TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 96 1957

И. А. КИЙСС.

К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ БЕТОНА

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН, 1957

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 96 1957

И. А. КИЙСС

К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ БЕТОНА

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
1957

К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ БЕТОНА

В настоящей статье делается попытка найти основы новой расчетной теории, которые по сравнению с существующими теориями позволили бы несколько лучше учитывать деформативные свойства бетона и избегать математических сложностей. Применение этих основ рассматривается подробнее при расчете напряженного состояния железобетонных балок постоянного сечения и статически неопределимых стержневых систем.

I ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ

1. Основные понятия

Ползучестью бетона называется увеличение его деформации в течение времени при неизменном напряжении бетона.

Релаксацией бетона называется уменьшение его напряжения в течение времени, без изменения деформации бетона.

Ползучесть и релаксация являются различными видами проявления деформативных свойств бетона. Расчетная теория, базирующаяся на явлении ползучести, называется теорией ползучести, а теория основанная на явлении релаксации теорией релаксации. По форме обе теории являются аналогичными и их можно рассматривать совместно, как единую теорию — теорию последействия.

В предлагаемой теории последействия приняты следующие понятия:

фактор — напряжение или сила — по теории ползучести; деформация или перемещение — по теории релаксации;

действие — деформация или перемещение — по теории ползучести; напряжение или сила — по теории релаксации;

виды действия:

у д е л ь н о е д е й с т в и е — действие единичного фактора;

м г н о в е н н о е д е й с т в и е — действие фактора, возникающее в момент изменения фактора;

п о с л е д е й с т в и е — действие фактора, присоединяющееся в течение времени к мгновенному действию при постоянном факторе;

к р и в а я д е й с т в и я — график удельного действия.

2. Общие методы решения

Связь между изменяющим фактором и его действием

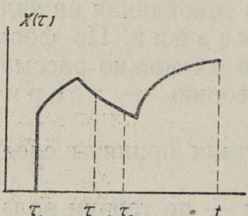
В основу теории последействия, развитой в настоящей статье, положены следующие предпосылки:

а) бетон ведет себя как однородный и изотропный материал;

б) изменения деформативных свойств бетона в коротком промежутке времени (τ_{g-1}, τ_g) не зависят от изменений фактора, совершающихся в том же самом промежутке (фиг. 1).

Исходя из этих основных предположений, можно получить общую зависимость между изменяющим фактором $X(\tau)$ и действием его:

$$Y(t)=K_0(t,\tau_0)\cdot S_0[t,\tau_0,X(\tau_0)]+\sum_{g=1}^{h}\int\limits_{\tau=\tau_{g-1}}^{\tau=\tau_g}K_g(t,\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}S_g[t,\tau,X(\tau)]\,d\tau\ , \qquad (1)$$



Фиг. 1.

где t — момент времени, для которого определяется действие; τ — момент времени изменения фактора $(\tau \leqslant t)$; $S[t,\tau,X(\tau)]$ — фактор-функция (если $|X(\tau)|=1$, то $|S|=1$); $K(t,\tau)$ — удельное действие; индекс «о» обозначает соответствие к начальному моменту τ_0 (фиг. 1).

Функции $K_g(t,\tau)$ и $S_g[t,\tau,X(\tau)]$ действуют в случае, если фактор $X(\tau)$ в промежутке (τ_{g-1}, τ_g) безпрерывно либо увеличивается, либо уменьшается. $K_g(t,\tau)$ и $S_g[t,\tau,X(\tau)]$ при увеличении и уменьшении фактора будут различными; они действуют только при $\tau_{g-1}<\tau<\tau_g$ и соответствуют известным величинам фактора вплоть до момента времени τ_{g-1} (фиг. 1).

Задачи, где фактор $X(\tau)$ известная функция

Если фактор $X(\tau)$ известная функция, то действие его $Y(t)$ можно легко найти из (1) при помощи прямого интегрирования. В зависимости от того, является ли фактором перемещение (деформация) или сила (напряжение), следует применять в расчете либо теорию ползучести либо теорию релаксации.

Как видно, в ряде случаев определение напряжений от усадки бетона, осадки опор, изменений температурного режима и т. д. является достаточно простым.

Задачи, где факторы являются неизвестными функциями

По данным литературы [1, 4, 3] нелинейная зависимость между напряжением и деформацией вытекает только из деформации ползучести. Разделим целый наблюдаемый промежуток времени (τ_0, T) на части (τ_{g-1}, τ_g), в пределах которых можно допустить существование линейной зависимости между фактором и его действием, т. е.

$$S_g[t,\tau,X(\tau)]\approx X(t).$$

В данном случае можно определить неизвестные факторы из системы линейных интегральных уравнений (2):

$$\sum_{k=1}^{n}\Big[K_0(t,\tau_0)_{ik}\cdot X(\tau_0)_k+\sum_{g=1}^{h}\int\limits_{\tau=\tau_{g-1}}^{\tau_g}K_g(t,\tau)_{ik}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}X(\tau)_k\,d\tau\Big]=Y(t)_i\,, \tag{2}$$

$$(i=1,2,\ldots,n).$$

Система уравнений (2) выражает непрерывность деформаций по теории ползучести и условие равновесия по теории релаксации.

Уравнения (2) можно решить постепенно.[1]) Например, если известны величины факторов $X_0(\tau)_k$, $X_1(\tau)_k, \ldots$, $X_{g-1}(\tau)_k$, которые соответствуют начальному моменту τ_0 и промежуткам времени (τ_0, τ_1), $(\tau_1, \tau_2), \ldots$, (τ_{g-2}, τ_{g-1}), то величины факторов $X_g(\tau)_k$ следующего промежутка (τ_{g-1}, τ_g) можно найти из системы уравнения (3):

$$\sum_{k=1}^{n}[K_0(t,\tau_0)_{ik}\cdot X_0(\tau_0)_k+\sum_{f=1}^{f=g-1}\int\limits_{\tau=\tau_{f-1}}^{\tau_f}K_f(t,\tau)_{ik}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}X_f(\tau)_k\,d\tau+$$

$$+\int\limits_{\tau_{g-1}}^{\tau_g}K_g(t,\tau)_{ik}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}X_g(\tau)_k\,d\tau]=Y(t)_i\,, \tag{3}$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,n).$$

Систему (3) можно представить в следующем т. н. нормальном виде:

$$\sum_{k=1}^{n}[K_g(t,\tau_{g-1})_{ik}\cdot X_g(\tau_{g-1})_k+\int\limits_{\tau=\tau_{g-1}}^{\tau_g}K_g(t,\tau)_{ik}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}X_g(\tau)_k\cdot d\tau]=F_g(t)_i\,,$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,n), \tag{4}$$

где

$$-\sum_{k=1}^{n}[K_0(t,\tau_0)_{ik}\cdot X_0(\tau_0)_k+\sum_{f=1}^{f=g-1}\int\limits_{\tau=\tau_{f-1}}^{\tau_f}K_f(t,\tau)_{ik}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}X_f(\tau)_k\cdot d\tau+$$

$$-K_g(t,\tau_{g-1})_{ik}\cdot X_g(\tau_{g-1})_k]+Y(t)_i=F_g(t)_i\,.$$

Функции $F_g(t)_i$ известны, так как факторы $X_f(\tau)_k$ уже определены.

Отсюда следует, что решение многих задач не представ-

---

[1]) См. тоже [2].

ляет теоретических затруднений, если сумеем решить элементарную задачу, которая дается системой (5):

$$\sum_{k=1}^{n}\left[K(t,\tau_0)_{ik}\cdot X(\tau_0)_k+\int_{\tau=\tau_0}^{t}K(t,\tau)_{ik}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}X(\tau)_k\,d\tau\right]=F(t)_i\ ,$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,n),\ (5)$$

где τ_0 — начальный момент элементарной задачи и t — произвольно выбранный момент времени, для которого определяется действие.

Систему интегральных уравнений (5) можно привести к системе линейных алгебраических уравнений, при предположении

$$X(\tau)_k=X(\tau_0)_k\left[1+\sum_{l=1}^{m}a_{lk}\cdot u(\tau)_{lk}\right],$$

где функции $u(\tau)_{lk}$ известны, а постоянные a_{lk} не известны.

Функции $K(t,\tau)_{ik}$ и $F(t)_i$ обыкновенно имеют ассимптотический характер. Поэтому является целесообразным выразить функции $u(\tau)_{lk}$ в следующем виде:

$$u(\tau)_{lk}=u[v(\tau)]_{lk}\ ,$$

где

$$v(\tau)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{K(\tau,\tau_0)_{ii}-K(\tau_0,\tau_0)_{ii}}{K(\tau_0,\tau_0)_{ii}}$$

Из однопараметрических функциональных видов фактора подходящими являются следующие:

$$X(\tau)_k=X(\tau_0)_k\cdot[1+a_k\cdot v(\tau)]\ ,$$

и

$$X(\tau)_k=X(\tau_0)_k\cdot\left[1+a_k\frac{v(\tau)}{1+v(\tau)}\right].\qquad(6)$$

Применяя приближенные функции (6), можно получить удовлетворительные результаты (погрешность $\Delta \leqslant 5\%$), если $v(\tau) < 0{,}5$.

Точность найденных факторов $X(\tau)_k$ характеризуется функциями

$$\Delta F_g(t)_i = F_g(t)_i - \sum_{k=1}^{n} \Big[K_g(t, \tau_{g-1})_{ik} \cdot X_g(\tau_{g-1})_k + \int\limits_{\tau=\tau_{g-1}}^{\tau_g} K_g(t,\tau)_{ik} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} X_g(\tau)_k \, d\tau \Big],$$

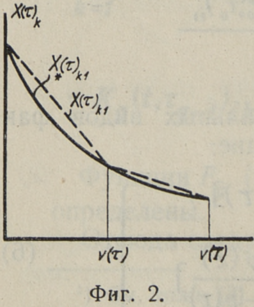
$$(i = 1, 2, \ldots, n).$$

Если факторы $X(\tau)_k$ выражены через точные функции, то

$$\Delta F_g(t)_i = 0.$$

Результаты, получаемые изложенным методом, могут быть рассмотрены как первые приближения. Пусть функции $K(t, \tau)_{ik}$ и $Y(t)_i$ будут непрерывны во всем рассматриваемом промежутке времени (τ_0, T). В этом случае факторы $X(\tau)_k$ будут тоже непрерывными функциями. Но первые приближения факторов $X(\tau)_{k1}$ имеют разрывы в концах частичных промежутков времени, которые были применены при решении элементарных задач (см. формула (5). Поэтому при определении второго приближения фактора $X(\tau)_{k2}$ является целесообразным предположить, что

$$X(\tau)_{k2} = X(\tau_0)_k \Big[1 + a_k \frac{X_*(\tau)_{k1} - X(\tau_0)_k}{X(\tau_0)_k} \Big],$$



Фиг. 2.

где: τ_0 — начальный момент частичного промежутка времени, отвечающий элементарной задаче (формула (5));

$X_*(\tau)_{k1}$ — на основе функции $X(\tau)_{k1}$ выбранная, непрерывная функция,

$$X_*(\tau)_{k1} \approx X(\tau)_{k1}$$

(см. фиг. 2);

a_k — искомая постоянная.

Большой практический интерес представляют задачи с одним неизвестным фактором. Для этого вида задач можно вывести расчетные формулы, применяемые также при значении $v(\tau) > 0{,}5$. Вывод указанных формул рассматривается ниже.

3. Задача с одним неизвестным фактором

Неизвестный фактор определяется из следующего интегрального уравнения:

$$K(t,\tau_0)\cdot X(\tau_0) + \int\limits_{\tau=\tau_0}^{t} K(t,\tau)\cdot \frac{\partial}{\partial \tau} X(\tau)\cdot d\tau = F(t) \qquad (7)$$

Если $F(t) = F(\tau_0) = const$ и решение уравнения (7) $X(t) = X(t)_*$ известно, тогда решение уравнения (7) в общем случае (т. е. в случае когда $F(t) \neq const$) можно легко найти при помощи следующего приема.

Фактор $X(t)_*$, можно рассмотреть как функцию начального момента времени τ_0, т. е. при $\tau_0 \to \tau$

$$X(t)_* = X(t,\tau)_* \; .$$

Из структуры уравнения (7) следует, что величина $X(t)_* : F(\tau_0)$ является удельным действием нового фактора $F(\tau)$ и решение уравнения (7) (в случае когда $F(t) \neq$ $\neq$ const) можно найти из выражения (7а):

$$X(t) = X(t,\tau_0)_* + \int\limits_{\tau=\tau_0}^{t} \frac{X(t,\tau)_*}{F(\tau_0)} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} F(\tau)\, d\tau \; . \qquad (7a)$$

Здесь $X(t,\tau)_*$ — решение уравнения

$$F(\tau_0)=X(\tau,\tau)_*\cdot K(t,\tau)+\int\limits_{\tau_1=\tau}^{\tau_1=t} K(t,\tau_1)\cdot\frac{\partial}{\partial\tau_1}X(\tau_1,\tau)_*\,d\tau_1\,, \quad (7б)$$

где

$$\tau\leqslant\tau_1\leqslant t\,.$$

Чтобы получить практически применимые расчетные формулы, следует выбрать подходящие приближенные функции $F(t)$ и $K(t,\tau)$. При этом оказывается целесообразным исходить из следующих условий:

1.

$$X_m\cdot[K(\tau_0)+k(t,\tau_0)]+F(t)-F(\tau_0)\approx$$

$$\approx S^*(t,\tau,X_m)\cdot[K^*(\tau_0)+k^*(t,\tau_0)]+F^*(t)-F^*(\tau_0)\,, \quad (8a)$$

где * обозначает точные функции, $K(\tau)=K(\tau,\tau)$

$$k(t,\tau)=K(t,\tau)-K(\tau)$$

и

$$X_m\approx\frac{X^*(\tau_0)+X^*(t)}{2}\,.$$

Условие (8a) следует применить для промежутка $(\tau_0+\Delta t,\ T)$, где Δt интервал времени, в течение которого свойства бетона практически не изменяются и $T=\max\ t$.

2. $\Delta X=\Delta X^*$, (8b)

где ΔX изменение фактора в промежутке времени $(\tau_0,\ T)$, если действие его остается постоянным, т. е. $Y(t)=\text{const}$. Это условие является неприменимым в теории ползучести, если фактор увеличивается, и в теории релаксации, если фактор уменьшается.

3. $$\frac{K(\tau_0+\Delta t_1,\ \tau_0)}{K(T,T-\Delta t_2)} \approx \frac{K(\tau_0+\Delta t_1,\tau_0)^*}{K(T,T-\Delta t_2)^*}. \tag{8c}$$

где Δt_1 и Δt_2 промежутки времени, в течение которых свойства бетона практически не изменяются.

Предлагаемые методы решения базируются на двух видах кривых действия:

а) параллельные кривые действия,

б) непараллельные кривые действия.

Оба вида кривых можно применять как в теории ползучести, так и в теории релаксации; как при увеличении, так и при уменьшении напряжения. Но метод непараллельных кривых дает обыкновенно более точные результаты (за исключением отдельных случаев в теории ползучести, когда напряжения бетона уменьшаются).

Метод параллельных кривых действия. [2])

В данном случае предполагается, что

$$K(t,\tau)=K(\tau)+k(t,\tau_0)-k(\tau,\tau_0)$$

где $k(\tau_0,\tau_0)=0$ и $K(\tau)=K(\tau,\tau)$. На этой основе можно получить из интегрального уравнения (7):

$$X(k)=e^{-\int\frac{dk}{K_*(k)}}\left[\int\frac{\frac{d}{dk}F_*(k)}{K_*(k)}\,e^{\int\frac{dk}{K_*(k)}}\,dk+C\right], \tag{9}$$

где

$$k=k(t,\ \tau_0)\ \text{ и }\ K_*(k)=K_*[k(t,\ \tau_0)]=K(t)$$

и

$$F_*(k)=F(t).$$

а) Если $K_*(k)=K_0+ak$ и $F_*(k)=b_0+b_1k+b_2k^2$, где K_0, a, b_0, b_1 и b_2 постоянные, определяемые из условий (8), то из формулы (9) следует:

$$X(k)=X_0\cdot f(k)+b_1[1-f(k)]+\frac{2b_2}{1+a}\{k-K_0[1-f(k)]\}. \tag{10}$$

---

[2]) См. тоже [6].

Здесь

$$f(k)=\left[\frac{K_0}{K_*(k)}\right]^{\frac{1}{a}}$$

и

$$X_0=X(\tau_0).$$

Если $a=0$, то $f(k)=e^{-\frac{k}{K_0}}$.

б) Если $K_*(k)=K_0+a_1[1-e^{a_2 k}]$ и $F(k)=b$, где K_0, a_1, a_2 и b постоянные, определяемые из условий (8), то из формулы (9) следует:

$$X(k)=X_0\left[\frac{K_0}{K_*(k)}\right]^{\frac{1}{a\,a_2}}\cdot e^{\frac{k}{a}}, \qquad a=-(K_0+a_1). \quad (11)$$

Параллельные кривые действия являются наиболее подходящими, если $k(t, \tau)$ выражает последеформацию бетона при уменьшении напряжения бетона. Причиной является здесь обстоятельство, что деформацию упругого последействия можно почти всегда учитывать как мгновенное действие.

В данном случае

$$K(t,\tau)=\frac{1}{E(\tau)}+c(t,\tau_0)-c(\tau,\tau_0) \;,$$

где $c(t, \tau_0)$ удельная последеформация при увеличении напряжения (или мер ползучести [1]), и $E(\tau)$ модуль упругости.

$$\frac{1}{E(\tau)}\approx\frac{1}{E_1(\tau)}+\frac{1}{E_2(T,\tau)} \;,$$

где $E_1(\tau)$ — модуль упруго-мгновенной деформации, и $E_2(T,\tau)$ — модуль упругой последеформации (последействия).

Метод непараллельных кривых действия.

Оказалось целесообразным применить следующее выражение для удельного действия:

$$K(t, \tau)=K_0+a\left[1-\frac{s(\tau)}{s(t)}\right], \quad (12)$$

где K_0 и a константы и s некоторая известная функция времени.

Если

$$F(t) = \sum_{i=0}^{i=n} b_i s^i, \tag{13}$$

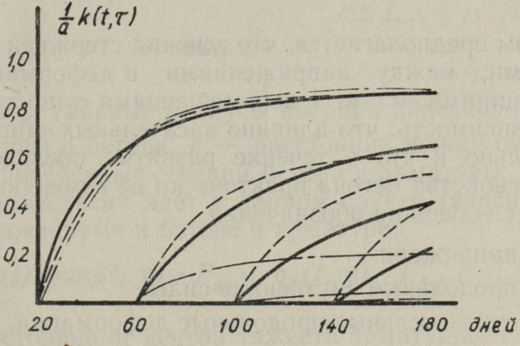
где b_1 констант и $s = s(t)$, то из выражений (7, 12, 13) получим

$$X(s) = \frac{X_0}{K_0 + a}\left[K_0 + a\left(\frac{s_0}{s}\right)^A\right] + $$

$$+ \frac{1}{K_0}\sum_{i=1}^{n} b_i \frac{1+i}{A+i}\left[1 - \left(\frac{s_0}{s}\right)^{A+i}\right] s^i, \tag{14}$$

где

$$A = \frac{K_0 + a}{K_0} \quad \text{и} \quad s_0 = s(\tau_0)$$



Фиг. 3.

Примеры кривых последеформации (ползучести):

— — — теория упруго-ползучего тела [1]:

$$k(t, \tau) = a\left(0{,}5 + \frac{7{,}3}{\tau}\right)\left[1 - e^{-0{,}036\,(t-\tau)}\right],$$

— · — метод параллельных кривых:

$$k(t, \tau) = a \cdot 0{,}87\left[e^{-0{,}036\,(\tau-\tau_0)} - e^{-0{,}036\,(t-\tau_0)}\right],$$

——— метод непараллельных кривых:

$$k(t, \tau) = a\left(1 - \frac{\tau}{t}\right).$$

Для применения предложенных основ теории последействия необходимо определить функции $K(t, \tau)$ и $F(t)$, которые зависят от деформативных свойств материалов и от геометрических размеров конструкции. В следующей части рассматривается определение функции $K(t, \tau)$ и $F(t)$ для некоторых практически важных случаев.

II. РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК И СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Ниже рассматриваются случаи, когда стержни имеют одну продольную плоскость симметрии и внешние силы лежат в этой же плоскости, трещины отсутствуют, арматура не может сдвигаться в бетоне, величина расчетных нагрузок не превышает эксплуатационных, и время наблюдения длиннее периода развития последеформации в арматуре.

При этом предполагается, что сечения стержней остаются плоскими, между напряжениями и деформациями и между внешними силами и перемещениями существует линейная зависимость; что влияние касательных напряжений незначительно и что в течение развития последствия в арматуре свойства бетона практически не изменяются.

Введем следующие обозначения:

$\sigma_а$, $\sigma_б$ — напряжения,
$N_а$, $N_б$ — продольные внутренние силы,
$\varepsilon_а$, $\varepsilon_б$ — относительные продольные деформации,
$F_а$, $F_б$ — площади поперечных сечений,
$I_а$, $I_б$ — главные моменты инерции поперечных сечений.

Здесь, а также в дальнейшем, индексы *а* и *б* обозначают арматуру и бетон.

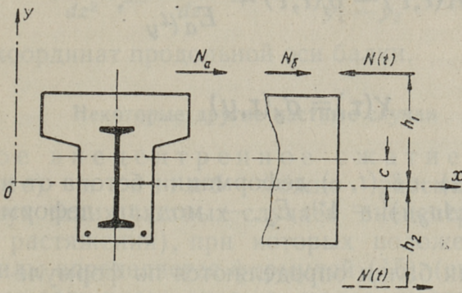
1. Железобетонная балка

Частные случаи внецентренного сжатия (или растяжения), когда внутренние продольные силы в бетоне и арматуре находятся на одной прямой линии

Внецентренная внешняя продольная сила $N(t)$ и внутренние силы $N_а$ и $N_б$ (фиг. 4) находятся на одной прямой линии, если расстояние силы $N(t)$ от центра тяжести поперечного сечения арматуры равняется:

$$h_{1,2} = -\frac{i_a^2 - i_б^2 - c^2}{2c} \pm \sqrt{\left(\frac{i_a^2 - i_б^2 - c^2}{2c}\right)^2 + i_a^2} \qquad (15)$$

(см. тоже [5]).



Фиг. 4.

Здесь i_a и $i_б$ главные радиусы инерции поперечного сечения арматуры и бетона; c — расстояние между центрами тяжести поперечных сечений бетона и арматуры.

Условие равновесия дает в данном случае зависимость между напряжениями в бетоне и арматуре:

$$N(t) = \sigma_a(t, y) \cdot F_{ay} + \sigma_б(t, y) \cdot F_{бy}, \qquad (16)$$

где y — расстояние от центра тяжести арматуры, и F_{ay} и $F_{бy}$ — условные площади сечений арматуры и бетона. Последние определяются по следующим формулам:

$$F_{ay} = \frac{F_a}{1 + \frac{hy}{i_a^2}}, \qquad F_{бy} = \frac{F_б}{1 + \frac{(h-c)(y-c)}{i_б^2}},$$

$$\mu_y = \frac{F_{ay}}{F_{бy}}.$$

Определение напряженного состояния по теории ползучести базируется на условии:

$$\varepsilon_б(t, y) = \varepsilon_a(t, y). \qquad (17)$$

На основе выражений (1 ,16, 17) можно получить уравнение (7), где

$$\left.\begin{aligned} F(t) &= \frac{1}{E_a \cdot F_{ay}} \cdot N(t) + \sigma_б(\tau_0, y) \cdot [\delta_1(t\ \tau_0) - \delta_0(t, \tau_0)] \\ K(t,\tau) &= \delta_1(t,\tau) + \frac{1}{E_a \cdot \mu_y}\ , \\ X(\tau) &= \sigma_б(\tau, y) \end{aligned}\right\} \quad (18a)$$

Здесь $\delta_0(t, \tau)$ и $\delta_1(t, \tau)$ деформации бетона от изменения напряжения $|\Delta\sigma_б \tau)| = 1$*); E_a — модуль деформации арматуры.

Деформации балки определяются по формуле (18b):

$$\varepsilon_б(t, y) = \varepsilon_a(t, y) = \frac{1}{E_a}\left[\frac{N(t)}{F_{ay}} - \frac{\sigma_б(t, y)}{\mu_y}\right]. \quad (18b)$$

П о т е о р и и р е л а к с а ц и и определение напряженного состояния базируется на условии равновесия:

$$N(t) = N_a(t) + N_б(t).$$

На основе выражений (1, 17, 16) получается уравнение (7), где

$$\left.\begin{aligned} F(t) &= \frac{1}{F_{бv}} N(t) + \varepsilon(\tau_0, y) \cdot [r_1(t, \tau_0) - r_0(t, \tau_0)]\ , \\ K(t,\tau) &= r_1(t,\tau) + \mu_y \cdot E_a \\ \text{и} \qquad X(\tau) &= \varepsilon(t, y)\ . \end{aligned}\right\} \quad (18c)$$

Здесь $r_0(t, \tau_0)$ и $r_1(t, \tau_0)$ — напряжение бетона от изменения деформации $|\Delta\varepsilon(\tau)| = 1$.

*) Значение индексов такое же как в формуле (1).

Напряжение бетона получается из формулы (18d)

$$\sigma_б(t, y) = \frac{N(t)}{F_{бy}} - \varepsilon(t, y) \cdot E_a \mu_y \tag{18d}$$

Угол поворота $\varphi(t)$ и прогиб $v(t)$ балки определяются по следующей формуле:

$$\frac{d^2v(t)}{dz^2} = \frac{d\,\varphi(t)}{dz} = \frac{\varepsilon(t, y_1) - \varepsilon(t, y_2)}{y_1 - y_2}, \tag{19}$$

где z — координат продольной оси балки.

Некоторые другие частные случаи

Любое внецентренное сжатие (или растяжение) и изгиб можно рассматривать как сумму двух таких частных случаев внецентренного сжатия (или растяжения), при которых положение внецентренной силы определяется формулой (15) (см. [5]).

В случае если расстояние «c» малое, то этот метод обыкновенно оказывается не подходящим. Здесь более целесообразно применять следующий прием. Отделяем часть арматуры с сечением ΔF_a таким образом, чтобы $\Delta J_a \approx 0$ (ΔJ_a — главный момент инерции сечения арматуры ΔF_a), чтобы центры тяжести остального сечения арматуры и бетона совпадали и определяем деформативные свойства полученной условной балки (см. ниже). Потом армируем условную балку как однородную (деформативные свойства которой определены) одиночной арматурой ΔF_a и определяем действительное напряжение состояния балки.

Если расстояние $c=0$, то действие центренной силы определяется по формулам (18), принимая $h_{1,2} = 0$. При определении действия момента $M(t)$ можно применять также формулы (18), заменяя в последней $\lambda = \frac{I_a}{I_б}$ вместо μ_y, $\frac{I_a}{y}$ вместо F_{ay}, $\frac{I_б}{y}$ вместо $F_{бy}$ и $M(t)$ вместо $N(t)$.

Деформация бетона $\varepsilon(t)$ от внутренней силы предварительно напряженной арматуры такое же, как от постоянной внецентренной внешней продольной силы

$$N(t) = N_{a1} = -F_{a1} \cdot \sigma_{a1}.$$

Здесь F_{a1} — площадь сечения предварительно напряженной арматуры и σ_{a1} напряжение, которое получала предварительно напряженная арматура при деформации бетона $\varepsilon_б(\tau_0) = 0$.

Напряжение бетона $\sigma_б(t)$ от усадки бетона такое же, как от внецентренной внешней продольной силы:

$$N(t) = -F_a \cdot E_a \cdot \varepsilon_{бу}(t).$$

Здесь $\varepsilon_{бу}(t)$ относительная деформация свободной усадки бетона. Сила $N(t)$ находится в центре тяжести поперечного сечения арматуры.

2. Статически неопределимые стержневые системы

Напряженное состояние статически неопределимой стержневой системы определяется при помощи системы интегральных уравнений (4), где значения символов по теории ползучести и по теории релаксации различаются.

По теории ползучести фактором $X(\tau)_k$ является статически неопределимая внутренняя сила. Функция $K(t, \tau)_{ik}$ обозначает перемещение в месте i, если в месте k действует фактор $|X(\tau)_k| = 1$. Функция $F(t \quad)_i$ обозначает перемещение в статически определимой основной системе от внешних нагрузок, перемещений опор и т. д. Таким образом при решении системы по теории ползучести следует применять метод сил.

По теории релаксации является фактором $X(\tau)_k$ перемещение системы. Функция $K(t, \tau)_{ik}$ обозначает реактивную силу в месте i, если в месте k действует фактор $|X(\tau)_k| = 1$. Функция $F(t)_i$ обозначает реактивную силу в месте i от внешних нагрузок, перемещений опор и т. д. Таким образом при решении системы по теории релаксации следует применять метод деформации.

Преимуществом теории релаксации является в данном случае то, что она позволяет определять непосредственно перемещения системы и напряжения арматуры, которые обыкновенно являются главной целью расчетов. Кроме того, определение функции $K(t, \tau)_{ik}$ является в данном случае очень простым.

РЕЗЮМЕ

Расчетные теории железобетонных конструкций, базирующиеся на явлениях ползучести и релаксации бетона, можно рассматривать в качестве единой теории последействия. В настоящей работе показано, какие исходные экспериментальные данные являются необходимыми для применения теории последействия. Практический расчет конструкции с учетом этих данных оказывается возможным в тех случаях, когда напряженное состояние констукции определено при помощи системы интегральных уравнений. Эту систему можно решить постепенно по более коротким промежуткам времени. При этом оказывается возможным привести решение системы интегральных уравнений к решению системы линейных алгебраических уравнений. В конструкции, изменение деформаций которой известно, напряженное состояние легко определяется при помощи теории релаксации путем интегрирования. Для решения задач, определяемых одним интегральным уравнением, изложены два метода. Из них метод непараллельных кривых действия дает иногда более простые формулы и имеет более широкий круг применения. Метод параллельных кривых действия является применимым главным образом при апроксимации деформации бетона от уменьшения напряжения. Для определения постоянных, в случае приближенных функций этих методов, в статье изложены практические условия, обеспечивающие необходимую точность расчетов.

Применение основ теории последействия рассматривается при расчете железобетонной балки и статически неопределимой стержневой системы. Для определения напряженного состояния в железобетонной балке изложены два приема решения, при помощи которых легко решаются различные частные случаи. При рассмотрении статически неопределимых стержневых систем выясняется, что теория ползучести требует применения метода сил, а теория релаксации применения метода деформации. Последний имеет некоторые существенные преимущества.

В общем теория ползучести и теория релаксации имеют свои подходящие области применения. Использование этого обстоятельства позволяет упростить и уточнить расчеты.

Литература

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести, 1952.
2. Буданов Н. А. Расчет железобетонных конструкций с учетом ползучести бетона, 1949. (стр. 49).
3. Свечин Н. В. Упруго-пластические свойства цементного камня. Сборник статей «Исследование по технологии бетона», 1950.
4. Улицкий И. И. Ползучесть бетона, 1948.
5. Busemann, Kriechberechnung von Verbundträgern unter Benutzung von zwei Kriechfasern». Bauing. 25 (1950), H. 11.
6. Dischinger Fr. Untersuchungen über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken. «Bauingenieur», H. 33/34, 35/36, 39/40, 1937.

ОГЛАВЛЕНИЕ

И. А. Кийсс

К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ БЕТОНА

Издательство
Таллинского Политехнического Института

*

Редактор: проф., доктор техн. наук Х. Лаул
Технический редактор А. Тамм
Корректор В. Мянд

Сдано в набор 01. III 1957. Подписано к печати 19. III 1957. Бумага 54×84 1/16. Печатных листов 1,5. По формату 60×92 печатных листов 1,22. Учетно-издательских листов 0,86. Тираж 800. МВ-02441.

Заказ № 1092.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк, 2.

Цена 60 коп.

Цена 60 коп.