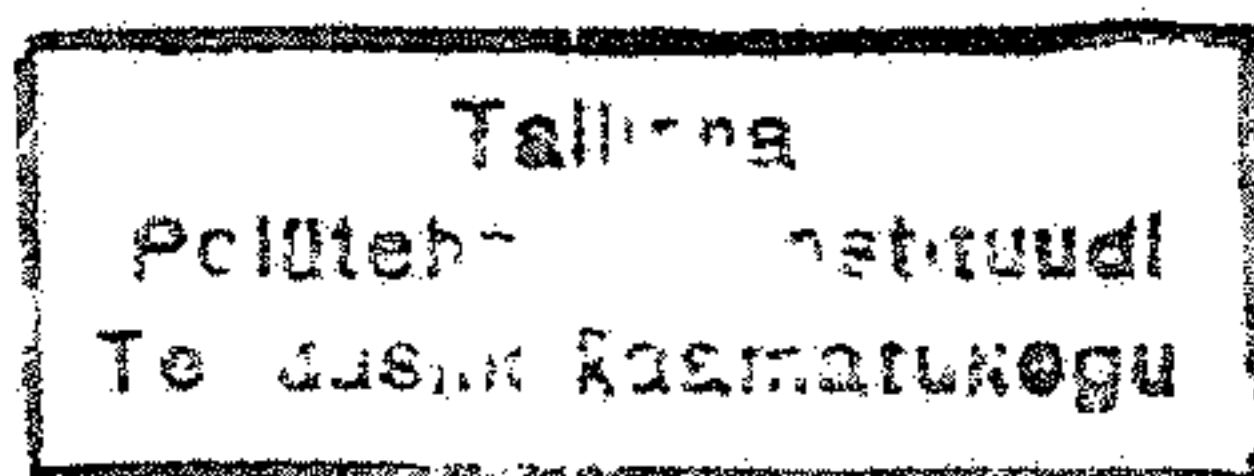


TALLINNA POLÜTEHNILINE INSTITUUT  
Füüsika kateeder

F Ü Ü S I K A

I

Metoodiline materjal



Õppefond  
213

ISBN 9789949483020 (pdf)

Tallinn

1988

Kinnitanud üldteoreetilise teaduskonna õppemetoodilise kirjanduse kolleegium 20. märtsil 1986.

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра физики

ФИЗИКА I

Методический материал

Составитель Э. Рузалеп

На эстонском языке

Vastutav toimetaja R. Loide

Trükkimisele antud 04. 02. 1987. Formaat 60x84/16

Trükipg. 10,75. Tingtrükipg. 9,99. Arv.-pg. 10,27

Trükiarv 1500. Tell. nr. 48. Hind 35 kop.

Tallinna Polütehniline Instituut,

Tallinn 200108, Ehitajate tee 5,

TPI rotaprint, Tallinn 200006,

Koskla 2/9

Käesolev metoodiline materjal on mõeldud abiks loengute ja kirjanduse läbitöötamisel, seetõttu ei asenda ta loenguid ega õpikut. Puuduvad kas osaliselt või täielikult tule- tused ja pikemad arutlused, samuti ka joonised. Materjali ka- sutamisel on soovitatav vastavaid jooniseid vaadata kas kons- pektist või õpikust. Materjali võivad kasutada ka õhtuse ja kaugõppeteaduskonna üliõpilased. Kursuse esimesed osad on esitatud märksa konspektiivsemalt kui viimased, sest 1) kur- suse esimesed osad on lihtsamad, 2) viimaste osade kohta pu- dub peaaegu täielikult eestikeelne kirjandus. Ülesehituselt ja loogikalt vastab materjal tehnikakõrgkoolide füüsikaprog- rammile.

# K L A S S I K A L I S E M E H A A N I K A

## F Ü Ü S I K A L I S E D A L U S E D

### KINEMAATIKA

#### Taustsüsteem

Keha, mille suhtes vaadeldakse teiste kehade liikumist, nimetatakse taustsüsteemiks. Keha asendi määramiseks taustsüsteemis seotakse temaga liikumatult koordinaadistik.

#### Raadiusvektor

Raadiusvektor määrab keha (masspunkti) asukoha taustsüsteemis. Raadiusvektor tõmmatakse koordinaadistiku alguspunktist vaadeldava keha (masspunkti) asukohta. Raadiusvektori pikkus on ristkoordinaadistiku korral seotud keha (masspunkti) koordinaatidega järgmiselt:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (1)$$

#### Punktmass

Keha, millel on mass, kuid puuduvad mõõtmed, nimetatakse punktmassiks. Punktmassina võib vaadelda iga keha, mille mõõtmed on väikesed võrreldes kaugusega vaatlejani, s.o. koordinaadistiku alguspunktini ja teiste kehadeni.

#### Süsteem

Mehaaniline süsteem on vaatluseks välja valitud kehade (punktmasside) kogum.

#### Liikumisseadus

Liikumisseadus määrab keha (punktmassi) asendi igal ajahetkel. Kuna keha asend taustsüsteemis on määratud koordinaatidega, siis keha asendi määramiseks peame teadma koordinaate aja funktsioonidena:

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{cases} \quad (2)$$

### Trajektoor

Trajektoor on joon, millel paiknevad kõik punktid, mida keha (punktmass) oma liikumisel läbib.

### Teepikkus

Teepikkus on kaugus keha (punktmassi) alg- ja lõppasendi vahel, mõõdetuna mööda trajektoori. Määratlus kehtib, kui keha liikumise suund ei muutu.

### Nihe

Nihe on vektor, mis on tõmmatud keha (punktmassi) algasendist lõppasendisse.

### Ühtlane liikumine

Ühtlasel liikumisel läbib keha (punktmass) mis tahes võrdsetes ajavahemikes võrdsed teepikkused.

### Kiirus

Kiirus on ajaühikus läbitud teepikkus. Ühtlasel liikumisel

$$v = \frac{s}{t}. \quad (3)$$

Ühtlasel liikumisel on kiirus ajas jääv suurus.

### Keskmine kiirus

Mitteühtlase liikumise keskmine kiirus on niisuguse ühtlase liikumise kiirus, mille korral punktmass läbib sama teepikkuse sama aja jooksul, kui antud mitteühtlasel liikumisel.

$$v_k = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}, \quad (4)$$

kus  $s_1$  on punktmassi poolt ajahetkeks  $t_1$  läbitud teepikkus;

$s_2$  - ajahetkeks  $t_2$  läbitud teepikkus.

Keskmise kiiruse väärtus oleneb alghetkest  $t_1$  ja ajavahemikust  $t_2 - t_1$ .

### Hettkiirus

Hettkiirus on teepikkuse esimene tuletis aja järgi:

$$v = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \quad (5)$$

M ä r k u s. Ka sel juhul jääb kiiruse sisuks: kiirus on ajaühikus läbitud teepikkus. Mõista tuleb seda nii: kui keha antud hetkest alates liiguks ühtlaselt (jääva kiirusega), läbiks ta ajaühiku jooksul kiirusega suuruselt võrdse teepikkuse. Analoogselt tuleks mõista ka edaspidi muutuvaid suurusi.

Eespool toodud avaldised annavad kiiruse suuruse.

### Kiirus vektorina

Kiirus on raadiusvektori esimene tuletis aja järgi:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right) = (v_x, v_y, v_z). \quad (6)$$

Sel juhul kiiruse suurus

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \quad (7)$$

Kiirusvektor sirgliikumisel on trajektoori sihiline, kõverjoonelisel liikumisel - trajektoori puutuja sihiline.

### Ühtlaselt muutuv liikumine

Ühtlasel muutaval liikumisel muutub kiirus mis tahes võrdsetes ajavahemikes võrdse suuruse võrra.

### Kiirendus

Kiirendus on kiiruse muutus ajaühikus. Ühtlasel muutaval liikumisel



$$a = \frac{v - v_0}{t}, \quad (8)$$

kus  $v$  on kiiruse suurus ajahetkel  $t$ ;

$v_0$  - ajahetkel  $t = 0$ .

Ühtlaselt muutuval liikumisel on kiirendus ajas muutumatu.

#### Keskmine kiirendus

$$a_k = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}, \quad (9)$$

kus  $v_1$  on kiiruse suurus ajahetkel  $t_1$ ;

$v_2$  - ajahetkel  $t_2$ .

Keskmise kiirenduse väärtus sõltub alghetkest  $t_1$  ja ajavahemikust  $t_2 - t_1$ .

#### Hettkiirendus

Hettkiirendus on kiiruse esimene tuletis aja järgi ehk teepikkuse teine tuletis aja järgi:

$$a = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}. \quad (10)$$

Eeltoodud avaldistes iseloomustab kiirendus kiiruse suuruse muutust. Kõverjoonelisel liikumisel nimetatakse sellist kiirendust tangentsiaalkiirenduseks.

#### Kiirendus vektorina

Kiirendus on kiirusvektori esimene tuletis aja järgi ehk raadiusvektori teine tuletis aja järgi:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (11)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \left( \frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt} \right). \quad (12)$$

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \left( \frac{d^2 x}{dt^2}, \frac{d^2 y}{dt^2}, \frac{d^2 z}{dt^2} \right). \quad (13)$$

Sirgliikumisel on kiirendusvektor trajektoori sihiline. Kõverjoonelisel liikumisel lahutatakse kiirendusvektor kaheks komponendiks - tangentsiaal- ja normaalkiirenduseks. Kiirendust ennast nimetatakse sel juhul kogukiirenduseks.

### Tangentsiaalkiirendus

Tangentsiaalkiirendus näitab kiiruse suuruse muutust ajaühikus. Tema suunaks on trajektoori puutuja suund antud punktis.

$$a_{\tau} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{dv}{dt} \quad (14)$$

### Normaalkiirendus

Normaalkiirendus iseloomustab kiiruse suuna muutust ajas. Normaalkiirenduse suund on risti trajektoori puutuja suunaga antud punktis, ta on suunatud trajektoori kõveruskeskmesse antud punktis.

$$a_n = \frac{v^2}{r}, \quad (15)$$

kus  $r$  on trajektoori kõverusraadius antud punktis.

### Kogukiirenduse suurus

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} \quad (16)$$

### Teepikkus mis tähendab liikumisel

$$s = \int_0^t v dt. \quad (17)$$

Juhul kui liikumise suund muutub, annab valem (17) keha kauguse algpunktist mõõdetuna piki trajektoori.

Erijuhud.

Kui  $v = \text{const}$  (ühtlane liikumine):

$$s = vt, \quad (18)$$

kui  $v = v_0 + at$  ( $v_0$  ja  $a$  on ajas jäävad; ühtlaselt muutuv liikumine):



$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (19)$$

Kõverjoonelisel liikumisel tuleb valemis (19) a asemel võtta  $a_\tau$ .

### Keha

Keha vaadeldakse mehaanikas punktmasside süsteemina.

### Jäik keha

Jäik keha on punktmasside süsteem, milles punktidevahelised kaugused on muutumatud.

### Massikeske

Punktmasside süsteemi massikeske on punkt, mille raadiusvektor on määratud avaldisega

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \quad (20)$$

kus  $m$  on süsteemi mass;

$n$  - süsteemi moodustavate punktmasside arv;

$m_i$  -  $i$ -nda punktmassi mass;

$\vec{r}_i$  -  $i$ -nda punktmassi raadiusvektor.

### Keha kulgev liikumine

Keha liigub kulgevalt, kui kõigi tema punktide trajektorid on ühesugused, s.t. neid võib nihutamisega ühtima panna. Seejuures iga sirge, mis ühendab keha kahte meelevaldset punkti, jääb iseendaga paralleelseks.

## DÜNAAMIKA

### Newtoni I seadus

Iga keha püsib kas paigal või ühtlases sirgjoonelises liikumises seni, kuni teiste kehade mõju ei sunni teda seda olekut muutma.

## Vaba keha

Vaba keha on keha, mis on eemaldatud teistest kehadest sellisele kaugusele, et teiste kehade mõju võib mitte arvestada.

## Inerts

Inerts on kehade omadus säilitada oma liikumise olekut, s.o. kiirust nii suunalt kui suuruselt muutumatuna ja avaldada vastupanu selle oleku muutmisele. Keha inertsimõõduks on tema mass.

## Inertsiaalne taustsüsteem

Inertsiaalne taustsüsteem on taustsüsteem, kus kehtib Newtoni I seadus.

## Heliotsentriline taustsüsteem

Heliotsentriline taustsüsteem on taustsüsteem, mille koordinaatide alguspunkt asub Päikese keskpunktis, koordinaatteljed aga on suunatud teistele tähtedele.

## Galaktiline taustsüsteem

Galaktiline taustsüsteem on taustsüsteem, mille koordinaatide alguspunkt on meie Galaktika, s.o. Linnutee keskpunktis, koordinaatteljed aga on suunatud teistele galaktikatele.

## Jõud

Jõuks nimetatakse vektoriaalset suurust, mis on kehale teiste kehade või väljade poolt avaldatava mõju mõõduks.

## Jõu mõjusirge

Sirget, mida mööda on suunatud jõu vektor, nimetatakse jõu mõjusirgeks.

## Sisejõud

Sisejõud on jõud, mis mõjuvad antud süsteemi kuuluvate kehade (punktmasside) vahel.

## Välisjõud

Välisjõud on jõud, mis mõjuvad antud süsteemi kuuluvate kehade (punktmasside) ja süsteemi mittekuuluvate kehade vahel.

## Isoleeritud süsteem

Isoleeritud süsteem on süsteem, kus mõjuvad ainult aisejõud (välisjõud ei mõju).

## Newtoni II seadus

Kiirendus, millega keha liigub, on võrdeline kehale mõjuva jõuga, pöördvõrdeline keha massiga ja on suunatud jõuga samas suunas.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (21)$$

Sellisel kujul kehtib seadus punktmassi jaoks ja keha jaoks kulgeval liikumisel.

Punktmasside süsteemi jaoks

$$\vec{a}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m}, \quad (22)$$

kus  $\vec{a}_c$  on süsteemi massikeskme kiirendus;

$\vec{F}_i$  - i-ndale punktmassile mõjuv välisjõud;

$m$  - süsteemi mass.

## Punktmasside süsteemi liikumise põhivõrrand

$$\frac{d^2 \vec{r}_c}{dt^2} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m}, \quad (23)$$

kus  $\vec{r}_c$  on süsteemi massikeskme raadiusvektor.

### Newtoni III seadus

Jõud, millega kehad teineteist mõjutavad, on suuruselt võrdsed, kuid suunalt vastupidised.

### Jõu impulss

Jõu impulss on suurus, mille avaldiseks on jõu ja jõu mõjumise aja korrutis.

$$\vec{J} = \vec{F}t. \quad (24)$$

Valem (24) kehtib, kui jõud on nii suunalt kui suuruselt ajas jääv. Üldjuhul

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{F}dt. \quad (25)$$

### Impulss

Keha (punktmassi) impulss on suurus, mille avaldiseks on massi ja kiiruse korrutis.

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (26)$$

Jõu impulss võrdub impulsi muutusega:

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}. \quad (27)$$

Jõud võrdub impulsi muutumise kiirusega. Jääva jõu korral

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{t}. \quad (28)$$

Üldjuhul

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (29)$$

Avaldis (29) on ühtlasi Newtoni II seadus üldisemal kujul.

### Süsteemi impulss

Süsteemi impulss on kõigi süsteemi kuuluvate kehade (punktmasside) impulsside vektorsumma.

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = m\vec{v}_c, \quad (30)$$

kus  $\vec{p}_i$  on  $i$ -nda keha (punktmassi) impulss;  
 $m$  - süsteemi mass;  
 $\vec{v}_c$  - süsteemi massikeskme kiirus.

### Impulsi jäävuse seadus

Isoleeritud süsteemi impulss on ajas jääv.

### Mitteinertsiaalne taustsüsteem

Mitteinertsiaalne taustsüsteem on taustsüsteem, mis liigub inertsiaalse taustsüsteemi suhtes kiirendusega.

### Inertsjõud

Inertsiaaljõud on jõud, mis mõjuvad mitteinertsiaalses taustsüsteemis olevatele kehadele, selle süsteemi kiireneva liikumise tõttu inertsiaalse taustsüsteemi suhtes.

### Seosejõud

Seosejõud on jõud, mis tasakaalustavad inertsjõud.

## TÖÖ JA ENERGIA

### Töö

Töö on skalaarne suurus, mille avaldiseks on jõu rakenduspunkti poolt läbitud teepikkuse ja jõu liikumisesuunalise komponendi korrutis.

$$A = F s \cos \alpha = \vec{F} \vec{s}, \quad (31)$$

kus  $\alpha$  on nurk jõu mõjumise suuna ja liikumise suuna vahel. Avaldis (31) kehtib, kui jõud on nii suunalt kui suuruselt ajas jääv ja tee on sirge.

Töö avaldis üldjuhul, s.t. kui jõud võib nii suuruselt kui suunalt muutuda ja tee olla mis tahes kujuline:

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s}. \quad (32)$$

Rajad on siin tähistatud tinglikult. Integreerida tuleb mööda trajektoori punktist 1 punktini 2.



### Võimsus

Võimsus on ajaühiku jooksul sooritatud töö.

$$N = \frac{A}{t}. \quad (33)$$

Valem (33) kehtib, kui tööd tehakse ühtlaselt. Üldjuhul

$$N = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}. \quad (34)$$

### Energia

Energia on keha võime teha tööd (töö varu).

Mehaanikas tuntakse kahte liiki energiat: kineetilist ja potentsiaalset.

#### Kineetiline energia

Kineetiline energia ehk liikumisenergia on energia, mis on määratud keha kiirusega.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (35)$$

Kui jõud teeb tööd keha kiiruse muutmiseks, siis jõu töö võrdub keha kineetilise energia muutusega.

$$A = E_{k_2} - E_{k_1} = \Delta E_k \quad (36)$$

Punktmasside süsteemi kineetiline energia:

$$E_k = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (37)$$

Kui süsteemis mõjuvad nii sise- kui välisjõud, siis läheb nii sise- kui välisjõudude töö süsteemi kineetilise energia muutuseks.

### Potentsiaalne energia

Potentsiaalne energia on energia, mis sõltub keha asendist. Potentsiaalsed energiad omavad jõuväljades asuvad kehad.

Keha potentsiaalne energia raskusjõu väljas

$$E_p = mgh, \quad (38)$$

kus  $g$  on raskuskiirendus;

$h$  - kõrgus valitud nullnivoost.

Nullnivoo valik mehaanikas pole oluline, kuna mehaanilistes protsessides huvitab meid potentsiaalse energia muutus.

Valem (38) on kasutatav ainult väikeste kõrguste korral, nii et  $g$  võiksime lugeda sõltumatuks kõrgusest.

### Konservatiivsed jõud

Konservatiivsed jõud on jõud, mille töö ei sõltu tee kujust, vaid ainult alg- ja lõppasendist. Konservatiivse jõu töö liikumisel mööda kinnist kõverat (mingist punktist samasse punkti tagasi) võrdub nulliga. Raskusjõud on konservatiivne jõud.

### Konservatiivne süsteem

Konservatiivne süsteem on süsteem, kus mõjuvad ainult konservatiivsed jõud.

### Mehaaniline energia

Keha mehaaniline energia on tema kineetilise ja potentsiaalse energia summa.

### Energia jäävuse seadus mehaanikas

Konservatiivses süsteemis on keha mehaaniline energia jääv suurus.

### Dissipatiivne süsteem

Dissipatiivne süsteem on süsteem, milles mehaaniline energia hõõrdumise või teiste protsesside tagajärjel muundub siseenergiaks.

## Energia jäävuse ja muundumise seadus

Energia ei teki ega kao. Ta vaid muundub ühest liigist teise.

Energia ühest liigist teise muundumise viisiks ja mõõduks on töö.

## PÕRKED

### Põrkejoon

Põrkejoon on sirge, mis läbib kehade kokkupuutepunkti ja on risti kokkupuutepinnaga.

### Tsentraalne põrge

Kahe keha põrge on tsentraalne, kui põrkejoon läbib põrkuvate kehade masskeskmeid.

### Mitteelastne põrge

Põrkel läheb osa kineetilist energiat üle siseenergiaks. Mitteelastsel põrkel liiguvad kehad pärast põrget koos (ühesuguse kiirusega).

Lõppkiirus pärast mitteelastset tsentraalset põrget

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad (39)$$

kus  $m_1$  ja  $v_1$  on esimese keha mass ja kiirus enne põrget;  $m_2$  ja  $v_2$  - teise keha mass ja kiirus enne põrget.

### Elastne põrge

Elastsel põrkel on põrkuvate kehade kineetiliste energiatega summa jääv. Põrke esimeses faasis läheb osa kineetilist energiat üle potentsiaalseks elastsusenergiaks, teises faasis (taastumise faasis) muundub potentsiaalne elastsusenergia täielikult kineetiliseks energiak.

Põrkuvate kehade kiirused pärast elastset tsentraalset põrget:

$$v_1' = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \quad (40)$$

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2}{m_1 + m_2}. \quad (41)$$

## GRAVITATSIOONIVÄLI

### Füüsikaline jõuväli

Füüsikaline jõuväli on ruumipiirkond, kus kehadele mõjuvad jõud.

Materia võib eksisteerida aine või välja vormis, kusjuures ta võib üle minna ühest vormist teise. Eriti sagedased on niisugused üleminekud elementaarosakeste maailmas.

Kui kehad pole kontaktis, siis toimub kehade vastastikune mõjutamine alati väljade kaudu: üks keha tekitab enda ümber välja, selles väljas mõjub teisele kehale jõud.

Kõik väljad levivad lõpliku kiirusega  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

### Tsentraaljõudude väli

Tsentraaljõudude väljas on täidetud kaks tingimust: 1) kõigile väljas asuvatele kehadele mõjuvate jõudude mõju-sirged läbivad ühte punkti - välja tekitava keha keskpunkti (välja tsentrit); 2) väljas asuvale kehale mõjuva jõu suurus sõltub ainult kaugusest välja tsentrini.

Gravitatsiooniväli ja punktlaengu elektriväli on tsentraalsed väljad.

Gravitatsioonivälja tekitajaks on keha mass.

### Potentsiaalne väli

Potentsiaalseks nimetatakse konservatiivsete ehk potentsiaalsete jõudude välja.

Gravitatsiooniväli on potentsiaalne väli.

### Keha potentsiaalne energia gravitatsiooniväljas

Keha potentsiaalset energiat gravitatsiooniväljas mõõdetakse tööga, mida teevad väljajõud keha väljaviimisel



väljast (lõpmata kaugesse punkti).

Keha potentsiaalne energia gravitatsiooniväljas on negatiivne, maksimaalsed väärtused (null) omab ta lõpmata kaugel välja tekitavast kehast.

$$E_p = -\gamma \frac{mm'}{r}, \quad (42)$$

kus  $\gamma$  on gravitatsioonikonstant;

$m$  ja  $m'$  - välja tekitava ja väljas asuva keha mass;

$r$  - kaugus välja tsentrist (välja tekitavast kehast) väljas asuva kehani.

Väljajõudude töö keha liikumisel potentsiaalses jõuväljas ühest punktist teise võrdub keha potentsiaalse energia vastasmärgilise muutusega:

$$A = E_{p_1} - E_{p_2} = -\Delta E_p. \quad (43)$$

Vastastikuses mõjutuses olevate punktmasside süsteemi potentsiaalne energia

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i \neq k} E_{ik}, \quad (44)$$

kus  $E_{ik}$  on  $i$ -nda ja  $k$ -nda punktmassi vastastikuse mõju potentsiaalne energia.

Jõu ja potentsiaalse energia vaheline seos potentsiaalses jõuväljas

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}, \frac{\partial E_p}{\partial y}, \frac{\partial E_p}{\partial z}\right). \quad (45)$$

Jõud võrdub potentsiaalse energia vastasmärgilise gradiendiga.

### Gradient

Gradient näitab suuruse muutust pikkusühiku kohta (ruumilise muutumise kiirust) suunas, kus selle muutumise kiirus on maksimaalne.



### Potentsiaali auk

Keha asub potentsiaali augus, kui tema mehaaniline energia on negatiivne. Potentsiaali augus asuv keha saab liikuda väljas vaid teatava kauguseni välja tsentrist (kus tema kineetiline energia saab võrdseks nulliga ning mehaaniline energia võrdseks potentsiaalsega). Keha võib liikuda vaid piirkonnas, kus  $E_k \geq 0$  ja mehaaniline energia  $E \geq E_p$ . Selleks et keha saaks väljuda potentsiaali august, tuleb talle kineetilist energiat juurde vähemalt nii palju, et tema mehaaniline energia saaks võrdseks nulliga.

## PÖÖRDLIIKUMINE

### Pöörlemisperiood

Pöörlemisperiood on ühe täispöörde tegemiseks kulunud aeg.

### Pöörlemissagedus

Pöörlemissagedus on ajaühiku jooksul sooritatud täispöörde arv.

### Seos pöörlemissageduse ja perioodi vahel

$$f = \frac{1}{T} \quad (46)$$

### Seos joonkiiruse, perioodi ja sageduse vahel

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f, \quad (47)$$

kus  $r$  on pöörlemisraadius.

### Nurkkiirus

Nurkkiirus on pöörlemistsentrit pöörleva kehaga (punkt-massiga) ühendava raadiusvektori poolt ajaühikus sooritatud pöördenurk.

Ühtlasel pöörlemisel

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \quad (48)$$

Mitteühtlasel pöörlemisel

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \quad (49)$$

### Nurkkiirus vektorina

Nurkkiiruse vektori siht on risti pöörlemistasandiga, suund seotakse pöörlemise suunaga parema käe kruvi reegli abil.

### Seos joonkiiruse ja nurkkiiruse vahel

Suuruste vahel:

$$v = \omega r. \quad (50)$$

Vektorite vahel:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (51)$$

### Nurkkiirendus

Nurkkiirendus on nurkkiiruse muutus ajaühikus. Ühtlaselt muutuval pöörlemisel

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}, \quad (52)$$

kus  $\omega_0$  on nurkkiirus ajahetkel  $t = 0$ ;  
 $\omega$  - ajahetkel  $t$ .

Üldjuhul

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \quad (53)$$

### Nurkkiirenduse vektori suund

Kiireneval pöörlemisel on nurkkiirenduse vektor sama-suunaline nurkkiiruse vektoriga, aeglustuval pöörlemisel - vastassuunaline.

### Seos tangentsiaalkiirenduse ja nurkkiirenduse vahel

Suuruste vahel:

$$a_{\tau} = \varepsilon r. \quad (54)$$

Vektorite vahel:

$$\vec{a}_\tau = \vec{\epsilon} \times \vec{r}. \quad (55)$$

### Absoluutselt jäiga keha pöörlemine ümber liikumatu telje

Kui kõigi keha punktide trajektoorid on ringid, mille keskpunktid asuvad ühel sirgel, siis keha pöörleb. Seda sirget nimetatakse pöörlemisteljeks. Jäiga keha kõikide masspunktide nurkkiirused samal hetkel on ühesugused.

### Jõumoment

Jõumoment on jõu ja jõu õla korrutis. Jõu õlg on kaugus pöörlemisteljest jõu mõjusirgeni.

$$M = F l. \quad (56)$$

Vektorina

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (57)$$

kus  $\vec{r}$  on pöörlemisteljest risti teljega jõu rakenduspunkti tõmmatud vektor.

### Inertsimoment

Inertsimoment on keha inertsia mõõduks pöördliikumisel.

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (58)$$

kus  $r_i$  on  $i$ -nda punktmassi pöörlemisraadius;

$m_i$  - selle punktmassi mass;

$n$  - keha moodustavate punktmasside arv.

Keha inertsimoment oleneb pöörlemistelje asendist keha suhtes, keha massist ja selle jaotusest.

### Pöörleva keha kineetiline energia

$$E_k = \frac{I \omega^2}{2}. \quad (59)$$

Dünaamika II seadus pöördliikumisel

$$\vec{M} = I \vec{\epsilon}. \quad (60)$$

Impulsimoment

Punktmassi jaoks:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (61)$$

kur  $\vec{r}$  on pöörlemisteljest risti teljega punktmassini tõmmatud raadiusvektor;

$\vec{p}$  - punktmassi impulss.

Nii masspunkti kui keha jaoks:

$$\vec{L} = I \vec{\omega}, \quad (62)$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (63)$$

Impulsimomendi jäävuse seadus

Isoleeritud süsteemi impulsimoment on ajas jääv.

Kulgevat liikumist ja pöördliikumist iseloomustavate suuruste ja valemite analoogia

Kulge- liikumine		Pöörd- liikumine	
Teepikkus	s	Pöördnurk	$\alpha$
Mass	m	Inertsimoment	I
Kiirus	$\vec{v}$	Nurkkiirus	$\vec{\omega}$
Kiirendus	$\vec{a}$	Nurkkiirendus	$\vec{\epsilon}$
Jõud	$\vec{F}$	Jõu moment	$\vec{M}$
Impulss	$\vec{p} = m\vec{v}$	Impulsimoment	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
Dünaamika II seadus	$\vec{F} = m\vec{a}$		$\vec{M} = I\vec{\epsilon}$
Kineetiline energia	$E_k = \frac{mv^2}{2}$		$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$
Teepikkus ühtlasel liikumisel	s = vt	Pöördnurk ühtlasel pöörlemisel	$\alpha = \omega t$

Kiirus ühtlaselt muutuval liikumisel  $v = v_0 + at$   
 Teepikkus ühtlaselt muutuval liikumisel

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Nurkkiirus ühtlaselt muutuval pöörlemisel  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$   
 Pöördenurk ühtlaselt muutuval pöörlemisel

$$\alpha = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Töö (lihtsaimal erijuhul)

Võimsus  $A = F s$   
 $N = \vec{F} \vec{v}$

$A = M \alpha$   
 $N = \vec{M} \vec{\omega}$

## VEDELIKE JA GAASIDE MEHAANIKA

### Rõhk

Rõhk on pinnaühikule risti pinnaga mõjuv jõud.

Rõhk paigalolevas vedelikus (gaasis)

$$p_0 = p + \rho gh, \quad (64)$$

kus  $p$  on välisrõhk;

$\rho$  - vedeliku tihedus;

$h$  - sügavus.

Kokkusurumatu vedeliku (gaasi) voolamise pidevuse võrrand

$$v S = \text{const}, \quad (65)$$

kus  $v$  ja  $S$  on voolu kiirus ja voolutoru ristlõikepindala toru mis tahes kohas.

### Voolujooned

Voolujooned on kujuteldavad jooned, mida kasutatakse voolamise graafiliseks kujutamiseks. Voolujooned ehitatakse välja nii, et nende pildiga oleks antud voolu kiirus igas vooluruumi punktis. Kiiruse suurus võrdub voolujoonte tihedusega. Voolujoonte tihedus on voolujoonte arv läbi pindala ühiku, mis on risti voolujoontega. Kiiruse suund ühtib voolujoone puutuja suunaga antud punktis.



### Statsionaarne voolamine

Statsionaarsel voolamisel on voolujoonte pilt ajas jääv. Sisuliselt tähendab see, et mis tahes kindlas vooluruumi punktis voolu kiirus ei sõltu ajast.

### Ideaalne vedelik

Ideaalne vedelik on selline vedelik, millel puudub sisehõõrdumine ja mis on kokkusurumatu.

### Rõhu potentsiaalne energia

$$E_p = pV, \quad (66)$$

kus  $p$  on vedelikule mõjuv välisrõhk (hüdrostaatiline rõhk);  
 $V$  - vedeliku ruumala.

### Bernoulli võrrand

$$p_0 = \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p = \text{const}, \quad (67)$$

kus  $p_0$  on kogurõhk antud kohas; kogurõhk mõjub voolu suunas;  
 $\rho$  - vedeliku tihedus;  
 $v$  - voolu kiirus antud kohas;  
 $\frac{1}{2} \rho v^2$  - hüdrodünaamiline rõhk; mõjub voolu suunas;  
 $h$  - kõrgus vabalt valitud nullnivoost;  
 $\rho gh$  - kõrgusest tingitud rõhk; mõjub igas suunas;  
 $p$  - hüdrostaatiline rõhk, tingitud välissurve; mõjub kõigis suundades.

Bernoulli võrrandi sisu: kogurõhk ideaalse vedeliku voolamisel on kõigis vooluruumi punktides ühesugune.

Erijuht: horisontaalne voolutoru.

$$p_0 = \frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{const}, \quad (68)$$

millest järeldub, et voolu kiiruse kasvades hüdrostaatiline rõhk väheneb ja vastupidi.

Torricelli valem annab ideaalse vedeliku väljavoolukiiruse väikesest (võrreldes anuma ristlõikega) avast anuma seinas või põhjas:

$$v = \sqrt{2gh}, \quad (69)$$

kus  $h$  on ava sügavus vedeliku pinnast.

### Sisehõõrdejõud

Sisehõõrdejõud on jõud, mis takistab kokkupuutuvate vedelikukihtide nihkumist teineteise suhtes. Sisehõõrdejõu annab Newtoni valem:

$$F = \eta S \frac{dv}{dx}, \quad (70)$$

kus  $\eta$  on antud vedeliku sisehõõrdetegur (viskoossus);

$S$  - kokkupuutuvate vedelikukihtide pindala;

$\frac{dv}{dx}$  - voolu kiiruse gradient, kiiruse muutus pikkusühiku kohta voolu suunaga ristiolevas suunas.

### Sisehõõrdetegur (viskoossus)

Sisehõõrdetegur võrdub sisehõõrdejõuga, mis mõjub hõõrduvate vedeliku kihtide pindalaühikule, kui pikkusühiku kaugusel asuvate kihtide kiirused erinevad kiiruse ühiku võrra.

## VÕNKUMISED JA LAINED

### Võnkumised

Võnkumised on perioodiline protsess, võnkumistel muutub alati mingisugune suurus ajas perioodiliselt. Võnkumistele on iseloomulik tasakaaluasendi olemasolu. Võnkuv keha läbib perioodiliselt tasakaaluasendit. Võnkuv keha asub potentsiaali augus.

### Vabad võnkumised

Vabad võnkumised on võnkumised, mis toimuvad süsteemides, mis on jäetud omaette pärast seda, kui süsteem on saanud tõuke või viidud tasakaaluasendist välja.

### Harmonilised võnkumised

Harmonilised võnkumised on võnkumised, mille korral võnkuv suurus sõltub ajast sinusoidaalselt või koosinusoidaalselt.

### Kvaasielastsusjõud

Kvaasielastsusjõud on jõud, mille suurus on võrdeline keha kaugusega tasakaaluasendist ja mis on alati suunatud tasakaaluasendi poole.

$$F = - kx, \quad (71)$$

kus  $k$  on võrdetegur (vedrupendli korral - vedru jäikus, näitab, millist jõudu on vaja, et deformeerida vedru pikkusühiku võrra);

$x$  - kaugus tasakaaluasendist.

### Harmoniliste võnkumiste diferentsiaalvõrrand

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \quad (72)$$

kus  $t$  on aeg;

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (m \text{ on võnkuva keha mass}).$$

Selle võrrandi lahend annab hälbe (kauguse tasakaaluasendist) sõltuvuse ajast:

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (73)$$

kus  $a$  on amplituud - maksimaalne hälve;

$\omega_0 t + \alpha$  - võnkefaas;

$\alpha$  - algfaas - faas ajahetkel  $t = 0$ .

### Period

Period on ajavahemik ühe täisvõnke sooritamiseks.

### Sagedus

Sagedus on täisvõngete arv ajaühikus.

### Seos sageduse ja perioodi vahel

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (74)$$

### Ring- ehk nurksagedus

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (75)$$

### Omavõnkesagedus

Omavõnkesagedus on süsteemi vabade võnkumiste sagedus, juhul kui takistusjõud puuduvad. Valemis (72) on  $\omega_0$  süsteemi omavõnkeringsagedus.

### Harmoniliselt võnkuva keha kiirus

$$v = \frac{dx}{dt} = -a\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = a\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}). \quad (76)$$

Kiirus on faasilt hääbest  $\frac{\pi}{2}$  võrra ees.

### Harmoniliselt võnkuva keha kiirendus

$$w = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -a\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha) = a\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi). \quad (77)$$

Kiirendus on faasilt hääbest  $\pi$  ja kiirusest  $\frac{\pi}{2}$  võrra ees.

Amplituud ja algfaas valemis (72) on määratud algtingimustega:

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}, \quad (78)$$

$$\tan \alpha = -\frac{v_0}{x_0 \omega_0}, \quad (79)$$

kus  $x_0$  on alghälve, hälve ajahetkel  $t = 0$ ;  
 $v_0$  - algkiirus.

### Harmonilise võnkliikumise energia

Harmoniliselt võnkuv keha omab nii potentsiaalset kui ka kineetilist energiat.



Potentsiaalne energia

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{ka^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \alpha). \quad (80)$$

Kineetiline energia

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{ma^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \alpha). \quad (81)$$

Kogu mehaaniline energia

$$E = E_p + E_k = \frac{ka^2}{2} = \frac{ma^2 \omega_0^2}{2}. \quad (82)$$

Kineetiline ja potentsiaalne energia muutuvad ringsagedusega  $2\omega_0$ .

### Matemaatiline pendel

Matemaatiline pendel on kaalutu ja venimatu niidi otsa riputatud punktmass. Reaalselt võib matemaatiliseks pendliks lugeda pika peenikese niidi otsa riputatud väikest (võrreldes niidi pikkusega) rasket (suure erikaaluga) keha.

Matemaatilise pendli väikesed (väikese amplituudiga) vabad võnkumised on harmoonilised. Nende võnkumiste omavõnkeperiood

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (83)$$

kus  $l$  on pendli pikkus;  
 $g$  - raskuskiirendus.

### Füüsikaline pendel

Füüsikaline pendel on mis tahes keha, mis on kinnitatud ühes punktis ja võib selle punkti ümber võnkuda (kinnituspunkt ei tohi ühtida massikeskmeaga).

Ka füüsikalise pendli väikesed võnkumised on harmoonilised võnkumised. Nende võnkumiste omavõnkeperiood

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgI}}, \quad (84)$$

kus  $I$  on inertsimoment kinnituspunkti läbiva telje suhtes, mis on risti võnketasandiga;



$m$  - pendli mass;

$l$  - kaugus kinnituspunkti ja pendli massikeskme vahel.

### Füüsikalise pendli taandatud pikkus

Füüsikalise pendli taandatud pikkus on niisuguse matemaatilise pendli pikkus, mille võnkeperiood ühtib antud füüsikalise pendli võnkeperioodiga.

$$l' = \frac{I}{ml}. \quad (85)$$

Füüsikalise pendli võnkeperiood taandatud pikkuse kaudu:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}. \quad (86)$$

### Kahe samasihilise ühesuguse sagedusega harmoonilise võnkumise

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \quad (87)$$

$$x_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$$

liitmisel saame tulemuseks sama sagedusega harmoonilised võnkumised:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha), \quad (88)$$

$$\text{kus } a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}, \quad (89)$$

$$\tan \alpha = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2}. \quad (90)$$

Erijuhud:

$$1) \alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

sel juhul  $a = a_1 + a_2$ , s.t. võnkumised tugevdavad teineteist maksimaalselt;

$$2) \alpha_2 - \alpha_1 = \pi(2k + 1), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

sel juhul  $a = |a_1 - a_2|$ , s.t. võnkumised nõrgendavad teineteist maksimaalselt (kui  $a_1 = a_2$ , siis  $a = 0$ ).

Kahe samasihilise erineva sagedusega võnkumise liitmisel on tulemuseks mitteharmonilised võnkumised.

Igasugust võnkumist võib vaadelda harmooniliste võnkumiste summana.

### Tuiklemine

Tuiklemine tekib kahe samasihilise harmoonilise võnkumise

$$x_1 = a \cos \omega t, \quad (91)$$

$$x_2 = a \cos(\omega + \Delta\omega)t$$

liitmisel, mille sagedused erinevad vähe ( $\Delta\omega \ll \omega$ ). Tulemuseks on võnkumised:

$$x = (2a \cos \frac{\Delta\omega}{2}t) \cos \omega t. \quad (92)$$

Neid võnkumisi võib vaadelda harmooniliste võnkumistena, mille amplituud  $|2a \cos \frac{\Delta\omega}{2}t|$  muutub ajas sagedusega  $\frac{\Delta\omega}{2}$ .

### Kahest ristsihilisest sama sagedusega harmoonilisest võnkumisest

$$x = a \cos \omega t, \quad (93)$$

$$y = b \cos(\omega t + \alpha)$$

osa võttev punkt liigub mööda ellipsit:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha = \sin^2 \alpha. \quad (94)$$

Erijuhud:

1)  $\alpha = 0$ , trajektooriks on sirge

$$y = \frac{b}{a}x, \quad (95)$$

mida mööda punkt võngub harmooniliselt ringsagedusega  $\omega$  ;

2)  $\alpha = \pm \pi$ , trajektooriks on sirge

$$y = -\frac{b}{a}x; \quad (96)$$

3)  $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ , trajektooriks on ellips, mille teljed ühtivad koordinaattelgedega

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (97)$$

Kui  $a = b$ , on trajektooriks ring. Seega - ringliikumine on esitatav kahe ristsihilise võnkumise summana.

Kui liituvad kaks ristsihilist harmoonilist võnkumist, mille sagedused erinevad vähe, on tulemuseks ajas aeglaselt deformeeruv ellips.

#### Lissajous' kujundid

Lissajous' kujundid tekivad kahe ristsihilise erineva sagedusega harmoonilise võnkumise liitumisel. Üldjuhul on Lissajous' kujundid üsna keerukad kõverad. Kui suhe  $\frac{\omega_1}{\omega_2}$  on ratsionaalne murd, saame x- ja y-telje suhtes sümmeetrilised kõverad. Kõverad on seda keerukamad, mida lähedasem on  $\frac{\omega_1}{\omega_2}$  ühele.

#### Sumbuvad võnkumised

Sumbuvad võnkumised on reaalsete võnkesüsteemide vabad võnkumised. Takistusjõudude tõttu võnkeamplituud ajas väheneb ja võnkumised sumbuvad.

#### Sumbuvate võnkumiste diferentsiaalvõrrand

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (98)$$

kus  $\beta$  on sumbetegur;

$\omega_0$  - süsteemi omavõnkesagedus.

Selle võrrandi lahend, juhul kui  $\omega_0 > \beta$ , on järgmine:

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (99)$$

kus  $a_0$  on amplituud, taandatuna alghetkele;

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (100)$$

Neid võnkumisi võib vaadelda harmooniliste võnkumistena, mille amplituud kahaneb ajas eksponentsiaalselt:

$$a = a_0 e^{-\beta t}. \quad (101)$$

### Logaritmiline sumbedekrement

Logaritmiline sumbedekrement on kahe teineteisele järgneva amplituudi (mida ajaliselt lahutab period) suhte naturaallogaritm:

$$\lambda = \ln \frac{a_0 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (102)$$

### Sundvõnkumised

Sundvõnkumised toimuvad võnkesüsteemides välise perioodiliselt muutuva jõu mõjul.

Kui sundiv jõud muutub harmooniliselt

$$f = F_0 \cos \omega t, \quad (103)$$

siis on sundvõnkumiste diferentsiaalvõrrand

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \quad (104)$$

kus  $f_0 = \frac{F_0}{m}$ .

Selle võrrandi erilahend, mis esitab nn. korraldunud võnkumisi, on järgmine:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha), \quad (105)$$

kus 
$$a = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (106)$$



$$\tan \alpha = - \frac{2 \beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} . \quad (107)$$

Seega sundvõnkumised on harmoonilised võnkumised (kui sundiv jõud muutub harmooniliselt), mis toimuvad sundiva jõu sagedusega.

### Resonants

Resonantsi nähtus seisneb selles, et sundiva jõu sageduse muutumisel sundvõnkumiste amplituud saavutab teatava sageduse, nn. resonantssageduse korral maksimaalse väärtuse.

Resonantssagedus on antud võnkesüsteemi iseloomustav suurus:

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2 \beta^2} . \quad (108)$$

Resonantsi korral mõjub sundiv jõud alati liikumise suunas, seega on tema töö maksimaalne ja süsteem saab väljastpoolt maksimaalset energiat.

### Laine

Laineks nimetatakse võnkumiste levimist keskkonnas.

Võnkumiste levimiseks keskkonnas on määravad kaks tingimust: 1) keskkonna osakeste omavaheline seos (elastsusjõud), 2) osakeste inertts, mille tõttu iga järgnev osake jääb eelmisest faasilt maha.

### Pikilained

Pikilained on lained, milles osakeste võnkumine toimub laine levimise sihis. Pikilained võivad levida nn. ruumelastsetes keskkondades, s.t. keskkondades, mis avaldavad vastupanu ruumala muutusele. Ruumelastsetes on kõik keskkonnad, seega võivad pikilained levida nii gaasilistes, vedelates kui tahketes keskkondades. Pikilained levivad keskkonna tihendused ja hõrendused.



### Ristlained

Ristlained on lained, milles osakeste võnkumine toimub risti laine levimise suunaga. Ristlained võivad levida nn. kujuelastsetes keskkondades, s.t. keskkondades, mis avaldavad vastupanu kaju muutusele. Kujuelastne on ainult tahke keskkond. Ristlained levivad laine harjad ja põhjad.

### Lainepikkus

Lainepikkus on vähim kaugus keha samas faasis võnkuva osakese vahel.

Perioodi vältel levib jääv faas edasi lainepikkuse võrra.

### Faasikiirus

Faasikiirus on kiirus, millega levib laines jääv faas. Seos faasikiiruse, lainepikkuse ja perioodi (sageduse) vahel:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \gamma . \quad (109)$$

### Laine front

Laine front on nende punktide geomeetriline koht, mileni on võnkumised jõudnud antud hetkeks. Laine front on lahutuspinnaks lainetuse poolt haaratud keskkonna osa ja selle osa vahel, kus laineid veel ei ole.

### Lainepind

Lainepind on ühesuguses faasis võnkuvate osakeste geomeetriline koht. Lainepinna võib panna läbi iga punkti, kus on lainetus. Seega on lainepindu lõpmata palju (laine fronte on üks).

### Tasalaine

Tasalaine on laine, mille lainepinnad on omavahel paralleelsed tasandid.

### Keralaine

Keralaine on laine, mille lainepinnad on kontsentrili-

sed kerapinnad. Nende kerapindade keskpunktis asub laineallikas. Keralainetena võib vaadelda mis tahes allika poolt kiiratud laineid kaugusel, mis on palju suurem allika mõõtmetest.

### Lainevõrrand

Lainevõrrand on avaldis, mis annab võnkuva osakese hälbe funktsioonina koordinaatidest ja ajast:

$$h = f(x, y, z, t).$$

Funktsioon peab olema perioodiline nii ajas kui ruumis, sest laine on protsess, mis on perioodiline nii ajas kui ruumis. Laine ruumiliseks "perioodiks" on lainepikkus.

### x-telje positiivses suunas leviva tasalaine võrrand

$$h = a \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = a \cos(\omega t - kx), \quad (110)$$

kus  $a$  on amplituud;

$\omega$  - ringsagedus;

$v$  - lainete faasikiirus;

$$k - \text{lainearv, } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

### x-telje negatiivses suunas leviva tasalaine võrrand

$$h = a \cos \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) = a \cos(\omega t + kx). \quad (111)$$

### Meelevaldses suunas leviva tasalaine võrrand

$$h = a \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}), \quad (112)$$

kus  $\vec{k}$  on lainevektor, tema suuruseks on lainearv, suunaks - laine levimise suund;

$\vec{r}$  - vaadeldava punkti raadiusvektor.

### Keralaine võrrand

$$h = \frac{a}{r} \cos \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) = \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr), \quad (113)$$

kus  $a$  on amplituud pikkusühiku kaugusel laineallikast;

$r$  - vaadeldava punkti kaugus laineallikast.

Võrrand kehtib laineallikast küllalt kaugel asuva punkti jaoks, sest kui  $r \rightarrow 0$ , siis  $h \rightarrow \infty$ .

### Lainete diferentsiaalvõrrand

Iga lainevõrrand (mis sisuliselt on funktsioon) on mingi diferentsiaalvõrrandi lahend. Seda diferentsiaalvõrrandit nimetataksegi lainete diferentsiaalvõrrandiks. Lainete diferentsiaalvõrrand:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}. \quad (114)$$

Iga funktsioon, mis rahuldab seda võrrandit, kirjeldab mingit lainet. Olenevalt lisatingimustest, saame ühe või teise konkreetse laine.

### Superpositsiooni printsiip

Kui keskkonnas levib mitu lainet, siis keskkonna osakeste võnkumisi võib vaadelda nende võnkumiste summana, mida sooritaksid osakesed, kui iga laine leviks eraldi. Lühidalt: lained kohtudes lihtsalt liituvad, häirimata teineteist. Superpositsiooniprintsiip kehtib ainult harmooniliste lainete jaoks.

### Koherentsed laineallikad

Koherentsed on laineallikad, mis võnguvad ühesuguse sagedusega, ühes ja samas sihis ja samas faasis või jääva faaside vahega. Koherentsed laineallikad väljastavad koherentseid laineid. Kahe koherentse laine kohtumisel on lainete faasivahe kindlas punktis ajas jääv.

### Interferents

Interferentsi nähtus tekib koherentsete lainete liitumisel, ta seisneb selles, et ühtedes punktides lained liitumisel tugevdavad üksteist maksimaalselt (interferentsi maksimumid), teistes punktides nõrgendavad maksimaalselt (interferentsi miinimumid). Erinevalt mittekoherentsete lainete liitumisest on koherentsete lainete liitumisel tekkinud

maksimumide ja miinimumide pilt ajas jääv.

### Maksimumide ja miinimumide tingimus interferentsil

Interferentsi maksimumid tekivad punktides, kus kohtuvate lainete faasivahe

$$\Delta\varphi = \pm 2\pi n, \quad (115)$$

kus  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,

ehk käiguvähe (kauguste erinevus laineallikatest vaadeldava punktini)

$$\Delta = \pm n\lambda. \quad (116)$$

Miinimumid tekivad punktides, kus

$$\Delta\varphi = \pm \pi(2n + 1) \quad (117)$$

ehk

$$\Delta = \pm(2n + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (118)$$

### Difraktsioon

Difraktsioon on lainete paindumine tõkete taha (nn. geomeetrilise varju piirkonda). Difraktsioon on kõigi lainete üldine omadus.

Difraktsioon on seda täielikum, mida väiksemad on tõkete (ava) mõõtmed.

### Huygensi printsiip

Huygensi printsiip võimaldab leida lainefrondi ajahetkel  $t + \Delta t$ , kui on teada lainefront ajahetkel  $t$ . Huygensi printsiibi järgi võib iga lainefrondi punkti vaadelda uute keralainete (isotroopse homogeenise keskkonna korral) allikana. Uus lainefront on nende keralainete frontide mähispind.

Kui ava mõõtmed on lainepikkusest väiksemad, võib ava vaadata ühe keralainete allikana, s.t. difraktsioon on sel juhul täielik.



### Seisvad lained

Seisvad lained on interferentsi erijuht. Nad tekivad, kui kohtuvad kaks vastassuunas levivat sama amplituudiga ja lainepikkusega lainet.

Seisva laine võrrand (kui lained levivad x-telje sihis)

$$h = (2a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}) \cos \omega t. \quad (119)$$

Amplituud seisva laine antud punktis:

$$A = |2a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}|. \quad (120)$$

### Seisva laine hari

Seisva laine hari on punkt, kus seisva laine amplituud on maksimaalne ( $A = 2a$ ), harjade koordinaadid

$$x_h = \pm n \frac{\lambda}{2} (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (121)$$

### Seisva laine sõlm

Seisva laine sõlm on punkt, kus amplituud on null, sõlmede koordinaadid

$$x_s = \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{2} (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (122)$$

Naaberharjade vaheline kaugus on  $\lambda/2$ , naabersõlmede vaheline kaugus on samuti  $\lambda/2$ , sõlme ja harja vaheline vähim kaugus on  $\lambda/4$ .

Naabersõlmede vahelised punktid võnguvad samas faasis, sõlmest läbi minnes muutub faas vastupidiseks (faasi muutus on  $\pi$ ).

Praktiliselt tekivad seisvad lained kahe erineva keskkonna lahutuspinnale langenud laine ja sellelt lahutuspinnalt peegeldunud laine interfereerumisel. Kui laine peegeldub tihedamalt keskkonnalt, tekib peegeldumispunktis sõlm (peegeldumisel muutub faas  $\pi$  võrra ehk peegeldumine toimub pool-laine kaotusega). Laine peegeldumisel hõredamalt (väiksema tihedusega) keskkonnalt tekib peegeldus-



punktis hari (faasimuutust ja poollaine kaotust ei esine).

### Grupikiirus

Reaalsed lained pole kunagi täpselt harmoonilised, kuid iga reaalsel lainet võib vaadelda harmooniliste lainete summana (nii nagu igasugust võnkumist saab esitada harmooniliste võnkumiste summana). Grupikiirus on kiirus, millega levib nende harmooniliste lainete liitumisel tekkinud maksimum (see on reaalse laine amplituud). Grupikiirusega kandub laines edasi energia.

### Grupikiirus

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad (123)$$

kus  $v$  on faasikiirus antud lainepikkuse  $\lambda$  korral.

### Dispersioon

Dispersioon on lainete faasikiiruse sõltuvus lainepikkusest. Kui keskkonnas dispersioon puudub, siis  $u = v$ .

### Normaalne dispersioon

Normaalse dispersiooni korral  $\frac{dv}{d\lambda} > 0$ , s.t. pikemad lained levivad suurema kiirusega, sel juhul  $u < v$ .

### Anomaalne dispersioon

Anomaalse dispersiooni korral  $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ , s.t. pikemad lained levivad väiksema kiirusega, sel juhul  $u > v$ .

# ERIRELATIIVSUS TEORIA ELEMENTE

## Inertsiaalne taustsüsteem

Inertsiaalne taustsüsteem on taustsüsteem, mis liigub galaktilise taustsüsteemi suhtes ühtlaselt ja sirgjooneliselt, s.o. liigub inertsii tõttu.

## Kiiruste liitmine klassikalises mehaanikas

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{u}', \quad (124)$$

kus  $\vec{u}$  on keha kiirus esimeses inertsiaalses taustsüsteemis;  
 $\vec{u}'$  - kiirus teises inertsiaalses taustsüsteemis;  
 $\vec{v}$  - teise taustsüsteemi kiirus esimese suhtes.

## Galilei teisendused

Galilei teisendused on koordinaatide teisenduseeskirjad üleminekul ühest inertsiaalsest taustsüsteemist teise. Juhul kui teine süsteem  $(x', y', z')$  liigub esimese  $(x, y, z)$  suhtes  $x$ -telje positiivses suunas kiirusega  $v$  ning aja- hetkel  $t = 0$  langesid mõlema süsteemi koordinaatteljed ühte, siis esimese süsteemi koordinaadid

$$\begin{cases} x = x' + vt, \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}, \quad (125)$$

## Klassikalise mehaanika relatiivsuse printsiip

Mehaanika seadused kehtivad ühteviisi kõigis inertsiaalsetes taustsüsteemides. See tähendab, et mehaanikas on võimatu niisugune katse, mis võimaldaks kindlaks teha, kas süsteem liigub (ühtlaselt ja sirgjooneliselt) või on paigal galaktilise taustsüsteemi suhtes. Teisiti: pole olemas absoluutset liikumist ega absoluutset paigalseisu. Kõik inertsiaalsed taustsüsteemid on samaväärsed.

Sama n.õ. matemaatilises keeles: mehaanika seadused on invariantid (kujult muutumatud) Galilei teisenduste suhtes.

Keha kiirendus on Galilei teisenduste suhtes invariant (muutumatu suurus).

### Erirelatiivsusteooria postulaadid

1. Kõik looduseadused kehtivad ühteviisi kõigis inert-  
siaalsetes taustsüsteemides.

Sama n.õ. matemaatilises keeles: võrrandid, mis väljen-  
davad looduseadusi, on invariantseid koordinaatide ja aja  
teisenduste suhtes üleminekul ühest inertsiaalsest taust-  
süsteemist teise.

2. Valguse kiirus vaakumis on ühesugune kõigis inert-  
siaalsetes taustsüsteemides ning ta ei sõltu allika ja  
vastuvõtja liikumisest.

### Lorentzi teisendused

Lorentzi teisendused on koordinaatide ja aja teisendus-  
eeskirjad üleminekul ühest inertsiaalsest taustsüsteemist  
teise, mis tulenevad erirelatiivsusteooria postulaatidest.

Kui teine taustsüsteem liigub esimese suhtes  $x$ -telje  
positiivses suunas kiirusega  $v$  ning aja alghetkel langesid  
koordinaatteljed ühte, siis avalduvad teise süsteemi koor-  
dinaadid ja aeg esimese süsteemi koordinaatide ja aja  
kaudu:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \end{array} \right. \quad (126)$$

kus  $\beta = \frac{v}{c}$  ( $c$  on valguse kiirus vaakumis).

Esimese süsteemi koordinaadid ja aeg teise süsteemi  
koordinaatide ja aja kaudu:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{array} \right. \quad (127)$$

### Aegruumi koordinaadid

Iga sündmust võib iseloomustada kohaga, kus ta toimub (koordinaatidega  $x, y, z$ ), ja toimumise ajahetkega  $t$ . Nende suuruste nelikut  $x, y, z, t$  nimetatakse sündmuse aegruumi koordinaatideks.

### Intervall

Kui ühes ja samas taustsüsteemis toimuvad kaks sündmust aegruumi koordinaatidega  $x_1, y_1, z_1, t_1$  ja  $x_2, y_2, z_2, t_2$ , siis nende sündmuste vaheliseks intervalliks nimetatakse suurust

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}. \quad (128)$$

Intervall jääb üleminekul ühest inertsiaalsest taustsüsteemist teise muutumatuks:

$$s_{12}' = s_{12}. \quad (129)$$

### Ruumisarnane intervall

Intervall on ruumisarnane, kui

$$s_{12}^2 < 0. \quad (130)$$



Kui kahe sündmuse vaheline intervall on ruumisarnane, siis sündmuste vahel on võimatu põhjuslik seos. Niisuguste sündmuste ajaline järjekord oleneb süsteemist. Kui ühes süsteemis toimub esimene sündmus varem kui teises, siis võib leida süsteemi, kus teine sündmus toimub varem kui esimene.

### Ajasarnane intervall

Intervall on ajasarnane, kui

$$s_{12}^2 > 0. \quad (131)$$

Kui kahe sündmuse vaheline intervall on ajasarnane, siis nende sündmuste vahel on võimalik põhjuslik seos. Niisuguste sündmuste ajaline järjekord ei olene süsteemist.

### Kehade pikkus

Kehade liikumise sihiline pikkus oleneb keha liikumise kiirusest taustsüsteemi suhtes:

$$l' = l \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (132)$$

kus  $l'$  on keha pikkus süsteemis, mille suhtes ta liigub kiirusega  $v$  ( $\beta = \frac{v}{c}$ );

$l$  - keha pikkus süsteemis, mille suhtes ta on paigal. Seega keha pikkus on maksimaalne süsteemis, kus ta on paigal.

### Sündmuste kestus

Sündmuste kestus oleneb sündmuse toimumise koha liikumise kiirusest taustsüsteemi suhtes:

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (133)$$

kus  $\tau'$  on sündmuse kestus süsteemis, mille suhtes sündmuse toimumise koht liigub kiirusega  $v$ ;

$\tau$  - sündmuse kestus süsteemis, kus sündmus toimub ühes ja samas kohas.

Seega sündmuse kestus on minimaalne süsteemis, kus ta toimub ühes ja samas kohas.



### Relativistlik kiiruste liitmise eeskiri

Keha kiirus esimeses taustsüsteemis  $u$  on seotud kiirusega teises taustsüsteemis  $u'$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x \frac{v}{c^2}}, \\ u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + u'_x \frac{v}{c^2}}, \\ u_z = \frac{u'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + u'_x \frac{v}{c^2}}. \end{array} \right. \quad (134)$$

### Massi sõltuvus kiirusest

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (135)$$

kus  $m$  on keha mass süsteemis, mille suhtes ta liigub kiirusega  $v$  (relativistlik mass);

$m_0$  - keha mass süsteemis, kus ta on paigal (seisumass).

### Relativistliku dünaamika II seadus

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \vec{v} \right) = \vec{F}, \quad (136)$$

kus  $\vec{v}$  on keha kiirus taustsüsteemi suhtes ( $\beta = \frac{v}{c}$ ).

### Relativistlik impulss

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (137)$$

### Seos energia ja massi vahel

$$E = m c^2, \quad (138)$$

kus  $E$  on keha nn. koguenergia;  
 $m$  - keha relativistlik mass.

### Seisueenergia

Seisueenergia on keha energia süsteemis, kus ta on paigal:

$$E_0 = m_0 c^2. \quad (139)$$

### Koguenergia

Keha koguenergia on tema seisueenergia ja kineetilise energia summa:

$$E = E_0 + E_k. \quad (140)$$

### Kineetiline energia

$$E_k = E - E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (141)$$

Avaldistes (138) ... (141) ei sisaldu keha energia välises jõuväljas.

### Seos koguenergia ja impulsi vahel

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}. \quad (142)$$

### Süsteemi seoseenergia

Süsteemi seoseenergia on energia, mis vabaneb seotud osakeste süsteemi moodustumisel vabadest osakestest.

$$E = \left( \sum_{i=1}^n m_{oi} - M_0 \right) c^2, \quad (143)$$

kus  $m_{oi}$  on  $i$ -nda vaba osakese seisumass;  
 $n$  - süsteemi moodustavate osakeste arv;  
 $M_0$  - süsteemi seisumass.

## Mass

Mass on keha inertsi ja gravitatsiooniliste omaduste mõõt.

## Ekvivalentsusprintsip

Ei ole mingit kriteeriumi, mille abil võiks eristada inertsiaaljõude gravitatsioonijõududest.

## Üldrelatiivsusprintsip

Kõik loodusseadused kehtivad ühteviisi kõigis taustsüsteemides.

# M O L E K U L A A R F Ü Ü S I K A   J A T E R M O D Ü N A A M I K A

## Molekulaarkineetilise teooria põhiseisukohad

- 1) iga keha koosneb suurest arvust üliväikestest osakestest - molekulidest (aatomitest);
- 2) iga keha molekulid on pidevas korrapäratus (kaootilises) liikumises (soojusliikumises), sellel liikumisel puuduvad eelistatud suunad;
- 3) soojusliikumise intensiivsus sõltub temperatuurist, ta kasvab temperatuuri tõusuga.

## Statistiline uurimismeetod

Statistilise uurimismeetodi korral ei huvita meid üksiku molekuli käitumine, vaid niisugused keskmised suurused, mis iseloomustavad tohutu suuri molekulide kollektive. Statistiliste seaduspäraste kehtivus on äärmiselt tõenäone, kuid mitte absoluutne. Nende seaduspäraste kehtivus on seda tõenäosem, mida suurem on molekulide arv.

## Termodünaamiline uurimismeetod

Termodünaamilise uurimismeetodi korral uuritakse kehade makroskoopilisi omadusi, tundmata huvi nende mikroskoopilise ehituse vastu. Ei võeta vaatluse alla molekule. Termo-

dünaamika aluseks on mõned põhiseadused, nn. termodünaamika printsiibid.

### Termodünaamilised parameetrid

Kehade mitmesuguste omaduste hulgas võib eristada kolme tähtsamat omadust ehk parameetrit. Need on rõhk ( $p$ ), ruumala ( $V$ ), temperatuur ( $T$ ). Kui jätta kõrvale elektromagnetilised väljad ja piirduda lihtsamate süsteemidega - gaaside, vedelike ja isotroopsete tahkete kehadega, siis osutub, et need 3 parameetrit määravad täielikult süsteemi oleku.

### Olekuvõrrand

Olekuvõrrand on võrrand, mis seob süsteemi kolme parameetrit. Olekuvõrrand konkreetse süsteemi jaoks leitakse alati katseliselt.

### Tasakaaluolek

Süsteemi tasakaaluolekuks nimetatakse sellist olekut, mille korral süsteemi kõik parameetrid on ühesugused kõigis süsteemi punktides, s.t. süsteemi parameetritel on kindlad väärtused, mis muutumatute välistingimuste korral püsivad konstantsetena kui tahes kaua.

### Tasakaaluline protsess

Tasakaaluliseks nimetatakse protsessi, mis koosneb tasakaaluolekute pidevast reast. Reaalselt võib tasakaaluliseks pidada väga aeglaselt toimuvat protsessi.

### Relaksatsioon, Relaksatsiooni aeg

Süsteemi üleminekut mittetasakaalulisest olekust tasakaalulisse nimetatakse relaksatsiooniks.

Niisuguse ülemineku aega nimetatakse relaksatsiooni ajaks.

Täpsemini mõistetakse relaksatsiooni aja all aega, mille vältel mingi suuruse esialgne kõrvalekalle tasakaalulisest väärtusest väheneb  $e$  (naturaallogaritmi alus) korda.



Igal süsteemi parameetril on oma relaksatsiooni aeg. Suurim neist on süsteemi relaksatsiooni aeg.

## MOLEKULAARKINEETILISE TEOORIA FÜSIKALISED ALUSED

### Ideaalne gaas

Ideaalne gaas on gaas, mille molekulid on punktmassid ning molekulidevahelised põrked absoluutselt elastsed. Seega jäetakse ideaalse gaasi korral arvestamata 1) molekulide mõõtmed, 2) molekulidevahelised jõud (taandatakse need absoluutselt elastsetele põrgetele).

Reaalne gaas käitub seda täpsemini ideaalsena, mida kõrgem on temperatuur ja mida madalam on rõhk.

### Ideaalse gaasi olekuvõrrand (Clapeyron-Mendelejevi võrrand)

$$pV = zRT, \quad (144)$$

kus  $p$  on gaasi rõhk;  
 $V$  - ruumala;  
 $z$  - moolide arv;  
 $R$  - gaaside universaalne konstant;  
 $T$  - absoluutne temperatuur.

$$z = \frac{M}{\mu}, \quad (145)$$

kus  $M$  - gaasi mass;  
 $\mu$  - ühe mooli mass.

### Mool

Mool on aine hulk, mis sisaldab sama palju molekule (aatomeid), kui neid sisaldub süsinikus  $C^{12}$  massiga 0,012 kg.

Erijuhud ideaalse gaasi olekuvõrrandist.

1. Isotermiline protsess ( $T = \text{const}$ ), Boyle-Mariotte'i seadus:

$$pV = \text{const}. \quad (146)$$



2. Isokooriline protsess ( $V = \text{const}$ ), Charley seadus:

$$\frac{p}{T} = \text{const.} \quad (147)$$

3. Isobaariline protsess ( $p = \text{const}$ ), Gay-Lussac'i seadus:

$$\frac{V}{T} = \text{const.} \quad (148)$$

Seos absoluutse temperatuuri ( $T$ ) ja Celsiuse temperatuuri vahel:

$$T = t + 273,15. \quad (149)$$

### Molekulaarkineetilise teooria põhiseos

$$pV = \frac{1}{3} mn\overline{v^2}, \quad (150)$$

kus  $m$  on ühe molekuli mass;

$n$  - molekulide arv gaasis;

$\overline{v^2}$  - nn. ruutkeskmise kiiruse ruut.

### Ruutkeskmise kiirus

Ruutkeskmise kiirus on ruutjuur üksikute molekulide kiiruste ruutude summast, mis on jagatud molekulide arvuga:

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{n}{n} \sum_{i=1}^n v_i^2}. \quad (151)$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}, \quad (152)$$

kus  $k$  on Boltzmanni konstant.

$$k = \frac{R}{N_A}, \quad (153)$$

kus  $N_A$  on Avogadro arv.

### Avogadro arv

Avogadro arv on aine ühes moolis sisalduvate molekuli-  
de arv. See arv on ühesugune kõigi ainete jaoks.

Molekuli keskmine kineetiline energia (üheaatomilise  
gaasi jaoks)

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT. \quad (154)$$

### Temperatuuri absoluutse nulli füüsikaline sisu

Temperatuuri absoluutne null on niisugune kujuteldav  
temperatuur, mille korral lakkaks molekulide soojusliiku-  
mine. Kujuteldav - seetõttu, et paigalolevat molekuli vôi-  
me ainult ette kujutada, reaalselt teda ei eksisteeri, liik-  
umine on molekuli niisugune omadus, mida temast lahutada  
ei saa. Seetõttu pole absoluutne null reaalselt kunagi  
täpselt saavutatav.

### Vabadusastmete arv

Vabadusastmete arv on süsteemi sõltumatult muutuvate  
koordinaatide arv. Üldisem määratlus: süsteemi vabadusast-  
mete arv on sõltumatute suuruste arv, mille abil on võima-  
lik määrata süsteemi olekut.

Üheaatomilisel gaasil  $i = 3$ , kaheaatomilisel -  $i = 5$ ,  
kolme- ja enama-atomilisel -  $i = 6$ . (Viimasel kahel juhul  
on eeldatud, et seosed aatomite vahel molekulis on jaigid.)

### Mitmeaatomilise gaasi molekuli keskmine kineetiline energia

$$\bar{E}_k = \frac{i}{2}kT. \quad (155)$$

See koosneb kulgeva liikumise energiast ( $\frac{3}{2}kT$ ) ja pöörlii-  
kumise energiast ( $\frac{i-3}{2}kT$ ). Kulgliikumise vabadusastmete  
arv  $i_k = 3$ , pöörliikumise vabadusastme arv  $i_p = i - 3$ .

### Energia jaotus vabadusastmete järgi

Energia jaguneb vabadusastmete järgi ühtlaselt. Igale vabadusastmele tuleb keskmiselt ühesugune energia ( $1/2 kT$ ). See seadus kehtib klassikalises statistilises füüsikas.

### Molekulide tõenäoseim kiirus

Enamik molekule liigub kiirustega, mis palju ei erine tõenäoseimast.

### Molekuli suhteline kiirus

$$u = \frac{v}{v_t}, \quad (156)$$

kus  $v$  on antud molekuli kiirus;

$v_t$  - tõenäoseim kiirus antud temperatuuril.

### Molekulide jaotus kiiruste järgi (Maxwelli kiiruste jaotus)

Maxwelli kiiruste jaotus annab nende molekulide arvu  $\Delta n$ , mille suhtelised kiirused asuvad vahemikus  $u \dots u + \Delta u$  (vahemikus laiuselga  $\Delta u$ ). Eeldusel, et  $\Delta u$  on väike,

$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n e^{-u^2} u^2 \Delta u. \quad (157)$$

Maxwelli jaotusest saab määrata tõenäoseima kiiruse:

$$v_t = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (158)$$

### Molekulide aritmeetiline keskmine kiirus

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}, \quad (159)$$

kus  $v_i$  on  $i$ -nda molekuli kiirus;

$n$  - molekulide arv.

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (160)$$

Antud temperatuuril

$$\sqrt{\bar{v}^2} > \bar{v} > v_t \quad (161)$$

### Molekulide jaotus kineetiliste energiatega järgi

Molekulide arv, mille kulgeva liikumise kineetilised energiad asuvad vahemikus  $E_k \dots E_k + \Delta E_k$ ,

$$\Delta n = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n \frac{1}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{E_k}{kT}} \sqrt{E_k} \Delta E_k \quad (162)$$

### Baromeetriline valem

Baromeetriline valem annab õhurõhu sõltuvuse kõrgusest maapinnast:

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}, \quad (163)$$

kus  $p$  on rõhk kõrgusel  $h$ ;

$p_0$  - rõhk kõrgusel  $h = 0$ ;

$\mu$  - õhu keskmine moolmass;

valem kehtib eeldusel, et raskuskiirendus  $g$  ja temperatuur  $T$  ei sõltu kõrgusest.

### Molekulide arv ruumalaühikus, sõltuvalt kõrgusest

$$n_0 = n_{00} e^{-\frac{\mu gh}{RT}} = n_{00} e^{-\frac{mgh}{kT}}, \quad (164)$$

kus  $n_0$  on molekulide arv ruumalaühikus kõrgusel  $h$ ;

$n_{00}$  - rõhk kõrgusel  $h = 0$ ;

$m$  - molekuli mass.

### Boltzmanni jaotus

Boltzmanni jaotus annab molekulide jaotuse potentsiaalsete energiatega järgi potentsiaalses jõuväljas. Molekulide arv ruumalaühikus, mille potentsiaalne energia on  $E_p$

$$n_0 = n_{00} e^{-\frac{E_p}{kT}}, \quad (165)$$

kus  $n_{00}$  on nende molekulide arv ruumalaühikus, mille potentsiaalne energia on 0.

### Molekulide keskmine põrgete arv ajaühikus

$$\bar{Z} = 4\sqrt{2}\pi r^2 \bar{v} n_0, \quad (166)$$

kus  $r$  on molekuli nn. efektiivne raadius;  
 $\bar{v}$  - aritmeetiline keskmine kiirus;  
 $n_0$  - molekulide arv ruumalaühikus.

### Molekuli vaba tee

Molekuli vaba tee on vahemaa, mille molekul läbib põrkest põrkeni.

Molekuli keskmine vaba tee

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n_0} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_0} = \frac{1}{4\sqrt{2}\sigma n_0}, \quad (167)$$

kus  $d$  on molekuli efektiivne diameeter ( $d = 2r$ );

$\sigma$  - efektiivne ristlõige ( $\sigma = \pi r^2$ ).

### Molekulide efektiivsed mõõtmed

Valemid (166), (167) on tuletatud eeldusel, et molekulid on absoluutsed elastsed kerad raadiusega  $r$ . Seega on molekulaarjõudude küllalt keerukas mehhanism (molekulidevahelise kauguse vähenedes hakkavad algul kasvama tõmbejõud,



saavutavad maksimumi, seejärel hakkavad vähenema, muutuvad nulliks ning kauguse edasisel vähenemisel hakkavad järsult kasvama tõukejõud) taandatud absoluutselt elastsetele põrgetele. Praktikas kasutatakse valemit (167) molekulide mõõtmete arvutamiseks (mõõtes katseliselt  $\bar{\lambda}$ ). Niiviisi määratud molekulide mõõtmeid nimetataksegi efektiivseteks mõõtmeteks. Seega näiteks molekuli efektiivne diameeter oleks molekuli diameeter, kui ta oleks absoluutselt elastne kera.

### Sisehõõrdumine gaasides

Sisehõõrdejõud gaasides allub samale eksperimentaalsele seadusele kui sisehõõrdejõud vedelikes [vt. valem (70)]:

$$F = \eta \frac{du}{dx} S. \quad (168)$$

Molekulaarkineetiline teooria annab sisehõõrdeteguri jaoks avaldise

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda}, \quad (169)$$

kus  $\rho$  on gaasi tihedus.

### Soojusjuhtivus

Kui keskkonnas  $x$ -telje sihis temperatuur muutub, siis selles sihis läbib pinda  $S$  soojuse voog:

$$q = -\kappa \frac{dT}{dx} S, \quad (170)$$

kus  $\kappa$  on antud keskkonna soojusjuhtivustegur;

$\frac{dT}{dx}$  - temperatuuri gradient.

### Soojusvoog

Soojusvoog on soojushulk, mis ajaühiku jooksul läbib pinda, mis on risti soojuse leviku suunaga.

$$\kappa = \frac{1}{3} \frac{\rho \bar{v} \bar{\lambda}}{\mu} \frac{i}{2} R = \frac{\eta}{\mu} \frac{i}{2} R, \quad (171)$$

kus  $i$  on molekuli vabadusastmete arv.

### Difusioon

Kui gaas koosneb mitmest komponendist, mille kontsentratsioon erinevates ruumipunktides on erinev, siis soojusliikumise tõttu kontsentratsioonid ühtlustuvad, millega kaasneb iga komponendi kandumine kontsentratsiooni vähenemise suunas. Sellist protsessi nimetatakse difusiooniks.

Kui gaas koosneb kahest komponendist, siis pinda  $S$  läbib risti pinnaga ajaühikus esimene gaasikomponent massiga

$$M_1 = -D \frac{dc_1}{dx} S, \quad (172)$$

kus  $D$  on difusioonitegur;

$\frac{dc_1}{dx}$  - esimese gaasi kontsentratsiooni gradient.

Analoogselt teise komponendi jaoks:

$$M_2 = -D \frac{dc_2}{dx} S. \quad (173)$$

### Kontsentratsioon

Antud komponendi kontsentratsioon on selle komponendi molekulide mass ruumalaühikus.

### Omadifusioon

Omadifusioon on mingi gaasi difusioon sama gaasi molekulide keskkonnas.

### Omadifusioonitegur

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (174)$$

## TERMODÜNAAMIKA FÜÜSIKALISED ALUSED

### Siseenergia

Süsteemi siseenergia on korrapäraselt liikuvate molekulide kineetiliste energiatega ja molekulidevahelistest jõududest tingitud potentsiaalsete energiatega summa.

Ideaalsel gaasil potentsiaalne energia puudub, sest puuduvad molekulidevahelised jõud, seetõttu siseenergia sõltub ainult temperatuurist.

Reaalsel gaasil on siseenergia gaasi parameetrite temperatuuri ja ruumala funktsioon.

$$U = f(T, V). \quad (175)$$

### Olekufunktsioon

Olekufunktsioon on funktsioon, mis sõltub gaasi parameetritest.

Siseenergia on üks gaasi olekufunktsioone.

### Ideaalse gaasi siseenergia

$$U = z \frac{i}{2} RT, \quad (176)$$

kus  $z$  on moolide arv;

$i$  - molekuli vabadusastmete arv.

Siseenergiat võib muuta kahel viisil: 1) tehes gaasiga tööd (või lastes gaasil teha tööd), 2) andes gaasile väljastpoolt soojust (või võttes ära).

### Soojus

Soojus (nagu töögi) on siseenergia ühelt kehalt teisele ülekande viisiks ja mõõduks.

### Termodünaamika esimene alus

Süsteemi siseenergia juurdekasv võrdub süsteemile juurdeantava soojushulga ja süsteemiga teostatava töö summaga.

$$\Delta U = Q + A, \quad (177)$$

kus  $+Q$  on süsteemile väljastpoolt antav soojushulk ( $-Q$  on soojushulk, mida süsteem ära annab);

$+A$  - süsteemiga väljastpoolt tehtav töö, kokkusurumise töö ( $-A$  on süsteemi poolt tehtud töö, paisumise töö).

Teisiti: süsteemile väljastpoolt antav soojushulk võib minna süsteemi siseenergia täiendamiseks või süsteemi poolt tehtavaks tööks.

$$Q = \Delta U - A. \quad (178)$$

Gaasi paisumise töö isobaarilisel protsessil

$$-A = Q - \Delta U = p \Delta V = zR \Delta T, \quad (179)$$

kus  $\Delta V$  on gaasi ruumala muutus.

Gaasi paisumise töö mis tahes protsessil

$$-A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (180)$$

Gaasi paisumise töö isotermilisel protsessil

$$-A = Q = zRT \ln \frac{V_2}{V_1} = zRT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (181)$$

Isotermilisel paisumisel teeb gaas tööd juurdesaadud soojuse arvel.

Gaasi paisumise töö isokoorilisel protsessil

$$-A = 0. \quad (182)$$

Moolsoojus

Moolsoojus on soojushulk, mida on vaja anda antud aine 1 moolile, et tõsta tema temperatuuri 1 K võrra.



### Erisoojus

Erisoojus on soojushulk, mida on vaja anda antud aine massiühikule, et tõsta tema temperatuuri 1 K võrra.

$$c = \frac{C}{\mu}, \quad (183)$$

kus  $c$  on antud aine erisoojus;

$C$  - moolsoojus;

$\mu$  - moolmass.

### Gaasi moolsoojus jääval ruumalal

$$C_V = \frac{dU_m}{dT} = \frac{1}{2} R, \quad (184)$$

kus  $U_m$  on 1 mooli antud aine siseenergia.

Temperatuuri tõusul jääval ruumalal läheb kogu juurdeantav soojus siseenergia täiendamiseks.

### Gaasi moolsoojus jääval rõhul

$$C_p = C_V + R = \frac{1 + 2}{2} R. \quad (185)$$

Temperatuuri tõusul jääval ruumalal läheb juurdeantav soojus gaasi siseenergia täiendamiseks ja gaasi paisumise tööks.

### Gaaside universaalse konstandi füüsikaline sisu

Gaaside universaalne konstant  $R$  võrdub tööga, mida teeb 1 mool ideaalset gaasi paisudes jääval rõhul, kui tema temperatuur tõuseb 1 K võrra.

$$R = p \frac{dV_m}{dT} = C_p - C_V, \quad (186)$$

kus  $V_m$  on 1 mooli antud gaasi ruumala.

### Moolsoojuste suhe

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i + 2}{i}. \quad (187)$$

### Molekuli vabadusastmete arv, arvestades aatomite vônkliikumise vabadusastmeid

$$i = i_k + i_p + 2i_v, \quad (188)$$

kus  $i_k$  on kulgliikumise vabadusastmete arv ( $i_k=3$ );

$i_p$  - molekuli pöörlemise vabadusastmete arv;

$i_v$  - aatomite vônkliikumise vabadusastmete arv molekulis.

Üheaatomilistel gaasidel

$$i_v = 0. \quad (189)$$

Kaheaatomilistel gaasidel

$$i_v = 1. \quad (190)$$

Kolme- ja enama-aatomilistel gaasidel

$$i_v = 3n - 6, \quad (191)$$

kus  $n$  on aatomite arv molekulis.

### Dulong-Petit' seadus

Tahkete kehade moolsoojus

$$C = C_v = 3R. \quad (192)$$

### Adiabaatiline protsess

Adiabaatiline protsess on niisugune protsess, mille korral ei toimu soojusvahetust süsteemi ja väliskeskkonna vahel.

Praktiliselt võib adiabaatiliseks lugeda väga kiiresti toimuvaid protsesse, kuna sel juhul ei toimu märgatavat soojusvahetust süsteemi ja väliskeskkonna vahel.

Adiabaatilisel protsessil

$$\kappa C_v dT = p dV, \quad (193)$$

s.t. kui  $dV > 0$ , siis  $dT < 0$  (adiabaatilisel paisumisel gaasi temperatuur langeb); kui  $dV < 0$ , siis  $dT > 0$  (adiabaatilisel kokkusurumisel gaasi temperatuur tõuseb).

### Poissoni seadus

Adiabaatiline protsess allub Poissoni seadusele:

$$pV^\gamma = \text{const} \quad (194)$$

või

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad (195)$$

kus

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

### Polütroopne protsess

Polütroopseks nimetatakse protsessi, mis allub seadusele

$$pV^n = \text{const}, \quad (196)$$

kus  $n$  on nn. polütroobi astmenäitaja. Kõik senivaadeldud protsessid on polütroopse protsessi erijuhud.

Isobaarilisel protsessil	$n = 0$ ,
isotermilisel	$n = 1$ ,
adiabaatilisel	$n = \gamma$ ,
isokoorilisel	$n = \pm \infty$ .

### Gaasi paisumise töö adiabaatilisel protsessil

$$-A = -\Delta U = zC_v(T_1 - T_2) = zC_v T_1 \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (197)$$

Adiabaatilisel paisumisel teeb gaas tööd oma siseenergia arvel.

### Ringprotsess

Kui pärast protsessi süsteemi lõppoleku parameetrid ühtivad tema algoleku parameetritega, siis oleme süsteemiga teostanud ring- ehk tsüklilise protsessi.

## Pööratav protsess

Protsess on pööratav, kui on olemas mingi teine protsess, mis viib süsteemi lõppolekust tagasi algolekusse ning pärast protsessi pole väliskeskkonnas mingeid muutusi.

Teisiti: pööratav on protsess, mida saab teostada vastupidises suunas, nii et süsteem läbib kõik samad olekud mis pärisuunas, ainult vastupidises järjekorras. Pööratav saab olla ainult tasakaaluline protsess.

Kõik reaalsed protsessid on pöördumatud. Pööratavaid protsesse reaalselt ei eksisteeri.

## Soojusmasin

Soojusmasin on perioodiliselt töötav seade, mis teeb tööd väljastpoolt saadava soojushulga arvel. Soojusmasin teostab korduvalt mingit ringprotsessi. Iga soojusmasin koosneb põhimõtteliselt kolmest osast: 1) soojendi, 2) töötav keha, 3) jahuti. Seejuures  $T_1 > T_2$  ( $T_1$  - soojendi temperatuur,  $T_2$  - jahuti temperatuur). Soojusmasina tsükkel koosneb järgnevalt: töötav keha saab soojendilt soojushulga, mille arvel ta teeb tööd, seejärel viiakse töötav keha tagasi algolekusse, seejuures osutub paratamatuks osa saadud soojuse äraandmine jahutile.

## Soojusmasina kasutegur

Soojusmasina kasutegur näitab, milline osa soojendilt saadud soojusest läheb kasulikuks tööks:

$$\eta = \frac{-A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (198)$$

kus  $-A$  on töötava keha poolt tsükli vältel tehtud summaarne töö;

$Q_1$  - soojendilt saadud soojushulk;

$Q_2$  - jahutile äraantud soojushulk.

Erinevalt eelnevast oleme siin tähistanud töötava keha poolt äraantud soojushulka  $+Q_2$ -ga.



## Külmutusmasin

Külmutusmasin võtab soojust külmemalt kehalt (näiteks külmutuskapist) ja kannab seda üle soojemale kehale. Niisugune soojuse ülekanne ei saa toimuda iseenesest, vaid selleks on vaja väljastpoolt teha tööd. Seejuures on soojemale kehale ülekantud soojushulk väljastpoolt tehtava töö võrra suurem külmemalt kehalt võetavast soojushulgast. Põhimõtteliselt võib iga soojusmasina muuta külmutusmasinaks, muutes kõigi protsesside suunad vastupidisteks.

## Külmutustegur

Külmutustegur on külmemalt kehalt võetava soojushulga ja väljastpoolt tehtava töö suhe:

$$K = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}, \quad (199)$$

kus  $Q_1$  on soojemale kehale ülekantav soojushulk.

Mida suurem on  $K$ , seda kasulikumalt töötab külmutusmasin.

## Carnot' ideaalne soojusmasin

Carnot' soojusmasin on ideaalne seetõttu, et ta töötab pööratava tsükliga. Töötavaks kehaks Carnot' masinas on ideaalne gaas. Tsükkel koosneb järgmistest protsessidest.

1. Gaas paisub isotermiliselt, kusjuures gaasi ja soojendi temperatuur ( $T_1$ ) on ühesugune. Selle protsessi vältel saab gaas soojendilt soojushulga  $Q_1$ .

2. Gaas paisub adiabaatiliselt, seejuures tema temperatuur langeb kuni jahuti temperatuurini  $T_2$ .

3. Gaas surutakse isotermiliselt kokku, kusjuures gaasi ja jahuti temperatuurid on võrdsed. Gaas annab jahutile ära soojushulga  $Q_2$ .

4. Gaas surutakse adiabaatiliselt kokku, kuni tema temperatuur tõuseb soojendi temperatuurini  $T_1$ .

### Carnot' soojusmasina kasutegur

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (200)$$

Kasutegur ei olene töötava keha ainest.

Reaalse masina kasutegur

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (201)$$

### Protsessi taandatud soojus

Protsessi taandatud soojus on protsessi vältel süsteemile antud soojus jagatud selle keha temperatuuriga, millelt soojust saadi (pöörataval protsessil on süsteemi temperatuur sellega võrdne). Kui protsess toimub isotermiliselt, siis taandatud soojus on  $\frac{Q}{T}$ , muudel juhtudel, kuna temperatuur muutub, võime taandatud soojuse leida elementaarprotsessil:  $\frac{dQ}{T}$  ( lõplikul protsessil  $\int \frac{dQ}{T}$ ). Kui protsessil saadi soojust juurde, on taandatud soojus  $> 0$ , kui anti ära, on taandatud soojus  $< 0$ .

### Clausiusse võrratus

Ringprotsessil taandatud soojuste algebraline summa

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0. \quad (202)$$

Integraal tuleb võtta üle kogu tsükli. Märk  $<$  kehtib mitte-pööratavatel ringprotsessidel, võrdusmärk pööratavatel ringprotsessidel. Seega pole niisugust ringprotsessi, mille korral taandatud soojuste algebraline summa oleks  $> 0$ .

### Entroopia

Mis tahes pööratava protsessi korral, mis viib süsteemi mingist olekust 1 olekusse 2, ei sõltu taandatud soojuste summa protsessist, vaid ainult alg- ja lõppolekust. See annab alust väita, et taandatud soojuste summa on mingi

olekufunktsiooni muutus. Seda olekufunktsiooni nimetataksegi süsteemi entroopiaks.

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T} = S_2 - S_1 = \Delta S. \quad (203)$$

Mittepööratava protsessi korral

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T} < S_2 - S_1 = \Delta S. \quad (204)$$

$T$  on selle keha temperatuur, millelt soojust saadi.

Kui protsess toimub isoleeritud süsteemis, s.t. puudub soojusvahetus väliskeskkonnaga, siis

$$S_2 - S_1 = \Delta S \geq 0. \quad (205)$$

Seega saab isoleeritud süsteemi entroopia ainult kasvada (mittepööratav protsess) või jääda muutumatuks (pööratav protsess).

Entroopia ise:

$$S = \int \frac{dQ}{T} + C, \quad (206)$$

kus  $C$  on määramatu konstant.

#### Ideaalse gaasi entroopia

$$S = z(C_V \ln T + R \ln V_m + S_m) \quad (207)$$

või

$$S = z(C_p \ln T - R \ln p + S'_m) \quad (208)$$

või

$$S = z(C_V \ln p + C_p \ln V_m + S''_m), \quad (209)$$

kus  $S_m$ ,  $S'_m$  ja  $S''_m$  on integreerimiskonstandid.

#### Seos entroopia ja tõenäosuse vahel

$$S = k \ln W, \quad (210)$$

kus  $k$  on Boltzmanni konstant;

$W$  - süsteemi oleku termodünaamiline tõenäosus.

### Süsteemi oleku termodünaamiline tõenäosus

Süsteemi oleku termodünaamiline tõenäosus on mikroolekute arv, mille kaudu on realiseeritav antud makroolek.

Üks ja sama makroolek ( $p, V, T$ ) võib teostuda paljude mikroolekute kaudu, s.t. mitmesuguste molekulide jaotuste kaudu ruumis ja mitmesuguste kiiruste jaotuste kaudu molekulide vahel. Kui näiteks süsteem koosneb ainult kahest molekulist, siis kindel makroolek on määratud nende molekulide kindlate asukohtadega (kui jätta vaatluse alt välja molekulide kiirused). Vahetades molekulid jääb makroolek samaks, kuid mikroolek on erinev. Seega on mikroolekute arv, mille kaudu on realiseeritav antud makroolek, võrdne kahega. Arusaadavalt kasvab termodünaamiline tõenäosus järsult molekulide arvu kasvades.

### Termodünaamika teine alus

Soojus ei lähe iseenesest üle külmemalt kehalt soojemale.

Seesama rangemas formuleeringus: niisugused protsessid, mille ainsaks tulemuseks on soojuse üleminek külmemalt kehalt soojemale, on võimatud.

Teisiti:

ringprotsess, mille ainsaks tulemuseks oleks soojuse muundamine tööks, on võimatu.

Või:

periodiliselt töötav soojusmasin, mille tegevuse ainsaks tulemuseks oleks soojuse muundamine tööks, on võimatu.



## AGREGAATOLEKUD JA FAASISIIRDED

### Van der Waalsi võrrand

Van der Waalsi võrrand on reaalse gaasi olekuvõrrand.

$$\left(p + \frac{z^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{z} - b\right) = RT, \quad (211)$$

kus  $z$  on moolide arv;

$a$  ja  $b$  - nn. Van der Waalsi konstandid.

Van der Waalsi konstandid on igale ainele iseloomulikud suurused. Rõhu parandusliige (võrreldes ideaalse gaasi olekuvõrrandiga)  $\frac{z^2 a}{V^2}$  arvestab molekulaarsetest tõmbejõududest

tingitud lisarõhku, nn. siserõhku ( $p$  on väljastpoolt gaasile avaldatav rõhk, gaasi rõhk anuma seintele).

Ruumala parandusliige  $b$  arvestab seda, et molekulidel endil on mõõtmed, mistõttu molekulid ei saa liikuda kogu anuma ruumalas. See parandusliige võrdub neljakordse kõigi molekulide endi ruumalaga.

### Reaalse gaasi siseenergia

$$U = z\left(C_V T - \frac{a}{V_m}\right). \quad (212)$$

### Kriitiline temperatuur

Kriitiline temperatuur on temperatuur, mille puhul kaob erinevus gaasilise ja vedela oleku vahel, gaasi (auru) ja vedeliku tihedused saavad võrdseks. Kõrgemal temperatuuril kui kriitiline võib aine olla ainult gaasilises olekus. Seega selleks et gaasi veeldada, tuleb tema temperatuur viia allapoole kriitilist. Kriitilisel temperatuuril saab molekuli kineetiline energia nii suureks, et molekulidevahelised tõmbejõud ei suuda molekule koos hoida, ning vedelik muutub gaasiks sõltumata rõhust ja ruumalast. Tinglikult nimetatakse gaasi madalamal temperatuuril kui kriitiline auruks.

### Küllastunud aur

Küllastunud aur on aur, mis on tasakaalus oma vedeliku-  
ga. Küllastunud auru rõhk ei sõltu auru ruumalast, vaid  
ainult temperatuurist, kasvab koos temperatuuriga.

### Üleküllastunud aur

Üleküllastunud aur on aur, mille rõhk on kõrgem küllas-  
tunud auru rõhust antud temperatuuril.

### Ülekuumenenud vedelik

Ülekuumenenud vedelik on vedelik, mille rõhk on mada-  
lam küllastunud auru rõhust antud temperatuuril.

### Vedel olek

Vedelale olekule on iseloomulik nn. lähikord, s.t. iga  
osakese (aatom, molekuli) suhtes paiknevad tema naaberosa-  
kesed korrapäraselt, kuid osakesest eemaldumisel korrapära  
kahaneb ning küllalt kiiresti kaob täielikult. Vedelikus  
seisneb soojusliikumine selles, et iga osake võngub teatud  
aja mingi kindla tasakaaluasendi ümber, kuna ta on oma naa-  
berosakestega seotud molekulaarjõududega. Aeg-ajalt läheb  
osake hüppega üle uude tasakaaluasendisse, hüppe ulatus on  
sama suurusjärku molekuli mõõtmetega. Võnkumiste keskmine  
kestus on suurem ülemineku kestusest. Temperatuuri tõusuga  
võnkumiste kestus kindla tasakaaluasendi ümber lüheneb,  
ning üleminekud sagenevad. Vedel olek on gaasilise ja tahke  
oleku vahepealne.

### Tahke olek

Enamik tahkeid kehi on kristallilise ehitusega. Kris-  
tallilises olekus paiknevad aine osakesed korrapäraselt,  
kusjuures osakeste korrapärane asetus mis tahes osakese  
suhtes esineb suure ruumiosa ulatuses. Lühidalt - kristalli-  
des leiab aset kaugkord. Korrapäraselt paiknevad osakesed  
moodustavad geomeetriliselt korrapärase ruumvõre. Osakeste  
soojusliikumine kristallilises kehas seisneb nende võnku-  
mises tasakaaluasendi (ruumvõre sõlme) ümber. Iga osake  
on naaberosakestega tugevalt seotud, asub potentsiaali au-

gus. Kristallilise oleku iseloomulikuks jooneks on anisotroopsus - omaduste sõltuvus sihist.

Kristallilised kehad esinevad harilikult polükristallidena. Polükristall koosneb suurest hulgast korrapäratult orienteeritud kristallikestest. Kui kaugkord esineb kogu kristalli ulatuses, on tegemist monokristalliga.

### Faas

Faas on süsteemi homogeensete ja ühesuguste omadustega osade kogum.

### Faasisiire

Faasisiire on aine üleminek ühest faasist teise.

### Esimest liiki faasisiire

Esimest liiki faasisiire on aine üleminek ühest faasist teise, mille korral eraldub või neeldub soojus. Enamik faasisiirdeid on esimest liiki.

### Teist liiki faasisiire

Teist liiki faasisiire on aine üleminek ühest faasist teise, mis pole seotud soojuse eraldumise või neeldumisega. Teist liiki faasisiirded esinevad aine üleminekul ühest kristallilisest modifikatsioonist teise.



ELEKTRIVÄLI

Laengu jäävuse seadus

Isoleeritud süsteemis on laengute algebraline summa jääv.

Isoleeritud süsteemi all mõistame siin süsteemi, millel puudub laengute vahetus väliskeskkonnaga.

Laengu jäävuse seadus ei välista laengute tekkimist ega kadumist, ainult et positiivseid ja negatiivseid laengud võib tekkida või kaduda võrdse hulgal.

Coulomb'i seadus

Kaks punktlaengut mõjutavad teineteist jõuga, mis on võrdeline kummagi laengu suurusega, pöördvõrdeline laengute vahelise kauguse ruuduga ning mõjub laenguid ühendava sirge sihis.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1q_2}{r^2}, \quad (213)$$

kus  $\epsilon_0$  on ühikutest sõltuv konstant, nn. elektriline konstant;

$\epsilon$  - keskkonna elektriline läbitavus.\*\*

Keskkonna elektriline läbitavus

Keskkonna elektriline läbitavus näitab, mitu korda vähenevad elektrilised jõud (või elektrivälja tugevus) antud keskkonnas võrreldes vaakumiga.

Määratluse põhjal vaakumi jaoks  $\epsilon = 1$ .

Punktlaeng

Punktlaeng on laeng kehal, mille mõõtmed on palju väiksemad kaugusest teiste laetud kehadeni.

\* Kõik valemid elektri ja magnetismi osas on antud SI-s.

\*\* Siin ja edaspidi eeldame, et keskkond on homogeenne ja isotroopne.



### Elektriväli

Elektriväli on ruumipiirkond, kus laengutele mõjuvad jõud.

### Elektrivälja tugevus

Elektrivälja tugevus välja antud punktis on selles punktis paiknevale positiivsele ühikulisele punktlaengule mõjuv jõud.

Kui laengule  $q$  antud väljapunktis mõjub jõud  $\vec{F}$ , siis väljatugevus selles punktis

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (214)$$

### Punktlaengu elektrivälja tugevus

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^2} \quad (215)$$

kus  $q$  on välja tekitava laengu suurus (absoluutväärtus);  
 $r$  - vaadeldava väljapunkti kaugus välja tekitavast laengust.

Väljatugevuse vektori siht punktlaengu väljas ühtib väljapunkti ja välja tekitavat laengut läbiva sirge sihiga. Positiivse punktlaengu väljas on väljatugevuse vektor suunatud välja tekitavast laengust eemale, negatiivse laengu väljas - laengu poole.

Punktlaengu elektriväli on tsentraalne väli.

### Elektriväljade superpositsiooni printsiip

Laengute süsteemi väljatugevus on võrdne nende väljatugevuste vektorsummaga, mida tekitaksid kõik süsteemi kuuluvad laengud eraldi.

### Jõujooned

Jõujooned on kujuteldavad jooned, mida kasutatakse välja graafiliseks kujutamiseks. Jõujooned ehitatakse välja nii, et nende pildiga oleks antud väljatugevuse vektor igas välja punktis. Väljatugevuse suurus võrdub jõujoonte tihedusega. Jõujoonte tihedus on jõujoonte arv läbi pind-

alaühiku, mis on risti jõujoontega. Väljatugevuse suund ühtib jõujoone puutuja suunaga antud punktis.

Elektrivälja (täpsemini – elektrostaatilise välja) jõujoontel on alati algus ja lõpp. Jõujooned algavad positiivselt laengult (või lõpmatuses), lõpevad negatiivsel laengul (või lõpmatuses). Jõujoonte selline omadus on seotud sellega, et elektriväli (nagu gravitatsioonivälgi) on potentsiaalne väli.

### Homogeenne väli

Homogeenne väli on selline väli, kus väljatugevus kõigis välja punktides on nii suuruselt kui suunalt ühesugune. Homogeense välja jõujooned on paralleelsed sirged, mille tihedus on kõikjal ühesugune.

### Jõujoonte voog (väljatugevuse vektori voog)

Jõujoonte vooks nimetatakse pinda läbivate jõujoonte arvu.

Jõujoonte voog läbi pinna  $S$ :

$$\Phi_E = \int_S E \cos\alpha \, dS = \int_S E_n \, dS, \quad (216)$$

kus  $\alpha$  on nurk väljatugevuse vektori ja pinna normaali vahel;

$E_n$  – väljatugevuse normaalisuunaline komponent.

Jõujoonte voog läbi kinnise pinna  $S$ :

$$\Phi_E = \oint_S E_n \, dS. \quad (217)$$

Kinnise pinna korral loetakse positiivseks väljapoole suunatud normaali.

### Elektriline induktsioon (elektrinihe)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (218)$$

Induktsioon iseloomustab välja vaakumis.  $\frac{\vec{D}}{\epsilon_0}$  võrdub väljatugevusega, mis oleks antud kohas, kui keskkond puuduks. Välja iseloomustamisel on induktsioon abisuurus. Põhiliseks välja karakteristikuks on väljatugevus.

Induktsioonijooned seotakse induktsioonivektoriga täpselt samuti nagu jõujooned väljatugevuse vektoriga.

### Induktsioonivoog

Induktsioonivooks nimetatakse pinda läbivate induktsioonijoonete arvu.

Induktsioonivoog läbi pinna  $S$ :

$$\Phi_D = \int_S D_n dS. \quad (219)$$

Induktsioonivoog läbi kinnise pinna  $S$ :

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS. \quad (220)$$

### Gaussi teoreem

Gaussi teoreem annab mis tahes kinnist pinda läbivate jõujoonte voo.

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \sum q_i, \quad (221)$$

kus  $\sum q_i$  on pinna sees olevate laengute algebraline summa. Jõujoonte voog on algebraline suurus. Positiivne on pinnast väljuvate jõujoonte voog, negatiivne - pinda sisenevate jõujoonte voog.

Gaussi teoreem induktsioonivoo jaoks:

$$\Phi_D = \sum q_i. \quad (222)$$

### Laengu pindtihedus

Laengu pindtihedus on pindalaühikul olev laeng.

Kui laeng  $q$  on jaotunud ühtlaselt pinnal  $S$ , siis laengu pindtihedus

$$\sigma = \frac{q}{S}. \quad (223)$$

Üldjuhul

$$\sigma = \frac{dq}{dS}. \quad (224)$$

### Laengu ruumtihedus

Laengu ruumtihedus on ruumalaühikus olev laeng.

Kui laeng  $q$  on jaotunud ühtlaselt ruumalas  $V$ , siis laengu ruumtihedus

$$\rho = \frac{q}{V} \quad (225)$$

Üldjuhul

$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad (226)$$

### Laengu joontihedus

Laengu joontihedus on silindrilise pinna pikkusühiku kohta tulev laeng.

Kui laeng  $q$  on jaotunud ühtlaselt silindrilisel pinnal pikkusega  $l$ , siis laengu joontihedus

$$\lambda = \frac{q}{l} \quad (227)$$

Üldjuhul

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad (228)$$

### Lõpmatu ühtlaselt laetud tasandi elektriväli

Väli on homogeenne, välja jõujooned on risti tasandiga. Väljatugevus

$$E = \frac{\delta}{2 \epsilon_0 \epsilon} \quad (229)$$

Kahe lõpmatu paralleelse ühtlaselt erimärgiliselt laetud tasandi elektriväli (laengu pindtihedused on suuruselt võrdsed). Väli väljaspool tasandeid puudub. Tasandite vahel on väli homogeenne, jõujooned on risti tasanditega. Väljatugevus

$$E = \frac{\delta}{\epsilon_0 \epsilon} \quad (230)$$

### Ühtlaselt laetud kerapinna elektriväli

Pinna sees väli puudub. Pinnal ja väljaspool pinda on



välgi tsentraalne. Välgi keskpunkt ühtib kerapinna keskpunktiga. Väljatugevus

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^2} \quad (r \geq R), \quad (231)$$

kus  $R$  on kerapinna raadius;

$q$  - pinnal olev laeng;

$r$  - kaugus kerapinna keskpunktist.

Seega väljaspool pinda on väli samasugune kui kerapinna keskpunktis asuva punktlaengu  $q$  väli.

#### Ühtlaselt (ruumiliselt) laetud kera elektriväli

Väli väljaspool kera on samasugune kui laetud kerapinna väli.

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^2} \quad (r \geq R), \quad (232)$$

kus  $q$  on kogu kera sees olev laeng.

Kera sees

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{R^3} r \quad (r \leq R). \quad (233)$$

#### Lõpmatu ühtlaselt laetud silindrilise pinna väli

Silindri sees väli puudub. Väljaspool silindrit on jõujooned risti silindri teljega. Väljatugevus

$$E = \frac{1}{2\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{\lambda}{r} \quad (r \geq R), \quad (234)$$

kus  $r$  on kaugus silindri teljest;

$R$  - silindri raadius.

#### Väljajõudude töö laengu nihutamisel punktist 1 punkti 2

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (235)$$

kus  $d\vec{l}$  on elementaarnihe.

#### Potentsiaal

Antud väljapunkti potentsiaali mõõdetakse tööga, mida

teevad väljajõud positiivse ühikulise punktlaengu viimisel sellest punktist lõpmatusse.

Potentsiaal punktlaengu  $q$  väljas

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r}, \quad (236)$$

kus  $r$  on kaugus välja tekitavast laengust  $q$  vaadeldava väljapunktini. Sama avaldis kehtib potentsiaali arvutamiseks laetud kera väljas kaugustel kera keskpunktist  $r \geq R$  ( $R$  on kera raadius).

Potentsiaal on algebraline suurus. Avaldis (236) annab ka potentsiaali märgi. Selleks tuleb laengut  $q$  vaadata algebralise (märgiga) suurusena.

Laengute süsteemi väljas võrdub potentsiaal üksikute laengute poolt tekitatud potentsiaalide algebralise summaga vaadeldavas punktis.

Väljajõudude töö laengu nihutamisel punktist 1 punkti 2 avaldub nende punktide potentsiaalide vahe kaudu:

$$A_{12} = q (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (237)$$

kus  $\varphi_1$  on potentsiaal punktis 1;

$\varphi_2$  - potentsiaal punktis 2.

Avaldiste (235) ja (237) võrdlemisest on näha, et kahe väljapunkti potentsiaalide vahe

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (238)$$

### Elektrostaatiline välja potentsiaalne iseloom

Elektrostaatiline väli, s.o. paigalolevate ja suuruselt muutumatute laengute elektriväli on potentsiaalne väli. Väljajõudude töö laengu nihutamisel ei sõltu tee kujust, vaid ainult alg- ja lõpp-punkti asendist. Järelikult töö mööda kinnist kõverat (mingist punktist samasse punkti tagasi) võrdub nulliga. Ühiklaengu nihutamise töö mööda kinnist kõverat:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (239)$$

Integraali vektorist m<sup>õ</sup>õda kinnist k<sup>õ</sup>verat nimetatakse tsirkulatsiooniks. Seega: tsirkulatsioon v<sup>äl</sup>jatugevuse vektorist elektrostaatilisest v<sup>äl</sup>jas v<sup>õ</sup>rdub nulliga. Avaldis (239) v<sup>äl</sup>jendabki elektrostaatilise v<sup>äl</sup>ja potentsiaalset iseloomu.

### Seos v<sup>äl</sup>jatugevuse ja potentsiaali vahel

V<sup>äl</sup>jatugevus on potentsiaali vastasm<sup>är</sup>giline gradient:

$$\vec{E} = - \text{grad } \varphi = - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right). \quad (240)$$

Homogeenses v<sup>äl</sup>jas

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}, \quad (241)$$

kus  $l$  on kaugus punktide 1 ja 2 vahel, m<sup>õ</sup>õdetuna piki j<sup>õu</sup>-joont.

### Ekvipotentsiaalpinna

Ekvipotentsiaalpinna jaoks nimetatakse pindu, mille k<sup>õ</sup>igis punktides potentsiaal on uhesugune.

Laengu liikumisel m<sup>õ</sup>õda ekvipotentsiaalpinna on v<sup>äl</sup>ja-j<sup>õu</sup>dude t<sup>õ</sup>o null.

K<sup>õ</sup>rvuti j<sup>õu</sup>-joontega kasutatakse ekvipotentsiaalpinna v<sup>äl</sup>ja graafiliseks kujutamiseks. Ekvipotentsiaalpinna ehitatakse v<sup>äl</sup>ja nii, et potentsiaalide vahe naaberpinna vahel oleks uhikuline. J<sup>õu</sup>-jooned on ekvipotentsiaalpinna dega risti.

## ELEKTRIV<sup>äl</sup>ALI KESKKONNAS

### Elektrijuhid

Elektrijuhid on ained, milles laengud v<sup>õ</sup>ivad vabalt liikuda.

Juhid jagunevad j<sup>är</sup>gmiselt.

1. Esimest liiki juhid. Nendes pole laengute ulekanne seotud keemiliste muutustega ega m<sup>är</sup>gatava aine ulekandega. Esimest liiki juhid on metallid. Metallides on laengu ulekanne tingitud vabade elektronide liikumisest. Metallides on



valentselektronid nõrgalt seotud aatomitega, soojusliikumise tõttu eralduvad nad kergesti aatomitest, muutudes metalli sees vabadeks elektronideks. Need elektronid võivad kristallivõret moodustavate positiivsete ioonide vahel suhteliselt vabalt liikuda.

2. Teist liiki juhid. Nendes on laengute ülekanne seotud nii keemiliste muutustega kui aine ülekandega.

Teist liiki juhid on soolade, hapete ja aluste lahused ning soolad vedelas olekus. Laengukandjateks teist liiki juhtides on ioonid.

### Dielektrikud

Dielektrikud on ained, milles laengud ei saa vabalt liikuda. Dielektrikud koosnevad molekulidest või aatomitest, mis on elektriliselt neutraalsed või ioonidest, mis ei saa dielektriku sees vabalt liikuda. Elektriliste jõudude mõjul võivad laengud dielektrikus ainult veidi nihkuda või muuta oma orientatsiooni. Dielektrikutes puuduvad vabad laengud, on ainult seotud laengud.

Dielektrikud on soolade kristallid, õlid, gaasid, mitmesugused tehismaterjalid jne.

### Pooljuhid

Pooljuhid on ained, millel on väike, kuid märgatav juhtivus. Nad moodustavad vahepealse klassi juhtide ja dielektrikute vahel.

### Dipool

Dipool on süsteem kahest suuruselt võrdsest, kuid märgilt vastupidisest punktlaengust, mille vaheline kaugus on palju väiksem kaugusest teiste laenguteni.

### Dipooli telg

Dipooli teljeks nimetatakse mõlemat laengut läbivat sirget.

### Dipooli elektriline moment

Dipooli elektriline moment ehk dipoolmoment

$$\vec{p}_e = q\vec{l}, \quad (242)$$



kus  $q$  on ühe laengu suurus;

$l$  - kaugus laengute vahel.

$\vec{l}$  (samuti  $\vec{p}_e$ ) suunaks on suund negatiivselt laengult positiivsele.

Dipoolile välises väljas mõjuva jõupaari moment

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}. \quad (243)$$

Kui dipool on vaba, siis orienteerub ta välises väljas nii, et dipoolmomenti suund ühtib välja suunaga. Seejuures homogeenises väljas on pärast orienteerumist dipoolile mõjuv summaarne jõud võrdne nulliga. Mittehomogeenses väljas mõjub orienteerunud dipoolile jõud välja tugevnemise suunas.

Polaarsed molekulid

Polaarsed on molekulid, mille positiivsete laengute (aatomituumade) ja negatiivsete laengute (elektronide) keskpunktid välise välja puudumisel ei lange kokku. Seega on polaarne molekul dipool.

Mittepolaarsed molekulid

Mittepolaarsed on molekulid, mille positiivsete ja negatiivsete laengute keskpunktid välise välja puudumisel ühtivad.

Dielektriku polarisatsioon

Dielektriku polarisatsiooniks nimetatakse dipoolmomenti teket dielektrikul välise elektrivälja mõjul. Polariseerumise tõttu tekib dielektrikus lisaväli, mis on suunatud vastupidi teda esilekutsuvale välisele väljale. Seetõttu summaarne elektriväli dielektrikus nõrgeneb.

Orientatsiooniline polarisatsioon

Orientatsiooniline polarisatsioon toimub polaarsete molekulidega dielektrikus. Ilma välise väljata on sellise dielektriku molekulid kaootiliselt orienteeritud (soojusliikumise tõttu), mistõttu nende summaarne dipoolmoment võrdub nulliga. Välise välja toimel molekulid (dipoolid) orienteeruvad osaliselt välja sihis. Orientatsioon on seda täielikum,

mida tugevam on väline väli. Dielektrik tervikuna omandab dipoolmomendi.

### Deformatsiooniline polarisatsioon

Deformatsiooniline polarisatsioon toimub mittepolaarsete molekulidega dielektrikus. Kuna välises väljas positiivsetele ja negatiivsetele laengutele molekulis mõjuvad vastassuunalised jõud, siis nad nihkuvad teineteise suhtes, mistõttu molekul muutub väljasihiliseks dipooliks. Jällegi omandab dielektrik tervikuna dipoolmomendi. Kuna välja mõjul molekulil tekki dipoolmoment on võrdeline välise välja tugevusega, siis nimetatakse selliseid molekule ka elastseteks dipoolideks. Polaarse molekulidega dielektrikutes võib orientatsioonilisele polarisatsioonile lisanduda deformatsiooniline.

### Polarisatsioonivektor (polarisatsioon)

Polarisatsioonivektor on dielektriku ruumalaühiku kohta tulev dipoolmoment.

Kui ruumalas  $\Delta V$  olevate molekulide dipoolmomentide vektorsumma on  $\sum \vec{p}_i$ , siis polarisatsioonivektor

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}. \quad (244)$$

Polarisatsioonivektor iseloomustab dielektriku polarisatsiooni astet.

### Seos vektorite $\vec{E}$ , $\vec{D}$ ja $\vec{P}$ vahel dielektrikus

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}. \quad (245)$$

Vektor  $\vec{E}$  (väljatugevuse vektor) iseloomustab summaarset välja dielektrikus (väline väli + lisaväli). Vektor  $\vec{E}_0 = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0}$  iseloomustab välist välja, välja, mis oleks antud kohas ilma keskkonnata. Vektor  $\vec{E}' = -\frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$  iseloomustab dielektrikus välise välja mõjul tekkivat lisavälja ( $\vec{P}$  on samasuunaline välise väljaga, lisaväli  $\vec{E}'$  on välise väljaga vastassuunaline).

Seos polarisatsiooni ja väljatugevuse vahel, Elektriline vastuvõtlikkus.

Polarisatsioon on võrdeline väljatugevusega.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \kappa \vec{E}, \quad (246)$$

kus  $\kappa$  on dielektrikut iseloomustav suurus - elektriline vastuvõtlikkus. Seos (246) on õige ainult isotroopsete keskkondade jaoks, kuna ainult seal  $\vec{P}$  ja  $\vec{E}$  suunad ühtivad.

$$\kappa = \epsilon - 1. \quad (247)$$

Deformatsioonilise polarisatsiooni korral  $\kappa$  ei sõltu temperatuurist. Orientatsioonilise polarisatsiooni korral on  $\kappa$  pöördvõrdeline absoluutse temperatuuriga.

Elektriväli kahe erineva dielektriku lahutuspinnal

Üleminekul ühest dielektrikust teise induktsioonivektori normaalkomponent (lahutuspinnaga risti olev komponent) ei muutu:

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (248)$$

Induktsioonivektori tangentsiaalkomponendid (lahutuspinna puutujasuunalised komponendid) on võrdelised vastavate keskkondade elektriliste läbitavustega:

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (249)$$

Väljatugevuse vektori normaalkomponendid on pöördvõrdelised vastavate keskkondade elektriliste läbitavustega:

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (250)$$

Väljatugevuse vektori tangentsiaalkomponent jääb muutumatuks:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \quad (251)$$



## Senjettelektrikud

Senjettelektrikud moodustavad dielektrikute hulgas omaette klassi, kuna neil on rida iseärasusi. Need seisnevad järgnevas:

1) tavalistel dielektrikutel elektriline läbitavus erineb vähe ühest ( $\epsilon \approx 1$ , erandiks on vesi, millel  $\epsilon = 81$ ), senjettelektrikutel  $\epsilon \gg 1$  (võib küündida tuhandetesse); teisiti öeldes - tavalistes dielektrikutes on lisaväli nõrk, senjettelektrikutes aga tugev;

2) tavalistel dielektrikutel on keskkonda iseloomustavad suurused  $\epsilon$  ja  $\chi$  konstandid, senjettelektrikutel sõltuvad nad väljatugevusest;

3) tavalistel dielektrikutel kaob polarisatsioon pärast välise välja kadumist, senjettelektrikutel säilib polarisatsioon ka pärast välise välja kadumist; neil esineb nn. jääkpolarisatsioon;

4) senjettelektrikul tekib suhteliselt nõrkades väljades küllastus - kõik molekulaarsed dipoolid on orineteeritud välise välja suunas, lisaväli välise välja tugevnedes enam ei kasva (küllastus võib tekkida ka polaarseste molekulidega tavalistes dielektrikutes, kuid väga tugevates väljades).

## Jääkpolarisatsioon

Jääkpolarisatsioon on senjettelektriku polarisatsioon pärast välise välja kadumist.

## Koertsitiivjõud

Koertsitiivjõud on selline esialgsega vastupidine väljatugevus, mis kaotab jääkpolarisatsiooni.

## Domeenid

Senjettelektrikud on ainult kristallilised ained. Senjettelektrikutes on ka ilma välise väljata olemas spontaanselt (iseenesest) polariseeritud mikroalad - domeenid, mille piires kõik dipoolid on orienteeritud ühes suunas. Kui senjettelektrik pole välises väljas olnud, siis on domeenide dipoolmomentide orientatsioon kaootiline, mistõttu nende



summaarne väli on null. Välise välja mõjul pöördub tervikuna kogu domeeni dipoolmoment.

### Curie' punkt

Igal senjettelektrikul on olemas temperatuur, millest kõrgemal (või madalamal - mõned ained käituvad senjettelektrikutena teatud temperatuurivahemikus) temperatuuril tema senjettelektrilised omadused kaovad. Seda temperatuuri nimetatakse Curie' punktiks.

### Väljatugevus juhi sees ja pinnal

Elektriväli juhi sees laengute tasakaalu korral puudub,  $E = 0$ .

Juhi pinna lähedal on väli risti juhi pinnaga, s.t. väljatugevuse puutujasuunaline komponent  $E_{\tau} = 0$ ,  $E = E_n$ . Juhil olevate laengute poolt tekitatud väljatugevus juhi pinna lähedal

$$E = \frac{\delta}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad (252)$$

kus  $\delta$  on laengute pindtihedus juhi pinnal;

$\epsilon$  - selle keskkonna elektriline läbitavus, kus juht asub.

Välisesse välja paigutatud juhis kompenseeritakse väline väli täielikult vabade laengute ümberpaiknemisel tekkinud lisavälja poolt. Seega juhi  $\epsilon = \infty$ .

### Juhi potentsiaal

Laengute tasakaalu korral juhis on kogu juhi (kaasa arvatud juhi pind) potentsiaal ühesugune.

### Juhil olev laeng

Laengute tasakaalu korral juhis on kogu juhi laeng koondunud juhi pinnale. Laengute pindtihedus on seda suurem, mida suurem on pinna kõverus.

### Juhi mahtuvus

Juhi mahtuvust mõõdetakse laenguga, mis on juhil, kui tema potentsiaal on ühikuline (või laenguga, mis muudab tema potentsiaali ühiku võrra):

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (253)$$

Juhi mahtuvus sõltub tema kujust, mõõtmetest ja keskkonnast, milles juht asub, ei sõltu aga juhi materjalist. Juhi mahtuvus sõltub ka teiste juhtide lähedusest, nende läheduses antud juhi mahtuvus kasvab. Seetõttu, kui räägitakse juhi mahtuvusest, siis mõistetakse selle all tavaliselt nn. eraldatud juhi mahtuvust, s.t. eeldatakse, et antud juht asub teistest juhtidest nii kaugel, et nende mõju võib jätta arvestamata.

#### Kerakujulise juhi mahtuvus

$$C = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r, \quad (254)$$

kus  $r$  on kera raadius:

$\varepsilon$  - selle keskkonna elektriline läbitavus, milles juht asub.

#### Kondensaator

Kondensaator on süsteem kahest teineteise lähedal paiknevast juhist. Neid juhte nimetatakse kondensaatori kateteks. Kui kondensaatori katetele anda laeng, siis kogunevad kondensaatori sisekatetele (vastastikku paiknevatele pindadele) alati suuruselt võrdsed, märgilt vastupidised laengud. Kondensaatori laengu all mõistetakse tema ühel sisekattel oleva laengu suurust.

#### Kondensaatori mahtuvus

Kondensaatori mahtuvust mõõdetakse laenguga, mis tõstab katetevahelist potentsiaalide vahet ühiku võrra.

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (255)$$

#### Tasaparalleelne kondensaator

Tasaparalleelne kondensaator koosneb kahest teineteisega paralleelsest ühesugusest tasapinnalisest juhist (plaatidist).

Kui plaatidevaheline kaugus on palju väiksem plaati-

de joonmõõtmetest, võib kogu kondensaatori välja vaadata koondununa plaatide vahele ja lugeda homogeenseks.

Tasaparalleelse kondensaatori mahtuvus

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \quad (256)$$

kus  $\epsilon$  on plaatidevahelise keskkonna elektriline läbitavus;

S - plaadi pindala;

d - plaatidevaheline kaugus.

Avaldisest (256) on näha, et kui  $d \rightarrow 0$ , siis  $C \rightarrow \infty$ , s.t. kui kondensaatorit ahelas pole, siis  $C = \infty$ .

Kondensaatorite ühendamine patareiks

Kondensaatoreid võib ühendada patareiks järjestikku ja paralleelselt. Järjestikku ühendatud kondensaatorite patarei mahtuvust C saab arvutada:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (257)$$

kus n on patareiks ühendatud kondensaatorite arv. Paralleelselt ühendatud kondensaatorite patarei mahtuvus

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (258)$$

ELEKTROSTAATILISE VÄLJA ENERGIA

Liikumatu punktlaengute süsteemi energia

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i, \quad (259)$$

kus n on süsteemi kuuluvate laengute arv:

$\varphi_i$  - kõigi teiste laengute (peale i-nda) poolt i-nda laengu asukohas tekitatud potentsiaal.

Laetud juhi energia

$$W = \frac{1}{2} \varphi q = \frac{1}{2} \varphi^2 C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}. \quad (260)$$

### Laetud kondensaatori energia

$$W = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)q = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)^2 C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}. \quad (261)$$

### Elektrostaatilise välja energia ruumtihedus

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} ED = \frac{D^2}{2 \varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (262)$$

### Ponderomotoorsed jõud

Ponderomotoorsed jõud on jõud, mis mõjuvad elektriväljas olevatele makroskoopilistele laetud kehadele.

$$F_x = - \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_q, \quad (263)$$

kus  $W$  on laetud keha elektriline energia;

$\left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_q$  - osatuletis energiast koordinaadi  $x$  järgi tingimusel, et laeng  $q$  on konstantne.

## A L A L I S V O O L

### ALALISVOOLU SEADUSED

#### Elektrivool

Elektrivool on laengute suunatud liikumine. Voolu suunaks loetakse positiivsete laengute liikumise suunda. Negatiivse laengu liikumine antud suunas on samaväärne positiivse laengu liikumisega vastassuunas.

#### Juhtivusvool

Juhtivusvool on elektrivälja mõjul juhis tekkiv osaliselt korrapärane elektronide või ioonide suunatud liikumine selle juhi suhtes.

#### Konvektsioonvool

Konvektsioonvool on elektriliselt laetud makroskoopiliste kehade liikumine.

#### Voolutugevus

Voolutugevus on ajaühiku jooksul juhi ristlõiget läbinud laeng.



Kui aja  $t$  jooksul läbib juhi ristlõiget laeng  $q$ , siis

$$I = \frac{q}{t}. \quad (264)$$

Avaldis (264) kehtib, kui mis tahes võrdsetes ajavahemikes läbib juhi ristlõiget võrdne laeng, s.t. kui voolutugevus on ajas jääv.

Üldjuhul

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (265)$$

### Alalisvool

Alalisvool on vool, mille suund ei muutu.

Järgnevas vaadeldavad alalisvoolu seadused kehtivad täpselt jääva tugevusega alalisvoolu kohta.

### Voolu olemasolu põhitingimus juhtmes

Selleks et laengud juhtmes pidevalt suunatult liiguksid, peab neile mõjuma elektriline jõud, kuna laengute liikumisel juhis mõjuvad neile ka takistusjõud. Teisiti öeldes, juhtmes peab olema elektriväli. Väli on juhtmes olemas, kui juhtme otste vahel on potentsiaalide vahe. Seega voolu olemasolu põhitingimuseks juhtmes on potentsiaalide vahe juhtme otstel. Seda ülesannet vooluahelas täidab vooluallikas.

### Ohmi seadus

Metalljuhtmes kulgeva voolu tugevus on võrdeline potentsiaalide vahega juhtme otstel:

$$I = \frac{1}{R}(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (266)$$

kus võrdetegur  $\frac{1}{R}$  on antud juhul iseloomustav suurus - juhtivus,  $R$  on juhtme takistus.

### Juhtme takistus

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (267)$$

kus  $l$  on juhtme pikkus;

$S$  - juhtme ristlõikepindala;

$\rho$  - juhtme ainet iseloomustav suurus - eritakistus.

### Eritakistus

Antud aine eritakistus on sellest ainest valmistatud ühikulise pikkusega ja ühikulise ristlõikega juhtme takistus.

### Erijuhtivus

Erijuhtivuseks nimetatakse eritakistuse pöördväärtust.

$$\delta = \frac{1}{\rho}. \quad (268)$$

### Elektrienergia muundumine siseenergiaks metalljuhtmes

Elektrivälja mõjul saavad vabad elektronid metallis suunatud liikumise kineetilise energia. Põrgetel kristallivõre sõlmpunktides olevate positiivseteioonidega muundub see siseenergiaks - ionide võnkliikumise energiaks ja elektronide kaootilise liikumise energiaks.

### Joule -Lenzi seadus

Juhtmes aja  $t$  vältel eraldunud soojushulk

$$Q = I^2 R t. \quad (269)$$

### Voolutiheduse vektor

Voolutihedus on voolutugevus juhtme ristlõike pindala ühiku kohta.

Kui vool tugevusega  $I$  jaotub ühtlaselt ristlõikes  $S$ , siis voolutihedus

$$j = \frac{I}{S}. \quad (270)$$

Üldjuhul

$$j = \frac{dI}{dS}. \quad (271)$$

Voolutiheduse vektori suunaks antud kohas loetakse positiivsete laengute liikumise suunda. Voolutugevus ei ole vektor, voolu suunast räägime ümberkäigu suuna mõttes. Voolutihedus seevastu on vektor.

### Ohmi seadus diferentsiaal kujul

Avaldisega (266) on esitatud Ohmi seadus integraalsel

kujul, sest ta on rakendatav lõplike mõõtmetega juhtme jaoks. Ohmi seadus diferentsiaalkujul on rakendatav mis tahes punkti kohta juhtme sees. Diferentsiaalkuju:

$$\vec{j} = \delta \vec{E}. \quad (272)$$

### Suletud vooluahel

Ühendades vooluallika klemmid juhtmega, saame suletud vooluahela. Juhe on ahela välisosa (välisahel), vooluallikas - ahela siseosa (siseahel).

### Laengu liikumine suletud vooluahelas. Kõrvaljõud

Välisahelas liigub laeng (kokkuleppeliselt vaatame iga positiivse laengu liikumist) elektrivälja jõudude mõjul kõrgemalt potentsiaalilt madalamale (vooluallika positiivselt klemmilt negatiivsele). Kuna suletud ahelas peab laeng läbima kogu ahela, siis tuleb siseahelas laeng üle kanda kõrgemalt potentsiaalilt madalamale, see ei või toimuda elektrivälja jõudude mõjul. Ahela siseosas (täpsemini - siseahela teatud piirkondades) viiakse laeng mitteelektriliste nn. kõrvaljõudude mõjul madalamalt potentsiaalilt kõrgemale. Kõrvaljõudude töö tulemusena muundub mingi mitteelektriline energia elektrienergiaks. Vooluallikaid liigitatakse selle järgi, millist energiat selleks kasutatakse.

### Vooluallika elektromotoorjõud

Vooluallika elektromotoorjõudu mõõdetakse tööga, mida teevad kõrvaljõud positiivse ühiklaengu viimisel vooluallika sees madalamalt potentsiaalilt kõrgemale.

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}. \quad (273)$$

Suuruselt võrdub elektromotoorjõud tööga, mida teevad elektrilised jõud positiivse ühiklaengu liikumisel ahela ülejäänud osades (nii välis- kui siseahelas).

Suletud vooluahelas

$$\mathcal{E} = IR + Ir, \quad (274)$$

kus  $R$  on ahela välisosa takistus (välistakistus);

$r$  - ahela siseosa takistus (vooluallika sisetakistus).



### Pingelang ehk pinge

Pinget ahela kahe punkti vahel mõõdetakse tööga, mida teevad elektrilised jõud ja kõrvaljõud positiivse ühiklaengu ümberpaigutamisel ühest punktist teise:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}, \quad (275)$$

kus  $\varphi_1$  on esimese punkti potentsiaal;

$\varphi_2$  - teise punkti potentsiaal;

$\varphi_1 - \varphi_2$  - elektriliste jõudude töö positiivse ühiklaengu ümberpaigutamisel;

$\mathcal{E}_{12}$  - kõrvaljõudude töö.

Ahelaosa, millel kõrvaljõud puuduvad, nimetatakse homogeeneks, ahelaosa, millel mõjuvad kõrvaljõud - mitte-homogeeneks. Homogeenese ahela osa jaoks

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (276)$$

s.t. pinge langeb ühte potentsiaalide vahega.

Ahela kahe punkti vahele ühendatud voltmeeter mõõdab nende punktide vahelist potentsiaalide vahet.

Valemis (274) on IR vastavalt Ohmi seadusele (266) pinge ahela välisosas (seal  $\mathcal{E}$  puudub). Vooluallika klemmidega ühendatud voltmeeter mõõdab pinget välisahelas. Seetõttu nimetatakse seda ka klemmipingeks.

### Ahela koguvõimsus

$$N = \mathcal{E}I. \quad (277)$$

### Võimsus ahela osal

$$N = UI. \quad (278)$$

### Kirchhoffi seadused

Kirchhoffi seadused võimaldavad arvutada hargnevaid vooluahelaid.

Kirchhoffi esimene seadus käib sõlme, s.o. vooluringi hargnemise koha kohta ja väidab:

sõlmes koonduvate voolude algebraline summa võrdub nulliga.



$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (279)$$

Sõlme suunduvad voolud loetakse ühemärgilisteks, väljuvad voolud vastasmärgilisteks.

Kirchhoffi esimene seadus tugineb laengu jäävuse seadusel.

Kirchhoffi teine seadus käib mis tahes kinnise kontuuri kohta, mille võib eraldada antud hargnevas vooluahelas ja väidab:

igas hargneva vooluahela meelevaldselt valitud kinnises kontuuris voolutugevuste ja vastavate ahela osade takistuste korrutiste algebraline summa võrdub elektromotoorjõude algebralise summaga.

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i + \sum_{i=1}^n I_i r_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i, \quad (280)$$

kus  $n$  on harude arv valitud kinnises kontuuris;

$R_i$  - välistakistused;

$r_i$  - sisetakistused.

Kirchhoffi teine seadus tugineb energia jäävuse seadusel.

Kirchhoffi teise seaduse väljakirjutamisel mingi kinnise kontuuri jaoks tuleb valida positiivne ümberkäigu suund. Voolud, mille suunad langevad ühte positiivse ümberkäigu suunaga, loetakse positiivseteks (vastupidised - negatiivseteks) elektromotoorjõud, mis tekitavad voolu positiivses ümberkäigu suunas, loetakse positiivseteks (vastupidises suunas - negatiivseteks).

Kui on teada kõik vooluahela parameetrid (välis- ja sisetakistused, elektromotoorjõud), võib Kirchhoffi seaduste põhjal leida voolutugevused. Selleks tuleb koostada võrrandisüsteem, milles võrrandite arv peab võrduma ahela harude (erinevate voolude) arvuga. Kõik võrrandid peavad olema sõltumatud. Kui ahel koosneb  $p$  harust ja  $m$  sõlmest, saab Kirchhoffi esimese seaduse põhjal koostada  $m-1$  sõltumatut võrrandit, Kirchhoffi teise seaduse põhjal saab koostada

$p - m + 1$  sõltumatut võrrandit. Ka voolude suunad võib vabalt valida, kuid valitud suundadest tuleb kõigi võrrandite koostamisel kinni pidada. Kui võrrandi lahendamisel mingi voolu tugevus tuleb positiivne, siis langeb tegelik voolu suund ühte meie poolt valituga, kui voolutugevus tuleb negatiivne, on voolu suund vastupidine valitule.

## KLASSIKALINE ELEKTRIJUHTIVUSE TEOORIA

### Vabad elektronid metallides klassikalise teooria järgi

Vabu elektrone metallis vaadatakse üheaatomilise ideaalse gaasina. Vabade elektronide arv metallis on ligikaudu võrdne aatomite arvuga. Nii nagu aatomid gaasis, on vabad elektronid metallis pidevas kaootilises soojusliikumises. Selle liikumise aritmeetiline keskmine kiirus

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad (281)$$

kus  $k$  on Boltzmanni konstant;  
 $T$  - absoluutne temperatuur;  
 $m$  - elektroni mass.

Vaba elektroni keskmine kineetiline energia

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT. \quad (282)$$

Soojusliikumises olevad elektronid põrkuvad kristallivõre sõlmpunktides olevate positiivseteioonidega. Kahe põrke vahel läbib elektron vaba tee.

### Väljumistöö

Metalli sees liigub vaba elektron positiivsete ioonide väljas. Kuna elektroni potentsiaalne energia positiivsete ioonide väljas on ligikaudu konstantne (ruumiliselt), siis metalli sees elektronile jõud ei mõju (seetõttu võimegi rääkida vabadest elektronidest). Metallis tervikuna asub aga vaba elektron positiivsete ioonide väljast tingitud potentsiaali augus, tema koguenergia on negatiivne. Seetõttu metallist väljumiseks vajab elektron lisaenergiat.

Energiat, mida on vaja anda metalli sees olevale vabale elektronile, et ta võiks metallist väljuda, nimetatakse väljumistööks.

#### Vaba elektroni liikumine vooluga metallis

Kui metallis tekitada elektrivälja, siis saab vaba elektron lisaks kaootilisele soojusliikumisele suunatud liikumise. Seejuures on soojusliikumise keskmine kiirus palju suurem suunatud liikumise keskmisest kiirusest. Seega liigub elektron ka voolu korral põhiliselt kaootiliselt, triivides samal ajal aeglaselt vastupidi välja suunale (kui negatiivse laenguga osake).

#### Ohmi seadus klassikalise elektronteooria järgi

Klassikalises elektronteoorias tuletatakse Ohmi seadus järgmisel kujul (diferentsiaalvorm):

$$j = \frac{1}{2} \frac{e^2 n_0 \bar{\lambda}}{m \bar{v}} E, \quad (283)$$

kus  $e$  on elektroni laeng;

$n_0$  - vabade elektronide kontsentratsioon (arv ruumalaühikus);

$\bar{\lambda}$  - elektroni keskmine vaba tee;

$E$  - väljatugevus.

Kordaja väljatugevuse ees on erijuhtivus.

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{e^2 n_0 \bar{\lambda}}{m \bar{v}}. \quad (284)$$

#### Metallide takistuse sõltuvus temperatuurist

Katsed näitavad, et metallide takistus sõltub temperatuurist lineaarselt.

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (285)$$

kus  $t$  on temperatuur (Celsiuse järgi);

$R$  - takistus temperatuuril  $t$ ;

$R_0$  - takistus  $0^\circ\text{C}$  juures;

$\alpha$  - ainet iseloomustav suurus, nn. takistuse temperatuuritegur.



Analoogselt eritakistuse jaoks:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t). \quad (286)$$

#### Takistuse temperatuuritegur

Takistuse temperatuuritegur näitab takistuse muutust 1 K ja takistuse ühiku kohta 0 °C juures.

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 t}. \quad (287)$$

Tegelikult sõltub ka  $\alpha$  vähesel määral temperatuurist, kasvab temperatuuri kasvuga. Seetõttu pole seos takistuse ja temperatuuri vahel täpselt lineaarne.

#### Takistuse temperatuurisõltuvus klassikalise teooria järgi

Enamikul metallidel on  $\alpha \approx \frac{1}{273} \frac{1}{K}$ . Seda arvestades saab seos (286) kujul:

$$\rho = \rho_0 \alpha T. \quad (288)$$

Klassikalise teooria järgi

$$\rho = \frac{1}{6} = \frac{2m\bar{v}}{e^2 n_0 \bar{\lambda}}. \quad (289)$$

Soojusliikumise keskmine kiirus  $\bar{v} \sim \sqrt{T}$ . Selleks et avaldises (289) tuleks sõltuvus temperatuurist õige, peaks  $n_0 \bar{\lambda} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$ . Seda aga ei suuda teooria põhjendada. Seega klassikaline teooria ei suuda takistuse temperatuurisõltuvust õigesti põhjendada.

#### Ülijuhtivus

Ülijuhtivuse nähtus seisneb selles, et mõningate metallide ja sulamite takistus temperatuuri absoluutse nulli läheduses langeb hüppeliselt ja muutub kaduvväikeseks (praktiliselt nulliks). Ka seda nähtust ei suuda klassikaline teooria seletada.



## Metallide soojusmahtuvus

Tahkete kehade moolsoojuste kohta kehtib Dulong-Petit' seadus

$$C = C_v = 3R, \quad (290)$$

kus  $R$  on universaalne gaasikonstant. Metallidel peaks sellele lisanduma elektrongaasi kui üheaatomilise gaasi moolsoojus  $\frac{3}{2}R$  ja metallide moolsoojus peaks olema  $\frac{9}{2}R$ . Tegelikult alluvad ka metallid tavalistel tingimustel küllaltasti Dulong-Petit' seadusele. Seega antud nähtuse korral kujutus vabadest elektronidest kui ideaalsest gaasist ei vasta tegelikkusele.

## Elektronide termoemissioon

Elektronide termoemissioon on elektronide väljumine kuumutatud metallidest.

Sel juhul sooritatakse väljumistöö vabade elektronide soojusliikumise kineetilise energia arvel. Ka toatemperatuuril võib üksikute elektronide kineetiline energia olla piisav metallist väljumiseks, kuid märgatav elektronide eraldumine algab temperatuuril 1000 ... 3000 K.

Termoemissiooni nähtust n.ö. puhtal kujul saab uurida vaakumis. Kui tõsta metalli temperatuur vajaliku vaartuseni, siis metallist väljunud elektronide arv metalli läheduses esialgu kasvab. Kuid elektronide lahkumisel metallist omandab metall positiivse potentsiaali, metallist väljunud elektronide kogumil (elektronpilvel) aga on negatiivne potentsiaal. Seega tekib väli, mis hakkab takistama elektronide edasist väljumist metallist ning sunnib elektrone metalli tagasi suunduma. See väli on seda tugevam, mida suurem on elektronpilv. Kuni metallist kindla aja vältel väljunud elektronide arv on määratud ainult temperatuuriga, tagasiminevate elektronide arv aga kasvab koos pilve kasvuga, siis saabub teatava aja jooksul dünaamiline tasakaal, s.t. metallist väljuvate elektronide arv saab võrdseks sama aja vältel metalli tagasiminevate elektronide arvuga. Sellest hetkest alates elektronpilv enam ei kasva, väli aga hoiab pilve kuumutatud metalli läheduses.

### Kahe elektroodiga elektronlamp e. diood

Diood kujutab endast klaasballooni, milles on vaakum ja millesse on sisse joodetud kaks elektroodi, ühte neist kuumutatakse (näit. voolu abil). Kuumale elektroodile antakse välise vooluallika abil negatiivne potentsiaal (katood), teisele elektroodile positiivne potentsiaal (anood). Sellisel pingestamisel läbib dioodi vool (anoodvool), mille tugevus esialgu katoodi ja anoodi vahelise pinge (anoodpinge) kasvamisel kasvab nn. Boguslavski-Langmuiri seaduse järgi:

$$I = \alpha U^{3/2}, \quad (291)$$

kus  $\alpha$  on elektroodide asendist ja kujust sõltuv tegur. Anoodpinge teatavast väärtusest alates anoodvool pinge edasisel tõstmisel enam ei kasva. Seda voolutugevuse väärtust nimetatakse küllastusvooluks. Selline anoodvoolu sõltuvus anoodpingest on seletatav järgmiselt. Anoodpinge tõttu hakkavad elektronid suunduma elektronpilvest anoodile. Kuna katoodi ja anoodi vaheline väli on vastupidine pilve ja katoodi vahelisele väljale, siis ta samal ajal vähendab elektronpilve. Mida tugevam on anoodpinge, seda väiksem on elektronpilv ja seda enam katoodist väljunud elektronidest jõuab anoodile (seda vähem läheb neid katoodi tagasi). Küllastusvoolu korral on elektronpilv likvideeritud ja kõik katoodist väljuvad elektronid suunduvad anoodile.

Küllastusvoolu tiheduse sõltuvus temperatuurist (Richardson-Dushmani valem):

$$j_k = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}, \quad (292)$$

kus B on kõigi metallide jaoks ühesugune konstant;

T - katoodi temperatuur;

A - katoodi aine väljumistöö;

k - Boltzmanni konstant.

### Gaaside elektrijuhtivus

Tavalistes tingimustes gaasid märgatavalt elektrit ei juhi, kuna nad koosnevad neutraalsetest aatomitest või

molekulidest. Selleks et gaas hakkaks elektrit juhtima, tuleb temas tekitada laengukandjaid - ioone ja vabu elektrone. Kui neutraalsest aatomist (molekulist) eraldada elektrone, muutub aatom positiivseks iooniks. Eraldunud elektronid võivad ühineda neutraalsete aatomitega - tekivad negatiivsed ioonid.

Gaaside ionisatsiooni võivad esile kutsuda:

- 1) keemilised reaktsioonid;
- 2) kõrge temperatuur (termiline ionisatsioon), aatomid ioniseeruvad omavahelistel põrgetel;
- 3) lühilaineline elektromagnetiline kiirgus (ultraviolet-, röntgen-,  $\gamma$ -kiirgus);
- 4) pommitamine kiirete laetud osakestega (elektronid, ioonid jne.).

#### Rekombinatsioon

Rekombinatsioon on vastasmärgiliste ioonide neutraliseerumine nende kokkupõrgetel või positiivse iooni ja elektroni taasühinemine neutraalseks aatomiks (molekuliks).

#### Gaaslahendus

Gaaslahenduseks nimetatakse voolu gaasides.

#### Mitteiseseisev gaaslahendus

Mitteiseseisva gaaslahenduse korral kasutatakse ioonide tekitamiseks mingit välist, kõrvalist ionisaatorit.

#### Iseseisev gaaslahendus

Iseseisva gaaslahenduse korral tekivad ioonid lahenduse enda mehhanismis.

#### Ionisatsioonitöö

Ionisatsioonitöö on energia, mis on vajalik elektroni eraldamiseks aatomist (molekulist). Ionisatsioonitöö on antud aatomit (molekuli) iseloomustav suurus.

#### Iooni liikuvus

Iooni liikuvus on iooni suunatud liikumise keskmine kiirus ühikulise väljatugevusega elektriväljas.

$$b = \frac{u}{E}$$

(293)



Voolutiheduse sõltuvus väljatugevusest mitteiseseis-  
val gaaslahendusel

$$j = en_0(b_+ + b_-)E, \quad (294)$$

kus  $e$  on elementaarlaeng (eeldatakse, et tegemist on nn. ühekordsete ioonidega);

$n_0$  -ioonipaaride arv ruumalaühikus (ioonide kontsentratsioon);

$b_+$  ja  $b_-$  - vastavalt positiivsete ja negatiivsete ioonide liikuvus.

Kordaja väljatugevuse ees on gaasi erijuhatus.

$$\delta = en_0(b_+ + b_-). \quad (295)$$

Avaldis (294) kehtib nõrkadel väljatugevustel. Sel juhul  $n_0$  ja  $b$  ei sõltu väljatugevusest ning  $\delta = \text{const}$  (keh-  
tib Ohmi seadus). Nõrkades väljades on ioonide kaod tingi-  
tud peamiselt rekombinatsioonist.

Küllastusvool

Väljatugevuse kasvamisel hakkab järjest suuremat osa ioonide kadudes etendama nende neutraliseerumine elektroodidel, kusjuures rekombinatsiooni tõenäosus järjest väheneb (tekkivad ioonid tõmmatakse kiiresti elektroodidele). Kui kõik tekkivad ioonid jõuavad elektroodidele, siis voolutihedus väljatugevuse kasvades enam ei kasva. On saanud küllastusvool. Küllastusvoolu tugevus

$$I_k = eN_0, \quad (296)$$

kus  $N_0$  on kogu lahendusruumis ajaühiku jooksul tekkivate ioonipaaride arv.

Tõukeionisatsioon

Tõukeionisatsioon on neutraalsete aatomite (molekulide) ioniseerimine nende põrgetel elektronidega ja ioonidega.

Tõukeionisatsioon algab, kui ionisatsioonil tekkinud elektronid ja ioonid omandavad elektriväljas sellise energia, et põrgetel aatomitega (molekulidega) on nad suutelised viimaseid ioniseerima. Peamist rolli tõukeionisatsioonil etendavad elektronid kui liikuvad osakesed. See protsess hak-



kaab toimuma laviinitaoliselt, kui ionisatsiooniks piisava energia saavad mitte ainult primaarsed (välise ionisaatori poolt tekitatud) elektronid, vaid ka sekundaarsed (juba tõukeionisatsioonil tekkinud). Sel juhul muutub lahendus iseiseisvaks ja välise ionisaatori võib ära jätta, kuna laviini alustamiseks vajalikud elektronid tekivad gaasides tänu kosmilisele kiirgusele ja looduslikele radioaktiivsetele ainetele.

### Plasma

Plasmaks nimetatakse tugevasti ioniseeritud gaasi, milles elektronide ja ioonide summaarne laeng küllalt väikeses ruumalas on null (või peaaegu null).

Seda määratlust täpsustame hiljem.

Tekkemehhanismi järgi jaotatakse plasmad gaaslahendusplasmaks ja kõrgetemperatuuriliseks ehk isotermiliseks plasmaks.

### Gaaslahendusplasma

Plasmad, mis tekivad gaaslahendusel, nimetatakse gaaslahendusplasmaks. Gaaslahendusplasma kompensatsioonitakse ioonide kadu rekombinatsiooniga tõttu tõukeionisatsiooniga.

Gaaslahendusplasma saavad elektronid kui liikuvad osakesed väljalt tunduvalt rohkem energiat kui ioonid. Põrgetel molekulidega (ioonidega) annab elektron vähe energiat ära (elastsetel põrgetel on üleantav energia võrdeline elektroni massiga, pöördvõrdeline molekuli massiga; mitteelastsetel põrked toimuvad harva). Kuna aga põrgete tõttu muundub elektronide suunatud liikumise energia kaootilise liikumise energiaks (soojusliikumise energiaks), siis on elektronigaasi temperatuur gaaslahendusplasma kõrgem ülejäänud gaasi temperatuurist.

### Kõrgtemperatuuriline plasma

Kõrge temperatuuri tõttu tekkinud plasmad nimetatakse kõrgetemperatuuriliseks plasmaks. Kõrgtemperatuurilises plasma kompensatsioonitakse ioonide kadu rekombinatsiooniga tõttu termilise ionisatsiooniga. Kuna kõrgetemperatuurilises plasma molekulide (aatomite), ioonide ja elektronide keskmised

energiad on võrdsed, siis nimetatakse teda ka isotermiliseks.

### Debye ekraneerimisraadius

Plasmas võivad soojusliikumise tõttu tekkida alad, kus elektriline neutraalsus rikutakse – tekib lokaalne laengu ülejääk. Sellise laengu ümber koonduvad kiiresti vastasmärgilised laengud ning teatud kaugusel selle laengu väli kompenseeritakse.

Debye ekraneerimisraadius on kaugus, millel plasma ekraneerib laengu lokaalse ülejäägi.

Debye ekraneerimisraadius

$$D = \sqrt{\frac{4\pi \epsilon_0 kT}{n_0 e^2}}, \quad (297)$$

kus  $n_0$  on elektronide kontsentratsioon (plasmas võrdub ioonide kontsentratsiooniga).

Nüüd võime anda plasma täpsema määratluse: plasma on tugevasti ioniseeritud gaas, milles Debye ekraneerimisraadius on väike, võrreldes gaasi poolt täidetud piirkonna joonmõõtmetega.

## E L E K T R O M A G N E T I S M

### MAGNETVÄLI

#### Magnetväli

Magnetväli on ruumipiirkond, kus vooludele (liikuvatele laengutele) mõjuvad jõud.

#### Vooluraam

Vooluraam on tasapinnaline suletud voolukontuur.

Vooluraami kasutatakse magnetvälja uurimiseks. Seejuures peavad raami mõõtmed olema väikesed, võrreldes kaugusega juhtmetest, mille ümber välja uuritakse (selleks et välja raami ulatuses võiksime lugeda homogeenseks).

#### Magnetvälja suund

Magnetväli osutab vooluraamile orienteerivat toimet, väljas mõjub raamile jõupaar. Seetõttu raam orienteerub mag-

netväljas alati kindlal viisil.

Magnetvälja suunaks loetakse orienteerunud vooluraami positiivse normaali suunda.

Raami normaali positiivne suund seotakse voolu suunaga raamis parema käe kruvi reegli abil.

#### Magnetmoment

Vooluraami magnetmoment on vektor, mille suuruseks on

$$p_m = IS, \quad (298)$$

kus  $I$  on voolutugevus raamis;

$S$  - raami pindala.

Magnetmomendi vektori suunaks on raami positiivse normaali suund.

#### Magnetiline induktsioon

Magnetiline induktsioon on magnetvälja iseloomustav suurus.

Magnetilist induktsiooni välja antud punktis mõõdetakse ühikulise magnetmomendiga vooluraamile selles punktis mõjuva jõupaari momendiga, kui raami normaal on risti välja suunaga.

$$B = \frac{M}{p_m \sin \alpha}, \quad (299)$$

kus  $M$  on raamile magnetväljas mõjuva jõupaari moment;

$\alpha$  - nurk raami positiivse normaali ja magnetvälja suuna vahel.

Magnetiline induktsioon on vektor, tema suunaks loetakse magnetvälja suund.

#### Biot'-Savart'-Laplace'i seadus

Biot'-Savart'-Laplace'i seadus annab vooluelemendi poolt tekitatud magnetilise induktsiooni. Vooluelement on lõpmata väike lõik vooluga juhtmest. Sellist lõiku võib vaadelda suunatud sirglõiguna - vektorina. Tema suunaks loetakse positiivse laengu liikumise suund antud kohas. Loomulikult pole võimalik üksikut vooluelementi tegelikult realiseerida. Vooluelemendi poolt tekitatud induktsioon



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I(d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}, \quad (300)$$

kus  $\mu_0$  on ühikutest sõltuv konstant - magnetiline konstant;  
 $\mu$  - keskkonda iseloomustav suurus - magnetiline läbitavus;  
 $I$  - voolutugevus;  
 $d\vec{l}$  - vooluelement;  
 $\vec{r}$  - vooluelemendi asukohast vaadeldavasse väljapunkti tõmmatud raadiusvektor.

Skalaarsel kujul:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (301)$$

kus  $\alpha$  on nurk vektorite  $d\vec{l}$  ja  $\vec{r}$  vahel.

Biot'-Savart'-Laplace'i seadust saab kasutada mis tahes kujuga vooluga juhtme magnetilise induktsiooni arvutamiseks antud väljapunktis. Selleks tuleb mõtteliselt jaotada kogu juhe vooluelementideks ning liita vektoriaalselt kõigi elementide poolt tekitatud induktsioonid vaadeldavas punktis.

#### Keskkonna magnetiline läbitavus

Keskkonna magnetiline läbitavus näitab, mitu korda suureneb magnetiline induktsioon antud keskkonnas, võrreldes vaakumiga.

#### Induktsioonijooned

Induktsioonijooned on kujuteldavad jooned magnetvälja graafiliseks kujutamiseks. Nad seotakse induktsioonivektoriga  $\vec{B}$  täpselt samuti nagu elektrivälja jõujooned elektrivälja tugevuse vektoriga  $\vec{E}$  (vt. lk. 69).

#### Lõpmata pika sirgvoolu magnetväli

Induktsioonijooned kujutavad endast kontsentrilisi ringjooni, mille keskpunktid paiknevad juhtmel. Ringjoonte tasandid on risti juhtmega.

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{r}, \quad (302)$$

kus  $r$  on kaugus juhtmest vaadeldava väljapunktini.



Vektor  $\vec{B}$  on risti juhtmega. Tema suund on seotud voolu suunaga juhtmes parema käe kruvi reegli abil (kruvi kulgeva liikumise suund on voolu suund, kruvi pöörlemise suund määrab induktsiooni suuna).

### Ringvoolu magnetväli

Väli on sümmeetriline ringvoolu telje suhtes, üks induktsioonijoon ühtib ringvoolu teljega, teised kujutavad endast kinniseid kõveraids, mis ümöritsevad voolu. Välja suund teljel on seotud voolu suunaga parema käe kruvi reegli abil (kruvi pöörlemise suund - voolu suund, kulgliikumise suund - välja suund). Ringvoolu seda poolt, kust induktsioonijooned väljuvad, nimetatakse põhjapooluseks (N), seda poolt, kuhu nad sisenevad - lõunapooluseks (S).

Induktsioon ringvoolu teljel

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{R^2 I}{(R^2 + d^2)^{3/2}}, \quad (303)$$

kus  $R$  on ringvoolu raadius;

$d$  - väljapunkti kaugus ringvoolu keskpunktist.

Ringvoolu keskpunktis

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{I}{R}. \quad (304)$$

### Solenoidi magnetväli

Solenoid on süsteem tihedalt üksteise kõrval paiknevatest ühesugustest ringvooludest, mille keskpunktid asuvad ühel sirgel - solenoidi teljel. Praktiliselt võib solenoidiks pidada mähist silindrilisel pinnal.

Solenoidi väli on sümmeetriline tema telje suhtes. Pika solenoidi välja tema sees võib lugeda homogeenseks (täpselt õige on see lõpmata pika solenoidi kohta). Väljaspool solenoidi induktsioonijooned kõverduvad ja sulguvad solenoidi teises otsas. Välja suund solenoidi sees on seotud voolu suunaga solenoidis täpselt samuti nagu ringvoolu korral. Nagu ringvoolul, on ka solenoidil põhjapoolus ja lõunapoolus.

Induktsioon lõpmata pika solenoidi sees

$$B = \mu_0 \mu n_0 I, \quad (305)$$

kus  $n_0$  on keerdude arv teljesihilise pikkusühiku kohta.

### Toroidi magnetväli

Toroid on süsteem ühesugustest ringvooludest, mille keskpunktid paiknevad ühisel ringjoonel - toroidi teljel. Praktiliselt võib toroidiks pidada rõngasse keeratud solenoidi. Kogu väli on koondunud toroidi sisse. Induktsioonijooned on ringjooned, mis läbivad solenoidi sisemust. Voolu suund ja välja suund on ikka seotud parema käe kruvi reegli abil. Kui toroidi moodustavate ringvoolude raadius on palju väiksem toroidi raadiusest, võib induktsiooni toroidi sees arvutada samuti kui solenoidi sees [valem (305)].

### Magnetvälja keeriseline iseloom

Magnetvälja induktsioonijooned on alati suletud kõvera. Sellist välja nimetatakse keerisväljaks (vastandina potentsiaalsele väljale, mille jõujoontel on algus ja lõpp). Magnetvälja keeriseline iseloom tuleneb sellest, et magnetlaenguid pole olemas (elektrostaatilise välja potentsiaalne iseloom tuleneb elektrilaengute olemasolust).

### Magnetilise induktsiooni tsirkulatsioon (koguvoolu seadus)

Tsirkulatsioon on integraal vektorist üle kinnise kõvera. Magnetilise induktsiooni tsirkulatsiooni leidmisel võib kõvera ümberkäigu suuna valida suvaliselt. Magnetilise induktsiooni tsirkulatsioon vaakumis

$$\oint \vec{B}_0 \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I, \quad (306)$$

kus  $\vec{B}_0$  on magnetilise induktsiooni vektor vaakumis (keskkonnana jätame seekord arvestamata);

$d\vec{l}$  - kõvera element, tema suund on määratud kõvera ümberkäigu suunaga;

$\sum I$  - kõigi nende voolude algebraline summa, mida kõver ümbritseb.

Voolud loetakse positiivseks, kui nende suunad on seotud kõvera ümberkäigu suunaga parema käe kruvi reegli abil, vastupidised voolud on negatiivsed.

Avaldise (306) võib esitada teisiti:

$$\oint B_{01} dl = \mu_0 \int_S j_n dS, \quad (307)$$

kus  $B_{01}$  on vektori  $\vec{B}_0$   $d\vec{l}$ -sihiline komponent.

Integraal paremal võetakse üle kõverale toetuva suvalise pinna,  $dS$  on selle pinna element,  $j_n$  on pinda läbiva voolu tiheduse vektori normaalne (pinnaga risti olev) komponent.

### Liikuva laengu magnetväli

Iga liikuv laeng  $q$  tekitab enda ümber magnetvälja, mille induktsioon

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q(\vec{v} \times \vec{r})}{r^3}, \quad (308)$$

kus  $\vec{v}$  on laengu liikumise kiirus;

$\vec{r}$  - laengu asukohast vaadeldavasse väljapunkti tõmmatud raadiusvektor.

Laengut  $q$  tuleb vaadata algebralise suurusena, s.t. vektor-korrutise suund valemis (308) ühtib positiivse laengu poolt tekitatud välja suunaga.

Skalaarselt

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q v \sin \alpha}{r^2}, \quad (309)$$

kus  $\alpha$  on nurk kiiruse ja raadiusvektori suuna vahel.

### Ampère'i seadus (magnetväljas olevale voolule mõjuv jõud)

Magnetväljas oleva vooluga juhtme igale elemendile  $d\vec{l}$  mõjub jõud:

$$d\vec{f} = I(d\vec{l} \times \vec{B}). \quad (310)$$

Skalaarselt:

$$df = IBdl \sin \varphi, \quad (311)$$

kus  $\varphi$  on nurk vooluelemendi ja magnetvälja suuna vahel.

Jõudu põhjustab ainult vooluelemendiga risti olev induktsiooni komponent  $B_n = B \sin \varphi$ .

Kui väli on homogeenne ja juhe sirge, võib seadust rakendada lõpliku pikkusega juhtme jaoks.



$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}). \quad (312)$$

Kahe lõpmata pika paralleelse vooluga sirgjuhtme vahel mõjub iga lõigu kohta jõud

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{a}, \quad (313)$$

kus  $I_1, I_2$  on voolutugevused juhtmetes:

$l$  - lõigu pikkus;

$a$  - kaugus juhtmete vahel.

Kui voolud on samasuunalised, mõjub nende vahel tõmbejõud, kui vastassuunalised - tõukejõud.

Valemist (313) defineeritakse SI põhiühik amper (A).

#### Lorentzi jõud

Lorentzi jõud on magnetväljas liikuvale laengule mõjuv jõud:

$$\vec{f} = q(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (314)$$

Laengut  $q$  tuleb vaadata algebralise suurusena, s.t. vektor-korrutise suund valemis (314) ühtib positiivsele laengule mõjuva jõu suunaga.

Skalaarselt:

$$f = qvB \sin \varphi, \quad (315)$$

kus  $\varphi$  on nurk laengu liikumise kiiruse ja magnetvälja suuna vahel. Jõudu põhjustab ainult laengu liikumise suunaga risti olev induktsiooni komponent  $B_n = B \sin \varphi$ . Jõud ei mõju paigalolevale laengule.

Kui laeng liigub homogeenses väljas risti väljaga, siis on jõud alati risti kiirusega, s.t. ta on kesktõmbejõuks ja laeng liigub sel juhul mööda ringjoont.

$$\frac{mv^2}{R} = qvB, \quad (316)$$

kus  $m$  on laengukandja mass;

$R$  - ringi raadius.

Selle ringliikumise periood

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \frac{m}{q} \frac{1}{B}, \quad (317)$$



s.t. periood ei olene laengu liikumise kiirusest.

Suurust  $\frac{q}{m}$  nimetatakse vastava osakese erilaenguks.

Kui homogeenses väljas liikuva laengu kiirus pole risti väljaga, liigub ta mööda kruvijoont.

### Tsüklilised kiirendid

Kiirendeid kasutatakse laetud osakeste (elementaarosakeste) kiirendamiseks (neile kineetilise energia andmiseks). Kõigis tsüklilistes kiirendites hoitakse osake liikumistasandiga risti oleva magnetvälja abil kõverjoonelises (või ring-)liikumises, kusjuures ta perioodiliselt läbib kiirendava potentsiaalide vahe (elektrivälja).

Lihtsaimas tsüklilises kiirendis - tsüklotronis - läbib osake kiirendava potentsiaalide vahe pärast igat poolringi. Kuna elektriväljas osakese kiirus pidevalt kasvab, liigub ta mööda järjest suureneva raadiusega ringjoont - spiraali (magnetväli hoitakse konstantsena). Kuna aga periood ei sõltu kiirusest [valem (317)], siis pole vaja muuta kiirendava potentsiaalide vahe tekitamise perioodi, nn. toitepinge perioodi (see võrdub ringliikumise perioodiga). Sellisel põhimõttel töötavates kiirendites võib osakesi kiirendada energiateni, mille korral veel ei avalda mõju massi relativistlik kasv. Suurtel energiatel kaob sünkroonsus osakese liikumise perioodi ja toitepinge perioodi vahel, kuna massi kasvades liikumise periood kasvab (317). Sel juhul tuleb ajas muutuvaks teha kas toitepinge periood või magnetväli (või mõlemad).

Kiirendit, kus suurendatakse toitepinge perioodi, nimetatakse fasotroniks e. sünkrotsüklotroniks.

Kiirendit, kus muudetakse magnetvälja (nii et  $\frac{m}{B} = \text{const}$ ,  $T = \text{const}$ ) nimetatakse sünkrotroniks.

Kiirendit, kus muudetakse nii magnetvälja kui toitepinge perioodi, nimetatakse sünkrofasotroniks, viimases liigub osake mööda ringjoont.

### Magnethüdrodünaamiline generaator (MHD-generaator)

MHD-generaatoris muundub siseenergia vahetult elektrienergiaks. Tugevasti ioniseeritud gaas (plasma), mis saa-

dakse kütuse põlemisel, suunatakse tasaparalleelse kondensaatori plaatide vahele. Plaatide vahel on plaatidega paralleelne ja osakeste kiirusega ristiolev magnetväli. Magnetväljas mõjuvad vastasmärgilistele laengutele vastassuunalised Lorentzi jõud, mille mõjul vastasmärgilised laengud liiguvad erinevatele plaatidele ja kondensaator laadub. Tasakaal saabub, kui laengutele kondensaatori elektriväljas mõjuv jõud saab võrdseks Lorentzi jõuga. Kondensaatorit võib kasutada vooluallikana, tema elektromotoorjõud võrdub kondensaatori plaatide vahelise pingega:

$$\xi = vBd, \quad (318)$$

kus  $v$  on osakeste kiirus;

$d$  - kondensaatori plaatide vaheline kaugus.

### Halli efekt

Kujutame ette ristkülikukujulise ristlõikega horisontaalset vooluga sirgjuhet, milles on tekitatud juhtme ülemise ja alumise tahuga paralleelne ning vooluga ristiolev magnetväli. Niisuguses väljas mõjub voolu sihis liikuvatele laengutele vertikaalsihiline Lorentzi jõud, mille mõjul laengukandjad liiguvad juhtme ülemisele või alumisele tahule (olenevalt voolu ja magnetvälja suunast). Ülemise ja alumise tahu vahel tekib potentsiaalide vahe

$$\varphi_1 - \varphi_2 = R_H \frac{IB}{d}. \quad (319)$$

kus  $R_H$  on Halli konstant;

$I$  - voolutugevus juhtmes;

$d$  - juhtme horisontaalsete tahkude laius.

Sellist nähtust (potentsiaalide vahe tekkimist juhtme tahkude vahel) nimetataksegi Halli efektiks.

Halli konstant

$$R_H = \frac{1}{n_0 e}, \quad (320)$$

kus  $n_0$  on laengukandjate kontsentratsioon;

$e$  - nende laeng.



Halli konstandi märk sõltub laengukandjate märgist.

### Magnetvälja relatiivsus

Seni oleme käsitleanud elektri- ja magnetvälja eraldi, näiliselt pole nende väljade vahel mingit seost. See on tingitud sellest, et me vaatlesime mõlemat välja staatilisena. Tegelikult esinevad need väljad enamasti koos kui ühtne ja terviklik elektromagnetväli. Elektromagnetvälja lahutamine elektri- ja magnetväljaks on suhteline ja oleneb taustsüsteemi valikust. Näiteks on punktlaengu ümber elektrostaatiline väli ainult ühes inertsiaalses taustsüsteemis - selles, mille suhtes see laeng on paigal. Kõigis teistes (mis liiguvad esimese suhtes) on olemas nii elektri- kui magnetväli, kusjuures mõlemad väljad on ajas muutuvad.

Üleminekul ühest inertsiaalsest taustsüsteemist teise väljad  $\vec{E}$  ja  $\vec{B}$  teisenevad. Kui on teada  $\vec{E}$  ja  $\vec{B}$  ühes taustsüsteemis  $(x, y, z)$  mingil ajahetkel mingis ruumipunktis, siis väljade teisendusvalemid üleminekul teise taustsüsteemi  $(x', y', z')$  annavad  $\vec{E}'$  ja  $\vec{B}'$  selles taustsüsteemis sellisel ajahetkel ja sellises ruumipunktis, mille aja- ja ruumikoordinaadid on seotud esimese süsteemi aja- ja ruumikoordinaatidega Lorentzi teisenduste abil. Eeldame (nagu relatiivsusteoorias), et taustsüsteemid liiguvad teineteise suhtes  $x$ -telje sihis kiirusega  $v$  ning et taustsüsteemide vastavad koordinaatteljed on paralleelsed. Vektorid  $\vec{E}$  ja  $\vec{B}$  on otstarbekohane lahutada komponentideks:  $E_{\parallel}$  - paralleelne  $x$ -teljega,  $E_{\perp}$  - risti  $x$ -teljega (analoogselt  $\vec{B}$ ). Sel juhul teisendusvalemid:

$$\begin{cases} \vec{E}_{\parallel}' = \vec{E}_{\parallel} & ; & \vec{B}_{\parallel}' = \vec{B}_{\parallel} \\ \vec{E}_{\perp}' = \frac{\vec{E}_{\perp} + (\vec{v} \times \vec{B})}{\sqrt{1 - \beta^2}} & ; & \vec{B}_{\perp}' = \frac{\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2}(\vec{v} \times \vec{E})}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \end{cases} \quad (321)$$

kus  $c$  on valguse (üldisemalt - elektromagnetlainete) levimise kiirus vaakumis;  $\beta = \frac{v}{c}$ .

Teisendusvalemitest on näha, et nii  $\vec{E}'$  kui  $\vec{B}'$  avalduvad  $\vec{E}$  ja  $\vec{B}$  kaudu. Tähtis järeldus neist valemest: magnetväl-

ja teke üldse on relativistlik efekt. Magnetväli tekib tänu sellele, et looduses on olemas mõjude levimise lõplik kiirus  $c$ . Kui mõjud leviksid silmapilkselt ( $c = \infty$ ), siis magnetvälja üldse poleks. Tõepoolest: olgu süsteemis  $x, y, z$  paigalolev laeng, järelikult ainult elektriväli,  $B = 0$ . Sel juhul  $\vec{B}'_{||} = 0$  ning  $\vec{B}'_{\perp} = 0$ , s.t. magnetväli ka süsteemis  $x', y', z'$  puudub.

Magnetvälja relativistlikkus on universaalne füüsikaline fakt, mis on tingitud magnetlaengute puudumisest. Vaatamata sellele ilmneb näiteks voolu magnetväli suhteliselt lihtsalt (erinevalt paljudest teistest relativistlikest efektidest). Põhjus on selles, et voolu magnetvälja tekitajaks on tohutu hulk liikuvaid laenguid, kusjuures elektriväli peaaegu täielikult puudub, kuna elektronide ja positiivsete ioonide laengud peaaegu täielikult kompenseerivad teineteist. Selletõttu on magnetiline mõju ülekaalus. Tänu sellele õnnestuski suhteliselt lihtsalt uurida magnetvälja, s.o. relativistlike efekte ja avastada tema kohta seadused, mis jäävad õigeks ka relatiivsusteooria seisukohalt. Maxwelli elektromagnetilise välja võrrandid, mis loodi enne relatiivsusteooria loomist, osutusid invariantseteks Lorentzi teisenduste suhtes (erinevalt näit. Newtoni võrranditest).

## MAGNETVÄLI KESKKONNAS

### Para- ja diamagneetikud

Nii nagu elektriväli, muutub ka magnetväli keskkonnas (võrreldes vaakumiga). Kuid erinevalt elektriväljast võib magnetväli keskkonnas nii tugevneda kui nõrgeneda (elektriväli ainult nõrgeneb). Magnetvälja muutumine keskkonnas on seletatav lisavälja ( $\vec{B}'$ ) tekkega välise välja ( $\vec{B}_0$ ) mõjul.

Paramagneetikud on ained, milles magnetväli tugevneb ( $\vec{B}' \uparrow \vec{B}_0$ ).

Diamagneetikud on ained, milles magnetväli nõrgeneb ( $\vec{B}' \downarrow \vec{B}_0$ ).



## Para- ja diamagnetism klassikalise teooria põhjal

Ampère'i poolt püstitatud hüpoteesi järgi on paramagneetikutes olemas nn. molekulaarsed ringvoolud (nüüd teame, et need on ümber aatomituuma tiirlevad elektronid). Välise välja puudumisel on need orienteeritud kaootiliselt ning nende summaarne väli on seetõttu null. Välise välja toimel need ringvoolud orienteeruvad nii, et nende magnetmomendid ja magnetväljad pöörduvad osaliselt välise välja suunda (vt. lk. 98), tekitades sellega lisavälja, mis on samasuunaline välise väljaga. Mida tugevam on väline väli, seda täielikum on ringvoolude orientatsioon ja seda tugevam on lisaväli.

Diamagneetikutes molekulaarsed ringvoolud puuduvad (täpsemini: ringvoolude magnetväljad kompenseerivad üksteist juba aatomi või molekuli piires). Nende ainete molekulides (aatomites) tekivad ringvoolud alles välise välja toimel, seega sisuliselt on nad induktsioonivoolud ning nende väljad on seetõttu vastupidised neid põhjustanud välisele väljale (kooskõlas Lenzi reegluga, vt. lk. 115).

Täpsem seletus: välise välja mõjul tekib ümber aatomituuma tiirlevate elektronide orbiitide pretsessioon (pöörlemistelje pöörlemine), mis tekitabki välise väljaga vastupidise lisavälja. Niisugune pretsessioon tekib ka paramagneetikutes, kuid sellest tingitud magnetväli on palju nõrgem ringvoolude orientatsioonist tingitud magnetväljast.

Peale molekulaarsete ringvoolude etendavad ainete magneetumisel tähtsat osa elektronide nn. omamagnetmomendid. Elektronidel (nagu paljudel teistelgi elementaarosakestel) on magnetmoment (ja sellega seotud magnetväli) sõltumata sellest, kas ta liigub või mitte. Välises väljas orienteeruvad ka omamagnetmomendid. Elektroni omamagnetmoment võrdub nn. Bohri magnetoniga:

$$p_{mo} = \mu_B = \frac{eh}{4\pi m}, \quad (322)$$

kus  $e$  on elementaarlaeng;  
 $h$  - Plancki konstant;  
 $m$  - elektroni mass.

Klassikaline teooria ei suuda elektroni omamagnetmomenti olemasolu põhjendada.

### Magneetumuse vektor

Magneetumuse vektor iseloomustab keskkonna magneetumuse astet. Magneetumuse vektor on keskkonna ruumalaühiku kohta tulev magnetmoment.

Kui ruumalas  $\Delta V$  olevate molekulaarsete ringvoolude momentide (ja elektronide omamagnetmomentide) summa on  $\sum \vec{p}_m$ , siis magneetumuse vektor

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}. \quad (323)$$

### Magnetväli keskkonnas

Summaarset magnetvälja keskkonnas (väline väli + lisaväli) iseloomustab magnetilise induktsiooni vektor  $\vec{B}$ .

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}. \quad (324)$$

Vektor  $\vec{H}$  on välja vaakumis (ilma keskkonnata) iseloomustav suurus - magnetvälja tugevus. Magnetväli vaakumis - see on makrovoolude tekitatud magnetväli. Induktsioon vaakumis

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}. \quad (325)$$

Lisaväli, see on mikrovoolude (molekulaarsete ringvoolude) väli, mida iseloomustab vektor  $\mu_0 \vec{J}$ .

Para- ja diamagneetikutes on magneetumus võrdeline väljatugevusega:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (326)$$

kus  $\chi$  on ainet iseloomustav suurus - magnetiline vastuvõtlikkus. Seos (326) on õige ainult isotroopsete keskkondade jaoks, kuna ainult seal  $\vec{J}$  ja  $\vec{H}$  on samasuunalised.

Magnetiline vastuvõtlikkus näitab, milline on antud keskkonna magneetumus ühikulise väljatugevusega magnetväljas.

Paramagneetikutel on  $\chi > 0$ , diamagneetikutel  $\chi < 0$ . Paigutades  $\vec{J}$  (326)-st (324)-sse, saame:

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_0\mu\vec{H}, \quad (327)$$

kus  $\mu$  on teine ainet iseloomustav suurus - magnetiline läbitavus. Paramagneetikutel on  $\mu > 1$ , diamagneetikutel -  $\mu < 1$ .

$$\mu = 1 + \chi. \quad (328)$$

Diamagneetikutel  $\chi$  ja  $\mu$  ei sõltu temperatuurist. Paramagneetikutel on  $\chi$  pöördvõrdeline absoluutse temperatuuriga:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (329)$$

kus  $C$  on ainet iseloomustav suurus - Curie' konstant.

### Ferromagneetikud

Ferromagneetikud moodustavad magneetikute hulgas omaette klassi, kuna neil on (võrreldes para- ja diamagneetikutega) rida iseärasusi. Ferromagneetikutes magnetväli alati tugevneb. Ferromagneetikuteks on mõningad metallid (Fe, Co, Ni) ja sulamid (sealhulgas ka sulamid, mille komponendid pole ferromagneetikud).

Ferromagneetikute iseärasused.

1. Ferromagneetikutes on lisaväli tugev (para- ja diamagneetikutes alati nõrk) ja võib tunduvalt ületada põhivälja.

2. Ferromagneetikutes saavutab lisaväli suhteliselt nõrkades välistes väljades küllastuse (küllastus võib esineda ka paramagneetikutes, kuid väga tugevates väljades), s.t. teatavast välise välja tugevusest alates magneetumus ja lisaväli jääb konstantseks.

3. Ferromagneetikutel sõltuvad  $\chi$  ja  $\mu$  peale aine veel välise välja tugevusest (para- ja diamagneetikutel ei sõltu).

4. Ferromagneetikutel säilib magneetumus ka pärast välise välja kadumist (para- ja diamagneetikul kaob), s.t. neil esineb jääkmagnetism.



### Jääkmagneetumus

Jääkmagneetumus on ferromagneetiku magneetumus pärast välise välja kadumist.

### Koertsitiivjõud

Koertsitiivjõud on niisugune esialgsega vastupidine välise välja tugevus, mis kaotab jääkmagneetumuse.

### Pehmed magneetikud

Pehmeteks nimetatakse ferromagneetikuid, mille koertsitiivjõud on väike.

### Kalgid magneetikud

Kalkideks nimetatakse magneetikuid, mille koertsitiivjõud on suur.

### Ferromagnetismi olemus

Ferromagnetism on ainetele omane ainult tahkes, s.o. kristallilises olekus. Ferromagneetiku vabadel aatomitel pole mingeid erilisi magnetilisi omadusi.

Ferromagneetikutes on olemas ka ilma välise väljata (spontaanselt) küllastuseni magneeditud alad - domeenid. Välise välja puudumisel (kui magneetik pole varem välises väljas olnud) on domeenide magnetväljad orienteeritud kaootiliselt, mistõttu nende summaarne väli on null. Ferromagneetiku magneetumisel pöördub kogu domeeni magnetväli tervikuna välise välja suunas.

Domeeni magneetumus on tingitud elektronide omamagnetmomentide samasuunalisest orientatsioonist. Klassikaline teooria niisugust nähtust seletada ei suuda.

### Curie' punkt

Igal ferromagneetikul on temperatuur, millest kõrgemal temperatuuril ferromagnetilised omadused kaovad. Seda temperatuuri nimetatakse Curie' punktiks.

Curie' punktist kõrgemal temperatuuril käitub ferromagneetik paramagneetikuna. Tema magnetiline vastuvõtlikkus



$$\chi = \frac{C}{T - T_C}, \quad (330)$$

kus  $C$  on ainet iseloomustav suurus – Curie' konstant;  
 $T$  – absoluutne temperatuur;  
 $T_C$  – Curie' punkt.

### Magnetväli kahe keskkonna lahutuspinnal

Üleminekul ühest homogeenest keskkonnast teise magnetilise induktsiooni vektori normaalkomponent (lahutuspinna risti olev komponent) ei muutu.

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (331)$$

Induktsioonivektori tangentsiaalkomponent (lahutuspinna puutujasuunaline komponent) muutub võrdeliselt keskkondade magnetiliste läbitavustega.

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (332)$$

Magnetvälja tugevuse vektori normaal- ja tangentsiaalkomponendid:

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad (333)$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (334)$$

### Magnetvoog

Magnetvoog on pinda läbivate magnetilise induktsiooni joonte arv.

$$\Phi = \int_S B dS \cos \alpha = \int_S B_n dS, \quad (335)$$

kus  $dS$  on vaadeldava pinna element;

$\alpha$  – nurk pinna positiivse normaali ja induktsioonivektori vahel;

$B_n$  - pinna normaali suunaline induktsioonivektori komponent.

Integraal võetakse üle pinna  $S$ . Magnetvoog on algebraline suurus. Tema märk sõltub (peale induktsioonivektori suuna) pinna positiivse normaali suunast. Kinniste pindade korral loetakse positiivseks väljapoole suunatud normaal. Voolukontuuri poolt piiratud pinna positiivse normaali suund seotakse voolu suunaga kontuuris parema käe kruvi reegli abil.

Kui väli on homogeenne ja pind tasapind, siis

$$\Phi = B_n S. \quad (336)$$

Kui sel juhul väli on risti pinnaga ( $B_n = B$ ), siis

$$\Phi = BS. \quad (337)$$

Magnetvoog läbi kinnise pinna

$$\Phi = \oint_S B_n dS = 0, \quad (338)$$

sest pinda sisenev ja pinnast väljuv voog on suuruselt võrdsed, kuna magnetilise induktsiooni jooned on kinnised kõverad.

Vooluga juhtme liikumisel magnetväljas tehtav töö

$$A = I \Delta \Phi, \quad (339)$$

kus  $I$  on voolutugevus juhtmes;

$\Phi$  - magnetvoog, mida juhe oma liikumisel lõikab (magnetvoog läbi juhtme poolt kaetud pinna).

Voolukontuuri liikumisel magnetväljas tehtav töö

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) \quad (340)$$

kus  $\Phi_1$  on kontuuri poolt piiratud pinda algasendis läbiv magnetvoog;

$\Phi_2$  - magnetvoog lõppasendis.

$\Phi_2 - \Phi_1$  on seega kontuuri läbiva magnetvoo muutus.

Valemid (339), (340) kehtivad eeldusel, et voolutuge-

vus  $I = \text{const.}$

Tasapinnalise kontuuri pöörlemisel homogeenses magnetväljas tehtav töö

$$A = IBS (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1), \quad (341)$$

kus  $S$  on kontuuri pindala;

$\alpha_1$  ja  $\alpha_2$  - nurk kontuuri positiivse normaali ja välja suuna vahel vastavalt alg- ja lõppasendis.

## ELEKTROMAGNETILINE INDUKTSIOON

### Elektromagnetilise induktsiooni nähtus

Elektromagnetilise induktsiooni nähtus seisneb selles, et kui suletud kontuuri poolt piiratud pinda läbiv magnetvoog muutub, tekib kontuuris vool - induktsioonivool.

### Lenzi reegel

Lenzi reegel määrab induktsioonivoolu suuna. Induktsioonivoolul on selline suund, et tema poolt tekitatud magnetvoog püüab kompenseerida teda esile kutsunud magnetvoo muutust.

Üldisem sõnastus: induktsioonivoolul on selline suund, et ta püüab takistada teda esile kutsunud põhjust.

### Faraday elektromagnetilise induktsiooni seadus

Suletud kontuuris tekkiv induktsiooni elektromotoorjõud võrdub kontuuri poolt piiratud pinda läbiva magnetvoo muutumise kiirusega (muutusega ajaühikus):

$$\xi_1 = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (342)$$

### Omainduktsioon

Omainduktsioon on elektromagnetilise induktsiooni erijuht. Omainduktsiooni nähtus seisneb selles, et voolutugevuse muutumisel kontuuris selle voolu muutuv magnetvoog tekitab kontuuris (lisaks põhivoolule) omainduktsioonivoolu. Vastavalt Lenzi reeglile on omainduktsioonivool voolutugevuse kasvamisel vastassuunaline põhivoolule, vähenemisel - samasuunaline.

Kontuuri läbiva voolu poolt tekitatud magnetvoog läbi sama kontuuri poolt piiratud pinna

$$\Phi = LI, \quad (343)$$

kus  $L$  on kontuuri iseloomustav suurus - induktiivsus.

Kui voolutugevuse muutumisel  $L$  ei muutu (kontuuri kuju ei muutu, keskkond pole ferromagnetiline), siis omainduktsiooni elektromotoorjõud

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{dI}{dt}. \quad (344)$$

### Induktiivsus

Induktiivsuse mõiste võib defineerida nii valemist (343) kui (344). (343)-st:

kontuuri induktiivsus võrdub magnetvooga, mis läbib kontuuri poolt piiratud pinda, kui voolutugevus kontuuris on ühikuline. (344)-st:

kontuuri induktiivsus võrdub omainduktsiooni elektromotoorjõuga, mis tekib kontuuris, kui voolutugevus kontuuris muutub ühiku võrra ajaühikus.

Kontuuri induktiivsus sõltub kontuuri kujust ja mõõtmetest ning keskkonnast, milles kontuur asub.

### Solenoidi induktiivsus

$$L = \mu_0 \mu n_0^2 V, \quad (345)$$

kus  $n_0$  on keerdude arv pikkusühiku kohta;

$V$  - solenoidi sisse jääv ruumala.

### Ekstravoolud

Ekstravoolud on omainduktsioonivoolud, mis tekivad vooluahela sulgemisel ja katkestamisel.

Ahela sulgemisel on ekstravool vastassuunaline põhivooluga, mistõttu voolutugevus ahelas ei saavuta kohe püsivat väärtust, vaid kasvab ajas seaduse järgi:

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right), \quad (346)$$



kus  $I_0$  on voolutugevuse püsiv väärtus ( $I \rightarrow I_0$  kui  $t \rightarrow \infty$ );

$R$  - ahela kogutakistus (välisakistus + sisetakistus);

$t$  - aeg.

Vooluahela väljalülitamisel (välja tuleb lülitada vooluallikas, ahel peab jääma suletuks; seda võib teha näiteks ümberlülitite abil) on ekstravool samasuunaline põhivooluga, mistõttu vool ahelas ei kao silmapilkselt, vaid väheneb seaduse järgi:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (347)$$

Siin on  $R$  välisahela takistus (vooluallika lülitamise välja).

### Vastastikune induktsioon

Vastastikuse induktsiooni nähtus seisneb selles, et voolutugevuse muutumisel ühes kontuuris muutub selle voolu poolt tekitatud magnetvoog läbi naaberkontuuri, mistõttu selles kontuuris tekib induktsioonivool.

Magnetvoog teises kontuuris on võrdeline voolutugevusega esimeses kontuuris.

$$\Phi_2 = L_{21} I_1 \quad (348)$$

Magnetvoog läbi esimese kontuuri

$$\Phi_1 = L_{12} I_2 \quad (349)$$

$L_{21}$  ja  $L_{12}$  nimetatakse kontuuride vastastikuse induktsiooni teguriteks. Energia jäävuse seadusest järeldub, et

$$L_{21} = L_{12} \quad (350)$$

Vastastikuse induktsiooni tegur sõltub kontuuride kujust, mõõtmetest, vastastikusest asendist ning keskkonnast. Kui kontuuride vastastikune asend ja kuju ei muutu ning keskkond pole ferromagnetiline, siis  $L_{21} = \text{const}$ . Sel juhul

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{12} = - \frac{d\Phi_2}{dt} = - L_{21} \frac{dI_1}{dt}; \\ \mathcal{E}_{21} = - \frac{d\Phi_1}{dt} = - L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \end{cases} \quad (351)$$

## Vastastikuse induktsiooni tegur

Vastastikuse induktsiooni teguri mõiste võib määratleda nii valemeist (348), (349) kui (351).

(349)-st:

vastastikuse induktsiooni tegur võrdub magnetvooga, mis läbib üht kontuuri, kui voolutugevus teises kontuuris on ühikuline.

(351)-st:

vastastikuse induktsiooni tegur võrdub induktsiooni elektromotoorjõuga, mis tekib ühes kontuuris, kui voolutugevus teises kontuuris muutub ühiku võrra ajaühikus.

### Sidestatud kontuurid

Kui ühe voolukontuuri magnetvoog läbib teist kontuuri, siis nimetatakse neid kontuure sidestatuteks.

### Voolukontuuri poolt tekitatud magnetvälja energia

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (352)$$

### Üksteisega sidestatud n kontuuri energia

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n L_{ik} I_i I_k, \quad (353)$$

kus  $L_{ik} = L_{ki}$  on i-nda ja k-nda kontuuri vastastikuse induktsiooni tegur;

$L_{ii}$  - i-nda kontuuri induktiivsus;

$I_i$  ja  $I_k$  - voolutugevused vastavalt i-ndas ja k-ndas kontuuris.

### Magnetvälja energia ruumtihedus

$$w_m = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \quad (354)$$

## ELEKTROMAGNETVÕNKUMISED JA -LAINED

### Võnkekontuur

Võnkekontuur on suletud ahel, milles on induktiivsus ja mahtuvus (pool ja kondensaator). Igal reaalsel võnkekontuuril on ka takistus.

### Vabad elektromagnetvõnkumised

Kui võnkekontuurile anda energia, näiteks kondensaator laadida, siis tekivad kondensaatoris vabad elektromagnetvõnkumised. Kui alghetkel on kondensaator laetud ja vool kontuuris puudub, siis järgnevatel hetkedel hakkab kondensaator läbi pooli tühjenema. Tänu poolis tekkivale omainduktsioonivoolule (mis on vastassuunaline tühjenemisvooluga) kasvab vool kontuuris teatud aja jooksul. Kui kondensaator on tühjenedud, ei lakka vool kohe, vaid tänu omainduktsioonivoolule (mis nüüd on samasuunaline esialgse vooluga) kestab veel teatud aja. Selle tulemusena laetakse kondensaator esialgses vastupidiselt. Jälle tekib tühjenemisvool jne. Saamegi kontuuris vabad elektromagnetvõnkumised. Koos voolutugevusega muutub ajas perioodiliselt laeng kondensaatori katetel ja kondensaatori pinge. Võnkekontuuris toimub pidevalt elektrootaatilise välja energia (laetud kondensaatori energia) muundumine voolu ja sellega seotud magnetvälja energiaks ja vastupidi. Kuna reaalsel kontuuril on takistus, siis muundub võnkumiste energia pidevalt siseenergiaks ja võnkumised sumbuvad.

### Vabade elektromagnetvõnkumiste diferentsiaalvõrrand ja selle lahend

Elektromagnetvõnkumiste diferentsiaalvõrrand koostatakse Kirchhoffi teise seaduse põhjal:

$$iR + u = L \frac{di}{dt}, \quad (355)$$

kus  $i$  on voolutugevuse hetkvaartus;

$u$  - pinge hetkvaartus kondensaatoril;

$-L \frac{di}{dt}$  - poolis tekkiv omainduktsiooni elektromotoorjõud.

Asendades selles võrrandis  $i = \frac{dq}{dt}$ ,  $u = \frac{q}{C}$  (q - kondensaatori laeng, C - kondensaatori mahtuvus), viies kõik liikmed ühele poole võrdusmärgi ning jagades kõiki liikmeid L-ga, saame:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (356)$$

Tähistame:

$$\frac{R}{L} = 2\beta \quad (357)$$

ja

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2. \quad (358)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (359)$$

Selle võrrandi lahend, juhul kui  $\omega_0 > \beta$ :

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varphi), \quad (360)$$

kus  $q_m$  on laengu amplituudväärtus (maksimaalne väärtus);

$\beta$  - sumbetegur;

$\omega$  - ringsagedus;

$-\varphi$  - algfaas.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (361)$$

kus  $\omega_0$  on omavõnke ringsagedus - süsteemi vabade võnkumiste ringsagedus, juhul kui takistus puudub ( $R = 0$ ,  $\beta = 0$ ).

Pinge kondensaatoril

$$u = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varphi) = u_m e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varphi), \quad (362)$$

kus  $u_m$  on pinge amplituudväärtus.



Pinge ja laeng võnguvad samas faasis.

Voolutugevus

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_m \beta e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varphi) - q_m \omega e^{-\beta t} \sin(\omega t - \varphi). \quad (363)$$

Kui  $\beta = 0$ , siis

$$i = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t - \varphi) = i_m \cos(\omega_0 t - \varphi + \frac{\pi}{2}). \quad (364)$$

Sel juhul on vool faasilt pingest kondensaatoril ees  $\frac{\pi}{2}$  võrra.

### Elektromagnetilised sundvõnkumised

Elektromagnetilised sundvõnkumised tekivad võnkekontuuris, milles on ajas harmooniliselt muutuvat elektromotoorjõudu tekitav vooluallikas.

$$e = e_m \sin \omega t, \quad (365)$$

kus  $e$  on elektromotoorjõu hetkväärtus;

$e_m$  - amplituudväärtus;

$\omega$  - ringsagedus.

Kirchhoffi teine seadus niisuguse võnkekontuuri jaoks:

$$iR + u = e_m \sin \omega t - L \frac{di}{dt}, \quad (366)$$

kus  $R$  on kogu ahela takistus (välis- ja sisetakistus).

Diferentseerides võrrandi (366) aja järgi ja asendades

$\frac{du}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i$  ning arvestades seoseid (357), (358), saame:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = e_m \omega \cos \omega t. \quad (367)$$

Selle võrrandi erilahend, mis esitab nn. korraldunud võnkumisi:

$$i = i_m \sin(\omega t - \varphi), \quad (368)$$

kus

$$i_m = \frac{e_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}; \quad (369)$$

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad (370)$$

Ahelas on harmooniliselt muutuv vool (368) – vahelduvvool, mille sagedus võrdub elektromotoorjõu muutumise sagedusega. Avaldis (370) annab faasinihke elektromotoorjõu ja voolu vahel. Avaldis (370) jääb kehtima ka juhul, kui ahelas on ainult üks elementidest – takistus, mahtuvus või induktiivsus. Kui ahelas on ainult takistus  $R$  ( $L = 0$ ,  $C = \infty$ ), siis vool ja elektromotoorjõud on samas faasis ( $\varphi = 0$ ). Kui ahelas on ainult induktiivsus  $L$  ( $R = 0$ ,  $C = \infty$ ), siis on elektromotoorjõud faasilt voolust ees  $\frac{\pi}{2}$  võrra ( $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ). Kui ahelas on ainult mahtuvus  $C$  ( $R = 0$ ,  $L = 0$ ), siis jääb elektromotoorjõud voolust faasilt maha  $\frac{\pi}{2}$  võrra ( $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ). Samasugused faasinihked esinevad voolu ja pingete vahel üksikutele elementidel ka siis, kui nad kõik on olemas. Voolu faas samal ajahetkel on kogu ahelas ühesugune, muutuvad just pingete faasid.

#### Vahelduvvoolu ahela kogutakistus

Vahelduvvoolu ahela kogutakistuseks nimetatakse suurus

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (371)$$

Takistust  $R$  nimetatakse vahelduvvoolu ahelas aktiivtakistuseks.

#### Induktiivtakistus

$$X_L = L\omega \quad (372)$$

#### Mahtuvuslik takistus

$$X_C = \frac{1}{C\omega} \quad (373)$$

#### Reaktiivtakistus

$$X = X_L - X_C = L\omega - \frac{1}{C\omega} \quad (374)$$

### Pingete resonants

Kui avaldises (369)  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ , siis voolutugevuse amplituud omandab maksimaalse väärtuse. Niisugust nähtust nimetatakse pingete resonantsiks.

Sisuliselt seisneb pingete resonants järgnevas. Teatava elektromotoorjõu sageduse nn. resonantsisageduse korral saavad pinged induktiivsusel ja mahtuvusel suuruselt võrdses, kuna need pinged on vastasfaasis, siis nad kompenseerivad teineteist täielikult (samal ajal omandavad nad suuruselt samuti maksimaalse väärtuse). Tekib olukord, nagu oleks ahelas ainult aktiivtakistus ( $X = 0$ ), seetõttu omandabki voolutugevuse amplituud maksimaalse väärtuse.

### Resonantsisagedus

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (375)$$

Avaldiste (358) ja (375) võrdlemine näitab, et  $\omega_{\text{res}} = \omega_0$ , s.t. resonantsisagedus võrdub omavõnkesagedusega.

### Voolutugevuse ja elektromotoorjõu (pinge) efektiivväärtused

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad (376)$$

$$\mathcal{E} = \frac{e_m}{\sqrt{2}}. \quad (377)$$

Vahelduvvoolu tugevuse efektiivväärtus  $I$  on niisuguse alalisvoolu tugevus, mis eraldab perioodi vältel juhtmes samasuguse soojushulga kui antud vahelduvvool.

$$\mathcal{E} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}, \quad (378)$$

kus  $U_R$  on pinge efektiivväärtus aktiivtakistusel ( $U_R = IR$ );

$U_L$  - pinge efektiivväärtus induktiivtakistusel ( $U_L = IX_L$ );

$U_C$  - pinge efektiivväärtus mahtuvuslikul takistusel  
( $U_C = IX_C$ ).

### Kvaasistatsionaarsed voolud

Kui aja vältel, mis kulub elektromagnetiliste mõjude levimiseks ahela kõige kaugemasse punkti (need mõjud levivad kiirusega  $c$ ), muutub voolutugevus vähe, siis on voolutugevuse väärtused antud hetkel ahela kõigis punktides praktiliselt võrdsed. Niisuguseid voole nimetatakse kvaasistatsionaarseteks.

Kvaasistatsionaarsuse tingimus:

$$\tau = \frac{l}{c} \ll T, \quad (379)$$

kus  $l$  on ahela pikkus;

$T$  - vahelduvvoolu periood.

Eelpool toodud vahelduvvoolu kohta käivad avaldised kehtivad kvaasistatsionaarsete voolude jaoks.

### Nihkevool

Alalisvoolu ahelas on voolujooned (voolutiheduse vektori  $\vec{j}$  jooned) alati suletud kõverad, kuna laeng kantakse läbi kogu ahela. Vahelduvvoolu ahelas, kus on kondensaator, katkevad voolujooned kondensaatori sisekattel (ja algavad uuesti teisel sisekattel). Seega on vahelduvvoolu ahel sisuliselt avatud ahel.

Vaatleme lähemalt, mis toimub kondensaatori katete vahelises ruumis sel ajal, kui ülejäänud ahelas on juhtivusvool (s.o. laengute suunatud liikumine). Olgu alghetkel kondensaator maksimaalselt laetud (vool ahelas puudub). Järgmisel hetkel hakkab kondensaator tühjenema, kusjuures juhtivusvoolu tiheduse jooned katete sees sisekatete vahetus läheduses on risti katetega (sest väli on risti katetega; olgu ahelas tasaparalleelne kondensaator). Juhtivusvoolu tihedus

$$j = \frac{d\delta}{dt}, \quad (380)$$

kus  $\delta$  on laengu pindtihedus sisekattel. Positiivselt laetud



kattes on voolujooned suunatud katte sisse, negatiivsel kattel - väljapoole (katetevahelisse ruumi).

Kui kondensaator on laetud, on katetevahelises ruumis elektriväli, mille induksioon [vt. (218), (230)]

$$D = \delta . \quad (381)$$

Kui kondensaator tühjeneb, muutub ajas ka väli katete vahel.

$$\frac{dD}{dt} = \frac{d\delta}{dt} . \quad (382)$$

Seega on voolutihedus kondensaatori katetes ja  $\frac{dD}{dt}$  katete vahel suuruselt võrdsed. Seejuures on vektorid  $\vec{j}$  ja  $\frac{d\vec{D}}{dt}$  samasuunalised. Tõepoolest: vektor  $\vec{D}$  on suunatud positiivselt kattel negatiivsele, s.o. vektoriga  $\vec{j}$  vastassuunaliselt, kuna aga väli ajas nõrgeneb ( $\delta$  väheneb), siis on vektor  $\frac{d\vec{D}}{dt}$  vastupidine vektoriga  $\vec{D}$  ja järelikult vektoriga  $\vec{j}$  samasuunaline.

Suurust

$$\vec{j}_{\text{nihke}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (383)$$

nimetatakse nihkevoolu tiheduseks. (Kuna  $\vec{D}$  võib peale aja sõltuda ka koordinaatidest, siis üldjuhul tuleb võtta osatuletis).

Kui lugeda nihkevool samaväärseks juhtivusvooluga, on voolujoonte pidevus formaalselt ka vahelduvvoolu ahelas taastatud. Tegelikult pole nihkevool vool selles mõttes, et ta ei kujuta endast laengute liikumist, samuti ei tekita nihkevool Joule-Lenzi soojust. Kuid nihkevoolul on juhtivusvooluga üks oluline reaalne ühine omadus: nihkevool tekitab ümbritsevas ruumis magnetvälja. See väide on Maxwelli elektromagnetismi teooria üks põhiseisukohti.

Rangelt võttes on nihkevool olemas ka juhtme sees. Seetõttu tuleb magnetväljade arvutamisel kasutada koguvoolu.

#### Koguvoolu tihedus

$$\vec{j}_k = \vec{j} + \vec{j}_{\text{nihke}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} . \quad (384)$$

## Elektromagnetväli

Nihkevool, s.o. ajas muutuv elektriväli tekitab ümbritsevas ruumis magnetvälja.

Elektrostaatiline väli, s.o. liikumatute ja suuruselt muutumatute elektrilaengute väli mõjub ainult laengutele. Mingisugust magnetilist toimet tal pole. Kuid kui laengud liiguvad või muutub nende suurus, siis muutub ka nende elektriväli ja koos elektrilise toimega tekib ka magnetiline toime.

Erijuhul, kui elektriväli muutub ajas ühtlaselt, s.t. kui  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \text{const}$ , tekitab ta ajas muutumatu magnetvälja. Praktiliselt aga alati, kui elektriväli muutub, siis muutub ta nii, et  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \neq \text{const}$  ja järelikult on ka tekkiv magnetväli muutuv.

Seega:

kui ruumis on muutuv elektriväli, on seal ka muutuv magnetväli.

Näitame, et ka muutuv magnetväli tekitab ümbritsevas ruumis elektrivälja. Olgu ruumis ajas muutuv magnetväli ( $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$ ) ning selles väljas liikumatu juhtiv kontuur. Sel juhul muutub ka kontuuri läbiv magnetvoog ja kontuuris tekib induksioonivool, s.t. laengute suunatud liikumine. Kuid laengud võivad liikuma hakata vaid elektrivälja jõudude mõjul (magnetväli laenguid liikuma ei pane). Järelikult tekis kontuuris elektriväli. Tegelikult kontuur ainult ilmes- tab selle elektrivälja teket. Elektriväli tekib sõltumatult sellest, kas kontuur seal on või teda pole. Seega: ajas muutuv magnetväli tekitab ümbritsevas ruumis elektrivälja. See on Maxwelli teooria teine põhiseisukoht.

Ajas muutumatu magnetväli, s.o. suuruselt muutumatute ning liikumatute voolude või liikumatute püsिमagnetite magnetväli mõjub ainult vooludele või püsिमagnetitele, mingisugust elektrilist toimet tal pole. Kuid kui magnetväli muutub, siis tekib peale magnetilise toime ka veel elektriline toime.

Praktiliselt alati, kui magnetväli muutub, siis muutub ta nii, et  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \text{const}$  ja järelkult on ka tekkinud elektrivälja muutuv.

Seega:

kui ruumis on muutuv magnetväli, on seal ka muutuv elektriväli.

Mõlemad need muutuvad väljad - muutuv elektriväli ja muutuv magnetväli - on teineteisega lahutamatuult seotud ja moodustavad ühtse ning tervikliku elektromagnetvälja.

Elektromagnetväljas on nii magnet- kui elektrivälja keerisväljad - nende jõujooned (induktsioonijooned) on kinnised kõverad. Seega elektrivälja võib olla nii potentsiaalne (elektrostaatiline väli) kui keeriseline, magnetväli aga ainult keeriseline. Viimane asjaolu tuleneb sellest, et magnetlaenguid pole olemas.

### Maxwelli võrrandid

Maxwelli võrrandid kirjeldavad elektromagnetilist välja, seovad elektromagnetilist välja iseloomustavaid suurusi. Nad on tuletatud teoreetiliselt 1865. a. Maxwell lõi elektriliste ja magnetiliste nähtuste ühtse teooria, mis andis seletuse kõigile tol ajal tuntud eksperimentaalsetele faktidele ja ennustas ka uusi nähtusi. Peamine järeldus Maxwelli teooriast on elektromagnetlainete olemasolu, mis tühjuses peavad levima kiirusega  $c$  ( $c$  - elektrodünaamiline konstant). Nende lainete omaduste teoreetiline uurimine viis valguse elektromagnetilise teooria loomisele.

Maxwelli võrrandeid on neli, nad jaotatakse paarideks. Maxwelli võrrandite esimene paar:

$$\oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = - \int_S \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)_n \cdot d\vec{S}, \quad (385)$$

$$\oint \vec{B}_n \cdot d\vec{S} = 0. \quad (386)$$

Võrrandi (385) vasak pool kujutab endast elektrivälja tugevuse vektori tsirkulatsiooni üle suvalise kinnise kõvera,  $d\vec{l}$  on selle kõvera element,  $\vec{E}_1$  - elektrivälja tugevuse



vektori komponent, mis on võetud kõvera puutuja suunas antud punktis. Integraal paremal on võetud üle sellele kõverale toetuva suvalise pinna  $S$ ,  $dS$  on selle pinna element,  $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})_n$  on vektori  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  see komponent, mis on risti pinnaga antud punktis. Selle võrrandi sisu: keeriselise elektrivälja tekitab ajas muutuv magnetväli.

Integraal võrrandis (386) [ehk (338)] on võetud üle suvalise kinnise pinna  $S$ ,  $dS$  on selle pinna element,  $B_n$  on vektori  $\vec{B}$  pinnaga risti olev komponent antud punktis. Selle võrrandi sisu: magnetvoog läbi kinnise pinna on null, magnetväli on keerisväli.

Maxwelli võrrandite teine paar:

$$\oint H_1 dl = \int_S j_n dS + \int_S (\frac{\partial \vec{D}}{\partial t})_n dS, \quad (387)$$

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV. \quad (388)$$

Võrrand (387) kujutab endast koguvoolu seadust (307), kusjuures on arvesse võetud, et magnetvälja võib tekitada nii juhtivus- kui nihkevool. Integraal vasakul on magnetvälja tugevuse vektori tsirkulatsioon üle suvalise kinnise kõvera, integraalid paremal on võetud üle sellele kõverale toetuva suvalise pinna  $S$ ,  $j_n$  on juhtivusvoolu vektori komponent, mis on selle pinnaga risti,  $(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t})_n$  on analoogselt nihkevoolu tiheduse vektori  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  normaalkomponent. Võrrandi parem pool annab seda pinda läbiva koguvoolu. Võrrandi sisu: magnetvälja (mis alati on keeriseline) tekitab nii juhtivusvool kui nihkevool (muutuv elektriväli).

Võrrandis (388) vasakul on integraal võetud üle suvalise kinnise pinna  $S$  ja ta annab pinnast väljuva induktsioonivoo. Integraal paremal on võetud üle selle pinna sisse jääva ruumala  $V$ ,  $\rho$  on laengu ruumtihedus. Seega võrrandi parem pool kujutab endast pinna sisse jäävat laengut. Võrrand (388) on Gaussi teoreem. Tema sisu: elektrivälja (elektrostaatilise välja) tekitavad elektrilaengud.



Maxwelli võrrandite lahendamisel tuleb arvestada seoseid:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \\ \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \\ \vec{j} = \delta \vec{E}. \end{cases} \quad (389)$$

Avaldistega (385) ... (388) on antud Maxwelli võrrandid integraalkujul.

Samad võrrandid diferentsiaalkujul:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (390)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (391)$$

(esimene paar),

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (392)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (393)$$

(teine paar).

### Elektromagnetlained

Kui elektromagnetväli tekib mingis piiratud ruumi osas, siis ta levib ülejäanud ruumi lõpliku kiirusega (mis vaakumis on  $c$ ). Kui elektromagnetväli muutub ajas perioodiliselt, siis levib ta ülejäanud ruumi lainena. See järeldub Maxwelli teooriast ja on tõestatud Hertzi katsetega (1888).

Maxwelli võrranditest saab tuletada elektromagnetlaine diferentsiaalvõrrandid. Homogeense, isotroopse ( $\varepsilon = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ ), neutraalse ( $\rho = 0$ ), mittejuhtiva ( $j = 0$ ) keskkonnas jaoks on võrrandid järgmised:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (394)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (395)$$

$\vec{E}$  ja  $\vec{H}$  on teineteisega lahutamatuult seotud Maxwelli võrrandite abil.

Igasuguse laine diferentsiaalvõrrand:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}, \quad (396)$$

kus  $v$  on lainete levimise faasikiirus. Iga funktsioon  $f$ , mis rahuldab seda võrrandit, kirjeldab mingit lainet (mehaaniliste lainete korral on  $f$  hälve).

Võrrandite (394) ... (396) võrdlemisel näeme, et elektromagnetlained levivad keskkonnas faasikiirusega

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}}. \quad (397)$$

Kuna vaakumis  $\epsilon = 1$  ja  $\mu = 1$ , siis

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (398)$$

ja

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}. \quad (399)$$

Vaatleme  $x$ -telje suunas levivat tasalainet. Eeldame, et alguses tekitati muutuv  $y$ -telje sihiline elektriväli. Võrrandid (394), (395) saavad sel juhul kuju:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad (400)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (401)$$

Vektorite  $\vec{E}$  ja  $\vec{H}$  teised komponendid puuduvad, nii et  $E = E_y$  ja  $H = H_z$ . Nende võrrandite lihtsaimad lahendid:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx), \quad (402)$$

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx), \quad (403)$$

$$\text{kus } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ja} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Seega elektromagnetlaine on ristlaine: vektorid  $\vec{E}$  ja  $\vec{H}$  võnguvad risti laine levimise suunaga  $x$ . Mõlemad vektorid on omavahel risti ja võnguvad samas faasis. Nende amplituudid on omavahel seotud järgmiselt:

$$E_m \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H_m \sqrt{\mu_0 \mu} \quad (404)$$

Kuna vektorid  $\vec{E}$  ja  $\vec{H}$  võnguvad samas faasis, siis on samasugune seos õige ka hetkväärtuste jaoks ühes ja samas ruumpunktis.

Vektorid  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{v}$  moodustavad nn. parema käe kolmiku, s.t. esimese pöore teisele annab parema käe kruvi reegli abil kolmanda suuna, teise pöore kolmandale annab esimese suuna jne.

Elektromagnetlainete skaala lainepikkuse vähenemise (sageduse kasvamise) järjekorras on järgmine: raadiolained, infrapunane kiirgus, nähtav valgus, ultraviolettkiirgus, röntgenikiirgus,  $\gamma$ -kiirgus.

### Elektromagnetvälja energia

Elektromagnetvälja energia on elektrivälja energia ja magnetvälja energia summa. Vastavalt elektromagnetvälja energia ruumtihedus on elektrivälja energia ruumtiheduse (262) ja magnetvälja energia ruumtiheduse (354) summa:

$$w = w_e + w_m = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \quad (405)$$

Kasutades seost (404), võime  $w$  anda kujul

$$w = \epsilon_0 \epsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu} EH = 2w_e = 2w_m \quad (406)$$

### Umov-Pointingi vektor

Elektromagnetlaines levivad elektrivälja tugevuse ja magnetvälja tugevuse vektori võnkumised. Kuna mõlemad väljad omavad energiat, siis levib energia koos lainega, s.t. laine levimise kiirusega.

Umov-Pointingi vektori suurus on võrdne elektromagnetlainete intensiivsusega (energiavoo tihedusega). Intensiivsus võrdub energiaga, mis ajaühikus kantakse läbi pindalaühiku, mis on risti lainete levimise suunaga. Vektori suunaks on lainete levimise suund.

Umov-Pointingi vektori suuruse saame avaldisest (397), (406):

$$S = wv = EH. \quad (407)$$

Vektorina

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (408)$$

### Energiavoog

Energiavoog on energia, mis ajaühikus läbib pinna. Energiavoog läbi pinna A:

$$\Phi = \int_A S_n dA, \quad (409)$$

kus  $dA$  on selle pinna element;

$S_n$  - vektori  $S$  normaalkomponent (pinnaga risti olev komponent).

### Hertzi katsete põhimõte

Võnkekontuuris on muutuv elektrivälja koondunud kondensaatori katete vahele, muutuv magnetväli aga pooli sisse. Võnkekontuuri ümbritsevas ruumis need väljad praktiliselt puuduvad, mistõttu kontuur laineid ei kiirga. Sellist võnkekontuuri nimetatakse ka suletud võnkekontuuriks. Et kontuur hakkaks kiirgama, tuleb ta avada. Selleks suurendame kondensaatori katete vahekaugust, vähendame katete mõõtmeid ja suurendame keerdude vahekaugust. Piiril muutub kontuur lihtsalt sirgeks vardaks. See ongi avatud võnkekontuur. Sellises kontuuris toimuvad sumbuvad võnkumised, mille energia pidevalt väheneb. Energia täiendamiseks kasutas Hertz sädeinduktorit, seadet, mis annab impulsskõrgepinget. Varras poolitati ja induktori klemmid ühendati kummagi poolega. Pinge andmisel kasvab pinge kummagi varda poole vahel, kuni nende vahel tekib elektriline läbilöök (sädelahendus), vahemik muutub juhtivaks ja poolitatud varras muutub jälle üheks



juhtmeks. Selles tekivad sumbuvad elektromagnetilised võnkumised (ja ümbritsevasse ruumi kiirguvad elektromagnetlained), mis kestavad sädelahenduse katkemiseni. Seejärel antakse induktorist uus pingepulss.

Niisugust süsteemi nimetatakse Hertzi vibraatoriks.

### Dipooli kiirgus

Hertzi vibraatoris toimuvaid protsesse võib skemaatiliselt kujutada kui kahe võrdvastupidise punktlaengu (dipooli) vastassuunalist (vastasfaasilist) harmoonilist võnkumist ühe punkti (dipooli keskpunkti) ümber. Niisuguse dipooli dipoolmoment muutub ajas vastavalt seadusele

$$p_e = ql \cos \omega t, \quad (410)$$

kus  $l$  on kummagi laengu võnkeamplituudi kahekordne väärtus.

Samasugune dipoolmoment on süsteemil, mille moodustab paigalolev positiivne laeng ja tema ümber võnkuv sama suur negatiivne laeng, mille võnkeamplituud on  $l$ . Niisugusele süsteemile omakorda on taandatav elektroni liikumine aatomis. Klassikaliste kujutluste järgi liigub elektron ümber aatomi tuuma mööda elliptilist orbiiti. Liikumise mööda ellipsit võib aga lahutada kaheks ristsihiliseks harmooniliseks võnkumiseks. Seega võib aatomi kiirgust vaadata dipooli kiirgusena.

Kui dipooli poolt kiiratud lained levivad isotroopses ja homogeenses keskkonnas, siis nn. lainetsoonis (kaugustel  $r \gg \lambda$ ) on lainepindadeks kerapinnad keskpunktiga dipooli asukohas. Vektorid  $\vec{E}$  ja  $\vec{H}$  on omavahel risti, samuti on nad risti dipooli asukohast vaadeldavasse punkti tõmmatud raadiusvektoriga  $r$ .  $E$  võngub tasandis, milles asuvad dipooli telg ja  $\vec{r}$ ,  $\vec{H}$  võngub selle tasandiga risti. Võnkeamplituudid sõltuvad kaugusest  $r$  ja nurgast  $\vartheta$  dipooli telje ja  $\vec{r}$  vahel.

$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r} \sin \vartheta. \quad (411)$$

Laine intensiivsuse keskvaartus on võrdeline korrutisega  $E_m H_m$

$$S \sim \frac{1}{r^2} \sin^2 \vartheta. \quad (412)$$

Seega dipooli kiirgus on maksimaalne suunas, mis on risti tema teljega. Telje suunas dipool ei kiirga.

Vaadeldaval juhul dipool kiirgab seetõttu, et laengud liiguvad kiirendusega (võnkliikumine on kiirendusega liikumine).

Klassikalise elektrodünaamika üks olulisi järeldusi on:

igasugune kiirendusega liikuv laeng kiirgab elektromagnetlaineid.

## O P T I K A

### LAINEOPTIKA

#### Superpositsiooni printsiip

Lainete superpositsiooni printsiip (vt. lk.35) kehtib ka valguslainete jaoks. Kuna valgus on elektromagnetlane, siis võib superpositsiooni printsiibi optikas sõnastada: kahe ühte punkti läbiva valguslaine summaarne elektrivektor (elektrivälja tugevuse vektor) võrdub kummagi laine elektrivекtori vektorsummaga.

Muidugi kehtib sama ka magnetvektori (magnetvälja tugevuse vektor) kohta. Kuid kuna enamus valguse toimeid (füsioloogiline, fotokeemiline, fotoelektriline jt.) on seotud valguslaine elektriväljaga, siis loetakse nn. valgusvektoriks just elektrivektorit.

#### Koherentsuse probleem optikas

(Koherentsuse mõiste kohta vt. lk. 35.)

Koherentsuse probleem optikas on komplitseeritud. Asi on selles, et iga helenduv keha koosneb tohutust hulgast valgusallikatest - valguslained lähtuvad üksikutest aatomitest, makroskoopilise valgusallika kiirgus kujutab endast üksikute aatomite poolt kiiratud lainete summat. Ühe aatomi kiirgus pole aga teise aatomi kiirgusega faasiliselt seotud. Iga aatom kiirgab vaid väga lühikese aja ( $\sim 10^{-8}$  s), saates selle aja vältel välja lainejada pikkusega  $\sim 3$  m. Mõninga aja pärast võib sama aatom hakata jälle kiirgama,

kuid see laine pole eelmisega faasis kuidagi seotud, pealegi võib tema sagedus olla erinev. Selle tõttu liitlaine faas muutub juhuslike hüpetena nii ajas kui ruumis ning kahe makroskoopilise valgusallika (v.a. laser) poolt kiiratud valguslained pole kunagi koherentsed ega anna kohtudes interferentsi.

### Ajaline koherentsus

Tekitagu valguslaine mingis ruumipunktis võnkumised

$$E = E_m \cos(\omega t + \alpha). \quad (413)$$

Niisugune valguslaine, mille korral  $E_m$ ,  $\omega$  ja  $\alpha$  oleksid ajas jäävad ja omaksid kindlaid väärtusi, on täielik abstraktsioon. Reaalses valguslaines esinevad kõikvõimalikud sagedused mingis sageduste vahemikus  $\Delta\omega$ , samuti muutub  $\alpha$ . Seega muutuvad  $\omega$  ja  $\alpha$  reaalses valguslaines korrapäraselt (jätame kõrvale amplituudi  $E_m$ ). Järelikult reaalses valguslaines

$$E = E_m \cos[\omega(t) + \alpha(t)]. \quad (414)$$

Kuid  $\omega$  ja  $\alpha$  muutusi võib taandada kas ainult  $\omega$  või ainult  $\alpha$  muutustele. (414) võib esitada kujul

$$E = E_m \cos[\omega_0 t + \alpha'(t)], \quad (415)$$

kus  $\omega_0$  on mingi keskmine ringsageduse väärtus, mis ei sõltu ajast.

### Koherentsuse aeg

Koherentsuse ajaks nimetatakse ajavahemikku, mille vältel faasi  $\alpha'$  antud punktis võib lugeda ligikaudu jäävaks.

Ilmselt on koherentsuse aeg suurusjärgult võrdne ühe aatomi kiirguse ajaga ( $10^{-8}$  s). Koherentsuse aja moodses võnkumised antud punktis "unustavad" oma esialgse faasi ja muutuvad mittekoherentseteks iseenda suhtes.

### Koherentsuse pikkus

Koherentsuse pikkuseks nimetatakse teepikkust, mille valguslaine läbib koherentsuse aja vältel. Koherentsuse pikkus on  $\sim 3$  m, see on ühtlasi ühe aatomi poolt kiiratud laine-



jada pikkus. Selleks et saada valguse interferentsi, tuleb ühest ja samast laineallikast lähtuv lainejada mingil viisil kaheks jaotada (näit. peegeldumise ja murdumise teel) ning need osajadad uuesti kokku juhtida. Interferentsi jälgimiseks peab nende osajadade käiguvähe olema palju väiksem koherentsuse pikkusest. Mida suuremaks muutub käiguvähe, seda hägusamaks - raskemini jälgitavaks - muutub interferentspilt.

### Ruumiline koherentsus

Ideaalses monokromaatses laines oleks faas samal ajahetkel ühesugune kõigis lainepinna punktides. Tasalaine korral on lainepinnad üksteisega paralleelsed tasandid, kerallaine korral - kontsentrilised kerapinnad (vt. lk. 33). Nimetame analoogseid pindu reaalse valguslaine korral "lainepindadeks". Reaalses valguslaines muutub faas üleminekul ühest "lainepinna" punktist teise korrapäraselt.

### Ruumilise koherentsuse pikkus ehk koherentsuse raadius

Koherentsuse raadiuseks nimetatakse kaugust "lainepinna" kahe punkti vahel, milles võnkefaasi samal ajahetkel võib lugeda ligikaudu ühesuguseks.

Võnkumised on koherentsed "lainepinna" igas kahes punktis, mille kaugus teineteisest on väiksem koherentsuse raadiusest.

Valgust kiirgava kuumutatud keha pinna lähedal on ruumiline koherentsus piiratud, koherentsuse raadius võrdub mõne lainepikkusega. Pinnast eemaldudes ruumiline koherentsus paraneb. See-eest laseri kiirgusel on suur ruumiline koherentsus (samuti ajaline).

### Koherentsus optikas

Koherentsuseks nimetatakse kahe valguslaine kooskõlastatud kulgemist.

Kooskõlastatust, mis seisneb selles, et kahe laine faasivähe jääb antud ruumpunktis ajas konstantseks, nimetatakse ajaliseks koherentsuseks.

Kooskõlastatust, mis seisneb selles, et kahe erineva laine "lainepinna" punktide faasivähe samal ajahetkel on



ühesugune, nimetatakse ruumiliseks koherentsuseks.

### Interferentsi saamise viise

Esiresena sai valguse interferentsi katseliselt Young 1802. a. Kõunlavalgus langes läbipaistmatule ekraanile, milles oli väike ava. Ava võib vaadelda punktvalgusallikana. Esimese ekraani taha paigutati teine, milles oli kaks väikest ava, neid võib vaadelda koherentsete punktvalgusallikatena (esimene ekraan oli vajalik ruumilise koherentsuse parandamiseks). Teise ekraani taha paigutati kolmas, millel tekkis interferentspilt.

Fresneli peeglis lahutatakse punktikujulisest valgusallikast lähtuv valguslaine kaheks laineks kahe tasapeegli abil, mis moodustavad omavahel nurga, mis väga vähe erineb  $\pi$ -st. Koherentsete valgusallikatena võib vaadelda kummaski peeglis tekkivaid valgusallika näivkujutisi.

Fresneli biprismas lahutatakse punktikujulisest valgusallikast lähtuv valguslaine kaheks laineks kahe väikese murduva nurgaga ühesuguse prisma abil, mille alused on paigutatud vastamisi.

### Kahe koherentse punktvalgusallika interferents

Interferentsi tulemus oleneb erinevatest laineallikatest tulevate lainete käiguvahest [vt. valemid (116) ja (118)].

Interferentsi saab jälgida ekraanil, mis on risti tasandiga, milles asuvad mõlemad valgusallikad. Nimetame ekraani tsentriks punkti, mis tekib allikaid ühendava sirglõigu keskristsirge (mis on risti ka ekraaniga) lõikumisel ekraaniga. Interferentspilt kujutab endast vahelduvaid heledaid (maksimumid) ja tumedaid (miinimumid) ribasid. Tsentraalne (0-ndat järku) maksimum kujutab endast ekraani tsentrit läbivat sirget, mis on risti allikaid ühendava sirgega. Ekraani tsentri lähedal võib järgmisi maksimume vaadelda tsentraalsega paralleelsete sirgetena (tegelikult on hüperboolid). Maksimumide kaugus tsentraalsest maksimumist

$$l = \pm k \frac{\lambda}{t} L \quad (k = 0, 1, 2 \dots), \quad (416)$$

kus  $k$  on maksimumi järk:

- $\lambda$  - kasutatava valguse lainepikkus;
- $t$  - valgusallikate vaheline kaugus;
- $L$  - kaugus allikate ja ekraani vahel.

Kaugus kahe naabermaksimumi (heleda riba) vahel

$$\delta l = \frac{\lambda}{t} L. \quad (417)$$

Valguse lainepikkus on väga väike. Järelikult selleks, et ribad oleksid teineteisest eristatavad, peab  $t \ll L$ . Sellisel eeldusel ongi valem (416) tuletatud.

Valemist (416) järeldub, et valge (polükromaatse) valguse korral paiknevad pikematele lainetele vastavad sama järku maksimumid ekraani tsentrist kaugel, s.t. iga maksimum (v.a. tsentraalne) muutub spektriiks.

#### Optiline teepikkus ja optiline käiguvah

Interferentsi tulemuse määrab lainete käiguvah (vt. lk. 36), kusjuures käiguvahet tuleb võrrelda lainepikkusega, käiguvah "ühikuks" on lainepikkus, kuid keskkonnas lainepikkus väheneb, võrreldes lainepikkusega vaakumis.

Keskkonnas

$$v = \lambda \nu, \quad (418)$$

kus  $v$  on valguse kiiruse keskkonnas;

- $\lambda$  - lainepikkus keskkonnas;
- $\nu$  - sagedus.

Vaakumis

$$c = \lambda_0 \nu, \quad (419)$$

kus  $\lambda_0$  on lainepikkus vaakumis

$$\frac{c}{v} = n = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad (420)$$

kus  $n$  on keskkonna murdumisnäitaja. Seega

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (421)$$

Lainepikkuse (kui käiguvah "ühiku") vähenemine on samaväärne käiguvah suurenemisega (kui kasutada interferentspildi

arvutamisel lainepikkust vaakumis). Seetõttu kasutatakse interferentspildi arvutamisel geomeetrilise teepikkuse asemel nn. optilist teepikkust

$$L = ns, \quad (422)$$

kus  $s$  on geomeetriline teepikkus, ja optilist käiguvahet, mis saadakse optiliste teepikkuste vahena.

### Võrdpaksuse ribad

Võrdpaksuse ribad on interferentspilt, mis tekib valguse peegeldumisel õhukestelt läbipaistvatelt muutuva paksusega kelmelt.

Kui valguskiir kaugest punktvalgusallikast langeb niisuguse kelme pinnale, siis toimub seal osaline peegeldumine ja osaline murdumine. Vaatleme murdunud kiirt. Läbides kelme, jõuab see kiir kelme teisele pinnale, kust osaliselt peegeldub ja jõuab jälle esimesele pinnale, kus osaliselt murdub ja väljub esimesse keskkonda (õhku). Samasse punkti langeb valgusallikast teine kiir ja peegeldub sealt osaliselt. Tagasi levib seega kaks kiirt, mis on omavahel koherentsed ja seetõttu kohtumisel interfereeruvad. Nende kiirte suunad on veidi erinevad, kiired võib kokku juhtida koondava läätses abil (läätses kunagi käiguvahet ei teki). Praktiliselt teeb seda silmalääts, mis koondab kiired silma võrkkestale.

Käiguvahet arvutamisel nende kiirte vahel tuleb arvestada optilist käiguvahet (üks kiir levib kelmel, teine õhus), peale selle poollaine kaotust peegeldumisel nn. optiliselt tihedamalt (suurema murdumisnäitajaga) keskkonnalt. Analogselt poollaine kaotusega mehaanilise laine peegeldumisel tihedamalt keskkonnalt tekib poollaine ( $\frac{\lambda}{2}$ ) kaotus valguslaine peegeldumisel optiliselt tihedamalt keskkonnalt.

Käiguvahet nende kahe kiire vahel

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}, \quad (423)$$

kus  $d$  on kelme paksus antud kohas;

$n$  - kelme murdumisnäitaja;



$\alpha$  - kiirte langemisnurk;

$\lambda$  - lainepikkus vaakumis (praktiliselt võrdub lainepikkusega õhus).

Toodud arutlus kehtib mis tahes kelme punkti kohta.

Seega sõltub käiguvahe  $d$ -st ja  $\alpha$ -st, seejuures on sõltuvus  $d$ -st märksa tugevam kui sõltuvus  $\alpha$ -st. Seetõttu on käiguvahe oluliselt määratud kelme paksusega. Igale heledale ribale (maksimumile;  $\Delta = \pm k \lambda$ ) vastab ühesugune kelme paksus. Interferentsribad paiknevad seda tihedamalt, mida kiiremini muutub kelme paksus. Kui kelme paksus muutub väga järsult, siis paiknevad ribad nii tihedalt, et interferentspilti pole võimalik jälgida. Valge valguse korral muutub interferentspilt jällegi värviliseks. Kui kelme paksus  $d \ll \frac{\lambda}{2}$ , siis

$\Delta \approx \frac{\lambda}{2}$  ja kelme näib peegelduvas valguses tume.

#### Võrdpaksuse ribad

Käiguvahe avaldis (423) sõltub peale kelme paksuse  $d$  veel langemisnurgast  $\alpha$ . Peaaegu ideaalselt tasaparalleelse läbipaistva plaadi korral ( $d = \text{const}$ ) on seetõttu võimalik jälgida interferentspilti, mis on määratud kiirte langemisnurgaga.

Sellise pildi saamiseks tuleb kasutada hajutatud valgust. Täielikult hajutatud valguse korral läbivad mis tahes punkti kiired kõikvõimalikes suundades. Seetõttu võib hajutatud valguse korral alati välja valida paralleelse kiirtekimbu mingis suunas. Niisugused kiired, peegeldudes plaadi ühelt ja teiselt pinnalt, interfereeruvad. Käiguvahe arvutamisel jääb kehtima avaldis (423). Paralleelsed kiired koondatakse läätselise abil (selleks võib jällegi olla silmalääts, silm tuleb teravustada lõpmatusse) läätselise fokaaltasandisse paigutatud ekraanil ühte punkti. Seega kindlale kiirte suunale vastab üks punkt. Ühesuguse langemisnurga all langevad paralleelsed kiired kõikvõimalikes suundades, mistõttu kindlale langemisnurgale vastab rõngakujuline interferentsriba. Interferentspilt kujutab endast vahelduvaid heledaid ja tumedaid kontsentrilisi rõngaid.



## Interferomeetrid

Interferentspilt on äärmiselt tundlik käiguvahe muutuste suhtes, kui käiguvahe muutub pidevalt, siis interferentspilt nihkub. Käiguvahe muutumisel ühe lainepikkuse võrra nihkub interferentspilt tervikuna ühe riba võrra (antud hele riba asendub naaberribaga). Sellele tuginebki üks täpsmaid pikkuste mõõtmise meetodeid.

Michelsoni interferomeetris lahutatakse punktvalgusallikast tulev valguslaine kaheks nn. poolläbilaskva peegli abil (nõrgalt hõbetatud klaasplaat, mis laseb läbi poole valgusest, ülejäänud pool peegeldub). Poolläbilaskva peegel paigutatakse kiirte suhtes  $45^\circ$  nurga all. See-ga peegeldunud kiired muudavad suunda  $90^\circ$  võrra. Peegli läbinud kiired suunda ei muuda. Kummagi kiirtekimbu teele paigutatakse tavaline tasapeegel  $90^\circ$  nurga all. Nendelt peeglitelt peegelduvad kiired tagasi ja satuvad uuesti poolläbilaskvale peeglile. Nüüd vaatleme esialgu peegeldunud kiirtekimbust seda osa, mis läbib poolläbilaskvat peeglit ja esialgu läbiläinud kiirtekimbust seda osa, mis peegeldub. Need kiired levivad ühes suunas. Kuna nad pärinevad ühest ja samast valgusallikast ning on läbinud erineva tee, siis kohtumisel nende teele paigutatud ekraanil nad interfereeruvad. Mõõdetav pikkus seotakse ühega tavalistest peeglitest. Nihutades seda peeglit, loendatakse ühest punktist ekraanil läbiminevaid interferentsribasid. Saame määrata, mitu lainepikkust mahub mõõdetavale pikkusele. Peegli nihe  $\frac{\lambda}{2}$  võrra tekitab käiguvahe muutuse  $\lambda$  võrra.

## Paljulaineline interferents

Kahe koherentse laine interferentspilt on tavaliselt küllaltki nõrk ja interferentsjooned laialivalguvad, miinimumid lähevad sujuvalt üle maksimumideks ja vastupidi. Selleks et tõsta pildi intensiivsust ja teravust, kasutatakse seadmeid, mis annavad palju koherentseid laineid, mille faas (ja käiguvahe) järjest kasvab. Tavaliselt on neis seadmetes üksteisele järgnevate lainete faasivahe ühesugune. Taoline paljulaineline interferents tekib ka tasaparalleel-

ses läbipaistvas plaadis (võrdkalderivad), samuti difraktsioonivõres ja interferentsspektroskoobis.

Vaatleme lihtsamat juhtu, mille korral lainete amplituudid on võrdsed. Mitme laine liitumisel tekivad maksimumid samas kohas (sama käiguvähe ja faasivähe korral), kus kahe laineallika korralgi. Neid nimetame nüüd peamaksimumideks. Peamaksimumide vahel tekib  $n-2$  lisamaksimumi ( $n$  on interfereeruvate lainete arv). Nende intensiivsus on palju väiksem peamaksimumide intensiivsusest. Peamaksimumide laius väheneb ja intensiivsus kasvab  $n$  kasvades, lisamaksimumide intensiivsus aga väheneb, mistõttu suure  $n$  korral need praktiliselt välja ei tulegi.

### Huygens-Fresneli printsiip

Huygeni printsiip (vt. lk. 36), mille kohaselt laine-  
frondi iga punkti võib vaadata keralainete allikana, seletab difraktsiooni, kuid ei võimalda arvutada difrakteerunud lainete amplituudi, seega ka intensiivsust. Selles mõttes täiendab Fresnel Huygeni printsiipi. Fresneli järgi, selleks et määrata difrakteerunud lainete amplituudi vaadeldavas punktis, tuleb lainefront jaotada väikesteks elementideks  $\Delta S$  (mida võib vaadelda koherentsete laineallikatena) ja liita kõigilt neilt elementidelt tulevad võnkumised vaadeldavas punktis, arvestades seejuures nii võnkumiste amplituude kui faasi. Igalt elemendilt tulevate võnkumiste amplituud sõltub: 1) pinnaelemendi  $\Delta S$  suurusest, 2) nurgast pinnaelemendi normaali ja elemendilt vaadeldavasse punkti tõmmatud raadiusvektori vahel, 3) kaugusest  $r$  pinnaelemendi ja vaadeldava punkti vahel. Võnkefaas sõltub ainult kaugusest  $r$ . Üldjuhul on difrakteerunud lainete amplituudi määramine Huygens-Fresneli printsiibi põhjal üsna keerukas, kuid sümmeetrilistel juhtudel, pinnaelementide sobiva valiku korral, võib osutuda küllalt lihtsaks.

### Fraunhoferi difraktsioon, Fresneli difraktsioon

Fraunhoferi difraktsioon on tasapinnaliste lainete difraktsioon ehk difraktsioon paralleelsetes kiirtes. Difraktsioonipildi saamiseks kasutatakse tavaliselt koondavat läätsed, mis



mis paigutatakse tõkke (ava) taha. Ekraan difraktsioonipildi jälgimiseks paigutatakse läätse fokaaltasandisse.

Fresneli difraktsioon on keralainete difraktsioon.

### Fresneli tsoonid

Difraktsioonipildi arvutamiseks soovitas Fresnel jaotada lainefrondi tsoonideks nii, et lained tuleksid naabertsoonidest (täpsemini: naabertsoonide vastavatest punktidest) vaadeldavasse punkti vastasfaasides (käiguvahega  $\frac{\lambda}{2}$ ).

Keralaine (punktikujulisest valgusallikast lähtuva laine) korral leitakse Fresneli tsoonid järgmiselt: konstrueerime kerapinnad keskpunktiga lainefrondi taga asuvas punktis (kus tahame võnkeamplituudi leida), mis lõikavad lainefrondist välja rõngakujulised tsoonid. Esimese kera raadius  $r = r_0 + \frac{\lambda}{2}$  ( $r_0$  on vähim kaugus vaadeldava punkti ja lainefrondi vahel), see lõikab kerakujulisest lainefrondist välja segmenti. See on esimene Fresneli tsoon. Teine tsoon on rõngas, mille lõikab ülejäänud lainefrondist välja kera raadiusega  $r = r_0 + 2 \frac{\lambda}{2}$ ,  $m$ -nda tsooni korral on kera raadiuseks

$$r = r_0 + m \frac{\lambda}{2}. \quad (424)$$

Seega on käiguvahe kahe naabertsooni vastavatest punktidest (näit. rõnga keskelt, servalt jne.) tulevate võnkumiste vahel  $\frac{\lambda}{2}$ . Kuna naabertsoonidest tulevate võnkumiste amplituudid on ligikaudu võrdsed (täpsemini moodustavad nad monofooniliselt kahaneva jada), siis naabertsoonidest tulevad võnkumised paariviisi peaaegu kustutavad teineteist.

### Fresneli difraktsioon ümmarguselt avalt. Valguse sirgjooneline levik

Paigutame keralaine teele tasapinnalise läbipaistmatu ekraani, milles on ümmargune ava. Punktvalgusallikas asugu ava sümmeetriateljel. Määrame võnkeamplituudi ekraani taga, ekraani sümmeetriateljel asuvas punktis. Selleks kasutame eelpool kirjeldatud Fresneli tsoonide meetodit. Ümmargune ava ekraanis lõikab kerekujulisest lainefrondist vä-

ja segmendi, millesse mahub lõplik arv Fresneli tsoonide. Kui see arv on paarisarv, siis tekib vaadeldavas punktis miinimum, sest naabertsoonidest tulevad võnkumised paariviisi liigikaudu kustutavad teineteist. Kui avasse mahub paaritu arv tsoonide, siis ühest tsoonist tulevad võnkumised jäävad kustutamata ja vaadeldavas punktis tekib maksimum.

Kui vaadeldav punkt liigub piki ava telge, siis avasse mahtuvate tsoonide arv ja seega ka valgustatus muutub pidevalt. See tähendabki difraktsiooni. Difraktsiooni puudumise korral peaks valgustatus valgusallikast eemaldudes pidevalt vähenema. Valgustatuse muutused on seda teravamad, mida väiksem on avasse mahtuvate tsoonide arv. Avasse mahtuvate tsoonide arv aga on seda väiksem, mida kaugemal asuvad valgusallikas ja vaadeldav punkt avale, mida väiksem on ava, ning mida suurem on kasutatava valguse lainepikkus. Neil tingimustel tekib tugev difraktsioon. Vastupidi, - kui valgusallikas ja vaadeldav punkt asuvad ava lähedal, ava on suur ja lainepikkus väike - siis difraktsiooni ei teki, valgus levib sirgjooneliselt.

Paigutame ava taha ekraani difraktsiooni jälgimiseks (paralleelselt ekraaniga, milles on ava). Sellel ekraanil tekib difraktsioonipilt vahelduvate heledate ja tumedate kontsentriliste rõngastena, mille keskpunkt asub ava teljel. Ekraani tsentris võib olla nii hele kui tume täpp, sõltuvalt ekraani kaugusest avast. Heledate rõngaste intensiivsus väheneb koos kaugusega ekraani tsentrist.

### Fresneli difraktsioon kettalt

Paigutame punktikuulise valgusallika ja ekraani vahele läbipaistmatu ketta, paralleelselt ekraaniga, nii et allikast ekraanile tõmmatud normaal läbib ketta keskpunkti. Fresneli tsoonide meetodi rakendamine annab sel juhul järgmised tulemused: ekraani tsentris tekib alati hele täpp, seda ümbritsevad jällegi vahelduvad heledad ja tumedad kontsentrilised rõngad. Kui ketas katab ainult väikese osa esimesest Fresneli tsoonist, siis varju üldse ei teki.



## Fraunhoferi difraktsioon kitsalt pilult

Langegu tasapinnalises läbipaistmatus ekraanis olevale pikale kitsale pilule tasalaine (paralleelne kiirtekimp) risti ekraaniga. Pilu taha asetame koondava läätsese ja selle fokaaltasandisse paralleelselt esimese ekraaniga ekraani difraktsiooni jälgimiseks. Laine front hetkel, kui laine on jõudnud pilusse, langeb ühte pilu tasandiga. Vaatame kindlas suunas  $\varphi$  kõrvalekalduvaid kiiri ekraaniga ja piluga risti olevas tasandis. Lääts koondab need ekraanil ühte punkti. Fresneli tsoonid valitakse antud juhul pilu servadega paralleelsete ühesuguse laiusena ribadena. Riba laius antud kõrvalekalde nurga  $\varphi$  korral valitakse jällegi nii, et käiguvahete naaberribade vastavatest punktidest tulevate kiirte vahel oleks  $\frac{\lambda}{2}$ . Käiguvahete tekib antud juhul just kiirte kõrvalekalde (difraktsiooni) tõttu pilus (läätses täiendavat käiguvahet ei teki). Difrageerunud kiirte interferentsi tulemus oleneb jällegi avasse mahtuvate tsoonide (ribade) arvust. Kui see arv on paaritu, tekib vaadeldavas punktis maksimum, kui paaris - miinimum. Tervikuna tekib ekraanil difraktsioonipilt pilu servadega paralleelsete vahelduvate heledate ja tumedate ribadena. Kõige intensiivsem on ekraani tsentris asuv hele riba, järgnevate ribadega intensiivsus väheneb kõrvalekalde nurga  $\varphi$  kasvades.

Maksimumid (heledad ribad) tekivad suundades, mis rahuldavad tingimust:

$$\sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2a} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots), \quad (425)$$

kus  $a$  on pilu laius.

Miinimumi tingimus:

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{a} \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (426)$$

$k = 0$  vastab otsesuunas levivatele kiirtele ( $\varphi = 0$ ), sel juhul käiguvahete kiirte vahel ei teki ja ekraani tsentris tekib hele riba.

Valge valguse korral muutuvad kõik heledad ribad (peale tsentraalse) spektriiks, tsentrist kaugemal paikneb spektri pikalaineline osa.

## Difraktsioonivõre

Difraktsioonivõre kujutab endast suurest arvust ühesugustest ükateisest võrdse kaugusel asuvatest paralleelsetest piludest koosnevat süsteemi.

Praktikas kasutatakse difraktsioonivõresid spektri saamiseks. Spektri võib saada ka ühe pilu abil, kuid tekkinud pilt on nõrk ja hägune. Võret kasutataksegi selleks, et saada intensiivsemat ja teravamalt pilti (paljulaineline interferents).

Kahe naaberpilu vastavate punktide (näit. pilu servade) vahelist kaugust nimetatakse võreperioodiks ehk võrekonstandiks. Mida väiksem on võrekonstant, seda parem on võre (seda suurem on tema lahutusvõime).

Tasapinnaline valguslaine (paralleelne kiirtekimp) langeb risti võreaga, kiired koondatakse jällegi läätse abil, läätse fokaaltasandisse paigutatakse võreaga paralleelne ekraan difraktsioonipildi jälgimiseks.

Kõik see, mis on eespool öeldud ühe pilu difraktsiooni kohta, jääb kehtima ka võre korral, sest võre koosneb üksikutest piludest. Lisaks sellele tuleb aga arvestada erinevatest piludest tulevate kiirte omavahelist interferentsi.

Peamaksimumid (vt. lk. 142) tekivad suundades, kus naaberpilude vastavatest punktidest tulevate kiirte käiguvahe on  $k\lambda$ .

Peamaksimumi tingimus:

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (427)$$

kus  $d$  on võrekonstant. Lisamaksimumid praktiliselt välja ei tule. Peamaksimumide intensiivsus on määratud intensiivsuse jaotusega ühe pilu difraktsioonipildis. Suundades, kus ühe pilu difraktsioonipildis tekivad minimumid [valem (426)], peamaksimume ei saa tekkida.

Polükromaatilise (paljusid lainepikkusi sisaldava) valguse korral muutuvad kõik peamaksimumid peale tsentraalse ( $k=0$ ) spektriteks, kusjuures spekter on seda enam välja venitatud (seda täpsemini saab määrata mingi spektraaljoone



asukohta), mida kõrgem on spektri järk  $k$  ja mida väiksem on  $d$ . Kuid spektri järgu kasvades võib tekkida erinevat järku spektrite osaline kattumine, mis takistab kõrget järku spektrite kasutamist.

Võrespekter on lineaarne spekter, s.t. spektraaljoone kaugus tsentraalsest maksimumist on võrdeline selle joone lainepikkusega (väikeste nurkade  $\varphi$  korral). See on võrespektrite oluline eelis, võrreldes prisma abil saadavate spektritega. Peale selle on võrespekter prismaspektri suhtes pööratud - prisma kallutab kõige rohkem lühilainelisi (violetteid) kiiri, võre aga pikalainelisi (punaseid).

### Ruumvõre

Paigutades kaks eespool kirjeldatud (ühemõõtmelist) võret teineteise peale nii, et pilud on omavahel risti, saame kahemõõtmelise võre. Selline võre annab difraktsioonipildi, mis koosneb korrapäraselt paiknevatest heledatest täppidest.

Paigutades rea kahemõõtmelisi võresid üksteise peale nii, et kõik nad oleksid omavahel paralleelsed ja üksteisest võrdsel kaugusel, saame kolmemõõtmelise ehk ruumvõre.

Samuti võib kolmemõõtmelise võre moodustada korrapäraselt paiknevatest tōketest, näiteks väikestest läbi-  
paistmatutest kuulikestest.

Ka ruumvõre annab korrapäraselt paiknevatest täppidest koosneva difraktsioonipildi.

### Röntgenikiirte difraktsioon

Kõigis tahketes (kristallilistes) kehaes paiknevad aatomid korrapäraselt. Seega kristallide ruumvõred on samuti difraktsioonivõred. Valemist (427) on näha, et difraktsioon võib tekkida ainult tingimusel  $d > \lambda$  (vastupidisel juhul võib  $k$  olla ainult 0). Kristallide ruumvõre korral on  $d$  aatomitevaheline kaugus. Tingimus  $d > \lambda$  on täidetud röntgenikiirte korral. Seega annab kristallide ruumvõre difraktsiooni röntgenikiirguses.

### Võretasandid

Võretasandid on tasandid kristallide ruumvõres, mis



on korrapäraselt täidetud aatomitega. Ühe võretasandite parve moodustavad paralleelsed võretasandid, mis on aatomitega täidetud ühteviisi ning mis paiknevad üksteisest ühesugusel kaugusel.

Võretasandite parvi võib kristallis valida palju.

Kristalli võib vaadelda võretasanditest koosnevana.

### Wulf-Braggi valem

Wulf-Braggi valem on kristallide ruumvõre difraktsioonimaksimumi tingimus:

$$2d \sin \vartheta = k \lambda \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots), \quad (428)$$

kus  $d$  on võretasandite vaheline kaugus antud parves:

$\vartheta$  - nurk langeva kiirguse ja võretasandi vahel.

Kiired, mis rahuldavad tingimust (428), peegelduvad võretasanditelt nagu tasapeeglit (osaliselt, osa läheb läbi). Niisugusel peegeldumisel muudavad kiired suunda nurga  $2\vartheta$  võrra.

Iga võretasandite parv võib anda rea difraktsioonimaksimume.

### Röntgenstruktuurianalüüs

Röntgenstruktuurianalüüs on kristallide struktuuri uurimine ja määramine röntgenikiirte difraktsiooni abil. Röntgenstruktuurianalüüs tugineb Wulf-Braggi valemile.

Struktuurianalüüsi meetodeid on palju, neid eristatakse peamiselt selle järgi, kas kasutatakse pideva spektriga või monokromaatsset kiirgust, kas uuritakse mono- või polükristalle.

### Optiliselt homogeenne keskkond

Valemist (428) on näha, et kui  $\lambda > 2d$ , siis võib  $k$  olla ainult null, s.t. sel juhul levib kiirgus ainult otse, difraktsiooni ei teki. Keskkonda, mis rahuldab niisugust tingimust, nimetatakse optiliselt homogeenseks keskkonnaks. Selline keskkond ei hajuta kiirgust (valgust).

## Holograafia

Holograafia on ruumiliste kujutiste saamise meetod.

Holograafia erineb fotograafiast põhimõtteliselt selle poolest, et fotogrammil registreeritakse ainult objektilt tuleva valguse intensiivsus, hologrammil aga nii intensiivsus kui valguslainete faasid.

Hologrammi saamiseks jaotatakse laserikiirte kimp kaheks. Üks osa peegeldub tasapeeglist ja langeb fotoplaadile (tugikiired). Teine osa langeb esemele, hajub sealt ning satub samuti fotoplaadile (esemekiired). Kuna laseri kiirgus on ruumiliselt koherentne kogu kiirtekimbu ristlõikes, siis tugikiired ja esemekiired interfereeruvad. See interferentspilt registreeritaksegi fotoplaadil. Fotoplaat ilmutatakse ja kinnitatakse.

Holograafilise kujutise saamiseks valgustatakse fotoplaati ainult tugikiirtega, kusjuures peegel ja fotoplaat paiknevad täpselt samuti kui holografeerimisel. Fotoplaati, millel on registreeritud tugikiirte ja esemekiirte interferentspilt, võib vaadelda kui difraktsioonivõret. Tema põhimõtteline erinevus tavalisest difraktsioonivõrest seisneb selles, et üleminekud tükete (tumedad kohad fotoplaadil) ja avade vahel on sujuvad. Niisugune võre tekitab ainult 0-ndat ja esimest järku maksimume. 0-ndat järku maksimum kujutab endast fotoplaati kõrvalekaldumatult läbivat tugikiirte kimpu. Üks esimest järku maksimum kujutab endast koonduvate kiirte kimpu, mis annab eseme tõelise kujutise. Teine esimest järku maksimum (teises suunas kõrvalekalduv) on hajuv kiirtekimp. See on täpselt samasugune kiirtekimp, mis lähtus esemelt holografeerimisel. Nende kiirte pikenduste lõikumisel tekib eseme näivkujutis. Kui vaadata nende kiirte sihis, näeme eset täpselt samuti, nagu ta paiknes holografeerimisel, kusjuures kujutis on ruumiline.

## Optiliste riistade lahutusvõime

Optilistel riistadel on puudusi, mis tulenevad valguse laineomadustest ning mis seetõttu ei ole põhimõtteliselt kõrvaldatavad. Nende puuduste põhjuseks on difraktsioon.

Optilise riista objektiivi võib vaadata kui ümmargust ava läbipaistmatus ekraanis. Niisugune ava annab igast väga kaugel asuva eseme punktist difraktsioonipildi. Praktiliselt tuleb selles difraktsioonipildis välja ainult tsentraalne maksimum - hele täpp (teiste maksimumide intensiivsus on väga väike). Nn. Rayleigh' tingimuse kohaselt on kaks difraktsioonimaksimumi teineteisest veel eristatavad, kui ühe keskpunkt ühtib teise äärega (kohaga, kus intensiivsus saab nulliks). Sellest tulenevalt on minimaalne nurkkaugus kahe esemepunkti vahel (juhul kui nad on veel eristatavad):

$$\delta\varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}, \quad (429)$$

kus  $D$  on objektiivi diameeter. Selle suuruse pöördväärtust nimetatakse lahutusvõimeks.

$$R = \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D}{1,22\lambda}. \quad (430)$$

Avaldis (430) annab näiteks teleskoobi ja fotoobjektiivi lahutusvõime.

Analoogsed difraktsiooninähtused tekivad mikroskoobis. Mikroskoobi korral on minimaalne kaugus (mitte nurkkaugus) kahe punkti vahel:

$$\delta y = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin u}, \quad (431)$$

kus  $n$  on selle keskkonna murdumisnäitaja, milles asub ese;  $u$  - pool nurgast, mille all eseme asukohast on näha objektiiv (nn. nurkapertuur).

Lahutusvõime

$$R = \frac{1}{\delta y} = \frac{n \sin u}{0,61\lambda}. \quad (432)$$

### Loomulik ja polariseeritud valgus

Valgus on elektromagnetlaine, seega ristlaine.

Loomulik valgus on valgus, mille elektrivektor (koos sellega ka magnetvektor; kuna magnetvektor on elektrivektoriga alati risti, räägime edaspidi ainult elektrivektorist)



võngub kõikvõimalikes tasandites, milles asub vaadeldav kiir. Loomulikku valgust kiirgavad kuumutatud kehad (ka Päike). See on tingitud ikka sellest, et samaaegselt kiirgab tohutu arv aatomeid.

Valgust, milles võnkumiste sihid on mingil viisil kor-  
rastatud, nimetatakse polariseeritud valguseks.

Valgust, mille elektrivektor võngub ühes tasandis, ni-  
metatakse lineaarselt polariseeritud valguseks. Seda tasan-  
dit nimetatakse valguse polarisatsioonitasandiks.

Valgust, mille elektrivektor võngub peamiselt ühes  
tasandis (võnkumised teistes tasandites on nõrgemad), ni-  
metatakse osaliselt polariseeritud valguseks. Kui elektri-  
vektor võngub ainult ühes tasandis, nimetatakse valgust täie-  
likult polariseerituks.

Valgust, mille elektrivektor pöörleb nii, et tema ots  
joonistab ellipsi, nimetatakse elliptiliselt polariseeritud  
valguseks. Elliptiliselt polariseeritud valgus tekib kahe  
ristsihilise lineaarselt polariseeritud valguslaine liitu-  
misel (vt. lk. 29).

#### Polarisatsioon peegeldumisel ja murdumisel

Valguse langemisel dielektriku pinnale on nii peegel-  
dunud kui murdunud kiir osaliselt polariseeritud. Peegel-  
dunud kiire polarisatsioonitasand on risti langemistasandi-  
ga, murdunud kiir on polariseeritud langemistasandis.

Peegeldumisel metallilt tekib elliptiliselt polarisee-  
ritud valgus.

#### Brewsteri seadus

Peegeldunud ja murdunud kiire polarisatsiooni aste  
oleneb langemisnurgast. Peegeldunud kiir on täielikult po-  
lariseeritud ja murdunud kiir maksimaalselt polariseeritud,  
kui langemisnurk rahuldab tingimust:

$$\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}, \quad (433)$$

kus  $\alpha_B$  on nn. Brewsteri nurk (langemisnurk);

$n_1$  ja  $n_2$  - vastavalt esimese ja teise keskkonna murdumisnäitaja.

Avaldist (433) nimetatakse Brewsteri seaduseks.

Valguse langemisel Brewsteri nurga all on peegeldunud ja murdunud kiired omavahel risti.

### Kaksikmurdumine

Valguse läbiminekul läbipaistvatest anisotroopsetest ainetest jaguneb valguskiir kaheks. Anisotroopsus tähendab omaduste sõltuvust suunast. Anisotroopsed on kõik monokristallid, välja arvatud kuubilise süsteemi kristallid.

### Tavaline ja ebatavaline kiir

Üks kaksikmurdumisel tekkinud kiirtest allub nii esimesele murdumisseadusele (murdunud kiir asub langemistasandis) kui teisele murdumisseadusele (murdumisnäitaja  $n = \text{const}$ ). Seda kiirt nimetatakse tavaliseks kiireks. Teine kiir ei allu üldjuhul ei esimesele ega teisele murdumisseadusele. Tema jaoks sõltub  $n$  langemisnurgast. Seda kiirt nimetatakse ebatavaliseks kiireks.

### Optiline telg, Ühe- ja kaheteljeline kristall

Igas kristallis on üks siht, milles kaksikmurdumist ei teki. Seda sihti nimetatakse kristalli optiliseks teljeks. Optilisi telgi on lõpmata palju, nad on omavahel paralleelsed. Kristalli, milles on ainult üks selline siht, nimetatakse üheteljeliseks; kristalli, milles neid sihte on kaks-kaheteljeliseks. Meie piirdume edaspidi üheteljeliste kristallidega.

### Peatasand

Tasandit, milles asuvad vaadeldav kiir ja optiline telg, nimetatakse selle kiire peatasandiks.

Optilise telje võime läbi panna näiteks kiire langemispunkti, samast punktist lähtub kristallis leviv kiir. Need kiired omavahel lõikuvat sirget määravadki antud kiire peatasandid.

### Polarisatsioon kaksikmurdumisel

Mõlemad kaksikmurdumisel tekkinud kiired - tavaline ja ebatavaline - on täielikult polariseeritud. Tavalise kiire polarisatsioonitasand on risti tema peatasandiga, ebatavaline kiir on polariseeritud oma peatasandis.

### Valguse kiirus anisotroopses aines

Valguse kiirus anisotroopses aines on määratud nurga-  
ga elektrivекtori võnkesihi ja optilise peatelje vahel. Kiirus omab ühte ekstremaalset (maksimaalset või minimaalset) väärtust, kui elektrivектор võngub risti optilise teljega ( $v_o$ ) ja teist, kui elektrivектор võngub optilise telje sihis ( $v_e$ ).

Kristalle, milles  $v_o > v_e$ , nimetatakse positiivseteks, kristalle, milles  $v_o < v_e$ , negatiivseteks.

Valguse kiiruse sõltuvus elektrivекtori võnkesihist ongi põhjuseks, miks valguslaine anisotroopses aines jaguneb kaheks erinevalt polariseeritud ja erinevates suundades levivaks laineks.

### Dikroism

Nähtust, mis seisneb selles, et ühte kaksikmurdumisel tekkinud kiirtest neelatakse tugevamini kui teist, nimetatakse dikroismiks.

### Polarisaatorid

Polarisaator on seade, mis muudab loomuliku valguse polariseerituks (laseb läbi ainult elektrivекtori kindlasihilised võnkumised).

Polarisaatorite valmistamiseks kasutatakse murdunud kiirte polariseeritust, dikroismi, anisotroopseid kristalle.

### Polarisaatori tasand

Polarisaatori tasand on tasand, milles võngub polarisaatorit läbinud valguse elektrivектор.

### Malus'i seadus

Langegu loomulik valgus kahele teineteisele järgneva-



le polarisaatorile, mille tasandid moodustavad omavahel nurga  $\alpha$ . Esimest polarisaatorit läbinud valgus on polariseeritud. Olgu tema elektrivektori amplituud  $a_1$ . Teine polarisaator laseb läbi võnkumised, mille amplituud on  $a_2 = a_1 \cos \alpha$ . Kuna laine intensiivsus on võrdeline amplituudi ruuduga, siis

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha, \quad (434)$$

kus  $I_1$  on esimest polarisaatorit läbinud valguse intensiivsus;

$I_2$  - teist polarisaatorit läbinud valguse intensiivsus.

Avaldis (434) on Malus'i seadus.

Kui esimesele polarisaatorile langeva loomuliku valguse intensiivsus on  $I_0$ , siis  $I_1 = \frac{1}{2} I_0$  ja

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha. \quad (435)$$

### Kunstlik anisotroopsus

Isotroopseid aineid võib muuta anisotroopseteks mitmesuguste mõjutuste tulemusel. Kui näiteks isotroopset keha mingis sihis kokku suruda (mehaaniliselt deformeerida), siis ta muutub anisotroopseks, kusjuures optilise telje sihiks on surve siht.

### Kerri efekt

Kerri efektiks nimetatakse anisotroopsuse teket gaasides, vedelikes ja amorfsetes ainetes elektrivälja mõjul.

### Valguse dispersioon

Dispersiooniks nimetatakse lainete faasikiiruse sõltuvust lainepikkusest.

Kuna valguse faasikiirus antud keskkonnas määrab selle keskkonna murdumisnäitaja ( $n = \frac{c}{v}$ ), siis nimetatakse optikas dispersiooniks ka murdumisnäitaja sõltuvust lainepikkusest.

## Normaalne ja anomaalne dispersioon

Normaalse dispersiooni korral lainepikkuse kasvades (sageduse vähenedes) murdumisnäitaja väheneb (faasikiirus kasvab).

Anomaalse dispersiooni korral lainepikkuse kasvades murdumisnäitaja kasvab.

## Aine dispersioon

Antud aine dispersiooniks nimetatakse selle aine murdumisnäitaja muutust valguse lainepikkuse ühiku kohta (lainepikkus peab olema mõõdetud vaakumis).

Keskmine dispersioon

$$\bar{w} = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (436)$$

kus  $n_1$  on aine murdumisnäitaja lainepikkuse  $\lambda_1$  juures ja  $n_2$  - lainepikkuse  $\lambda_2$  juures.

Dispersioon antud lainepikkuse juures

$$w = \frac{dn}{d\lambda}. \quad (437)$$

Kõigil läbipaistvatel värvitutel ainetel esineb spektri nähtavas osas normaalne dispersioon, kusjuures dispersiooni suurus kasvab lainepikkuse vähenedes.

Dispersiooni tõttu jaguneb klaasprismat läbinud valge valgus spektriiks. Kõige enam kalduvad kõrvale violetsed (lühilainelised) kiired, kuna nende murdumisnäitaja on suurim. Seejuures on spektri lühilaineline osa kõige rohkem välja venitatud (seal on dispersioon kõige suurem).

## Valguse dispersioon klassikalise elektronteooria põhjal

Klassikaliste kujutluste järgi on elektronid aatomites kvaasielastselt seotud. Kui ainele langeb vaakumist valguslaine (primaarne laine), siis kutsub ta oma perioodiliselt muutuva elektriväljaga esile aine aatomites olevate elektronide sundvõnkumised (elektronile mõjub elektriväljas jõud  $eE$ ). Need võnkumised toimuvad samas sihis elektrivektori võn-

kumistega. Sundvõnkumised toimuvad sundiva jõu sagedusega (primaarse laine sagedusega). Kuid võnkuv laeng kiirgab välja elektromagnetlaineid, mille sagedus ühtib laengu võnkesagedusega ja elektrivektori võnkesiht laengu võnkesihiga (vt. lk. 133). Seega tekivad elektronide sundvõnkumiste tulemusena nn. sekundaarsed lained, mille võnkesiht ja sagedus ühtivad primaarse laine võnkesihi ja sagedusega. Kuid faasisilt on sekundaarsed lained primaarse suhtes nihutatud (sundvõnkumiste ja sundiva jõu vahel on faasinihe). Valguslaine keskkonnas kujutab endast nende kahe lainesüsteemi - sekundaarsete ja primaarsete lainete - summat. See summaarne laine levib faasikiirusega  $v$ , mis erineb primaarsete lainete kiirusest  $c$ . Erinevus  $v$  ja  $c$  vahel on seda suurem, mida suurem on elektronide sundvõnkumiste ja sekundaarlainete amplituud. Kui primaarlainete ringsagedus (sundiva jõu sagedus)  $\omega$  erineb palju elektronide omavõnkeringsagedust  $\omega_0$ , siis on sekundaarlainete amplituud väike, sekundaarsed lained nõrgad ja keskkonnas levib peamiselt primaarlaine (kiirusega  $c$ ). Sekundaarlainete amplituud kasvab  $\omega$  lähenemisel  $\omega_0$ -le (resonants), sel juhul hakkab ka summaarse laine kiirus  $v$  järjest enam erinema  $c$ -st. Seega  $v$  sõltub  $\omega$ -st, mis tähendabki dispersiooni.

Esitatud kujutluste põhjal saadakse klassikalises elektronteoorias seos:

$$n = \sqrt{1 + \frac{a}{\omega_0^2 - \omega^2}}, \quad (438)$$

kus  $a$  on ainest sõltuv konstant.

Valemist on näha, et kui  $\omega \gg \omega_0$  või  $\omega \ll \omega_0$ , siis  $n \approx 1$  ( $v \approx c$ ). Kui  $\omega < \omega_0$  ja kasvab, siis kasvab ka  $n$  (normaalne dispersioon), kui  $\omega \rightarrow \omega_0$ , siis  $n \rightarrow \infty$ . Kui  $\omega > \omega_0$  ja kasvab, siis kasvab  $n$  samuti. Omavõnkesageduse läheduses väheneb aga  $n$   $\omega$  kasvades hüppeliselt väärtusest  $+\infty$  kuni  $0$  ( $n^2 = -\infty$  ei oma mõtet), s.t. omavõnkesageduse läheduses esineb anomaalne dispersioon.

Elektronid võivad aatomis olla mitmesugustes olekutes, s.t. omavõnkesagedusi võib olla mitu ( $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  jne.).



## Dispersioon ja neeldumine

Valemi (438) tuletamisel pole arvestatud elektronide võnkumiste sumbumist (valguse neeldumist aines). Sumbuvuse arvestamisel muutub sõltuvus  $n = f(\omega)$  ka  $\omega_0$  läheduses sujuvaks ja tekib piirkond, kus  $n$  väheneb sujuvalt  $\omega$  kasvades (anomaalse dispersiooni piirkond). Omavõnkesageduse läheduses leiab aset resonants ( $\omega_{res} \approx \omega_0$ ), elektronide võnkeamplituud saavutab maksimaalse väärtuse. Resonantsi korral saab võnkuv elektron primaarlainelt maksimaalselt energiat. Kuna sumbuva osa võnkeenergiast muundub aine siseenergiaks (aine soojeneb), siis neeldub  $\omega_0$  läheduses aines kõige enam primaarse laine energiat ehk nagu öeldakse -  $\omega_0$  juures on neeldumisjoon. Seega on need kaks nähtust - anomaalne dispersioon ja neeldumine - teineteisega alati seotud.

## Tšerenkovi efekt

Klassikalise elektrodünaamika järgi kiirgab elektromagnetlaineid kiirendusega liikuv laeng. Ühtlaselt liikuv laeng ei kiirga. Kuid kui laeng liigub keskkonnas kiirusega, mis ületab valguse kiiruse selles keskkonnas ( $u > v$ ), siis tekib kiirgus ka ühtlasel liikumisel (vaakumis on see võimatu). Niisugust nähtust nimetatakse Tšerenkovi efektiks ja kiirgust - Tšerenkovi kiirguseks. Efekt on seletatav järgmiselt: oma muutuva elektriväljaga kutsub laeng esile elektronide sundvõnkumised aatomites. Selles mõttes on liikuva laengu mõju ekvivalentne primaarse valguslainega valguse levimisel keskkonnas. Tšerenkovi kiirgus on aatomite poolt kiiratud lainete interferentsi tulemus. Seejuures levivad need lained keskkonnas väiksema kiirusega, kui liigub laeng. Seetõttu kujuneb nende lainete frondiks keskkonnas koonus, mille tipus asub liikuv laeng.

## Doppleri efekt

Doppleri efekt seisneb selles, et kui laineallikas ja vastuvõtja liiguvad, siis vastuvõetav sagedus erineb sellest sagedusest, mis võetakse vastu paigaloleva allika ja vastu-

võtja korral. Doppleri efekt on tuntud akustikas. Häälelainete korral sõltub vastuvõetav sagedus allika ja vastuvõtja kiirusest keskkonna suhtes. Efekt esineb ka valguslainete puhul. Kuna aga elektromagnetlained levimiskeskkonda ei vajana levivad ka vaakumis - siis on vastuvõetav sagedus määratud ainult allika ja vastuvõtja suhtelise kiirusega. Avaldised sageduse muutuse kohta saab tuletada relatiivsusteooria põhjal.

#### Pikisihiline Doppleri efekt

Pikisihilise Doppleri efekti korral liiguvad allikas ja vastuvõtja neid ühendava sirge sihis. Sel juhul vastuvõetav sagedus

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}, \quad (439)$$

kus  $\nu_0$  on allikaga seotud taustsüsteemis mõõdetud sagedus, s.o. sagedus, millega võngub laineallikas;

$v$  - allika ja vastuvõtja omavahelise liikumise suhteline kiirus.

Avaldises (439) on  $v > 0$ , kui allikas eemaldub vastuvõtjast, sel juhul  $\nu < \nu_0$ , kui allikas ja vastuvõtja lähenevad teineteisele, on  $v < 0$  ja  $\nu > \nu_0$ .

Sageduse suhteline muutus

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{v}{c} \quad (440)$$

#### Ristsihiline Doppleri efekt

Ristsihilise Doppleri efekti korral on allika ja vastuvõtja suhtelise kiiruse vektor risti neid ühendava sirreaga. Sel juhul vastuvõetav sagedus alati väheneb.

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (441)$$

Sageduse suhteline muutus

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (442)$$

Avaldiste (440) ja (442) võrdlemisest on näha, et ristihiline efekt on võrreldes pikisihilisega teist järku väike.

### Spektraaljoonte punanihe

Valgusallika eemaldumisel vastuvõtjast on vastuvõetav sagedus  $\nu < \nu_0$ , s.t. kõik spektraaljooned nihkuvad väiksemate sageduste (suuremate lainepikkuste) poole. Niisugust nähtust nimetatakse spektraaljoonte punanihkeks. Spektraaljoonte punanihet kasutatakse tähtede eemaldumise kiiruse määramiseks.

### Spektraaljoonte Doppleri laius

Helenduva gaasi molekulide soojusliikumine kutsub Doppleri efekti tõttu esile spektraaljoonte laienemise.

Spektraaljoone nn. Doppleri laius

$$\delta \nu_D = 2 \nu_0 \frac{v}{c}, \quad (443)$$

kus  $v$  on molekulide soojusliikumise tõenäosim kiirus. Mõõtes  $\delta \nu_D$ , võib määrata  $v$  ja selle põhjal arvutada gaasi temperatuuri  $T$ .

## KVANTOPTIKA

### Kehade kiirgus

Kui keha kiirgab valguslaineid, siis ta kaotab energiat. Selleks et keha võiks kiirata pikema aja jooksul, tuleb järjekult tema energiat täiendada. Sõltuvalt sellest, millist energiat selleks kasutatakse, liigitatakse kiirgusi.

Fotoluminestsentsi korral keha enne neelab valgust ja seejärel kiirgab.

Kemoluminestsentsi korral kiirgab keha keemilistel reaktsioonidel vabaneva energia arvel.

Elektroluminestsentsi korral (helendus, mis tekib mitmesugustel gaaslahendustel) kiirgab gaas elektrivälja energia arvel.



Soojuskiirgus on kiirgus, mida väljastavad kuumutatud kehad. Keha kiirgab sel juhul oma siseenergia arvel. Soojuskiirgus on kõige levinum kiirguse liik.

#### Tasakaaluline kiirgus

Soojuskiirgusel on kõigi kiirgusliikide seas eriline koht, kuna ta ainsana saab olla tasakaaluline. Kiirgus on tasakaaluline sel juhul, kui keha kiirgab sama palju energiat, kui ta neelab. Isoleeritud süsteemis (süsteemis, millel puudub igasugune energiavahetus väliskeskkonnaga), kus energiavahetus toimub ainult kiirguse teel, kujuneb niisugune tasakaal välja iseenesest. See on võimalik seetõttu, et soojuskiirguse intensiivsus kasvab temperatuuri tõustes. Tõepoolest – kui näiteks keha kiirgab rohkem, kui ta neelab, siis tema temperatuur langeb ja ta hakkab vähem kiirgama. Temperatuur langeb seni, kuni kiiratud energia saab võrdseks neelatavaga. Sellest hetkest alates keha temperatuur ei muutu. Samuti on kõigi soojuslikus tasakaalus olevate kehade temperatuur ühesugune.

#### Energiavoog

Energiavoog on keha poolt ajaühikus kiiratud energia.

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \quad (444)$$

#### Energeetiline valgus

Energeetiline valgus (kiirgusvoo tihedus, integraalne kiirgusvõime) on keha pinnaühikult ajaühikus kõigis suundades kiiratud energia.

$$R_e = \frac{d\Phi}{dS}, \quad (445)$$

kus  $d\Phi$  on pinnalt  $dS$  kiiratud energivoog.

#### Kiirgusvõime

Pinnalt  $dS$  lähtuv kiirgusvoog  $d\Phi$  koosneb erineva lainepikkusega lainetest, sellest teatud osa  $d^2\Phi_\lambda$  langeb lainepikkuste vahemikku  $\lambda \dots \lambda + d\lambda$  (vahemikku laiusega  $d\lambda$ ).

Kiirgusvõime (monokromaatne kiirgusvõime) on pinnaühikult ajaühikus kiiratud energia, mis tuleb ühikulise laiuse-

ga lainepikkuste vahemiku kohta antud lainepikkuse  $\lambda$  läheduses.

$$r_{\lambda} = \frac{d^2 \phi_{\lambda}}{d\lambda dS}. \quad (446)$$

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda. \quad (447)$$

### Neeldumisvõime

Neeldumisvõime on pinna poolt ajaühikus neelatud ja ajaühikus pinnale langenud energia suhe lainepikkuste vahemikus  $d\lambda$  antud lainepikkuse  $\lambda$  läheduses.

$$a_{\lambda} = \frac{d\phi'_{\lambda}}{d\phi_{\lambda}}. \quad (448)$$

### Kirchhoffi seadus

Soojuslikus tasakaalus oleva keha temperatuur on muutumatu. Seetõttu peab keha, mis kiirgab rohkem, ka rohkem neelama. Seega, mida suurem on keha kiirgusvõime, seda suurem on tema neeldumisvõime.

$$\left(\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}}\right)_3 = \dots, \quad (449)$$

kus indeksid 1, 2, 3, ... tähistavad erinevaid kehi. See võrdelisus peab kehtima iga lainepikkuse ja temperatuuri jaoks eraldi. Seega (Kirchhoffi seadus):

kiirgus- ja neeldumisvõime suhe ei sõltu kehast, ta on kõigi kehade jaoks ühesugune lainepikkuse ja temperatuuri funktsioon.

$$\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}} = f(\lambda, T), \quad (450)$$

### Absoluutselt must keha

Absoluutselt must keha on keha, mis neelab täielikult igasuguse kiirguse, mis temale langeb. Seega absoluutselt musta keha jaoks  $a_{\lambda} = 1$  ja funktsioon  $f(\lambda, T)$  on absoluutselt musta keha kiirgusvõime.

$$\bar{r}_{\lambda} = f(\lambda, T). \quad (451)$$

Absoluutselt musta keha kiirgusvõime on suurim, kõik teised kehad kiirgavad vähem. Keha, millel  $a = \text{const} < 1$ , nimetatakse halliks.

### Absoluutselt musta keha kiirgusvõime

Absoluutselt musta keha kiirgusvõime funktsioonina lainepikkusest ja temperatuurist saadi esmalt katseliselt. Konstantsel temperatuuril on funktsioon  $\bar{r}_\lambda = f(\lambda)$  maksimumiga kõver, kui  $\lambda \rightarrow 0$ , siis  $\bar{r}_\lambda \rightarrow 0$ ; samuti kui  $\lambda \rightarrow \infty$ , siis  $\bar{r}_\lambda \rightarrow 0$ . Kõvera  $f(\lambda)$  pindala maksimumist suuremate lainepikkuste pool on suurem kui väiksemate lainepikkuste pool. Temperatuuri tõusuga nihkub maksimum lühemate lainepikkuste poole, kõvera-alune pindala (see on  $R_e$ ) aga kasvab.

### Stefan-Boltzmanni seadus

Absoluutselt musta keha energeetiline valgus on võrdeline absoluutse temperatuuri neljanda astmega:

$$R_e = \int_0^{\infty} \bar{r}_\lambda d\lambda = \delta T^4, \quad (452)$$

kus  $\delta$  on universaalne konstant, Stefan-Boltzmanni konstant.

### Wieni nihkeseadus

Funktsiooni  $\bar{r}_\lambda = f(\lambda)$  maksimumile vastav lainepikkus on pöördvõrdeline absoluutse temperatuuriga:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (453)$$

kus  $b$  on universaalne konstant.

### Rayleigh'-Jeansi valem

Rayleigh ja Jeans tuletasid funktsiooni  $\bar{r}_\lambda = f(\lambda, T)$ , lähtudes klassikalise statistika seadusest, mille järgi tasakaalu korral peab energia jaotuma vabadusastmete vahel võrdselt. Loomulikult vaadeldi aatomi kiirgust kui aatomis kvaasielastselt seotud elektroni võnkumisel tekkivat elektromagnetlainet. Nad said tulemuse:

$$f(\lambda, T) = \frac{2\pi^5 c}{\lambda^4} kT, \quad (454)$$



kus  $k$  on Boltzmanni konstant.

Sõltuvus (454) ühtib katsetulemustega pikalainelises piirkonnas, lainepikkuste vähenedes aga kasvab monotoonselt ja kui  $\lambda \rightarrow 0$ , siis  $f(\lambda, T) \rightarrow \infty$ , samuti tuleb energeetiline valgus  $R_e$  lõpmata suur, s.t. tasakaal on võimalik ainult kiirguseenergia lõpmatu tiheduse korral. Sellist tulemust, mis on katsetega täielikus vastuolus, hakati nimetama "violettseks katastroofiks".

### Kvantide hüpotees, Plancki valem

Funktsiooni  $f(\lambda, T)$  kuju, mis ühtib katsetulemustega, õnnestus leida Planckil. Selleks tuli tal aga sisse tuua klassikalisele füüsikale täiesti võõras eeldus, mille kohaselt aatomid kiirgavad energiat üksikute annuste - kvantide - kaupa. Kvandi energia on võrdeline kiirguse sagedusega:

$$\xi = h\nu, \quad (455)$$

kus  $h$  on universaalne konstant, nn. Plancki konstant. Valguskvant ongi see aatomi poolt kiiratud lainejada, millest eespool on korduvalt räägitud.

Kuna kvandil on energia, siis on tal ka mass,

$$m = \frac{\xi}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (456)$$

ja impulss,

$$p = mc = \frac{h\nu}{c}. \quad (457)$$

Kuna kvant on lokaliseeritud teatud ruumalas, tal on mass ja impulss, siis võib teda vaadelda osakesena. Seejuures ilmnevad valguse osakese omadused (korpuskulaarsed omadused) seda tugevamini, mida suurem on valguse sagedus. Kvant võib liikuda vaid kiirusega  $c$ , kuna tema seisumass on null.

Plancki valem:

$$f(\lambda, T) = 2\pi hc^2 \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (458)$$

Sageduse kaudu:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (459)$$

Ringsageduse kaudu:

$$f(\omega, T) = \frac{h}{8\pi^3 c^2} \frac{\omega^3}{e^{\frac{h\omega}{2\pi kT}} - 1}. \quad (460)$$

Plancki valemist on tuletatavad nii Stefan-Boltzmanni seadus kui Wieneri niikeseadus.

### Optiline püromeetria

Absoluutselt musta keha kiirgusseadusi (452), (453), (458 - 460) saab kasutada keha temperatuuri mõõtmiseks. Temperatuuri mõõtmise riistu, mis tuginevad neile seadustele, nimetatakse optilisteks püromeetriteks. Eriti hinnatavad on nad kõrgete temperatuuride mõõtmisel, kui näiteks termopaarid enam ei kõlba.

Optilise püromeetria meetodid jagunevad kolme põhirühma:

- 1) kiirgusmeetod põhineb energeetilise valguse mõõtmisel (452);
- 2) helendusmeetod põhineb valemil (458-460);
- 3) värvusmeetod põhineb kiirgusvõime maksimumile vastava lainepikkuse mõõtmisel (453).

### Väline fotoefekt

Väliseks fotoefektiks nimetatakse vabade elektronide väljumist ainest valguse toimel.

Fotoefekti uurimiseks kasutati õhutühja ballooni kahe elektroodiga. Katood oli valmistatud uuritavast materjalist. Valgus suunati katoodile läbi kvartsakna. Elektroodide pingestamisel ja katoodi valgustamisel tekkis ahelas fotovool. Fotovool on olemas ka pingestamata elektroodide korral ja isegi vastupidise pinge korral (katoodil on kõrgem potentsiaal). Pinge tõstmisel vool kasvab ja teatava päripidise pinge korral saavutab küllastuse. Küllastusvoolu korral jõuavad kõik katoodilt väljunud elektronid anoo-

dile. Küllastusvoolu tugevus on võrdeline katoodile langeva valguse intensiivsusega. See, et elektronid jõuavad anoodile ka vastupidise pinge korral, on seletatav sellega, et katoodist väljalöödud elektronid omavad kineetilist energiat, mille arvel nad teevad tööd väljajõudude vastu. Vool kaob alles teatava vastupidise pinge - pidurduspinge - korral. Ilmselt vastab pidurduspinge elektroni täielikule pidurdumisele elektriväljas. Sel juhul

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_p, \quad (461)$$

kus  $m$  on elektroni mass;

$v$  - tema kiirus.

Fotoelektroni kiirus ei sõltu valguse intensiivsusest, vaid ainult sagedusest (lainepikkusest). Fotoefekt võib tekkida ainult kasutatava valguse teatud sagedusest alates,  $\nu > \nu_0$ . Sagedust  $\nu_0$  nimetatakse fotoefekti "punaseks piiriks" ja ta on antud ainele iseloomulik suurus.

Fotoefekti ei saa seletada valguse laineteooria abil, sest: 1) peaks väljalöödud elektroni kineetiline energia laineteooria põhjal sõltuma valguslaine intensiivsusest, 2) ei saa seletada "punast piiri".

Kõik fotoefekti seaduspärasused on hästi seletatavad, kui eeldada, et valgust neelatakse kvantidena. Kvanti energia läheb elektroni väljumistööks ja ülejääk - talle kineetilise energia andmiseks. Niisuguse seletuse andis fotoefektile Einstein. Einsteini valem:

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A, \quad (462)$$

kus  $A$  on elektroni väljumistöö antud ainest. Fotoefekti "punase piiri" korral:

$$h\nu_0 = A. \quad (463)$$

Kui  $h\nu_0 < A$ , on fotoefekt võimatu. Valguse intensiivsuse suurenemisel ei suurene fotoelektroni kineetiline energia, vaid väljalöödud elektronide arv, sest suureneb kvantide arv.



## Valguse dualistlik olemus

Soojuskiirguse seletamiseks tuli oletada, et valgus kiirgub kvantidena. Fotoefekti seletamiseks tuli oletada, et valgus neeldub samuti kvantidena. Einsteini hüpoteesi järgi valgus levib samuti kvantidena. Seda hüpoteesi kinnitasid paljud katsed.

Hiljem hakati valguskvante nimetama footoniteks.

Sellised nähtused nagu interferents ja difraktsioon on aga seletatavad ainult laineteooria alusel. Seega on valgus dualistliku (kahese) olemusega: teatavates nähtustes käitub valgus kui laine, teistes - nagu osakeste (footonite) voog.

Et selgitada laine- ja korpuskulaarkontseptsiooni vahet, vaatleme valguse intensiivsust. Laineteooria järgi on intensiivsus võrdeline valguslaine amplituudi ruuduga, korpuskulaarteooria järgi - footonite voo tihedusega. Järelikult valguslaine amplituudi ruut ja footonite voo tihedus on teineteisega võrdelised.

Footonite voo tihedus omakorda on võrdeline tõenäosusega leida footonit antud kohas ruumalaühikus.

Tõenäosuse tihedus

$$\frac{dP}{dV} = \alpha a^2,$$

kus  $dP$  on tõenäosus leida footonit antud kohas ruumalas  $dV$ ;

$a$  - valguslaine amplituud;

$\alpha$  - võrdetegur.

## Footonite fluktuatsioonid

Footonid jaotuvad pinnal, kuhu valgus langeb, statistiliselt. Tavaliselt jälgitav pinna ühtlane valgustatus on seletatav footonite voo suure tihedusega. Statistiliste suuruste suhteline kõrvalekalle keskmisest väärtusest, nn. suhteline fluktuatsioon, on pöördvõrdeline ruutjuurega osakeste arvust. Seetõttu on footonite voo suure tiheduse korral fluktuatsioonid tühised. Nõrkade valgusvoogude fluktuatsioonid avastas katseliselt Vavilov.

## Comptoni efekt

Elektromagnetkiirguse kvantomadused ilmnevad eriti selgelt röntgen- ja  $\gamma$ -kiirte hajumisel aines.

Laineteooria seisukohalt toimub hajumine järgmiselt: primaarne laine kutsub esile elektronide sundvõnkumised aatomis ja need kiirgavad sekundaarseid laineid. Sel juhul peab hajunud kiirguse lainepikkus võrduma primaarlaine lainepikkusega. Katsed näitavad, et hajunud kiirguse lainepikkus on suurem primaarlaine lainepikkusest. Niisugust nähtust nimetataksegi Comptoni efektiks.

Kõik Comptoni efekti seaduspärasused on seletatavad, kui vaadelda kiirgust footonite voona. Sel juhul toimub Comptoni efektil footoni elastne põrge elektroniga. Põrke tagajärjel saab elektron kineetilise energia ja impulsi, kvandi energia ja impulss vähenevad.

Meenutame, et fotoefektil, kus samuti on tegemist elektroni ja footoni vastasmõjuga, neeldub footoni energia täielikult. See on võimalik ainult seotud elektroni korral. Vaba või nõrgalt seotud elektroni korral on see võimatu, kuna sel juhul ei saa samaaegselt olla täidetud energia ja impulsi jäävus (elektroni kiirus peaks sel juhul olema suurem kui  $c$ ). Nõrgalt seotuteks võib lugeda elektrone, mille seoseenergia on palju väiksem sellest energiast, mida footon võib põrkel elektronile anda.

Energia ja impulsi jäävuse seadused footoni põrkel vaba elektroniga:

$$\begin{cases} h\nu = h\nu' + E_k, \\ p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2 \frac{h\nu}{c} \frac{h\nu'}{c} \cos \vartheta, \end{cases} \quad (465)$$

kus  $\nu$  on langeva footoni sagedus;

$\nu'$  - hajunud footoni sagedus;

$E_k$  - elektroni kineetiline energia;

$p_e$  - elektroni impulss;

$\vartheta$  - footoni hajumise nurk (nurk langeva ja hajunud footoni suuna vahel).

Neist kahest võrrandist saab tuletada footoni lainepikkuse muutuse

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}, \quad (466)$$

kus  $m_0$  on elektroni seisumass.

Suurust

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} \quad (467)$$

nimetatakse antud osakese Comptoni lainepikkuseks.

Avaldisest (466) on näha, et lainepikkuse muutus ei sõltu footoni lainepikkusest ega hajutavast ainest, vaid ainult hajumisnurgast  $\vartheta$  (maksimaalne, kui  $\vartheta = \pi$ ).

Veel Comptoni efekti seaduspärasusi: 1) hajutamine on seda intensiivsem, mida väiksem on hajutava aine aatommass, 2) hajutatud kiirguse intensiivsus kasvab hajumise nurga  $\vartheta$  suurenemisel.

Kuna  $\Delta\lambda$  ei sõltu  $\lambda$ -st, siis lainepikkuse suhteline muutus  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  on seda suurem, mida väiksem on kiirguse lainepikkus. Ilmneb, et mida väiksem on kiirguse lainepikkus (mida suurem on sagedus), seda teravamalt ilmnevad kiirguse korpuskulaarsed omadused.

### Valguse rõhk

Pinnale langev valgus avaldab rõhku. Valguse rõhku võib põhjendada nii valguse laineteooria kui korpuskulaarse teooria põhjal, kusjuures tulemus on ühesugune.

Selgitame küsimust footonite voost lähtudes. Kuna footonil on impulss, siis footoni põrkumisel pinnaga mõjub pinnale jõud. Meenutame, et jõud võrdub impulsi muutusega ajaühikus. Valguse peegeldumisel (footoni elastsel põrkel pinnaga) võrdub impulsi muutus kahekordse impulsi väärtusega, neeldumisel (mitteelastsel põrkel) - impulsi. Kui valgus langeb pinnaga risti, siis rõhk

$$p = \frac{h\nu}{c} \frac{N}{S}(1 + k) = \frac{I}{c}(1+k) = w(1+k), \quad (468)$$



- kus  $N$  on ajaühikus pinnale langevate footonite arv;  
 $S$  - pinna suurus;  
 $I$  - valguse intensiivsus (ajaühikus pindalaühikule  
risti pinnaga langev energia);  
 $k$  - peegeldumistegur;  
 $w$  - footonite energia ruumtihedus.

Peegeldumistegur on peegeldunud valguse ja langenud  
valguse intensiivsuse suhe:

$$k = \frac{I_p}{I}. \quad (469)$$

## SISUKORD

### I o s a

<b>KLASSIKALISE MEHAANIKA FÜÜSIKALISED ALUSED.....</b>	<b>3</b>
Kinemaatika.....	3
Dünaamika.....	8
Töö ja energia.....	12
Põrked.....	15
Gravitatsiooniväli.....	16
Pöördliikumine.....	18
Vedelike ja gaaside mehaanika.....	22
<b>ERIRELATIIVSUSTEORIA ELEMENTE.....</b>	<b>39</b>
<b>MOLEKULAARFÜUSIKA JA TERMODÜNAAMIKA.....</b>	<b>45</b>
Molekulaarkineetilise teooria füüsikalised alused..	47
Termodünaamika füüsikalised alused.....	55
Agregaatolekud ja faasisiirded.....	65
<b>ELEKTROSTAATIKA.....</b>	<b>68</b>
Elektriväli.....	68
Elektriväli keskkonnas.....	75
Elektrostaatilise välja energia.....	83
<b>ALALISVOOL.....</b>	<b>84</b>
Alalisvoolu seadused.....	84
Klassikaline elektrijuhtivuse teooria.....	90
<b>ELEKTROMAGNETISM.....</b>	<b>98</b>
Magnetväli.....	98
Magnetväli keskkonnas.....	108
Elektromagnetiline induktsioon.....	115
Elektromagnetvõnkumised ja -lained.....	119
<b>OPTIKA.....</b>	<b>134</b>
Laineoptika.....	134
Kvantoptika.....	159