

Н. В. ПАЛУВЕР

**ОБ АКСОНОМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ  
ПЕРСПЕКТИВ**

Таллин, 1959



Ср. 6.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
Серия А № 158 1959

---

Н. В. ПАЛУВЕР

ОБ АКСОНОМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ  
ПЕРСПЕКТИВ

Таллин, 1959

~~Ep. 3298~~

Ep. 3304



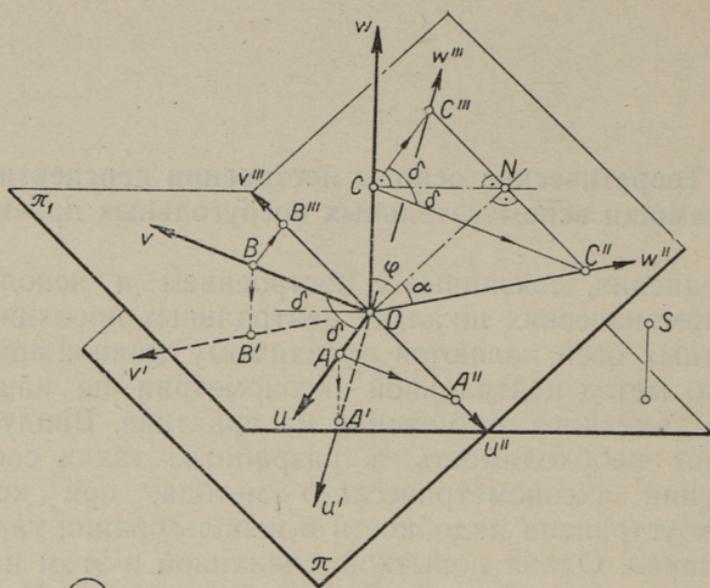
## § 1. Теоретические основы построения перспективы при помощи вспомогательных косоугольных проекций

Затруднения, связанные с построением и использованием гармонических шкал на центральных проекциях координатных осей, являются по видимому главной причиной того, что метод центральной аксонометрии не нашел до сих пор заметного применения на практике. Ввиду этого возникает необходимость в разработке таких способов применения аксонометрического метода, при которых была бы устранена надобность в использовании гармонических шкал. Одной попыткой, сделанной в этом направлении, является работа О. Я. Рюнка и автора [1]. В ней рассматривается возможность применения аксонометрического метода без построения гармонических шкал в некоторых частных случаях расположения координатного трехосника относительно картинной плоскости. В настоящей работе эти исследования будут расширены и обобщены.

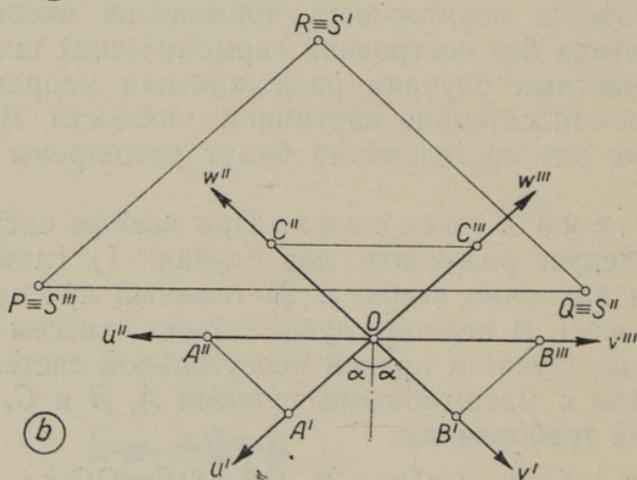
1. Система отнесения. При выборе системы отнесения следует различать два случая: 1) главный луч направлен наклонно вверх и 2) главный луч направлен наклонно вниз. В первом случае объект отнесем к левой, а во втором случае к правой косоугольной системе координат  $Ouvw$  с масштабными точками  $A$ ,  $B$  и  $C$ , удовлетворяющей требованиям:

$$Ow \perp Ouv, \angle uOv = 2\delta, OA = OB = OC = e. \quad (1)$$

Выбор угла  $\delta$  будем производить в зависимости от угла между вертикальным направлением и картинной плоскостью. Первому случаю соответствует чертеж 1-а, а второму случаю — чертеж 2-а. На этих чертежах  $S$  означает точку зрения,  $\pi$  — картинную плоскость, а  $\pi_1$  — предметную (горизонтальную) плоскость. Как левый, так и правый координатный трехосник  $Ouvw$  расположим так, чтобы начало координат  $O$  лежало на картинной плос-



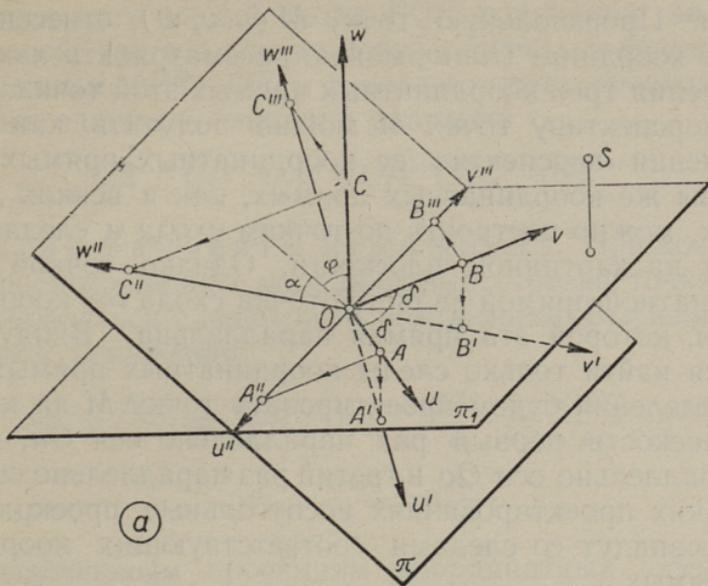
(a)



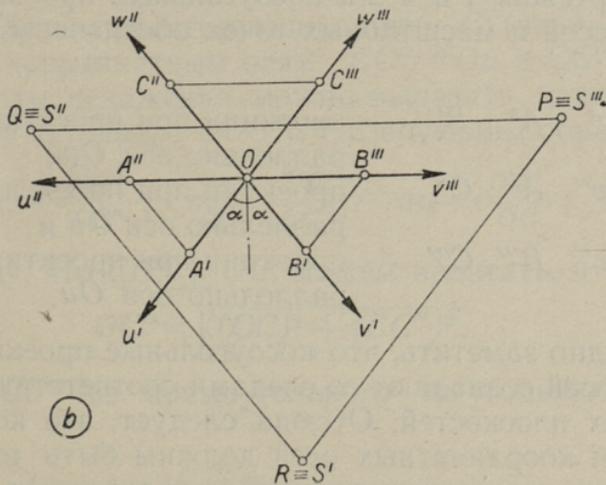
(b)

Черт. 1

кости, плоскость  $Ouv$  совпадала с предметной плоскостью, а оси  $Ou$  и  $Ov$  образовывали бы с картинной плоскостью равные углы наклона. В обоих случаях координатный трехосник ориентируем так, чтобы картинная плоскость не пересекала масштабного тетраэдра  $OABC$ .



(a)



(b)

Черт. 2

При выполнении указанных условий ось  $Ow$  будет иметь как в первом, так и во втором случае вертикальное направление, а картинная плоскость будет образовывать с ней некоторый угол наклона  $\varphi$ .

Объект желательно отнести к выбранной системе координат  $Ouvw$  так, чтобы все его точки имели положительные координаты.

2. Вспомогательные косоугольные проекции. Произвольную точку  $M(u, v, w)$ , отнесенную к системе координат  $Ouvw$ , можно рассматривать как точку пересечения трех координатных прямых этой точки. Ввиду этого перспективу точки  $M$  можно получить как точку пересечения перспектив ее координатных прямых. Перспективы же координатных прямых, как и всяких других прямых, можно построить по точкам схода и следам этих прямых на картинной плоскости. Однако точкой схода координатной прямой является точка схода той координатной оси, которой эта прямая параллельна. Ввиду этого остается найти только следы координатных прямых. Для их определения будем проектировать точку  $M$  на картинную плоскость первый раз параллельно оси  $Ou$ , второй раз параллельно оси  $Ov$  и третий раз параллельно оси  $Ow$ . При таких проектированиях косоугольные проекции точки  $M$  совпадут со следами соответствующих координатных прямых.

На чертежах 1-а и 2-а косоугольные проекции координатных осей и масштабных точек обозначены следующим образом:

- $Ou'$ ,  $Ov'$ ,  $A'$ ,  $B'$  — проекции при проектировании параллельно оси  $Ow$ ;  
 $Ou''$ ,  $Ow''$ ,  $A''$ ,  $C''$  — проекции при проектировании параллельно оси  $Ov$  и  
 $Ov'''$ ,  $Ow'''$ ,  $B'''$ ,  $C'''$  — проекции при проектировании параллельно оси  $Ou$ .

Нетрудно заметить, что косоугольные проекции координатных осей совпадают со следами соответствующих координатных плоскостей. Отсюда следует, что косоугольные проекции координатных осей должны быть параллельны линиям схода соответствующих координатных плоскостей.

На чертежах 1-б и 2-б представлены виды на картинную плоскость со стороны центра проекций  $S$ , соответствующие чертежам 1-а и 2-а. Точки схода осей  $Ou$ ,  $Ov$  и  $Ow$  обозначены соответственно через  $P$ ,  $Q$  и  $R$  (на чертежах 1-а и 2-а эти точки не показаны). Таки как лучи, проектирующие центрально несобственные точки координатных осей параллельны осям, то точки схода совпадают с соответствующими косоугольными проекциями центра проекций:

$$P \equiv S''', Q \equiv S'', R \equiv S'.$$

Ввиду равнонаклоненности осей  $Ou$  и  $Ov$  к картинной плоскости треугольник схода  $PQR$  получается как в случае правой, так и в случае левой системы координат равнобедренным ( $PR=QR$ ), а косоугольные проекции масштабных единиц — попарно равными:

$$OA' = OB', \quad OA'' = OB''', \quad OC'' = OC'''.$$

3. Коэффициенты искажения. При косоугольных проектированиях координатные отрезки точки будут проектироваться с некоторым искажением. Выразим коэффициенты искажения

$$m_1 = \frac{OA'}{e} = \frac{OB'}{e}, \quad m_2 = \frac{OA''}{e} = \frac{OB'''}{e} \quad \text{и} \quad (2)$$

$$m_3 = \frac{OC''}{e} = \frac{OC'''}{e}$$

по косоугольным проекциям координатных осей через углы  $\varphi$  и  $\delta$ .

Так как лучи, проектирующие точку  $C$  (черт. 1-а) параллельны координатным осям:  $CC''' \parallel Ou$  и  $CC'' \parallel Ov$ , то коэффициенты искажения можно выразить также через длины ребер тетраэдра  $OCC''C'''$  следующим образом:

$$m_1 = \frac{OC''}{CC''}, \quad m_2 = \frac{C''C'''}{CC''}, \quad m_3 = \frac{OC''}{OC}. \quad (3)$$

Имея в виду, что  $CC'' \perp OC$ , можем написать, что

$$OC'' = \sqrt{(OC)^2 + (CC'')^2}.$$

Выражая  $CC''$  из прямоугольного треугольника  $CNC''$ , получим:

$$CC'' = \frac{CN}{\cos \delta}.$$

Но из прямоугольного треугольника  $OCN$  имеем, что

$$CN = OC \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Ввиду этого:

$$CC'' = OC \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \delta}, \quad (4)$$

и следовательно:

$$OC'' = OC \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \delta}\right)^2}. \quad (5)$$

Подставляя выражения (4) и (5) в выражение (3) для  $m_1$ , получим, что

$$m_1 = \frac{OA'}{e} = \frac{OB'}{e} = \sqrt{1 + \left(\frac{\cos \delta}{\operatorname{tg} \varphi}\right)^2}. \quad (6)$$

Подставляя, далее, (5) в выражение для  $m_3$ , находим, что

$$m_3 = \frac{OC''}{e} = \frac{OC'''}{e} = \sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \delta}\right)^2}. \quad (7)$$

Наконец, из треугольника  $CC''C'''$  имеем:

$$C''C''' = 2 \cdot NC'' = 2 \cdot CC'' \cdot \sin \delta.$$

Подставляя это выражение в выражение для  $m_2$ , получим:

$$m_2 = \frac{OA''}{e} = \frac{OB'''}{e} = 2 \sin \delta. \quad (8)$$

Для построения косоугольных проекций координатных осей необходимо знать угол  $2\alpha$  между прямыми  $O\omega''$  и  $O\omega'''$ . Угол  $\alpha$  определится из прямоугольного треугольника  $ONC''$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{NC''}{ON}.$$

Но из прямоугольных треугольников  $CNC''$  и  $OCN$  получим соответственно, что

$$NC'' = CN \cdot \operatorname{tg} \delta$$

и

$$ON = \frac{CN}{\sin \varphi}.$$

Ввиду этого

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \varphi \operatorname{tg} \delta. \quad (9)$$

4. Построение косоугольных проекций точки. Предположим теперь, что углы  $\varphi$  и  $\delta$  известны. Тогда коэффициенты искажения  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и угол  $\alpha$  могут быть вычислены по формулам (6), (7), (8) и (9). Зная угол  $\alpha$ , можно построить косоугольные проекции координатных осей следующим образом: сначала проведем прямые  $Ou' \equiv O\omega'''$  и  $Ov' \equiv O\omega''$  под углом  $2\alpha$  друг к другу (черт. 3), а затем прямую  $Ou'' \equiv Ov'''$  перпендикулярно к биссектрисе угла  $2\alpha$ . Имея косоугольные проекции координатных осей и зная коэффициенты искажения, можно нанести на картинную плоскость косоугольные проекции

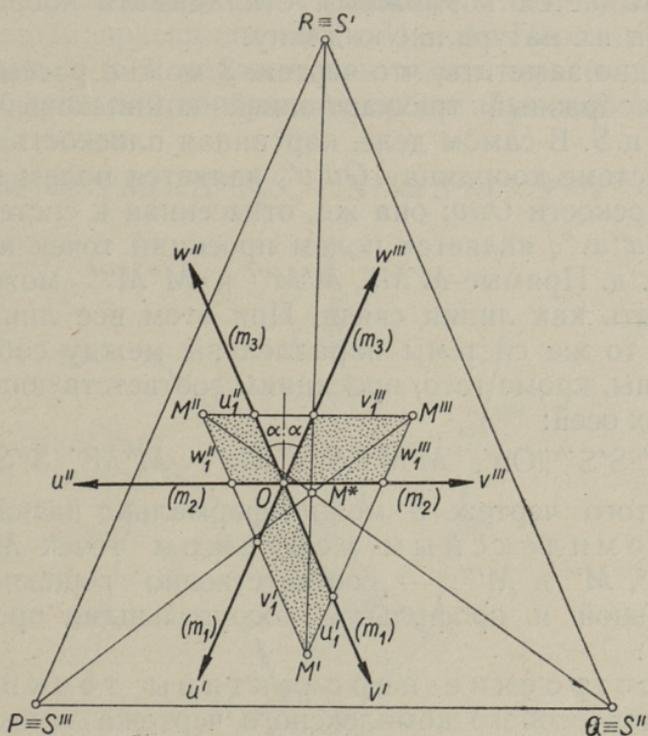
$M'$ ,  $M''$  и  $M'''$  произвольной точки  $M(u_1, v_1, w_1)$ , отнесенной к системе координат  $Ouvw$ . Так, например, зная коэффициент  $m_1$ , можно в системе  $Ou'v'$  (черт. 3) отложить координатные отрезки

$$u'_1 = m_1 u_1 \text{ и } v'_1 = m_1 v_1,$$

и тем самым получить точку  $M'$ . Аналогично, зная  $m_2$  и  $m_3$ , можно в координатных системах  $Ou''w''$  и  $Ov'''w'''$  отложить отрезки

$$u''_1 = m_2 u_1, \quad w''_1 = w'''_1 = m_3 w_1, \quad v'''_1 = m_3 v_1,$$

и получить точки  $M''$  и  $M'''$ . Конечно, при откладывании отрезков необходимо считаться со знаками координат (положительные направления осей указаны стрелками).



Черт. 3

Отметим, что стороны треугольника  $M'M''M'''$  параллельны соответствующим сторонам треугольника схода:

$$M'M'' \parallel QR, \quad M'M''' \parallel PR, \quad M''M''' \parallel PQ.$$

Это следует из того, что плоскости, определяемые координ-

натными прямыми точки  $M$ , параллельны соответствующим координатным плоскостям. Ввиду этого две косоугольные проекции точки всегда определяют третью проекцию.

Понятно, что если центр проекций  $S(u_0, v_0, w_0)$  также отнести к системе координат  $Ouvw$ , то его косоугольные проекции, т. е. точки схода координатных осей, тоже можно нанести на картинную плоскость при помощи координат.

В общем случае коэффициенты искажения являются дробными числами, что в значительной мере усложняет нанесение косоугольных проекций точек. Однако, как будет показано в дальнейшем, в определенных пределах изменения угла  $\Phi$  всегда можно подобрать угол  $2\delta$  так, что оказывается возможным откладывать координатные отрезки в их натуральную длину.

Нетрудно заметить, что чертеж 3 можно рассматривать как своеобразный трехкартинный комплексный чертеж точек  $M$  и  $S$ . В самом деле, картинная плоскость, отнесенная к системе координат  $Ou'v'$ , является полем проекций точек плоскости  $Ouv$ ; она же, отнесенная к системе координат  $Ou''w''$ , является полем проекций точек плоскости  $Ouw$  и т. д. Прямые  $M'M''$ ,  $M'M'''$  и  $M''M'''$  можно рассматривать как линии связи. При этом все линии связи одной и той же системы параллельны между собой и параллельны, кроме того, проекциям соответствующих координатных осей:

$$M'M''' \parallel S'S''' \parallel Ou', \quad M'M'' \parallel S'S'' \parallel Ov', \quad M''M''' \parallel S''S''' \parallel Ou''.$$

Ввиду этого чертеж 3 можно формально назвать особым комплексным чертежом точек  $M$  и  $S$ , а точки  $M'$ ,  $M''$  и  $M'''$  — соответственно горизонтальной, фронтальной и профильной косоугольными проекциями точки  $M$ .

5. Построение перспективы точки. После построения особого комплексного чертежа точек  $M$  и  $S$  перспектива  $M^*$  точки  $M$  (черт. 3) определится как точка пересечения перспектив трех координатных прямых:

$$M^* \equiv M'R \times M''Q \times M'''P.$$

Однако, перспективы координатных прямых являются в то же время косоугольными проекциями (горизонтальной, фронтальной и профильной) луча  $SM$ , проектирующего центрально точку  $M$ . Ввиду этого результаты наших

рассуждений можно сформулировать следующим образом:

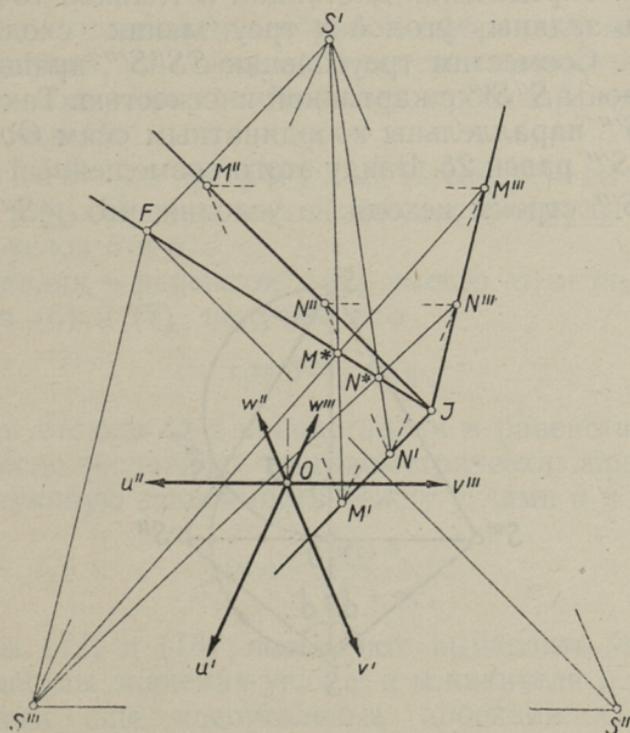
Перспективой  $M^*$  точки  $M$  на особом комплексном чертеже является точка пересечения косоугольных проекций луча  $SM$ , проектирующего центрально точку  $M$ :

$$M^* \equiv S'M' \times S''M'' \times S'''M'''.$$

Конечно, для определения перспективы точки достаточно провести только две косоугольные проекции луча, проектирующего эту точку центрально; третью косоугольную проекцию луча можно использовать для проверки точности построений.

6. Перспектива прямой линии определяется перспективами двух ее точек. На чертеже 4 показано построение перспективы  $M^*N^*$  прямой  $MN$  по заданным косоугольным проекциям точек  $M$  и  $N$ . Перспективы  $M^*$  и  $N^*$  точек  $M$  и  $N$  найдены как точки пересечения косоугольных проекций центрально проектирующих лучей  $SM$  и  $SN$  этих точек:

$$M^* \equiv S'M' \times S'''M''', \quad N^* \equiv S'N' \times S'''N''''.$$



Черт. 4

Следом  $J$  прямой  $MN$  на особом комплексном чертеже является точка пересечения косоугольных проекций этой прямой:

$$J \equiv M'N' \times M''N'' \times M'''N'''.$$

Ясно, что через след  $J$  проходит также и перспектива  $M^*N^*$  прямой  $MN$ .

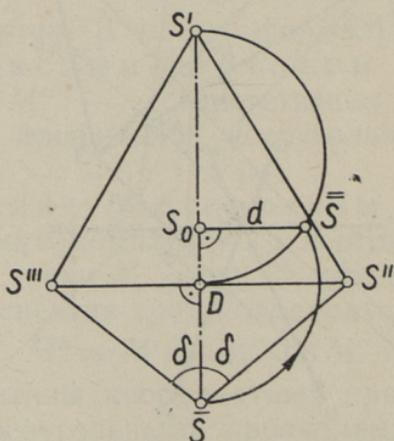
Точка схода  $F$  прямой  $MN$  определится как перспектива несобственной точки этой прямой. Так как луч, проектирующий центрально несобственную точку прямой параллелен этой прямой, то параллельны и их одноименные косоугольные проекции. Ввиду этого точка схода  $F$  определится как точка пересечения прямых, проведенных через  $S'$ ,  $S''$  и  $S'''$  параллельно косоугольным проекциям прямой  $MN$ :

$$F \equiv S'F \times S''F \times S'''F,$$

где

$$S'F \parallel M'N', \quad S''F \parallel M''N'' \quad \text{и} \quad S'''F \parallel M'''N'''.$$

7. Определение главной точки и дистанции. Для определения дистанции и главной точки должны быть заданы угол  $\delta$  и треугольник схода  $S'S''S'''$  (черт. 5). Совместим треугольник  $SS''S'''$  вращением вокруг стороны  $S''S'''$  с картинной плоскостью. Так как лучи  $SS''$  и  $SS'''$  параллельны координатным осям  $Ov$  и  $Ou$ , то угол  $S''SS'''$  равен  $2\delta$ . Ввиду этого совмещенный треугольник  $\bar{S}S''S'''$  строим исходя из условия, что  $\angle S''\bar{S}S''' = 2\delta$ .



Черт. 5

Совмещенный с картинной плоскостью центр проекций  $\bar{S}$  должен лежать на окружности с диаметром  $S'D$  (так как луч  $SS' \perp S''S'''$ ) на расстоянии  $D\bar{S} = D\bar{S}$  от точки  $D$ . Главная точка  $S_0$  определится на прямой  $S'D$  проведением  $\bar{S}S_0 \perp S'D$ , а дистанция  $d = S_0\bar{S}$ .

## § 2. Исследование случая $m_1 = \mu m_3$

Нанесение косоугольных проекций точки на картинную плоскость можно в значительной мере упростить, если потребовать, чтобы отношение каких-нибудь двух коэффициентов искажения было бы небольшое целое число. Выясняется, что такое требование всегда выполнимо, если подходящим образом выбрать угол  $2\delta$  между осями  $Ou$  и  $Ov$ .

Важно рассмотреть только два случая, а именно:

$$m_1 = \mu m_3 \quad (10)$$

и

$$m_2 = \lambda m_3, \quad (11)$$

где  $\mu$  и  $\lambda$  — подходящим образом выбранные множители. Третий случай,  $m_1 = \nu m_2$ , не представляет интереса, так как он не содержит косоугольных проекций масштабной единицы оси  $Ow$ .

1. Основные формулы. Исследуем сначала случай  $m_1 = \mu m_3$ . Прежде всего выведем формулы для определения углов  $\delta$  и  $\alpha$ .

Подставляя в равенстве (10) вместо  $m_1$  и  $m_3$  их выражения из (6) и (7), получим, что

$$\cos \delta = \mu \operatorname{tg} \varphi. \quad (12)$$

Выражая отсюда  $\operatorname{tg} \varphi$  и подставляя в равенство (9), получим после несложных тригонометрических преобразований следующую зависимость между углами  $\alpha$  и  $\delta$ :

$$\sin \alpha = \frac{\sin \delta}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \quad (13)$$

Формулы (12) и (13) позволяют вычислить углы  $\delta$  и  $\alpha$ , если известны значения угла  $\varphi$  и множителя  $\mu$ .

Выразим еще косоугольные проекции  $OA' = OB'$  и  $OC'' = OC'''$  масштабных единиц через  $e$  и  $\mu$ .

Из равенств (6) и (7) находим соответственно, что

$$OA' = OB' = e \sqrt{1 + \left(\frac{\cos \delta}{\operatorname{tg} \varphi}\right)^2}$$

и

$$OC'' = OC''' = e \sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \delta}\right)^2}.$$

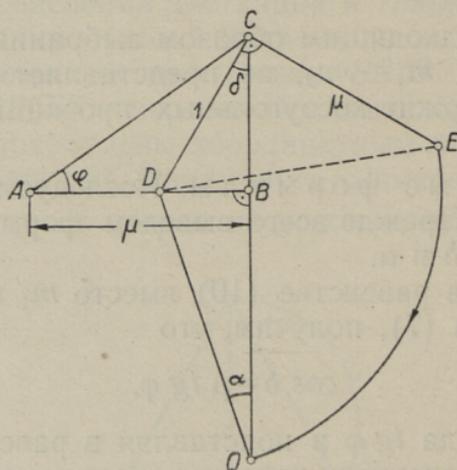
Подставляя в эти выражения выражение для  $\cos \delta$  из равенства (12), получим:

$$OA' = OB' = e \sqrt{1 + \mu^2}, \quad (14)$$

$$OC'' = OC''' = \frac{e}{\mu} \sqrt{1 + \mu^2}. \quad (15)$$

2. Графический способ определения углов  $\delta$  и  $\alpha$ . На основании формул (12) и (13) можно получить следующий графический способ для определения углов  $\delta$  и  $\alpha$  по заданному углу  $\varphi$ .

Отложим на прямой в определенном масштабе отрезок  $AB = \mu$  и построим заданный угол  $\varphi = \angle BAC$  (черт. 6).



Черт. 6

Из точки  $B$  проведем перпендикуляр к отрезку  $AB$  до пересечения со стороной угла  $\varphi$  в точке  $C$ . Затем из точки  $C$  как из центра сделаем радиусом равным единице засечку на прямой  $AB$ . В результате этого получим точку  $D$  так, что  $CD = 1$ . Нетрудно показать, что  $\angle BCD = \delta$ . В самом деле, из прямоугольного треуголь-

ника  $ABC$  находим, что  $BC = \mu \operatorname{tg} \varphi$ . С другой стороны, из прямоугольного треугольника  $BCD$  получим, что  $BC = \cos \delta$ . Таким образом

$$\cos \delta = \mu \operatorname{tg} \varphi,$$

что является равенством (12).

Для определения угла  $\alpha$  проведем  $CE \perp CD$  и отложим  $CE = \mu$ . Тогда  $DE = \sqrt{1 + \mu^2}$ . Сделаем из точки  $D$  как из центра радиусом равным отрезку  $DE$  засечку на прямой  $BC$  в точке  $O$ . Тогда  $OD = \sqrt{1 + \mu^2}$ . Покажем, что  $\angle BOD = \alpha$ . В самом деле, из прямоугольного треугольника  $OBD$  следует, что  $BD = \sin \alpha \sqrt{1 + \mu^2}$ . С другой стороны, из прямоугольного треугольника  $BDC$  находим, что  $BD = \sin \delta$ .

Значит

$$\sin \delta = \sin \alpha \sqrt{1 + \mu^2}.$$

Этим условие (13) выполнено и построение дает нам действительно угол  $\alpha$ .

3. Построение перспективы точки в случае  $m_1 = m_3$ . Дадим в равенстве (10) множителю  $\mu$  значение  $\mu = 1$ . Тогда  $m_1 = m_3$ . Этот случай представляет с точки зрения практических применений особый интерес. Формулы (12) и (13) примут в этом случае вид:

$$\cos \delta = \operatorname{tg} \varphi \quad (12, 1)$$

и

$$\sin \alpha = \frac{\sin \delta}{\sqrt{2}}. \quad (13, 1)$$

Эти формулы позволяют вычислить значения углов  $\delta$  и  $\alpha$  для всех значений угла  $\varphi$  в промежутке  $0^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$ . Результаты вычислений для определенного ряда значений угла  $\varphi$  приведены в таблице № 1.

Из таблицы видно, что при  $\varphi = 0^\circ$  и  $\varphi = 45^\circ$  координатный трехсотник  $Ouvw$  «вырождается» ( $2\delta = 180^\circ$  и  $2\delta = 0^\circ$ ), а при  $\varphi = 35^\circ 16'$  превращается в систему прямоугольных координат ( $2\delta = 90^\circ$ ). В последнем случае все шесть косоугольных проекций масштабных единиц оказываются равными. В самом деле, по формулам (8), (14) и (15) получим при  $\mu = 1$  и  $\delta = 45^\circ$ , что

$$OA' = OB' = OA'' = OB''' = OC'' = OC''' = e\sqrt{2}.$$

Из этого следует, что в указанном случае прямоугольной системы координат все координатные оси имеют один и

тот же угол наклона относительно картинной плоскости, а именно  $35^{\circ}16'$ . Треугольник схода в этом случае оказывается равносторонним ( $2\alpha=60^{\circ}$ ).

Таблица 1

№№	$\varphi$	$2\delta$	$\alpha$
1	$0^{\circ}$	$180^{\circ}$	$45^{\circ}$
2	$7^{\circ}26'$	$165^{\circ}$	$44^{\circ}31'$
3	$14^{\circ}31'$	$150^{\circ}$	$43^{\circ}05'$
4	$20^{\circ}56'$	$135^{\circ}$	$40^{\circ}47'$
5	$26^{\circ}34'$	$120^{\circ}$	$37^{\circ}46'$
6	$31^{\circ}20'$	$105^{\circ}$	$34^{\circ}08'$
7	$35^{\circ}16'$	$90^{\circ}$	$30^{\circ}$
8	$38^{\circ}26'$	$75^{\circ}$	$25^{\circ}30'$
9	$40^{\circ}54'$	$60^{\circ}$	$20^{\circ}43'$
10	$42^{\circ}44'$	$45^{\circ}$	$15^{\circ}42'$
11	$44^{\circ}00'$	$30^{\circ}$	$10^{\circ}33'$
12	$44^{\circ}45'$	$15^{\circ}$	$5^{\circ}18'$
13	$45^{\circ}$	$0^{\circ}$	$0^{\circ}$

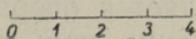
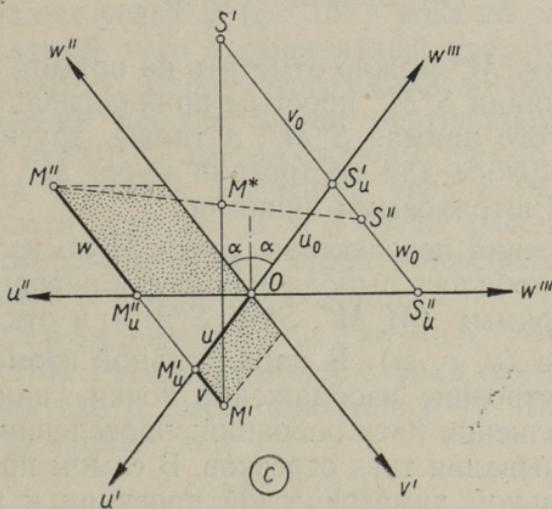
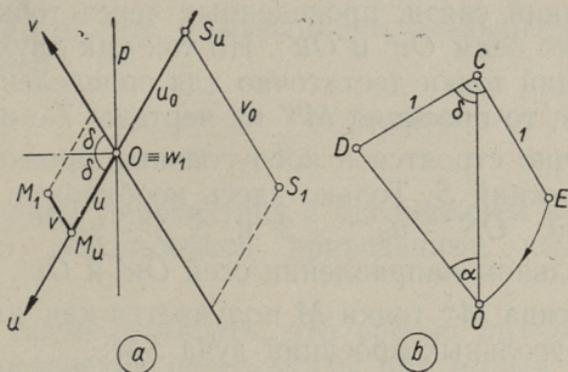
В качестве примера построим перспективу точки  $M(u, v, w) \equiv M(2, 1, 3)$  в случае левой системы координат, если  $2\delta=120^{\circ}$ ,  $\varphi=26^{\circ}34'$  и  $S(u_0, v_0, w_0) \equiv S(-3, -4, 2)$ .

На чертеже 7-а показаны ортогональные проекции  $M_1$  и  $S_1$  точек  $M$  и  $S$  на предметной плоскости  $\pi_1$ , которая совпадает с плоскостью  $Ouv$ ; точка  $w_1 \equiv O$  является ортогональной проекцией оси  $Ow$ , а прямая  $p$  — следом картинной плоскости на плоскости  $\pi_1$ .

На чертеже 7-б показано построение угла  $\alpha$  по заданному углу  $\delta$ . Это выполнено по примеру чертежа 6 следующим образом: построен  $\angle OCD = \delta = 60^{\circ}$ , проведена прямая  $CE \perp DC$  и отложен отрезок  $CE = DC$  (так как  $\mu=1$ , а единицей измерения служит отрезок  $DC$ ); затем из точки  $D$  как из центра сделана радиусом равным  $DE$  засечка на прямой  $CO$  в точке  $O$ ; тогда угол  $COD$  и есть искомый угол  $\alpha$ . Конечно, угол  $\alpha$  можно было бы взять и непосредственно из таблицы 1.

Проследим теперь, как получена перспектива  $M^*$  точки  $M$  на чертеже 7-с. Прежде всего строим при помощи угла  $\alpha$  косоугольные проекции координатных осей, как было объяснено в § 1, п. 4 (следует отметить, что нахождение угла  $\alpha$  надо производить непосредственно на чертеже 7-с;

в рассматриваемом случае это сделано на отдельном чертеже только для ясности). Далее наносим косоугольные проекции  $M'$  и  $M''$  точки  $M$ . Учитывая, что в рассматриваемом случае  $m_1 : m_3 = 1$ , можем координатные отрезки



Черт. 7.

откладывать на осях  $Ou'$ ,  $Ov'$ ,  $Ow''$  и  $Ow'''$  в их натуральную величину, т. е. можем применить приведенные коэффициенты искажения  $\overline{m}_1 = 1$  и  $\overline{m}_3 = 1$ . Этим мы лишь изменим масштаб чертежа. Откладывание координатных отрезков целесообразно производить в определенном порядке. Так, например, если сначала отложим координатный отрезок  $OM'_u = u = 2$  на оси  $Ou'$ , то следующим шагом

целесообразно провести через точку  $M'_u$  линию связи параллельно оси  $Ov'$  и отложить на ней отрезки  $M'_u M' = v = 1$  и  $M''_u M'' = w = 3$ . Проекцию  $M'''$  можно также нанести при помощи координат или же определить как точку пересечения линий связи, проведенных через точки  $M'$  и  $M''$  параллельно осям  $Ou'$  и  $Ou''$ . Но так как двух косоугольных проекций точки достаточно для определения перспективы точки, то проекция  $M'''$  на чертеже 7-с не показана.

Аналогично строятся и косоугольные проекции  $S'$  и  $S''$  центра проекций  $S$ . Только здесь необходимо координатные отрезки  $OS'_u = u_0 = -3$  и  $S''_u S' = v_0 = -4$  отложить в отрицательном направлении осей  $Ou'$  и  $Ov'$ .

Перспектива  $M^*$  точки  $M$  получается как точка пересечения косоугольных проекций луча  $SM$ :

$$M^* \equiv S'M' \times S''M''.$$

Ясно, что точку  $M^*$  можно отметить на прямой  $S'M'$  и без проведения линии  $S''M''$  простым прикладыванием линейки. Ввиду этого прямая  $S''M''$ , а также другие прямые, которые не нужны для построения точки  $M^*$ , проведены на чертеже 7 штриховыми линиями.

Для построения перспективы точки  $M$  по изложенному способу понадобилось выполнения шести операций: проведения трех прямых ( $M'_u M''$ ,  $S'M'$ ,  $S''M''$ ) и откладывания трех отрезков ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ). В параллельной изометрической проекции построение изображения точки, как известно, требует выполнения пяти операций: проведения двух прямых и откладывания трех отрезков. В самом простом случае параллельной диметрической проекции к указанным пяти операциям прибавляется операция деления отрезка пополам или же удваивание двух отрезков. Таким образом построение перспективы точки по изложенному способу по своей простоте не уступает, например, построению изображения точки в стандартной ортогональной диметрии.

Следует отметить, что перспектива, построенная по примеру чертежа 7, получается в сравнении с нормальной перспективой уменьшенной. В самом деле, при построении были использованы приведенные коэффициенты искажения  $\bar{m}_1 = \bar{m}_3 = 1$ . Действительные же величины коэффи-

циентов искажения можно вычислить по формулам (14) и (15), откуда при  $\mu=1$  получим:

$$m_1 = \frac{OA'}{e} = \sqrt{2}, \quad m_3 = \frac{OC''}{e} = \sqrt{2}.$$

Отсюда следует, что коэффициент уменьшения перспективы  $k$  равен:

$$k = \frac{\bar{m}_1}{m_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707.$$

Чтобы получить перспективу с увеличением в 1,414 раза, необходимо использовать приведенные коэффициенты  $\bar{m}_1 = \bar{m}_3 = 2$ .

Следует также отметить, что способ  $m_1 = m_3$  неприменим для построения перспективы при малых и больших значениях угла  $\varphi$ . В самом деле, из таблицы № 1 видно, что при малых углах  $\varphi$  ( $\varphi < 15^\circ$ ) угол  $2\delta$  слишком большой, вследствие чего координатный трехосник близок к «вырожденному». Ввиду этого способ вообще неприменим для построения перспектив на вертикальной картинной плоскости ( $\varphi = 0$ ). С другой стороны, способ также неприменим при больших значениях угла  $\varphi$  ( $\varphi > 40^\circ$ ) вследствие малости угла  $\alpha$ . В § 3 будет рассмотрен случай  $m_2 = m_3$ , который позволяет строить перспективу также на вертикальной картинной плоскости.

4. Построение перспективы точки в случае  $m_1 = 2m_3$ . Рассмотрим еще случай, когда в равенстве (10) множитель  $\mu$  имеет значение  $\mu = 2$ . Тогда формулы (12) и (13) примут вид:

$$\cos \delta = 2 \operatorname{tg} \varphi, \quad (12, 2)$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin \delta}{\sqrt{5}}. \quad (13, 2)$$

В таблице 2 приведены значения углов  $\delta$  и  $\alpha$ , вычисленные по этим формулам исходя из значений  $\varphi$ .

Из таблицы видно, что при  $\varphi = 0^\circ$  и  $\varphi = 26^\circ 34'$  координатный трехосник  $Ouvw$  «вырождается», а при  $\varphi = 19^\circ 28'$  превращается в систему прямоугольных координат.

Пусть требуется построить перспективу точки  $M(u, v, w) \equiv M(2, 1, 3)$  при  $S(u_0, v_0, w_0) \equiv S(-3, -4, 2)$  и  $\varphi = 15^\circ$  в случае левой системы координат. Прежде всего

определим по примеру чертежа 6 углы  $\delta$  и  $\alpha$  по заданному углу  $\varphi = 15^\circ$ . Это сделано на чертеже 8-а. Далее строим по найденному углу  $\alpha$  косоугольные проекции координатных осей. Так как в рассматриваемом случае  $m_1 : m_3 = 2$ , то для нанесения косоугольных проекций точек используем приведенные коэффициенты искажения  $\bar{m}_1 = 2$  и  $\bar{m}_3 = 1$ . Ввиду этого на осях  $Ou'$  и  $Ov'$  следует откладывать удвоенные натуральные координатные отрезки. Это

Таблица 2

№№	$\varphi$	$2\delta$	$\alpha$
1	$0^\circ$	$180^\circ$	$26^\circ 34'$
2	$3^\circ 44'$	$165^\circ$	$26^\circ 19'$
3	$7^\circ 08'$	$150^\circ$	$25^\circ 36'$
4	$10^\circ 50'$	$135^\circ$	$24^\circ 24'$
5	$14^\circ 02'$	$120^\circ$	$22^\circ 47'$
6	$16^\circ 56'$	$105^\circ$	$20^\circ 47'$
7	$19^\circ 28'$	$90^\circ$	$18^\circ 26'$
8	$21^\circ 38'$	$75^\circ$	$15^\circ 48'$
9	$23^\circ 25'$	$60^\circ$	$12^\circ 55'$
10	$24^\circ 48'$	$45^\circ$	$9^\circ 51'$
11	$25^\circ 47'$	$30^\circ$	$6^\circ 39'$
12	$26^\circ 22'$	$15^\circ$	$3^\circ 21'$
13	$26^\circ 34'$	$0^\circ$	$0^\circ$

и сделано на чертеже 8-в при нахождении горизонтальных проекций  $M'$  и  $S'$  точек  $M$  и  $S$ ; фронтальные же проекции  $M''$  и  $S''$  получены откладыванием координатных отрезков  $\omega$  и  $\omega_0$  без искажения. Перспективой точки  $M$  является точка  $M^* \equiv S'M' \times S''M''$ .

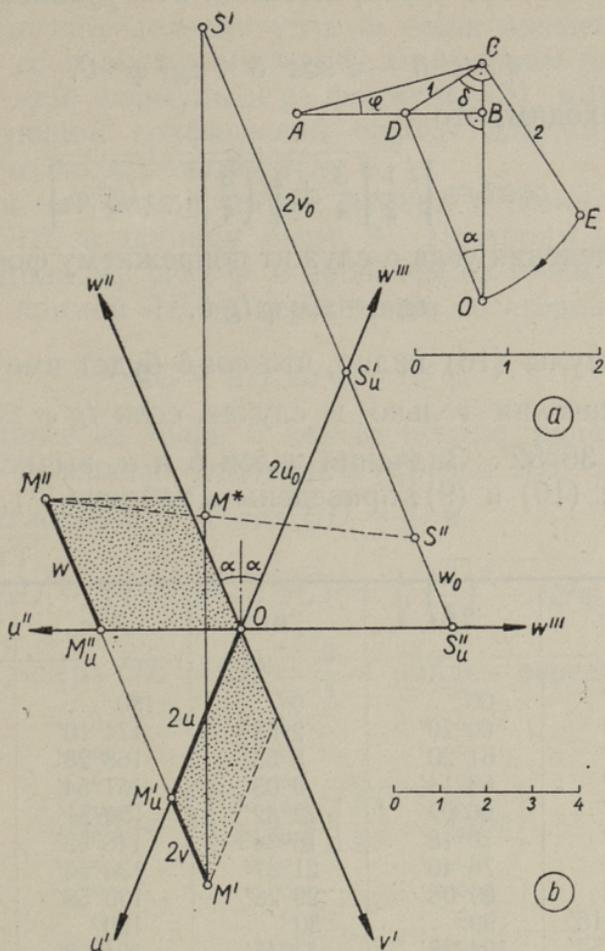
Определим коэффициент уменьшения перспективы, построенной по рассмотренному способу. Из формул (14) и (15) получим для коэффициентов искажения  $m_1$  и  $m_3$  при  $\mu = 2$  следующие значения:

$$m_1 = \sqrt{5} \text{ и } m_3 = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Сравнивая эти величины с приведенными коэффициентами искажения  $\bar{m}_1 = 2$  и  $\bar{m}_3 = 1$ , получим для коэффициента уменьшения  $k$  значение:

$$k = \frac{\bar{m}_1}{m_1} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,894.$$

Таким образом, в случае  $m_1 = 2$   $m_3$  перспектива получается лишь немного меньше нормальной.



Черт. 8

### § 3. Исследование случая $m_2 = m_3$

1. Определение углов  $\delta$  и  $\alpha$ . Исследуем теперь возможности использования равенства (11) для построения перспективы точки. Рассмотрим только основной случай, когда множитель  $\lambda = 1$ , т. е. когда  $m_2 = m_3$ . Прежде всего выведем формулу для определения угла  $\delta$  по заданному углу  $\varphi$ . Приравнявая выражения (7) и (8) для коэффициентов искажения  $m_2$  и  $m_3$ , получим, что

$$2 \sin \delta = \sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \delta}\right)^2}$$

После нескольких преобразований это уравнение примет форму

$$4 \cos^4 \delta - 3 \cos^2 \delta + \operatorname{tg}^2 \varphi = 0,$$

откуда находим, что

$$\cos \delta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{3}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \operatorname{tg}^2 \varphi} \right]}. \quad (16)$$

Для определения угла  $\alpha$  служит попрежнему формула (9):

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \varphi \operatorname{tg} \delta. \quad (9)$$

Из формулы (16) видно, что  $\cos \delta$  будет иметь вещественные значения только в случае, если  $\operatorname{tg} \varphi \leq \frac{3}{4}$ , т. е. если  $\varphi \leq 36^\circ 52'$ . Значения углов  $\delta$  и  $\alpha$ , вычисленные по формулам (16) и (9), приведены в таблице 3<sup>1)</sup>.

Т а б л и ц а 3

№№	$\varphi$	$2 \delta_1$	$\alpha_1$	$2 \delta_2$	$\alpha_2$
1	$0^\circ$	$60^\circ$	$0^\circ$	$180^\circ$	—
2	$5^\circ$	$60^\circ 20'$	$2^\circ 53'$	$174^\circ 10'$	$86^\circ 49'$
3	$10^\circ$	$61^\circ 20'$	$5^\circ 53'$	$168^\circ 28'$	$62^\circ 15'$
4	$15^\circ$	$63^\circ 14'$	$9^\circ 03'$	$161^\circ 54'$	$58^\circ 24'$
5	$20^\circ$	$66^\circ 02'$	$12^\circ 32'$	$154^\circ 54'$	$56^\circ 43'$
6	$25^\circ$	$70^\circ 18'$	$16^\circ 34'$	$146^\circ 52'$	$54^\circ 53'$
7	$30^\circ$	$76^\circ 46'$	$21^\circ 37'$	$136^\circ 46'$	$51^\circ 37'$
8	$35^\circ$	$89^\circ 08'$	$29^\circ 28'$	$120^\circ 58'$	$45^\circ 23'$
9	$35^\circ 16'$	$90^\circ$	$30^\circ$	$120^\circ$	$45^\circ$
10	$36^\circ 52'$	$104^\circ 28'$	$37^\circ 45'$	$104^\circ 28'$	$37^\circ 45'$

Сравнивая в таблице углы  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , видим, что последние определяют координатные трехосники более близкие к «вырожденному», чем углы  $\delta_1$ . Вследствие этого углы  $\delta_1$  являются более пригодными для использования при построении перспектив, чем углы  $\delta_2$ . Кроме того, при  $\varphi = 0$  угол  $2\delta_1 = 60^\circ$ ; это дает возможность строить перспективы также на вертикальной картинной плоскости.

Из таблицы видим также, что при  $\varphi = 35^\circ 16'$  координатный трехосник переходит в прямоугольную систему координат ( $2\delta_1 = 90^\circ$ ), рассмотренную уже в § 2, п. 3.

<sup>1)</sup> Формула (16) определяет для каждого угла  $\varphi$  только два существенно различных координатных трехосника  $Ouvw$ .

2. Графический способ определения углов  $\delta_1$  и  $\alpha_1$ . Для определения угла  $\delta_1$  была применена формула (16) со знаком плюс перед внутренним радикалом. Исходя из этой формулы и из формулы (9), можно получить следующий графический способ для определения углов  $\delta_1$  и  $\alpha_1$  по заданному углу  $\varphi$ .

Отложим на прямой четыре равных отрезка и примем их сумму  $AB$  за единицу (черт. 9). Построим угол  $ABC$ , равный заданному углу  $\varphi$  и проведем из точки  $A$  перпендикуляр к прямой  $AB$  до пересечения со стороной угла  $\varphi$  в точке  $C$ .

Тогда  $AC = AB \cdot \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi$ .

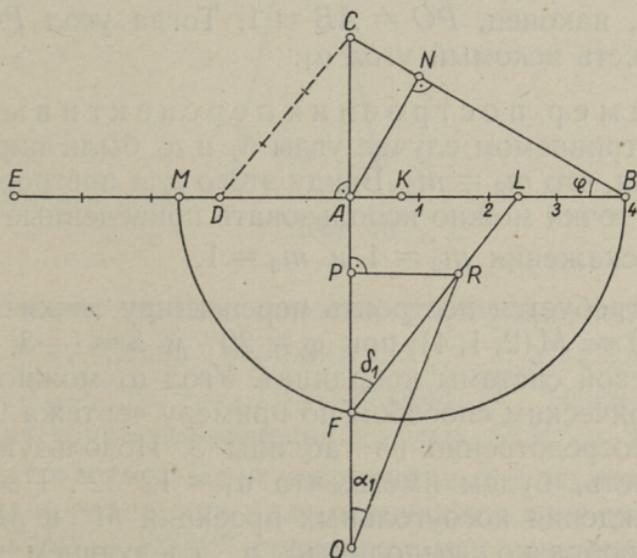
Сделаем далее из точки  $C$  как из центра, радиусом равным трем делениям единичного отрезка  $AB$ , засечку на прямой  $AB$  в точке  $D$ . Тогда  $CD = \frac{3}{4}$  и

$$AD = \sqrt{(CD)^2 - (AC)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \operatorname{tg}^2 \varphi}.$$

Отложим теперь  $DE = CD = \frac{3}{4}$  и найдем середину  $M$  отрезка  $AE$ .

Тогда

$$AM = \frac{1}{2} \left[ \frac{3}{4} + \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \operatorname{tg}^2 \varphi} \right].$$



Черт. 9

Проведем на отрезке  $BM$  как на диаметре окружность; пусть  $F$  ее точка пересечения с прямой  $AC$ . Тогда

$$(AF)^2 = AM \cdot AB,$$

откуда

$$AF = \sqrt{AM \cdot AB} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{3}{4} + \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 - tg^2 \varphi} \right]}.$$

Принимая во внимание формулу (16), видим, что

$$AF = \cos \delta_1.$$

Засекая из точки  $F$  как из центра радиусом равным  $AB = 1$  точку  $L$  на прямой  $AB$ , получим, что

$$\angle AFL = \delta_1.$$

Для построения угла  $\alpha_1$  проведем  $AN \perp BC$ ; тогда

$$AN = AB \cdot \sin \varphi = \sin \varphi.$$

Отложим теперь отрезок  $FP = AN$  и проведем  $PR \perp FP$ ; тогда

$$PR = FP \cdot tg \delta_1 = \sin \varphi \cdot tg \delta_1.$$

Отсюда и из формулы (9) следует, что

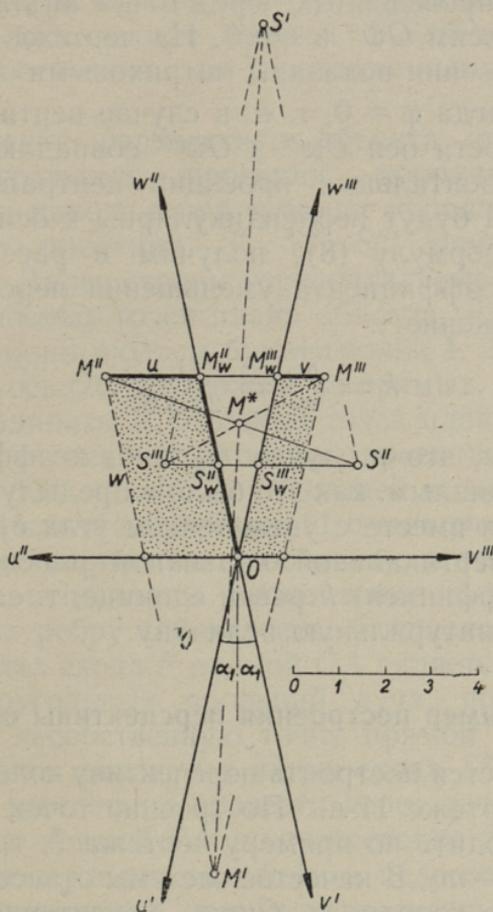
$$PR = tg \alpha_1.$$

Отложим, наконец,  $PO = AB = 1$ . Тогда угол  $POR$ , очевидно, и есть искомый угол  $\alpha_1$ .

3. Пример построения перспективы точки. В рассматриваемом случае углы  $\delta_1$  и  $\alpha_1$  были определены из условия, что  $m_2 = m_3$ . Ввиду этого для построения перспективы точки можно использовать приведенные коэффициенты искажения  $\bar{m}_2 = 1$  и  $\bar{m}_3 = 1$ .

Пусть требуется построить перспективу точки  $M(u, v, w) \equiv M(2, 1, 4)$  при  $\varphi = 20^\circ$  и  $S \equiv (-3, -2, 2)$  в случае левой системы координат. Угол  $\alpha_1$  можно определить графическим способом по примеру чертежа 9 или же взять непосредственно из таблицы 3. Используя вторую возможность, будем иметь, что  $\alpha_1 = 12^\circ 32'$ . Построения для нахождения косоугольных проекций  $M''$  и  $M'''$  точки  $M$  целесообразно выполнить в следующем порядке (черт. 10): прежде всего отложим на оси  $Ow''$  (или на

оси  $Ow'''$ ) координату  $\omega$ , т. е. отрезок  $OM'' = 4$ , затем проводим через точку  $M''$  линию связи параллельно оси  $Ou''$  и отложим на ней координатные отрезки  $u = M''M''' = 2$  и  $v = M'''M'''' = 1$ .



Черт. 10

В таком же порядке наносим и координатные отрезки точки  $S$ , т. е. сперва отложим  $OS'' = 2$ , а затем  $S''S'''' = -3$  и  $S''''S''''' = -2$ . Перспектива  $M^*$  точки  $M$  получается как точка пересечения прямых  $S''M''$  и  $S''''M''''$ .

4. З а м е ч а н и я. Если координаты  $\omega$  и  $\omega_0$  точек  $M$  и  $S$  по величине равны или мало отличаются друг от друга, то прямые  $S''M''$  и  $S''''M''''$  совпадают или пересекаются под очень острым углом. Ввиду этого перспектива точки  $M$

остается либо неопределенной, либо же определяется с недостаточной точностью. В таком случае следует построить горизонтальные проекции  $M'$  и  $S'$  точек  $M$  и  $S$  и перспективу точки  $M$  определить при помощи прямой  $S'M'$ . Точки  $M'$  и  $S'$  определяются как точки пересечения линий связи, проведенных через точки  $M''$ ,  $M'''$  и  $S''$ ,  $S'''$  параллельно осям  $O\omega''$  и  $O\omega'''$ . На чертеже 10 соответствующие построения показаны штриховыми линиями.

В случае когда  $\varphi = 0$ , т. е. в случае вертикальной картинной плоскости оси  $O\omega''$  и  $O\omega'''$  совпадают ( $\alpha_1 = 0$ ) и поэтому горизонтальные проекции центрально проектирующих лучей будут перпендикулярны к оси  $O\omega''$ .

Учитывая формулу (8), получим в рассматриваемом случае для коэффициента уменьшения перспективы следующее выражение:

$$k = \frac{\overline{m_2}}{m_2} = \frac{1}{2 \sin \delta_1}.$$

Отсюда видим, что в случае  $m_2 = m_3$  коэффициент  $k$  не остается постоянным, как это было в предыдущих случаях, а уменьшается вместе с увеличением угла  $\delta_1$ .

В случае вертикальной картинной плоскости ( $\varphi = 0$ ,  $\delta_1 = 30^\circ$ ) коэффициент  $k$  равен единице, т. е. перспектива получается в натуральную величину.

#### § 4. Пример построения перспективы объекта

Пусть требуется построить перспективу колонны, изображенной на чертеже 11-а. Построение точек перспективы будем производить по примеру чертежа 7, т. е. на основе равенства  $m_1 = m_3$ . В качестве системы отнесения выберем левую систему координат  $Ouv\omega$ , характеризуемую данными:  $2\delta = 120^\circ$ ,  $\varphi = 26^\circ 34'$ ,  $\alpha = 37^\circ 46'$  (см. таблицу 1). Картинная плоскость будет образовывать в этом случае с горизонтальной плоскостью угол наклона  $90^\circ - \varphi = 63^\circ 26'$ .

Построение начнем, как обычно, с выбора центра проекций  $S$ , т. е. с выбора его ортогональных проекций  $S_1$  и  $S_2$ . После этого проведем горизонтальную проекцию главного луча и перпендикулярно к ней — горизонтальный след  $p$  картинной плоскости. Наконец проведем на плане объекта координатные оси  $Ou$  и  $Ov$  под равными углами к прямой  $p$ . В рассматриваемом случае ось  $Ou$  совпадает

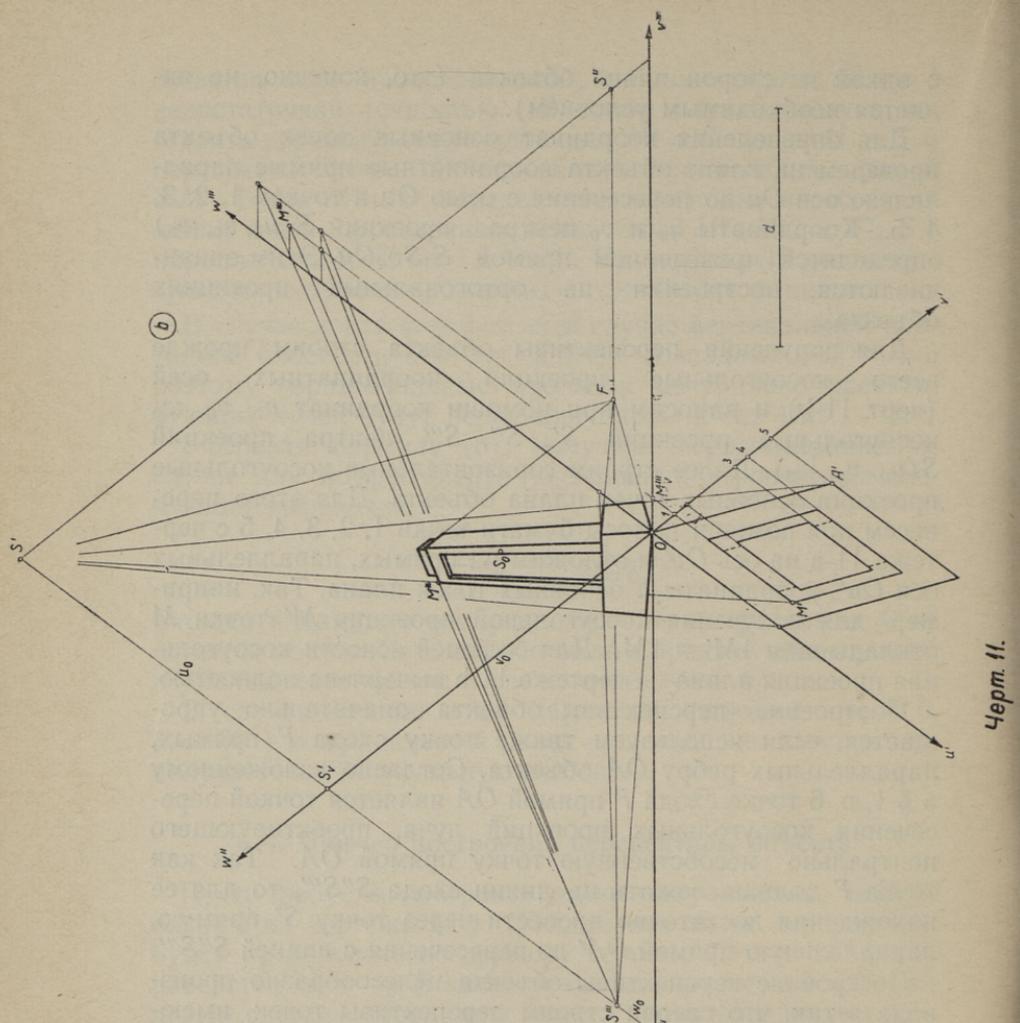
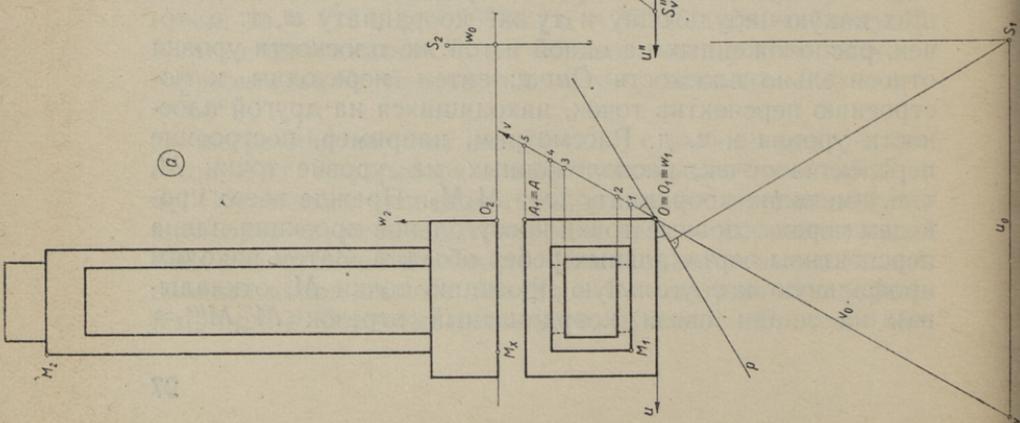
с одной из сторон плана объекта (это, конечно, не является необходимым условием).

Для определения координат основных точек объекта проведем на плане объекта координатные прямые параллельно оси  $Ou$  до пересечения с осью  $Ov$  в точках 1, 2, 3, 4, 5. Координаты  $u_0$  и  $v_0$  центра проекций  $S(u_0, v_0, \omega_0)$  определяются проведением прямой  $S_1Sv \parallel Ou$ . Этим заканчиваются построения на ортогональных проекциях объекта.

Для получения перспективы объекта строим прежде всего косоугольные проекции координатных осей (черт 11-б) и наносим при помощи координат  $u_0, v_0, \omega_0$  косоугольные проекции  $S', S'', S'''$  центра проекций  $S(u_0, v_0, \omega_0)$ . Далее строим горизонтальные косоугольные проекции основных точек плана объекта. Для этого перенесем при помощи полосы бумаги точки 1, 2, 3, 4, 5 с чертежа 11-а на ось  $Ov'$  и отложим на прямых, параллельных оси  $Ou'$ , координаты  $u$  основных точек плана. Так, например, для получения косоугольной проекции  $M'$  точки  $M$  откладываем  $1M' = 1M_1$ . Для большей ясности косоугольная проекция плана на чертеже 11-б вычерчена полностью.

Построение перспективы объекта значительно упрощается, если используем также точку схода  $F$  прямых, параллельных ребру  $OA$  объекта. Согласно изложенному в § 1, п. 6 точка схода  $F$  прямой  $OA$  является точкой пересечения косоугольных проекций луча, проектирующего центрально несобственную точку прямой  $OA$ . Так как точка  $F$  должна лежать на линии схода  $S''S'''$ , то для ее нахождения достаточно провести через точку  $S'$  прямую, параллельную прямой  $OA'$  до пересечения с линией  $S''S'''$ .

Построение перспективы объекта целесообразно производить так, что сперва строим перспективы точек, имеющих какую-нибудь одну и ту же координату  $\omega$ , т. е. точек, расположенных на одной и той же плоскости уровня относительно плоскости  $Ouv\omega$ ; затем переходим к построению перспектив точек, находящихся на другой плоскости уровня и т. д. Рассмотрим, например, построение перспектив точек, расположенных на уровне точки  $M$ , т. е. имеющих координату  $\omega = M_xM_2$ . Прежде всего проведем через основные точки косоугольной проекции плана перспективы вертикальных ребер объекта. Затем находим профильную косоугольную проекцию точки  $M$ , откладывая на линии связи координатный отрезок  $M''_wM''' =$



Черт. 11.

$= M_x M_2$ . Перспектива  $M^*$  точки  $M$  определится как точка пересечения прямых  $S'M'$  и  $S'''M'''$ . Имея перспективу точки  $M$  и используя точки схода  $S'''$  и  $F$ , нетрудно провести перспективы всех ребер, расположенных на уровне точки  $M$ . Аналогично построены перспективы точек и прямых, расположенных на других плоскостях уровня. Для построения всей перспективы понадобилось нанести профильные косоугольные проекции всего лишь пяти точек объекта. В сравнении с нормальной перспективой построения перспектива получилась уменьшенной в 0,707 раза. Главная точка  $S_0$  и дистанция  $d$  определены по примеру чертежа 5.

### § 5. Заключительные замечания

В работе изложен способ применения аксонометрического метода для построения перспектив, не требующий построения гармонических шкал. Последнее обстоятельство достигается отнесением объекта к специально выбранной косоугольной системе координат и использованием вспомогательных косоугольных проекций. Очень важно, что снятие координат точек объекта, отнесенного к указанной системе координат, осуществляется по ортогональным проекциям объекта почти также просто, как и в случае прямоугольной системы координат. Используя одну или другую комбинацию коэффициентов искажения можно изложенным приемом практически строить перспективы при всех углах  $\varphi$  в пределах  $0^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ$ .

Построение изображения точки по изложенному способу (не считая подготовительной работы) требует примерно столько же работы, как и в случае прямоугольной диметрической проекции.

К числу недостатков способа следует отнести сравнительно малые размеры перспективы, получаемой в случае  $m_1 = m_3$  ( $k = 0,707$ ) и сложность графического способа определения углов  $\delta_1$  и  $\alpha_1$  в случае  $m_2 = m_3$ . Конечно, при применении способа могут возникнуть также затруднения, связанные с недоступными точками схода, как это случается и при применении многих других способов для построения перспектив [2], [3].

Увеличения размеров перспективы можно достигнуть применением больших приведенных коэффициентов иска-

жения Так. например, если в случае  $m_1 = m_3$  применить приведенные коэффициенты искажения  $\bar{m}_1 = \bar{m}_3 = 2$ , то перспектива увеличится в сравнении с нормальной в 1,414 раза.

Подготовительной работы, связанной с определением углов  $\delta$  и  $\alpha$ , можно избежать, если по аналогии с параллельной аксонометрией пользоваться только некоторыми определенными координатными системами. В качестве таких стандартных аксонометрических систем можно рекомендовать следующие:

- 1) случай прямоугольной системы координат, характеризуемый данными:  $2\delta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 35^\circ 16'$ ,  $\alpha = 30^\circ$  (№ 7 в таблице № 1);
- 2) случай прямоугольной системы координат, характеризуемый данными:  $2\delta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 19^\circ 28'$ ,  $\alpha = 18^\circ 26'$  (№ 7 в таблице № 2);
- 3) случай косоугольной системы координат, характеризуемый данными:  $2\delta_1 = 60^\circ$ ,  $\varphi = 0$  и  $\alpha_1 = 0$ . (№ 1 в таблице № 3).

Первые две координатные системы предвидены для построения перспектив на наклонной картинной плоскости, а последняя — для построения перспектив на вертикальной картинной плоскости.

Все вышеизложенное велось главным образом с учетом левой системы координат  $Ouvw$ ; однако результаты остаются верными и в случае правой системы координат.

Из всего изложенного можно сделать вывод, что мнение, будто бы аксонометрический метод не может иметь практического значения в случае центральной проекции, является неоправданным.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Р ю н к О. Я. и П а л у в е р Н. В. Об одном практическом приеме в центральной аксонометрии, Труды Таллинского политехнического института, Серия А, № 145, 1958, стр. 1—14.
2. Д о б р я к о в А. И. Курс начертательной геометрии, Москва, 1952, стр. 382—394.
3. Т и м р о т Е. С. Построение архитектурных перспектив на плоскости, Москва, 1957.

Н. В. Палувер  
ОБ АКСОНОМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ  
ПЕРСПЕКТИВ

Таллинский Политехнический Институт

\*

Сдано в набор 30 III 1959. Подписано к печати 20. IV 1959. Бумага  $54 \times 84 \frac{1}{16}$ . Печатных листов 2. По формату  $60 \times 92$  печатных листов 1,64. Учетно-издательских листов 1,28. Тираж 500 МВ-03898. Заказ № 1970. Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк 2.

Цена 90 коп.

27. ii 68

Цена 90 коп.