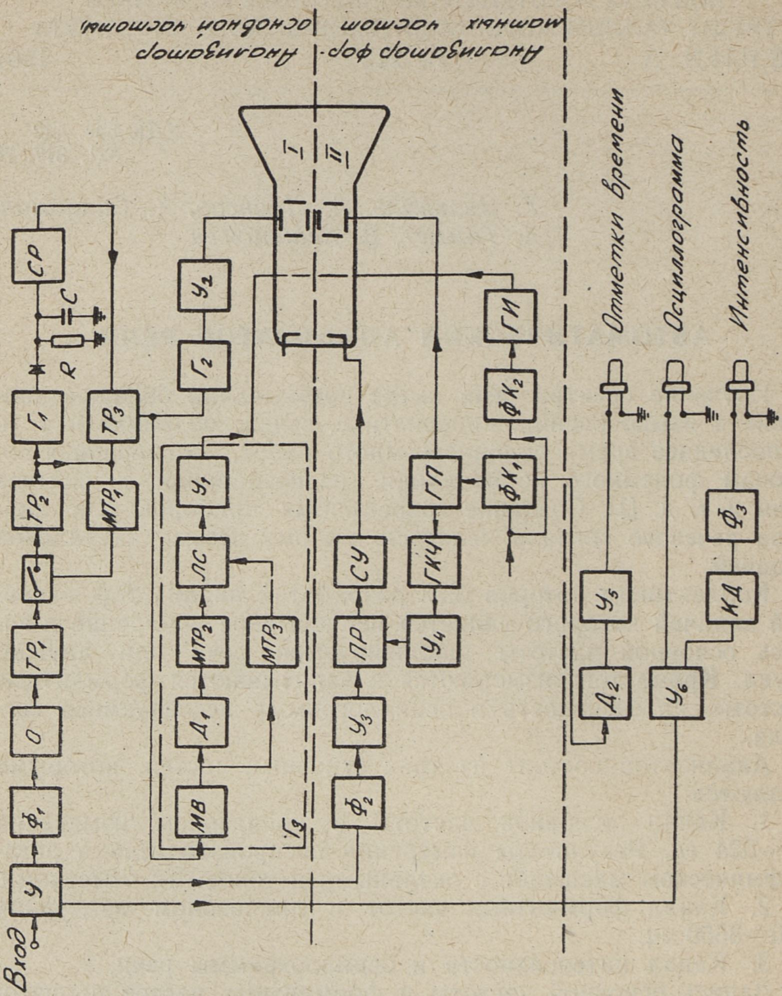
Анализатор состоит из трех основных частей, которыми являются:

1. Канал основной частоты с диапазоном измерения 65—524 *гц*. Результаты измерения воспроизводятся в логарифмическом масштабе с октавными и тоновыми отметками.
2. Канал формантных частот с диапазоном измерения 500—3500 *гц*.
3. Канал интенсивности и осциллограммы речи.

Запись основной частоты и формантных частот производится с экрана электронной двухлучевой трубки, а интенсивность и осциллограмма речи записываются с помощью магнитоэлектрических вибраторов.

Канал основной частоты

Методы спектрального анализа [2], основанные на принципе последовательного или параллельного анализа, не обеспечивают требуемого быстродействия при высокой разрешающей способности анализа, что объясняется главным



Фиг. 1. Блок-схема анализатора

образом большой длительностью переходных процессов, возникающих в применяемых фильтрах.

В описываемом анализаторе измерение основной частоты производится путем измерения периода исследуемого сигнала.

Рабочий цикл анализатора основной частоты состоит из периода измерения $T_{изм}$, периода записи $T_{зап}$ и периода ожидания $T_{ож}$ (фиг. 2*б*).

Анализируемый сигнал подается на вход усилителя $У$ (фиг. 1), на выход которого включен фильтр низких частот $Ф_1$. Фильтр, назначением которого является выделение основной частоты, имеет три переключаемых поддиапазона с частотами среза 131, 262 и 524 *гц*, которые выбираются соответственно характеру исследуемого сигнала.

Из исследуемого сигнала (фиг. 2*а*, кривая *1*) с помощью триггера $ТР_1$ формируются прямоугольные импульсы (кривая *2*), передним фронтом которых через триггер $ТР_2$ запускается генератор линейно-растущего напряжения $Г_1$, заряжающий конденсатор $С$.

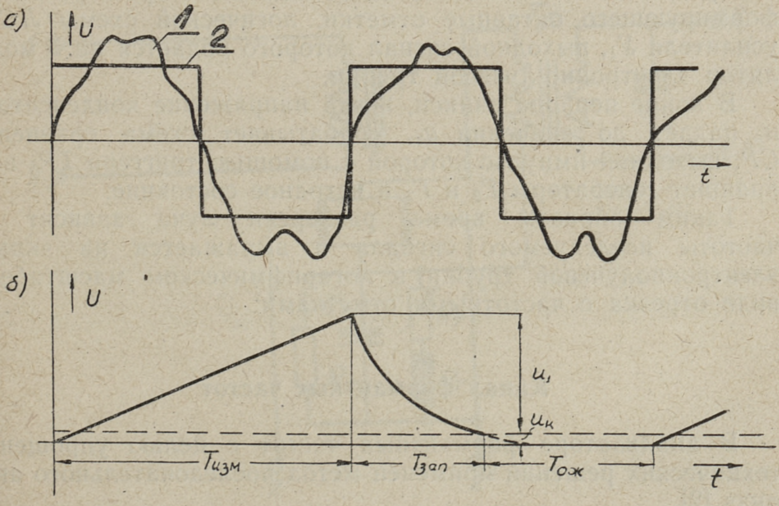
В конце периода измерения выходное напряжение генератора $Г_1$ достигает значения

$$u_1 = kT_{\text{изм}} = k\frac{1}{f}, \tag{1}$$

где f — измеряемая частота,
k — постоянная.

Величина напряжения u_1 изображается на экране осциллографической трубки в логарифмическом масштабе в виде отрезка.

Логарифмическое преобразование напряжения u_1 осуществляется разрядом конденсатора $С$ через сопротивление R в течение периода записи. Напряжение на конденсаторе u_c



Фиг. 2. Кривые напряжений, поясняющие принцип работы анализатора основной частоты

после истечения времени T от начала разряда выражается формулой

$$u_c = u_1 e^{-\frac{T}{RC}}. \qquad (2)$$

Если время записи определяется продолжительностью разряда конденсатора до некоторого заданного значения напряжения $u_к$, то

$$T_{зап} = RC \ln \frac{k}{u_к} T_{изм}, \qquad (3)$$

где R, C, k и $u_к$ являются постоянными величинами.

В конце периода измерения, который является также началом периода записи, задним фронтом прямоугольного импульса, сформированного из анализируемого сигнала, запирается генератор $Г_1$ и запускается моностабильный триггер $МТР_1$, который запирает триггер $ТР_2$ на период записи. Одновременно через триггер $ТР_3$ запускается генератор развертки $Г_2$, выходное напряжение которого подается после усиления в усилителе $У_2$ на отклоняющие пластины электроннолучевой трубки.

В начале периода записи триггер $ТР_3$ запускает генератор отметок $Г_3$, который состоит из мультивибратора $МВ$, генерирующего тоновые отметки, моностабильного триггера $МТР_3$, делителя частоты $Д_1$ моностабильного триггера $МТР_2$, формирующего октавные отметки, логической схемы $ЛС$ и усилителя $У_1$, выходной сигнал которого подается на I модулятор электронно-лучевой трубки.

В конце периода записи, когда напряжение конденсатора u_c падает до значения $u_к$, срабатывает схема сравнения $СР$, выходной импульс которой с помощью триггера $ТР_3$ возвращает генераторы $Г_2$ и $Г_3$ в исходное состояние.

Таким образом время развертки луча зависит от частоты исследуемого сигнала и выражается на экране электроннолучевой трубки в логарифмическом масштабе в виде отрезка с частотными отметками.

Канал формантных частот

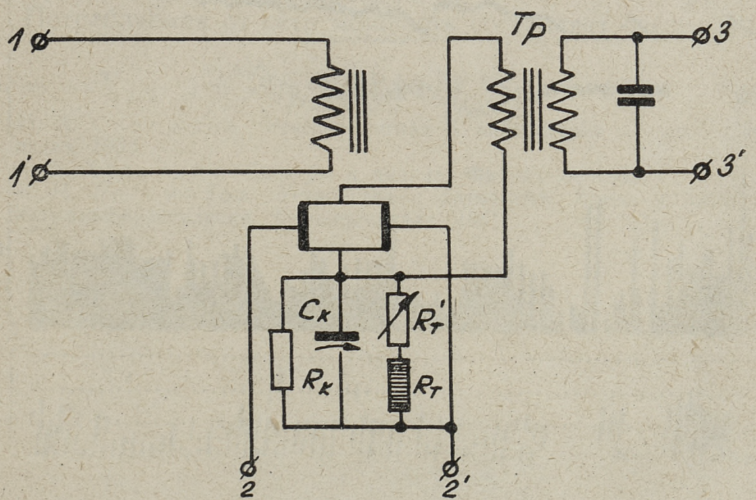
В анализаторе формантных частот с целью упрощения технических решений применен метод последовательного анализа [2].

Исследуемый сигнал, изменяющийся в частотном диапазоне от $f_{мин}$ до $f_{макс}$, из входного усилителя $У$ подается в корригирующий фильтр Φ_2, служащий для относительного подъема амплитуд составляющих формантного спектра. Усиленный в усилителе $У_3$ сигнал поступает на один вход преобразователя *ПР*, на его другой вход через усилитель $У_4$ поступает сигнал из генератора качающей частоты *ГКЧ*.

С целью исключения на выходе преобразователя возможности возникновения высших гармоник и комбинационных частот, которые, проникая через селективный усилитель, создали бы ложный сигнал, необходимо применить в преобразователе умножающее устройство.

В качестве умножающего устройства применяется датчик Холла [3], выходное напряжение которого, как известно, определяется произведением тока датчика на магнитную индукцию в зазоре магнитопровода, где помещен датчик.

В применяемой схеме магнитная индукция пропорциональна подлежащему анализу входному сигналу (фиг. 3, вход *1—1'*), который имеет спектр синусоидальных составляющих с частотами от $f_{мин}$ до $f_{макс}$. Ток через датчик (вход *2—2'*) создается генератором качающей частоты *ГКЧ*, частота которого меняется от $f_{мин} + f_0$ до $f_{макс} + f_0$. Следовательно, за цикл изменения частоты *ГКЧ* на выходе датчика Холла в результате его умножающего действия появляется сигнал с частотой от $(f_{мин} + f_0) \pm f_{мин}$ до $(f_{макс} + f_0) \pm f_{макс}$.



Фиг. 3. Умножающее устройство: элементы $R_к, R_т, R'_т$ и $C_к$ предназначены для компенсации неэквипотенциальности датчика Холла

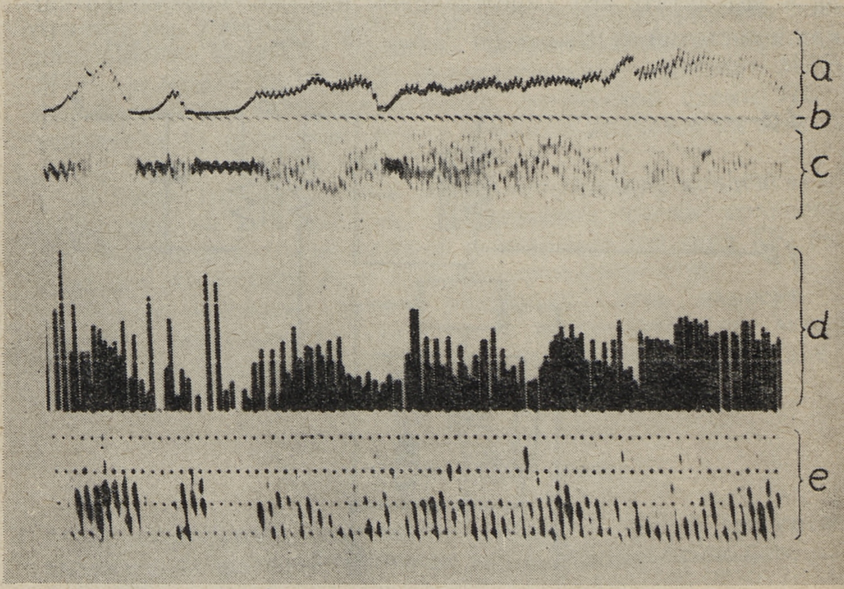
Если при выборе частоты f_0 соблюдено условие $2f_0 > f_{макс} - f_{мин}$, то на выходе $3-3'$ преобразователя возникает сигнал с частотой f_0 только тогда, если сигналы анализируемого спектра и сигнал *ГКЧ* будут иметь разностную частоту, равную частоте f_0.

Разностный сигнал от выхода преобразователя подается после усиления в селективном усилителе *СУ* на катод электроннолучевой трубки.

Развертка электронного луча осуществляется генератором пилообразных импульсов *ГП*, синхронизация которого производится от сети с частотой 50 *гц* при помощи формирующего каскада $ФК_1$.

Напряжение развертки используется также в качестве управляющего сигнала *ГКЧ*, чем обеспечивается синхронизм между частотой развертки электронного луча и частотой управления *ГКЧ*.

Для отсчета формантных частот на II модулятор электроннолучевой трубки подаются узкие маркировочные импульсы. Эти импульсы получаются в результате учетверения частоты развертки в формирующем каскаде $ФК_2$, который управляет генератором импульсов *ГИ*.



Фиг. 4. Образец осциллограммы:
a — кривая интенсивности; *b* — отметки времени; *c* — осциллограмма; *d* — кривая основной частоты; *e* — спектр формантных частот

Таким образом, за период развертки на экране электроннолучевой трубки появляются четыре отметки, соответствующие в описываемом анализаторе частотам исследуемого сигнала 500, 1500, 2500 и 3500 *гц* и линии, характеризующие формантные частоты.

Канал интенсивности и осциллограммы

Для измерения интенсивности исследуемого сигнала напряжение снимается от усилителя $У_1$ и подается через катодный повторитель $У_6$ в квадратичный детектор *КД*. После фильтрации выходного сигнала в фильтре $Ф_3$ происходит запись кривой интенсивности с помощью магнитоэлектрического вибратора.

Запись осциллограммы производится вторым вибратором, который питается также от усилителя $У_6$.

При помощи третьего вибратора осуществляется запись отметок времени с интервалом в 0,02 *сек*. Они получаются дифференцированием в дифференцирующем устройстве $Д_2$ прямоугольных импульсов, снимаемых от формирующего каскада $ФК_2$ и усиливаемых усилителем $У_5$.

На фиг. 4 приводится образец осциллограммы речи.

Конструктивно прибор состоит из блока анализатора и блока питания. Основные каскады анализатора выполнены на полупроводниковых приборах.

Потребляемая от сети мощность составляет около 250 *ва*.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Сапожков. Речевой сигнал в кибернетике и связи. Связьиздат, 1963.
2. А. А. Харкевич. Спектры и анализ. Физматгиз, 1962.
3. В. Н. Богомолов. Устройства с датчиками Холла и датчиками магнитосопротивления. Госэнергоиздат, 1961.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621. 375

Х. Силламаа

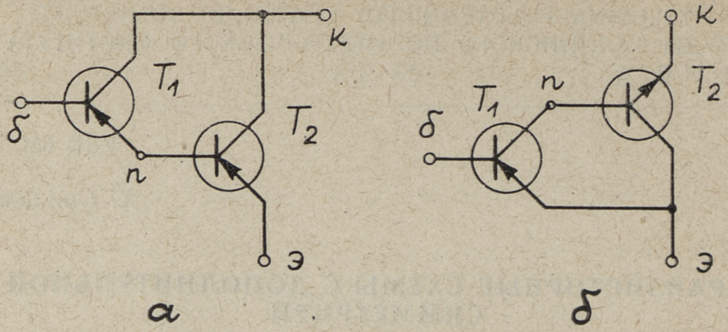
ТРАНЗИСТОРНЫЕ СХЕМЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ

За последнее десятилетие применение транзисторов растет с огромными темпами. При этом схемы с ними строятся как по аналогии с подобными на электронных лампах, так и с использованием специфических свойств транзисторов. Одним из наиболее существенных особенностей транзисторов является возможность их изготовления двух типов проводимости — в виде транзисторов с переходами $p-n-p$ и $n-p-n$. Схемы с комбинированным использованием таких транзисторов принято называть схемами с дополнительной симметрией (иногда схемами с комплементарными транзисторами). Несмотря на то, что возможность построения схем такого типа является специфическим только транзисторам, на такие схемные возможности до сих пор в литературе обращено относительно мало внимания. Главным образом это ограничивается рассмотрением выходных каскадов усилителей с дополнительной симметрией [1, 2, 3, 4]. В то же время возможны многие оригинальные схемные решения с интересными свойствами. Ниже будут рассмотрены общие свойства некоторых таких схем.

1. Схема составного транзистора с дополнительной симметрией

До сих пор хорошо известна схема составного транзистора (схема Дарлингтона, фиг. 1*а*), состоящая из двух транзисторов одного типа проводимости и обладающая свойствами, эквивалентными обыкновенному транзистору [7, 8]. Однако на базе двух транзисторов с различным типом проводимости возможно создание аналогичной схемы составного транзистора (фиг. 1*б*), которая до сих пор практически неизвестна *. Отдельные встречаемые в литературе примене-

* Возможна, конечно, разновидность схемы фиг. 1*б* с противоположным типом проводимости транзисторов.



Фиг. 1. Схемы составного транзистора:
а — нормальная схема; *б* — схема с дополнительной симметрией

ния этой схемы скорее случайны [9, стр. 44; 6, стр. 193] и не сопровождены анализом свойств, а иногда даже дана неправильная оценка [11].

Выяснение свойств схемы составного транзистора удобнее всего провести методом матричного преобразования [12]. В нашем случае необходимо, исходя из матриц отдельных транзисторов, например, матриц проводимостей, найти матрицу эквивалентного транзистора путем исключения одного узла. Соответствующее матричное соотношение получается в общем случае в виде [12, стр. 153]

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{11} - \mathbf{Y}_{12} \times \mathbf{Y}_{22}^{-1} \times \mathbf{Y}_{21}, \tag{1}$$

где $\mathbf{Y}$ — матрица эквивалентного транзистора,
$\mathbf{Y}_{11}$ — матрица проводимостей остающихся узлов;
$\mathbf{Y}_{22}^{-1}$ — обратная матрица исключаемых узлов;
$\mathbf{Y}_{21}$ и $\mathbf{Y}_{12}$ — взаимные матрицы остающихся и исключаемых узлов.

В нашем частном случае фиг. 1*б* необходимо исключение одного промежуточного узла *п*. Тогда формула (1) упрощается, так как матрица $\mathbf{Y}_{22}$ превращается в собственную проводимость исключаемого узла. В таком случае получается общая формула для вычисления отдельных составляющих Y_{ik} матрицы эквивалентного транзистора в виде

$$Y_{i\mathrm{k}} = Y_{\mathrm{ik0}} - \frac{Y_{\mathrm{in}} Y_{\mathrm{nk}}}{Y_{\mathrm{nn}}}, \tag{2}$$

где Y_{ik0} — взаимная проводимость между узлами i и k в исходной схеме, Y_{nn} — собственная проводимость исключаемого промежуточного узла, Y_{in} и Y_{nk} — соответствующие взаимные проводимости.

Если теперь через $Y_{бб1}$, $Y_{бэ1}$, $Y_{бк1}$ ... и т. д. обозначать составляющие матрицы первого транзистора T_1, а через $Y_{бб2}$, $Y_{бэ2}$, ..., и т. д. соответствующие параметры второго транзистора T_2, то для схемы фиг. 1*б* полная матрица проводимостей получается в виде (последовательность рядов — база — коллектор — эмиттер):

$$Y = \begin{Vmatrix} Y_{бб1} - \dfrac{Y_{бк1} Y_{кб1}}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} & -\dfrac{Y_{бк1} Y_{бэ2}}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} & Y_{бэ1} - \dfrac{Y_{бк1}(Y_{кэ1} + Y_{бк2})}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} \\ -\dfrac{Y_{эб2} Y_{кб1}}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} & Y_{ээ2} - \dfrac{Y_{эб2} Y_{бэ2}}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} & Y_{эк2} - \dfrac{Y_{эб2}(Y_{кэ1} + Y_{бк2})}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} \\ Y_{эб1} - \dfrac{Y_{кб1}(Y_{эк1} + Y_{кб2})}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} & Y_{кэ2} - \dfrac{Y_{бэ2}(Y_{эк1} + Y_{кб2})}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} & Y_{ээ1} + Y_{кк2} - \dfrac{(Y_{эк1} + Y_{кб2})(Y_{кэ1} + Y_{бк2})}{Y_{кк1} + Y_{бб2}} \end{Vmatrix} \tag{3}$$

Обычно для характеристики транзистора пользуются не полной матрицей параметров, а параметрами для определенной схемы включения.

Так, например, параметры проводимости для схемы с общим эмиттером получаются

$$\begin{aligned} y_{11э} &= Y_{бб}; & y_{12э} &= Y_{бк}; \\ y_{21э} &= Y_{кб}; & y_{22э} &= Y_{кк}; \end{aligned} \tag{4}$$

а чаще применяемые h-параметры в свою очередь

$$\begin{aligned} h_{11э} &= \frac{1}{Y_{бб}}; & h_{12э} &= -\frac{Y_{бк}}{Y_{бб}}; \\ h_{21э} &= \frac{Y_{кб}}{Y_{бб}}; & h_{22э} &= \frac{\Delta Y}{Y_{бб}}; \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\Delta_Y = Y_{бб} Y_{кк} - Y_{бк} Y_{кб}.$$

В последних формулах все параметры соответствуют преобразованной матрице (формула 3).

Пользуясь теперь формулой 2, можно выразить эквивалентные h-параметры сразу через проводимости исходной схемы фиг. 1*б*.

После соответствующих вычислений получим

$$h_{11э} = \frac{Y_{ппо}}{Y_{ббо}Y_{ппо} - Y_{бпо}Y_{пбо}}, \tag{6}$$

$$h_{12э} = \frac{Y_{бпо}Y_{пко} - Y_{бко}Y_{ппо}}{Y_{ббо}Y_{ппо} - Y_{бпо}Y_{пбо}}, \tag{7}$$

$$h_{21э} = \frac{Y_{кбо}Y_{ппо} - Y_{кпо}Y_{пбо}}{Y_{ббо}Y_{ппо} - Y_{бпо}Y_{пбо}}, \tag{8}$$

$$h_{22э} = \frac{\begin{vmatrix} Y_{ббо} & Y_{бко} & Y_{бпо} \\ Y_{кбо} & Y_{кко} & Y_{кпо} \\ Y_{пбо} & Y_{пко} & Y_{ппо} \end{vmatrix}}{Y_{ббо}\ Y_{ппо} - Y_{бпо}\ Y_{бпо}}.$$

Для практических вычислений эквивалентных h-параметров целесообразно исходить из упрощенной матрицы проводимости обычного транзистора, представленную через её h-параметры (составленную при предположении, что $h_{12э} \ll 1 \ll \ll h_{21э}$ — ограничение, которое на практике с достаточной точностью обычно выполняется). Такая матрица выглядит (последовательность узлов — база — эмиттер — коллектор):

$$\begin{Vmatrix} \frac{1}{h_{11э}} & -\frac{h_{12э}}{h_{11э}} & -\frac{1}{h_{11э}} \\ \frac{h_{21э}}{h_{11э}} & \frac{\Delta_{hэ}}{h_{11э}} & -\frac{h_{21э}}{h_{11э}} \\ -\frac{h_{21э}}{h_{11э}} & -\frac{\Delta_{hэ}}{h_{11э}} & \frac{h_{21э}}{h_{11э}} \end{Vmatrix}. \tag{10}$$

Здесь для сокращения записи используется известное соотношение

$$\Delta_{hэ} = h_{11э} \cdot h_{22э} - h_{12э} \cdot h_{21э}.$$

Проведя соответствующие вычисления эквивалентных h-параметров составного транзистора с дополнительной симметрией

$$h_{11э} = \frac{h_{11э1} + \Delta_{hэ1} \cdot h_{11э2}}{1 + h_{11э2} \cdot h_{22э1}} \approx h_{11э1}, \tag{11}$$

$$h_{12э} = \frac{h_{12э1}}{1 + h_{11э2} \cdot h_{22э1}} \approx h_{12э1}, \tag{12}$$

$$h_{21э} = \frac{h_{21э1} h_{21э2}}{1 + h_{11э2} \cdot h_{22э1}} \approx h_{21э1} \cdot h_{21э2}, \tag{13}$$

$$h_{22э} = \frac{h_{11э1} h_{22э1} h_{21э2}}{h_{11э1} + \Delta_{hэ1} h_{11э2}} \approx h_{22э1} h_{21э2}, \tag{14}$$

$$\Delta_{hэ} = \frac{\Delta_{hэ1} h_{21э2}}{1 + h_{11э2} h_{22э1}} \approx h_{21э2} \cdot \Delta_{hэ1}. \tag{15}$$

Если для сравнения представить аналогичные эквивалентные параметры для хорошо известной схемы составного транзистора фиг. 1*а*, то они получаются в виде [8]:

$$h_{11э} \approx h_{11э1} + h_{21э1} \cdot h_{11э2}, \tag{16}$$

$$h_{12э} \approx h_{12э1} + h_{12э2} + h_{11э2} h_{22э1}, \tag{17}$$

$$h_{21э} \approx h_{21э1} (1 + h_{21э2}), \tag{18}$$

$$h_{22э} \approx h_{22э2} + h_{22э1} (1 + h_{21э2}), \tag{19}$$

$$\Delta_{hэ} \approx h_{21э2} \Delta_{hэ1} + h_{21э1} \Delta_{hэ2}. \tag{20}$$

Для оценки и сравнения параметров двух схем составного транзистора в смысле усилительных способностей целесообразно исходить из выражения коэффициента усиления мощности транзистора при согласованных входе и выходе. Выражение для такого коэффициента усиления (это фактически является максимальным возможным усилением при данной схеме включения транзистора), как известно, имеет вид

$$K_{\text{р макс}} = \frac{h_{21}^2}{[\sqrt{h_{11} h_{22}} + \sqrt{\Delta_h}]^2}. \tag{21}$$

Это соотношение в некотором смысле может быть сопоставлено с коэффициентом добротности для электронной лампы, также характеризующим потенциальные усилительные способности электронной лампы.

Анализ на базе данного выражения показывает явные преимущества схемы составного транзистора с дополнительной симметрией. Действительно, если принять, что составной транзистор собран из полупроводниковых триодов с одинаковыми параметрами: $h_{11э} = 1$ *ком*; $h_{12э} = 2 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э} = 50$; $h_{22э} = 40 \cdot 10^{-6}$ *сим* (следовательно $\Delta_{hэ} = 3 \cdot 10^{-2}$), тогда для составного транзистора с дополнительной симметрией (схема 1*б*) эквивалентные параметры равняются:

$$h_{11э} = 1\ ком,$$
$$h_{12э} = 2 \cdot 10^{-4},$$
$$h_{21э} = 2500,$$
$$h_{22э} = 2 \cdot 10^{-3}\ сим$$

и по формуле (21)

$$K_{р\ макс} = 2\,360\,000.$$

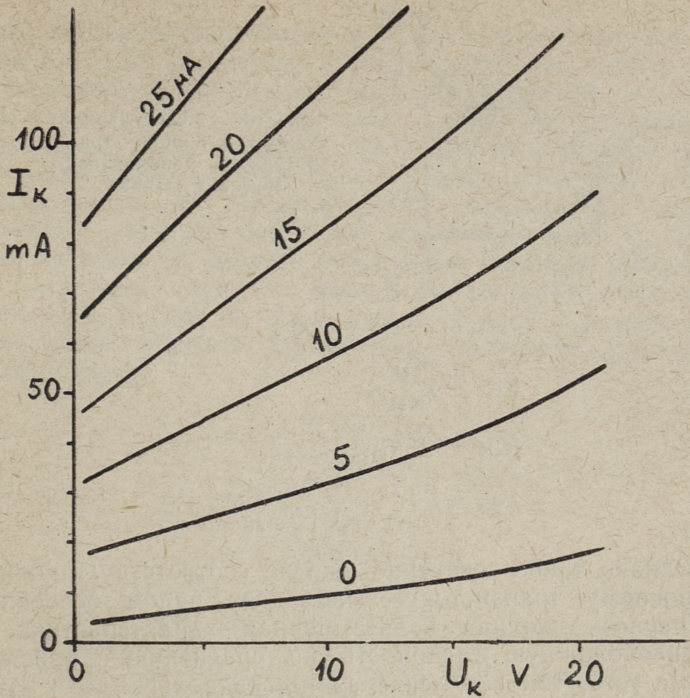
Повторив все вычисления для общеизвестной схемы составного транзистора фиг. 1*а*, получим соответственно

$$h_{11э} = 51 \cdot 10^{3}\ ом,$$
$$h_{12э} = 4 \cdot 10^{-2},$$
$$h_{21э} = 2550,$$
$$h_{22э} = 2 \cdot 10^{-3}\ сим,$$
$$K_{р\ макс} = 44\,800.$$

Как видно, схема с дополнительной симметрией обладает значительно большим усилением мощности. Физически это вполне понятно, так как в схеме обыкновенного составного транзистора возникается определенная обратная связь по току в цепи эмиттера первого транзистора, вызванная входным сопротивлением второго транзистора и приводящая к значительному уменьшению усиления мощности.

Для иллюстрации на фиг. 2 представлено экспериментально снятое семейство характеристик составного транзистора с дополнительной симметрией, использующего транзисторы П10$(n - p - n)$ и П202$(p - n - p)$. Как видно, характеристики в точности аналогичны характеристикам одиночного транзистора. При этом параметры с достаточной точностью могут быть вычислены по формулам (11) ... (15). Например, для режима $u_к = 10\ в$, $i_к = 57\ ма$, $i_б = 10\ мка$ измеренные значения параметров отдельных транзисторов получились — $h_{11э1} = 2{,}2\ ком$; $h_{12э1} = 4 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э1} = 39$; $h_{22э1} = 12 \cdot 10^{-6}\ сим$; $h_{11э2} = 173\ ом$; $h_{12э2} = 1 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э2} = 140$; $h_{22э2} = 1{,}3 \cdot 10^{-3}\ сим$. На основании этих данных были вычислены параметры составного транзистора: $h_{11э} = 2{,}2\ ком$; $h_{12э} = 4 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э} = 5460$; $h_{22э} = 1{,}68 \cdot 10^{-3}\ сим$, что дает совершенно удовлетворительное совпадение с действительно измеренными значениями: $h_{11э} = 2{,}4\ ком$; $h_{12э} = 4 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э} = 5100$; $h_{22э} = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ сим$.

Определенным недостатком составного транзистора является повышенное значение начального сквозного тока кол-



Фиг. 2. Семейство коллекторных характеристик составного транзистора (параметр семейства — ток базы).

лектора $I_{коэ}$, которое для обеих схем фиг. 1 может быть приближенно вычислена по формуле

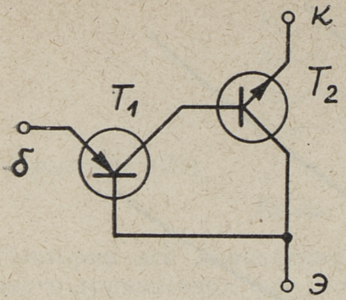
$$I_{коэ} = I_{коэ2} + (1 + h_{21э2})\, I_{коэ1}. \tag{22}$$

Однако в этом отношении обе схемы практически равноценны.

2. Другие схемы с дополнительной симметрией

Рассмотренная в первой части статьи схема не единственная. Возможно, например, составление схемы составного транзистора согласно фиг. 3. Повторение вычислений аналогично рассмотренному ранее даст для расчета эквивалентных параметров формулы

$$h_{11э} \approx \frac{h_{11э1} + h_{11э2}\Delta_{hэ1}}{h_{21э1}} \approx \frac{h_{11э1}}{h_{21э1}}, \tag{23}$$



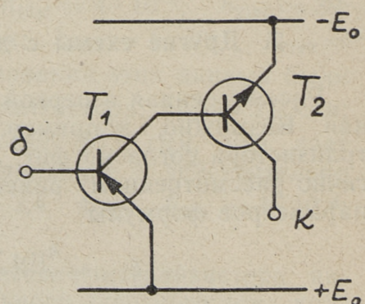
Фиг. 3. Нерегулярная схема составного транзистора с дополнительной симметрией

$$h_{12э} \approx \frac{\Delta_{hэ1}}{h_{21э1}}, \tag{24}$$

$$h_{21э} \approx -h_{21э2}, \tag{25}$$

$$h_{22э} \approx \frac{\Delta_{hэ2}}{h_{11э2}} + \frac{1+h_{21э2}}{1+h_{21э1}} h_{22э1}. \tag{26}$$

Однако такое сочетание уже не соответствует полностью одиночному транзистору, а обладает рядом особенностей. Во первых, входная вольтамперная характеристика имеет противоположную полярность по сравнению с привычным. Кроме того, ток «коллектора» всегда больше тока «эмиттера», параметр $h_{21э}$ получается с обратным знаком. При включении данного «составного транзистора» по схемам с общей базой или с общим коллектором возможно возникновение отрицательного входного сопротивления, что ведет к триггерному режиму. Поэтому данная схема часто и является основой для построения триггеров [6, 13, 14]. Собственно говоря, такая схема в точности соответствует четырехслойному $p-n-p-n$ переключательному устройству [15], нашедшему в последнее время значительное применение.



Фиг. 4. Схема составного транзистора с дополнительным источникам напряжения

Если дополнительно ввести в схему вспомогательные источники питания (например, в виде кремневых стабилитронов), то окажется возможным еще ряд схемных разновидностей. Одна из таких схем, хотя далеко не единственно возможная, показана на фиг. 4. По существу мы имеем здесь схему двухкаскадного усилителя с непосредственной связью с транзисторами с дополнительной симметрией. Однако, представляя схему как составной транзистор (фиг. 4), легко себе представить и другие возможные схемные разновидности (например, схему с общим коллектором составного транзистора). Расчет по формулам 6—9 дает в данном случае для эквивалентных параметров следующие уравнения (приближенные):

$$h_{11э} = \frac{h_{11э1} + \Delta_{hэ1} \cdot h_{11э2}}{1 + h_{11э2} h_{22э1}}, \tag{27}$$

$$h_{12э} = \frac{h_{12э1} h_{12э2}}{1 + h_{11э2} h_{22э1}}, \tag{28}$$

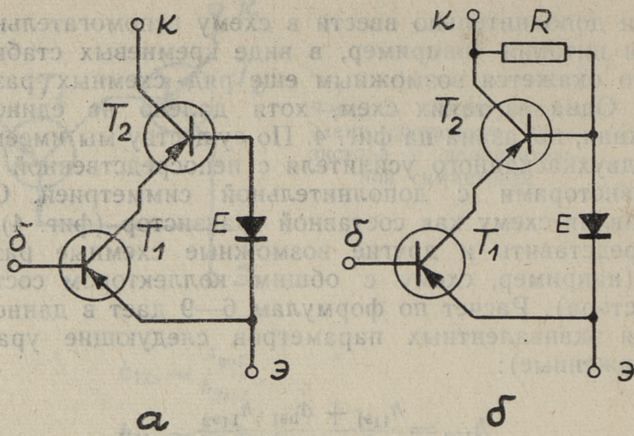
$$h_{21э} = - \frac{h_{21э1} \cdot h_{21э2}}{1 + h_{11э2} h_{22э1}}, \tag{29}$$

$$h_{22э} = \frac{h_{22э2} + \Delta_{hэ2} h_{22э1}}{1 + h_{11э2} h_{22э1}}. \tag{30}$$

При расчете внутреннее сопротивление источника питания принято равным нулю. При этом (на основании принципа наложения) при расчете матрицы проводимостей источник E_0 можно опускать и эту часть схемы рассматривать как один узел. Основной особенностью данной схемы является обстоятельство, что входные и выходные сигналы находятся в фазе, на что указывает отрицательный знак параметра $h_{21э}$.

Наконец хочется обратить внимание еще на одну схему, которая, хотя и использует транзисторы одного типа проводимости, но построена аналогично вышерассмотренным схемам и обладает также определенными ценными свойствами. Схема, представленная на фиг. 5*а*, характеризуется последовательным включением транзистора, причем посточник питания E_0 необходим для создания приемлемого рабочего режима первому транзистору. Расчет эквивалентных параметров приведет в данном случае к формулам

$$h_{11э} = \frac{h_{11э1} h_{21э2} + \Delta_{hэ1} h_{11э2}}{h_{21э2} + h_{22э1} h_{11э2}} \approx h_{11э1}, \tag{31}$$



Фиг. 5. Схема составного транзистора с большим входным сопротивлением

$$h_{12э} = \frac{h_{21э1}\Delta_{hэ2}}{h_{21э2} + h_{22э1}h_{11э2}}, \tag{32}$$

$$h_{21э} = \frac{h_{21э1}h_{21э2}}{h_{21э2} + h_{22э1}h_{11э2}} \approx h_{21э1}, \tag{33}$$

$$h_{22э} = \frac{h_{22э1}\Delta_{hэ2}}{h_{21э2} + h_{22э1}h_{11э2}}. \tag{34}$$

Анализ рассмотренных формул показывает, что данная схема обладает исключительно низкой выходной проводимостью h_{22}, которая при реальных параметрах транзисторов может иметь порядок 10^{-8}—10^{-9} сименс. Такая особенность позволяет использовать схему в простейшей схеме управляемого источника тока (источника с большим входным сопротивлением), для создания схем с высоким входным сопротивлением (включая как схему с общим коллектором) и т. д. Следует однако иметь в виду, что при попытке использовать в качестве вспомогательного источника питания E кремневого стабилитрона с дополнительным сопротивлением R по схеме фиг. 5*б*, выходная проводимость h_{22} получается

$$h_{22э} = \frac{h_{22э1}\Delta_{hэ2}}{h_{21э2} + h_{22э1}h_{11э2}} + \frac{1}{R}, \tag{35}$$

т. е. появляется шунтирование выхода с сопротивлением R, при увеличении которого встречаются определенные затруднения.

Выводы

1. Рациональное сочетание транзисторов разного типа проводимости позволяет создать ряд схем, которые до сих пор мало известны.

2. Такие схемы целесообразно рассматривать как схемы составного транзистора, что дает возможность, пользуясь различными схемами включения составного транзистора, создать ряд новых усилительных схем с непосредственной связью.

3. Рассмотренные схемы могут применяться в схемах усилителей постоянного тока, стабилизаторов, реле и т. д.

4. В данной статье не рассматривались более подробно свойства отдельных схем, как температурная зависимость параметров, их постоянство во времени, вопросы выбора рабочей точки и т. д. Эти вопросы для каждой схемы требуют особого рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Ши. Полупроводниковые триоды и их применение. ГЭИ, 1957.
2. Лоу, Эндрес, и др. Основы полупроводниковой электроники Советское Радио, 1958.
3. Н. С. Яковчук, В. Е. Челноков, М. П. Гейфман. Плоскостные транзисторы. Судпромгиз, 1961.
4. H. Lennartz, W. Taeger. Transistor-Schaltungstechnik. Verlag Radio-Foto-Kinotechnik, 1963.
5. V. Špany. Súmerné zapojenia s komplementárnymi tranzistormi. Automatizace, IV, 1961, 10.
6. С. Д. Додик. Полупроводниковые стабилизаторы постоянного напряжения и тока. Советское Радио, 1962.
7. Я. Будинский. Усилители низкой частоты на транзисторах. Связьиздат, 1963.
8. Ю. Л. Куркин, А. А. Соколов. Расчет схемы составного транзистора. Электричество, 1959, 8.
9. Дж. Карролл. Электронные схемы на полупроводниковых триодах. ИИЛ, 1959.
10. Дж. Карролл. Новые схемы на полупроводниковых приборах. ИИЛ, 1961.
11. Radio und Fernsehen. 1961, 12, S. 375.
12. Н. Г. Максимович. Линейные электрические цепи и их преобразования. ГЭИ, 1961.
13. Radio und Fernsehen. 1962, 6.
14. Automatizace. 1961, 11, st. 335.
15. Н. Г. Доброхотов. Полупроводниковые $p-n-p-n$ переключатели, в сборнике «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 7. Советское Радио, 1961.

Выводы

1. Рациональное сочетание транзисторов разного типа проводимости позволяет создать ряд схем, которые до сих пор мало известны.

2. Т-ида-схемы целесообразно рассматривать как схемы составного транзистора, что дает возможность, пользуясь единым для схемы-включения составного транзистора, создать ряд новых усилительных схем с непосредственной связью.

3. Рассмотренные схемы могут применяться в схемах усилителей постоянного тока, стабилизаторов, реле и т. д.

4. В данной статье не рассматривались более подробно свойства отдельных схем, как, температурная зависимость параметров, их постоянство во времени, вопросы выбора рабочей точки и т. д. Эти вопросы для каждой схемы требуют особого рассмотрения.

Литература

1. Р. Ши. Полупроводниковые приборы и их применение. ГЭИ, 1957.
2. Лоу, Эндрес и др. Основы полупроводниковой электроники. Советское Радио, 1958.
3. Н. С. Яковчук, В. К. [illegible] и И. П. Гайфулин. Плоскостные транзисторы. Связьиздат, 1961.
4. H. Lennartz, W. Taeger. Transistor-Schaltungstechnik. Verlag Radio-Foto-Kinotechnik, 1963.
5. V. Spany. Simple improvement of Darlington circuit transistors. Automatisace, IV, 1961, 10.
6. С. А. Жодин. Полупроводниковые стабилизаторы постоянного напряжения. Изд. «Советское радио», 1962.
7. Я. Будинский. Усилители низкой частоты на транзисторах. Связьиздат, 1963.
8. Ю. Л. Хотунцев, А. А. Степанов. Расчет схем с составными транзисторами. Электросвязь, 1963.
9. Д. Каррозерс. Электронные схемы на полупроводниковых приборах. ИЛ, 1962.
10. Дж. Карроль. Новые схемы на полупроводниковых приборах. ГЭИ, 1961.
11. Radio und Fernsehen, 1961, 12, S. 376.
12. Ю. Л. Хотунцев. Линейные электрические цепи и их преобразования. ГЭИ, 1961.
13. Radio und Fernsehen, 1960, 6.
14. Automatisace, 1961, 11, 4, 233.
15. Н. Г. Доброхотов. Полупроводниковые p-n-p-n переключатели, в сборнике «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 7, Советское Радио, 1961.

В [illegible] приведено [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] этих [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

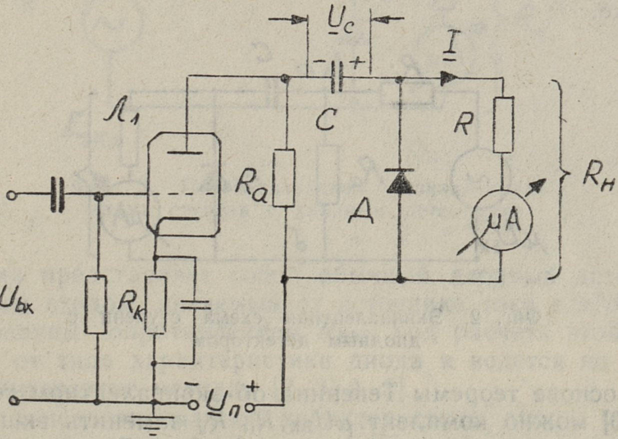
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621. 317. 312

И. Эйскоп

РАСЧЕТ СТУПЕНИ НАГРУЖЕННОЙ ДИОДНЫМ ДЕТЕКТОРОМ

Принципиальная схема усилительного каскада на триоде, нагруженного диодным детектором, показана на фиг. 1.



Фиг. 1. Схема ступени, нагруженной диодным детектором

Параллельно сопротивлению анодной нагрузки $R_а$ включен диодный детектор с закрытым входом, состоящий из разделительного конденсатора C, диода $Д$ и магнитоэлектрического микроамперметра μA с добавочным сопротивлением R. Пусть сумма добавочного сопротивления и внутреннего сопротивления микроамперметра равняется $R_{\text{Н}}$.

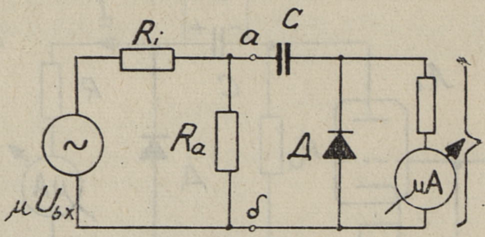
Если подать на сетку лампы $Л_1$ синусоидальное напряжение амплитудой $U_{\text{вх}}$, то это усиливается лампой и усиленное напряжение на $R_а$ детектируется диодным детектором. Как известно из теории диодного детектора [1, 2, 3], конденсатор C заряжается в процессе детектирования до некоторого постоянного напряжения $\underline{U}_с$. Конденсатор C разряжается через сопротивление $R_{н}+R_{а}$ током, имеющим постоянной составляющей [3]

$$\underline{I}=\frac{\underline{U}_{c}}{R_{н}}. \tag{1}$$

Ток $\underline{I}$ измеряется микроамперметром μA и является мерой для суждения о величине входного напряжения $U_{вх}$.

Аналитический расчет каскада

Эквивалентная схема усилительного каскада, нагруженного диодным детектором, показана на фиг. 2. Здесь лампа $Л_{I}$ на фиг. 1 заменена последовательным соединением э. д. с. $\mu U_{вх}$ и внутренним сопротивлением лампы R_{i} в рабочем токе.



Фиг. 2. Эквивалентная схема ступени с диодным детектором

На основе теоремы Тевенина об эквивалентном генераторе [4, 6] можно комплект $\mu U_{вх}, R_{i}$, $R_{а}$ заменить эквивалентным источником тока, имеющим э. д. с. $E_{экв}$ и внутренное сопротивление $R_{экв}$. Эквивалентная э. д. с. $E_{экв}$ определяется как напряжение холостого хода U_{xx}, возникающее на $R_{а}$ (при отключенном детекторе):

$$E_{экв}=U_{xx}=\frac{\mu R_{a}}{R_{i}+R_{a}}U_{вх}=KU_{вх}, \tag{2}$$

где

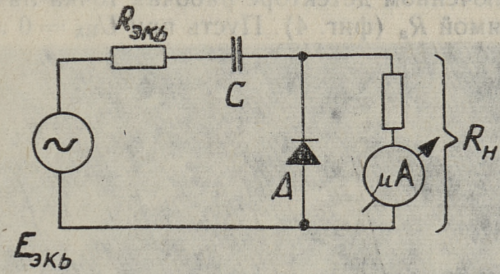
$K=\dfrac{\mu R_{a}}{R_{i}+R_{a}}$ — усиление лампы при отключенном детекторе. При коротком замыкании анодного сопротивления $R_{а}$, т. е. точек *а* и *б* на фиг. 2, возникает ток короткого замыкания

$$I_{кз}=\frac{\mu U_{bx}}{R_{i}}.$$

Эквивалентное внутренное сопротивление определяется формулой

$$R_{\text{экв}} = \frac{U_{xx}}{I_{\text{кз}}} = \frac{E_{\text{экв}} R_i}{\mu U_{\text{bx}}} = \frac{R_a R_i}{R_i + R_a} (=) R_a \| R_i. \quad (3)$$

Из формулы 3 видно, что $R_{\text{экв}}$ является параллельным соединением сопротивлений R_a и R_i. На основе формул 2 и 3 можно эквивалентную схему фиг. 2 преобразовать в вид, показанный на фиг. 3.



Фиг. 3. Преобразованная эквивалентная схема ступени с диодным детектором

Схема представляет собой обычный диодный детектор с закрытым входом, питаемый от источника тока с *э. д. с.* $E_{\text{экв}}$ и внутренним сопротивлением $R_{\text{экв}}$. Ход расчета этой схемы зависит от типа характеристики диода и ведется по известным в литературе методам [2, 3, 4, 5].

При линеаризированной характеристике диода угол отсечки Θ рассчитывается формулой [3]

$$\frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{экв}} + R_{i\text{д}} + \dfrac{R_{\text{экв}} \cdot R_{i\text{д}}}{R_{\text{н}}}} = \frac{\pi}{\operatorname{tg}\Theta - \Theta}, \quad (4)$$

где $R_{i\text{д}}$ — внутреннее сопротивление открытого диода.

Теперь определяется постоянное напряжение на конденсаторе C [3].

$$U_c = E_{\text{экв}} \cdot \cos\Theta = K U_{\text{bx}} \cos\Theta = K u_{\text{bx.откр}}, \quad (5)$$

где $u_{\text{bx.откр}} = U_{\text{bx}} \cos\Theta$ — мгновенное значение входного напряжения, при котором диод открывается. Амплитудные значения зарядного I_{3m} и разрядного I_{pm} тока конденсатора [3]

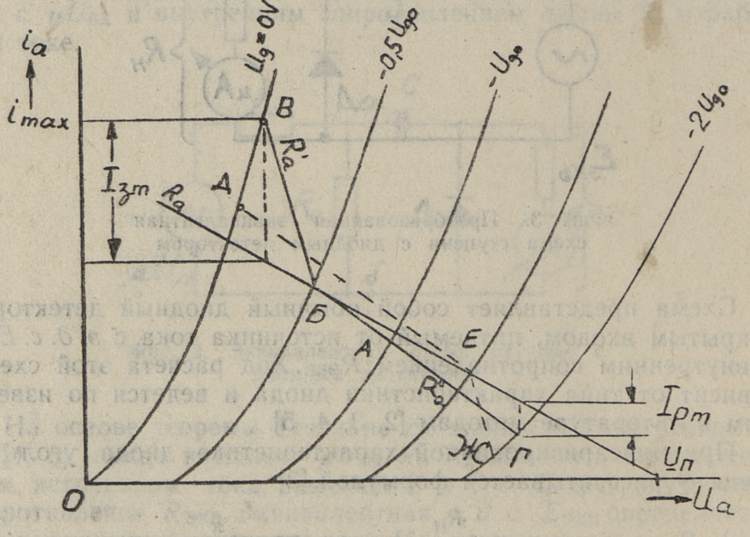
$$I_{3m} = \frac{E_{\text{экв}} (1 - \cos\Theta)}{R_{\text{экв}} + R'_i} = \frac{(1 - \cos\Theta)}{R_{\text{экв}} + R'_i} K U_{\text{bx}}, \quad (6)$$

$$I_{pm} = \frac{E_{экв}\,(1 + \cos\theta)}{R_{экв} + R_{н}} = \frac{1 + \cos\theta}{R_{экв} + R_{н}}\, K U_{bx}, \qquad (7)$$

где $R'_{i} = \frac{R_{н} \cdot R_{экв}}{R_{н} + R_{экв}}$ — сопротивление параллельного соединения $R_{экв}$ и $R_{н}$.

Движение рабочей токи лампы на $i_a - u_a$ — характеристике

При отключенном детекторе рабочая точка лампы $Л_I$ движется по прямой R_a (фиг. 4). Пусть при $U_{вх} = 0$ лампа находится в точке $A(U_g = -U_{g0})$.



Фиг. 4. Движение рабочей точки лампы на $i_a u_a$ — характеристике

Определяем движение рабочей точки при $U_{bxm} = U_{g0}$ т. е. при раскачке лампы до $u_g = Ob$. Пусть $\theta = 60°$, тогда диод открывается (формула 5) при

$$u_{вх.откр} = U_{вх} \cdot \cos\theta = U_{g0} \cos 60° = 0{,}5\ U_{g0},$$

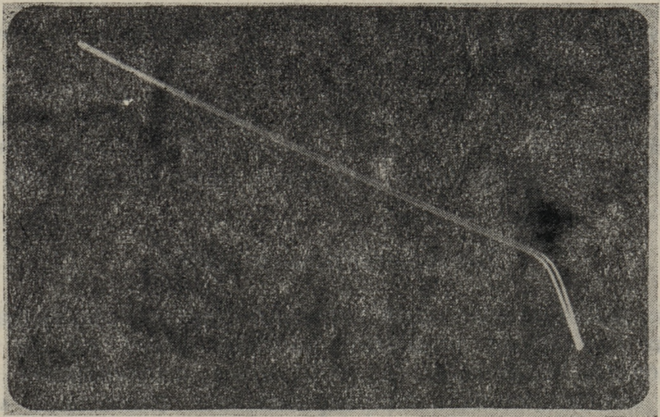
т. е. в точке $Б$. Теперь лампа нагружена сопротивлением R'_a, являющимся параллельным соединением R_a, $R_{iД}$ и $R_{н}$,

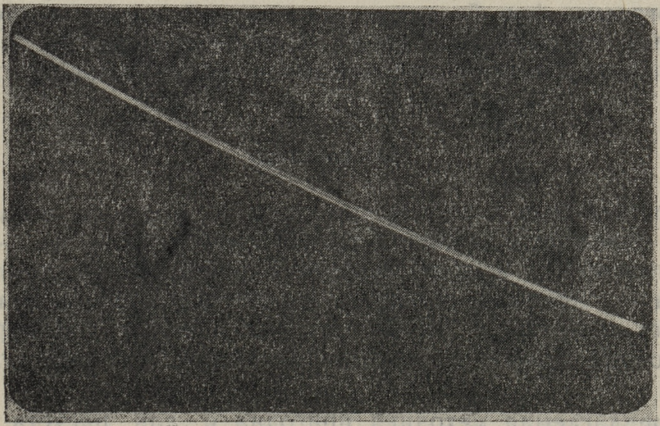
$$\frac{1}{R'_a} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_{iД}} + \frac{1}{R_{н}} \qquad (8)$$

и рабочая точка движется вдоль прямой $R'_{а}$ до точки B ($u_g=0$). На графике показана амплитуда зарядного тока конденсатора $I_{зm}$ и амплитуда тока лампы $i_{макс}$. Когда $u_{вх}$ падает ниже $u_{вх.откр}$, то диод закрывается и лампа нагружена сопротивлением $R''_{а}$, являющим параллельным соединением $R_{а}$ и $R_{Н}$

$$\frac{1}{R''_{а}}=\frac{1}{R_{а}}+\frac{1}{R_{Н}}. \tag{9}$$

Рабочая точка движется по прямой $R''_{а}$. На графике показана амплитуда разрядного тока конденсатора I_{pm}. Это





Фиг. 5. Осциллограммы движения рабочей точки лампы:
наверху — с детектором, внизу — без детектора

движение рабочей точки, когда диод включен так, как показано на фиг. 1, т. е. детектируются отрицательные полупериоды на аноде лампы. Когда диод включен обратной полярностью, тогда детектируются положительные полупериоды на аноде. Движение рабочей точки в случае «детектора положительных полупериодов» показано на фиг. 4 пунктирной *ДЕЖ*. В случае двухполупериодного детектора траектория рабочей точки имеет изломы в обоих концах, обусловленные открыванием диодов. Рабочую точку следует выбрать с таким расчетом, чтобы максимально-возможный ток через микроамперметр не превышал предельно допустимого значения.

В мощных двухтактных каскадах усилителей низкой частоты, работающих сеточными токами, можно промежуток сетка-катод лампы рассматривать как диод, который открывается при $u_g > 0$. Это позволяет провести расчет предоконечной ступени, как ступени, нагруженной двухполупериодным диодным детектором, пользуясь здесь изложенной методикой.

Экспериментальная часть

Для экспериментальной проверки осциллографировано на частоте $f = 400$ *гц* движение рабочей точки лампы 6Ж1П в триодном включении ($R_а = 5{,}1$ *ком*), нагруженной детектором положительных полупериодников (ламповый милливольтметр В3-2А). Параметры детектора следующие: диод 6Х2П (одна половина), $R_н = 21{,}5$ *ком*, $C = 4$ *мкф*. На осциллограмме фиг. 5*а* видно характерный излом внизу, вызванный открыванием диода. Осциллограмма на фиг. 5*б* изображает движение рабочей точки при отключенном диоде.

Заключение

Приведенные в работе методика и формулы позволяют точно определить движение рабочей точки лампы на $i_а$—$u_а$ — характеристику и амплитудную характеристику комплекта лампа — диодный детектор. Амплитудную характеристику следует выбрать с таким расчетом, чтобы предохранить стрелочный прибор на выходе детектора от перегрузок и порчи.

Предлагаемая методика пригодна и для расчета предоконечной ступени, нагруженной мощным каскадом, работающим сеточными токами.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Гоноровский. Основы радиотехники, 1957.
2. И. Эйскоп. Электронные измерительные приборы, часть I. Сборник лекций. Ротапринт ТПИ, 1962.
3. И. Эйскоп. О расчете диодного детектора с закрытым входом. Труды ТПИ, серия А, № 207, 1963.
4. Р. Лэнди, Д. Дэвис и др. Справочник радиоинженера, 1961.
5. Справочник по радиотехнике. Под общей редакцией Б. А. Смиренина. 1950.
6. Л. С. Гуткин, Преобразование сверхвысоких частот и детектирование. 1953.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621.317.39:532.137

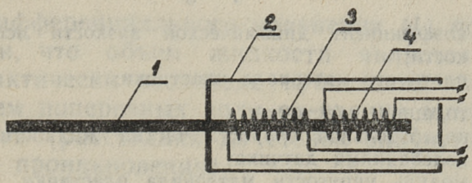
Л. Эйнер

ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ПРИ ПОМОЩИ МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ

Появление первых ультразвуковых вискозиметров [1, 2] является новым этапом в технике измерения вязкости. Применение магнитострикционных колебательных датчиков для измерения вязкости позволяет успешно разрешить ряд новых практических вопросов (возможность непрерывного измерения и сочетания измерительного прибора с системой автоматического регулирования, измерение вязкости в потоке; возможность герметизированного ввода датчика в трубопровод и др.). Ввиду этого указанный метод и заслуживает самого серьезного внимания.

Исходные положения

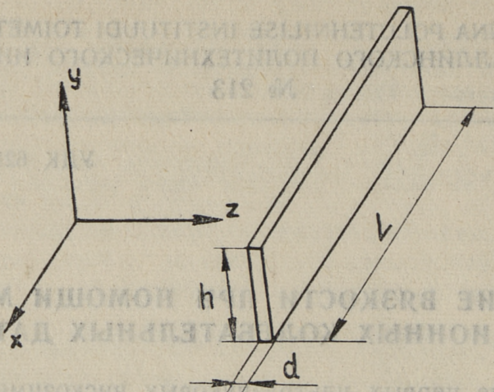
Самым простым чувствительным элементом магнитострикционного колебательного датчика может служить плоская магнитострикционная пластинка, смонтированная в корпус датчика так, что одна ее половина выступает наружу, а другая, находящая внутри корпуса половина пластинки, охватывается обмотками возбуждения и измерения (фиг. 1).



Фиг. 1. Магнитострикционный колебательный датчик:

1 — пластинка датчика, *2* — корпус, *3* и *4* — обмотки возбуждения и измерения

Обозначаем размеры пластинки датчика буквами d, h и L (фиг. 2). Если пластинка, совершающая продольные коле-



Фиг. 2. Пластинка магнитострикционного колебательного датчика

бания, до половины погружена в чисто-вязкую (ньютоновскую) жидкость, то колебательное движение ее опишется дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2_{\vartheta} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\eta}{\varrho_{\vartheta} d} \left(\frac{dv_x}{dz} \right)_{z=0} \qquad (1)$$

с граничными условиями (при жестком укреплении пластинки посредине):

$$\xi(0,\ t) = 0; \ \frac{\partial \xi}{\partial t}\left(\frac{L}{2},\ t\right) = 0,$$

где ξ — смещение частицы пластинки вдоль оси x;

c_{ϑ} — скорость звука в материале пластинки,

$$c_{\vartheta} = \sqrt{\frac{E_{\vartheta}}{\varrho_{\vartheta}}};$$

η — коэффициент динамической вязкости исследуемой жидкости;

ϱ_{ϑ} — плотность материала пластинки;

d — толщина пластинки;

v_x — колебательная скорость частиц жидкости, возбужденная колебаниями датчика;

E_{ϑ} — модуль упругости материала пластинки.

Данное уравнение учитывает демпфирующее действие окружающей жидкости только на двух боковых поверхностях пластинки (параллельных плоскости xy), а торможением, вызываемом концом и кромками пластинки, пренебрегаются. Такое упрощение является допустимым тогда, когда размеры пластинки выбраны с соблюдением условий $L \geqslant 10h \geqslant 10d$.

Торможение на ту половину пластинки, которая находится в корпусе датчика (т. е. в воздухе), потери в материале пластинки и в месте ее крепления также не принимаются в учет. Неучет этих потерь существенно упрощает математическое рассмотрение вопроса и оправдан ввиду незначительного их влияния.

Ход решения указанного дифференциального уравнения рассмотрен в литературе [2]. Не повторяя промежуточные этапы математических преобразований, необходимо в то же время обратить внимание на ряд существенных моментов.

Прежде всего оказывается, что ненагруженный датчик совершает гармонические продольные колебания с угловой частотой свободных колебаний ω_0). Свободные колебания нагруженного (при погружении его в исследуемую жидкость) датчика экспоненциально затухают (коэффициент затухания α, угловая частота колебаний $\omega < \omega_0$).

Далее следует, что датчик, совершая гармонические колебания в чисто-вязкой жидкости, создает в жидкости распространяющую в направлении оси z поперечную волну с экспоненциально затухающей амплитудой [3]. Глубина проникновения этой волны (т. е. расстояние, на котором амплитуда волны падает в e раз):

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\varrho}}, \tag{2}$$

где η — коэфф. динамической вязкости жидкости;
ω — угловая частота колебаний, вызывающих поперечную волну;
ϱ — плотность жидкости.

Когда амплитуда колебаний самого датчика экспоненциально затухает, глубина проникновения поперечной волны меньше.

Решение дифференциального уравнения (I) получено при предположении, что объем жидкости является настолько большим (практически несколько кубических сантиметров), что отражением поперечных волн от границ жидкости можно не считаться (расстояния до стенок значительно превышают глубину проникновения).

Результаты решения дифференциального уравнения с предъявленными граничными условиями могут быть представлены в виде системы уравнений, связывающих параметры колебания пластинки α и ω между собой (при колебаниях, где $\frac{\alpha^2}{\omega^2} \ll 1$):

$$c^2_\vartheta \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \omega^2 - a^2 + \frac{\sqrt{\varrho\eta}}{\sqrt{2}\varrho_\vartheta d} \sqrt{\omega}(\omega + a),$$

$$\frac{\sqrt{\varrho\eta}}{\sqrt{2}\,\varrho_\vartheta d} \sqrt{\omega}(\omega - a) - 2a\omega = 0. \tag{3}$$

При этом $c_\vartheta \frac{n\pi}{L} = \omega_{on}$, где $n = 1, 3, 5 \ldots$, так что основная частота ненагруженного датчика:

$$\omega_0 = c_\vartheta \frac{\pi}{L}. \tag{4}$$

Разрешая второе уравнение системы (3), получаем:

$$a = \frac{\sqrt{\omega\varrho\eta}}{2\sqrt{2}\varrho_\vartheta d}\left(1 - \frac{1}{\omega}\frac{\sqrt{\omega\varrho\eta}}{2\sqrt{2}\,d\varrho_\vartheta}\right) \tag{5}$$

или

$$a = C\sqrt{\omega\varrho\eta}\left(1 - \frac{1}{\omega} C\sqrt{\omega\varrho\eta}\right). \tag{6}$$

Здесь коэффициент C является постоянной, характеризующей материал и размеры конкретного датчика:

$$C = \frac{1}{2\sqrt{2}\,\varrho_\vartheta d}. \tag{7}$$

При разрешении системы (3) в отношении ω целесообразно ввести вспомогательный параметр $\overline{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$, так как это позволяет нам обобщить получаемые результаты. Кроме того, ω из системы уравнений (3) непосредственно не сможет быть выражена. После соответствующих преобразований получим

$$\overline{\omega} \approx 1 - C_1\sqrt{\varrho\eta}\left(1 - \frac{C_1}{2}\sqrt{\varrho\eta} + \frac{C_1^2}{8}\varrho\eta\right), \tag{8}$$

где $C_1 = \frac{1}{\sqrt{\omega_0}} \frac{1}{2\sqrt{2}\,\varrho_\vartheta d} = \frac{C}{\sqrt{\omega_0}}$ является постоянной, характеризующей конкретный датчик, так же как и C.

Найденные выражения (6) и (8) позволяют провести общий анализ о предельных возможностях измерения вязкости при помощи таких колебательных датчиков. При этом вязкость всегда определяется косвенным путем, чаще всего через измерения коеэффициента затухания или частоты собственных колебаний датчика.

Измерение коэффициента затухания

Исходя из практических соображений (получение датчиков с достаточной механической прочностью и подходящими габаритами при соблюдении требуемого соотношения размеров пластинки) подходящей толщиной пластинки датчика является 0,02—0,1 *см*. Материалом пластинки могут служить материалы с большим коэффициентом магнитострикции — пермендюр (К49Ф2 и К-65) и никель. Для примера в таблице 1 приведены постоянные C для пластинок различной толщины, изготовленных из этих материалов.

Таблица 1

Материал пластинки	Плотность, $г/см^3$	Постоянная C, $см^2/г$		
		$d = 0{,}02$ *см*	$d = 0{,}04$ *см*	$d = 0{,}08$ *см*
Пермендюр 49% Co	8,08	2,19	1,095	0,548
Пермендюр 65% Co	8,25	2,15	1,075	0,538
Никель 100%	8,90	1,99	0,995	0,498

Вычисляя α для жидкостей с различной вязкостью и плотностью, увидим, что в определенной области малых вязкостей ω можно считать постоянной и равной ω_0.

Применяя для вычислений приблизительную зависимость

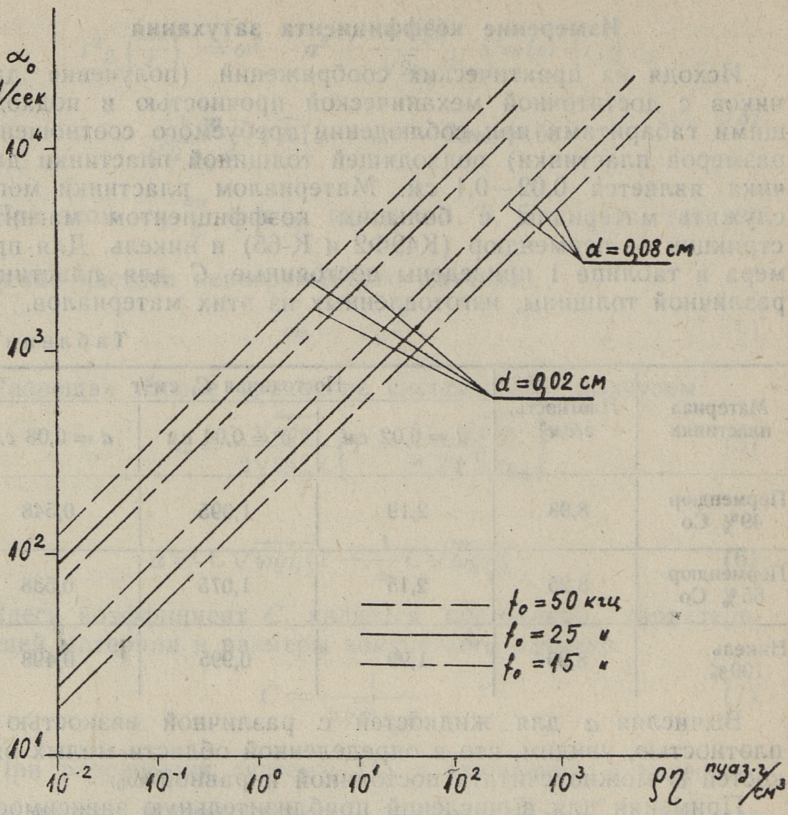
$$\alpha_0 \approx C\sqrt{\omega_0} \cdot \sqrt{\varrho\eta}, \tag{9}$$

получим между величинами α и $\varrho\eta$ квадратичную связь (фиг. 3), т. е. имеем возможность применить измерительную схему с квадратной шкалой.

Именно на таком принципе работают существующие ультразвуковые вибрационные вискозиметры [1, 2].

На фиг. 4 изображена зависимость относительного коэффициента затухания $\overline{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_0}$ от вязкости (от величины $\varrho\eta$) для датчиков разной толщины. Оказывается, что погрешность из-за неучета изменения собственной частоты колебания ω датчика, допускаемая нами применением для определения вязкости зависимости (9) вместо (6), становится значительной уже при значениях $\varrho\eta = 10^1$—10^2 *пуаз* $\cdot$ *г/см*^{3}.

Применение более точного выражения α (6) позволяет нам определить $\varrho\eta$ через α в диапазоне, где соблюдается

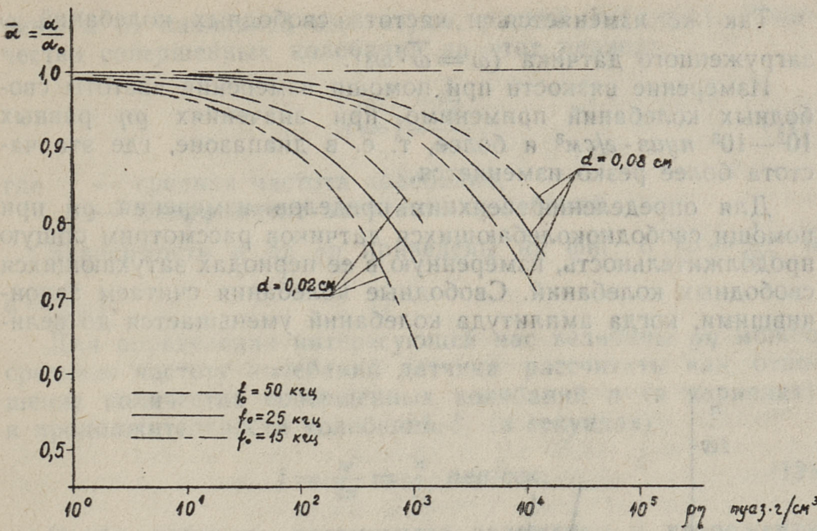


Фиг. 3. Зависимость коэффициента затухания α_0 от $\varrho\eta$

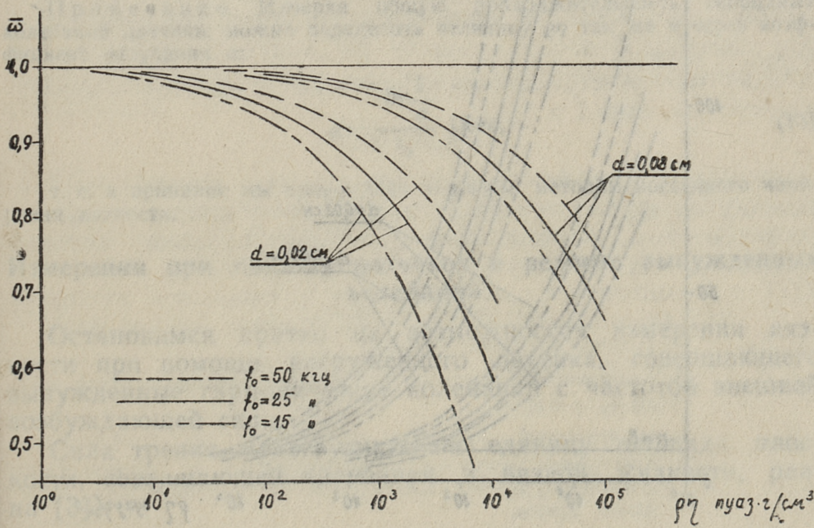
условие $\frac{\alpha^2}{\omega^2} \ll 1$, т. е. верхний предел применимости (6) лежит в интервале от нескольких сот до нескольких тысяч *пуаз · г/см*³ (в зависимости от частоты собственных колебаний плоского датчика и от размера d его).

Измерение частоты затухающих колебаний датчика

На фиг. 5 приведена зависимость относительной частоты свободных колебаний $\overline{\omega}$ пермендюровых датчиков (К49Ф2) от $\varrho\eta$ при различной толщине пластинок датчиков и при различной ω_0. В области малых вязкостей ($\varrho\eta < 100$ *пуаз · г/см*³) $\overline{\omega}$ изменяется мало, но при больших вязкостях изменение $\overline{\omega}$ становится значительным.



Фиг. 4. Зависимость относительного коэффициента затухания $\bar{\alpha}$ от $\varrho\eta$

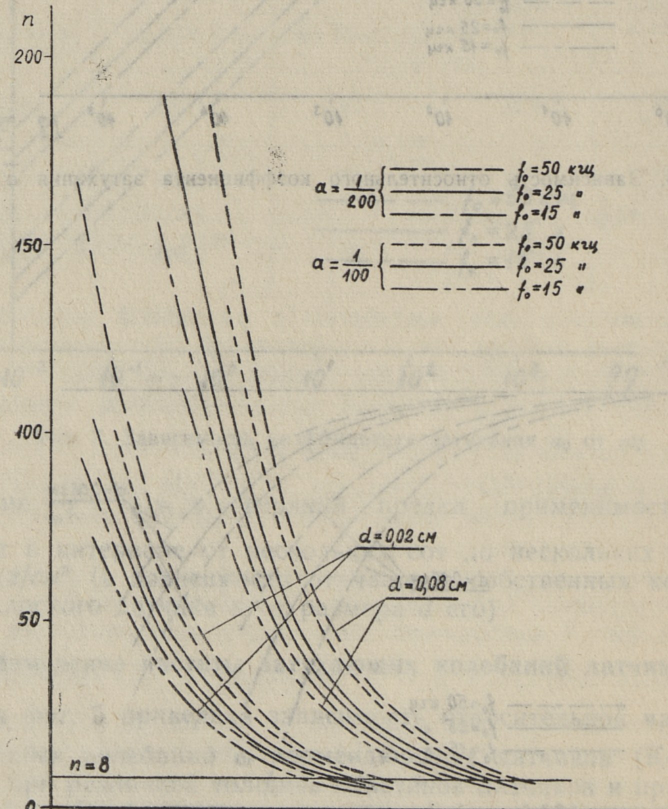


Фиг. 5. Зависимость относительной частоты свободных колебаний $\bar{\omega}$ от $\varrho\eta$

Так же изменяется и частота свободных колебаний ω загруженного датчика ($\omega = \overline{\omega} \cdot \omega_0$).

Измерение вязкости при помощи измерения частоты свободных колебаний применимо при значениях $\varrho\eta$ равных 10^2—10^3 *пуаз · г/см³* и более, т. е. в диапазоне, где эта частота более резко изменяется.

Для определения верхних пределов измерения $\varrho\eta$ при помощи свободноколебающихся датчиков рассмотрим общую продолжительность, измеренную в ее периодах затухающихся свободных колебаний. Свободные колебания считаем закончившими, когда амплитуда колебаний уменьшается до вели-



Фиг 6. Зависимость числа колебаний n от $\varrho\eta$

чины a от начальной амплитуды, равной 1 ($a<1$). Количество совершенных колебаний за этот период:

$$n = f\frac{\ln\frac{1}{a}}{\alpha}, \tag{11}$$

где f — средняя частота колебаний,
α — коэффициент затухания колебаний.

Зависимости n от $\varrho\eta$ приведены на фиг. 6 ($a=\frac{1}{100}$ и $a=\frac{1}{200}$).

Для определения интересующей нас величины $\varrho\eta$ можно среднюю частоту колебаний датчика рассчитать как отношение количества совершенных колебаний n (в периодах) к продолжительности колебаний $t_а$ (в секундах):

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{n}{t_а}\ \textit{пер/сек}. \tag{12}$$

Чтобы избежать чрезмерного осложения и удорожения измерительной аппаратуры, считаем, что всегда $n \geqslant 8$—10. Тогда (при $n \geqslant 8$ и $a=\frac{1}{200}$) определение $\varrho\eta$ возможно до $20\cdot10^3$ *пуаз · г/см*^{3} (соответственно $\overline{\omega}=0{,}76$—$0{,}86$ в зависимости от частоты собственных колебаний датчика).

Примечание. Измеряя общую продолжительность свободных колебаний датчика, можно определить величину $\varrho\eta$ так же и через коэффициент затухания α:

$$\alpha=\frac{\ln\frac{1}{a}}{t_а}\ 1/\textit{сек}, \tag{13}$$

т. е. в принципе мы имеем дело одним методом косвенного измерения вязкости.

Измерения при помощи датчиков в режиме вынужденных колебаний

Остановимся кратко на возможностях измерения вязкости при помощи нагруженного датчика, совершающего вынужденные гармонические колебания с частотой внешней возбуждающей силы.

Сила трения, действующая на единицу площади плоскости, совершающей колебания в вязкой жидкости, равна [3]:

$$\sigma_{zx}=\eta\frac{\vartheta v_x}{\vartheta z}, \tag{14}$$

где v_x — колебательная скорость частиц жидкости, возбужденная колебаниями датчика.

Значение производной при этом должно быть взято на самой поверхности плоскости (при $z=0$), где v_x равна скорости частиц плоскости $\dot{\xi}$.

Работа сил трения в единицу времени (активная мощность), отнесенная к единице площади колебающейся плоскости, равна

$$p_{\text{мех}} = \frac{\dot{\xi}^2{}_m}{2} \sqrt{\frac{\omega\sigma\eta}{2}}. \qquad (15)$$

Примечание. Равенство (15) учитывает действительную часть силы σ_{zx}. Вторая составляющая этой силы направлена по оси z и не связана с диссипацией энергии, т. е. является инерционной.

Исходя из равенства (15) и учитывая упрощения, приведенные в начальной части данной статьи, можем сказать, что активная мощность плоского колебательного датчика, расходуемая на трение в вязкой жидкости

$$P_{\text{а, мех}} = \frac{\dot{\xi}^2{}_m}{2} R_{\text{мех}}. \qquad (16)$$

Активное сопротивление нагрузки

$$R_{\text{мех}} = SR_{1,\text{ мех}},$$

где S — рабочая поверхность датчика,

$R_{1,\text{ мех}}$ — удельное активное сопротивление нагрузки, $R_{1,\text{ мех}} = \sqrt{\omega\varrho\eta/2}$.

Для магнитострикционного датчика с простой конфигурацией (см. фиг. 1 и 2)

$$S = hL.$$

С другой стороны можем сказать, что датчик, изображенный на фиг. 1, представляет из себя электромеханическую систему, полный электрический импеданс которой можно привести к виду [5]:

$$Z_\Sigma = Z_{\text{оэ}} + Z_{\text{МК}}, \qquad (17)$$

где Z_Σ — полный импеданс датчика;

$Z_{\text{оэ}}$ — электрический импеданс «зажатого» преобразователя (скорость $\dot{\xi}=0$);

$Z_{\text{МК}}$ — кинетический импеданс, зависящий от коэффициента электромеханического преобразования, от механического импеданса преобразователя и от механического импеданса среды.

В случае конкретного датчика в режиме вынужденных колебаний (при постоянной ω) полный импеданс датчика зависит только от значения механического импеданса среды, так как остальные компоненты, учитываемые равенством (17), считаем постоянными.

Нетрудно показать [3], что механический импеданс среды для вязкой жидкости при этом определяется величиной $\varrho\eta$.

Выразим полный импеданс датчика в виде

$$Z_{\Sigma} = R_{\Sigma} + jX_{\Sigma},$$

тогда

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_{\Sigma}}{R_{\Sigma}}, \tag{18}$$

где φ — разность фаз напряжения и тока на входе обмотки возбуждения датчика.

Для проведения конкретных расчетов можно составить полную эквивалентную электромеханическую схему*, связывая механические и электрические параметры датчика при помощи коэффициента электромеханического преобразования, но так же можно применять реальные кривые магнитострикции и намагничивания. Последний метод [6] позволяет приблизительно учесть и нелинейность датчика.

Нетрудно установить однозначную связь также между $\varrho\eta$ и активной мощностью $P_{a\Sigma}$, потребляемой датчиком при постоянной частоте и амплитуде колебаний датчика, или между $\varrho\eta$ и амплитудой колебаний при постоянной частоте и активной мощности датчика, но вопрос измерения вязкости при помощи измерения фазы φ нам представляется более перспективным.

Приложение

Приведенные выше выражения коэффициента затухания α (5) и относительной частоты $\bar{\omega}$ (8) несколько отличаются от аналогичных, встречаемых в литературе [2, 4]. Поэтому прилагаем решение системы уравнений (3) (последняя по сущности совпадает с уравнениями, приведенными в [2]).

Определяем α из второго уравнения системы (3):

$$2\alpha\omega = \frac{\sqrt{\omega\varrho\eta}}{\sqrt{2}\varrho_{\vartheta} d}(\omega - \alpha) = \frac{\omega\sqrt{\omega\varrho\eta}}{\sqrt{2}\varrho_{\vartheta} d} - \frac{\alpha\sqrt{\omega\varrho\eta}}{\sqrt{2}\varrho_{\vartheta} d};$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{\omega\varrho\eta}}{2\sqrt{2}\varrho_{\vartheta} d} : \left(1 + \frac{\sqrt{\omega\varrho\eta}}{2\sqrt{2}\varrho_{\vartheta} d_{\omega}}\right);$$

---

* Вопросы составления эквивалентных схем магнитострикционных преобразователей рассмотрены в литературе [5, 7, 8].

то есть

$$a = \frac{A}{1 + \frac{A}{\omega}}.$$

Так как

$$\frac{A}{1 + \frac{A}{\omega}} \approx A\left(1 - \frac{1}{\omega} A\right),$$

получим окончательно:

$$a = \frac{\sqrt{\omega \varrho \eta}}{2\sqrt{2}\varrho_\vartheta d}\left(1 - \frac{1}{\omega}\frac{\sqrt{\omega \varrho \eta}}{2\sqrt{2}\varrho_\vartheta d}\right).$$

Обозначаем (в первом уравнении системы (3))

$$c_\vartheta \frac{n\pi}{L} = \omega_{0n}, \text{ где } n = 1,\ 3,\ 5 \ldots ,$$

тогда первая гармоническая частоты собственных колебаний ненагруженного датчика

$$\omega_{01} \equiv \omega_0 = c_\vartheta \frac{\pi}{L}.$$

Таким образом

$$\omega_0^2 \approx \omega^2 - a^2 + \frac{\sqrt{\omega \varrho \eta}}{\sqrt{2}\varrho_\vartheta d}(\omega + a).$$

Учитывая приближенное равенство

$$\frac{\sqrt{\omega \varrho \eta}}{\sqrt{2}\varrho_\vartheta d} \approx 2a,$$

получим

$$\omega_0^2 \approx \omega^2 - a^2 + 2a(\omega + a) = (\omega + a)^2,$$

то есть

$$\omega_0 \approx \omega + a. \tag{19}$$

Заменяя $a = C\sqrt{\varrho\eta} \cdot \sqrt{\omega}$, можем писать

$$(\omega_0 - \omega)^2 = C^2 \varrho \eta \omega,$$

т. е.

$$\omega_0^2 - (2\omega_0 + C^2 \varrho\eta)\omega + \omega^2 = 0. \tag{20}$$

Введем теперь вспомогательный параметр $\overline{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$, разделяя все члены уравнения (20) на ω_0^2:

$$\overline{\omega}^2 - \frac{2\omega_0 + C^2\varrho\eta}{\omega_0}\overline{\omega} + 1 = 0.$$

Разрешаем квадратное уравнение:

$$\bar{\omega} = \frac{2\omega_0 + C^2\varrho\eta}{2\omega_0} \pm \sqrt{\frac{(2\omega_0 + C^2\varrho\eta)^2}{4\omega_0^2} - 1} =$$

$$= \frac{2\omega_0 + C^2\varrho\eta}{2\omega_0} \pm \frac{\sqrt{4\omega_0 C^2\varrho\eta - C^4\varrho^2\eta^2}}{2\omega_0} =$$

$$= 1 + \frac{C^2\varrho\eta}{2\omega_0} \pm \frac{2C\sqrt{\omega_0}\cdot\sqrt{\varrho\eta}\cdot\sqrt{1+\frac{C^2\varrho\eta}{4\omega_0}}}{2\omega_0}.$$

В реальных случаях всегда

$$\frac{C^2\varrho\eta}{4\omega_0} < 1,$$

поэтому можно писать, что

$$\pm\sqrt{1+\frac{C^2\varrho\eta}{4\omega_0}} \approx \pm\left(1+\frac{C^2\varrho\eta}{8\omega_0}\right).$$

Физически правильный результат получим, когда выберем квадратичный корень со знаком минус.

Тогда

$$\bar{\omega} = 1 + \frac{C^2\varrho\eta}{2\omega_0} - \frac{2C\sqrt{\omega_0}\cdot\sqrt{\varrho\eta}\cdot\left(1+\frac{C^2\varrho\eta}{8\omega_0}\right)}{2\omega_0} =$$

$$= 1 + \frac{C^2\varrho\eta}{2\omega_0} - \frac{C\sqrt{\varrho\eta}}{\sqrt{\omega_0}} - \frac{C^3\varrho\eta\sqrt{\varrho\eta}}{8\omega_0\sqrt{\omega_0}}$$

и, следовательно, окончательно получим формулу (8)

$$\bar{\omega} = 1 - \frac{C\sqrt{\varrho\eta}}{\sqrt{\omega_0}}\left(1 - \frac{C\sqrt{\varrho\eta}}{2\sqrt{\omega_0}} + \frac{C^2\varrho\eta}{8\omega_0}\right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Roth and R. Rich. A. New Method for continuous Viscosity Measurement. Journal of Applied Physics, 24, № 7, 1953.
2. Н. И. Коган, В. В. Рубинштейн и др. Вискозиметр непрерывного действия. Пластические массы, 1961, № 3.
3. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. Москва, 1953.
4. Н. И. Коган и др. Непрерывное измерение вязкости .... В сб. Применение ультраакустики к исследованию вещества, вып. X. Москва, 1960.
5. И. Дж. Ричардсон (ред.). Некоторые вопросы прикладной акустики (сборник статей). Москва, 1962.
6. И. И. Теумин. Ультразвуковые колебательные системы. Москва, 1959.
7. Л. Я. Гутин. Магнитострикционные вибраторы и приемники. ЖТФ, 1945, т. 15, № 12.
8. А. П. Петров, В. Ф. Шматченко. Полосовые электромеханические фильтры радиочастот. Москва, 1961.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

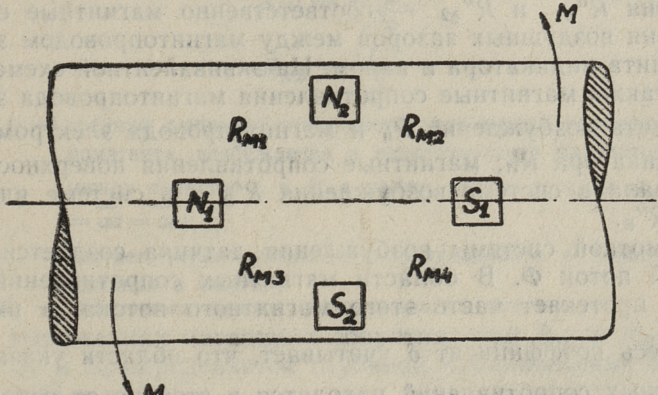
УДК 621.398.694.3
538.652

Я. Томсон

О МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА МАГНИТОУПРУГОГО ДАТЧИКА МОМЕНТА

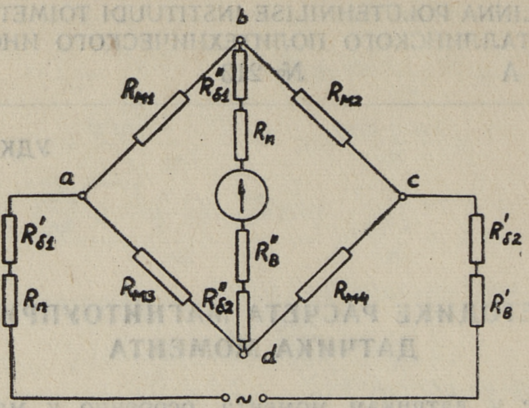
Интерес к датчикам момента, особенно к магнитоупругим, значительно возрос в последнее время. Поэтому представляется полезным остановиться на некоторых вопросах расчета и конструкции магнитоупругих датчиков момента. Следует отметить, что существующие магнитоупругие датчики момента сконструированы опытным путем и вопросы их расчета не освещены в литературе. Настоящая статья имеет цель в некоторой степени содействовать заполнению указанного пробела.

Магнитные сопротивления на поверхностном слое вала R_{M1}; R_{M2}; R_{M3} и R_{M4} образуют мост, который при ненагруженном вале сбалансирован (фиг. 1).* Предполагается, что материал вала изотропный.



Фиг. 1. Магнитоупругий датчик момента

* Принцип действия магнитоупругого датчика момента см. [1].



Фиг. 2. Эквивалентная схема замещения магнитных сопротивлений магнитоупругого датчика момента

Эквивалентная схема замещения моста изображена на фиг. 2. На этой фигуре точки a и c соответствуют расположению полюсов электромагнита возбуждения датчика, точки b и d — расположению полюсов электромагнита индикатора. Сопротивления $R'_{\delta 1}$ и $R'_{\delta 2}$, соединенные последовательно с источником питания системы возбуждения, представляют магнитные сопротивления воздушных зазоров между магнитопроводом электромагнита возбуждения и валом; сопротивления $R''_{\delta 1}$ и $R''_{\delta 2}$ — соответственно магнитные сопротивления воздушных зазоров между магнитопроводом электромагнита индикатора и валом. На эквивалентной схеме указаны также магнитные сопротивления магнитопровода электромагнита возбуждения $R_{п}$ и магнитопровода электромагнита индикатора $R_{и}$; магнитные сопротивления поверхностного слоя вала в системе возбуждения $R'_{в}$ и в системе индикатора $R''_{в}$.

Обмоткой системы возбуждения датчика создается магнитный поток Φ. В области магнитных сопротивлений $R_{м1}$ и $R_{м2}$ протекает часть этого магнитного потока, а именно $\delta\frac{\Phi}{2}$. Здесь коэффициент δ учитывает, что области указанных магнитных сопротивлений находятся в стороне от основного магнитного потока, обтекающего магнитопровода системы возбуждения датчика. Точно такая же часть магнитного потока протекает в области магнитных сопротивлений $R_{м3}$ и $R_{м4}$.

При нагружении вала значения магнитных сопротивлений R_{M1} и R_{M4}, находящихся в областях главных напряжений растяжения, уменьшаются; а значения магнитных сопротивлений R_{M2} и R_{M3}, находящихся в областях главных напряжений сжатия, увеличиваются. Так как при нагружении вала магнитное сопротивление R_{M1} уменьшается и магнитное сопротивление R_{M3} увеличивается, то полюсы индикаторной системы (точки b и d на фиг. 2) находятся под разными магнитными потенциалами. Из вышеизложенного вытекает, что *м. д. с.* на плечах моста R_{M1} и R_{M3} могут быть описаны следующими уравнениями:

$$F_{ab} = \delta \frac{\Phi}{2} R_{M1}, \tag{1}$$

$$F_{ad} = \delta \frac{\Phi}{2} R_{M3}. \tag{2}$$

Следовательно, *м. д. с.*, возникающая на поверхностном слое вала между точками b и d, может быть выражена уравнением:

$$F_{bd} = F_{ad} - F_{ab} = \delta \frac{\Phi}{2} R_{M3} - \delta \frac{\Phi}{2} R_{M1} =$$

$$= \delta \frac{\Phi}{2} (R_{M3} - R_{M1}). \tag{3}$$

Магнитные сопротивления R_{M1} и R_{M3} можно представить как:

$$R_{M1} = \frac{l}{\mu_p S_p}, \tag{4}$$

$$R_{M3} = \frac{l}{\mu_c S_c}, \tag{5}$$

где l — средняя длина по поверхности вала между полюсами электромагнита возбуждения и электромагнита индикатора, т. е. между точками a и b, а также между точками a и d ($\overline{l} = \overline{ad} = \overline{ab}$);

μ_p и μ_c — соответственно магнитные проницаемости в участках растяжения и сжатия;

S_p и S_c — поперечные сечения магнитопровода там же.

В выражениях магнитных сопротивлений R_{M1} и R_{M3} величины S_p и S_c определяется глубиной проникновения магнитного поля в вал

$$S_c = p \cdot z_c, \tag{6}$$
$$S_p = p \cdot z_p,$$

где p — ширина поперечного сечения магнитопровода в поверхностном слое вала.

Для упрощения принимается, что ширины поперечных сечений $S_р$ и $S_с$ равны между собой.

$z_с$ и $z_р$ — эквивалентные глубины проникновения магнитного поля в вал, соответственно в областях сжатия и растяжения.

Эквивалентная глубина проникновения магнитного поля в вал подсчитывается по формуле:

$$z = 0{,}564\sqrt{\frac{\varrho}{\mu\cdot f}},$$

где ϱ — удельное сопротивление материала (в настоящем случае — вала);
f — частота напряжения питания возбуждения;
μ — магнитная проницаемость материала участка магнитопровода (в настоящем случае — вала).

Подставляя значения для $R_{М1}$, $R_{М3}$, $S_с$, $S_р$, $z_с$ и $z_р$ в уравнение *м. д. с.*, получим:

$$F_{bd} = \frac{\delta\Phi}{2}\left(\frac{l}{\mu_c S_c} - \frac{l}{\mu_p S_p}\right) =$$

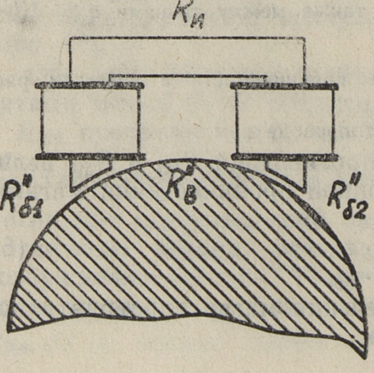
$$= \frac{\delta\cdot\Phi\cdot l}{2}\left(\frac{1}{\mu_c\cdot 0{,}564p\sqrt{\frac{\varrho}{\mu_c f}}} - \frac{1}{\mu_p 0{,}564p\sqrt{\frac{\varrho}{\mu_p\cdot f}}}\right) =$$

$$= \frac{\delta\cdot\Phi\cdot l\cdot\sqrt{f}}{2\cdot 0{,}564p\sqrt{\varrho}}\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_c}} - \frac{1}{\sqrt{\mu_p}}\right) = \frac{\delta\cdot\Phi\cdot l\cdot\sqrt{f}}{2\cdot 0{,}564p\sqrt{\varrho}}\,\frac{\sqrt{\mu_p}-\sqrt{\mu_c}}{\sqrt{\mu_c\cdot\mu_p}}. \quad (7)$$

м. д. с. F_{bd} создает в магнитной цепи индикатора магнитный поток:

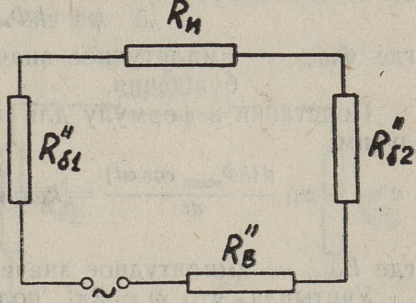
$$\Phi_И = \frac{F_{bd}}{R_{МИ}}, \quad (8)$$

где $R_{МИ}$ — магнитное сопротивление цепи индикатора.



Фиг. 3. Магнитная цепь индикаторной системы

Магнитная цепь индикаторной системы состоит из трех участков (фиг. 3): магнитопровод электромагнита, два воздушных зазора и участок магнитопровода, состоящий из поверхностного слоя вала. Внутри последнего находится *м. д. с.* F_{bd}. Эквивалентная схема замещения магнитной цепи индикаторной системы показана на фиг. 4.



Фиг. 4. Эквивалентная схема замещения магнитной цепи индикаторной системы

Следовательно:

$$R_{\text{МИ}} = R_{\text{И}} + R''_{\delta} + R''_{\text{В}} = \frac{l_{\text{И}}}{\mu_{\text{И}} S_{\text{И}}} + \frac{l''_{\delta}}{S''_{\delta}} + \frac{l''_{\text{В}}}{\mu''_{\text{В}} S''_{\text{В}}}, \tag{9}$$

где $R_{\text{И}}$; R_{δ} и $R''_{\text{В}}$ — магнитные сопротивления участков индикаторной системы, соответственно: магнитопровода, двух воздушных зазоров и поверхностного слоя вала;

$l_{\text{И}}$; $\mu_{\text{И}}$ и $S_{\text{И}}$ — соответственно: длина, магнитная проницаемость и поперечное сечение магнитопровода электромагнита индикаторной системы;

l''_{δ} и S''_{δ} — соответственно: длина двух воздушных зазоров и поперечное сечение воздушного зазора индикаторной системы;

$l''_{\text{В}}$; $\mu''_{\text{В}}$ и $S''_{\text{В}}$ — соответственно: длина, магнитная проницаемость и поперечное сечение магнитопровода в поверхностном слое вала в магнитной цепи индикатора.

Учитывая значения величин F_{bd} и $R_{\text{МИ}}$ можно написать уравнение для магнитного потока, обтекающего индикаторную систему:

$$\Phi_{\text{И}} = \frac{F_{bd}}{R_{\text{МИ}}} = \frac{\delta \cdot \Phi \cdot l \cdot \sqrt{f}}{2 \cdot 0{,}564\, p \sqrt{\varrho}} \cdot \frac{\sqrt{\mu_{\text{р}}} - \sqrt{\mu_{\text{с}}}}{\sqrt{\mu_{\text{р}} \cdot \mu_{\text{с}}}} \cdot \frac{1}{\dfrac{l_{\text{И}}}{\mu_{\text{И}} S_{\text{И}}} + \dfrac{l''_{\delta}}{S''_{\delta}} + \dfrac{l''_{\text{В}}}{\mu''_{\text{В}} S''_{\text{В}}}} = k\Phi. \tag{10}$$

Поток $\Phi_{\text{И}}$ индуктирует в индикаторной обмотке *э. д. с. е*. Если индикаторная обмотка состоит из $w_{\text{И}}$ последовательно соединенных между собою витков, то по Максвеллу *э. д. с.*, индуктируемая в индикаторной системе:

$$e = -w_{\text{И}} \frac{d\varphi}{dt}.$$

Известно, что *е. д. с. е.* изменяется во времени синусоидально, то мгновенное значение магнитного потока

$$\varphi = k\Phi_{\text{макс}} \cos \omega t,$$

где $\Phi_{\text{макс}}$ — амплитудное значение магнитного потока возбуждения.

Подставив в формулу для *э. д. с.* значение потока φ, получим:

$$e = -w_{\text{И}} \frac{d(k\Phi_{\text{макс}} \cos \omega t)}{dt} = k\omega w_{\text{И}}\, \Phi_{\text{макс}} \sin \omega t = k w_{\text{И}}\, E_{\text{макс}} \sin \omega t, \tag{11}$$

где $E_{\text{макс}}$ — амплитудное значение *э. д. с.*

Учитывая, что $\omega = 2\pi f$, получим для действующего значения *э. д. с.* на выходе индикаторной обмотки:

$$E = \frac{E_{\text{макс}}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f \cdot w_{\text{И}} \cdot \delta \cdot \Phi_{\text{макс}} \cdot l \cdot \sqrt{f}}{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 0{,}564\, p \cdot \sqrt{\varrho}} \cdot \frac{\sqrt{\mu_{\text{р}}} - \sqrt{\mu_{\text{с}}}}{\sqrt{\mu_{\text{р}} \cdot \mu_{\text{с}}}} \times$$

$$\times \frac{1}{\dfrac{l_{\text{И}}}{\mu_{\text{И}} S_{\text{И}}} + \dfrac{l''_{\delta}}{S''_{\delta}} + \dfrac{l''_{\text{в}}}{\mu''_{\text{в}} S''_{\text{в}}}} = \frac{\pi \cdot w_{\text{И}} \cdot \delta \cdot \Phi \cdot l \cdot f^{\frac{3}{2}}}{0{,}564\, p \sqrt{\varrho}} \cdot \frac{\sqrt{\mu_{\text{р}}} - \sqrt{\mu_{\text{с}}}}{\sqrt{\mu_{\text{р}} \cdot \mu_{\text{с}}}} \times$$

$$\times \frac{1}{\dfrac{l_{\text{И}}}{\mu_{\text{И}} S_{\text{И}}} + \dfrac{l''_{\delta}}{S''_{\delta}} + \dfrac{l''_{\text{в}}}{\mu''_{\text{в}} S''_{\text{в}}}}. \tag{12}$$

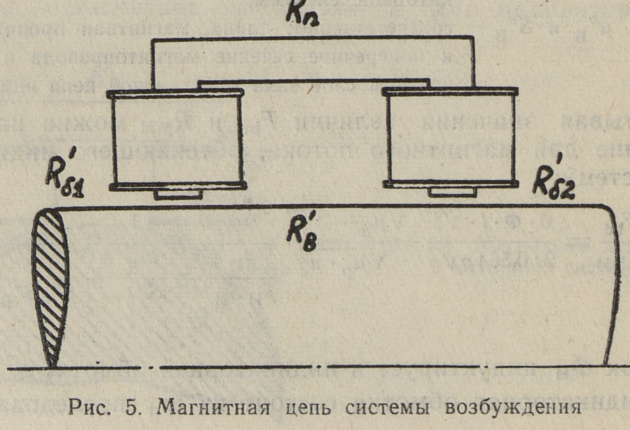
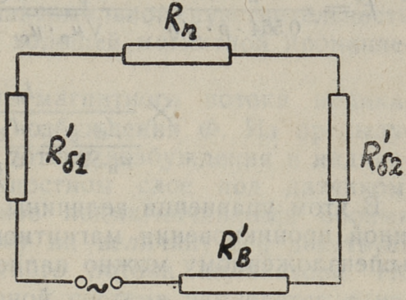


Рис. 5. Магнитная цепь системы возбуждения

В этом уравнении магнитный поток Φ создается магнитодвижущей силой возбуждения, т. е. ампервитками на электромагните возбуждения. Магнитная цепь системы возбуждения аналогична магнитной цепи системы индикатора. Она также состоит из трех участков (фиг. 5.): магнитопровод электромагнита, два воздушных зазора и магнитопровод, состоящий из поверхностного слоя вала. Эквивалентная схема замещения этой цепи показана на фиг. 6.



Фиг. 6. Эквивалентная схема магнитной цепи замещения системы возбуждения

В системе возбуждения возникает *м. д. с.*

$$F_п = I_п \cdot w_п, \tag{13}$$

где $I_п$ — ток возбуждения,

$w_п$ — число витков обмотки возбуждения.

Магнитный поток Φ, создаваемый этими ампервитками, может быть выражен следующим образом:

$$\Phi = \frac{F_п}{R_{мп}}, \tag{14}$$

где $R_{мп}$ — магнитное сопротивление всей магнитной цепи возбуждения.

На основании эквивалентной схемы замещения можно написать:

$$R_{мп} = \frac{l_п}{\mu_п S_п} + \frac{l'_\delta}{S'_\delta} + \frac{l'_в}{\mu'_в S'_в}, \tag{15}$$

где $l_п$; $\mu_п$ и $S_п$ — соответственно: длина, магнитная проницаемость и поперечное сечение магнитопровода электромагнита системы возбужения;

l'_δ и S'_δ — соответственно: длина двух воздушных зазоров и поперечное сечение воздушного зазора магнитной цепи возбуждения;

$l'_в$; $\mu'_в$ и $S'_в$ — соответственно: длина, магнитная проницаемость и поперечное сечение магнитопровода в поверхностном слое вала в магнитной цепи возбуждения.

И так:

$$\Phi = \frac{F_п}{R_{мп}} = \frac{I_п \cdot w_п}{\frac{l_п}{\mu_п S_п} + \frac{l'_\delta}{S'_\delta} + \frac{l'_в}{\mu'_в S'_в}}. \tag{16}$$

Подставив это значение потока в формулу для *э. д. с.* индикатора, получим:

$$E = \frac{\pi \cdot w_и \cdot \delta \cdot l \cdot f^{\frac{3}{2}}}{0{,}564 \cdot p \cdot \sqrt{\varrho}} \cdot \frac{\sqrt{\mu_р} - \sqrt{\mu_с}}{\sqrt{\mu_р \cdot \mu_с}} \cdot \frac{1}{\frac{l_п}{\mu_и S_и} + \frac{l''_\delta}{S''_\delta} + \frac{l''_в}{\mu''_в S''_в}} \times$$

$$\times \frac{I_п \cdot w_п}{\frac{l_п}{\mu_п S_п} + \frac{l'_\delta}{S'_\delta} + \frac{l'_в}{\mu'_в S'_в}}. \tag{17}$$

В этом уравнении величины $S'_в$ и $S''_в$ определяются глубиной проникновения магнитного поля в вал. Аналогично вышеизложенному можно написать:

$$\begin{aligned} S'_в &= p'z' = p' 0{,}564 \sqrt{\frac{\varrho}{\mu'_в \cdot f}}, \\ S''_в &= p''z'' = p'' 0{,}564 \sqrt{\frac{\varrho}{\mu''_в \cdot f}}. \end{aligned} \tag{18}$$

Здесь p' и p'' — соответственно поперечная ширина сечения $S'_в$ и $S''_в$.

После подставки значений $S'_в$ и $S''_в$ в уравнение выходного напряжения индикатора получим:

$$E = \frac{\pi \cdot w_и \cdot \delta \cdot l \cdot f^{\frac{3}{2}}}{0{,}564\, p \sqrt{\varrho}} \cdot \frac{\sqrt{\mu_р} - \sqrt{\mu_с}}{\sqrt{\mu_р \cdot \mu_с}} \times$$

$$\times \frac{I_п \cdot w_п}{\frac{l_п}{\mu_п S_п} + \frac{l'_\delta}{S'_\delta} + \frac{l'_в}{0{,}564\, p'} \sqrt{\frac{f}{\mu'_в \varrho}}} \cdot \frac{1}{\frac{l_и}{\mu_и S_и} + \frac{l''_\delta}{S''_\delta} + \frac{l''_в}{0{,}564\, p''} \sqrt{\frac{f}{\mu''_в \varrho}}}. \tag{19}$$

Как следует из этого уравнения, между *э. д. с.* (чувствительностью) датчика и магнитной проницаемостью материала вала существует сложная зависимость. Чувствительность датчика тем больше, чем больше значения магнитных проницаемостей $\mu'_в$ и $\mu''_в$. С другой стороны, чувствительность датчика тем больше, чем больше множитель $\frac{\sqrt{\mu_р} - \sqrt{\mu_с}}{\sqrt{\mu_р \cdot \mu_с}}$, т. е.

чем меньше значения магнитных проницаемостей вала $\mu_р$ и $\mu_с$. Но одновременно разность этих же магнитных проницаемостей должна быть возможно максимальна.

Как нетрудно видеть, множитель $\frac{\sqrt{\mu_р} - \sqrt{\mu_с}}{\sqrt{\mu_р \cdot \mu_с}}$ имеет значительно больший удельный вес в уравнении (19), чем магнитные проницаемости $\mu'_в$ и $\mu''_в$. Отсюда следует, имея ввиду вышеизложенное, что для максимальной чувствительности датчика не требуются валы с хорошей магнитной проницаемостью.

Рассмотрим теперь влияние магнитного потока индикатора $\varPhi_и$ на магнитный поток возбуждения $\varPhi$. Из предыдущего известно, что магнитные потоки возбуждения и индикатора пересекаются на поверхностном слое под датчиком. Место пересекания этих потоков подмагничивается обоими магнитными потоками. Поэтому на величину $\mu'_в$ действует влияние (обратное) от магнитного потока индикатора. Но магнитный поток в индикаторной системе изменяется с изменением нагрузки на валу. Практически магнитный поток индикатора значительно меньше потока возбуждения. Поэтому мы можем пренебречь влиянием магнитного потока индикатора на магнитный поток возбуждения через магнитную проницаемость $\mu'_в$.

Это обстоятельство дает основание без заметного ущерба для точности практического расчета исследовать датчик по упрощенному уравнению (12). В этом уравнении при постоянном значении тока возбуждения $I_п = \mathrm{const}$ можем принимать:

$$\varPhi = \frac{I_п w_п}{\frac{l_п}{\mu_п S_п} + \frac{l'_\delta}{S'_\delta} + \frac{l'_в}{0{,}564\, p}\sqrt{\frac{f}{\mu'_в \varrho}}} = \mathrm{const}.$$

Таким образом с увеличением тока возбуждения увеличивается и поток возбуждения и возрастает выходная величина датчика.

Эксперименты показывают, что существует оптимальное значение тока возбуждения (и конечно одновременно — потока возбуждения), при котором датчик с данными конструктивными параметрами дает максимальную выходную величину.

При дальнейшем увеличении тока возбуждения выходная величина датчика возрастает медленно. При определенном токе возбуждения прирост выходного напряжения датчика прекращается. Дальше будет диапазон, где с увеличением тока возбуждения выходная величина датчика начинает уменьшаться.

Указанные экспериментальные результаты хорошо согласуются с уравнением (12). Анализируем на основании уравнения (12) последний диапазон тока возбуждения. При значениях тока возбуждения в этом диапазоне участок магнитопровода системы возбуждения, состоящий из поверхностного слоя вала, насыщен. Из-за насыщения этой части магнитопровода величина магнитной проницаемости $\mu'_{в}$ небольшая.

Выше было показано, что магнитные потоки возбуждения и индикатора пересекаются на поверхностном слое вала. Из-за этого участок магнитопровода индикаторной системы, состоящий из поверхностного слоя вала, частично подмагничивается потоком возбуждения и магнитная проницаемость $\mu''_{в}$ уменьшается. Следует отметить, что этот участок частичного подмагничивания расширяется с увеличением тока возбуждения.

Как следует из сказанного, магнитное сопротивление магнитопровода индикаторной системы, в частности $\frac{l''}{\mu''_{в} S''_{в}}$, увеличивается и выходная величина датчика уменьшается.

Довольно сложную зависимость имеет чувствительность датчика от частоты напряжения питания f. При обсуждении о влиянии частоты на чувствительность датчика следует учитывать, что вместе с изменением частоты одновременно изменяются и магнитные сопротивления всех участков магнитопровода датчика (кроме воздушных зазоров).

В результате чувствительность датчика зависит от частоты не столько значительно, как это может показаться из уравнения на первый взгляд.

Сложную зависимость имеет чувствительность датчика также от конструктивных размеров ($l_{п}$, $l'_{в}$, $l_{и}$, $l''_{в}$ и l) его магнитопроводов. Например, с желанием увеличить чувствительность датчика за счет длины l, увеличиваются одновременно размеры $l_{п}$ и $l'_{в}$ или $l_{и}$ и $l''_{в}$. Кроме того, вместе с этими величинами изменяются магнитные сопротивления участков магнитопровода датчика (кроме воздушных зазоров). В результате можем таким образом иногда вместо увеличения получить уменьшение чувствительности датчика.

Следовательно, изменение констурктивных размеров влияет не очень значительно на чувствительность датчика. Сказанное может быть также доказано тем, что значения магнитных сопротивлений участков с железом магнитных цепей датчика гораздо меньше по сравнению с магнитными сопротивлениями воздушных зазоров в тех же магнитных цепях.

По этой же причине, как нетрудно увидеть из уравнения (19), улучшение магнитных проницаемостей $\mu_п$ и $\mu_И$ материала сердечников электромагнитов возбуждения и индикатора не может оказывать на чувствительность датчика существенного влияния.

Наконец, уравнение (19) и эксперимент показывают, что чувствительность датчика зависит прямо пропорционально от числа витков индикаторной обмотки $w_И$. Увеличение числа витков этой обмотки не влияет на остальные параметры датчика. Но произвольное увеличение числа витков индикаторной обмотки ограничивается конструктивными соображениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Я. Томсон. Магнитоупругий датчик момента. Труды Таллинского политехническоого института, серия А, № 207, Таллин, 1963.
2. К. П. Белов. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнетиках. 1957.
3. Р. Бозорт. Ферромагнетизм. Москва, 1960.
4. O. Dahle. The ring torductor — a torquegauge, without slip rings, for industrial measurement and control. ASEA Journal 3, 1960, vol. 33.

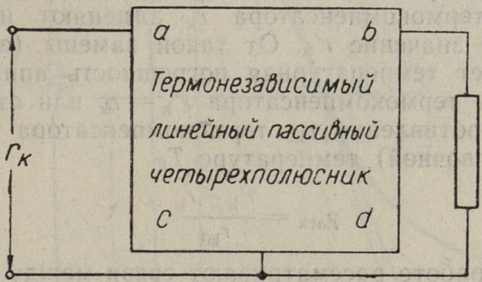
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621, 317. 7

У. Рандмер

О РАСПОЛОЖЕНИИ КРИВОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ТЕРМОКОМПЕНСАТОРА В ТЕМПЕРАТУРНОМ ИНТЕРВАЛЕ

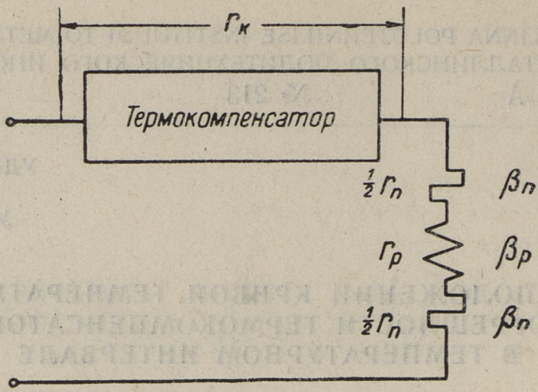
Идея рассмотрения термонезависимой части термокомпенсатора (фиг. 1) в качестве линейного пассивного четырехполюсника, на выход которого подключено в качестве нагрузки термосопротивление $r_т$ (или также комплект термосопротивлений), высказана в работе Г. Н. Нечаева [1]. Со своими



Фиг. 1. Схема двухполюсного термокомпенсатора с одним термосопротивлением

выходными зажимами как сопротивление r_k такой компенсатор подключается последовательно с компенсируемыми элементами $r_р + r_п$ (фиг. 2), например, обмотка рамки магнитоэлектрического прибора с сопротивлением $r_р$ и температурным коэффициентом сопротивления $\beta_р$ и пружинки рамки с сопротивления $r_п$ и температурным коэффициэнтам сопротивления $\beta_п$. Поскольку температурная зависимость сопротивления компенсируемого элемента линейная, а у компенсатора нелинейная, полной взаимной компенсации достигать в температурном интервале невозможно.

Для удобства расчета кривую зависимости сопротивления термокомпенсатора от температуры (фиг. 3) заменяют пря-



Фиг. 2. Схема цепи магнитоэлектрического милливольтметра, компенсированного двухполюсным термокомпенсатором

мой, пересекающей с кривой при исходной температуре T_0.

Тем самым при данной температуре действительное сопротивление термокомпенсатора r_k заменяют на какое-то расчетное его значение r'_k. От такой замены (аппроксимации) возникает температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора $r'_k - r_k$ или отнесенная к значению сопротивления r_{k0} термокомпенсатора при исходной (градуировочной) температуре T_0

$$\gamma_{ark} = \frac{r'_k - r_k}{r_{k0}}. \tag{1}$$

В данной работе рассматривают связи между постоянными термонезависимой части термокомпенсатора и параметрами термосопротивления при разных вариантах расположения кривой температурной зависимости погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора в заданном температурном интервале. Вопросы решения полученных трансцендентных уравнений не рассматривают, поскольку это выходит из рамок объема данной работы.

Для γ_{ark} получено выражение

$$\gamma_{ark} = \frac{r_k - r'_k}{r_{k0}} = \frac{r_т - r_{т0}}{(ar_{т0} + b)(cr_т + d)} - \beta'_k \Theta, \tag{2}$$

где $r_т = Ae^{\frac{B}{T}}$ — значение термосопротивления при температуре T;

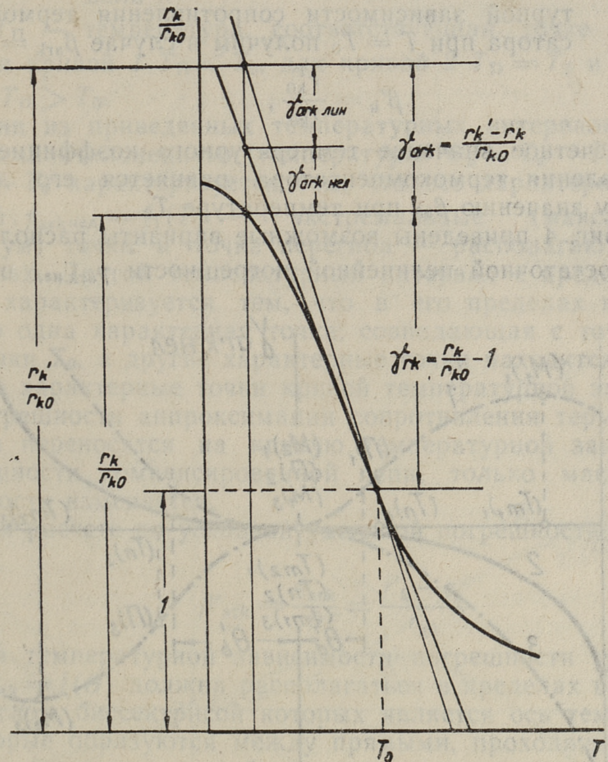
$r_{т0} = Ae^{\frac{B}{T0}}$ — то же при температуре T_0;

A и B — параметры термосопротивления;

a, b c и d — постоянные четырехполюсника;

β'_{r} — расчетное значение температурного коэффициента сопротивления термокомпенсатора и

Θ — изменение температуры относительно градуировочной температуры.



Фиг. 3. Возникновение температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора:

r_{k} — действительное значение сопротивления термокомпенсатора;

r_{k0} — сопротивление термокомпенсатора при исходной (градуировочной) температуре;

r'_{k} — расчетное значение сопротивления тормокомпенсатора;

γ_{rk} — относительное изменение сопротивления термокомпенсатора;

γ_{ark} — температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора;

$\gamma_{\text{arkлин}}$ — линейная часть температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора и

$\gamma_{\text{arkнел}}$ — ее нелинейная часть.

При расчете по удельной погрешности (вариант «а»)

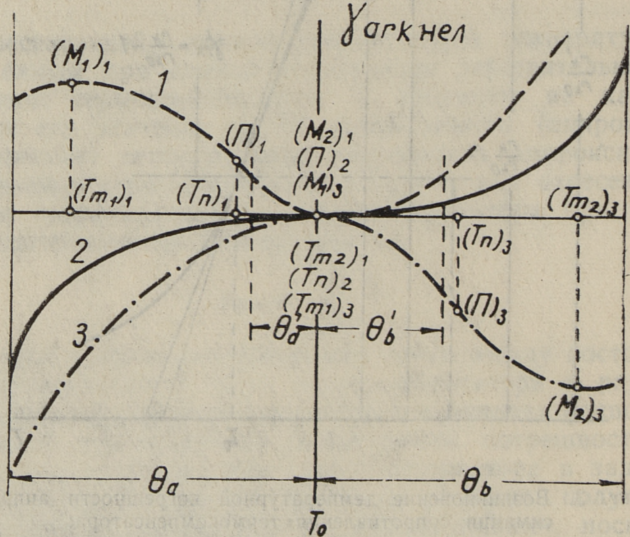
$$\beta_{\text{ark}} = \frac{\gamma_{\text{ark лин}}}{\theta} = \left(\frac{r^{\mathrm{I}}_{\text{k0}}}{r_{\text{k0}}} - \beta'_{\text{k}} \right), \qquad (3)$$

где $r^{\mathrm{I}}_{\text{k0}}$ — значение первой производной выражения температурной зависимости сопротивления термокомпенсатора при $T = T_0$ получим в случае $\beta_{\text{ark}} = 0$

$$\beta'_{\text{k}} = \frac{r^{\mathrm{I}}_{\text{k0}}}{r_{\text{k0}}}, \qquad (4)$$

т. е. расчетное значение температурного коэффициента β'_{k} сопротивления термокомпенсатора равняется его действительному значению β_{k0} при температуре T_0.

На фиг. 4 приведены возможные варианты расположения кривой остаточной нелинейной погрешности $\gamma_{\text{ark нел}}$ в задан-



Фиг. 4. Кривые остаточной нелинейной температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора в случае полной линейной компенсации, т. е. в том случае, если температурный коэффициент сопротивления термокомпенсатора равняется его действительному (дифференциальному) значению при температуре градуировки:

$(M_1)_1$, $(M_2)_1$ и $(П)_1$ — экстремальные точки и точка перегиба кривой *1*; $(T_{m1})_1$, $(T_{m2})_1$ и $(Tn)_1$ — абсциссы точек $(M_1)_1$, $(M_2)_1$ и $(П)_1$; $(П)_2$ и $(T_n)_2$ — точка перегиба и ее абсцисса кривой *2*; $(M_1)_3$, $(M_2)_3$ и $(П)_3$ — экстремальные точки и точка перегиба кривой *3*; $(T_{m1})_3$, $(T_{m2})_3$ и $(T_n)_3$ — абсциссы точек $(M_1)_3$, $(M_2)_3$ и $(П)_3$.

ном температурном интервале, если точка перегиба кривой $r_k = f(T)$ находится внутри заданного интервала

$$T_a < T_\text{п} < T_b, \text{ где}$$

T_a и T_b — предельные температуры температурного интервала и

$T_\text{п}$ — температура, соответствующая точке перегиба.

Для кривой *1* $T_\text{п} < T_0$, для кривой *2* $T_\text{п} = T_0$ и для кривой *3* $T_\text{п} > T_0$.

Один из приведенных температурных интервалов с предельными отклонениями температуры $\Theta_a = T_a - T_0$ и $\Theta_b = T_b - T_0$ характеризуется тем, что все характерные точки кривой $\gamma_{ark\text{нел}} = f_1(T)$ — экстремальные (максимум и минимум) точки и точка перегиба — располагаются в его пределах. Другой температурный интервал с пределами Θ'_a и Θ'_b характеризуется тем, что в его пределах находится только одна характерная точка, совпадающая с точкой градуировки T_0, а другие характерные точки находятся вне его.

Все характерные точки кривой температурной зависимости погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора переносятся на кривую температурной зависимости погрешности компенсированной цепи, только масштаб погрешности изменяется.

При расчете по условной удельной погрешности (вариант «б»)

$$\beta'_{ark} = \frac{\gamma_{ark}}{\Theta} = \frac{r'_k - r_k}{r_{k0}} \tag{5}$$

кривая температурной зависимости погрешности $\gamma_{ark} = f(T)$ или $\gamma_{ark} = f(\Theta)$ должна располагаться в пределах вертикальных углов, биссектрисой которых является ось температуры и которые образуются между прямыми, проходящими через начало координат и изображающими заданное значение допустимой условной удельной температурной погрешности.

Если температурный интервал достаточно широк, так что характерные точки кривой температурной погрешности располагаются внутри этого температурного интервала, как на фиг. 5, тогда максимальное значение удельной или условной удельной температурной погрешности может иметь место:

1) у нижнего предела температурного интервала в виде условной удельной температурной погрешности

$$\beta'_{ark} = \beta'_{arka}, \tag{6}$$

как у кривой *1* на фиг. 5;

2) у верхнего предела температурного интервала

$$\beta'_{ark} = \beta'_{arkb}, \tag{7}$$

как у кривой *2* на фиг. 5;

3) около начальной точки T_0 в виде удельной температурной погрешности

$$\beta'_{\text{ark}} = \beta_{\text{ark}}, \tag{8}$$

как у кривой *1* на фиг. 5 или

4) определяется наклоном касательной к кривой температурной погрешности из начальной точки

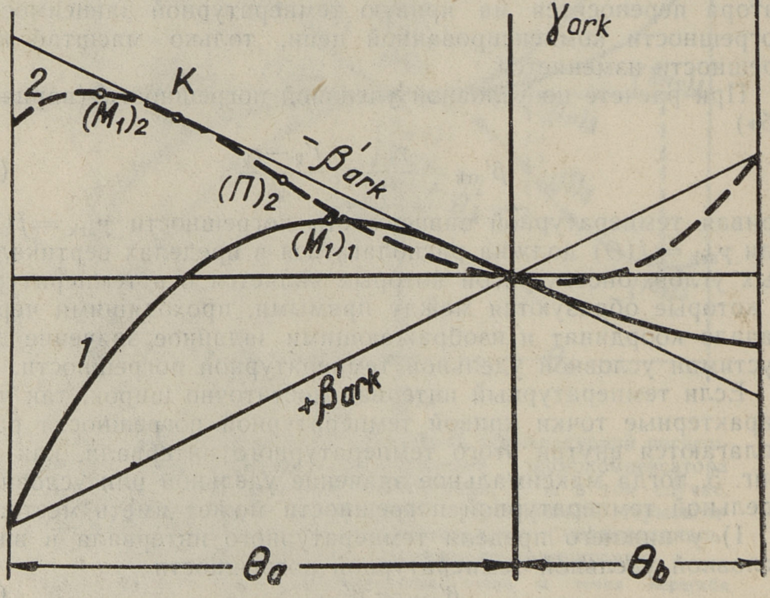
$$\beta'_{\text{ark}} = -r_{\text{т}} \frac{cr_{\text{т}0} + d}{(ar_{\text{т}0} + b)(cr_{\text{тk}} + d)^2} \frac{B}{T_{\text{k}}^2} - \beta'_{\text{k}} =$$

$$= -\frac{r_{\text{тk}}}{r_{\text{k}0}} \cdot \frac{B}{T_{\text{k}}^2 (cr_{\text{тk}} + d)^2} - \beta'_{\text{k}}, \tag{9}$$

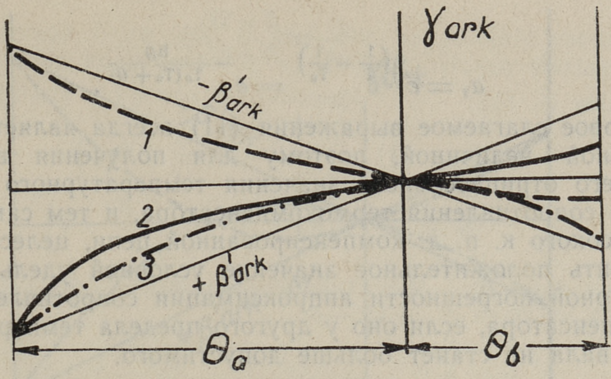
как у кривой *2* (точка *K*) на фиг. 5, или $T_{\text{a}} < T_{\text{k}} \neq T_{\text{o}} < T_{\text{b}}$, где T_{k} определяется из условия

$$r_{\text{тk}} \left[1 - \frac{cr_{\text{т}0} + d}{cr_{\text{тk}} + d} \frac{\theta_{\text{k}} B}{(T_{\text{o}} + \theta_{\text{k}})^2} \right] = 0. \tag{10}$$

Расчет по варианту «*б*» упрощается, если предполагать, что кривая температурной погрешности имеет в температур-



Фиг. 5. Разные варианты расположения кривой температурной погрешности аппроксимаций сопротивления термокомпенсатора в температурном интервале и вытекающиеся из этого понятия удельной и условной удельной температурных погрешностей



Фиг. 6. Условная удельная температурная погрешность аппроксимации сопротивления термокомпенсатора в узком температурном интервале (все характерные точки располагаются вне температурного интервала и совпадают с исходной точкой):

кривая 1 $T_n < T_a$,
кривая 2 $T_n = T_o$,
кривая 3 $T_n > T_в$

ном интервале одну характерную точку, совпадающую с начальной точкой при температуре T_0, или же все характерные точки находятся вне температурного интервала. Тогда отпадает также четвертое определение условной удельной температурной погрешности (пункт 4).

Место расположения максимального значения условной удельной температурной погрешности определяется при такой постановке вопроса главным образом отношением предельных изменений температуры Θ_a и Θ_b, а также формой кривой температурной погрешности.

На фиг. 6 приведены примеры кривых температурной погрешности по описанному варианту в случае $|\Theta_a| > |\Theta_b|$, так что можно предположить максимальное значение (по абсолютной величине) условной удельной температурной погрешности, по которому рассчитываются параметры термокомпенсатора, расположенного у нижнего предела температурного интервала.

При заданном значении условной удельной температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора расчетное значение температурного коэффициента сопротивления β'_k термокомпенсатора определяется выражением

$$\beta'_k = \frac{(a_т - 1)\, r_{т0}}{(ar_{т0} + b)(ca_т\, r_{т0} + d)\,\theta} - \beta'_{ark}, \qquad (11)$$

где

$$a_{\text{т}} = e^{\text{в}\left(\frac{1}{\text{Т}} - \frac{1}{\text{Т}_0}\right)} = e^{-\frac{\text{в}\theta}{\text{Т}_0(\text{Т}_0 + \theta)}}.$$

Первое слагаемое выражения (11) всегда является отрицательной величиной, поэтому для получения возможно большего отрицательного значения температурного коэффициента сопротивления термокомпенсатора, и тем самым также высокого к. п. д. компенсированной цепи, целесообразно допустить положительное значение условной удельной температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора, если оно у другого предела температурного интеравала не станет больше допустимого.

Последнее рассуждение приводит к варианту «*в*» расчета по минимальной равной температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора во всем заданном температурном интервале.

Для кривых, не имеющих в пределах данного температурного интервала точки перегиба и проведенных на фиг. 7, получим из условия равенства по абсолютной величине условных удельных температурных погрешностей $\beta'_{\text{arka}} = -\beta'_{\text{arkb}}$ расчетное значение температурного коэффициента

$$\beta'_{\text{k}} = \frac{1}{2}\,\frac{c[a_{\text{a}}a_{\text{b}}(\theta_{\text{a}} + \theta_{\text{b}}) - (a_{\text{a}}\theta_{\text{a}} + a_{\text{b}}\theta_{\text{b}})] + \frac{d}{r_{\text{т}0}}[(a_{\text{a}} - 1)\theta_{\text{b}} + (a_{\text{b}} - 1)\theta_{\text{a}}]}{\left(a + \frac{b}{r_{\text{т}0}}\right)\left(ca_{\text{a}} + \frac{d}{r_{\text{т}0}}\right)\left(ca_{\text{b}} + \frac{d}{r_{\text{т}0}}\right) r_{\text{т}0}\theta_{\text{a}}\theta_{\text{b}}} \tag{12}$$

Из кривых температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора, имеющих в данном температурном интервале точку перегиба, для варианта, представленного кривой *1* на фиг. 8, получим из условия $\beta'_{\text{arka}} = \beta'_{\text{arkb}}$

$$\frac{d}{r_{\text{т}0}c} = \frac{\theta_{\text{b}}(a_{\text{a}} - 1)a_{\text{b}} - \theta_{\text{a}}(a_{\text{b}} - 1)a_{\text{a}}}{\theta_{\text{a}}(a_{\text{b}} - 1) - \theta_{\text{b}}(a_{\text{a}} - 1)}, \tag{13}$$

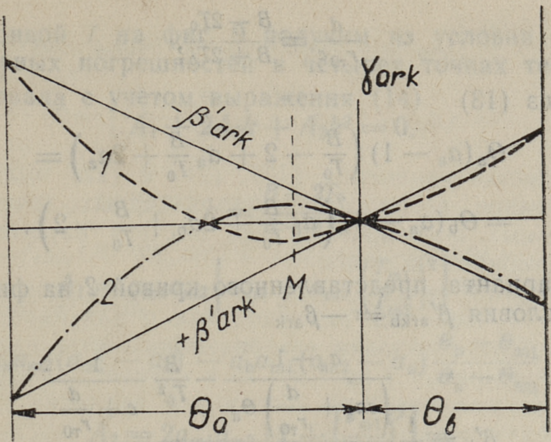
где

$$a_{\text{a}} = e^{\text{в}\left(\frac{1}{\text{Т}_{\text{a}}} - \frac{1}{\text{Т}_0}\right)}$$

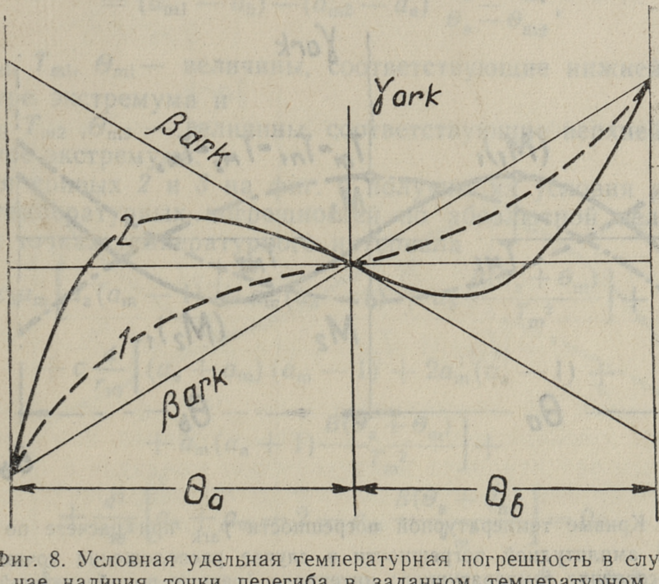
и

$$a_{\text{b}} = e^{\text{в}\left(\frac{1}{\text{Т}_{\text{b}}} - \frac{1}{\text{Т}_0}\right)}.$$

С учетом условия $T_{\text{п}} = T_0$ в виде



Фиг. 7. Условная удельная температурная погрешность в случае отсутствия точки перегиба в заданном температурном интервале:
М — точка экстремума



Фиг. 8. Условная удельная температурная погрешность в случае наличия точки перегиба в заданном температурном интервале

$$\frac{d}{r_{т0} c} = \frac{B - 2T_0}{B + 2T_0}, \tag{14}$$

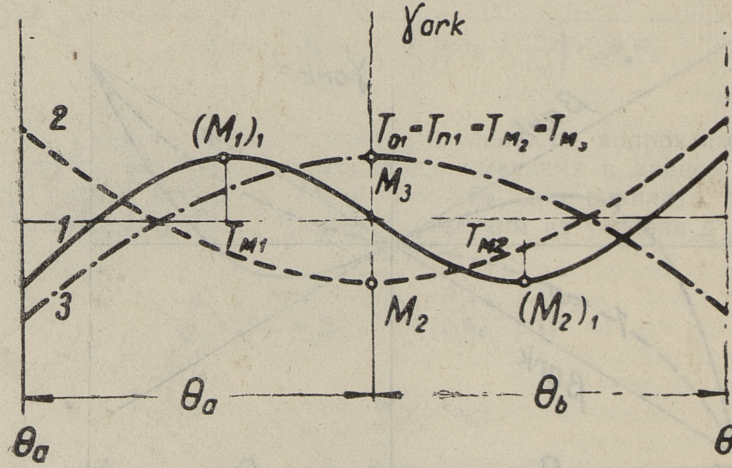
получим из (13)

$$\Theta_a (a_a - 1) \left(\frac{B}{T_0} - 2 + a_a \frac{B}{T_0} + 2a_a \right) = \\ = \Theta_b (a_a - 1) \left(a_b \frac{B}{T_0} + 2a_b + \frac{B}{T_0} - 2 \right). \tag{15}$$

Для варианта, представленного кривой *2* на фиг. 7, получим из условия $\beta'_{arkb} = -\beta_{ark}$

$$\beta'_k = \frac{1}{2} \frac{\dfrac{a_a - 1}{\left(ca_a + \dfrac{d}{r_{т0}} \right) \Theta_a} - \dfrac{B}{T_0^2} \dfrac{1}{c + \dfrac{d}{r_{т0}}}}{\left(a + \dfrac{b}{r_{т0}} \right) r_{т0}}. \tag{16}$$

Кривые температурной погрешности аппроксимации сопротивления термокомпенсатора для расчета последнего по равной амплитудной погрешности во всем температурном интервале в случае оптимальной точки полной компенсации (вариант «*г*») приведены на фиг. 9.



а)

Фиг. 9. Кривые температурной погрешности γ_{ark} при расчете по минимальной амплитудной погрешности в случае расположения точки перегиба в середине температурного интервала (равные по абсолютной величине предельные изменения температуры)

Для кривой *1* на фиг. 9 получим из условия равенства температурных погрешностей в четырех точках температурного интервала с учетом выражения (14)

$$A_1 + 2A_2k + A_3k^2 = 0, \tag{17}$$

где

$$k = \frac{B - 2T_0}{B + 2T_0}.$$

$$A_1 = a_{m1}a_{m2}\left[a_{m2} + a_{m1}\left(\frac{T_{m1}}{T_{m2}}\right)^2\right] =$$

$$= a_a a_{m2}(a_{m1} - a_b) - a_b a_{m1}(a_{m2} - a_a)\frac{\Theta_b - \Theta_{m1}}{\Theta_a - \Theta_{m2}}, \tag{18}$$

$$A_2 = 2a_{m1}a_{m2}\left[1 + \left(\frac{T_{m1}}{T_{m2}}\right)^2\right] =$$

$$= (a_a - a_{m2})(a_{m1} - a_b) - (a_b + a_{m1})(a_{m2} - a_a)\frac{\Theta_b - \Theta_{m1}}{\Theta_a - \Theta_{m2}} \tag{19}$$

и

$$A_3 = a_{m1} - a_{m2}\left(\frac{T_{m1}}{T_{m2}}\right)^2 =$$

$$= (a_{m1} - a_b) - (a_{m2} - a_a)\frac{\Theta_b - \Theta_{m1}}{\Theta_a - \Theta_{m2}}, \tag{20}$$

где a_{m1}, T_{m1}, Θ_{m1} — величины, соответствующие нижней температуре экстремума и

a_{m2}, T_{m2}, Θ_{m2} — величины, соответствующие верхней температуре экстремума.

Для кривых *2* и *3* на фиг. 9 получим из условия равенства температурных погрешностей по абсолютной величине в трех точках температурного интервала

$$c_2 a_m\left[a_a(a_m - 1) + a_m(a_a - 1) + a_a\frac{B(\Theta_a + \Theta_m)}{T_m^2}\right] +$$

$$+ c\frac{d}{r_{т0}}\left[(a_a + a_m)(a_m - 1) + 2a_m(a_a - 1) + \right.$$

$$\left. + a_m(a_a + 1)\frac{B(\Theta_a + \Theta_m)}{T_m^2}\right] +$$

$$+ \frac{d^2}{r_{т0}^2}\left[a_a + a_m - 2 - a_m\frac{B(\Theta_a + \Theta_m)}{T_m^2}\right] = 0 \tag{21}$$

$$\text{и} \quad c^2\left[2a_a a_b a_m - a_b(a_a + a_m) - a_m(a_a - a_b)\frac{\Theta_m + \Theta_a}{\Theta_a - \Theta_b}\right] +$$

$$+ c\frac{d}{r_{\text{т}0}}\Big[(a_m + a_a)(a_b - 1) + 2(a_a a_m - a_b) -$$

$$- (a_m + 1)(a_a - a_b)\frac{\Theta_m + \Theta_a}{\Theta_a - \Theta_b}\Big] = 0. \tag{22}$$

При помощи уравнений (17), (21) и (22) можно проверить взаимное расположение характерных точек кривых температурных погрешностей без расчета параметров элементов термокомпенсатора.

Для варианта «*д*», по которой точка градуировки (начальная точка) T_0 является заданной как и для вариантов «*а*», «*б*» и «*в*» (для варианта «*г*» она получается из расчета), получим для кривой *1* на фиг. 10 в случае равенства температурных погрешностей по абсолютной величине в трех точках температурного интервала

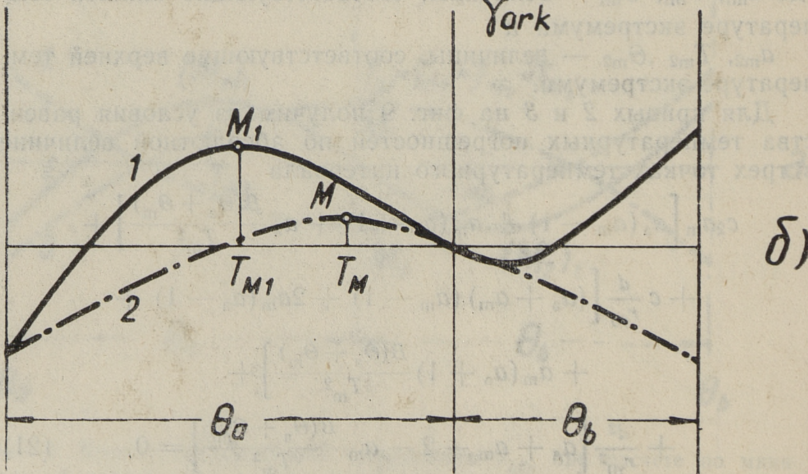
$$c_2\{[2a_a a_m - (a_a + a_m)]\, a_b(\Theta_b - \Theta_m) - a_a(a_b -$$

$$- a_m)(\Theta_a + \Theta_m)\} + c\frac{d}{r_{\text{т}0}}\{[2(a_a a_m - a_b) +$$

$$+ (a_a + a_m)(a_b - 1)]\,(\Theta_b - \Theta_m) -$$

$$-(a_b - a_m)(a_a + 1)(\Theta_a + \Theta_m)\} +$$

$$+ \frac{d^2}{r_{\text{т}0}^2}[(a_a + a_m - 2)(\Theta_b - \Theta_m) - (a_b - a_m)(\Theta_a + \Theta_m)] = 0, \tag{23}$$



Фиг. 10. Кривые температурной погрешности γ_{ark} в случае неравных по абсолютной величине предельных изменений температуры

Таблица 1

Производные выражения сопротивления термистора

$$r_T = Ae^{\frac{B}{T}} = Ae^{\frac{B}{T_0+\theta}}.$$

$$\frac{dr_T}{dT} = r_T^{I} = -\frac{B}{T^2}Ae^{\frac{B}{T}} = -r_T\frac{B}{T^2};$$

$$\frac{d^2r_T}{dT^2} = r_T^{II} = BAe^{\frac{B}{T}}\frac{B+2T}{T^4} = r_T\frac{B}{T^3}\left(\frac{B}{T}+2\right),$$

$$\frac{d^3r_T}{dT^3} = r_T^{III} = -BAe^{\frac{B}{T}}\frac{6T^2+6BT+B^2}{T^6} = -r_T\frac{B}{T^4}\left(\frac{B^2}{T^2}+6\frac{B}{T}+6\right);$$

$$\frac{d^4r_T}{dT^4} = r_T^{IV} = BAe^{\frac{B}{T}}\frac{24T^3+36BT^2+12B^2T+B^3}{T^8} = r_T\frac{B}{T^5}\left(\frac{B^3}{T^3}+12\frac{B^2}{T^2}+36\frac{B}{T}+24\right) \text{ и}$$

$$r_T \approx r_{T0}\left[1-\frac{B}{T_0^2}\theta+\frac{B}{T_0^3}\left(\frac{B}{2T_0}+1\right)\theta^2-\frac{B}{T_0^4}\left(\frac{B}{6T_0^2}+\frac{B}{T_0}+1\right)\theta^3+\frac{B}{T_0^5}\left(\frac{B^3}{24T_0^3}+\frac{B^2}{2T_0^2}+\frac{3}{2}\frac{B}{T_0}+1\right)\theta^4\right]$$

Производные выражения сопротивления термокомпенсатора

$$r_K = \frac{ar_T+b}{ar_T+d};$$

$$r_K^{I} = \frac{r_T^{I}}{(cr_T+d)^2},$$

$$r_K^{II} = \frac{r_T^{II}}{(cr_T+d)^2}-2c\frac{(r_T^{I})^2}{(cr_T+d)^3} = r_K^{I}\left(\frac{r_T^{II}}{r_T^{I}}-2c\frac{r_T^{I}}{cr_T+d}\right);$$

$$r_K^{III} = \frac{r_T^{III}}{(cr_T+d)^2}-6c\frac{r_T^{II}}{(cr_T+d)^3}+6c^2\frac{(r_T^{I})^3}{(cr_T+d)^4} = r_K^{I}\left[\frac{r_T^{III}}{r_T^{I}}-6c\frac{r_T^{I}r_T^{II}}{cr_T+d}+6c^2\frac{(r_T^{I})^3}{(cr_T+d)^2}\right];$$

$$r_K^{IV} = \frac{r_T^{IV}}{(cr_T+d)^2}-8c\frac{r_T^{I}r_T^{III}}{(cr_T+d)^3}-6c\frac{(r_T^{II})^2}{(cr_T+d)^3}+36c^2\frac{r_T^{I}r_T^{II}}{(cr_T+d)^4}-24c^3\frac{(r_T^{I})^4}{(cr_T+d)^5} = r_K^{I}\left[\frac{r_T^{IV}}{r_T^{I}}-\right.$$

$$\left.-8c\frac{r_T^{III}}{cr_T+d}-6c\frac{(r_T^{II})^2}{r_T^{I}}\frac{1}{cr_T+d}+36c^2\frac{r_T^{I}r_T^{II}}{(cr_T+d)^2}-24c^3\frac{(r_T^{I})^3}{(cr_T+d)^3}\right] \text{ и}$$

$$r_K \approx r_{K0}+r_{K0}^{I}\left\{\theta-\left(\frac{\frac{B}{T_0}+2}{2T_0}-c\frac{B}{T_0^2}\frac{r_{T0}}{cr_{T0}+d}\right)\theta^2+\left[\frac{1}{T_0^2}\left(\frac{1}{6}\frac{B^2}{T_0^2}+\frac{B}{T_0}+1\right)-c\frac{B}{T_0^3}\frac{\left(\frac{B}{T_0}+2\right)r_{T0}}{cr_{T0}+d}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+c^2\frac{B^2}{T_0^4}\frac{r_{T0}^2}{(cr_{T0}+d)^2}\right]\theta^3\right\}$$

а для кривой *2* на фиг. 9 в случае равенства погрешностей в двух точках

$$c^2a_m\left[a_m(a_a-a_b)+a_aa_b\frac{B}{T_m^{\ 2}}(\Theta_a+\Theta_b)\right]=$$

$$+c\frac{d}{r_{T0}}\left[(a_a+a_b)a_m\frac{B}{T_m^{\ 2}}(\Theta_a+\Theta_b)+2a_m(a_a-a_b)\right]+$$

$$+\frac{d^2}{r_{T0}^{\ 2}}\left[a_a-a_b+\frac{B}{T_m^{\ 2}}(\Theta_a+\Theta_b)a_m\right]=0. \qquad (24)$$

Кривыми на фиг. 10 не исчерпываются все возможные разновидности данного варианта «*д*» расположения кривой $\gamma_{ark}=f(\Theta)$ в заданном температурном варианте, где мы одно требование варианта «*г*» должны заменить на заданную точку полной компенсации, определяемой температурой градуировки.

При каких-то заданных исходных или добавочных условиях можно выбирать один из приведенных вариантов расположения кривой температурной погрешности в заданном температурном интервале за основу расчета.

Например, нами [2] исследованы некоторые разновидности вариантов «*а*» и «*в*».

Для облегчения расчетов в конце статьи приведены в виде таблицы 1 выражения производных значения термосопротивления и сопротивления термокомпенсатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. К. Нечаев. О некоторых свойствах цепей, содержащих термосопротивления. Автоматика и телемеханика, Том XVIII, 1957, 8.
2. У. И. Рандмер. Выбор рациональных параметров термокомпенсатора. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 204, 1963.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621. 317. 7

У. Рандмер

ОБ УЧЕТЕ ДОБАВОЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ЦЕПИ ТЕРМОКОМПЕНСАЦИИ

При расчете рациональных параметров последовательно-параллельной цепи термокомпенсации авторы [1, 2] точную цепь (фиг. 1*a*) заменяют эквивалентной упрощенной цепью (фиг. 1*b*), так что

$$r_0 = r_р + \frac{\beta_п}{\beta_р} r_п, \tag{1}$$

и

$$r_1 = r_М + \left(1 - \frac{\beta_п}{\beta_р}\right) r_п, \tag{2}$$

где $\beta_р$ — температурный коэффициент сопротивления обмотки рамки и

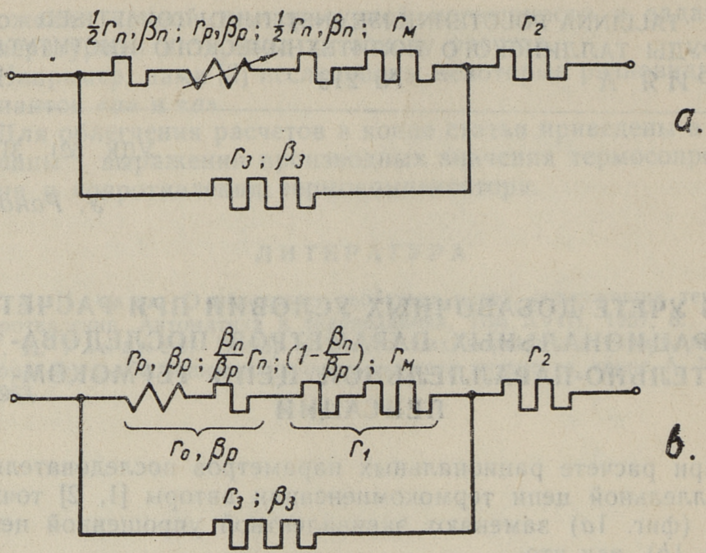
$\beta_п$ — температурный коэффициент сопротивления пружинок (растяжек).

Параметры рассчитывают с точки зрения получения максимального к. п. д. η цепи относительно сопротивления r_0.

Для расчета конкретного прибора при заданных значениях входного сопротивления прибора r_{11} и сопротивления моментных пружинок (растяжек) $r_п$ от найденных значений r_0 и r_1 переходят на значения $r_р$ и $r_М$ при помощи формул (1) и (2). При этом действительный к. п. д. цепи относительно сопротивления $r_р$ обмотки рамки равняется

$$\eta_р = \frac{\eta}{1 + \frac{r_п \beta_п}{r_р \beta_р}}. \tag{3}$$

Только в [3] для определения рациональных параметров последовательно-параллельной цепи термокомпенсации в ка-



Фиг. 1. *a* — точная схема последовательно-параллельной цепи термокомпенсации:

$r_р$ — сопротивление обмотки рамки (из меди); $r_п$ — сопротивление моментных пружинок или растяжек (из бронзы); $r_М$ и r_2 — постоянные сопротивления (из манганина); r_3 — медный шунт.

b — упрощенная схема последовательно-параллельной цепи термокомпенсации

честве критерия применяют $\eta_р$ с учетом заданного значения $\frac{r_п \beta_п}{r_р \beta_р}$.

В данной работе производят сравнение результатов расчета последовательно-параллельной цепи термокомпенсации, полученных при расчете по [1, 2, 3] и по автору.

а. Сравнение решений линейных задач

Вводя обозначения $\frac{r_р + r_п + r_М}{r_3} = x$, $\frac{r_п}{r_3} = s$, $\frac{r_2}{r_3} = p$, $\frac{r_р}{r_3} = v$, $\frac{\beta_р}{\beta_3} = a$ и $\frac{\beta_п}{\beta_3} = b$, получим для к. п. д. последовательно-параллельной цепи термокомпенсации

$$\eta_р = \frac{v}{(1 + x)[p(1 + x) + x]}. \qquad (4)$$

Заданными являются

$$l = \frac{\beta_{ц}}{\beta_{з}} = \frac{px - (1+p)(va + sb)}{x + p + xp} \tag{5}$$

и

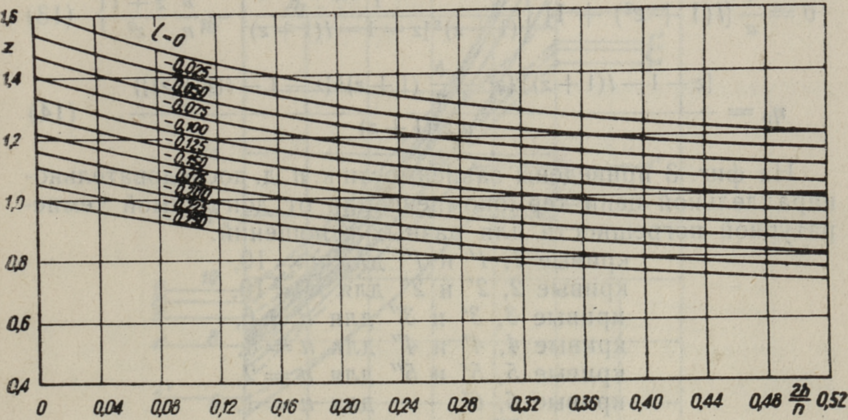
$$n = \frac{r_{11}}{r_{п}} = \frac{x + p + xp}{s(1+x)}. \tag{6}$$

Составим функцию

$$\phi(x, s, p, v, \lambda, \mu) = \frac{v}{(1+x)[p(1+x)+x]} +$$

$$+ \lambda\left[\frac{px - (1+p)(va+sb)}{p(1+x)+x} - l\right] + \mu\left[\frac{p(1+x)+x}{s(x+1)} + n\right] \tag{7}$$

и приравняв частные производные $\frac{\partial\phi}{\partial x}$, $\frac{\partial\phi}{\partial s}$, $\frac{\partial\phi}{\partial p}$ и $\frac{\partial\phi}{\partial v}$ нулю, получим



Фиг. 2. Кривые для решения линейной задачи:

$l = \frac{\beta_{ц}}{\beta_{з}}$ — отношение удельной температурной погрешности цепи $\beta_{ц} = \frac{\gamma_{лин}}{\Theta}$ к температурному коэффициенту сопротивления $\beta_{з}$ медного шунта $r_{з}$; $\gamma_{лин}$ — линейная температурная погрешность цепи; Θ — изменение температуры относительно градуировочной; $b = \frac{\beta_{п}}{\beta_{з}}$ — отношение температурного коэффициента сопротивления пружинок (растяжек) к температурному коэффициенту сопротивления медного шунта $\beta_{з}$; $n = \frac{r_{11}}{r_{п}}$ — отношение входного сопротивления к сопротивлению пружинок (растяжек)

$$\frac{2b}{n} = \frac{(1+z)[1+l(1+z)]-z^2}{[1+l(1+z)]\{z-[1+l(1+z)]\}} \cdot \frac{z^2}{(1+z)^3}, \tag{8}$$

где

$$z = \frac{p(1+x)}{x}. \tag{9}$$

Решение уравнения (8) производится в виде семейства кривых на фиг. 2.

Определив по этим кривым для заданных значений l, b и n значение z, рассчитываем другие параметры по формулам

$$p = \frac{l(1+z)^2+1}{z}, \tag{10}$$

$$s = \frac{1}{n} \frac{(z+1)\,[l(z+1)^2+1]}{z^2}, \tag{11}$$

$$x = \frac{l(z+1)^2+1}{z^2-1-l(z+1)^2}, \tag{12}$$

$$v = \frac{1}{a}[l(1+z^2)+1]\left\{\frac{1}{(1+z)^2[z-1-l(1+z)]} - \frac{b}{n}\frac{z+1}{z^2}\right\} \tag{13}$$

$$\eta_{\text{р}} = \frac{[z-1-l(1+z)]\{z^2-\frac{b}{n}(1+z)^3[z-1-l(1+z)]\}}{a\,z^4(1+z)}. \tag{14}$$

На фиг. 3 приведены зависимости к. п. д. последовательно-параллельной цепи термокомпенсации от допустимой температурной погрешности для разных отношений:

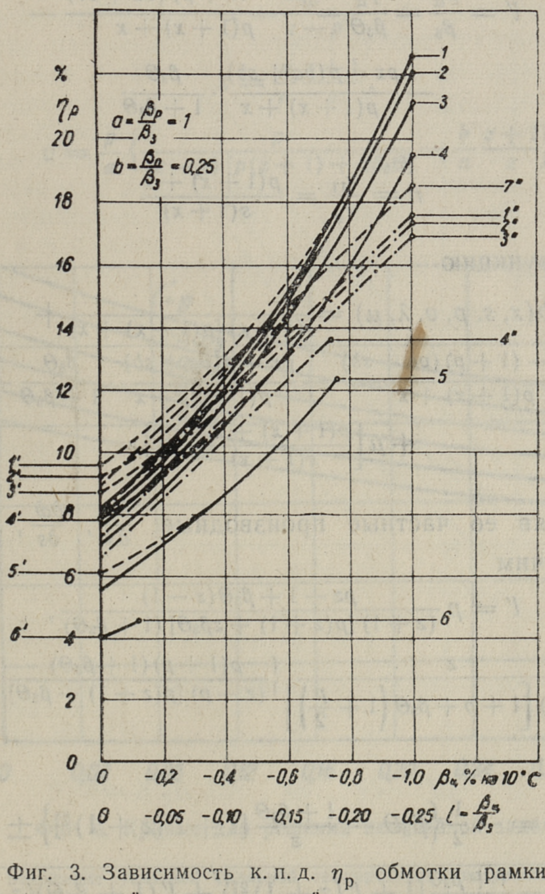
кривые *1*, *1′* и *1″* для $n = 10$,
кривые *2*, *2′* и *2″* для $n = 10$,
кривые *3*, *3′* и *3″* для $n = 6$,
кривые *4*, *4′* и *4″* для $n = 4$,
кривые *5*, *5′* и *5″* для $n = 2$,
кривые *6*, *6′* для $n = 1$,
и кривая *7″* для $n \to \infty$.

Кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5* и *6* получены по методике, изложенной в данной работе, кривые *1′*, *2′*, ... *6′* получены при расчете по упрощенным формулам П. Б. Усатина [3] и прямые *1″*, *2″*, *3″* и *4″* из общего решения В. О. Арутюнова [1] по упрощенной схеме с последующим введением заданных значений n и b и переходом к точной цепи.

Из этих кривых видно, что:

а) для заданной удельной температурной погрешности $\beta_{\text{ц}} = \frac{\gamma_{\text{лин}}}{\Theta}$, где Θ — изменение температуры по сравнению с градуировочной, при введении условия относительно значений n и b перед взятием производных (кривые *1, 2, 3, 4, 5* и *6*, а также кривые $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ и $6'$ на фиг. 2) дает более высокие к. п. д. цепи по сравнению со случаем введения добавочных условий относительно n и b после взятия производных, т. е. в случае построения действительной (точной) цепи как эквивалентной к упрощенной с учетом заданного значения n (прямые $1''$, $2''$, $3''$ и $4''$ на фиг. 2);

б) область осуществления цепи в первом случае (по варианту П. Б. Усатина и автора) расширяется. Для $n = 2$ и для $n = 1$ по второй методике [1] в рассматриваемой области температурных погрешностей вообще невозможно



Фиг. 3. Зависимость к. п. д. $\eta_р$ обмотки рамки от удельной температурной погрешности цепи $\beta_ц$ на $\Theta = 10°$ С

построить цепи, поскольку по расчету хотя бы одно сопротивление принимает отрицательное значение.

в) в области малых допустимых температурных погрешностей и больших n упрощенная методика П. Б. Усатина дает завышенные к. п. д. цепи (или заниженные значения температурной погрешности).

б) Сравнение нелинейных задач

Для нелинейных задачи при заданных (П. Б. Усатин решает только линейную задачу)

$$l' = \frac{\beta_ц}{\beta_з} = \frac{\gamma_ц}{\beta_з\Theta} = \frac{px - (1+p)(va + sb)}{p(1+x) + x} - \frac{px - p(va+sb)}{p(1+x)+x} \cdot \frac{\beta_з\Theta}{1+\beta_з\Theta} \tag{15}$$

и

$$n = \frac{r_{11}}{r_п} = \frac{p(1+x)+x}{s(1+x)} \tag{16}$$

составим функцию

$$\phi(x, s, p, v, \lambda, \mu) = \frac{v}{(1+x)[p(1+x)+x]} + \lambda\left[\frac{px-(1+p)(va+sb)}{p(1+x)+x} - \frac{px - p(va+sb)}{p(1+x)+x}\cdot\frac{\beta_з\Theta}{1+\beta_з\Theta} - 1\right] + \mu\left[\frac{p(1+x)+x}{s(1+x)} - n\right] \tag{17}$$

и приравняв ее частные производные $\frac{\partial\phi}{\partial x}$, $\frac{\partial\phi}{\partial s}$, $\frac{\partial\phi}{\partial p}$ и $\frac{\partial\phi}{\partial v}$ нулю, получим

$$l' = p\frac{pz - 1 + \beta_з\Theta(z-1)}{(z+1)[p(z+1)+z\beta_з\Theta](1+\beta_з\Theta)}, \tag{18}$$

$$\frac{2b}{n} = \frac{z}{(z+1)\left[1+p+\beta_з\Theta\left(1+\frac{p}{2}\right)\right]}\left\{\frac{p(1+p)(1+\beta_з\Theta)}{(z-p)[p(z+1)+\beta_з\Theta]} - \frac{z}{z+1}\right\} \tag{19}$$

и

$$p = -\frac{1}{2}\left\{\beta_з\Theta - \frac{1+\beta_з\Theta}{z}[1+l'(z+1)^2]\right\} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left\{\beta_з\Theta - \frac{1+\beta_з\Theta}{z}[1+l'(z+1)^2]\right\}^2 + l'(1+\beta_з\Theta)(z+1)\beta_з\Theta}\,. \tag{20}$$

Решение уравнений (19) и (20) удобнее всего произвести графически. При заданных значениях β_3, Θ и l' задаемся несколькими значениями z и вычисляем соответствующие значения p (ориентировочно можно воспользоваться кривыми на фиг. 2), затем найденные значения p вместе с соответствующими значениями z по-парно подставим в (20) и определяем графически, какое значение z (а потом и p) соответствует заданному значению $\frac{2b}{n}$.

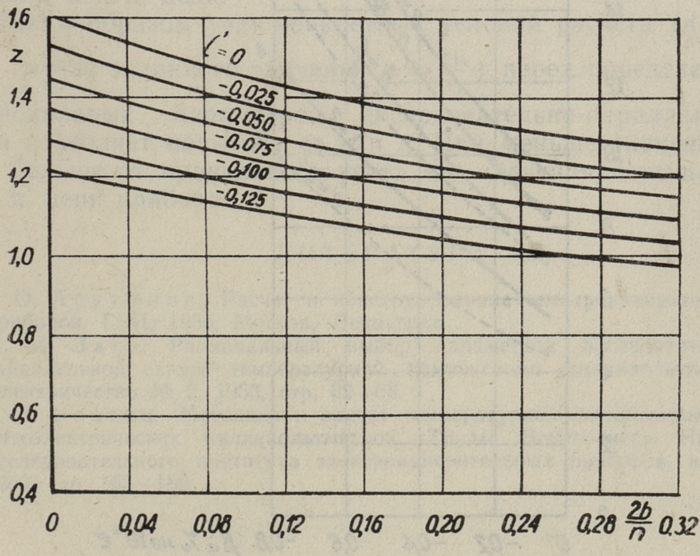
Другие интересующие нас величины определяем по формулам

$$x = \frac{p}{z - p}, \tag{21}$$

$$s = \frac{p}{n} \frac{z+1}{z}, \tag{22}$$

$$v = \frac{p}{a}\left\{\frac{p}{(z-p)\,[p(z+1) + z\beta_3\Theta]} - \frac{b}{n}\frac{z+1}{z}\right\} \tag{23}$$

и



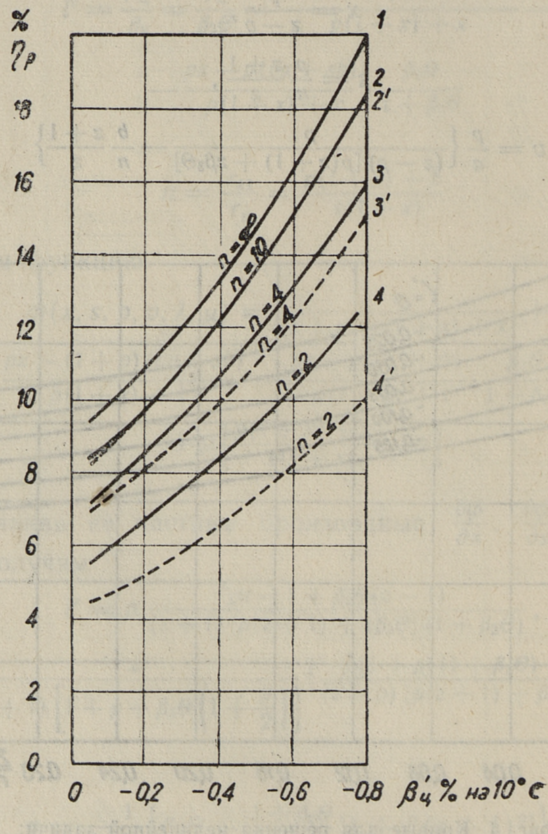
Фиг. 4. Кривые для решения нелинейной задачи:

$l' = \frac{\beta_ц}{\beta_3}$ — отношение условной удельной температурной погрешности цепи к температурному коэффициенту сопротивления β_3 медного шунта; $\gamma_ц$ — температурная погрешность цепи

$$\eta_{\text{р}} = \frac{z-p}{az(z+1)}\left[\frac{p}{p(z+1)+z\beta_3\Theta} - \frac{b(z+1)(z-p)}{nz}\right]. \qquad (24)$$

На фиг. 4 приведено семейство кривых для решения последнего варианта в случае заданного интервала изменения температуры $\Theta = +10°$ С. Для каждого интервала изменения температуры приходится строить новое семейство кривых.

Как и при расчете по удельной температурной погрешности цепи $\beta_{\text{ц}}$ (линейный вариант) можно и в данном случае при расчете по условной удельной температурной погреш-



Фиг. 5. Зависимость к. п. д. $\eta_{\text{р}}$ обмотки рамки от условной удельной температурной погрешности цепи $\beta'_{\text{ц}}$ на $\Theta = 10°$ С

ности цепи (нелинейный вариант) получить данное значение $n = \frac{r_{11}}{r_п}$ двумя путями:

а) решая задачу по Заксу для упрощенной цепи, а затем определяя сопротивления $r_р$, $r_М$ и к. п. д. $\eta_р$ точной цепи;

б) по приведенной в данной работе методике введением заданного значения n перед нахождением условий максимума.

На фиг. 5 приведены некоторые кривые для сравнения результатов расчета по обоим вариантам. Кривая *1* соответствует предельному случаю $n \to \infty$, т. е. если сопротивлением пружинок из-за его малости можно пренебречь. Кривые *2*, *3* и *4*, отмеченные непрерывной линией, получены по методике расчета, изложенной в данной работе, а отмеченные пунктиром кривые *2'*, *3'* и *4'* при расчете по методике Закса.

Уже при значении $n = 10$ обе методики в данном температурном интервале $\Theta = 10^\circ$ C дают одинаковые результаты. С уменьшением n следует предпочесть методику данной работы, поскольку при равных условиях удельных температурных погрешностей цепи рассчитанные по ней имеют более высокие к. п. д. цепи.

Таким образом учет конкретных условий расчета (в данном случае заданного значения $n = \frac{r_{11}}{r_п}$) перед определением рациональных параметров последовательно-параллельной цепи позволяет повысить ее к. п. д. Чем меньше значения n, тем больше от правильного учета его значения повышается к. п. д. цепи прибора.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. О. Арутюнов. Расчет и конструирование электроизмерительных приборов. ГЭИ, 1956, Москва, Ленинград.
2. Л. М. Закс. Рациональный выбор параметров последовательно-параллельной схемы температурной компенсации милливольтметров. Электричество № 2, 1953, стр. 62—68.
3. П. Б. Усатин. Методика и расчет температурной компенсации магнитоэлектрических милливольтметров. Труды Всесоюзного Научно-исследовательского института электроизмерительных приборов, вып. I, 1959. стр. 163—189.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621. 375. 6

Г. Самолевский

ТЕМПЕРАТУРНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАШИННОГО УСИЛИТЕЛЯ С ПОПЕРЕЧНЫМ ПОЛЕМ

Введение

Повторно-кратковременный режим работы электромашинного усилителя с поперечным полем обуславливает периодическое изменение температуры цепей ЭМУ. В процессе нагрева увеличивается сопротивление цепей ЭМУ, вследствие чего изменяется его настройка и наблюдается температурная неустойчивость статических и динамических характеристик усилителя.

В связи с этим исследование температурной стабилизации ЭМУ с поперечным полем имеет существенное значение, однако, по известным автору данным, подобные работы до сих пор не опубликовывались.

В работе по изучению влияния нелинейных элементов в цепях трехступенчатого ЭМУ с продольным полем [1] автором был предложен принцип температурной стабилизации такого усилителя, с использованием внешних обратных связей с выхода усилителя на вход промежуточных ступеней, с применением нелинейных элементов.

Дальнейшая разработка этого вопроса проведена автором в данной работе, в которой ставится задача исследования осуществимости температурной стабилизации ЭМУ с поперечным полем (амплидина) на основании принципов, изложенных в [1].

1. Статические и динамические характеристики температурно-стабилизированного амплидина

Целью температурной стабилизации амплидина ставится обеспечение постоянства нагрузочного тока при различном температурном состоянии усилителя и нагрузки, при заданной *м. д. с.* управления.

Для этого предлагается применить одноконтурные внешние связи, содержащие термосопротивления — термисторы, причем подобные связи оказывают воздействие на дополнительные обмотки управления в функции температуры нагрева любого каскада усилителя или нагрузки.

Применение одноконтурных внешних связей с термосопротивлениями возможно в двух, принципиально различных вариантах.

а) Создание дополнительной *м. д. с.* управления от независимого источника питания. Этому способу соответствует параллельное перемещение вольтамперной характеристики выходного каскада.

б) Создание дополнительной *м. д. с.* обратной связи с выхода усилителя на вход первой ступени. Этому способу соответствует поворот вольтамперной характеристики выходного каскада.

Анализ показывает, что температурную стабилизацию амплидина наиболее целесообразно проводить в функции температуры нагрева выходного каскада, причем достаточно применить одну одноконтурную внешнюю связь с термисторами.

Рассмотрим статические характеристики температурно-стабилизируемого амплидина.

В предположении ненасыщенной и, для упрощения, симметричной магнитной системы амплидина, с учетом замедленной коммутации первой ступени возможно составить следующие исходные уравнения для статического режима:

$$E_{13} = \frac{c}{a'}\left[2w_y I_y + 2(w_k - w_a) I_{24} - 2w_{k1} I_{13} \pm 2w_{0c} I_{0c}\right] \qquad (1)$$

$$E_{24} = \frac{c}{a'}\left(2w_a I_{13} \mp 2w_{k2} I_{24}\right) \qquad (2)$$

Здесь:

E_{13} и E_{24}	— *э. д. с.* первой и второй ступени;
w_y, w_a	— количество витков на полюс задающей обмотки и обмотки якоря;
w_{0c}	— число витков обмотки управления, используемой для создания обратной связи с выхода амплидина на вход первой ступени;
w_k	— число витков на полюс компенсационной обмотки;
w_{k1}, w_{k2}	— эквивалентное количество витков, соответствующих реакции коммутационных токов [3];
I_y, I_{13}, I_{24}, I_{0c}	— ток в обмотке управления, цепях 1—3, 2—4, 0—С;
c, a'	— коэффициенты пропорциональности между *э. д. с.* и потоком *м. д. с.* и потоком. Здесь, при анализе качественного процесса температурной стабилизации амплидина, для получения возможности сравнения статических

характеристик амплидина и трехступенчатого ЭМУ с продольным полем, предположено, что магнитная система амплидина симметрична. Следовательно, допускается равенство коэффициентов c_1 и c_2 (соответственно a'_1 и a'_2) первой и второй ступени амплидина.

В уравнениях (1) и (2) перед слагаемыми $2w_{0c}I_{0c}$ и $2w_k I_{24}$ верхние знаки соответствуют положительной обратной связи и замедленной коммутации, нижние — отрицательной обратной связи и ускоренной коммутации.

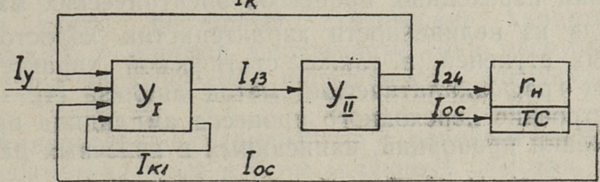
В реальных конструкциях добавочные полюса выходной ступени амплидина обычно настраиваются таким образом, чтобы получить коммутацию, близкую к прямолинейной. Исходя из этого, можно в правой части уравнения (2) вторым слагаемым пренебречь.

Далее необходимо учитывать, что для температурной компенсации связь $2w_{0c}I_{0c}$ должна быть положительной.

С учетом сказанного решение системы уравнений (1) ... (2) дает следующую зависимость нагрузочного тока от *м. д. с.* обмотки управления и параметров усилителя:

$$I_{24} = \frac{\left(2\frac{c}{a'}\right)^2 w_a w_y I_y}{r_{24}\left(r_{13} + 2\frac{c}{a'} w_{\text{к}1}\right) - \left(2\frac{c}{a'}\right)^2 \left(w_a^2 \varepsilon + w_{0c} w_a \frac{r_{24}}{r_{0c}}\right)}. \qquad (3)$$

Структурная схема амплидина, в соответствии с вышеизложенным представлена на фиг. 1.



Фиг. 1. Структурная схема температурно-стабилизированного амплидина

В выражении (3):

r_{13}, r_{24}, r_{0c} — сопротивления цепей 1—3, 2—4 и 0—С,

$\varepsilon = \frac{w_k - w_a}{w_a}$ — сопротивления цепей 1—3, 2—4 и 0—С,

Из сравнения выражений статических характеристик амплидина (1) ... (3) и соответствующих выражений трехступенчатого ЭМУ продольного поля [1] можно сделать следующий вывод. В амплидине, также как в промежуточных каскадах трехступенчатого ЭМУ продольного поля, при прямолинейной коммутации основное значение в изменении настройки при нагреве имеет увеличение сопротивлений r_{13} и r_{24}. При коммутации, отличающейся от прямолинейности, главное место занимает температурное изменение переходного сопротивления щеточного контакта.

Обеспечение постоянства тока нагрузки I_{24} амплидина, в соответствии с выражением (3), возможно либо путем увеличения м. д. с. задающей обмотки, либо уменьшением значения сопротивления r_{0c}. В обоих вариантах наиболее просто это достигается одноконтурной внешней связью, с применением термосопротивлений. Следует особо подчеркнуть преимущество второго варианта, не требующего специального источника тока обратной связи.

Рассмотрим далее некоторые вопросы динамического режима амплидина.

Введение обратных связей с применением термосопротивлений оказывает влияние на динамический режим амплидина, в связи с изменением постоянных времени, при изменении температуры каскадов.

В данной работе рассмотрен процесс нарастания напряжения на выходе амплидина при различных температурных состояниях усилителя и внешней положительной обратной связи с выхода на вход усилителя, с термосопротивлением. В анализе введены допущения, принимаемые обычно при исследовании переходных процессов электрических машин [3].

Исходя из нелинейности характеристик холостого хода отдельных ступеней, а также статической характеристики, применен графоаналитический метод анализа [4]. Графическое построение переходного процесса амплидина проведено на основании пропорций, написанных в конечных разностях:

$$\frac{\Delta E_{13}}{\left(\frac{U_y w_y}{r_y}+\frac{E_{24}\omega_{0c}}{r_{0c}}\right)-(I_y\omega_y+I_{0c}w_{0c})}=\frac{\Delta t}{k_1}=\operatorname{tg}\alpha=\text{const}. \quad (4)$$

$$\frac{\Delta E_{24}}{\frac{E_{13}w_a}{r_{13}}-I_{13}\omega_a}=\frac{\Delta t}{k_2}=\operatorname{tg}\beta=\text{const}. \quad (5)$$

Здесь дополнительно к принятым ранее обозначениям, введены следующие:

$$k_1 = \frac{1}{c'}\left(\frac{w_y^2}{r_y} + \frac{w^2_{0c}}{r_{0c}}\right).$$

$$k_2 = \frac{1}{c'}\frac{w_a^2}{r_{13}}.$$

Анализ показывает, что главное влияние на скорость переходного процесса оказывает температурное изменение сопротивлений r_{13} и r_{0c}. В результате уменьшения сопротивления r_{oc} переходный процесс замедляется, а в результате увеличения r_{13} переходный процесс ускоряется. Кроме того, в результате процесса нагрева уменьшается постоянная времени нагрузки $T_н$. Скорость изменения нагрузочного тока будет зависеть от взаимосоотношения названных параметров.

Необходимо принять во внимание, что в наибольшем диапазоне изменяется сопротивление r_{0c}, по сравнению с изменением других параметров при равных интервалах нагрева. Это обстоятельство, в итоге, приводит к замедлению переходного процесса амплидина при нагреве усилителя и цепи, содержащей термосопротивление.

2. Экспериментальное исследование температурной стабилизации амплидина

В качестве объекта исследования был применен амплидин ЭМУ-12 А. Экспериментальное исследование температурной стабилизации амплидина было проведено в диапазоне нагрузок $I_{24} = (0{,}25 \ldots 1{,}0)\, I_{24\,ном}$.

Были сняты повторные статические характеристики амплидина, т. е. кривые зависимости тока нагрузки I_{24} от температуры сопротивления нагрузки $\tau_{нг}$ в следующих вариантах.

а) Температурная стабилизация с одноконтурной связью, с термосопротивлением в цепи задающей обмотки.

б) Температурная стабилизация с одноконтурной связью, с термосопротивлением в цепи положительной обратной связи, с выхода на вход первой ступени.

В качестве нагрузки использовались катушки возбуждения генератора постоянного тока.

Были применены термисторы типа ММТ-8, допустимая мощность рассеивания которых составляет 0,01 *вт*, α меняется в пределах $(-2{,}4 \ldots\ldots -3{,}4)\,\frac{\%}{°C}$, а интервал рабочих температур по каталожным данным составляет $-40 \ldots\ldots +60°$ C.

В процессе испытаний оказалось необходимым в повторно-кратковременном режиме доводить рабочую температуру термистора до $+100^\circ$ С. Была увеличена также мощность рассеивания термосопротивления до 0,03 *вт*, чем достигалось усиление действия стабилизирующей обратной связи.

Степень компенсации усилителя была установлена по номинальному режиму амплидина, т. е. $U_{24} = 115$ *в*, $I_{24} = 8{,}7$ *а*, $I_у = 14$ *ма* и оставалась без изменения в период всего эксперимента.

Данные усилителя ЭМУ-12 А следующие:

номинальная мощность $P_н = 1{,}0$ *квт*,
номинальное напряжение $U_н = 115$ *в*,
номинальный ток нагрузки $I_н = 8{,}7$ *а*,
скорость вращения $n_н = 2850$ *об/мин*.

Обмотки управления.

У-1 и У-2 : 2350 витков в катушке, $r_{20^\circ C} = 34{,}2$ *ом*. У-3 : 230 витков в катушке, $r_{20^\circ C} = 34{,}2$ *ом*.

Условия эксперимента были установлены следующие:

а) амплидин настроен на статический режим. В цепь задающей обмотки У-3 включено термосопротивление ММТ-8, $r_{20^\circ C} = 369$ *ом*;

б) амплидин настроен на статический режим. Цепь задающей обмотки без термосопротивления (У-1). Включена цепь положительной обратной связи (обмотка У-3) с термосопротивлением ММТ-8, $r_{20^\circ C} = 330$ *ом*. Питание цепи обратной связи производится с выхода амплидина.

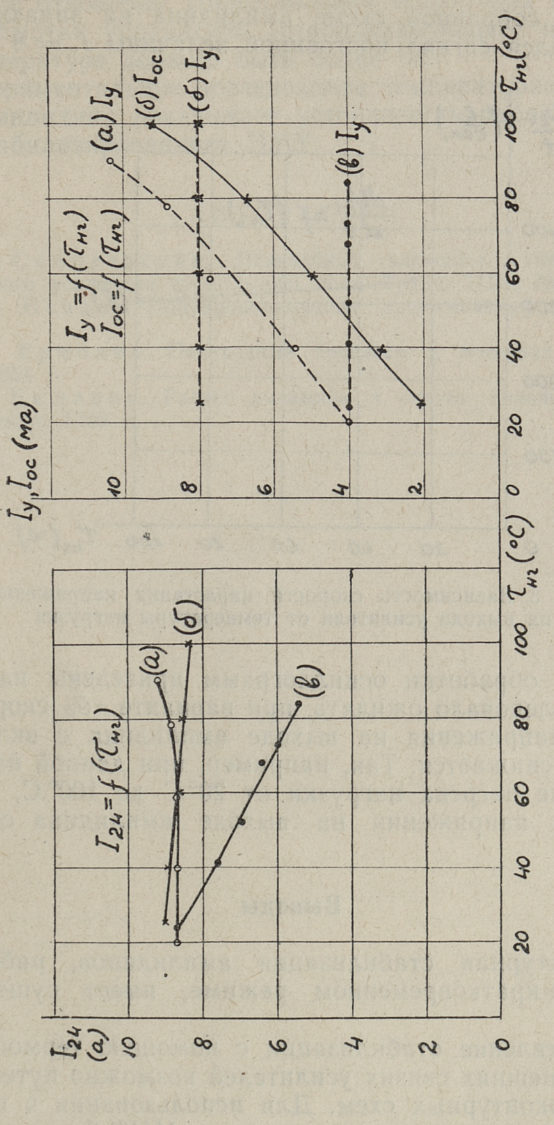
Кроме указанных выше вариантов были сняты характеристики амплидина без температурной стабилизации (*в*).

На фиг. 2 в качестве примера приведены кривые зависимости тока нагрузки усилителя I_{24}, тока задающей обмотки $I_у$ и тока в цепи обратной связи I_{0c} от температуры нагрузки $\tau_{нг}$.

Анализ экспериментальных данных, приведенных на фиг. 2, показывает, что при увеличении температуры нагрузки на 60° С, по сравнению с температурой окружающей среды, ток I_{24} без температурной стабилизации усилителя уменьшается на 37% — по сравнению с номинальным его значением. При этом *м. д. с.* управления поддерживается постоянной.

Температурная стабилизация по варианту «*а*» дает возможность поддержать постоянство тока нагрузки с точностью 5—6%.

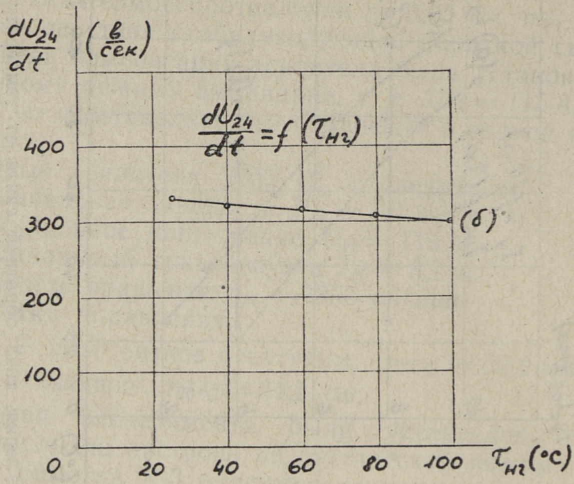
Наибольший интерес представляет использование варианта «*б*», так как в этом случае не требуется дополни-



Фиг. 2. Зависимость тока нагрузки, тока управления, тока обратной связи от температуры нагрузки

тельно увеличивать *м. д. с.* управления. Вариант «б» обеспечивает постоянство тока I_{24} с точностью 7—8%.

Для определения быстродействия амплидина при наличии стабилизирующей связи по варианту «*б*» были сняты осцилограммы скорости нарастания напряжения на выходе усилителя, а также скорости нарастания тока нагрузки. При полностью собранной схеме амплидина на задающую обмотку давался сигнал постоянной величины $I_y = 8$ *ма*.



Фиг. 3. Зависимость скорости нарастания напряжения на выходе усилителя от температуры нагрузки

Данные обработки осциллограмм приведены на фиг. 3. Как и следовало ожидать, при варианте «б» скорость нарастания напряжения на выходе амплидина с включенной цепью ОС снижается. Так, например, при данной настройке, в диапазоне нагрева нагрузки от 20° С до 100° С, скорость нарастания напряжения на выходе амплидина снизилась на 14%.

Выводы

Температурная стабилизация амплидинов, работающих в повторно-кратковременном режиме, имеет существенное значение.

Осуществление стабилизации с помощью термосопротивлений во внешних связях усилителей возможно путем применения одноконтурных схем. Для использования в подобных схемах применимы термисторы типа ММТ-8.

Стабилизацию с применением одноконтурных схем обратных связей целесообразно проводить в функции температуры выходного каскада усилителя.

Эффективность температурной стабилизации повышается с применением высокоомных термосопротивлений. Рекомендуемое отношение сопротивления термистора к сопротивлению обмотки управления (стабилизирующей) при начальной температуре должно быть более 10.

Экспериментальное исследование температурной стабилизации амплидина доказывает устойчивость работы температурно-стабилизированного ЭМУ.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Г. К. Самолевский. Нелинейные элементы в цепях электромашинного усилителя продольного поля. Труды ТПИ, № 174, 1960 г.
2. Г. К. Нечаев. Полупроводниковые сопротивления в автоматике. 1962 г.
3. Н. П. Ермолин. Переходные процессы в машинах постоянного тока. 1951 г.
4. А. В. Башарин. Расчет динамики и синтез нелинейных систем управления. 1960 г.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 213 1964

УДК 621. 313. 333

Э. Валласте

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НУЛЕВОГО ГАБАРИТА АОЛ-012

Постановка вопроса

Серии малогабаритных асинхронных машин, проектированные в настоящее время, отличаются относительно высокими удельными электромагнитными нагрузками и высокой степенью использования активных материалов. Вследствие этого потери в этих машинах (потери в меди, потери в стали и добавочные потери) имеют относительно большое значение, но к. п. д. двигателей и другие эксплуатационные показатели оказываются довольно низкими.

Величина потерь в меди и в стали зависит от плотности тока в обмотках, от величины магнитной индукции в магнитной цепи и от марки применяемой стали. Величина добавочных потерь зависит от разных факторов технологического характера, а также от конструкции рассматриваемых машин. Поэтому как аналитическое, так и экспериментальное определение этих потерь затруднительно.

По ГОСТ-у 183—58 г. добавочные потери принимаются равными 0,5% от первичной мощности машины, но фактически эти потери составляют в малогабаритных асинхронных машинах настоящего времени $5 \div 8\%$ первичной мощности. Следовательно, эти потери оказывают существенное влияние на к. п. д. двигателя. Величина минимального вращающего момента двигателя также зависит от интенсивности высших гармонических магнитного поля.

Следовательно, исследование добавочных потерь малогабаритных эл. двигателей имеет довольно большое значение, так как уменьшение этих потерь позволяет:

1. с увеличением к. п. д. двигателей повышать их экономичность;

2. увеличивать минимальный вращающий момент двигателя, улучшить этим их пусковые свойства и эксплуатационные показатели;

3. понизить рабочую температуру двигателя, увеличивая этим срок его службы.

До сих пор еще не разработана методика определения добавочных потерь маломощных эл. двигателей, также отсутствуют экспериментальные данные в этой области. Но так как в нашей республике предусматривается массовое производство маломощных эл. двигателей, то исследование разных научно-технических проблем, связанных с этими машинами, представляет большой интерес.

Экспериментальная часть настоящего исследования проведена на базе асинхронных двигателей нулевого габарита АОЛО12-4 и АОЛО12-2, изготовляемых на заводе «Вольта».

Анализ потерь

Как известно, к. п. д. двигателя определяется

$$\eta = \left(1 - \frac{\Sigma_p}{P_1}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{P_{\text{м1}} + P_{\text{м2}} + P_{\text{ст}} + P_{\varrho} + P_{\text{э}}}{P_1}\right) \cdot 100\% \qquad (1)$$

где $P_{\text{м1}}$ — тепловые потери в обмотке статора,
$P_{\text{м2}}$ — —„— —„— —„— ротора,
$P_{\text{ст}}$ — потери в стали,
P_{ϱ} — механические потери,
$P_{\text{э}}$ — добавочные потери.

Расчеты и эксперименты показывают, что тепловые потери в обмотках исследуемых двигателей нулевого габарита составляют $60 \div 70\%$ из всех потерь. Следовательно, уменьшение их существенно влияло-бы на величину к. п. д. двигателя. Потери в меди статора определяются:

$$P_{\text{м1}} = 3J_{\text{ф}}^2 \frac{l_W W_{1\text{ф}}}{\lambda S_{\text{пр.}}}. \qquad (2)$$

Расчет заполнения паза статора показываеr, что в этих двигателях можно за счет увеличения коэффициента заполнения паза применять обмоточный провод на одну степень большего поперечного сечения.

Основные потери в стали на гистерезис и на вихревые токи возникают в зубцах и в спинке статора.

$$P_{\text{ст}} = P_{\text{ст. сп}} + P_{\text{ст. z}} = 1{,}6 p_{[10\,50]} \left(\frac{B_{\text{сп}}}{10^4}\right)^2 G_{\text{сп}} \left(\frac{f}{50}\right)^{1,3} +$$
$$+ k_t\, 1{,}8 p_{[10/50]} \left(\frac{B_z}{10^4}\right)^2 G_z \left(\frac{f}{50}\right)^{1,3} \text{вт}. \qquad (3)$$

Здесь коэффициент обработки k_t учитывает увеличение потерь за счет технологической обработки стали. По данным [3] в микромашинах

$$k_t = 1 \div 3,$$

т. е. потери в стали сильно зависят от технологического процесса обработки и от изоляции листов стали. Для упрощения технологии в настоящее время листы магнитопровода малогабаритных машин вообще не изолируются. Но опыт, проведенный машиной АОЛ-012-4, показал, что вследствие лакировки листов статора потери в стали понизились на $8 \div 10\%$. Средняя величина потерь в стали составляет при вышеупомянутых машинах $12 \div 15\%$ от всех потерь.

Механические потери

Механическими потерями являются потери на вентиляцию и потери на трение в подшипниках.

Потери на вентиляцию определяются

$$p_{в} \approx 2D_{р}^{3}n^{3}l_{0}10^{-14}\,вт, \qquad (4)\ [9]$$

и потери на трение в подшиниках

$$p'_{\varrho} \approx k_{m}G_{р}n10^{-6}\,вт \qquad (5)\ [9]$$

где k_m — эмпирическое постоянное

$$k_m = 1 \div 3.$$

Суммарные мечанические потери по [3]:

$$P_{\varrho} = k \cdot \left(\frac{n}{100}\right)^{2} \left(\frac{D_{р}}{100}\right)^{3} вт, \qquad (6)$$

где k — эмпирическое постоянное, величина которого зависит от числа пар полюсов при $2p = 4$, $k = 6{,}0$.

Оба эти методы расчета дадут приблизительно одинаковые результаты. Механические потери составляют $1 \div 2\%$ от всех потерь в машине. Но в действительности механические потери в исследуемых машинах значительно различались в зависимости от качества подшипников.

Кроме увеличения механических потерь чрезмерный люфт в подшипниках увеличивает неравномерность воздушного зазора. Это в свою очередь увеличивает ток намагничивания, уменьшает коэффициент мощности и вращающий момент, а также увеличивает добавочные потери как в зубчатой зоне статора, так и на поверхности ротора.

Добавочные потери

Добавочные потери в электрических машинах разделяются:

а) добавочные потери в стали и
б) „ „ в обмоточном материале.

Причиной возникновения этих потерь являются высшие гармонические магнитного поля в воздушном зазоре и потоки рассеяния лобовых частей обмоток. На их величину влияют форма кривой распределения магнитной индукции, электромагнитные нагрузки активных материалов и технология изготовления машины.

Добавочные потери в стали можно разделить на:

а) поверхностные потери, обусловленные высшими гармоническими основного потока в воздушном зазоре;

б) потери на пульсацию магнитного потока, обусловленные зубчатостью поверхностей статора и ротора.

1) поверхностные потери определяются:

$$P'_{\text{ст01}} = 0{,}5 \cdot k_0 \left(\frac{z_2 n}{10^5}\right)^{1,5} \left(\frac{t_2 B_0}{10^3}\right)^2 \text{ вт}/m^2. \qquad (7) \quad [4]$$

Здесь k_0 — экспериментальный коэффициент, учитывающий экранирующее действие поверхностного эффекта и увеличение потерь вследствие обработки стали. По [4] $k_0 = 4{,}0$;

$B_0 \approx (k_c - 1) B_\delta$ — среднее амплитудное значение магнитной индукции высших гармонических в воздушном зазоре;

k_c — коэффициент воздушного зазора,

$$k_c = k_{c1} k_{cz}.$$

По этой же формуле, изменяя только индексы, определяются и поверхностные потери ротора.

2) Потери на пульсацию определяются:

$$P_{\text{п1}} = \frac{1}{2} \sigma_f' (\delta z_2 n B_{\text{п1}})^2 \cdot G_{z1} k_m \text{ вт} \qquad (8) \quad [4]$$

и

$$p_{\text{п2}} = \frac{1}{2} \sigma_f' (\delta z_1 n B_{\text{п2}})^2 G_{z2} k_m \text{ вт}. \qquad (9)$$

В этих уравнениях:

σ_f' — коэффициент (экспериментальный), учитывающий увеличение потерь вследствие обработки стали и влияние поверхностного эффекта.

$$\sigma_f' \approx 1{,}8 \frac{\pi^2}{6 \varrho \gamma},$$

где ϱ — удельное сопротивление стали и
γ — удельный вес стали,
k_m — коэффициент, учитывающий экранирующее действие токов.

$$k_m = \frac{3\,\mathrm{sh}\,\xi - \sin\xi}{\xi\,\mathrm{ch}\,\xi - \cos\xi},$$

где $\xi = \alpha\delta$ — приведенная толщина стали,

$$\alpha = k_\alpha \sqrt{\frac{f}{\varrho}} \text{ и } k_\alpha = 0{,}02 \sqrt{\frac{\mu}{\mu_0}};$$

$\frac{\mu}{\mu_0}$ — относительная магнитная проницаемость стали и

f — частота соответствующей гармонической магнитного поля.

Численное значение коэффициента k_m в уравнениях (8) и (9) $k_m \approx 1{,}0$.

3) Добавочные потери в меди:

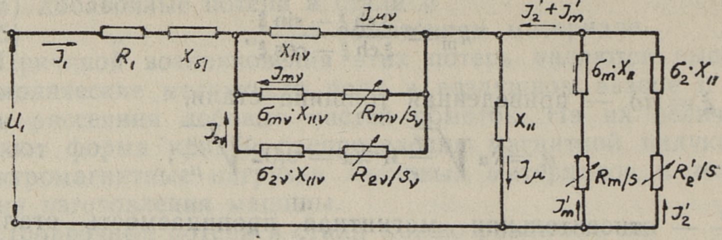
Если пазы ротора скошены и у статорной обмотки q равняется целым числом, как это имеет место в исследуемых малогабаритных машинах, то кроме зубцевых гармонических возникают еще т. н. добавочные гармонические дифференциального рассеяния, влияние которых на добавочные потери в стали и в короткозамкнутой обмотке ротора чувствительно. Кроме этого они создают паразитные вращающие моменты, которые понижают перегрузочную способность двигателя и увеличивают «провал в кривой момента вблизи пуска, ухудшая пусковые условия двигателя.

В процессе обточки поверхности ротора там образуется тонкий проводящий слой алюминия, что сильно уменьшает сопротивление блуждающим токам, вызванным этими гармоническими как в аксиальном, так и в тангенциальном направлении. Аксиальные блуждающие токи замыкаются через короткозамкнутые кольца обмотки, образуя параллельные цепи с токами, протекающими в стержнях обмотки ротора. Магнитный поток этих токов не замыкается со статорной обмотки и потери их на переходном сопротивлении между пакетом стали и кольцами превращаются полностью в теплоту. Тангенциальные блуждающие токи протекают на поверхности ротора между стержнями ротора, причиняя добавочные потери на переходном сопротивлении между пакетом стали и стержнями. Учитывая распределение токов на поверхности ротора, можно изобразить схему замещения двигателя образом показанным на фиг. 1.

По этой схеме замещения проф. Одоком выведено уравнение для определения потерь, исходя из какой-то гармонической главного поля:

$$P_{2\nu} = z_2 \frac{E_{2\nu}^2}{l_\delta^2} R_p \left(\frac{2\alpha_\nu^2}{\dot{z}'_\nu \dot{\beta}_\nu^4} \cdot \frac{\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_\nu l \cos\alpha_\nu l}{\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_\nu l} + \frac{l}{\dot{z}'_{q\nu} \dot{\beta}_\nu^2} \right). \quad (10)$$

[6]



Фиг. 1. Схема замещения асинхронного двигателя с учетом влияния блуждающих токов на поверхности ротора

Здесь α_ν — скос паза ротора для гармонической с порядковым номером ν в электрических градусах,

$$\dot{z}'_\nu = \sqrt{\dot{z}'_{c\nu}\,\dot{z}'_{q\nu}}\,,$$

$$\dot{\gamma}_\nu = \sqrt{\frac{\dot{z}'_{c\nu}}{\dot{z}'_{q\nu}}}\,,$$

$$\dot{\beta}_\nu^{\,2} = \frac{\dot{z}'_{c\nu}}{\dot{z}'_{q\nu}} + \alpha_\nu\,,$$

$\dot{z}'_{c\nu}$ — полное приведенное сопротивление на единицу длины стержня ротора,

$\dot{z}'_{q\nu}$ — полное приведенное переходное сопротивление на единицу длины стержня ротора для ν гармон. тока.

Если это переходное сопротивление стремится к бесконечности, т. е. $\dot{z}^1_{q\nu} \to \infty$,

то уравнение (10) получает вид:

$$P_{2\nu} = z_2 I^2_{2\nu}\, r_{c\nu} \left[\frac{\sin\frac{\alpha_\nu l}{2}}{\frac{\alpha_\nu l}{2}}\right]^2. \qquad (11)\quad [6]$$

В этих уравнениях:

z_2 — число стержней ротора,

$E_{2\nu}$ — э. д. с. — индуктированная в стержне ротора от ν гармонической потока,

l — расчетная длина ротора,

l_δ — длина пакета стали ротора,

$r_{c\nu}$ — активное сопротивление стержня ротора для ν гармонической тока.

При выводе этой формулы проф. Одок не учитывал сопротивления короткозамыкающих колец. Если учесть, что

$\dot{z}_{\nu q} \to \infty$; то весь блуждающий ток замыкается через эти кольца и вместе $r_{c\nu}$ можно подставить в уравнениях (10) и (11) $r_{2\nu}$, где

$$r_{2\nu} = r_c k_{R\nu} + \frac{r_k}{2 \sin^2 \nu \frac{\pi p}{z_2}}, \tag{12}$$

r_c — сопротивление одного стержня,

$k_{R\nu}$ — коэффициент, учитывающий влияние поверхностного эффекта,

r_k — сопротивление части кольца, находящегося между соседними стержнями ротора.

Коэффициент поверхностного эффекта зависит от приведенной высоты стержня.

$$\xi'_\nu = u h_c \sqrt{\frac{f_{2\nu}}{f_1}},$$

где u — коэффициент, величина которого зависит от проводимости стержня,

h_c — высота стержня.

(При стержнях овального поперечного сечения $h_c = \frac{s_{\text{ст}}}{b_{\text{ср. ст}}}$).

Обыкновенно $\xi'_\nu \geqslant 1{,}7$ и в этом случае $k_{R\nu}$ можно определить следующим образом:

$$k_{R\nu} = a + b h_c \sqrt{1 - \nu},$$

где $a = 1 - 1{,}28 \frac{l_2}{l_c}$,

$b = 1{,}07 u \frac{l_2}{l_c}$,

l_2 — длина пакета стали ротора,

l_c — „ стержня.

Учитывая дальше, что

$$E_{2\nu} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} f_1 s_\nu \frac{D l_\delta}{\nu p} B_\nu, \text{ где}$$

$$B_\nu = k_H k_{z\nu} k_{\delta\nu} \Lambda F_\nu. \tag{13}$$

В этом уравнении k_H — коэффициент насыщенности стали,

$k_{z\nu}$ — коэффициент зубчатости,

$k_{\delta\nu}$ — коэффициент экранирования,

Λ — магнитная проводимость для первого гармонического потока,

F_ν — н. с. статорной обмотки для ν-гармонической.

$$\Lambda = \frac{0{,}4\pi}{k_\delta k_{н\delta}},$$

где

k_δ — коэффициент воздушного зазора,

$$k_н = \frac{\Sigma F}{F_\delta},$$

$$F_\nu = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_1 w_1 k_{об1\nu}}{p\nu} J_1, \tag{14}$$

и ток от ν—гармонической в роторе.

$$J_{2\nu} = \frac{E_{2\nu}}{s_\nu x_{2\delta\nu}},$$

где $x_{2\delta\nu} = 0{,}2\pi z_2 f_1 \cdot \frac{D l_\delta k_{\delta\nu}}{\delta k_\delta p^2 k_н}$,

для ротора с нескошенными пазами.

Учитывая все сказанное, можно составить уравнение для определения суммарных добавочных потерь в роторе:

$$P_{д2\Sigma} = \frac{10^3}{0{,}256\pi^6} \frac{z_2^3 m_1^2 w_1^2 k_{\delta\nu}}{p^4 k_н} J_1^2 \Big(a r_c \sum_\nu k^2_{об1\nu} \frac{k^2_{R\nu}}{\nu^4} \sin^2 \nu \frac{p\pi}{z_2} +$$

$$+ b r_c h_c \sum_\nu k^2_{об1\nu} k^2_{R\nu} \frac{\sqrt{|1-\nu|}}{\nu^4} \sin^2 \nu \frac{p\pi}{z_2} + \frac{1}{2} r_к \sum_\nu k^2_{об1\nu} k^2_{R\nu} \frac{1}{\nu^4}. \tag{15}$$

Как известно [1], коэффициент обмотки для какой-то гармонической определяется:

$$k_{об1\nu} = \frac{\sin \frac{\pi}{k_ф}}{c \sin \frac{\pi}{k_ф \cdot c} (1 + k_ф i)} \sin \frac{\pi y}{k_ф q_ф} (1 + k_ф i),$$

где $k_ф$ — число фазовых зон на пару полюсов,

c — любое целое число,

i — некоторое число в ряде чисел: 0; 1; 2 ...,

y — шаг обмотки по пазам.

Величины $q_ф$, $k_ф$ связаны между собой

$$q_ф = \frac{z_1}{p k_ф} = \frac{c}{d}.$$

Последовательность высших гармонических выражается:

$$\nu = 1 + k_ф i + \frac{z_1}{p} S,$$

где S — целое число в пределах $-\infty < S < +\infty$, коэффициент обмотки $k_{об1\nu}$ не зависит от S, а зависит только от i.

Учитывая это, можем уравнение (15) переписать в следующем виде:

$$P_{\partial 2\Sigma} = AS_w(arS_1 + br_c h_c S_2 + r_k S_3), \tag{16}$$

где $A = \frac{10^3}{0{,}256\pi^6} \frac{z_2^3 m_1^2 w_1^2 k^2{}_{\delta\nu}}{p^4 k_н} J_1^2$,

$$S'_w = \frac{\sin\frac{\pi}{k_ф}}{c^2} \sum_{i=0} \left[\frac{\sin\frac{\pi yd}{k_ф c}(1 + k_ф i)}{\sin\frac{\pi}{k_ф c}(1 + k_ф i)} \right]^2,$$

$$S_1 = \sum_\nu k^2{}_{R\nu} \frac{1}{\nu^4} \sin^2 \nu \frac{p\pi}{z_2},$$

$$S_2 = \sum_\nu k^2{}_{R\nu} \frac{\sqrt{|1-\nu|}}{\nu^4} \sin^2 \nu \frac{p\pi}{z_2},$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \sum_\nu k^2{}_{R\nu} \frac{1}{\nu^4}.$$

Если пазы ротора скошены, то в выражениях для S_1, S_2 и т. д. прибавляется величина β_k — равна скосу паза ротора в зубцевых делениях статора, т. е.:

$$S_{1k} = \sum_\nu k^2{}_{R\nu} \frac{1}{\nu^4} \sin^2 \nu \frac{p\pi}{z_2} \left(\frac{\sin \nu \frac{p\pi}{z_2} \beta_k}{\nu \frac{p\pi}{2} \beta_k} \right)^2,$$

$$S_{2k} = \sum_\nu k^2{}_{R\nu} \frac{\sqrt{|1-\nu|}}{\nu^4} \sin^2 \nu \frac{p\pi}{z_2} \left(\frac{\sin \nu \frac{p\pi}{z_2} \beta_k}{\nu \frac{p\pi}{2} \beta_k} \right)^2,$$

$$S_{3k} = \sum_\nu k_{R\nu} \frac{1}{\nu^4} \left(\frac{\sin \nu \frac{p\pi}{z_2} \beta_k}{\nu \frac{p\pi}{2} \beta_k} \right)^2.$$

Как показывает уравнение (16), для определения добавочных потерь как в короткозамкнутой обмотке ротора, так и на переходном сопротивлении между обмоткой и пакетом стали ротора от блуждающих токов, нужно вычислить коэффициенты S_{1k}, S_{2k} и т. д. Эта вычислительная работа довольно трудоемкая, поэтому выгодно применить для этой цели вычислительные машины.

Кроме того, вывод уравнения (16) сделан с условием, что величина магнитной индукции воздушного зазора не зависит от нагрузки машин, как это приближенно есть в средних и мощных машинах. Но в микромашинах в действительности магнитная индукция воздушного зазора с увеличением нагрузки уменьшается (с 15 до 20% при переходе от холостого хода на номинальную нагрузку). Вследствие этого, с одной стороны, добавочные потери в стали и в меди, рассчитанные по уравнению (16), уменьшаются. С другой стороны, добавочные потери пропорциональны квадрату линейной нагрузки статора. Если в машинах средней мощности ток статора при переходе от холостого хода на номинальную нагрузку увеличивается на $50 \div 80\%$, то при исследуемых малогабаритных машинах это увеличение составляет лишь $5 \div 15\%$. Следовательно, увеличение добавочных потерь вследствие увеличения нагрузки уравновешивается уменьшением этих потерь из-за уменьшения магнитной индукции в воздушном зазоре. Поэтому с большой степенью вероятности можно полагать, что добавочные потери в этих машинах не зависят от нагрузки и величина их, определяемая из данных холостого хода, действительна при всех режимах работы.

Как следует из вышеуказанного, главным источником добавочных потерь являются блуждающие токи на поверхности ротора, создаваемые высшими гармоническими магнитного поля. Для уменьшения этих токов нужно увеличить сопротивление между листами стали пакета и между обмоткой ротора и пакетом стали.

Для этой цели автором была изготовлена опытная машина на базе АОЛО12-4. Листы стали ротора перед сборкой фосфатировались.

Состав раствора ванны фосфатировки:

H_3PO_4	85%	— 1,67 *л*,
HNO_3	56%	— 2,36 *л*,
ZnO		— 1,69 *л*,
H_2O		— 2,34 *л*.

Как показывают исследования [6], переходное сопротивление между листами стали вследствии фосфатирования увеличивается в 50—100 раз по сравнению с неизолированными листами. Проводящий слой алюминия на поверхности ротора, образующийся там в результате обточки был устранен подогревом до $400 \div 500°$ C и последовательным отравлением в растворе каустической соды (NaOH) в течение 20 минут. Концентрация раствора — 5%.

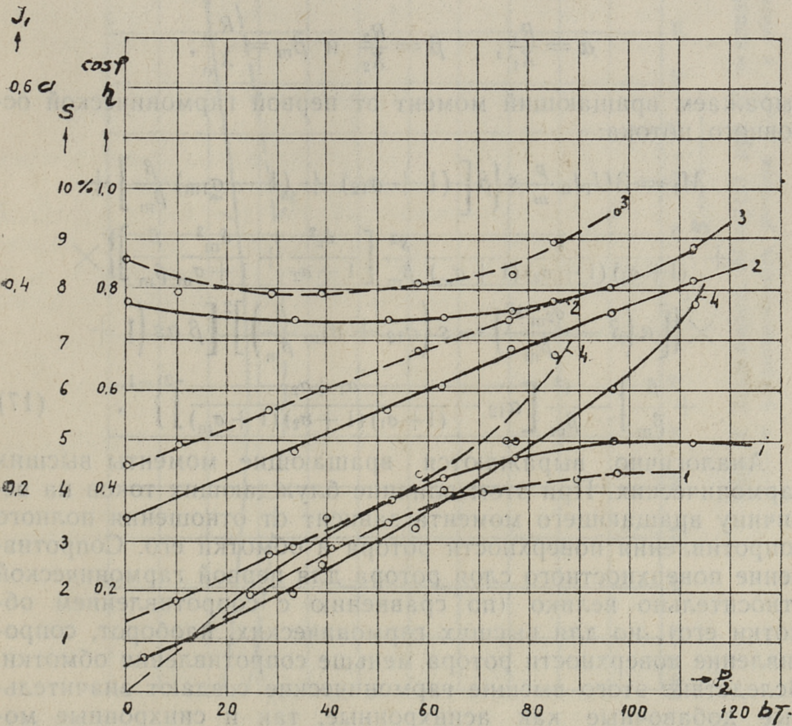
Химическая реакция при отравлении

$$6NaOH + 2Al \rightarrow 2Al(ONa)_3 + 3H.$$

Значит, на поверхности алюминиевых стержней и короткозамкнутых колец образуется слой окиси алюминия, который имеет большое электрическое сопротивление. После такой обработки сопротивление блуждающим током значительно увеличивалось.

Экспериментальные исследования этой опытной машины показали, что добавочные потери машины уменьшились на 40 ÷ 60%, по сравнению с такой же серийной машиной.

Вследствие этого рабочие характеристики двигателя улучшились. Повысился к. п. д., уменьшилось скольжение и первичный ток двигателя (см. фигуру 2).



Фиг. 2. Рабочие характеристики двигателя АОЛ-012-4:
—— с фосфотированным ротором, - - - - - с обыкновенным ротором — *1* — $\eta = f(P_2)$, *2* — $\cos\varphi = f(P_2)$, *3* — $J_1 = f(P_2)$, *4* — $s = f(P_2)$

Вращающий момент двигателя

По схеме замещения (фиг. 1), где индексом „m" обозначены величины, касающиеся поверхностного слоя ротора, можно определить величину вращающего момента двигателя раздельно для каждого гармонического магнитного поля.

В этой схеме коэффициенты рассеяния:

$$\sigma_{2m} = 1 - \frac{x_{2m}\,x_{m2}}{\lambda\, x_m} = 1 - \frac{1}{(1+\sigma_1)(1+\sigma_m)},$$

$$\sigma_{1m} = 1 - \frac{x_{1m}\,x_{m1}}{x_1\, x_{m1}} = 1 - \frac{1}{(1+\sigma_1)(1+\sigma_m)},$$

$$\sigma_{12} = 1 - \frac{x_{12}x_{21}}{x_1 x_2} = 1 - \frac{1}{(1+\sigma_1)(1+\sigma_2)}.$$

Обозначая дальше:

$$\alpha = \frac{R_1}{X_1}, \quad \beta = \frac{R_2}{X_2} \text{ и } \beta_m = \frac{R_m}{X_m},$$

выражаем вращающий момент от первой гармонической основного потока:

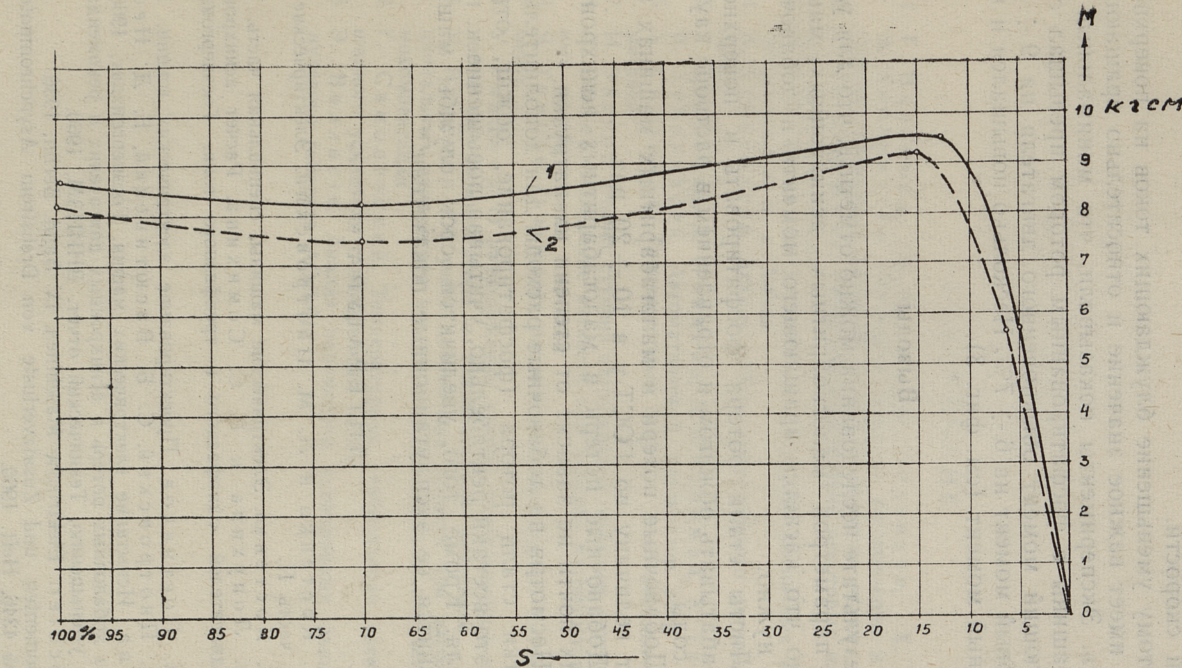
$$M_1 = 3U_1J_0\frac{p}{\omega}s\left\{\beta\left[(1+\sigma_{12}) + (1-\sigma_{1m})\frac{\beta}{\beta_m}\right] + \right.$$

$$+\frac{1}{(1+\sigma_1)(1+\sigma_2)(1+\sigma_m)}\frac{s^2}{\beta_m}\left[\frac{\delta_2^{\,2}}{1+\sigma_2} + \frac{\delta_m^{\,2}}{1+\sigma_m}\frac{\beta}{\beta_m}\right]\Bigg\}\times$$

$$\times\left\{\left[\alpha\left(\beta - \frac{\sigma_{2m}s^2}{\beta_m}\right) - s\left(\sigma_{12} + \sigma_{1m}\frac{\beta}{\beta_m}\right)\right]^2\left[\beta\,\alpha s\left(1 + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \frac{\beta}{\beta_m}\right] - \frac{s^2}{\beta_m}\left[\alpha_{12} - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{(1+\sigma_1)(1+\sigma_2)(1+\sigma_m)}\right]^2\right\}^{-1}. \tag{17}$$

Аналогично выражаются вращающие моменты высших гармонических. При этом влияние блуждающих токов на величину вращающего момента зависит от отношения полного сопротивления поверхности ротора и обмотки его. Сопротивление поверхностного слоя ротора для первой гармонической относительно велико (по сравнению с сопротивлением обмотки его), но для высших гармонических, наоборот, сопротивление поверхности ротора меньше сопротивления обмотки. Вследствие этого высшие гармонические создают значительные добавочные как асинхронные, так и синхронные моменты. Синхронные скорости этих гармонических находятся вблизи значения $s \approx 1$ и поэтому они больше всего влияют на разбег двигателя, уменьшая вращающий момент вблизи



Фиг. 3. Зависимость $M = f(s)$ при $U_1 = \text{const}$:
——— с фосфотированным ротором, - - - - с обыкновенным ротором

пуска. Если «седло» кривой момента слишком глубокое, то при пуске машины под нагрузкой она не развивает номинальной скорости.

Поэтому уменьшение блуждающих токов на поверхности ротора имеет важное значение и относительно вращающего момента. Эксперименты показывали, что минимальный момент машины с фосфатированным ротором превышал соответствующий момент обыкновенного двигателя на $9 \div 10\%$ и пусковый момент на $6 \div 7\%$. Несколько повышался и максимальный момент (см. фиг. 3).

Выводы

В результате исследования можно отметить, что для улучшения параметров малогабаритных асинхронных машин, особенно что касается вращающего момента и добавочных потерь, нужно:

1) Листы стали ротора фосфатировать и поверхность его обрабатывать обжигом и отравлением в растворе каустической соды.

2) Добавочные потери в малогабаритных машинах превышают величину по ГОСТ-у в $10 \div 20$ раз.

3) Добавочные потери в малогабаритных асинхронных машинах почти не зависят от степени их нагрузки.

4) Несмотря на добавочные расходы для дополнительной обработки стали ротора (фосфатирование, обжиг, отравление) это всетаки рентабельно, учитывая повышение к. п. д. двигателя. Кроме того, увеличится срок службы машины и улучшится ее эксплутационные показатели.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. П. Костенко и Л. М. Пиотровский. Электирческие машины, часть II.
2. М. П. Костенко. Электрические машины, специальная часть, 1949.
3. Е. М. Лопухина и Г. С. Сомихина. Расчет асинхронных микродвигателей однофазного и трехфазного тока. Госэнергоиздат, 1961.
4. И. М. Постников. Проектирование электрических машин. 1960.
5. Л. М. Пиотровский, С. Б. Васютинский, Е. Д. Несговорова. Испытание электрических машин. Госэнергоиздат, 1960.
6 Анализ добавочных потерь в асинхронных двигателях и рекомендация по их уменьшению. Технический отчет. ВНИИЗМ, 1960.
7. R. Richter. Elektrische Maschinen, IV Band. Berlin, 1936.
8. Drehmomenten und Zusatzverluste von Drehstrom Asynchronmotoren, ETZ № 4346. Heft. 1960.
9. Н. П. Ермолин. Электрические машины малой мощности. Высшая школа, 1962.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Г. Вяльямяэ, В. Кукк, Ю. Рехепапп, Х. Хаак, В. Хейнрихсен. Некоторые вопросы изготовления и исследования пленочных датчиков Холла из селенида ртути 3
2. Х. Росс, В. Кукк. Расчетное определение некоторых параметров датчиков Холла 13
3. В. Хейнрихсен. О частотной коррекции магнитных каналов генераторов *э. д. с.* Холла 27
4. В. Хейнрихсен. Анализ работы нагруженного датчика э. д. с. Холла 37
5. Г. Вяльямяэ, А. Лаансоо, Х. Силламаа, Х. Таммет, В. Хейнрихсен. Автоматический анализатор речи 49
6. Х. Силламаа. Транзисторные схемы с дополнительной симметрией 57
7. И. Эйскоп. Расчет ступени нагруженной диодным детектором . 69
8. Л. Эйнер. Измерение вязкости при помощи магнитострикционных колебательных датчиков 77
9. Я. Томсон. О методике расчета магнитоупругого датчика момента 91
10. У. Рандмер. О расположении кривой температурной погрешности термокомпенсатора в температурном интервале 103
11. У. Рандмер. Об учете добавочных условий при расчете рациональных параметров последовательно-параллельной цепи термокомпенсации 117
12. Г. Самолевский. Температурная стабилизация электромашинного усилителя с поперечным полем 127
13. Э. Валласте. Анализ параметров асинхронных двигателей нулевого габарита АОЛ-012 137

ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ
И АВТОМАТИКЕ
СБОРНИК СТАТЕЙ II

Таллинский политехнический институт
Редактор Х. Силламаа
Технический редактор Я. Мыттус

Сдано в набор 9 V 1964. Подписано к печати 19 X 1964.
Бумага 60×90 1/16. Печатных листов 9,5. Учетно-издательских листов 7,15. Тираж 600 экз. МВ-08813.

Заказ № 4070.

Типография им. Х. Хейдеманна,
Тарту, ул. Юликооли 17/19 II.

Цена 50 коп.

Цена 50 коп.

1р