

TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOL
Majandusteaduskond
Majandusanalüüsi ja rahanduse instituut

Kristina Golub

**AKTSIA- JA KRÜPTOTURGUDE VOLATIILSUSE
MODELLEERIMINE TUGINEDES GARCH TÜÜPI MUDELITELE**

Bakalaureusetöö

Õppekava ärindus, peaeriala ärirahandus

Juhendaja: Kristjan Liivamägi, PhD

Tallinn 2022

Deklareerin, et olen koostanud lõputöö iseseisvalt ja olen viidanud kõikidele töö koostamisel kasutatud teiste autorite töödele, olulistele seisukohtadele ja andmetele, ning ei ole esitanud sama tööd varasemalt ainepunktide saamiseks.

Töö pikkuseks on 6708 sõna sissejuhatusest kuni kokkuvõtte lõpuni.

Kristina Golub

(allkiri, kuupäev)

Üliõpilase kood: 193721TABB

Üliõpilase e-posti aadress: kristina.golub2606@gmail.com

Juhendaja: Kristjan Liivamägi, PhD:

Töö vastab kehtivatele nõuetele

.....

(allkiri, kuupäev)

Kaitsmiskomisjoni esimees:

Lubatud kaitsmisele

.....

(nimi, allkiri, kuupäev)

SISUKORD

LÜHIKOKKUVÕTE.....	5
SISSEJUHATUS.....	6
1. VOLATIILSUS JA TURUD.....	8
1.1. Volatiilsuse mõiste.....	8
1.2. Volatiilsuse stiliseeritud faktid.....	9
1.3. Volatiilsuse mudelid.....	10
1.3.1 ARCH mudel.....	11
1.3.2 GARCH mudel ja selle edasiarendused.....	12
1.4. Volatiilsusindeks VIX.....	13
1.5. Aktsia- ja krüptoturg.....	15
2. ANDMED JA METOODIKA.....	18
2.1. Andmed.....	18
2.2. Metoodika.....	20
2.2.1. Mudeli eeldused.....	20
2.2.2. Mudeli identifitseerimine.....	21
2.2.3. Mudeli parameetrite hindamine ja diagnostika.....	22
3. ANALÜÜS JA JÄRELDUSED.....	23
3.1. Eelduste testimine.....	23
3.2. ARMA mudelite valik ja jääkliikmete testimine.....	25
3.3. GARCH mudelite valik.....	27
3.4. Korrelatsioonianalüüs.....	28
3.5. Järeldused.....	29
KOKKUVÕTE.....	31
SUMMARY.....	33
KASUTATUD ALLIKATE LOETELU.....	35
LISAD.....	39
Lisa 1. Autokorrelatsiooni testide tulemused.....	39
Lisa 2. S&P500, CMC200EX ja Bitcoin'i sagedusjaotus.....	40

Lisa 3. ARMA mudeli valimine	41
Lisa 4. ARMA mudelite autokorrelatsiooni testi tulemused	42
Lisa 5. S&P500 GARCH tüüpi mudelite analüüs	43
Lisa 6. CMC200EX GARCH tüüpi mudelite analüüs.....	45
Lisa 7. Bitcoini GARCH tüüpi mudelite analüüs	47
Lisa 8. Lihtlitsents	49

LÜHIKOKKUVÕTE

Volatiilsuse mõõtmisel ja analüüsil on investeerimises võtmetähtis roll, kuna see on üks peamisetest riskijuhtimise vahenditest. Krüptovaluuta näitab oma kõrge tootluse kõrval suuri hinnakõikumisi, ning selle soetamine võib märgataval määral mõjutada investeerimisportfelli kogutootlust. Investeerimisportfelli tulususe suurendamiseks ning sellega kaasnevate riskide maandamiseks on oluline hinnata portfelli kuuluvate varade omavahelisi seoseid ja riske. Töö eesmärgiks on modelleerida aktsia- ja krüptoturgude volatiilsused ja uurida nende omavahelisi seoseid.

Käesolevas töös modelleeritakse indekse S&P500 ja CMC200EX ning Bitcoin volatiilsused tuginedes GARCH tüüpi mudelitele ning viiakse läbi korrelatsioonianalüüs eelmainitud varade tootluste ja volatiilsusindeksi väärtuste vahel. Töös sai leitud, et aktsiaturgu iseloomustava indeksi S&P500 jaoks sobivam mudel on EGARCH ning krüptoturu varade – Bitcoin ja CMC200EX jaoks GJR mudel. Kõikide varade tootluste aegridade vahel esineb positiivne korrelatsioon ehk tootluste muutumise suund on sama. Kõige tugevam seos on Bitcoin ja CMC200EX vahel, mis viitab krüptoturu tihedale omavahelisele seosele. Volatiilsusindeksil VIX on varade tootlustega negatiivne korrelatsioon, ehk volatiilsusindeks ja varade tootlused muutuvad erinevas suunas. Mida kõrgem on VIX, seda väiksemaid tootlusi demonstreerib aktsia- ja krüptoturg.

Võtmesõnad: Volatiilsus, volatiilsuse modelleerimine, GARCH tüüpi mudelid, aktsia- ja krüptoturg

SISSEJUHATUS

Investeeringute tootluse maksimeerimises on olulisel kohal riskijuhtimine. Üheks peamiseks riskijuhtimise vahendiks tänapäeval on volatiilsuse mõõtmine ja selle analüüs. (Ladokhin 2009, 6) Volatiilsus on majandus- ja finantssektori üks tähelepanuväärsetest teemadest, see on oluline finantsturgude seisundi näitaja. Volatiilsus on otseselt seotud turu ebakindlusega ja mõjutab nii ettevõtete kui ka erainvestorite investeerimiskäitumist. (Bhowmik, Wang 2020, 1) Investeerimisportfelli tõhusama haldamise ja riskide maandamise seisukohast on volatiilsuse mõõtmisel ülimalt suur tähtsus (Ladokhin 2009, 6).

Viimaste aastate jooksul aktsiaturg on läbi elanud ettenägematu kõikumisi, suures osas majandusliku globaliseerumise ja eriti rahvusvaheliste finantskriiside tõttu. Kõrgem volatiilsus suurendab riske ja investorite ebakindlust aktsiaturu suhtes, mis on kahjustav aktsiaturgude normaalsele toimimisele. Riskide ja ebakindluse maandamiseks on oluline täpselt mõõta aktsiaturgude volatiilsust. (Bhowmik, Wang 2020, 1)

Krüptoturg on viimaste aastate jooksul arenenud väga kiiresti suuremal määral selle tõttu, et võrreldes aktsiatesse või võlakirjadesse investeerimisega lubab teenida kordades suuremat kasumit. Paljud riskialdimad väärtpaberituru osalised soovivad enda portfelli mitmekesistada ja lisada traditsiooniliste väärtpaberitele, nagu aktsiad ja võlakirjad, riskantsemaid varasid – krüptovaluutat. See näitab oma kõrgete tootluste kõrval ka suuri hinnakõikumisi, seega võib märgataval määral mõjutada investeerimisportfelli kogutootlust. (Ahmed 2021, 1)

Selleks, et investorid saaksid efektiivsemalt suurendada oma investeerimisportfelli tulusust ja minimeerida sellega kaasnevaid riske, on tähtis hinnata nende varade omavahelist seost ja riske (*Ibid.*, 3). Kuigi krüptoturg annab suuri lootusi olla rohkem integreeritud rahvusvahelisse rahandusse ja maksesüsteemidesse, on see siiski äärmiselt volatiilne ning krüptovaluuta soetamist võib lugeda spekulatsioonina (Liu, Serletis, 2019, 781).

Krüptoturgu volatiilsust uurivaid ning aktsia- ja krüptoturgu tootlusi võrdlevaid töid on nii Eesti kui ka maailma tasandil vähe. Seega puudub arusaam kui tugevalt on omavahel seotud aktsia- ja krüptoturgude tootlused. Samuti on ebaselge, kuidas on seotud investorite meeleolu ning ootused volatiilsuse suhtes väärtpaberite reaalsete tootlustega. Käesoleva bakalaureusetöö eesmärk on modelleerida aktsia- ja krüptoturgude volatiilsused ja uurida nende omavahelisi seoseid. Eesmärgi saavutamiseks on püstitaud järgmised uurimisküsimused:

- Millised GARCH tüüpi mudelid sobivad aktsia- ja krüptoturgude volatiilsuse modelleerimiseks?
- Kui tugev on korrelatsioon aktsia- ja krüptoturgude vahel?
- Kuidas on omavahel seotud aktsia- ja krüptoturu tootlused volatiilsusindeksiga VIX?

1. VOLATIILSUS JA TURUD

1.1. Volatiilsuse mõiste

Investeeringute tootluse maksimeerimises on tähtsal kohal riskijuhtimine. Riske, mis saavad mõjutada investeeringute tootlust, on väga palju. Need võivad olla tingitud intressimäärade muutusest, valuutakursside muutusest, varade hinna muutusest ja paljudest teistest teguritest. Riske ei saa vältida, kuid neid saab mõõta ja jälgida. Varade väärtuse kõikumise hindamiseks kasutatakse tihti volatiilsusanalüüsi, mis teeb seda ülioluliseks riskijuhtimises. (Ladokhin 2009, 6)

Volatiilsust defineeritakse kui varade väärtuse kõikumist. Finantsökonoomikas mõõdetakse volatiilsust varade tulude standardhälvena. (Daly 2008, 2379) Selle mõte põhineb sellel, et hinnatakse tulude hajuvust – mida hajuvamad need on, seda suurem on tulude ebakindlus tulevikus (Sauga 2020, 96). Standardhälve valem, mida kasutatakse volatiilsuse arvutamiseks, on järgmine (Ladokhin 2009, 8):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \mu)^2} \quad (1)$$

kus

r_t – tootlus päeval t ,

σ – standardhälve,

T – vaadeldav periood päevades,

μ – vaadeldava perioodi keskmine tootlus.

Teine võimalus volatiilsuse arvutamiseks on dispersioon (σ^2). Tehniliselt ei ole vahet, kas kasutada dispersiooni või standardhälve valemeid, kuna standardhälve on ruutjuur dispersioonist. (*Ibid.*, 6) Siiski Ladokhin (2009) ning Proon ja Granger (2003, 480) soovitavad eelistada standardhälve valemit, kuna see on stabiilsem ja kasutamiseks mugavam mõõdik.

Volatiilsuse mõistet tihti kasutatakse riski sünonüümina, kuid volatiilsus ei võrdu risk. Risk on seotud ohu või negatiivsete tulemiga, kuid volatiilsus võib olla seotud ka positiivsete uudistega ja sellest tuleneva varade hinna ja väärtuse tõusuga. (Ladokhin 2009, 6)

Turgu võib lugeda volatiilseks, kui teatud ajaperioodi jooksul varade hinnad on muutunud rohkem kui ühe protsendi võrra. Volatiilsus alati viitab teatud ebakindlusele või riskile, mis on seotud varade väärtuse muutumisega. Kõrgem volatiilsus tähendab finantsvarade väärtuse suuremat kõikumist. Mida kõrgem volatiilsus on, seda suuremal määral võib muutuda varade väärtus lühikese aja jooksul mõlemas suunas. Madalam volatiilsus tähendab seda, et varade väärtustel ei ole järske kõikumisi, need on stabiilsed. (Hayes 2021)

Kõrgem volatiilsus võib viia kapitalituru usalduse kaotuseni ning vähenenud kapitalivoogudeni. Väiksematele ettevõtetele võib see tuua pankrotiohtu. Kõrge volatiilsus suurendab ostu- ja müügiorderite vahesid. Mida kõrgem on volatiilsus, seda laiem on turutegijate (*market maker*) ostu- ja müügihindade vahe (*ask and bid price*). Seega volatiilsus mõjutab turu likviidsust. Selleks, et vähendada potentsiaalset kahju võivad ettevõtted kõrge volatiilsuse perioodidel muuta oma kapitali struktuuri ning suurendada raha ja raha ekvivalentide osakaalu. (Daly 2008, 2378)

1.2. Volatiilsuse stiliseeritud faktid

Volatiilsuse modelleerimine on raske protsess, kuna vaadeldavate finantsaegridade andmetes esinevad teatud mustrid, mis nõuavad suuremat tähelepanu võrreldes tavapärase aegridadega (Engle, Patton 2001, 237). Finantsaegridade volatiilsusi on pikalt uuritud ning leitud sarnaseid jooni, mis on iseloomulikud just aktsiahindade aegridadele. Neid nimetatakse stiliseeritud faktideks ning hea volatiilsusmudel peab kõiki neid fakte kajastama ja arvesse võtma. Olulisemad stiliseeritud faktid on volatiilsuse kuhjumine, keskmine taandumine, asümmeetriline reaktsioon ja jaotuse „sabad“. (Proon, Granger 2003,481)

Peamine volatiilsuse stiliseeritud fakt on volatiilsuse kuhjumine. Finantsaegridade puhul iseloomustab seda fakt, et volatiilsus on aja jooksul muutuv ja kipub kuhjuma. Suurtele hinnamuutustele järgnevad suured hinnamuutused ja väikestele hinnamuutustele järgnevad väikesed hinnamuutused. (Bauwens *et al.* 2011, 2) Selline volatiilsuse kuhjumine avaldab mõju ka investorite tulevikuootustele volatiilsuse suhtes (Engle, Patton 2001, 239). Volatiilsuse kuhjumine on esimene leitud stiliseeritud fakt, mida on oma teadustöodes välja toonud Mandelbort (1963) ja Fama (1965).

Volatiilsuse kuhjumine tähendab, et volatiilsus tuleb ja kaob. Seega kõrge volatiilsuse perioodid ehk hinnašokid lõppevad ja volatiilsus naaseb normaalse tasemeni. Sarnaselt ka madala volatiilsusega perioodile järgneb tõus. Keskmine taandumine (*mean reversion*) volatiilsuses tähendab volatiilsuse keskmist või normaalset taset, mille ümber see kõigub ja kuhu tuleb alati tagasi. Pikas perspektiivis volatiilsus alati taandub samale ajalooliselt keskmisele tasemele. (Engle, Patton 2001, 239)

Finantsturg reageerib positiivsetele ja negatiivsetele uudistele erinevalt. Black (1976), Christie (1982), Nelson (1991) ning Glosten et al (1993) on leidnud, et negatiivsetel uudistel on aktsiahindadele palju suurem mõju kui positiivsetel. Volatiilsuse ja tootluse vahel on negatiivne korrelatsioon. Veel enam, see suhe on asümmeetriline – kui tootlus on negatiivne, volatiilsus tõuseb kiiresti. Kui tootlus muutub positiivseks, volatiilsus langeb, kuid palju vähemal määral. (Masset 2011, 1) Kui aktsiate hinnad langevad, volatiilsus tõuseb väga kiiresti, kui aga turg hakkab tõusma, volatiilsus langeb tunduvalt väiksemal määral. Sellist asümmeetrilist reaktsiooni nimetatakse veel riskipremia- või võimendusefektiks. Aktsiahindade languse korral muutub laenu ja omakapitali suhe – omakapital väheneb ning laenu osakaal suureneb. See omakorda suurendab aktsionäride tootluse volatiilsust ja riski. (Engle, Patton 2001, 239)

Finantsaegread ei allu normaaljaotusele, vaid nende tootluste jaotustel esinevad „sabad“ (Bauwens *et al.* 2011, 2). Mandelbrot (1963) leidis, et normaaljaotusest ei piisa volatiilsuse modelleerimiseks, kuna osa finantsaegridadest ei allu normaaljaotusele. Paksud sabad viitavad suuremale tõenäosusele, et aktsiate tootlusi ootavad äärmuslikud väärtused. (Engle, Patton 2001, 240)

1.3. Volatiilsuse mudelid

Kuna finantsturud ja finantsinstrumentide valik on pidevas arengus, üha rohkem kasvab nõudlus volatiilsust puudutavate teoreetiliste ja empiiriliste teadmiste vastu (Chou *et al.* 2010, 2). Volatiilsuse käsitlemisel on kõige olulisemal kohal volatiilsusmudeli peamine eesmärk – võime teha prognoose. Sellele tuginevalt on töötatud välja palju erinevaid mudeleid. Hea volatiilsusmudel peab kajastama ja arvestama ülalpool kirjeldatud stiliseeritud fakte. (Engle, Patton 2001, 237)

Kõige esimene ja lihtsam volatiilsuse mudel on ajaloolise volatiilsuse mudel. Selle mudeli puhul tulevaste perioodide volatiilsuse prognoosiks on ajaloolise perioodi tootluste standardhälved või dispersioonid. Selles mudelis eeldatakse, et kõikidel väärtustel on samasugune osakaal, ehk kõik väärtused, nii kõige esimesed kui ka viimased mõjutavad prognoosi samasuguselt. Uuemad mudelid on täpsemad ning võtavad arvesse ka stiliseeritud fakte. (Brooks 2008, 383) Ajaloolist mudelit on arendatud ja muudetud selliseks, et see suudaks volatiilsuse prognoosimisel viimastele vaatlustele anda suuremat osakaalu ja varasematele vaatlustele väiksemat. (Proon, Granger 2003, 483) Osakaalud ja vaatluse mõju vähenevad selles mudelis eksponentsiaalselt ja sellest tulenevalt mudelit nimetatakse eksponentsiaalselt kaalutud libiseva keskmise mudeliks (EWMA) (Brooks 2008, 384).

Tänapäeval on laialt levinud kaks volatiilsusmudelite klassi. Esimesse klassi kuuluvad mudelid, kus tinglik dispersioon formuleeritakse otse vaadeldavate tootluste funktsioonina. Selle lihtsamad näited on ARCH ja GARCH tüüpi mudelid. Teisse klassi kuuluvaid mudeleid nimetatakse latentseteks või stohhastilisteks. Need mudelid on mittelineaarsed, võtavad arvesse juhuslikke muutusi aegridades erinevatel aegadel ja erineva amplituudiga, hinnašokke ja palju teisi faktoreid. Neid mudeleid on lihtne simuleerida, kuid raske hinnata ja praktilises elus rakendada. (Engle, Patton 2001, 238)

Kõige levinumad finantsturgude volatiilsuse mudelid on üldistatud autoregressiivse tingliku heteroskedastiivsuse tüüpi mudelid (GARCH), mis olid välja töötatud Engle (1982) ja Bollerslev (1986) poolt. (Engle, Patton 2001, 241) Finantsaegridasid modelleeritakse kasutades ARMA mudelit. Selle mudeli kohaselt käesolev tootlus sõltub lineaarselt eelmisest tootlusest ning sellele lisandub valge müra. ARMA mudel eeldab, et juhuslike liikmete dispersioonid on konstantsed. Finantsaegridadele see ei kehti ning selle mudeliga ei ole võimalik prognoosida volatiilsust kuna see on ajas muutuv. (Box *et al.* 2015)

1.3.1 ARCH mudel

Engle (1982) on ARMA mudelit arendanud ning pakkus modelleerida tinglikku volatiilsust autoregressiivse tingliku heteroskedastiivse ARCH mudeliga. ARCH mudel oli algselt välja töötatud inflatsioonilise ebakindluse modelleerimiseks, kuid hiljem leidis laia kasutuse finantsaegridade volatiilsuse analüüsis. (Balakrishan 2010, 59)

ARCH mudel kujutab endast jääkliikmete ruutude funktsiooni, ning selle mudeli üldkuju on järgmine (Najjar 2016, 157):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2)$$

kus

α – parameetrite hinnangud,

α_0 – konstant,

ε_{t-i}^2 – jääkliikmete ruut,

σ_t^2 – tinglik dispersioon,

i – viitaeg.

Selle mudeli tingimuseks on, et tinglik dispersioon peab olema positiivne, ehk konstant $\alpha_0 > 0$ ning parameetrite hinnangud $\alpha_i \geq 0$, kui $i > 0$. Mudeli nimetus autoregressiivne tinglik heteroskedastiivne mudel viitab selle struktuurile – mudel on autoregressiivne, kuna jääkliikmed ε_t sõltuvad eelmistest ε_{t-i} ning tinglik heteroskedastiivsus viitab pidevalt muutuvale tinglikule dispersioonile. (Ladokhin 2009, 14) ARCH mudeli peamised ideed on, et keskmised korrigeeritud tootlused ei korreleeru omavahel, vaid on sõltuvad ning nende sõltuvust võib iseloomustada selle jääkväärtuste ruutudega (Tsay 2002, 83).

ARCH mudeli puudujäägiks võib nimetada selle mudeli suutmatust teha vahet positiivsetel ja negatiivsetel šokkidel. Mudel eeldab, et positiivsetel ja negatiivsetel hinnašokkidel on volatiilsusele sama mõju, kuna see sõltub eelmiste vaatluste ruudust. Praktikast aga teatakse, et varade hinnad reageerivad positiivsetele ja negatiivsetele šokkidele erinevalt. (Tsay 2002, 86) ARCH mudeli rakendamise käigus oli leitud selle teine puudujääk – võimetus üles näidata volatiilsuse kuhjumist. Selle tõttu Bollerslev (1986) pakkus üldistatud autoregressiivse tingliku heteroskedastiivse GARCH mudeli. (Najjar 2016, 157)

1.3.2 GARCH mudel ja selle edasiarendused

GARCH (*generalized autoregressive conditional heteroscedastic*) mudel ühendab endas nii jääkliikmete ruutusid kui ka jääkliikmete dispersioone. Sellisel kujul mudel sõltub nii viimastest kui ka varasematest väärtustest ning võimaldab tabada volatiilsuse kuhjumist. Üldistatud kujul GARCH (p, q) mudelit võib esitada järgmisel kujul (Najjar 2016, 157):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (3)$$

kus

$i = 0, 1, 2, 3, \dots, p$ - tinglik volatiilsus,

ω , α_j ja β_i - mittenegatiivsed konstandid, kus $\alpha_j + \beta_i < 1$,

ε_{t-j}^2 - jääkliikmete ruudud.

Bollerslev (1986) on välja toonud, et volatiilsuse hindamiseks kõige sobivamaks mudeliks peetakse GARCH(1,1) mudelit, mida saab esitada järgmiselt:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

$$\omega > 0, \alpha_1 \geq 0$$

$$\beta \geq 0$$

kus

ω - pikaajaline keskmine dispersioon,

α_1, β_1 - parameetrid,

ε_{t-1}^2 - esimest järku viitajaga tingliku jääkliikmete ruut,

σ_{t-1}^2 - esimest järku viitajaga hinnatud tinglik dispersioon.

Hiljem on tekkinud vajadus ARCH ja GARCH mudeleid arendada, kuna need ei suuda tabada volatiilsuse asümmeetriat ning kuhjumist. Selle tulemusena olid loodud EGARCH (Abdalla, Winker 2012, 165), GJR-GARCH ja paljud teised mudelite edasiarendused. Eksponentsiaalne GARCH ehk EGARCH mudel suudab tabada volatiilsuse asümmeetriat ning GJR mudel võtab arvesse nii kuhjumise efekti kui ka asümmeetriat, ehk turu erinevat reaktsiooni positiivsetele ja negatiivsetele šokkidele. (Bhowmik, Wang 2020, 6)

1.4. Volatiilsusindeks VIX

CBOE (*Chicago Board Options Exchange*) volatiilsusindeks (VIX) on laialt kasutatud näitaja, mis mõõdab investorite lühiajalisi ootusi aktsiaturu volatiilsuse suhtes. Indeks hindab Chicago turu ostu- ja müügioptsioonide volatiilsust *Standard and Poor's 500* (S&P500) indeksi suhtes järgmise 30 päeva jooksul. (Ahmed 2021, 5) Teisisõnu näitab volatiilsusindeks investorite hirmu taset S&P500 indeksi 30-päevase aegumisega optsioonide kaudse volatiilsuse kaudu (Volatiilsusindeks...).

VIX oli loodud aastal 1993 ja seda kasutatakse investorite meeleolu ja ootuste hindamiseks ja määramiseks tänase päevani. Kõrgem VIX-i väärtus viitab suurenenud ebakindlusele ja hirmule

turul ning madalad väärtused peegeldavad investorite kindlust ja usaldust S&P500 aktsiate suhtes lähitulevikus. (Economou *et al.* 2018, 3654) VIX indeks väärtused on väljandatud protsentides vahemikus 0 kuni 100. Näiteks, kui volatiilsuse tase näitab väärtust 25, see ütleb, et investorid ootavada järgmise kuu jooksul S&P500 volatiilsust kuni 25%. VIX indeksit jaotatakse kolmeks tasemeks (VIX indeksiga ... 2020):

- 0–20: turg on vähe volatiilne, investorid on kindlad tuleviku suhtes, S&P500 on tõusev;
- 20–30: investorid hakkavad muret tundma, millega tekitavad volatiilsust, S&P500 kasvutrend võib nii jätkuda kui ka tagasi pöörduma;
- 30–100: turul valitseb paanika, volatiilsus on väga kõrge ning suure tõenäosusega toimub S&P500 korrigeerimine.

Need tasemed ei ole ranged ning iga investor adapteerib neid vastavalt oma nägemusele ja turutunnetusele. Ettevaatlikumad investorid kasutavad vahemikke 0 – 15, 15 – 25, 25 – 100. Spekulatiivsemad ja riskialdimad investorid võivad eelistada tasemeid 0 – 25, 25 – 40, 40 – 100. Empiirilised uuringud on näidanud, et investorid on rohkem tundlikumad aktsiaturu negatiivsetele tootlustele kui positiivsetele muutustele. Negatiivse tootluse korral volatiilsusindeks tõuseb palju kiiremini ja järsult võrreldes positiivsete tootlustega. (Panagopoulos *et al.* 2018, 459)

Kõige levinum VIX-i kasutusviis on aktsiate tootluste ennustamine. Munenzon (2010) läks sügavamale ja näitas, et volatiilsusindeks prognoosib tootlusi mitte ainult aktsiatele, vaid ka teistele varaklassidele. Teised uuringud on kinnitanud, et seda saab kasutada prognoosimaks majandustegevust, finantsturgude ebastabiilsust, finantskriise ja nii edasi (Caporale *et al.* 2018, 141).

Paljud uuringud mõõtsid investorite meeleolu mõju karjakäitumisele, kus meeleolu mõõdikuna on kasutatud volatiilsusindeks VIX (Economou *et al.* 2018, 3654). Karjakäitumine finantsturgudel väljendub kalduvuses järgida teiste tegevusi. Sellist käitumist iseloomustab teiste investorite sageli ebamõistlike tegevuste kordamine ka sellisel juhul, kui investorile teadaolev informatsioon või kogemus ütlevad käituda teisiti. (Morozov 2020, 15) Karjakäitumine rohkem avaldub äärmuslikel aegadel, kus volatiilsus ja ebakindlus on kõrge. Halvenenud turutingimustes, kui turul valitseb hirm ja paanika, investorid on rohkem aldis järgima turu üksmeelt, näiteks karjakäitumist. See avaldab teistele turuosalistele lisariski, mida on raske elimineerida ka portfelli diversifitseerimisega või riskimaandamisstrateegiate kasutamisega. (Economou *et al.* 2018, 3655)

1.5. Aktsia- ja krüptoturg

Sajandite jooksul on rahandussüsteemid oluliselt arenenud. Vahetuskauplejatest kaup-, metall-, paber-, krediit- ja plastrahani välja. Iga faasi arenemist ühest teise on mõjutanud tehnoloogilised innovatsioonid ja majanduslikud vajadused tõhusamatele tehingute sooritamisele. (Almansour *et al.* 2021, 130)

Tänapäeva majandus on arenenud selleni, et pakub kõikidele soovivatele investeerida oma vabu rahavahendeid. Erinevaid investeerimisvõimalusi on palju, kuid üks nendest on paigutada oma raha aktsiaturgu. Majanduse areng on toonud uue võimaluse investeerida krüptovahenditesse. Aktsiaturg ning teised investeerimisvahendid on seotud majanduskasvuga, kuna pakuvad tavainimestele paigutada oma raha suurtesse ettevõtetesse ning seeläbi võtta osa ja mõjutada majanduse arengut. (Levine, Zervos 1996, 323)

Aastal 2008 anonüümne üksikindiviid või grupp nimega Satoshi Nakamoto publitseeris artikli "*Bitcoin: A Peer-To-Peer Electronic Cash System*". Seal oli kirjeldatud uue võrdõigusvõrgu (P2P - *peer to peer*) põhimõte - elektrooniline raha, mida saab kasutada maksevahendina ilma finantsinstitutsioone ehk pankasid kaasamata. (Crosby *et al.* 2016, 9) Samuti säilitab see kasutajate anonüümsust ning tehingud toimuvad palju kiiremini ja odavamalt võrreldes tavalise rahaga, mis on suureks eeliseks eriti rahvusvahelistel maksetel (Nakamoto 2008). Bitcoin oli selle kontseptsiooni esimene realisatsioon. Tänapäeval mõistega „krüptovaluuta“ kirjeldatakse kõiki võrgustikke ja vahetusvahendeid, mis kasutavad krüptograafiat. See tähendab seda, et selleks et kas saada või saada krüptoraha, tuleb kasutada tehingu digiallkirjastamiseks avalikku võtit („*public key*“) ja privaativõtit („*private key*“). (Crosby *et al.* 2016, 9) Peale Bitcoinini asutamist jääb see kõige laialdaselt kasutatavaks, suurima turuväärtusega ning kõige sagedamini kaubeldavaks virtuaalseks valuutaks. Samuti aastast aastasse tõuseb ettevõtete arv, mis aktsepteerivad seda maksevahendina. (Ciaian *et al.* 2018, 174)

Vaadates Bitcoinini hinna tõusu ja võttes arvesse, et krüptovaluuta ei ole reguleeritud valitsuse poolt, vaid vastupidi kasutab sõltumatu platvorme ning avatud allika tehnoloogiaid (*open-source technology*), paljud sidusrühmad hakkasid looma uusi krüptovaluutasid, mida nimetatakse altcoinideks (Almansour *et al.* 2021, 131). 2022 aasta märtsi alguse seisuga on kokku käivitatud

üle 12 tuhande mündi turuväärtusega kokku 1,95 trillioni USD. Bitcoin'i kapitalisatsioon moodustab sellest 42%. (Total Cryptocurrency ...)

Ciaian (2018, 193) ja teised leidsid, et Bitcoin ja altcoinid on tugevas vastastikusel sõltuvuses. Bitcoinil on domineeriv positsioon turul. Teised altcoinid ainult kordavad selle hinnakõikumisi. Kui Bitcoin'i hind tõuseb, tõuseb ka kogu krüptoturg ning kui Bitcoin'i hind langeb, langevad ka altcoinide hinnad. (*Ibid.*)

Oma ajaloo jooksul koges Bitcoin'i hind nii järske tõuse kui ka märkimisväärseid langusi, mis iseloomustab seda kui spekulatiivset vara (Eom *et al.* 2019, 511). Samuti Uyar ja Kahraman (2019) leidsid, et Bitcoin/USD vahetuskurss on umbes 6 korda riskantsem kui Šveitsi frank/USD, Suurbritannia naelsterling/USD, Kanada dollar/USD, Austraalia dollar/USD. Baek ja Elbeck (2015) täheldasid, et Bitcoin'i hind on 26 korda volatiilsem võrreldes aktsiahindadega, esindatud *Standard and Poor's* 500 indeksiga. See veel kord tõestab seda, et Bitcoin käitub rohkem nagu spekulatiivne vara, mitte aga pärisvaluuta (Ahmed 2021, 2). Ahmed (*Ibid.*, 18) leidis, et aktsia- ja krüptoturul on tugev omavaheline korrelatsioon. Aktsiaturu hinnakõikumised sõltuvad suurel määral Bitcoin'i omadest, eriti finantsturbulentsetel perioodidel (*Ibid.*, 18).

Täpsed ja kaalutud investeerimisotsused nõuavad turu efektiivsust. See tähendab, et varade hind peegeldab kogu olemasolevat informatsiooni turul. Käitumusliku rahanduse teooria aga väidab, et psühholoogilistel faktoritel on oluline roll hinnakujundamisel. (Almansour *et al.* 2021, 131) Jiang ja teised (2018) ning Alvarez-Ramirez ja teised (2018) kinnitasid, et hinnakujundamine ja informatsioon krüptoturul on ebaefektiivne, seega kogu krüptoturgu võib lugeda ebaefektiivseks, kus vara ei kajasta selle õiglast ja tegelikku turuväärtust. Ebaefektiivne turg on kõrgelt volatiilne. Seega paljud teadlased pööravad suurt tähelepanu krüptoturu volatiilsuse uurimisele. (Almansour *et al.* 2021, 131) Ühes uuringus Bouoiyour ja teised (2016) võrdlesid Bitcoin'i volatiilsust CBOE (*Chicago Board Options Exchange*) volatiilsusindeksiga VIX ning leidsid, et Bitcoinil ja VIX-il on negatiivne seos. Ehk kui Bitcoin'i hind langeb, siis volatiilsuse indeks tõuseb. Olid läbi viidud huvipakkuvad uuringud, kus Bitcoin'i populaarsust mõõdeti *tweets*-idega Twitteris. Nendes leiti, et *tweets*-ide arv märksõnaga Bitcoin, märkimisväärselt mõjutas selle kauplemismahtu järgmisel päeval. (Almansour *et al.* 2021, 131)

Kõrge volatiilsus vajab täpseid prognoosimise mudeleid. Paljud teadlased on rakendanud GARCH tüüpi mudeleid volatiilsuse modelleerimiseks ning leidsid, et selle tüüpi mudelid toimivad edukalt Bitcoin volatiilsuse prognoosimisel. (*Ibid.*) Chu ja teised (2017) uurisid seitsme krüptovaluuta volatiilsust (Bitcoin, Mailsafecoin, Dash, Litecoin, Dogecoin, Ripple ja Monero) kasutades aegrea analüüsi ning leidsid, et GARCH tüüpi mudelid annavad paremaid ja täpsemaid tulemusi.

2. ANDMED JA METOODIKA

2.1. Andmed

Selleks, et paremini mõista aktsiaturu ja krüptoturu omavahelist käitumist, vaatluse alla on võetud *Standard and Poor's 500* (S&P500) aktsiaindeks, CMC200EX krüptoindeks, esimene krüptovaluuta Bitcoin ning volatiilsusindeks VIX. S&P500 aktsiaindeks sisaldab 500 juhtivat USA ettevõtet, mis kauplevad kas NYSE'l (*New York Stock Exchange*) või NASDAQ'il. S&P500 indeks on turukapitalisatsiooni põhine, ehk mida suurem on indeksisse kuuluvate ettevõtete kapitalisatsioon, seda suuremat mõju avaldavad nende aktsiate hinnaliikused kogu indeksile. Selle indeksi väärtust arvutatakse aastast 1957. S&P500 indeks on üks maailma enim-jälgitavatest aktsiaturu indeksitest, see kajastab USA majandust tervikuna ning avaldab olulist mõju ka teistele maailmaturgudele. (Vijh 1994, 218)

CMC200EX indeks oli välja töötatud aastal 2019 Saksamaa indekseid loova ettevõtte Solactive poolt. See koondab endas 200 suurima turukapitalisatsiooniga krüptovaluutat ning selle rebalanseerimine toimub kord kvartalis. CMC200EX indeks ei sisalda Bitcoinit ja stabiilmünti (*stablecoins*). (Crypto200 ex ...) Viimane on krüptoraha klass, mis püüab pakkuda hinnastabiilsust. Seda saavutatakse stabiilmüntide väärtuse sidumisega mõne reservvaraga, näiteks USA dollari või kullaga. (Mita *et al.* 2015, 1) CMC200EX indeks on valitud selle tõttu, et see ei sisalda Bitcoinit. Tänu sellele on võimalik võrrelda Bitcoinit ja teise krüptovaluuta omavahelisi seoseid. Investorite taju ja ootuste mõõdikuna on vaatlusesse võetud volatiilsusindeks VIX. Selle lisamine aitab paremini mõista ja analüüsida seoseid turuosaliste meeleolu ning reaalsete hinnakõikumiste vahel.

Andmed pärinevad Eikoni andmebaasist ning analüüsiks kasutatakse sulgemishindu. S&P500, Bitcoinit ja VIX-i korral vaatluse alla võetakse ajavahemik 18.11.2011–05.04.2022. CMC200EX aegrea korral ajavahemik on 02.01.2019–05.04.2022. Andmeid analüüsitakse statistikatarkvaras

Gretl. Finantsaegridade analüüsiks tuleb leida päevaste sulgemishindade alusel tulumäärasid.

Kasutatud on liittulumäära (*continuously compounded returns*) valemit (Brooks 2008, 7):

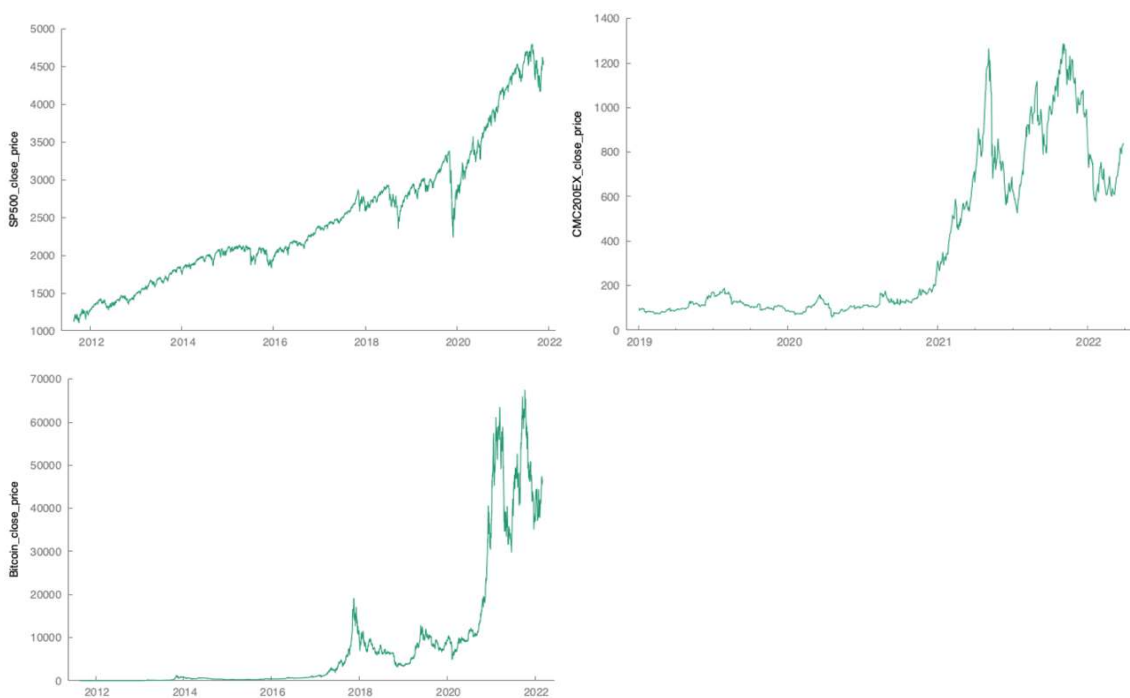
$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \times 100\% \quad (5)$$

kus

r_t – pidev tulumäär ajamomendil t ,

p_t – vara hind ajamomendil t .

Tulemused on korrutatud 100-ga, et väljendada tootlusi protsendina. Joonisel 1 on näidatud vaadeldavate aegridade sulgemishinnad. S&P500 ja Bitcoin'i aegrida algab 2011. aasta lõpust ning CMC200EX 2019. aasta algusest.



Joonis 1. S&P500, Bitcoin'i ja CMC200EX sulgemishinnad

Allikas: Autori arvutused

Joonisest 1 on näha, et kõikide aegridade sulgemishinnad liiguvad positiivses suunas. S&P500 ja Bitcoin'i graafikutel saab selgelt eristada 2020. aasta alguses aset leidnud koroonapandeemia väljakuulutamise järgne sulgemishindade langus ning sellele järgnev kiire taastumine.

2.2. Metoodika

Kõige levinum viis finantsaegridade analüüsiks ja prognoosiks on Box-Jenkins metodoloogia. See on keeruline, arvutipõhine ning korduv toiming. Box-Jenkins metodoloogia hõlmab endas integreeritud autoregressiivse libiseva keskmise (ARIMA) mudeleid. (Lu, Abourizk 2009, 548) Mudeli ülesehitamine koosneb kolmest etapist: mudeli identifitseerimine, parameetrite hindamine ning mudeli diagnostika (Brooks 2008, 230). Neid tegevusi korratakse nii palju, kuni mudeli diagnostika etapis on näha mudeli täiustamist (The Box-Jenkins ...).

2.2.1. Mudeli eeldused

Finantsaegridade analüüsil põhiline eeldus on aegrea statsionaarsus. Teooria eeldab, et Box-Jenkins mudelid on statsionaarsed, ehk ei sisalda trendi ega sesoonsust ning aegrea väärtused kõiguvad ühe keskmise väärtuse ümber. Praktikas tihti juhtub, et algsed aegread on mittestatsionaarsed. (Lu, Abourizk 2009, 548) Sellisel juhul järgmised väärtused sõltuvad eelmistest ja esineb šokkide mõju. Statsionaarsete aegridade puhul šokkide mõju järk-järgult väheneb, ehk kui šokk ilmub ajahetkel t , siis ajahetkel $t+1$ selle šokki mõju on väiksem ning ajahetkel $t+2$ veel väiksem. Mittestatsionaarsete aegridade puhul šokkide mõju võib olla lõpmatu ning viia ebatäpse prognoosini. (Brooks 2008, 319) Üheks statsionaarse protsessi näiteks on valge müra, mida iseloomustab konstantne keskvärtus ja dispersioon ning autokorrelatsiooni puudumine (Tsay 2002, 27). Statsionaarsust testitakse peamiselt *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) testiga, mida nimetatakse ka ühikjuure testiks (*Ibid*, 60).

Autokorrelatsiooni testimisega saab kindlaks määrata, kas aegrida on sobiv ARCH-mudelite kasutamiseks (Brooks 2008, 207). Mudeli korrektsel püstitamisel peab regressioonimudeli vealiikmetel puuduma autokorrelatsioon ehk vealiikmed on üksteisest sõltumatud. Praktikas aga suur osa aegridadest on sõltuvad või nendes esineb autokorrelatsioon. (Lu, Abourizk 2009, 458) Autokorrelatsiooni esinemise korral ühe perioodi väärtused sõltuvad eelmise perioodi omadest (Tsay 2002, 21). Mudeli jääkliikmete autokorrelatsiooni saab testida autokorrelatsiooni funktsiooni (ACF) ja osalise autokorrelatsiooni funktsiooni (PACF) abil (*Ibid*, 24). Autokorrelatsiooni statistilise olulisuse määramiseks saab kasutada ka Ljung–Box Q-statistikut (*Ibid*, 39).

Mudeli parameetrite hindamisel on oluline uurida juhuslike väärtuste jaotust. Jaotust on võimalik jagada kaheks – püstakuse (*kurtosis*) ning assümmeetriline (*skewness*). Esimest jaotust kasutatakse sabade paksuse kirjeldamiseks ning väärtused on jaotatud võrdselt keskmise väärtuse ümber. Assümmeetriakordaja mõõdab assümmeetrilise jaotuse ulatust ehk kui suurel määral on väärtused mittedüümmeetrilised jaotuse keskmise väärtuse suhtes. Normaaljaotuse korral assümmeetriakordaja võrdub 0-ga. (Brooks 2008, 161) Jääkliikmete allumist normaaljaotusele on võimalik testida Jarque-Bera teststatistikuga (*Ibid*, 163).

Heteroskedastiivsuseks nimetatakse olukorda, kus jääkliikmete dispersioonid ei ole konstantsed ehk on ajas muutuvad. Vastupidi aga homoskedastiivsuse esinemise korral jääkliikmed ajas ei muutu. (*Ibid.*, 132) Adekvaatses GARCH mudelis jääkliikmete heteroskedastiivsust esineda ei tohi (Tsay 2002, 116), ARCH mudelis aga tohib (*Ibid*, 87). Aegrea jääkliikmete heteroskedastiivsuse testimiseks saab rakendada Ljung–Box Q-statistikut (*Ibid*, 153) või Engli poolt välja töötatud *Lagrange multiplier* (LM) testi (*Ibid*, 87).

2.2.2. Mudeli identifitseerimine

Mudeli identifitseerimise ehk spetsifikatsiooni määramise sammu eesmärk on leida d , p ja q järkude väärtused ARIMA (p , d , q) mudelile. Mudeli püstitamise eelduseks on aegridade statsionaarsus. Sageli statsionaarsuse saavutamiseks tuleb andmete kuju muuta ning selleks saab kasutada aegridade diferentsimist, mida eelistab Box-Jenkins metoodika või deterministliku trendi kustutamist. (The Box-Jenkins ...)

Mudeli sobivama spetsifikatsiooni määramiseks saab visuaalselt hinnata autokorrelatsioonifunktsiooni ja osalise autokorrelatsioonifunktsiooni graafikuid. Praktikas on väga raskes määrata mudeli spetsifikatsioone visuaalse vaatluse abil, kuna analüüsitud andmed on sageli segased ning korelogrammide ebaselged. Seega täpsete tulemusteni jõudmiseks ning optimaalse viitaegade arvu tuvastamiseks kasutatakse informatsioonikriteeriume. Parameetrite arvu valitakse nii, et kriteeriumi väärtus oleks minimaalne. Kolm kõige populaarsemat kriteeriumit on Akaike informatsioonikriteerium (AIC), Schwarz'i Bayesi informatsioonikriteerium (BIC) ja Hannan-Quinni informatsioonikriteerium (HQIC), mille valemid on järgmised (Brooks 2008, 232):

$$AIC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{T} \quad (5)$$

$$BIC = \ln(\sigma^2) + \frac{k}{T} \ln T \quad (6)$$

$$HQIC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{T} \ln(\ln(T)) \quad (7)$$

kus

k – hinnatavate parameetrite arv mudelis,

T – vaadeldav periood päevades,

σ^2 – jääkliikmete dispersioon.

Kui võrrelda AIC ja BIC kriteeriume, siis suurte aegriididega saab paremini hakkama BIC kriteerium. Mudelit valitakse vastavalt sellele, millise mudeli puhul kehtib minimaalne kriteerium. (Tsay 2002, 193)

2.2.3. Mudeli parameetrite hindamine ja diagnostika

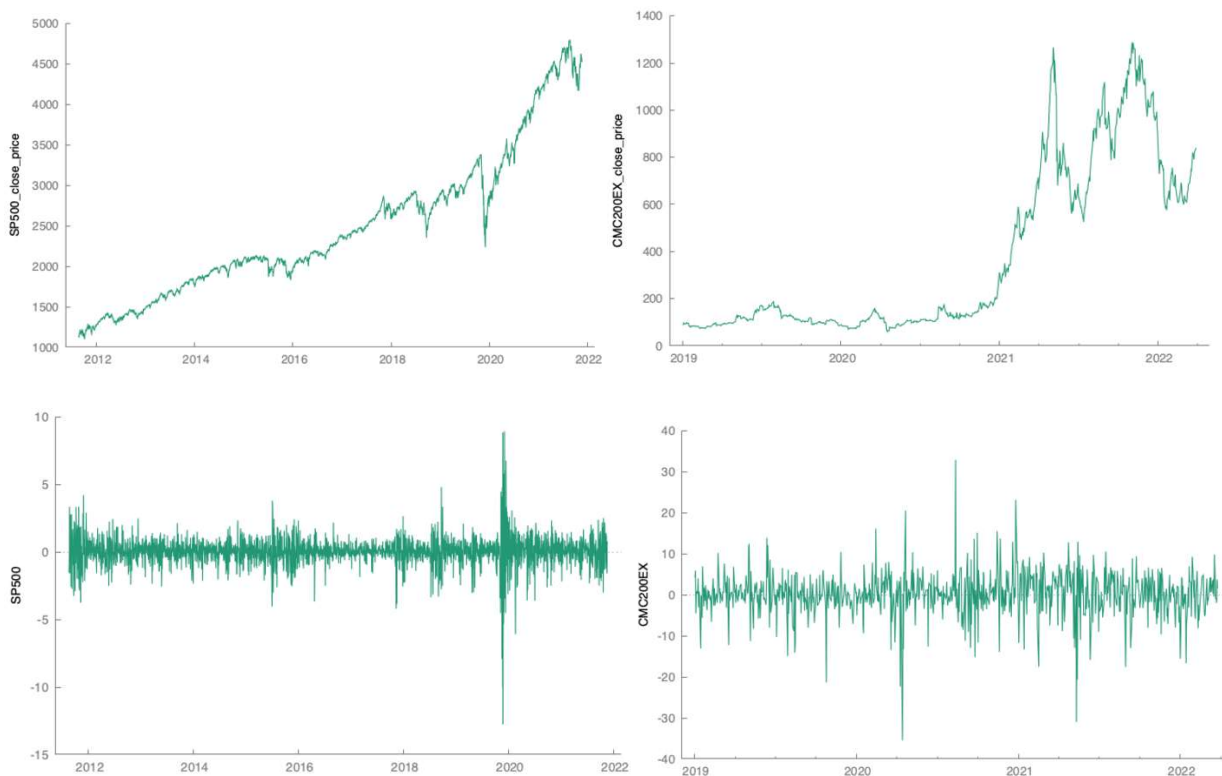
Parameetrite hindamiseks GARCH tüüpi mudelite puhul kasutatakse suurima tõepära meetodit (*maximum likelihood estimation*, MLE), mis lähtuvalt valimist otsib parameetritele kõige tõenäolisemaid väärtusi. Harilikku vähimruutude meetodit (*ordinal least squares*, OLS) kasutada ei saa, kuna GARCH tüüpi mudelid ei ole lineaarsed. Viimane meetod aga minimeerib jääkliikmete ruutude summat, mis sõltub ainult mudeli tingliku keskväärtuse parameetritest, mitte aga tinglikust dispersioonist, ning seega MLE on sobivam meetod GARCH tüüpi mudelite analüüsiks kui OLS. (Brooks 2008, 394)

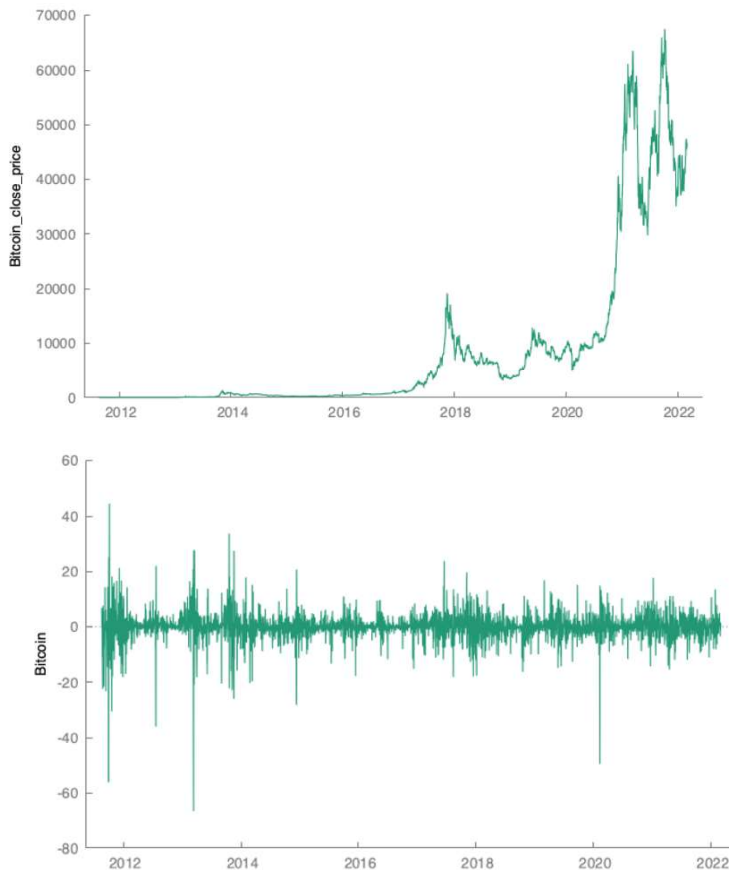
Diagnostika etapis kontrollitakse mudeli adekvaatsust ehk selgitatakse välja, kas leitud said õiged mudeli spetsifikatsioonid. Box-Jenkins meetodika pakub kahte meetodit – liigsobitamist ja jääkliikmete diagnostikat. Liigsobitamise korral valitakse teadlikult kõrgemat järku mudelit ning kui uues mudelis pole toimunud olulisi muutusi, siis esialgne mudel oli identifitseeritud korrektselt. Jääkliikmete diagnostikaks kasutatakse ACF, PACF või Ljung-Box teste, mis kontrollivad jääkliikmetel lineaarse sõltuvuse esinemist. Autokorrelatsiooni leidumine viitab mitteadekvaatsele mudelile, millega ei ole võimalik tabada andmetes esinevaid eripärasid. (*Ibid.*, 231)

3. ANALÜÜS JA JÄRELDUSED

3.1. Eelduste testimine

Aegridade modelleerimisel on oluline tagada aegridade stacionaarsust. Joonisel 2 ülemisest graafikust on näha, et aegread on mittestatsionaarsed ehk esineb pikaajaline trend. Statsionaarsuse saavutamiseks arvutatakse sulgemishindade baasil logaritmitud tulumäärad, mis on kujutatud alumisel joonisel.





Joonis 2. S&P500, CMC200EX ja Bitcoin'i päevased sulgemishinnad ja logaritmitud tootlused
Allikas: Autori arvutused

Statsionaarsust saab kontrollida visuaalselt ja *Augmented Dickey-Fuller* testiga. Visuaalse vaatlusega saab tuvastada ka volatiilsusele omaseid stiliseeritud fakte – volatiilsuse kuhjumist, mille puhul saab selgelt eristada kõrgema ja madalama volatiilsusega perioode ning keskmisele taandumist, kus volatiilsus kõigub keskmise taseme ümber. Alljärgenas tabelis 1 on toodud ADF koos konstandi ja trendi testi tulemused, kus p-väärtuste alusel võetakse vastu sisukas hüpotees ning kinnitatakse statsionnarususe esinemist.

Tabel 1. ADF ja Ljung-Box Q-statistiku testi tulemused

	S&P500	CMC200EX	Bitcoin
ADF testi konstandi ja trendiga p-väärtus	$7,134 \cdot 10^{-25}$	$1,377 \cdot 10^{-66}$	$6,339 \cdot 10^{-28}$
Ljung-Box Q-statistiku p-väärtus	0,000 (34 järk)	0,987 (29 järk)	0,000 (35 järk)

Allikas: Autori arvutused

Teine oluline alus finantsaegridade analüüsil on autokorrelatsioon. Tabelis 1 on toodud Ljung-Box Q-statistiku p-väärtused, mille põhjal saab S&P500 ja Bitcoin'i puhul vastu võtta sisuka hüpoteesi

autokorrelatsiooni esinemise kohta ning CMC200EX indeksi puhul nullhüpoteesi autokorrelatsiooni puudumise ja valge müra esinemise kohta. Lu ja Abourizk (2009, 458) ütlevad, et praktikas suur osa aegridadest on omavahel sõltuvad ning nendes võib esineda autokorrelatsioon, seega otsustab töö autor valitud aegridasid edasi analüüsida. Autokorrelatsiooni testide tulemuste tabel on esitatud lisa 1.

Tabel 2. Logaritmitud tulumäärade normaaljaotuse kirjeldav statistika

	S&P500	CMC200EX	Bitcoin
Asümmeetriakordaja	-0,84023	-0,63959	-1,3569
Püstakuse kordaja	17,883	6,8426	23,999
Jarque-Bera teststatistik (p - väärtus)	35945,5 (0,00)	1704,11 (0,00)	93552,9 (0,00)

Allikas: Autori arvutused

Tabelis 2 toodud andmete põhjal on võimalik kontrollida normaaljaotust. Negatiivsed asümmeetriakordajad kõigi kolme aegridade puhul näitavad väärtuste kaldumist paremale. Nendest kõige rohkem on kaldunud paremale Bitcoin (vt lisa 2). Püstakuse kordaja iseloomustab erinevat väärtuste jaotust, kas püstak või lame. Positiivsed püstakuse kordajad viitavad püstakale jaotusele, mis tähendab, et väärtused on tihedamini koondunud ümber keskmise. Vaadeldavatest aegridadest kõige suurem püstakuse kordaja on Bitcoinil, mida visuaalselt on selgelt näha lisa 2 leitavas joonises, kus must liin tähistab normaaljaotust. Jarque-Bera teststatistiku p-väärtus kõigi kolme aegria puhul on 0. Selle tulemuse põhjal tuleb nullhüpoteesi normaaljaotuse esinemise korral ümber lükata. Bollerslev (1986) leiab oma uurimuses, et GARCH protsesside puhul püstakuse kordajad on nullist suuremad, ning toetudes sellele jätkab töö autor valitud aegridade analüüsiga.

3.2. ARMA mudelite valik ja jääkliikmete testimine

Mudeli identifitseerimise ja õigete järkude valimise aluseks võetakse mudelid AR(1) kuni ARMA(2,2). Mudelite valik põhineb AIC, BIC ja HQC informatsioonikriteeriumitel ning mudeli parameetrite statistilisel olulisusel. Väljavalitud mudelid koos informatsioonikriteeriumitega on esitatud alljärgnevas tabelis 3. S&P500 ja Bitcoinis jaoks kõige sobivam mudel on ARMA (2,2), CMC200EX indeksi jaoks ARMA (0,0), kus esineb ainult konstant. Lias 3 on toodud kõikide testitud mudelite tulemused.

Tabel 3. Väljavalitud mudelid

Aegrida	Mudel	AIC	BIC	HQC
SP500	ARMA (2,2)	7806,1252	7841,4731	7818,9143
CMC200EX	ARMA (0,0)	5228,2412	5237,7175	5231,8723
Bitcoin	ARMA (2,2)	23090,3639	23127,8973	23103,6945

Allikas: Autori arvutused

Järgmisena testitakse mudeli jääkliikmes autokorrelatsiooni ja heteroskedastiivsust. Autokorrelatsiooni kontrollimine on vajalik mudeli sobivuse kinnitamiseks edasiseks analüüsiks. Adekvaatses mudelis peab autokorrelatsioon puuduma. Autokorrelatsiooni kontrollitakse Ljung-Box Q-testiga ning selle tulemused on esitatud tabelis 4. Ljung-Box testiga sai tõestada ainult CMC200EX aegreas autokorrelatsiooni puudumist, kus testi olulisuse tõenäosus ületas 5%. Lisas 4 toodud autokorrelatsiooni testi tulemuste põhjal on näha, et Bitcoin aegreal esineb autokorrelatsioon alles 17. järku viitaegades. S&P500 ja Bitcoin puhul võetakse vastu sisukas hüpotees autokorrelatsiooni esinemise kohta. Seda tulemust tuleb edasisel mudeli analüüsil arvesse võtta. Kuna töö põhieesmärgiks on uurida aegridade omavahelisi seoseid, mitte aga lõpuni modelleerida ARMA protsesse, peab töö autor neid mudeleid siiski piisavaks.

Tabel 4. ARMA mudelite autokorrelatsiooni ja heteroskedastiivsuse testi tulemused

Aegrida	Mudel	Autokorrelatsioon		Heteroskedastiivsus	
		Q-stat	Ljung-Box p-väärtus	Chi-ruut	LM p-väärtus
SP500	ARMA (2,2)	60,3429	0,001	865,732	$6,94 \cdot 10^{-185}$
CMC200EX	ARMA (0,0)	14,7362	0,987	39,7816	$1,65 \cdot 10^{-7}$
Bitcoin	ARMA (2,2)	58,0215	0,002	305,187	$4,72 \cdot 10^{-62}$

Allikas: Autori arvutused

Heteroskedastiivsuse testimisega kinnitatakse ARCH efekti esinemist mudelites ja vajadus GARCH mudelite järele. Heteroskedastiivsuse kontrollimiseks kasutatakse LM testi, mille tulemused on esitatud tabelis 4. Tulemuste põhjal võetakse vastu sisukas hüpotees ARCH efekti esinemise kohta.

3.3.GARCH mudelite valik

Peale ARCH efekti olemasolu kinnitamist saab modelleerida valitud aegridade volatiilsust. Mudeli identifitseerimisel kasutatakse kolme mudelite tüüpi – GARCH, EGARCH, GJR. Brooks (2008, 394) on leidnud, et GARCH(1,1) mudel on volatiilsuse mõõtmiseks piisav ja suudab suure osa volatiilsusest ära kirjeldada. Analüüsiks on kasutatud järgmiseid mudeleid: GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ja GJR(1,1) kuni GJR(2,2). EGARCH mudeli kõrgemaid järkuseid antud aegridade puhul ei saanud rakendada, kuna sellise mudeli korral tõepära maksimeerimine ei õnnestunud. Mudeli valik põhineb AIC, BIC ja HQC informatsioonikriteeriumitel ja parameetrite statistilisel olulisusel. Lisades 5–7 on esitatud kõikide testitud mudelite aruanded ning rohelisega on märgitud väljavalitud mudelid. Alljärgnevas tabelis 5 on näidatud väljavalitud mudelid koos parameetrite hinnangutega.

Tabel 5. S&P500, CMC200EX ja Bitcoin mudelid

	SP500	CMC200EX	Bitcoin
Parameter	EGARCH(1,1)	GJR(1,2)	GJR(2,2)
α_0	-0,233315 ***	10,3513 ***	1,26426 ***
α_1	0,275114 ***	-0,0087514	0,122145 ***
α_2	-	0,171046 ***	0,160420 ***
β_1	0,940018 ***	0,479154 ***	-0,0517037
β_2		-	0,718103 ***
γ_1	-0,175421 ***	-0,00034546	0,0228392
γ_2	-	-0,00961329	0,0419728

Allikas: Autori arvutused

Märkus:

*** – oluline nivool 0,01

Box-Jenkins meetodika viimaseks etapiks on valitud mudelite diagnostika läbi viimine. Seda sammu ei õnnestunud sooritada, kuna kasutatud statistikatarkvara ei võimalda GARCH tüüpi mudelite edasist diagnostikat.

3.4. Korrelatsioonianalüüs

Selleks, et saada aru, kui tugev on aktsia- ja krüptoturgude omavaheline seos, saab läbi viia korrelatsioonianalüüsi. Lisatud on volatiilsusindeks VIX, mis iseloomustab investorite ootusi turu volatiilsuse suhtes. Selle lisamine korrelatsioonianalüüsi aitab paremini mõista seoseid turuosaliste meeleolu ja ootuste väärtpaperite reaalsete tootlustega. Korrelatsioonianalüüsi jaoks kasutatakse tootlusi, mis on arvutatud varade sulgemishindade baasil. Kuna krüptovaluutaga kaubeldakse iga nädalapäev, kuid aktsiatega ainult tööpäevadel, siis krüptovaradel on eemaldatud nädalavahetuste tootlused. Korrelatsioonianalüüs on läbi viidud kaks korda, kuna üks aegrida on teistest lühem. Esimesse korrelatsioonianalüüsi on võetud S&P500 ja Bitcoin tootlused ning VIX-i väärtused perioodil 18.11.2011–05.04.2022. Tulemused on esitatud tabelis 6.

Tabel 6. S&P500 ja Bitcoin tootluste ning VIX-i korrelatsioonianalüüs

	SP500	Bitcoin	VIX
SP500	1		
Bitcoin	0,11023764	1	
VIX	-0,7173396	-0,0990154	1

Allikas: Autori arvutused

Esimesest korrelatsioonianalüüsist on näha, et indeksi S&P500 ja Bitcoin tootluste vahel esineb mittetugev positiivne seos. Ehk kui ühe vara tootlused tõusevad, tõusevad ka teise omad. Volatiilsusindeksil on mõlema vara tootlustega negatiivne seos. See viitab sellele, et kui volatiilsusindeks tõuseb, siis varade tootlused langevad. Volatiilsusindeks peegeldab investorite ootusi turu volatiilsuse suhtes, ning antud seost on näha korrelatsioonianalüüsis. Kui turuosalisel ootavad kõrgemat volatiilsust, siis varade tootlused langevad. Kõige tugevam seos on VIX ja S&P500 vahel, mis on loogiline, kuna VIX indeksit arvutatakse S&P500 optioonide baasil.

Teisse korrelatsioonianalüüsi on võetud S&P500, CMC200EX ja Bitcoin tootlused ning VIX-i väärtused perioodil 02.01.2019–05.04.2022. Analüüsi tulemused on esitatud tabelis 7.

Tabel 7. S&P500, CMC200EX ja Bitcoin tootluste ning VIX-i korrelatsioonianalüüs

	SP500	Bitcoin	CMC200EX	VIX
SP500	1			
Bitcoin	0,29509717	1		
CMC200EX	0,29722201	0,73232433	1	
VIX	-0,7183766	-0,2307605	-0,231882	1

Allikas: Autori arvutused

Tabelis 7 esitatud tulemuste põhjal saab järeldada, et krüptoturul on tihe omavaheline seos. Seda näitab Bitcoin ja CMC200EX indeksi vaheline tugevalt positiivne seos. Ehk kui Bitcoin hind muutub, siis suure tõenäosusega teise krüptovaluuta hind muutub samas suunas. Aktsiaturu tootlustel on krüptoturu tootlustega positiivne seos, kuid mitte nii tugev kui krüptoturu omavaheline seos. Analüüs näitab, et S&P500 on nii Bitcoin kui ka CMC200EX-ga sama tugev seos, mis korral korrelatsioonikoefitsient on 0,29. Korrelatsioonianalüüsist ilmneb, et vaatluse perioodi lühendades S&P500 ja Bitcoin vaheline korrelatsioon tugevneb.

Volatiilsusindeksil VIX on kõikide varade tootlustega negatiivne seos, millest kõige tugevam seos on S&P500-ga, korrelatsioonikoefitsient selle korral on -0,71. Negatiivne koefitsient iseloomustab olukorda, mille puhul VIX-i tõusu korral varade tootlused langevad. Vaatluse perioodi lühendamisega VIX-i ja S&P500 vaheline korrelatsioon ei muutunud, kuid VIX-i ja Bitcoin vaheline korrelatsioon on suurenenud.

3.5. Järeldused

Töö eesmärgiks oli modelleerida aktsia- ja krüptoturgude volatiilsused ja uurida nende omavahelisi seoseid. Eesmärgi täitmiseks olid püstitaud uurimisküsimused, millele vastust otsiti kasutades Box-Jenkins metoodikat ning GARCH mudelite ja korrelatsioonianalüüsi rakendamise.

Aegridade eelduste testimise käigus läbis CMC200EX indeksi logaritmitud tootluste aegrida statsionaarsuse ja autokorrelatsiooni teste, S&P500 ja Bitcoin aegread statsionaarsuse teste. Varasemates uuringutes on leitud, et praktikas aegread võivad olla omavahel sõltuvad ning GARCH protsesside korral mitte alluda normaaljaotusele. Sellest tulenevalt jätkas autor aegridade analüüsi. ARMA mudeli valiku etapis oli leitud, et S&P500 ja Bitcoin jaoks kõige sobivamad mudelid on ARMA(2,2) ning CMC200EX jaoks ARMA(0,0). Guštšak (2015) ja Sögel (2020) on oma töödes uurinud Balti aktsiaturgusid ning leidnud, et aktsiaturgu iseloomustavad mudelid omavad ARMA(0,0)-st kõrgemaid järkusi.

Järgmiseks sammuks oli mudeli jääkliikmete testimine. Autokorrelatsiooni testi läbis CMC200EX mudeli jääkliikmed, S&P500 ja Bitcoin mudelite jääkliikmetes jäi mõningane autokorrelatsioon alles. Seda võetakse mudelite edasises analüüsis arvesse. Heteroskedastiivsuse testi läbisid kõikide

modelite jääkliikmed. GARCH mudelite valikus sobivateks osutusid S&P500 puhul EGARCH(1,1), CMC200EX puhul GJR(1,2) ning Bitcoin'i puhul GJR(2,2). Järgmiseks sammuks Box-Jenkins metoodika järgi on mudelite adekvaatsuse hindamine. Töö käigus tuli välja, et kasutatud statistikatarkvara võimaldab viia läbi ainult GARCH mudeli diagnostikat. Teiste GARCH tüüpi mudelite diagnostikat, EGARCH ja GJR, mis olid analüüsi käigus välja valitud, statistikatarkvara Gretl ei võimaldanud läbi viia. Seega Box-Jenkins metoodikat ei saa lugeda täismahus rakendatud. Kuna autoril ei õnnestunud viia läbi mudelite diagnostikat, tuleb arvestada, et kõik mudelid ei anna adekvaatseid tulemusi. Sama tulemusteni on jõudnud oma uurimustes Guššak (2015) ning Sögel (2020), kellel samuti ei õnnestunud läbi viia kõiki Box-Jenkins metodoloogia etappe. Paremate tulemuste jõudmiseks tuleb korrata Box-Jenkins metodoloogiat ning otsida lahendusi kuni mudelid läbivad kõiki eeldusi ning diagnostikat.

Kõikide varade tootluste aegridade vahel esineb positiivne korrelatsioon ehk varade tootluste muutumise suund on samasugune. Kõige tugevamalt on omavahel seotud Bitcoin ja CMC200EX, mis näitab seda, et krüptoturg on omavahelt tihedalt seotud ning ühe suure krüptovaluuta hinnamuutus mõjutab teisi väiksema kapitalisatsiooniga münte samas suunas.

Volatiilsusindeks VIX on varade tootlustega negatiivses korrelatsioonis, ehk volatiilsusindeks ja varade tootlused muutuvad erinevas suunas. Mida kõrgem on VIX, seda väiksemaid tootlusi näitab aktsia- ja krüptoturg. Kõige tugevam korrelatsioon on VIX ja S&P500 vahel, VIX ja Bitcoin'i ning CMC200EX vahel esineb samasugune keskmiselt tugev seos. Sama tulemuseni on jõudnud Bouoiyour ja teised (2016), kes leidsid, et Bitcoin'il ja VIX-il on negatiivne seos. Ehk kui Bitcoin'i hind langeb, siis volatiilsusindeks tõuseb.

Autori soovitus on edaspidi kasutada teisi statistikatarkvarasid mis võimaldavad analüüsida kõiki GARCH tüüpi mudeleid. Lisaks pakub autor analüüsida teisi GARCH tüüpi mudeleid, mida käesolevas töös arvesse ei võetud. Autor soovib korrelatsioonianalüüsi lisada teisi suuremaid krüptovaluutasid, et näha millises omavahelises seoses on suure kapitalisatsiooniga mündid väiksemaid münte sisalduva indeksiga.

KOKKUVÕTE

Investeeringisportfelli tootluse maksimeerimises on oluline jälgida sinna kuuluvate varade omavahelisi seoseid ja riske. Seda saab teha peamiselt volatiilsuse mõõtmise ja analüüsi abil. Volatiilsus on varade väärtuse kõikumine, mis on otseselt seotud turu ebakindlusega ja mõjutab nii erainvestorite kui ka ettevõtete investeerimiskäitumist.

Tänapäeval pakutakse inimestele üha rohkem erinevaid investeerimisvõimalusi, mis erinevad oma riskitaseme ja tootluse poolest. Riskialdimad investorid soovivad lisada oma portfelli krüptovaluutat, mis lubab teenida võrreldes klassikalise aktsiatesse investeerimisega kordades suuremat kasumit, kuid näitab oma kõrgete tootluste kõrval ka suuri hinnakõikumisi. Seega krüptovaluuta soetamine võib märgatavalt mõjutada investeerimisportfelli kogutootlust. Selleks, et investorid saaksid efektiivsemalt suurendada oma investeerimisportfelli tulusust ja minimeerida sellega kaasnevaid riske, on tähtis hinnata nende varade omavahelist seost ja riske.

Käesoleva töö eesmärgiks oli modelleerida aktsia- ja krüptoturgude volatiilsused ja uurida nende omavahelisi seoseid. Aktsiaturu iseloomustajana valiti S&P500 indeks, krüptoturu iseloomustajateks olid esimene krüptovaluuta Bitcoin ning indeks CMC200EX, mis sisaldab 200 suurima turukapitalisatsiooniga krüptovaluutat peale Bitcoin. Eesmärgi saavutamiseks modelleeriti S&P500, CMC200EX ja Bitcoin päevaste logaritmitud tootluste baasil GARCH tüüpi mudeleid. Aktsia- ja krüptoturgude omavaheliste seoste leidmiseks kasutati korrelatsioonianalüüsi.

Volatiilsuse modelleerimise käigus kontrolliti aegridade puhul eelduste täitmist – statsionaarsuse, autokorrelatsiooni ja normaaljaotuse esinemist. Selles etapis ükski aegrida ei läbinud kõiki eeldusi. CMC200EX on läbinud statsionaarsuse ja autokorrelatsiooni teste, S&P500 ja Bitcoin läbisid statsionaarsuse testi. Autor on varasemate uuringute põhjal leidnud, et praktikas suur osa aegridadest on omavahel sõltuvad ning GARCH protsesside puhul aegread võivad mitte alluda normaaljaotusele. Toetudes sellele on autor jätkanud aegridade analüüsi. Järgmiseks etapiks oli ARMA mudelite valik. Oli leitud, et S&P500 ja Bitcoin puhul sobivam mudel on ARMA(2,2),

CMC200EX puhul ARMA(0,0). Järgmisena testiti mudeli jääkliikmes autokorrelatsiooni ja heteroskedastiivsuse esinemist. Autokorrelatsiooni testi läbis CMC200EX mudeli jääkliikmed, S&P500 ja Bitcoin'i mudelite jääkliikmetes esines mõningane autokorrelatsioon. Seda olukorda võetakse edasises mudelite analüüsis arvesse. Heteroskedastiivsuse testi läbisid kõikide mudelite jääkliikmed. Sobivateks GARCH tüüpi mudeliteks osutusid S&P500 puhul EGARCH(1,1), CMC200EX puhul GJR(1,2) ning Bitcoin'i puhul GJR(2,2). Valitud mudelite adekvaatsuse hindamist ei õnnestunud läbi viia, kuna kasutatud statistikatarkvara ei võimaldanud GARCH tüüpi mudelite diagnostikat. Sellest tulenevalt tuleb arvestada sellega, et kõik mudelid ei anna adekvaatseid tulemusi.

Kõikide varade tootluste aegridade vahel esineb positiivne korrelatsioon ehk tootluste muutumise suund on sama. Kõige tugevam seos on Bitcoin'i ja CMC200EX vahel, mis viitab krüptoturu tihedale omavahelisele seosele. Volatiilsusindeksil VIX on varade tootlustega negatiivne korrelatsioon, ehk volatiilsusindeks ja varade tootlused muutuvad erinevas suunas. Mida kõrgem on VIX, seda väiksemaid tootlusi demonstreerib aktsia- ja krüptoturg. Kõige tugevam korrelatsioon on VIX ja S&P500 vahel, VIX ja Bitcoin'i ning CMC200EX vahel esineb samasugune keskmiselt tugev korrelatsioon.

Edaspidiseks aktsia- ja krüptoturgude volatiilsuse analüüsiks pakub autor analüüsida teisi GARCH tüüpi mudeleid, mida käesolevas töös arvesse ei võetud. Autori soovitus on edaspidi kasutada teisi statistikatarkvarasid mis võimaldavad analüüsida kõiki GARCH tüüpi mudeleid. Samuti soovitab autor lisada korrelatsioonianalüüsi teisi suuremaid krüptovaluutasid. Sellega saab uurida seoseid suure kapitalisatsiooniga müntide ja indeksi vahel, mis sisaldab väiksema kapitalisatsiooniga münte.

SUMMARY

MODELING STOCK AND CRYPTOCURRENCY MARKET VOLATILITY BASED ON GARCH TYPE MODELS

Kristina Golub

In order to maximize the return of the investment portfolio, it is necessary to monitor the interrelationships and risks of the assets included in it. This can be mostly accomplished through volatility measurement and analysis. Volatility is the fluctuation of the value of assets, that is directly linked to market uncertainty and has an impact on both private and corporate investors' investment behavior.

Today people have a variety of investment opportunities that vary in their level of risk and return. More risk-taking investors want to add a cryptocurrency in their portfolio, which allows them to earn higher returns than investment in classic equities. It also shows large price fluctuations in addition to high returns, thus, the addition of a cryptocurrency can significantly affect the total return on the investment portfolio. In order to increase the return on the investment portfolio and to minimize related risks, it is important to assess the relationship between these assets and risks. The aim of this thesis was to model the volatilities of stock and cryptocurrency markets and to study their interrelationships. The S&P500 index was chosen as characteristic of the stock market, the representatives of cryptocurrency market were the first cryptocurrency Bitcoin and the CMC200EX index, which contains the 200 largest cryptocurrencies except Bitcoin. To achieve the goal, GARCH type models were modeled based on the logarithmic daily yields of the S&P500, CMC200EX and Bitcoin. Correlation analysis was used to find the relationship between the stock and cryptocurrency markets.

During the volatility modeling, the fulfillment of the assumptions for the time series was checked - the presence of stationarity, autocorrelation and normal distribution. At this stage, not even one time series passed all the assumptions. The CMC200EX has passed the stationarity and

autocorrelation tests, the S&P500 and Bitcoin have passed the stationarity test. Based on previous research, author has found that in practice a large number of time series are interdependent, and in the case of GARCH processes, time series may not be subject to normal distribution. Based on this, author has continued the analysis of time series. Next step was the selection of ARMA models. The most suitable model for the S&P500 and Bitcoin was found to be ARMA (2,2) and for the CMC200EX ARMA (0,0). After, the presence of autocorrelation and heteroskedasticity in the residuals of the model was tested. Residuals of the CMC200EX model passed the autocorrelation test with some autocorrelation in the residual members of the S&P500 and Bitcoin models. This situation will be taken into account in the further analysis of the models. Residual members of all models underwent the heteroskedasticity test. Suitable GARCH models were EGARCH (1,1) for S&P500, GJR (1,2) for CMC200EX and GJR (2,2) for Bitcoin. The adequacy assessment of the selected models could not be performed because of inability of used statistical software to perform a diagnosis of GARCH type models. Consequently, it must be taken into account that not all models give adequate results.

There is a positive correlation between the time series of returns of all assets, which means the direction of changes in returns is the same. The strongest correlation is between Bitcoin and CMC200EX, which indicates a close link between the cryptocurrency market. The volatility index VIX has a negative correlation with all of the assets return, which means the volatility index and the returns change in different directions. The higher is the VIX, the lower returns on the stock and cryptocurrencies are. The strongest correlation is between VIX and S&P500, and VIX and Bitcoin and CMC200EX have a similar average strong correlation.

For further analysis of stock and cryptocurrency market volatility, the author proposes to analyze other GARCH type models that were not considered in this thesis. The author's recommendation is to use other statistical software in the future, which allows to perform diagnosis with all GARCH type models. The author also suggests adding other major cryptocurrencies to the correlation analysis. It will help to examine the relationship between large-cap coins and an index with lower-cap coins.

KASUTATUD ALLIKATE LOETELU

- Abdalla, S. Z. S., Winker, P. (2012). Modelling Stock Market Volatility Using Univariate GARCH Models: Evidence from Sudan and Egypt. *International Journal of Economics and Finance*, 8 (4), 161–176.
- Ahmed, W. M. A. (2021). Stock market reactions to upside and downside volatility of Bitcoin: A quantile analysis. *North American Journal of Economics and Finance*, 57, 1–23.
- Almansour, B., Almansour, A. Y., Alshater, M. M. (2021). Performance of ARCH and GARCH Models in Forecasting Cryptocurrency Market Volatility. *Industrial Engineering & Management Systems*, 20 (2), 130-139.
- Alvarez-Ramirez, J., Rodriguez, E., Ibarra-Valdez, C. (2018). Long-range correlations and asymmetry in the bitcoin market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 492, 948–955.
- Balakrishnan, N. (2010). Methods and applications of statistics in business, finance, and management science. Canada: John Wilwy & Sons.
- Bauwens, L., Hafter, C., Laurent, S. (2011). Volatility models. *Center for Operations Research and Econometrics*, 34.
- Bhowmik, R., Wang, S. (2020). Stock Market Volatility and Return Analysis: A Systematic Literature Review. *Entropy*, 522 (22), 1–18.
- Black, F. (1976). Studies in stock price volatility changes, Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economics Statistics Section, American Statistical Association, 177–181.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307–327.
- Bouoiyour, J., Selmi, R., Tiwari, A. K., Olayeni, O. R. (2016). What drives bitcoin price? *Economics Bulletin*, 36 (2), 843–850.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. London: Prentice-Hall Inc.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, (5th ed). New Jersey: John Willey&Sons, Inc.
- Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance*, (2nd ed). Inglismaa: Cambridge university press.

- Caporale, G. M., Gil-Alana, L., Plastun, A. (2018). Is market fear persistent? A long-memory analysis. *Finance Research Letters*, 27, 140–147.
- Chou, R., Liu, N., Chou, H.C. (2010). Range volatility models and their applications in finance.
- Christie, A. (1982). The stochastic behavior of common stock variance: Value, leverage and interest rate effects. *Journal of Financial Economics* 10, 407–432.
- Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., Osterrieder, J. (2017). GARCH modelling of cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(4), 17.
- Ciaian, P., Rajcaniova, M., Kancs, A. (2018). Virtual relationships: Short- and long-run evidence from Bitcoin and altcoin markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 52, 173–195.
- Crosby, M., Nachiappan, Pradan, P., Verma, S., Kalyanaraman, V. (2016). BlockChain technology: beyond Bitcoin. *Applied Innovation Review*, 2, 6–19.
- Crypto200 ex BTC Index by Solactive.* (2022). Solactive. Kättesaadav: <https://www.solactive.com/Indices/?index=DE000SLA7P17>, 05. märts 2022.
- Daly, K. (2008). Financial volatility: Issues and measuring techniques. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387 (11), 2377–2393.
- Economou, F., Hassapis, C., Philippas, N. (2018). Investors' fear and herding in the stock market. *Applied economics*, 50, (34–35), 3654–3663.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation. *Journal of Econometrica*, 50(4), 987–1008.
- Engle, R. F., Patton, A. J. (2001). What Good is a Volatility Model? *Quantitative Finance*, 1 (2), 237–245.
- Eom, C., Kaizoji, T., Kang, S. H., Pichl, L. (2019). Bitcoin and investor sentiment: Statistical characteristics and predictability. *Physica A*, 514, 511–521.
- Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business*, 38 (1), 34-105.
- Glosten, L.R., Jagannathan, R., Runkle, D.E. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48 (5), 1779-1801.
- Hayes, A. (2021). Volatility. Kättesaadav: <https://www.investopedia.com/terms/v/volatility.asp>, 18. aprill 2022.
- Jiang, Y., Nie, H., Ruan, W. (2018). Time-varying long-term memory in bitcoin market. *Finance Research Letters*, 25, 280–284.

- Ladokhin S. (2009). *Volatility modeling on financial markets*. (Magistritöö) VU Amsterdami ülikooli majandusmatemaatika ja informaatika teaduskond, Amsterdam.
- Levine, R., Zervos, S. (1996). Stock market development and long-run growth. *The World Bank Economic Review*, 2 (10), 323–339.
- Liu, J., Serletis, A. (2019). Volatility on the cryptocurrency market. *Open Economies Review* (30), 779–811.
- Lu, Y., Abourizk, S. M. (2009). Automated Box-Jenkins forecasting modelling. *Automation in Construction*, 18, 547–558.
- Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, 36 (4), 394–419.
- Masset, P. (2011). Volatility stylized facts. *ERN: Econometric Modeling in Financial Economics*
- Mita, M., Ito, K., Daisy, S. O., Tanaka, H. (2015). What is Stablecoin?: A Survey on Its Mechanism and Potential as Decentralized Payment Systems. *International Institute of Applied Informatics*, 1 (1), 48–63.
- Morozov, A. (2020). *Käitumuslike tegurite mõju eesti aktsiainvestorite investeerimisotsustele*. (Bakalaureusetöö) TalTechi majandusteaduskond, Tallinn.
- Munenzon, M. (2010). 20 years of VIX: Fear, Greed and Implications for Traditional Asset Classes. *SSRN Electronic Journal*, 1–18.
- Najjar, D. A. (2016). Modelling and Estimation of Volatility Using ARCH/GARCH Models in Jordan's Stock Market. *Asian Journal of Finance & Accounting*, 8 (1), 152–167.
- Nakamoto, S. (2008). *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System*. Kättesaadav: <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>, 05. märts 2022.
- Nelson, D.B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Journal of Econometrica*, 59 (2), 347–370.
- Panagopoulos, Y., Economou, F., Tsouma, E. (2018). Uncovering asymmetries in the relationship between fear and the stock market using a hidden co-integration approach. *Research in International Business and Finance*, 44, 459–470.
- Proon, S. H., Granger, C. W. J. (2003). Forecasting volatility in financial markets: a review. *Journal of Economic Literature* 41, 478–539.
- Sauga, A. (2020). *Statistika*. Tallinn: TalTech kirjastus.
- Sõgel, L (2020). *Balti aktsiaturu volatiilsuse modelleerimine tuginedes GARCH tüüpi mudelitele*. (Bakalaureusetöö) TalTechi majandusteaduskond, Tallinn.

The Box-Jenkins Method. NCSS Statistical Software. Kättesaadav: https://ncss-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/themes/ncss/pdf/Procedures/NCSS/The_Box-Jenkins_Method.pdf, 23. märts 2022.

Total Cryptocurrency market cap. (2022). CoinMarketCap. Kättesaadav: <https://coinmarketcap.com/charts/>, 01.märts 2022.

Tsay, R. S. (2002). *Analysis of Financial Time Series*. Chicago, USA: A John Wiley & Sons Inc.

Vijh, A. M. (1994). S&P 500 trading strategies and stock betas. *The Review of Financial Studies*, 1 (7), 216–251.

VIX indeksiga kauplemine - põhjalik juhend. (2020). Admiral Markets. Kättesaadav: <https://admiralmarkets.com/ee/education/articles/trading-instruments/vix-index-kauplemine>, 26. märts 2022.

Volatiilsusindeks (VIX). Economy-Pedia. Kättesaadav: <https://et.economy-pedia.com/1032896-volatility-index-vix>, 24. märts 2022.

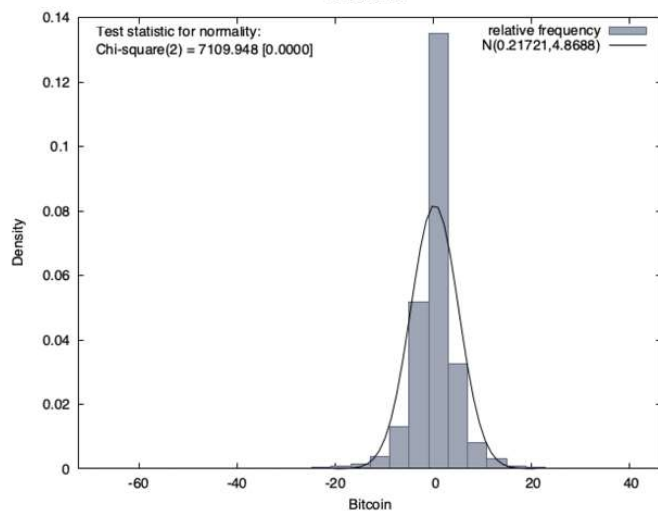
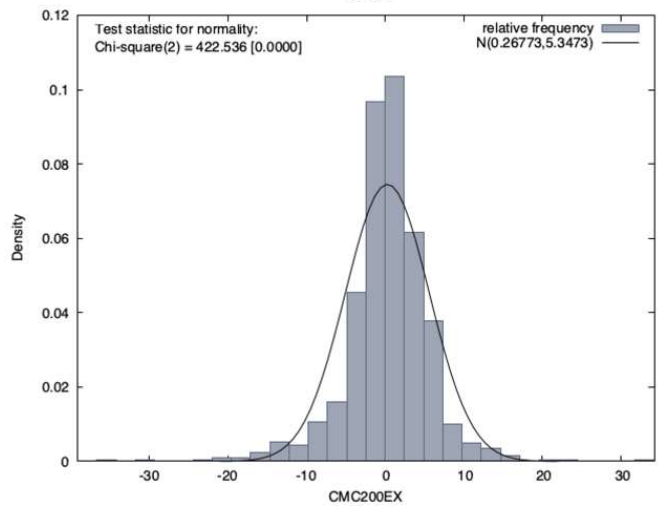
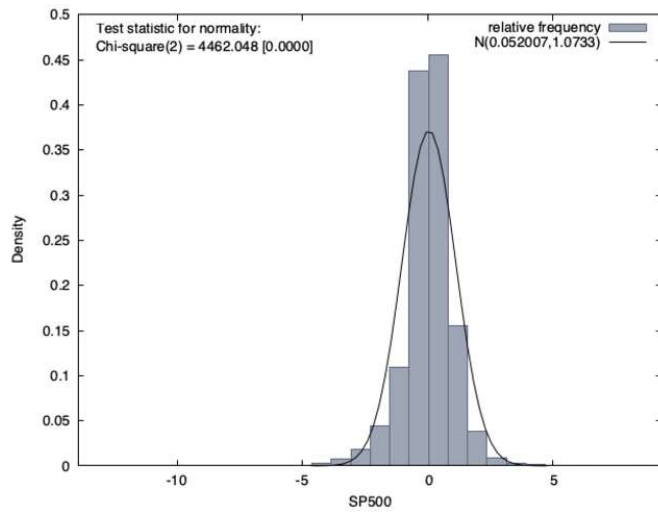
LISAD

Lisa 1. Autokorrelatsiooni testide tulemused

LAG	SP500		CMC200EX		Bitcoin	
	Q-stat	p-value	Q-stat	p-value	Q-stat	p-value
1	53,0067	0	0,4973	0,481	4,2804	0,039
2	69,0250	0	4,0055	0,134	9,4325	0,009
3	69,7794	0	4,1194	0,248	9,8598	0,020
4	82,1996	0	4,1194	0,379	12,4811	0,014
5	85,6270	0	4,3074	0,505	16,5095	0,006
6	118,3865	0	4,3074	0,634	17,0764	0,009
7	181,3848	0	4,9895	0,660	17,1935	0,016
8	232,0899	0	5,2132	0,733	17,6363	0,024
9	266,4091	0	5,2625	0,810	19,9472	0,018
10	270,8947	0	5,5637	0,849	22,5210	0,013
11	270,9116	0	5,9199	0,878	37,3700	0
12	274,3488	0	5,9920	0,916	38,8078	0
13	289,6299	0	6,0075	0,945	39,0866	0
14	298,8365	0	7,4705	0,915	39,4210	0
15	321,5322	0	7,8014	0,931	39,4790	0,001
16	337,6688	0	7,9047	0,951	46,5867	0
17	338,7945	0	8,1036	0,964	59,1518	0
18	339,2793	0	9,0484	0,958	60,7113	0
19	339,3096	0	9,1825	0,970	61,5743	0
20	341,9562	0	10,7811	0,951	68,3798	0
21	346,3014	0	10,7893	0,966	68,8684	0
22	364,1919	0	11,7970	0,961	73,1206	0
23	364,6814	0	11,9628	0,971	74,2168	0
24	364,8796	0	12,6630	0,971	74,8152	0
25	366,7133	0	12,8566	0,978	75,2452	0
26	369,2317	0	13,4800	0,979	76,2465	0
27	372,1830	0	13,7737	0,983	77,0776	0
28	372,2301	0	14,6002	0,982	77,8438	0
29	372,5601	0	14,7362	0,987	78,3256	0
30	373,4879	0			78,3992	0
31	378,9255	0			81,4856	0
32	379,3618	0			82,9139	0
33	379,3620	0			85,2413	0
34	379,3622	0			86,6326	0
35					87,2403	0

Allikas: Autori arvutused

Lisa 2. S&P500, CMC200EX ja Bitcoin sagedusjaotus



Allikas: Autori arvutused

Lisa 3. ARMA mudeli valimine

S&P500

p,q	AIC	BIC	HQC
ARMA (0,0)	7969,8365	7981,6192	7974,0996
ARMA (0,1)	7924,5814	7942,2554	7930,976
ARMA (0,2)	7910,9887	7934,554	7919,5148
ARMA (1,0)	7918,3251	7935,9991	7924,7197
ARMA (1,1)	7913,9155	7937,4809	7922,4417
ARMA (1,2)	7908,5609	7938,0175	7919,2185
ARMA (2,0)	7911,1018	7934,6672	7919,628
ARMA (2,1)	7913,0987	7942,5554	7923,7564
ARMA (2,2)	7806,1252*	7841,4731*	7818,9143*

CMC200EX

p,q	AIC	BIC	HQC
ARMA (0,0)	5228,2412*	5237,7175*	5231,8723*
ARMA (0,1)	5229,8017	5244,0162	5235,2484
ARMA (0,2)	5228,27	5247,2226	5235,5322
ARMA (1,0)	5229,7457	5243,9601	5235,1924
ARMA (1,1)	5230,0777	5249,0303	5237,34
ARMA (1,2)	5230,2005	5253,8912	5239,2783
ARMA (2,0)	5228,3085	5247,2611	5235,5707
ARMA (2,1)	5230,2641	5253,9549	5239,342
ARMA (2,2)	5232,175	5260,6039	5243,0684

Bitcoin

p,q	AIC	BIC	HQC
ARMA (0,0)	23110,7233	23123,2344*	23115,1668
ARMA (0,1)	23108,1029	23126,8696	23114,7682
ARMA (0,2)	23105,4466	23130,4688	23114,3337
ARMA (1,0)	23108,4428	23127,2095	23115,1081
ARMA (1,1)	23108,2162	23133,2385	23117,1033
ARMA (1,2)	23107,104	23138,3818	23118,2128
ARMA (2,0)	23104,9623	23129,9846	23113,8494
ARMA (2,1)	23106,8485	23138,1264	23117,9574
ARMA (2,2)	23090,3639*	23127,8973	23103,6945*

Allikas: Autori arvutused

Lisa 4. ARMA mudelite autokorrelatsiooni testi tulemused

LAG	SP500 – ARMA (2,2)		CMC200EX – ARMA (0,0)		Bitcoin – ARMA (2,2)	
	Q-stat	p-value	Q-stat	p-value	Q-stat	p-value
1			0,4973	0,481		
2			4,0055	0,135		
3			4,1194	0,249		
4			4,1915	0,381		
5	13,7703	0,000	4,3074	0,506	1,8638	0,172
6	14,0264	0,001	4,3074	0,635	2,0166	0,365
7	16,4142	0,001	4,9895	0,661	2,9211	0,404
8	18,0439	0,001	5,2132	0,735	3,6771	0,451
9	20,5853	0,001	5,2625	0,811	5,0904	0,405
10	20,7488	0,002	5,5637	0,850	5,3832	0,496
11	20,7662	0,004	5,9199	0,879	12,5116	0,085
12	20,7849	0,008	5,9920	0,916	14,0735	0,080
13	21,5567	0,010	6,0075	0,946	14,5170	0,105
14	22,7569	0,012	7,4705	0,915	14,7726	0,141
15	23,6680	0,014	7,8014	0,931	14,8160	0,191
16	24,3179	0,018	7,9047	0,952	17,8205	0,121
17	26,3813	0,015	8,1036	0,964	26,2793	0,016
18	30,5378	0,006	9,0484	0,959	26,8787	0,020
19	30,7169	0,010	9,1825	0,970	30,6095	0,010
20	31,0913	0,013	10,7811	0,952	40,9748	0,001
21	31,2722	0,019	10,7893	0,967	41,6695	0,001
22	38,9756	0,003	11,7970	0,961	43,6433	0,001
23	40,4501	0,003	11,9628	0,971	45,7514	0,001
24	41,3930	0,003	12,6630	0,971	46,1401	0,001
25	48,1828	0,001	12,8566	0,978	46,1895	0,001
26	50,0724	0,001	13,4800	0,979	47,7425	0,001
27	53,8182	0,000	13,7737	0,983	48,4342	0,001
28	54,1387	0,000	14,6002	0,982	48,8856	0,002
29	54,1392	0,001	14,7362	0,987	49,3130	0,003
30	54,2432	0,001			49,3186	0,004
31	58,3740	0,000			53,3046	0,002
32	60,1920	0,000			54,4014	0,002
33	60,2899	0,001			56,4165	0,002
34	60,3429	0,001			57,5082	0,002
35					58,0215	0,002

Allikas: Autori arvutused

Lisa 5. S&P500 GARCH tüüpi mudelite analüüs

p,q	AIC	BIC	HQC
GARCH(1,1)	6566,29776	6589,86308	6574,82388
	coeff		p-value
	α_0	0,0444215	$1,63*10^{-06}$ ***
	α_1	0,202878	$1,10*10^{-12}$ ***
	β_1	0,75604	$1,73*10^{-179}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
EGARCH(1,1)	6462,58505	6492,0417	6473,24269
	coeff		p-value
	α_0	-0,233315	$7,93*10^{-10}$ ***
	α_1	0,275114	$2,96*10^{-08}$ ***
	γ	-0,175421	$3,64*10^{-11}$ ***
	β_1	0,940018	0,0000 ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(1,1)	6484,43941	6513,89607	6495,09706
	coeff		p-value
	α_0	0,04305	$1,79*10^{-07}$ ***
	α_1	0,0628835	0,0927 *
	γ	0,273985	$1,20*10^{-07}$ ***
	β_1	0,762616	$2,10*10^{-146}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(1,2)	6487,82708	6529,06639	6502,74778
	coeff		p-value
	α_0	0,0449562	$2,61*10^{-06}$ ***
	α_1	0,0655896	0,0980 *
	α_2	0,00026501	0,935
	γ_1	0,241113	0,0021 ***
	γ_2	0,0423206	0,5562
	β_1	0,753388	$5,50*10^{-98}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(2,1)	6486,12937	6521,47735	6498,91855
	coeff		p-value
	α_0	0,0409702	$9,05*10^{-06}$ ***
	α_1	0,0605359	0,0906 *
	γ	0,256901	$3,38*10^{-05}$ ***
	β_1	0,839832	$2,42*10^{-06}$ ***
	β_2	-0,0645387	0,6607

Lisa 5 järg

p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(2,2)	6479,39683	6526,52747	6496,44906
	coeff		p-value
	α_0	0,0823111	$2,06 \cdot 10^{-08}$ ***
	α_1	0,0671877	0,1339
	α_2	0,0444818	0,2618
	γ_1	0,212892	0,0008 ***
	γ_2	0,307951	$7,94 \cdot 10^{-08}$ ***
	β_1	-0,0619466	0,2881
	β_2	0,618168	$6,23e-25$ ***

Allikas: Autori arvutused

Lisa 6. CMC200EX GARCH tüüpi mudelite analüüs

p,q	AIC	BIC	HQC
GARCH(1,1)	5188,3732	5207,32583	5195,6355
	coeff		p-value
	α_0	5,52664	0,0039 ***
	α_1	0,0944253	0,0400 **
	β_1	0,71318	$3,48 \cdot 10^{-26}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
*10GARCH(1,1)	5195,729	5219,41979	5204,80689
	coeff		p-value
	α_0	0,451966	0,0441 **
	α_1	0,199879	0,0062 ***
	γ	-0,0106462	0,8395
	β_1	0,821934	$6,39 \cdot 10^{-39}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(1,1)	5188,6984	5212,38912	5197,77622
	coeff		p-value
	α_0	6,5878	0,0141 **
	α_1	0,0512789	0,346
	γ	0,069609	0,4771
	β_1	0,679174	$5,88 \cdot 10^{-14}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(1,2)	5175,4444	5208,61142	5188,15335
	coeff		p-value
	α_0	10,3513	$1,09 \cdot 10^{-07}$ ***
	α_1	-0,0087514	0,6841
	α_2	0,171046	0,0004 ***
	γ_1	-0,00034546	0,9916
	γ_2	-0,00961329	0,8589
	β_1	0,479154	$1,34 \cdot 10^{-08}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(2,1)	5182,3845	5210,81343	5193,27794
	coeff		p-value
	α_0	4,97641	0,0820 *
	α_1	0,0536315	0,1715
	γ	0,0194259	0,7562
	β_1	1,23504	$4,58 \cdot 10^{-08}$ ***
	β_2	-0,475704	0,0001 ***

Lisa 6 järg

p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(2,2)	5175,0345	5212,9397	5189,55906

	coeff	p-value
α_0	9,00071	0,0003 ***
α_1	-0,00903503	0,5256
α_2	0,139705	0,0421 **
γ_1	0,00817739	0,8064
γ_2	-0,0217142	0,8143
β_1	0,90422	$9,42 \cdot 10^{-08}$ ***
β_2	-0,345523	0,0028 ***

Allikas: Autori arvutused

Lisa 7. Bitcoin GARCH tüüpi mudelite analüüs

p,q	AIC	BIC	HQC
GARCH(1,1)	21507,8855	21532,9078	21516,77258
	coeff		p-value
	α_0	0,644945	0,0041 ***
	α_1	0,157485	$3,01 \cdot 10^{-06}$ ***
	β_1	0,831383	$1,77 \cdot 10^{-229}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
*10GARCH(1,1)	21510,1405	21541,4184	21521,24939
	coeff		p-value
	α_0	-0,0539797	0,1324
	α_1	0,267862	$1,47 \cdot 10^{-10}$
	γ	-0,0274934	0,242
	β_1	0,955515	0
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(1,1)	21503,6666	21534,9444	21514,77547
	coeff		p-value
	α_0	0,667123	0,0043 ***
	α_1	0,138084	$6,38 \cdot 10^{-08}$ ***
	γ	0,0417185	0,3765
	β_1	0,828648	$4,80 \cdot 10^{-213}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(1,2)	21501,3518	21545,1408	21516,90422
	coeff		p-value
	α_0	0,591299	0,0166 **
	α_1	0,127357	$3,91 \cdot 10^{-06}$ ***
	α_2	-0,00156197	0,8885
	γ_1	0,126188	0,1613
	γ_2	-0,0896809	0,4083
	β_1	0,844985	$9,95 \cdot 10^{-117}$ ***
p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(2,1)	21503,5579	21541,0913	21516,88855
	coeff		p-value
	α_0	0,756757	0,0048 ***
	α_1	0,155261	$1,05 \cdot 10^{-06}$ ***
	γ	0,0509728	0,323
	β_1	0,647443	$5,69 \cdot 10^{-06}$ ***
	β_2	0,157413	0,2221

Lisa 7 järg

p,q	AIC	BIC	HQC
GJR(2,2)	21492,7614	21542,8059	21510,53557
	coeff		p-value
α_0	1,26426	0,0045 ***	
α_1	0,122145	0,0010 ***	
α_2	0,16042	0,0006 ***	
γ_1	0,0228392	0,5891	
γ_2	0,0419728	0,6121	
β_1	-0,0517037	0,313	
β_2	0,718103	$2,41 \cdot 10^{-35}$ ***	

Allikas: Autori arvutused

Lisa 8. Lihtlitsents

Lihlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks¹

Mina Kristina Golub

1. Annan Tallinna Tehnikaülikoolile tasuta loa (lihlitsentsi) enda loodud teose

Aksia- ja krüptoturgude volatiilsuse modelleerimine tuginedes GARCH tüüpi mudelitele, mille juhendaja on Kristjan Liivamägi,

1.1 reprodutseerimiseks lõputöö säilitamise ja elektroonse avaldamise eesmärgil, sh Tallinna Tehnikaülikooli raamatukogu digikogusse lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;

1.2 üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tallinna Tehnikaülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas Tallinna Tehnikaülikooli raamatukogu digikogu kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. Olen teadlik, et käesoleva lihlitsentsi punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. Kinnitan, et lihlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest ning muudest õigusaktidest tulenevaid õigusi.

12.05.2022

¹ Lihlitsents ei kehti juurdepääsupiirangu kehtivuse ajal vastavalt üliõpilase taotlusele lõputööle juurdepääsupiirangu kehtestamiseks, mis on allkirjastatud teaduskonna dekaani poolt, välja arvatud ülikooli õigus lõputööd reprodutseerida üksnes säilitamise eesmärgil. Kui lõputöö on loomud kaks või enam isikut oma ühise loomingulise tegevusega ning lõputöö kaas- või ühisautor(id) ei ole andnud lõputööd kaitsvale üliõpilasele kindlaksmääratud tähtajaks nõusolekut lõputöö reprodutseerimiseks ja avalikustamiseks vastavalt lihlitsentsi punktidele 1.1. ja 1.2, siis lihlitsents nimetatud tähtaja jooksul ei kehti.