Ep. 6.7
281

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 281

СБОРНИК СТАТЕЙ
ПО
МАШИНОСТРОЕНИЮ
VI

ТАЛЛИН 1969

Ep.6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 281 1969

УДК 621.

СБОРНИК СТАТЕЙ ПО МАШИНОСТРОЕНИЮ VI

ТАЛЛИН 1969

Содержание

Ep. 9766

Eesti NSV Teaduslik Raamatukogu IV Teaduste Akadeemia

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETUSED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 281 1969

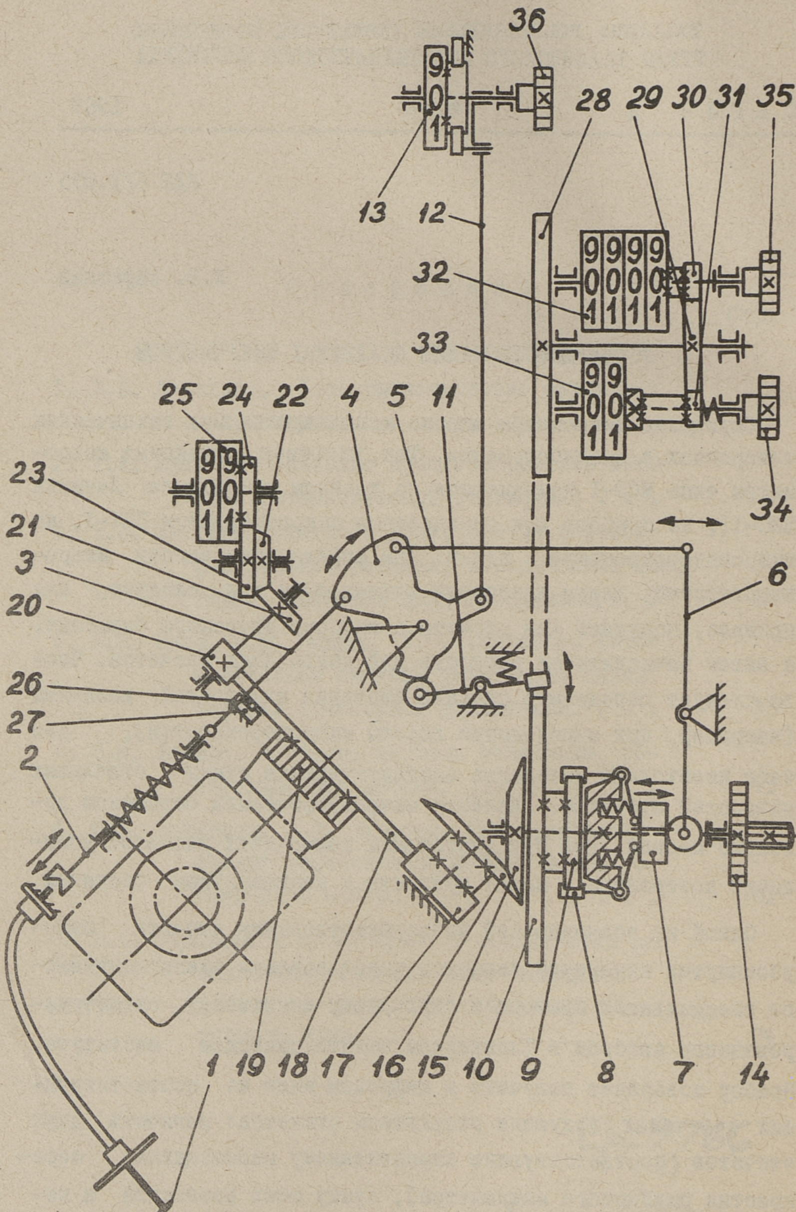
УДК 621.035

Х.В. Аарелайд

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОКУЛЯРНЫХ МИКРОМЕТРОВ

Окулярные микрометры широко используются при технических измерениях в машиностроении. Так, например, окулярные микрометры типа МОВ-I применяются на двойном микроскопе Линника МИС-II, на приборе для определения микротвердости ПМТ-3, на микроинтерферометре МИИ-5. При определении высоты микронеровностей, длины диагонали отпечатка и т.п. следует, как правило, получить два отсчета с микрометрического барабана, а затем вычислить их разность для дальнейших расчетов. Часто следует определить средние значения измеряемой величины (например, при определении высоты микронеровностей), для чего необходимо вычислить соответствующие суммы отдельных разностей отсчетов. Деления микрометрических барабанов довольно мелкие. Это при длительных измерениях вызывает утомление контролера и может привести к неправильным отсчетам.

Одной из возможностей усовершенствования отсчета вышеупомянутых измерений является использование нижеописываемого специального прибора к окулярному микрометру, сконструированного автором в Таллинском политехническом институте. Прибор позволяет получить в цифровом виде на соответствующих счетчиках следующие результаты отсчетов: разность двух отсчетов (соответствующие определенному перемещению перекрестия окулярного микрометра), сумму этих разностей и количества измерений.


36
28 29 30 31 35
13 12
32
33
25 24 22 4 5 11
23
21
3
20
34
6
26
27
2
1 19 18 17 16 15 10 9 8 7 14

Фиг. 1

На фигуре показана полуконструктивная схема прибора. Штрихпунктирными линиями показан окулярный микрометр МОВ-I-I5х. На основании, прикрепленном к корпусу окулярного микрометра, располагаются основные детали и узлы прибора: кнопочно-рычажная система (детали I,2,3,4,5,6,II,I2), счетчик количества отсчетов I3, маховик управления I4 и специальная зубчатая муфта (детали 7,8,9,I0), зубчатые передачи (детали I5,I6,I7,I8, при которых зубчатое колесо I8 жестко связано с барабаном окулярного микрометра I9), зубчатые передачи (детали 20, 2I, 22, 23, 24) и счетчик разового отсчета при фиксированном ноле, зубчатая передача (детали 28, 29, 30, 3I), счетчик суммарного отсчета 32 и счетчик разового отсчета 33 при нефиксированном ноле. Прибор допускает два режима: работу с фиксированным нолем и работу с нефиксированным нолем.

I. Работа с фиксированным нолем. При нажиме большим пальцем на кнопку I передвигаются стержни 2 и 3 и происходит поворот детали 4. При этом стержень 5 поворачивает рычаг 6 и его ролик передвигает деталь 7 влево. Поворотом угловых рычагов фиксирующие ножи 8 удаляются из впадин шестерни 9 и этим прекращается передача крутящего момента на блок 9-I0. При повороте детали 4 рычаг II фиксирует шестерню I0 и стержень I2 через храповой механизм поворачивает счетчик I3 на одну цифру. Не отпуская кнопку I, правой рукой осуществляем поворот маховика I4. Одновременно с поворотом маховика I4 поворачиваются и шестерни I5, I6, I7 и I8, а также барабан окулярного микрометра I9 и через шестерни 20, 2I, 22, 23 и 24 счетчик 25. Поворот маховика I4 продолжается до соприкосновения выступа 26 на шестерне I8 с неподвижным упором 27. Этому моменту соответствует показание счетчика 25 "00", а также исходное расположение перекрестия ниток окулярного микрометра. Маховичком 35 показание счетчика 32 доводится до "0000". После этого кнопка

I освобождается и детали 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, II и I2 занимают свое первоначальное положение. При этом фиксирующие ножи 8 входят во впадины шестерни 9, не допуская в дальнейшем относительного поворота шестерни I0 и I5. Последующий поворот маховика I4 вызывает перемещение ниток окулярного микрометра, поворот счетчика 25, а также через шестерни I0, 28, 29, 30 и 3I поворот счетчика 32. При достижении соответствующего измерительного расположения перекрестия ниток делается отсчет по счетчику 25, производится нажим на кнопку I и перекрестие ниток доводится обратно до исходного расположения (до соприкосновения выступа 26 с упором 27). При этом показание на счетчике 25 доходит до "00", а на счетчике 32 отсчет сохраняется. После этого кнопка I освобождается и перекрестие ниток окулярного микрометра принимает новое измерительное расположение и т.д. При этом на счетчике 25 образуется каждый раз новый разовый отсчет, на счетчике 32 - сумма разовых отсчетов, а на счетчике I3 - количество разовых отсчетов.

Перед следующей серией измерений поворотом маховичка 36 ставят счетчик I3 на "0".

2. Работа с нефиксированным полем. Выступ 26 и упор 27 снимаются. Нажимом на кнопку I и поворотом маховика I4 доводят перекрестие ниток окулярного микрометра до исходного расположения. Не освобождая кнопку I поворачивают маховички 34 и 35 до показаний "00" и "0000" счетчиков 33 и 32. После этого освобождают кнопку I и поворотом маховика I4 придают перекрестию ниток новое измерительное расположение. Со счетчика 33 делается разовый отсчет. Нажимом на кнопку I и поворотом маховика I4 придают перекрестию ниток новое исходное расположение. Не освобождая кнопку I, поворачиваем маховичок 34 до показания "00" счетчика 33 и т.д. На счетчике I3 - количество разовых отсчетов, на счетчике 32 - сумма разовых отсчетов, на счетчике 33 - разовый отсчет.

Перед следующей серией измерений поворотом маховичка 36 ставят счетчик I3 на "0".

Были поставлены сравнительные опыты по производительности определения высоты микронеровностей на двойном микроскопе МИС-II. Средняя продолжительность измерения высоты микронеровностей без прибора 2,6 мин, а с прибором I,I мин. Этому соответствует повышение производительности в 2,35 раза.

Значительно упростилась конструкция прикрепленного к окулярному микрометру прибора и уменьшились его размеры при применении фотоэлектрического принципа перечисления импульсов. Для этого следовало бы закрепить к шестерне 24 диск с десятью зубьями, поставить рядом с диском осветительный тубус и с другой стороны фотоэлектрический датчик (фотосопротивление). При повороте барабана I9 поворачивались бы шестерни I8, 20, 2I, 22, 23 и 24, а также зубчатый диск, каждый зуб которого дал бы импульс схеме счета импульсов, аналогично схеме, применяемой на фотоимпульсных датчиках [I].

Еще больше упрощается конструкция прибора при применении для счета импульсов от зубчатого диска бесконтактного индуктивного прибора типа Д-3. Малые размеры датчика (например тип ВК-0 диаметром I5 мм и длиною 2I мм) позволяют его удобно разместить на приборе. Схема счета импульсов аналогична предыдущему варианту.

При последних двух вариантах включение и выключение схем счета импульсов для одного измерения и для суммирования результатов происходило бы электрическими переключателями. Во время счета импульсов следует поворачивать барабан только в одну сторону. В противном случае возникали бы ложные импульсы.

Применением указанного выше усовершенствования окулярных микрометров значительно повышается достоверность измерений, производительность измерительного процесса и уменьшается утомляемость контролера.

Литература

I. Я.М. Цейтлин, Б.М. Сорочкин, Б.Г. Ларионов, И.М. Баркан. Фотоэлектрические автоматы для контроля размеров. "Машиностроение", 1968.

H. Aarelaid

Einige Möglichkeiten zur Vervollkommnung der Konstruktion von Meßokularen

Zusammenfassung

Dieser Beitrag behandelt einige technische Möglichkeiten zur Vervollkommnung der Meßokulare, welche eine Vergrößerung der Produktivität und Zuverläßigkeit der Messungen und zugleich eine Verringerung der Müdigkeit des Kontrolleurs gestatten. Es wird näher eine Variante mit mechanischen Getrieben und Zählern behandelt, oberflächlicher werden noch zwei andere Möglichkeiten beschrieben. Der Typ des vorgeschlagenen Zusatzgerätes zu den Meßokularen gibt numerisch die Differenz der zwei aufeinanderfolgenden Ablesungen, ihre Summe und die Anzahl der Messungen an.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 281 1969

УДК 621.91.02

Р.А. Кюттнер

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

В процессе обработки, наряду с износом инструмента, происходит и увеличение усилия резания, главным образом в результате роста сил на задней грани резца, что необходимо принимать во внимание для правильной оценки точности обработки, оптимизации режима резания и прочее.

Рассмотрим статистический аппарат получения таких зависимостей.

Экспериментальная часть работы выполнялась на станке модели 1К62, оборудованном для плавного регулирования скорости резания. Использовались резцы, оснащенные твердым сплавом ВК2 с удельной массой 14,51 ÷ 14,79 г/см^3. Заточка алмазная с геометрией $\varphi = 45^0$, $\varphi_1 = 10^0$, $\alpha = 10^0$, $r = 0{,}2$мм.

Обрабатываемый материал: специальный чугун с химическим составом C – 3,2 %; Si – 1,6%; Mn – 0,87%; S – 0,12%; P – 0,3%; Cr – 0,6%; Ni – 0,3% и с твердостью НВ 201 ÷ 238.

Изменение компонентов усилия резания во времени.

Из теории резания известно [1], [2], что при постоянстве условий резания между шириной фаски износа на задней грани $h_з$ и компонентами усилия резания P_z, P_x, P_y существует приближенно линейная зависимость. Учитывая, что изменение ширины фаски износа во времени обработки τ выражается [I]

$$M(h_з) = C_з \tau^{\beta_з}, \tag{I}$$

необходимо зависимости от времени для компонентов усилия резания искать в виде:

$$\begin{aligned} M(P_z) &= P_{z0} + \alpha_z \tau^{\beta z}; \\ M(P_x) &= P_{x0} + \alpha_x \tau^{\beta x}; \\ M(P_y) &= P_{y0} + \alpha_y \tau^{\beta y}, \end{aligned} \tag{2}$$

или в общей форме:

$$M(y) = \alpha_1 + \alpha_2 \tau^{\beta}, \tag{3}$$

где $M(y)$ - математическое ожидание показателя y.

Практически требование постоянства условий резания не соблюдается, поэтому β_z, β_x, β_y нельзя принимать равными $\beta_з$ в формуле (I). Они, как и другие параметры P_{z0}, P_{x0}, P_{y0}, α_z, α_x и α_y определяются из опытов.

Предположим, что оценку параметров зависимостей (3) производим по n независимым наблюдениям $y' = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, где y - вектор наблюдений, соответствующий вектору моментов времени $\tau' = (\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n)$ („ ' " обозначает операцию транспонирования). Также предположим, что вектор случайных отклонений в наблюдениях $z' = (z_1, z_2, \ldots, z_n)$; $z_i = y_i - (\alpha_1 + \alpha_2 \tau_i^{\beta})$ имеет нормальное распределение $N_n(0, E \times \sigma^2)$, где E - единичная матрица порядка n.

Для упрощения записи обозначим через X - $n \times 2$ матрицу

$$X' = \begin{pmatrix} 1, & 1, & \ldots, & 1 \\ \tau_1^{\beta}, & \tau_2^{\beta}, & \ldots, & \tau_n^{\beta} \end{pmatrix}$$

и через α - вектор $\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2)$.

Логарифмическая функция правдоподобия без константной части в приведенных условиях выражается [3]:

$$l(\alpha, \beta, \sigma^2/y) = -n/2 \ln \sigma^2 - 1/2\, \sigma^2 (Y - X\alpha)'(Y - X\alpha),$$

откуда для оценок величин α, β и σ^2 необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \partial l(\alpha, \beta, \sigma^2 | Y)/\partial\sigma^2 = 0, & (4) \\ \partial l(\alpha, \beta, \sigma^2 | Y)/\partial\alpha = 0, & (5) \\ \partial l(\alpha, \beta, \sigma^2 | Y)/\partial\beta = 0, & (6) \end{cases}$$

решениями которой и являются требуемые оценки a, b и s^2.

Без уравнения (6) при фиксированном β, задача совпадает с обычной задачей линейного оценивания величин α и σ^2:

$$a(\beta) = (X'X)^{-1} X'Y, \tag{7}$$

$$s^2(\beta) = 1/n\,(Y - X\alpha)'(Y - X\alpha). \tag{8}$$

И выражения (6)

$$\partial l(\alpha, \beta, \sigma^2 | Y)/\partial\beta = 1/\sigma^2 (Y - X\alpha)' \,\partial X/\partial\beta\, \alpha = 0$$

получим уравнение:

$$(Y - X\alpha)' \,\partial X/\partial\beta\, \alpha = 0, \tag{9}$$

где

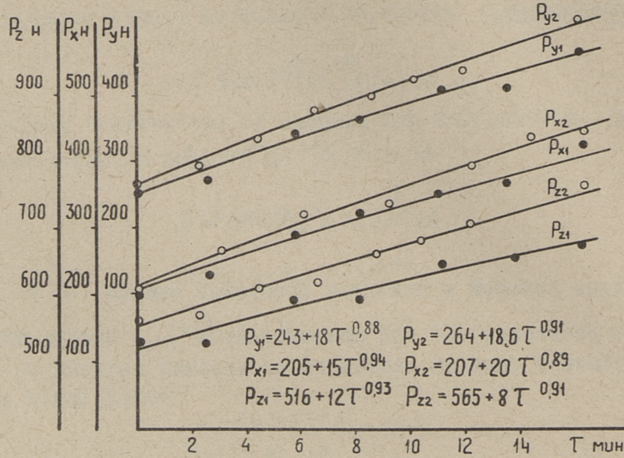
$$(\partial X/\partial\beta)' = \begin{pmatrix} 0, & 0, & \ldots, & 0 \\ \tau_1^\beta \ln\tau_1, & \tau_2^\beta \ln\tau_2, & \ldots, & \tau_n^\beta \ln\tau_n \end{pmatrix}.$$

Система, состоящая из уравнений (7) и (9), является нелинейной, и ее решение можно получить численным путем.

Приведем примеры результатов анализа выполненных опытов, где система уравнений (7) и (9) решена методом хорд на вычислительной машине (фиг. I).

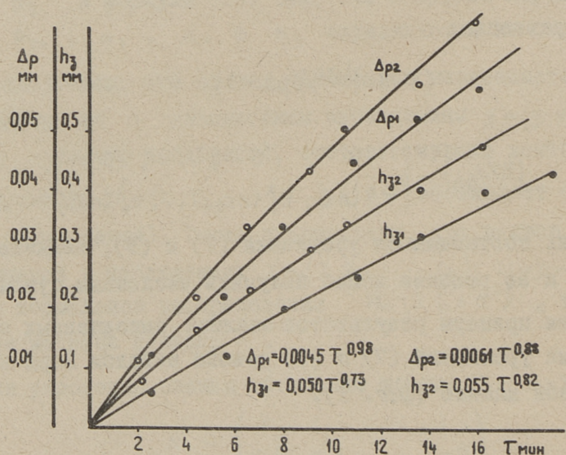
Изменение показателей износа инструмента во времени.

Рассмотрим рост ширины фаски износа по задней поверхности $h_з$ и размерного износа Δ_p в зависимости от времени обработки τ, которые, как и другие показатели износа, описываются зависимостями [1] [2]:



P_z н
P_x н
P_y н
900
800
700
600
500
500
400
300
200
100
400
300
200
100
P_{y2}
P_{y1}
P_{x2}
P_{x1}
P_{z2}
P_{z1}
$P_{y1}=243+18T^{0,88}$
$P_{y2}=264+18,6T^{0,91}$
$P_{x1}=205+15T^{0,94}$
$P_{x2}=207+20T^{0,89}$
$P_{z1}=516+12T^{0,93}$
$P_{z2}=565+8T^{0,91}$
2
4
6
8
10
12
14
T мин

Фиг. 1



Δp мм
$h_з$ мм
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
Δ_{p2}
Δ_{p1}
$h_{з2}$
$h_{з1}$
$\Delta_{p1}=0{,}0045\,T^{0,98}$
$\Delta_{p2}=0{,}0061\,T^{0,88}$
$h_{з1}=0{,}050\,T^{0,73}$
$h_{з2}=0{,}055\,T^{0,82}$
2
4
6
8
10
12
14
16
T мин

Фиг. 2

$$M(h_з) = C_з \tau^{\beta_з}; \quad \text{(10)}$$

$$M(\Delta p) = C_p \tau^{\beta_p},$$

где $C_з$, C_p, $\beta_з$ и β_p – постоянные, определяемые из опытов.

Логарифмируя выражения (10), получим линейные зависимости, аппарат статистического анализа которых общеизвестен. Приведем примеры его применения на фиг. 2.

Изменение основных показателей процесса в зависимости от элементов режима резания и геометрии инструмента.

Параметры P_{z0}, α_z, β_z, P_{x0} и т.д. в формулах (2) и (10) изменяются в зависимости от режимов обработки и геометрии инструмента.

Допустим, что при каждой реализации процесса во времени свойства обрабатываемого материала и материала инструмента остаются постоянными. В этом случае можем пренебречь случайными отклонениями от кривых регрессии (2) и (10), отнеся их к ошибкам измерений, не характеризующим условия протекания процесса резания.

Известно, что изменения рассматриваемых параметров в зависимости от элементов режима резания и геометрии инструмента хорошо аппроксимируются степенными выражениями, т.е. целесообразно искать формулы для P_{z0}, α_z, β_z, P_{x0}, α_x и т.д. в виде:

$$\begin{aligned}
M(\ln P_{z0}) &= b_{1,1} + b_{2,1}\ln V + b_{3,1}\ln s + \dots + b_{m,1}\ln \gamma; \\
M(\ln \alpha_z) &= b_{1,2} + b_{2,2}\ln V + b_{3,2}\ln s + \dots + b_{m,2}\ln \gamma; \quad \text{(11)} \\
M(\beta_z) &= b_{1,3} + b_{2,3}\ln V + b_{3,3}\ln s + \dots + b_{m,3}\ln \gamma; \\
&\text{- -} \\
M(\ln C_p) &= b_{1,k-1} + b_{2,k-1}\ln V + b_{3,k-1}\ln s + \dots + b_{m,k-1}\ln \gamma; \\
M(\beta_p) &= b_{1,k} + b_{2,k}\ln V + b_{3,k}\ln s + \dots + b_{m,k}\ln \gamma.
\end{aligned}$$

Представим полученные из i -той реализации процесса параметры формул (2) и (I0), называемые в дальнейшем выходами, в виде $1\times k$ вектора:

$$y_i = (\ln P_{zoi},\ \ln\alpha_{zi},\ \beta_{zi},\ \ln P_{xoi},\ \ldots,\ \ln C_{pi},\ \beta_{pi}),$$

соответствующего $1\times m$ вектору элементов режимов резания и геометрии инструмента, называемые в дальнейшем входными параметрами

$$x_i = (1, \ln V_i,\ \ln s_i,\ \ldots,\ \ln \gamma_i).$$

Имея n реализаций, соединим векторы y_i и x_i в $n\times k$ матрицу $Y' = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ и $n\times m$ матрицу $X' = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Запишем выражения (II) в матричном виде:

$$M(y) = xB,$$

где B – $m\times k$ матрица всех коэффициентов регрессии.

Оценка матрицы B по методу наименьших квадратов приводит к выражению [4]:

$$\bar{B} = (X'X)^{-1}X'Y. \tag{I2}$$

Предположим, что столбцы $n\times k$ матрицы случайных отклонений $Z = Y - XB$ состоят из n нормально распределенных независимых случайных величин, с нулевыми математическими ожиданиями и с общей ковариационной матрицей Σ, несмещенная оценка которой определяется [4]:

$$(n-m)\bar{\Sigma} = Y'Y - \bar{B}'X'X\bar{B}. \tag{I3}$$

Оценка ковариационной матрицы всех mk коэффициентов $\bar{b}_{ij}$ есть $mk\times mk$ матрица [4]:

$$(\bar{\Sigma})\times\cdot(X'X)^{-1},$$

где $(A)\times\cdot(C)$ – обозначает прямое произведение матриц A и C.

Для анализа статистической значимости полученных коэффициентов $\bar{b}_{ij}$ определяем величину доверительного интервала:

$$I(b_{ij}) = \left\{\bar{b}_{ij} + t_{\alpha,n-m}\sqrt{\left((\bar{\Sigma})\times\cdot(X'X)^{-1}\right)_{u,u}};\ \bar{b}_{ij} - t_{\alpha,n-m}\sqrt{\left((\bar{\Sigma})\times\cdot(X'X)^{-1}\right)_{u,u}}\right\}, \tag{I4}$$

где: $u = i + (j-1)m$;

$(\cdots)_{u,u}$ – обозначает u,u элемент матрицы в скобках,

$t_{\alpha,n-m}$ – статистика Стьюдента.

Было проведено 2 серии опытов (реализаций процесса резания во времени) по плану 2^4 и 6 опытов в центральной точке плана [5].

Для анализа использовались исходные параметры, нормализованные по формуле

$$\eta^* = \frac{2(\ln\eta - \ln\eta_{min})}{\ln\eta_{max} - \ln\eta_{min}} - 1,$$

где: η – первоначальный исходный параметр,

η^* – нормализованный исходный параметр,

η_{max}, η_{min} – максимальный и минимальный уровень вариации исходного параметра в опытах.

Использовались следующие уровни (табл. I):

Таблица I

Исходный параметр	Ед.изм.	η_{max}	η_{min}
Скорость резания	м/мин	I60	I00
Подача	мм/об	0,3	0,II
Глубина резания	мм	3	I
Передний угол	o	I2	2

Приводим результаты анализа – полученные коэффициенты регрессии $\bar{b}_{ij}$ при нормализованных исходных параметрах и их 95-процентные доверительные интервалы (I4) (табл. 2).

После отброса незначимых эффектов и обратного преобразования нормализованных исходных параметров получим следующие зависимости, называемые в совокупности описанием процесса резания:

$$\bar{P}_z = 1010\, s^{0,58} t^{1,09} \gamma^{-0,09} + 4,52 \cdot 10^{-5} V^{2,47} t^{1,29} \tau^{0,87}\ \text{н};$$

$$\bar{P}_x = 626\, V^{-0,25} s^{0,16} t^{1,01} \gamma^{-0,12} + 2,16 \cdot 10^{-4} V^{2,21} t^{[illegible]} \tau^{0,79}\ \text{н};$$

$$\bar{P}_y = 1391\, V^{-0,30} s^{0,36} t^{0,95} \gamma^{-0,14} + 1,01 \cdot 10^{-5} V^{2,85} t^{1,29} \tau^{0,91}\ \text{н};$$

$$\bar{h}_з = 4,01 \cdot 10^{-7} V^{2,60} s^{0,66} \tau^{0,87}\ \text{мм}; \qquad (I5)$$

$$\bar{\Delta}_p = 3,39 \cdot 10^{-9} V^{3,24} s^{0,98} \tau^{1,05}\ \text{мм}.$$

Таблица 2

Выход	Коэффициенты регрессии вместе с 95% доверительными интервалами при исходных параметрах				
	$x_i^* = 1$	V^*	s^*	t^*	γ^*
$\ln P_{z0}$	6,29±0,053	0,02±0,06	0,29±0,06	0,55±0,06	-0,08±0.06
$\ln \alpha_z$	2,65±0,28	0,58±0,30	0,20±0,30	0,65±0,30	0,06±0,30
β_z	0,87±0,09	0,07±0,10	0,02±0,10	-0,08±0,10	-0,05±0,10
$\ln P_{x0}$	5,30±0,05	-0,06±0,05	0,09±0,05	0,51±0,05	0,11±0,05
$\ln \alpha_x$	2,92±0,22	0,52±0,21	0,24±0,24	0,56±0,24	-0,13±0,24
β_x	0,79±0,07	0,07±0,08	-0,05±0,08	-0,07±0,08	0,02±0,08
$\ln P_{y0}$	5,47±0,04	-0,07±0,04	0,18±0,04	0,48±0,04	-0,12±0,04
$\ln \alpha_y$	2,96±0,20	0,67±0,21	0,21±0,21	0,65±0,21	0,03±0,21
β_y	0,91±0,07	0,05±0,08	-0,03±0,08	-0,10±0,08	-0,06±0,08
$\ln C_з$	-3,28±0,10	0,62±0,11	0,33±0,11	0,07±0,11	-0,01±0,11
$\beta_з$	0,89±0,03	0,03±0,03	0,030±0,03	0,027±0,03	-0,02±0,03
$\ln C_p$	- 5,53±0,17	0,76±0,18	0,49±0,18	0,13±0,18	-0,09±0,18
β_p	1,05±0,05	0,037±0,06	-0,011±0,06	-0,029±0,06	0,005±0,06

Из таблицы 2 следует, что для показателей степеней β_z, β_x, β_y, $\beta_з$ и β_p можем в приближении пренебречь зависимостью от исходных параметров. Принимая их постоянными на средних уровнях, получим после соответствующих вычислений приближенные "оценочные" формулы для описания процесса резания:

$$\bar{P}_z = 1050\, s^{0,64} t^{1,05} \gamma^{-0,056} + 1,48 \cdot 10^{-5} V^{2,90} s^{0,34} t^{0,95} \tau^{0,87} \text{ н};$$

$$\bar{P}_x = 1320\, V^{-0,38} s^{0,22} t^{1,07} \gamma^{-0,15} + 1,60 \cdot 10^{-5} V^{2,80} t^{0,90} \tau^{0,79} \text{ н};$$

$$\bar{P}_y = 1650\, V^{-0,34} s^{0,36} t^{0,99} \gamma^{-0,12} + 6,96 \cdot 10^{-6} V^{3,10} s^{0,22} t^{0,66} \tau^{0,91} \text{ н}; \qquad (16)$$

$$\bar{h}_з = 5,31 \cdot 10^{-8} V^{2,94} s^{0,50} t^{0,28} \tau^{0,87} \text{ мм};$$

$$\bar{\Delta}_p = 1,16 \cdot 10^{-9} V^{3,40} s^{0,84} \tau^{1,05} \text{ мм}.$$

Полученные зависимости оценки величины компонентов усилия резания не линеаризируются в логарифмических координатах исходных параметров, что обычно предполагается необходимым для существующих методов технологических расчетов. Предположим, что для фиксированного момента времени обработки изменение компонентов усилия резания от режимов обработки описывается степенными зависимостями:

$$M(P_z \mid \tau = \tau^*) = C_z t^{x_z} s^{y_z} V^{z_z} \gamma^{w_z};$$

$$M(P_x \mid \tau = \tau^*) = C_x t^{x_x} s^{y_x} V^{z_x} \gamma^{w_x}; \qquad (17)$$

$$M(P_y \mid \tau = \tau^*) = C_y t^{x_y} s^{y_y} V^{z_y} \gamma^{w_y},$$

Из полученных для каждого опыта зависимостей изменения компонентов усилия резания во времени (2) определяем величины последних в интересующий нас момент времени τ^*.

Образуем новый вектор выходов:

$$y_i(\tau=\tau^*) = \left(\ln P_{zi}(\tau=\tau^*), \ln P_{xi}(\tau=\tau^*), \ln P_{yi}(\tau=\tau^*)\right),$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

и аналогично изложенному выше матрицу Y. Найдем при помощи формул (I2) и (I3) требуемые оценки.

Приводим некоторые примеры зависимостей (I7), полученные для $\tau^* = 0$ и I5 минутам (табл. 3)

Таблица 3

Выход	$\tau^* = 0$ мин	$\tau^* = 15$ мин
P_z	$1050\, s^{0,64} t^{1,05} \gamma^{-0,056}$	$90,9\, v^{0,6} s^{0,58} t^{1,01} \gamma^{-0,056}$
P_x	$1320\, v^{-0,38} s^{0,22} t^{1,07} \gamma^{-0,15}$	$2,54\, v^{1,2} s^{0,16} t^{1,3} \gamma^{-0,14}$
P_y	$1650\, v^{-0,34} s^{0,36} t^{0,99} \gamma^{-0,12}$	$0,78\, v^{1,4} s^{0,32} t^{0,83} \gamma^{-0,12}$

Для уменьшения объема статьи все оценки ковариационных матриц Σ пропущены.

Два последних описания процесса резания (I6) и (I7) основаны на определенных допущениях. Для проверки применяемости этих допущений выводим оценку доверительного интервала для оценивания $M(P_z)$, $M(P_x)$, $M(P_y)$ по формулам (I5).

Рассмотрим определение доверительного интервала для зависимости $y = \exp y_1 + \exp y_2 \tau^{y_3}$ в общем виде, где доверительное множество параметров y_1, y_2, y_3 задано.

Выделим из матриц $\bar{B}$, $\bar{\Sigma}$ и Y подматрицы, соответствующие оцениваемому показателю $y - \bar{B}_1, \bar{\Sigma}, Y_1$.

Из нормальности случайных отклонений z следует, что для фиксированного вектора исходных параметров x вектор $(M(\eta) - xB_1)$ распределен нормально $N_3\left(0, x(X'X)^{-1}x'\bar{\Sigma}_1\right)$, где

$\eta = (y_1, y_2, y_3)$. Учитывая, что $R_0 = Y_1' Y_1 - \bar{B}_1' X' X \bar{B}_1$ имеет распределение Уишарта $W_3(n-m, \Sigma)\,|3|$, получим оценку доверительного эллипсоида для совместного оценивания компонентов вектора η в виде [3]:

$$I(\eta) = \left\{ \frac{(\eta - x\bar{B}_1)\,\bar{\Sigma}_1^{-1}\,(\eta - x\bar{B}_1)'}{x(X'X)^{-1}x'} \leq \frac{3(n-m)}{n-m-2} F_\alpha(3, n-m-2) \right\}, \quad (18)$$

где $F_\alpha(3, n-m-2)$ – F статистика, определяемая с доверительной вероятностью α и тремя и $n-m-2$ степенями свободы.

Из общего определения доверительного интервала для нелинейной функции получим оценку [3]:

$$I(y) = \left\{ \min_{\eta \in I(\eta)} (\exp y_1 + \exp y_2 \tau^{y_3}) \leq M(y) \leq \max_{\eta \in I(\eta)} (\exp y_1 + \exp y_2 \tau^{y_3}) \right\},$$

где операции „min" и „max" находят из условий, что вектор η принадлежит доверительному множеству $I(\eta)$.

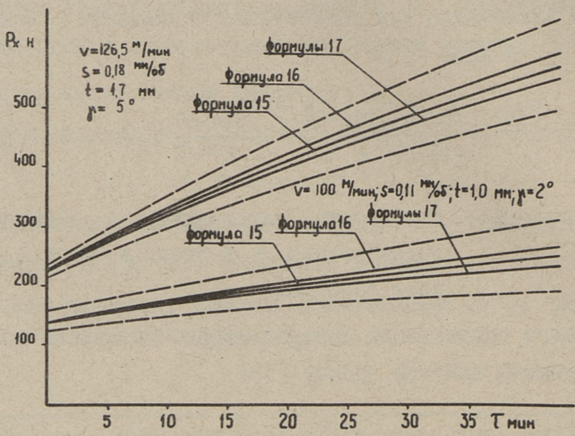
Если оценки математических ожиданий исследуемых показателей расположены в пределах найденного доверительного интервала, то можем считать различие между этими описаниями статистически незначимым и принять указанные выше допущения.

Приводим для примера изменения доверительного интервала оценки $M(P_x)$ и оценок $\bar{P}_x$, найденных по описаниям (I5), (I6) и (I7), во времени обработки (фиг. 3).

Для остальных компонентов усилия резания P_z и P_y получены аналогичные результаты.

Применительно к показателям износа h_3 и Δ_p необходимо лишь сравнить описания, определяемые зависимостями (I6) и (I5).

В логарифмических координатах получим для показателей износа линейные зависимости от режимов и времени обработки.



Фиг. 3

Применив общие методы линейного оценивания [4], определяем доверительные интервалы для величин $M(h_3)$ и $M(\Delta p)$ в виде:

$$I(y) = \left\{ \exp\left(y_2 + y_3 \ln\tau - t_{\alpha,m-n}\sqrt{x(X'X)^{-1}x'T'\bar{\Sigma}_1 T}\right);\right.$$

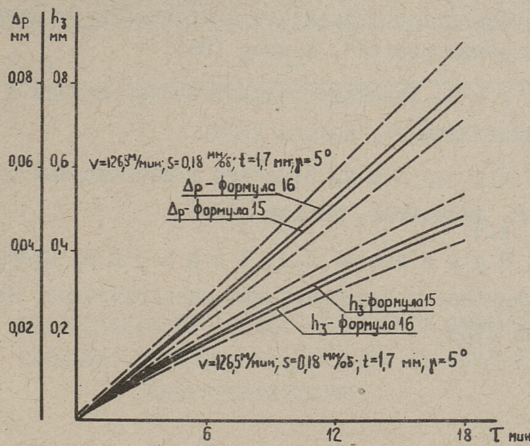
$$\left. \exp\left(y_2 + y_3 \ln\tau + t_{\alpha,n-m}\sqrt{x(X'X)^{-1}x'T'\bar{\Sigma}_1 T}\right) \right\}$$

где
$$T' = (1, \ln\tau).$$

На фиг. 4 аналогично фиг. 3 показано изменение доверительного интервала и оценок $\bar{h}_3$ и $\bar{\Delta}p$ во времени обработки.

Применительно к рассмотренным условиям обработки все три предлагаемые метода статистического описания процесса резания обладают удовлетворительной точностью.

Описание процесса резания, задаваемое зависимостями вида (I7), наиболее простое, но оно описывает изменение про-



Фиг.4

цесса резания только в заранее фиксированные моменты времени. Основные "достоинства" такого описания - применяемость существующих методов технологических расчетов.

Если условия резания варьируются в широких пределах, то нельзя считать показатели степеней β_z, β_x, β_y, $\beta_з$ и β_p в формулах (I6) и (I5) константными, откуда следует необходимость применения зависимостей вида (I5).

Уточнение имеющихся описаний процесса резания необходимо для получения более точных технологических решений в проектной стадии, где уже существует в какой-то мере разрыв между точностью используемых описаний процесса резания и применяемыми методами технологических расчетов.

Литература

I. Н.Н. Зорев, Г.И. Грановский и др. Развитие науки о резании металлов. "Машиностроение", Москва 1967.

2. А.Д. М а к а р о в. Износ и стойкость режущих инструментов. "Машиностроение", Москва 1966.

3. Э.Р. Р а о. Линейные статистические методы и их применение. Изд. "Наука", Москва 1968.

4. Т. А н д е р с о н. Введение в многомерный статистический анализ. Физматгиз, Москва 1963.

5. В.В. Н а л и м о в, В.А. Ч е р н о в а. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. Изд. "Наука", Москва 1965.

R. Küttner

Describing of the Metal Cutting Process by Mathematical Statistic Methods

Summary

In the article mathematical statistic methods for describing the dependence of main metal cutting process parameters on cutting data and cutting time are considered.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 281 1969

УДК 621.9.014

Р.А. Кюттнер

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ, ОПРЕДЕЛЕННЫХ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Большинство технологических характеристик системы СПИД - такие, как свойства обрабатываемого материала, режущие свойства инструмента и прочие - практически всегда имеют случайные вариации около номинальных значений, принятых в стадии проектных расчетов.

Рассмотрим влияние этих случайных вариаций на определяемые режимы резания.

Некоторые подобные вопросы рассмотрены в работах [1],[2] [3]. В данной работе определение оптимальных режимов резания рассматривается как задача линейного программирования [4].

Необходимо найти скорость резания v и подачу s, являющиеся основными переменными, обеспечивающими максимальную интенсивность $v \cdot s$ и удовлетворяющими ограничениям:

$$C_T t^{x_T} s^{y_T} v^{z_T} K_T \geq T_{зад},$$

$$C_z t^{x_z} s^{y_z} v^{z_z} K_z \leq P_{z\,зад},$$

$$C_z t^{x_z} s^{y_z} v^{z_z+1} K_z / 6120 \leq N_{зад},$$

$$v \geq v_{min}, \quad s \geq s_{min},$$

где t – глубина резания (считается заданной),

$C_T, x_T, y_T, K_T, C_z, \dots$ – постоянные, зависящие от условий обработки,

$T_{зад}, P_{z\,зад}, N_{зад}$ – заданные уровни стойкости инструмента, тангенциальной составляющей усилия резания и мощности соответственно, называемые показателями процесса резания,

v_{min}, s_{min} – минимальные уровни скорости резания и подачи.

Для примера приведены лишь три ограничения. Полный набор ограничений описан, например, в работе [4].

Логарифмируя используемые зависимости [4] и добавляя свободные переменные [5], можем исходную задачу представить в матричной форме:

найти $\max C'x$

при условиях $Ax = P_0$, (I)

$x \geq 0$,

где x – вектор исходных параметров, т.е. основных и свободных переменных (для общности предположим, что имеется m основных переменных),

A – $k \times (k+m)$ матрица коэффициентов линейных функций, связывающих исходные параметры с показателями процесса;

P_0 – вектор допустимых уровней показателей процесса, обеспечивающих его нормальное протекание;

C' – транспонированный вектор коэффициентов оценочной функции.

Предположим, что вектор z случайных отклонений показателей y, $z = y - M(y)$ имеет нормальное распределение $N_k(0, \Sigma)$.

Учитывая случайность используемых показателей, получим исходную задачу (I) в виде задачи линейного стохастического программирования:

найти $\max f(z) = C'x$

при условиях $Ax + z = P_0$, (2)

$$x \geq 0.$$

Предположим, что для $\bar{z} = 0$, задача (2) имеет невырожденное решение. Введем следующие понятия [6]:

- назовем задачу (2) стохастически базисно устойчивой с характеристикой α, если оптимальный базис, соответствующий решению при $\bar{z}$, остается с вероятностью $1-\alpha$ постоянным,

- назовем задачу (2) стохастически планово устойчивой с характеристиками α и δ_n, если

$$\mathcal{P}\left\{ |x^\circ(z) - x^\circ(\bar{z})| \leq \delta_n \right\} \geq 1-\alpha, \tag{3}$$

где $x^\circ(z)$ - оптимальное решение задачи (2), соответствующее вектору z,

$\mathcal{P}\{\dots\}$ - вероятность выполнения условия в фигурных скобках,

- назовем задачу (2) стохастически функционально устойчивой с характеристиками α и δ_F если

$$\mathcal{P}\left\{ |f(z) - f(\bar{z})| \leq \delta_F \right\} \geq 1-\alpha. \tag{4}$$

Относительно технологических задач приведенные понятия имеют следующий смысл:

базисная устойчивость - возможность технолога определить с заданной достоверностью, какие технологические или экономические требования ограничивают возможности повышения интенсивности режимов обработки,

плановая устойчивость - требование, что с достоверностью $1-\alpha$ определенные оптимальные режимы резания будут находиться в заданных пределах,

функциональная устойчивость - требование, что с достоверностью $1-\alpha$ определенная производительность обработки будет находиться в заданных пределах.

Характеристики δ_n и δ_F определяют требуемую точность соответствующих решений.

Предположим, что оценки параметров используемых технологических зависимостей и оценка ковариационной матрицы Σ получены из опытов.

В [7] показано, что для фиксированных моментов времени обработки можем зависимости основных технологических показателей от режимов обработки аппроксимировать степенными формулами.

После логарифмирования получим линейные зависимости:

$$y = B\eta ,$$

где B – $k \times m$ матрица коэффициентов регрессии, оцениваемая из n опытов,

η – вектор основных переменных $\ln v, \ln s, \ln t$ и т.д. опытов (η является частью вектора исходных параметров x).

Ковариационная матрица компонентов $M(y)-\bar{y}$ определяется [7]:

$$\bar{\bar{\Sigma}}\eta'(X'X)^{-1}\eta = \frac{1}{n-m}\left(Y'Y - Y'X(X'X)^{-1}X'Y\right)\cdot\eta'(X'X)^{-1}\eta ,$$

где Y – $n \times k$ матрица полученных из опытов значений показателей,

X – $n \times m$ матрица входных переменных опытов,

$\bar{\bar{\Sigma}}$ – несмещенная оценка ковариационной матрицы k-мерного вектора случайных вариаций z .

Применительно к технологическому проектированию более важным является статистическая оценка отклонений $y-\bar{y}$ вместо $M(y)-\bar{y}$.

Ковариационная матрица случайных отклонений $y-\bar{y}$ определяется суммой [8]

$$\bar{\bar{\Sigma}} + \bar{\bar{\Sigma}}\,\eta'(X'X)^{-1}\eta = \bar{\bar{\Sigma}}\left(1+\eta'(X'X)^{-1}\eta\right),$$

откуда, аналогично [7], получим совместный доверительный эллипсоид для компонентов z из выражения

$$\mathcal{P}\left\{\frac{z'\,\bar{\bar{\Sigma}}^{-1} z}{1+\eta'(X'X)^{-1}\eta} \leqslant \frac{k(n-m)}{n-m-k+1} F_{\alpha}(k, n-m-k+1)\right\} \geqslant 1-\alpha , \qquad (5)$$

где $F_\alpha(k, n-m-k+1)$ – F статистика, определяемая k и $n-m-k+1$ степенями свободы и с доверительной вероятностью $1-\alpha$.

Величина этого доверительного эллипсоида зависит от вектора исходных параметров x, что делает задачу (2) нелинейной.

Пусть $\eta_{max} = (x_{1max}, \ldots, x_{m,max})'$ вектор максимальных значений всех основных переменных. Заменяя η в (5) на η_{max} получим приближенную оценку доверительного эллипсоида в виде:

$$I(z) = \left\{ z : \frac{z' \bar{\Sigma}^{-1} z}{1 + \eta'_{max} (X'X)^{-1} \eta_{max}} \leq \frac{k(n-m)}{n-m-k+1} F_\alpha(k, n-m-k+1) \right\}. \quad (6)$$

Ошибка, вызванная такой заменой, уменьшается с увеличением числа опытов n.

Допустим, что мы решили задачу (2) при $\bar{z}$.

Выделим из матрицы A векторы-столбцы, соответствующие оптимальному базисному решению $x^\circ(\bar{z})$. Составим из них матрицу B. Получим ограничения задачи (I) в виде:

$$B X_B + D X_D = P_0 - z, \quad (7)$$

где D – $k \times m$ матрица, составленная из столбцов, не входящих в оптимальный базис при $\bar{z}$.

Множество знаний z около $\bar{z}$, при котором оптимальный базис остается постоянным, получается из (7):

$$Q(z) = \left\{ z : B^{-1}(P_0 - z) \geq 0 \right\}. \quad (8)$$

Из (6) и (8) получим условие для базисной устойчивости задачи (2):

$$Q(z) \supset I(z). \quad (9)$$

При базисной устойчивости задачи сможем, используя правила оценивания линейных параметрических функций [8], определить доверительный эллипсоид для оптимальных решений $x^\circ(z)$ в виде:

$$I(x^\circ(z)) = \left\{ x^\circ : \frac{(x^\circ - B^{-1}P_0)' B \bar{\Sigma}^{-1} B'(x^\circ - B^{-1}P_0)}{1+\eta'_{max}(X'X)^{-1}\eta_{max}} \leq \frac{k(n-m)}{n-m-k+1} F_\alpha(k, n-m-k+1) \right\}. \quad (10)$$

Условие плановой устойчивости получается из (3) и (10):

$$\left\{ x^\circ : \left| x^\circ - B^{-1} P_0 \right| \leq \delta_n \right\} \supset I(x^\circ(z)).$$

Условие функциональной устойчивости получается лишь с той разницей, что $f(z) = C'x$ является одномерной величиной

$$t_{\alpha, n-m} \sqrt{C' B^{-1} \bar{\Sigma} (B')^{-1} C \cdot (1+\eta'_{max}(X'X)^{-1}\eta_{max})} \leq \delta_F, \quad (11)$$

где $t_{\alpha, n-m}$ – статистика Стьюдента.

Если задача не является базисно устойчивой, то $z \in I(z)$ соответствует несколько оптимальных базисов $B_i, i = 1, 2, \cdots, u$. При этом u – величина конечная [9].

Суммарные доверительные множества для $x^\circ(z)$ и $f(z)$ определяются объединением частей доверительных множеств, соответствующих каждому оптимальному базису B_i. Правила перехода на новый оптимальный базис рассматриваются в методиках решения задач параметрического линейного программирования [5].

Приводим примеры определения стохастических характеристик задачи определения оптимальных режимов резания для обработки специального чугуна инструментами, оснащенными пластинками из твердого сплава ВК2. Условия опытов и свойства обрабатываемого материала описаны в [7].

С целью иллюстрации полученных решений рассмотрим задачу с двумя ограничениями:

найти v и s, которые дают $\max(v \cdot s)$ и удовлетворяют ограничениям

$$P_z(v, s, t, r, \tau) \leq P_{z\,доп};$$
$$h_3(v, s, t, r, \tau) \leq h_{3\,доп}(\tau);$$
$$v \geq v_{min}; \quad s \geq s_{min},$$

где τ – время обработки,

γ – передний угол инструмента (считается заданным),

$P_{z\,доп}$ – допустимая величина тангенциальной составляющей усилия резания,

$h_{з\,доп}(\tau)$ – допустимая величина износа, определяемая из условий, что условная стойкость инструмента была больше заданной.

Для фиксированного времени обработки τ^* из анализа опытов [7] получим зависимости изменения компонента усилия резания P_z и ширины фаски износа $h_з$ от режимов обработки и геометрии инструмента в виде

$$\ln \bar{P}_z(\tau^*) = \bar{b}_{10} + \bar{b}_{11} x_1^* + \dots + \bar{b}_{14} x_4^* ;$$

$$\ln \bar{h}_з(\tau^*) = \bar{b}_{20} + \bar{b}_{21} x_1^* + \dots + \bar{b}_{24} x_4^* ,$$

где $\bar{b}_{ij}$ – оценки коэффициентов регрессии,

$x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*$ – преобразованные переменные, соответствующие скорости резания, подаче, глубине резания и переднему углу [7].

Из анализа 38 опытов [7] получены следующие зависимости:

$\tau^* = 5$ мин.

$$\ln \bar{h}_з(5) = -1{,}84 - 0{,}68 x_1^* + 0{,}25 x_2^* + 0{,}14 x_3^* \text{ мм};$$

$$\ln \bar{P}_z(5) = 6{,}47 + 0{,}05 x_1^* + 0{,}30 x_2^* + 0{,}51 x_3^* - 0{,}05 x_4^* \text{ н.}$$

$\tau^* = 15$ мин.

$$\ln \bar{h}_з(15) = -0{,}88 + 0{,}68 x_1^* + 0{,}25 x_2^* + 0{,}14 x_3^* \text{ мм};$$

$$\ln \bar{P}_z(15) = 6{,}63 + 0{,}13 x_1^* + 0{,}29 x_2^* + 0{,}50 x_3^* - 0{,}05 x_4^* \text{ н.}$$

$\tau = 30$ мин.

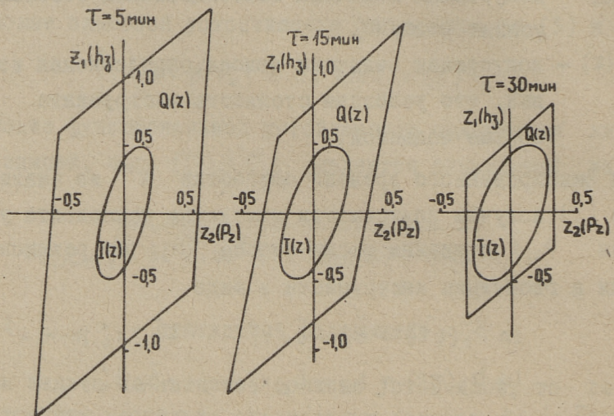
$$\ln \bar{h}_з(30) = -0{,}28 + 0{,}68 x_1^* + 0{,}25 x_2^* + 0{,}14 x_3^* \text{ мм};$$

$$\ln \bar{P}_z(30) = 6{,}79 + 0{,}21 x_1^* + 0{,}27 x_2^* + 0{,}49 x_3^* - 0{,}05 x_4^* \text{ н.}$$

Оценки ковариационных матриц следующие:

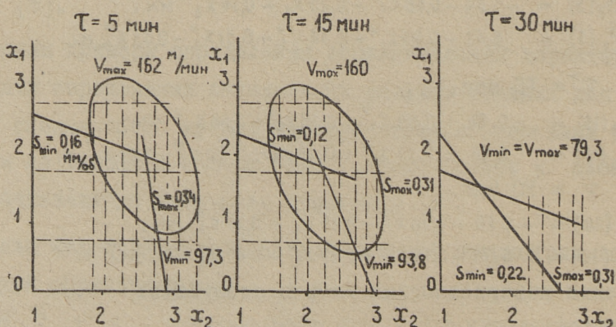
$$\bar{\Sigma}_5 = \begin{vmatrix} 0{,}066 & 0{,}014 \\ 0{,}014 & 0{,}007 \end{vmatrix}; \quad \bar{\Sigma}_{15} = \begin{vmatrix} 0{,}066 & 0{,}017 \\ 0{,}017 & 0{,}010 \end{vmatrix}; \quad \bar{\Sigma}_{30} = \begin{vmatrix} 0{,}066 & 0{,}019 \\ 0{,}019 & 0{,}014 \end{vmatrix},$$

где индекс при $\bar{\Sigma}$ определяет время обработки.



τ = 5 мин
$Z_1(h_3)$
1,0
Q(z)
0,5
-0,5
0,5
$Z_2(P_z)$
I(z)
-0,5
-1,0
τ = 15 мин
$Z_1(h_3)$
1,0
Q(z)
0,5
-0,5
0,5
$Z_2(P_z)$
I(z)
-0,5
-1,0
τ = 30 мин
$Z_1(h_3)$
Q(z)
-0,5
0,5
$Z_2(P_z)$
I(z)
-0,5

Фиг. 1



τ = 5 мин
x_1
V_{max} = 162 м/мин
S_{min} = 0,16 мм/об
S_{max} = 0,34
V_{min} = 97,3
x_2
τ = 15 мин
x_1
V_{max} = 160
S_{min} = 0,12
S_{max} = 0,31
V_{min} = 93,8
x_2
τ = 30 мин
x_1
V_{min} = V_{max} = 79,3
S_{min} = 0,22
S_{max} = 0,31
x_2

Фиг. 2

Допустимыми уровнями в примерах взяты $P_{z\,доп} = 1800$ н, $h_{з\,доп}(\tau) = 1{,}0$ мм (для условного периода стойкости T = 30 мин), $x^*_{1\,min} = x^*_{2\,min} = -2$.

Смещая начало координат $x_1 = x_1^* + 2$; $x_2 = x_2^* + 2$, получим следующие три задачи определения режимов резания для моментов времени обработки $\tau^* = 5$, 15 и 30 мин (табл. I)

Таблица I

Время обработки	Постановки задач
$\tau^* = 5$ мин	найти $\max(0{,}24x_1 + 0{,}5x_2)$ при условиях $0{,}68x_1 + 0{,}25x_2 + x_3 + z_1 = 1{,}99$; $0{,}05x_1 + 0{,}30x_2 + x_4 + z_2 = 0{,}86$; $x \geq 0$.
$\tau^* = 15$ мин	найти $\max(0{,}24x_1 + 0{,}5x_2)$ при условиях $0{,}68x_1 + 0{,}25x_2 + x_3 + z_1 = 1{,}82$; $0{,}13x_1 + 0{,}29x_2 + x_4 + z_2 = 0{,}87$; $x \geq 0$
$\tau^* = 30$ мин	найти $\max(0{,}24x_1 + 0{,}5x_2)$ при условиях $0{,}68x_1 + 0{,}25x_2 + x_3 + z_1 = 1{,}43$; $0{,}21x_1 + 0{,}27x_2 + x_4 + z_2 = 0{,}73$; $x \geq 0$.

Величина $\eta^{*\prime}_{max}(X'X)^{-1}\eta_{max}$ для вектора основных переменных $\eta^*_{max} = (1,1,1,1,0)'$ и ортогонального плана опытов типа 2^4 с шестью центральными точками равна 0,1516.

Множества $I(z)$ и $Q(z)$, определяемые формулами (6) и (8), приведены на фиг. I.

Из фиг. I следует, что все три задачи являются стохастически базисно устойчивыми с характеристикой $\alpha = 0{,}95$.

На фиг. 2 приведены множества $I(x^\circ(z))$ вместе с геометрической интерпретацией решения при $\bar{z} = M(z)$. Там же приведены возможные скорости резания и подачи для станка IК62.

Определяемые из (II) интервалы $f(z)$ следующие:

$\tau^* = 5$ мин $\quad 0{,}78 \leqslant [f(z)/f(\bar{z})] \leqslant 1{,}27;$

$\tau^* = 15$ мин $\quad 0{,}70 \leqslant [f(z)/f(\bar{z})] \leqslant 1{,}42;$

$\tau^* = 30$ мин $\quad 0{,}96 \leqslant [f(z)/f(\bar{z})] \leqslant 1{,}04.$

Является ли задача стохастически функционально устойчивой, определяет выбор величины δ_F, зависящий от конкретной постановки задачи.

Из фиг. 2 видно, что рассматриваемая задача является стохастически базисно устойчивой с характеристикой 0,95, но не является базисно устойчивой в смысле параметрического программирования, где параметром является время обработки.

Если в (3) принять $\delta_п$, исходя из ряда чисел оборотов и подач станка, то все три задачи не являются стохастически планово устойчивыми.

Для сравнения приведем результаты, полученные американскими исследователями Ву и Эрмером. В их статье [3] рассматривался случайный разброс определяемой по стойкости инструмента скорости резания.

Несмотря на то, что рассматривались лишь возможные ошибки вида $M(T)-\bar{T}(v,s,t)$, полученный доверительный интервал 163 м/мин $\leqslant v^\circ(z) \leqslant$ 192 м/мин для определяемой скорости резания сравнительно велик.

Приведенное, с одной стороны, указывает на необходимость уменьшить возможные случайные отклонения от номинальных значений в технологических характеристиках системы СПИД и повысить точность используемых моделей. С другой стороны, из полученных результатов следует, что необходимо рационально выбирать методы определения оптимальных режимов обработки, чтобы не завышать требования к точности расчетов.

Для более общих выводов необходимо более расширить внедрение методов статистического анализа технологических решений, одним представителей которых является описанная выше методика.

Л и т е р а т у р а

I. Г.И. Г р а н о в с к и й. О стойкости инструмента, как исходном параметре для расчета режимов резания. Вестник машиностроения, № 8, 1965.

2. Н.И. П а с ь к о. Выбор скорости резания с учетом разброса параметров. Сб. Прогрессивная технология машиностроения, вып. 3, Тула, 1968.

3. С.М. Э р м е р, С.М. В у. Значение ошибки эксперимента при определении оптимальных условий резания металлов. Конструирование и технология машиностроения. Тр. Ам. об-ва инженеров-механиков, серия В, т. 89, № 2, Мир, М. 1967.

4. Е.В. В л а д и м и р о в, Г.К. Г о р а н с к и й. Математическая модель оптимального режима резания при обработке деталей на токарно-винторезных станках. Сб. Вычислительная техника в машиностроении, ИТК АН БССР, Минск январь 1966.

5. И. К а р р, Ч. Х о у в. Количественные методы принятия решений в управлении и экономике. Мир, М. 1966.

6. Н.И. А р б у з о в. Исследование стохастической устойчивости задач математического программирования. Диссертация. Москва 1966.

7. Р.А. К ю т т н е р. Описание процесса резания методами математической статистики. См. наст, сборник, стр. 9 .

8. С.Р. Р а о. Линейные статистические методы и их применения. Наука, М. 1968.

9. B.B e r e a n y. On stochastic linear programming II. Distribution problems. Nonstochastic technological matrix. Rev. Roum. Math. Pures. Et Appl. 1966, T XI, № 6.

R. Küttner

The Statistical Analysis of Optimal Cutting Data Determined by the Linear Programming

Summary

This article deals with application of stochastic linear programming in the optimisation of cutting data. The stochastic stability of decisions is defined and illustrated by examples.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 281 1969

УДК 620.197.65:621.869

Б.Я.Саар, Э.И.Раннат, Р.О.Раннамяэ

АВТОМАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ЛИНИИ ОКРАСКИ ТРАКТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

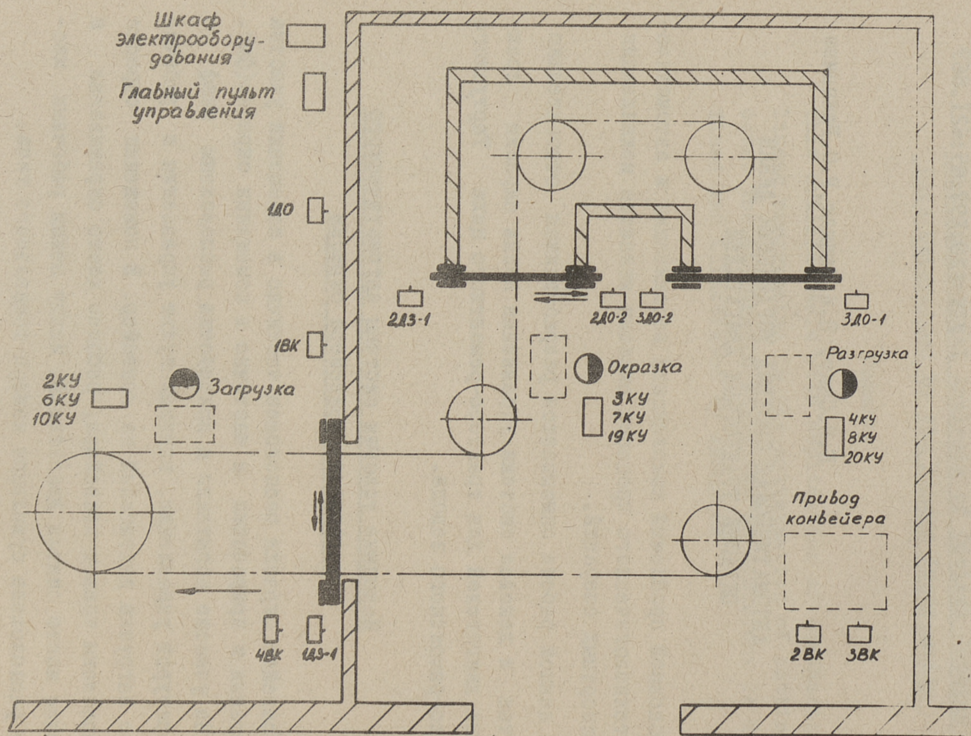
Основной проблемой комплексной механизации и автоматизации технологического процесса окраски является механизация транспортных операций.

В данной работе описывается разработанная относительно простая и дешевая система управления линии окраски тракторных двигателей для тракторо-ремонтного цеха Тартуского опытно-ремонтного завода.

Исходные условия системы автоматического управления конвейера окраски

Конвейер окраски расположен частично в помещении участка испытания и приработки и частично в помещении окраски(фиг. I). На участке испытания и приработки расположены шкаф с аппаратурой управления, главный пульт управления и рабочее место загрузки двигателей на конвейер. В помещении окраски расположены привод конвейера, рабочее место окрашивания и рабочее место снятия двигателей. Между этими рабочими местами расположена сушильная камера тоннельного типа.

Для проектирования системы автоматического управления были приняты следующие исходные требования:



Фиг. 1. Схема расположения аппаратуры управления линии окраски

I. Конвейер может начать движение, если...

а) ... на главном пульте управления включена кнопка автоматической работы;

б) ... на всех рабочих местах завершены операции и рабочие зафиксировали это нажатием на соответствующие кнопки на пультах управления;

в) ... введенный в сушильную камеру последний двигатель находится там предусмотренное время (I5-20 минут, в зависимости от режима сушки).

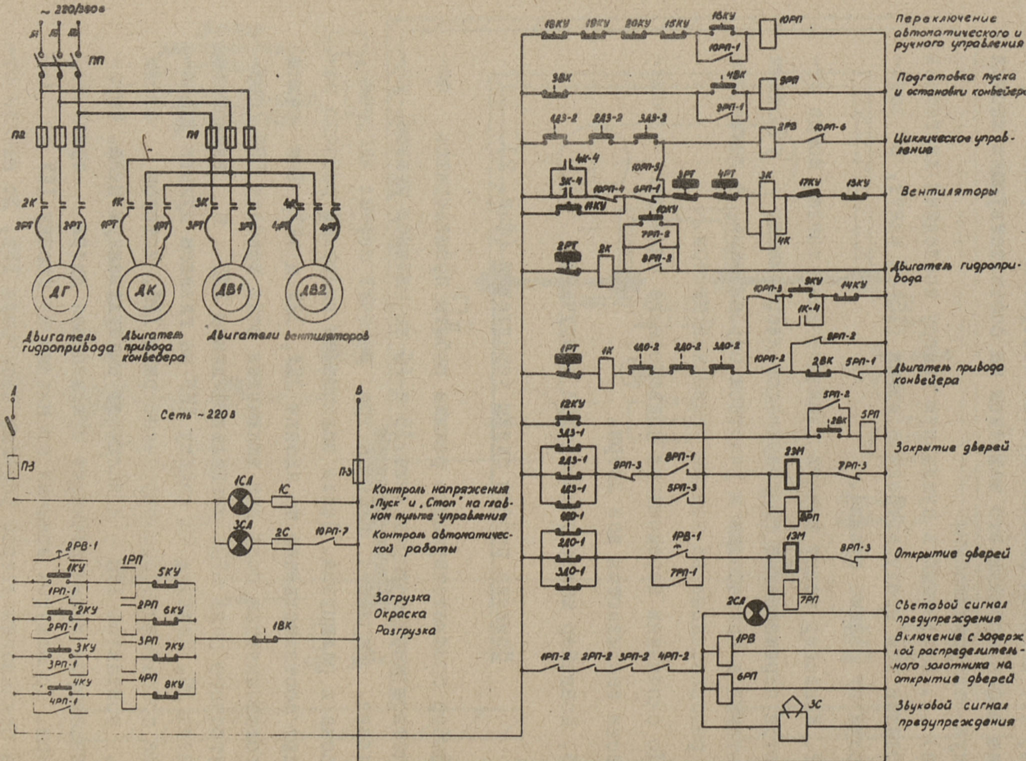
2. Конвейер может начать движение лишь тогда, когда откроются перемещаемые гидроприводом двери между участком испытания и приработки и участком окрашивания, а также двери, расположенные по концам сушильной камеры.

По окончании перемещения конвейера на один шаг автоматически закрываются все двери.

3. Конвейер может управляться и вручную.

<u>Принцип работы схемы управления</u> (фиг. 2)

Выбор соответствующего режима работы производится посредством кнопок управления I5 и I6 на главном пульте управления. На линии имеется три рабочих места: загрузка, окраска и разгрузка. После завершения операций рабочие нажимают соответственно на кнопки 2КУ, 3КУ и 4КУ. Тем самым подготавливается цепь для включения реле времени IРВ, промежуточного реле 6РП, сигнальной лампы 2ЛС и звукового сигнала 3С. Нажимом на кнопку IКУ на главном пульте управления срабатывает промежуточное реле IРП, которое своим н.о. контактом IРП - 2 включает вышеуказанную цепь. Спустя некоторое время начинают открываться двери сушильной камеры. Промежуток времени от нажима на кнопку IКУ до начала открывания дверей регулируется реле IРВ. До начала открывания дверей можно с каждого рабочего места и главного пульта управления прекратить полуавтоматический цикл нажатием на соответствующие кнопки 5КУ, 6КУ, 7КУ и 8КУ.



Фиг. 2. Принципиальная электрическая схема автоматического управления линии окраски

Реле времени IРВ после заданной выдержки включает электромагнит IЭМ распределительного золотника гидропривода и промежуточное реле 7РП. Распределительный золотник установлен в положение, соответствующее открыванию дверей.

При открывании дверей размыкаются путевые выключатели IДЗ, 2ДЗ и 3ДЗ. При полностью открытых дверях нажимаются путевые выключатели IДО, 2ДО и 3ДО, после чего отключается двигатель насоса гидропривода ДГ, а распределительный золотник возвращается в нейтральное положение. Пускатель IК своими главными контактами включает двигатель привода конвейера.

После перемещения конвейера на один шаг (2,4 м) прикрепленный к конвейеру кулачок нажимает на путевой включатель 2ВК, цепь пускателя IК обесточивается и двигатель ДК останавливается. Одновременно, посредством путевого выключателя 2ВК включается второй электромагнит 2ЭМ распределительного золотника гидропривода и промежуточное реле 3РП. Распределительный золотник устанавливается в положение, соответствующее закрытию дверей.

При закрывании дверей кулачком, прикрепленным к двери на мгновение нажимается путевой выключатель IВК. В конечном положении дверей нажимаются путевые выключатели IДЗ, 2ДЗ и 3ДЗ, которые пускают вентиляторы и включают реле времени 2РВ. Реле времени 2РВ обеспечивает время пребывания двигателя в сушильной камере (I5 минут).

За это время снимается с конвейера вышедший из сушильной камеры двигатель, грузится на конвейер новый двигатель и красится один двигатель на конвейере. После каждой операции рабочие на своих местах подают сигнал нажатием на соответствующие кнопки. Кнопка на главном пульте управления не используется, ее заменяет реле времени 2РВ.

Нажатием на путевой выключатель 2ВК конвейер останавливается, выключатель 2ВК остается нажатым и освобождается лишь при новом движении конвейера. Для обеспечения возможности начать движение при нажатом включателе 2ВК в схеме имеется промежуточное реле 8РП, позволяющее пускать конвейер при новом цикле.

Промежуточное реле 9РП включается при закрытом положении дверей путевым выключателем 4ВК. Чтобы промежуточное реле 9РП не выключалось при открывании дверей, контакт 4ВК блокируется посредством реле 9РП. Таким образом, независимо от путевого выключателя 2ВК возможен пуск конвейера.

Закрытие дверей становится возможным тогда, когда кулачок конвейера нажимает на путевой выключатель 3ВК, в результате чего включается гидропривод.

Кнопки 10КУ, 11КУ, 12КУ, 13КУ, 14КУ и 9КУ предусмотрены для работы в режиме ручного управления.

Для аварийной остановки на каждом рабочем месте имеются аварийные кнопочные выключатели 18КУ, 19КУ и 20КУ.

Изготовленная по данному проекту линия работает на Тартуском опытно-ремонтном заводе. Автоматическое управление линии облегчает работу, повышает качество продукции и культуру производства в окрасочном отделении цеха.

Литература

1. Ю.Н. Ивенский, А.Г. Туллер. Электроавтоматика станочных линий. Машиностроение, 1964.

2. Г.Ф. Сточик. Технология окраски машины. Высшая школа, 1967.

3. В.Е. Стоколев. Проектирование и монтаж электрооборудования кузнечно-прессовых машин. Машгиз, 1962.

4. В.Ф. Ржевский, Г.А. Сечкарев. Справочник проектированию автоматических линий. Наука, 1966.

B.Saar, E.Rannat, R.Rannamäe

Das Automatische Steuerungsüstem eines Fließbands zum Farbauftragen für Schleppenmotoren

Zusammenfassung

Das in dem vorliegenden Artikel beschriebende Steuerungsystem ist für das Versuch-Reperaturwerk Tartu ausgearbeitet und gefertigt. Die automatische Steuerungsanlage ermöglicht die Arbeit des Fließbands. Der Ablauf wird durch das Farb - auftragen und der Dauer der Trockenoperation geregelt.

Für die Ausarbeitung des Steuerungsystem wurden die sich in der Praxis bewährten Anlage und neben elektrischen Motoren auch elektrisch-gesteuerte Hydroanlagen als Arbeitsorgane gebracht. Das automatische Steuerungsystem verbessert die Durchführung des Anstreichens und hebt die Kultur der Arbeit.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 281 1969

УДК 681.831.024

Э.М. Хендре

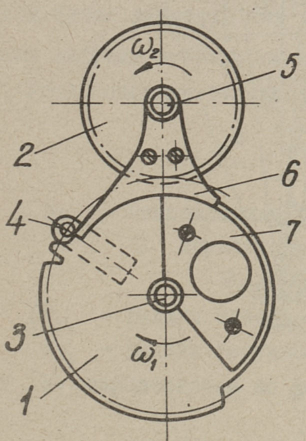
ЗУБЧАТЫЕ ШАГОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ, РАБОТАЮЩИЕ БЕЗ ЖЕСТКИХ УДАРОВ

Шаговые механизмы применяются для воспроизведения прерывистого движения с остановками. Одним из видов таких механизмов являются зубчатые шаговые механизмы, позволяющие получить прерывистое вращательное, качательное или возвратно-поступательное движения. В таких механизмах непрерывное вращение ведущего звена преобразуется в прерывистое движение ведомого с помощью передачи, состоящей из неполнозубого ведущего и полнозубого ведомого колес. Зубчатые шаговые механизмы, в отличие от других механизмов прерывистого движения, позволяют изменять цикловые характеристики (соотношение углов поворота ведущего и ведомого колес, соотношение времени движения и покоя ведомого колеса) в очень широких пределах. Кроме того, в основном периоде цикла движение ведомого колеса является равномерным.

Простейшими зубчатыми шаговыми механизмами являются механизмы, не имеющие каких-либо дополнительных устройств для ввода и вывода зубьев из зацепления. Однако работа таких механизмов сопровождается жесткими ударами при входе в зацепление первой пары и выходе из него последней пары зубьев. Вследствие этого подобные механизмы могут быть применены лишь при малых скоростях и малых массах звеньев ведомой цепи. Для смягчения или устранения жестких ударов были предложены дополнительные устройства: эпициклические пазы на ведомом колесе [I], рычаги с профилями в виде центроид или взаимоогибающих кривых [2], спаренные кулачки [3,4], пазовые кулачки с замкнутым профилем [5]. Осуществление этих конструкций связано с обработкой точных криволинейных профилей, что существенно усложняет технологию изготовления и сборки. Поэтому применение таких механизмов оправдано, главным образом, в высокоскоростных приводах со значительными инерционными массами в ведомой цепи, когда, помимо устранения ударов, важное значение имеет закон движения в фазе разгона и замедления ведомых масс. В остальных же случаях могут быть с успехом применены более простые безударно работающие зубчатые шаговые механизмы и, в частности, механизмы на базе эвольвентных корригированных колес, имеющие для ввода зубьев в зацепление прямопрофильный рычаг включения. Теории подобных механизмов и посвящена данная статья.

Исходным механизмом является зубчатый шаговый механизм, анализ которого изложен в статье [6]. Исследование исходного механизма приводит к выводу, что безударный ввод в зацепление первой пары зубьев может быть обеспечен действительно только с помощью дополнительных устройств. С той целью можно ведомое колесо снабдить прямопрофильной кулисной вилкой, зацепляющейся в фазе разгона с пальцем на ведущем колесе. Тогда в начальной фазе цикла механизм будет работать подобно мальтийскому механизму, что обеспечивает разгон ведомого колеса до необходимой для безударного ввода зубьев в зацепление скорости. Так как в последующем периоде (фаза равномерного вращения ведомого колеса) траектория пальца ведущего колеса в относительном движении представляет собой эпициклоиду, для выхода пальца из паза потребовалось бы на ведомом колесе иметь дополнительный эпициклоидный паз. Однако исследования мальтийских механизмов показали [7], что при правильном изготовлении заборной части прямопрофильных пазов ведущий ролик взаимодействует в фазе разгона лишь с одной стороной паза. Поэтому нет необходимости в геометрическом замыкании пальца, и паз для разгона ведомого колеса может быть заменен прямым однопрофильным рычагом. Тем самым отпадает также надобность в дополнительном пазе для выхода пальца.

В период выхода последней пары зубьев из зацепления (фаза замедления ведомого колеса) можно соответствующим выбором коэффициента коррекции ξ или чисел зубьев ведомого колеса достичь того, чтобы скорость его постепенно убывала и в конечный момент цикла движения становилась равной нулю, что соответствует условию безударного выхода зубьев из зацепления. Следовательно, дополнительных устройств в фазе замедления не требуется.



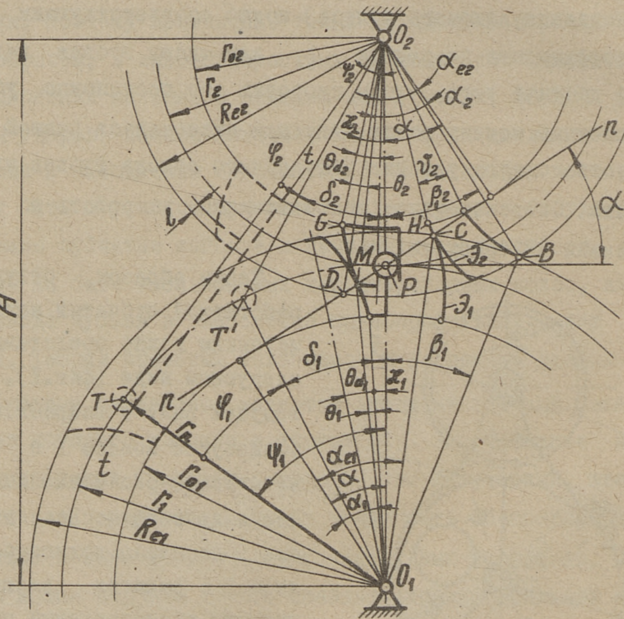
Фиг. 1

Таким образом, безударно работающий зубчатый шаговый механизм можно представить в следующем виде (фиг.I). На ведущем валу 3 закреплено неполнозубое колесо I с соответственно расположенным пальцем включения 4. На ведомый вал 5 насажено полнозубое колесо 2 с рычагом включения, имеющим прямолинейный профиль разгона. Зубья колес I и 2 имеют высотную коррекцию $(\xi_1 = -\xi_2 = \xi)$[1)] обеспечивающую нулевую скорость выхода ведомого колеса из зацепления. При непрерывном враще-

---

1) В дальнейшем, где это особо не оговорено, индекс "I" относится к неполнозубому ведущему, индекс "2" - к полнозубому ведомому колесу.

нии ведущего колеса I по часовой стрелке ведомое колесо 2 будет вращаться по определенному закону с периодическими остановками. Чтобы исключить самопроизвольный поворот ведомого колеса 2 во время остановки, на колесах устанавливают запирающие дуги. При запирании выпуклая дуга 7 ведущего колеса скользит по вогнутой поверхности детали рычага 6. Механизм является нереверсивным.



Фиг. 2

В работе такой механизм периодически меняет свою структуру. В фазе разгона ведомого колеса, когда движение передается от пальца к рычагу, механизм работает как мальтийский механизм. Угол поворота ведомого колеса к концу фазы (фиг. 2)

$$\varphi_{2к}^{I} = \psi_2 ,$$

где ψ_2 - начальный угол между прямолинейным профилем рычага и линией центров O_1O_2.

Затем следует фаза равномерного движения, когда механизм работает как обыкновенная зубчатая передача. Это продолжается до наступления кромочного контакта зубьев в точке B. Угол поворота ведомого колеса за это время

$$\varphi_{2k}^{II} = \varkappa_2 + \nu_2 + \frac{2\pi}{z_2}(z_1 - 1),$$

где z_1, z_2 - числа зубьев колес,

$\varkappa_2, \nu_2$ - направляющие углы радиуса - вектора начальной точки эвольвенты $Э_2$ профиля зуба соответственно в начале и в конце правильного зацепления (точки G и H).

С момента ухода точки контакта от линии правильного зацепления $n-n$ в точке C начнется фаза замедления. Механизм будет работать как кулачковый механизм с остроконечным ведущим коромыслом и с эвольвентным ведомым кулачком. Угол поворота ведомого колеса до остановки

$$\varphi_{2k}^{III} = \beta_2 - \nu_2 - \Theta_{e2}, \tag{I}$$

где β_2 - направляющий угол радиуса вектора $\bar{R}_{e2}$ точки B пересечения окружностей выступов колес,

$$\Theta_{e2} = \mathrm{inv}\,\alpha_{e2} = \mathrm{inv}\arccos\frac{r_{o2}}{R_{e2}}$$

(r_{o2} - радиус основной окружности,

R_{e2} - радиус окружности выступов).

Угол β_2 определяется по формуле [2])

$$\beta_2 = \arccos\left[1 - \frac{4(z_u - 2\xi)}{(z_u + z_2)(z_2 + 2 + 2\xi)}\right],$$

где z_u - число зубьев исходного полного колеса, из которого путем удаления части зубьев получено неполнозубое ведущее колесо.

Полный угол поворота ведомого колеса за цикл

2) см. вывод формулы (28).

$$\varphi_2 = \varphi_{2k}^{I} + \varphi_{2k}^{II} + \varphi_{2k}^{III} = \psi_2 + \varkappa_2 + \frac{2\pi}{z_2}(z_1+1) + \beta_2 - \Theta_{e2}. \qquad (2)$$

Угол φ_2 должен удовлетворять условию

$$\varphi_2 = \frac{2\pi i}{N}, \qquad (3)$$

где N – заданное число остановок ведомого колеса за полных оборотов его.

В большинстве случаев $i = 1$.

Выполнение условия (3) достигается соответствующим выбором числа зубьев z_1 и связанного с углом установки рычага угла $\varkappa_2$. Для определения z_1 задаемся углом $\varkappa_2 = 0$ и найдем на основании (2) и (3) при выбранном числе зубьев z_2 первоначальное теоретическое число зубьев z_1'. При $i = 1$:

$$z_1' = \frac{z_2}{N} - \frac{z_2(\psi_2 + \beta_2 + \varkappa_2 - \Theta_{e2})}{2\pi} = z_1 + s. \qquad (4)$$

Действительное число зубьев z_1 определяется округлением z_1' до ближайшего целого числа в сторону уменьшения (тогда получится $0 < s < 1$) или увеличения ($-1 < s < 0$). Теперь можем из (4) найти значение $\varkappa_2$, при котором s обращается в нуль, то есть $z_1' = z_1$. Получим

$$\varkappa_2 = -\frac{2\pi s}{z_2}.$$

Связь между отсчитываемым по часовой стрелке от оси входного зуба ведомого колеса углом установки τ_2 рычага и углом $\varkappa_2$ выразится

$$\tau_2 = \varkappa_2 - \Theta_{d2},$$

где Θ_{d2} – угол между радиусом-вектором начальной точки G эвольвенты $Э_2$ бокового профиля и осью зуба, определяемый по формуле

$$\Theta_{d2} = \frac{\pi}{2z_2} + \frac{2\xi \operatorname{tg}\alpha}{z_2} + \operatorname{inv}\alpha. \qquad (5)$$

Угол зацепления $\alpha = 20^0$, $\operatorname{inv}\alpha = 0,0149044$.

Для определения угла установки τ_1 пальца относительно оси первого зуба неполнозубого колеса находим связь между $\varkappa_2$ и соответствующим углом $\varkappa_1$ неполнозубого колеса. Согласно фиг. 2 имеем следующие зависимости:

$$\varkappa_2 = \Theta_2 - \alpha + \alpha_2 = \mathrm{inv}\alpha_2 - \alpha + \alpha_2 = \mathrm{tg}\alpha_2 - \alpha \,,$$

$$MP = r_{o2}(\varkappa_2 + \alpha) - r_{o2}\mathrm{tg}\alpha = r_{o2}(\varkappa_2 - \mathrm{inv}\alpha). \qquad (6)$$

С другой стороны, поскольку $\varkappa_1 = \alpha - \alpha_1 + \Theta_1 = \alpha - \mathrm{tg}\alpha_1$ и $\mathrm{tg}\alpha - \alpha = \mathrm{inv}\alpha$, то можем записать

$$MP = r_{o1}(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\alpha_1) = r_{o1}(\varkappa_1 + \mathrm{inv}\alpha). \qquad (7)$$

На основании равенств (6) и (7) получим

$$\varkappa_1 = \frac{\varkappa_2 - \mathrm{inv}\alpha\,(1 + i_{21}^{II})}{i_{21}^{II}}, \qquad (8)$$

где $$i_{21}^{II} = \frac{\omega_2^{II}}{\omega_1} = \frac{r_{o1}}{r_{o2}} = \frac{z_u}{z_2}.$$

Угол установки пальца τ_1, отсчитываемый по часовой стрелке от оси первого зуба неполнозубого колеса, будет

$$\tau_1 = \varkappa_1 + \Theta_{d1},$$

где угол Θ_{d1} определяется по формуле (5); в формулу (5) подставляют вместо z_2 число зубьев z_u и учитывают, что $\xi = -\xi_2$.

Для того, чтобы зацепление во второй фазе цикла началось в пределах участка правильного зацепления DC, необходимо выполнить условие

$$\sigma_1 + \Theta_{d1} - \alpha \leqslant \varkappa_2 \leqslant \sigma_2 + \Theta_{d2} - \alpha.$$

Используя формулу (8) и имея в виду, что

$$\cos\alpha_{e1} = \frac{r_{o1}}{R_{e2}} = \frac{z_1\cos\alpha}{z_1 + 2 - 2\xi},$$

$$\cos\alpha_{e2} = \frac{r_{o2}}{R_{e2}} = \frac{z_2\cos\alpha}{z_2 + 2 + 2\xi},$$

получим верхний и нижний пределы для угла $\varkappa_2$:

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_2 &\leq \arccos \frac{z_2\cos\alpha}{z_2+2+2\xi} + \Theta_{d2} - \alpha \\ \varkappa_2 &\geq i_{21}^{\pi}\left(\arccos\frac{z_1\cos\alpha}{z_2+2-2\xi} + \Theta_{d2}-\alpha\right) + \left(1+i_{21}^{\pi}\right)\mathrm{inv}\alpha \end{aligned}\right\}. \quad (9)$$

По этим неравенствам необходимо проверить значение $\varkappa_2$, если при округлении z_1' получилось абсолютное значение $|s| > 0,45$. Если одно из неравенств (9) не удовлетворяется, следует округление числа зубьев z_1' произвести в противоположную сторону.

Интерференция зубьев в фазе разгона устраняется уменьшением высоты входного зуба ведомого колеса на величину [3]

$$l = R_{e2} - \sqrt{2\left(L^2\sin^2\alpha + Lr_1\sin\alpha\right) + r_1^2} \;,$$

где r_1 – радиус начальной окружности, $L = MP$ по формуле (6).

Переходим к рассмотрению кинематики механизма.

В фазе разгона ведомое колесо получает движение от пальца T. Для безударного входа пальца в соприкосновение с профилем $t-t$ рычага необходимо, чтобы

$$\psi_2 = 90° - \psi_1 \;, \qquad \text{(I0)}$$

где ψ_1 – угол, определяющий положение пальца T относительно линий центров в начале цикла.

Для произвольного положения пальца имеем:

$$\sin\delta_2 = \frac{r_n\cdot\sin\delta_1}{\sqrt{A^2+r_n^2-2Ar_n\cos\delta_1}} \;, \qquad \text{(II)}$$

где $r_n = O_1T = O_1T'$ – радиус установки пальца,

A – межцентровое расстояние.

Текущие углы δ_1, δ_2 связаны с углами поворота колес $\varphi_i = \psi_i - \delta_i$, причем $0 \leq \delta_i \leq \psi_i$ $(i = 1, 2)$.

---

[3] Этот вопрос, связанный с непрерывностью зацепления при $i > 1$ (см.формулу (3)), будет более подробно рассматриваться в отдельной статье.

Подставив в (II) $r_n = A \cdot \sin\psi_2$, получим функцию положения в виде

$$\delta_2 = \arcsin \frac{\lambda \sin\delta_1}{\sqrt{1+\lambda^2 - 2\lambda\cos\delta_1}}, \tag{I2}$$

где
$$\lambda = \frac{r_n}{A} = \sin\psi_2 = \cos\psi_1 .$$

Полагая угловую скорость ведущего колеса $\omega_1 = \text{const}$, найдем дифференцированием (I2) по углу δ_1 первую передаточную функцию (аналог угловой скорости):

$$K_\omega^I = \frac{d\delta_2}{d\delta_1} = \frac{\lambda(\cos\delta_1 - \lambda)}{1+\lambda^2 - 2\lambda\cos\delta_1} = i_{21}^{II} . \tag{I3}$$

Вторая передаточная функция (аналог углового ускорения)

$$K_\varepsilon^I = \frac{d^2\delta_2}{d\delta_1^2} = -\frac{\lambda\sin\delta_1(1-\lambda^2)}{(1+\lambda^2-2\lambda\cos\delta_1)^2} . \tag{I4}$$

Угловая скорость ω_2^I и угловое ускорение ε_2^I ведомого колеса в фазе разгона будут

$$\omega_2^I = \frac{d\delta_2}{d\delta_1} \cdot \frac{d\delta_1}{dt} = K_\omega^I \cdot \omega_1 , \tag{I5}$$

$$\varepsilon_2^I = \frac{d^2\delta_2}{d\delta_1^2} \cdot \left(\frac{d\delta_1}{dt}\right)^2 = K_\varepsilon^I \cdot \omega_1^2 . \tag{I6}$$

В начале фазы разгона $\delta_1 = \psi_1 = 90^\circ - \psi_2 (\psi_2 = \delta_2)$. Подставив это значение в выражение (I3), получим $K_\omega^I = 0$ и, следовательно, $\omega_{2н}^I = 0$, что подтверждает правильность ранее поставленного условия (I0).

Угловая скорость ω_2^I будет максимальная, когда $K_\varepsilon^I = 0$. Из (I4) следует, что в этот момент $\delta_1 = 0$, то есть центр пальца T находится на линии центров колес. Максимальное значение угловой скорости, отнесенное к угловой скорости ведущего колеса

$$\left(\frac{\omega_2^{I}}{\omega_1}\right)_{max} = \frac{\lambda}{1-\lambda} = \frac{r_n}{A-r_n}. \qquad (17)$$

Для безударного ввода зубьев в зацепление необходимо, чтобы

$$\left(\frac{\omega_2^{I}}{\omega_1}\right)_{max} = \frac{\omega_2^{II}}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}, \qquad (18)$$

где r_1, r_2 – радиусы начальных окружностей.

Из (17) и (18) вытекает обязательное условие $r_n = r_1$.

Угловое ускорение ε_2^{I} в начале фазы разгона

$$\varepsilon_{2н}^{I} = \omega_1^2 \cdot ctg\,\psi_1 \neq 0,$$

то есть происходит мягкий удар.

Для определения угла $\delta_{1\varepsilon}$, при котором ε_2^{I} достигает максимума, воспользуемся уравнением

$$2\lambda \cdot \cos^2\delta_1 + (1+\lambda^2)\cos\delta_1 - 4\lambda = 0,$$

выражающим равенство нулю производной $\frac{d\varepsilon_2^{I}}{d\delta_1}$. Принимая $\delta_1 = \delta_{1\varepsilon}$, получим

$$\delta_{1\varepsilon} = \psi_1 - \varphi_{1\varepsilon} = \arccos\left[\sqrt{\left(\frac{1+\lambda^2}{4\lambda}\right)^2 + 2} - \frac{1+\lambda^2}{4\lambda}\right].$$

Из выражений (13) и (16) следует, что максимальное значение ε_2^{I} будет тем больше, чем больше заданное значение

$$i_{21}^{II} = \frac{1}{\lambda} - 1.$$

Во второй фазе цикла, начинающейся контактом зубьев в точке M, механизм работает как обыкновенная зубчатая передача и

$$\varphi_2^{II} = i_{21}^{II} \cdot \varphi_1,$$

$$K_\omega^{II} = i_{21}^{II} = \frac{\omega_2^{II}}{\omega_1} = \frac{z_u}{z_2},$$

$$K_\varepsilon = 0.$$

Определим функцию положения в третьей фазе цикла. Согласно фиг. 3 имеем

$$R_{e1} \cdot \cos\varphi_1 + R_2\cos(\varphi_2^{III} + \Theta_2) = A, \qquad (19)$$

где $\varphi_1, \varphi_2^{III}$ – углы поворота в третьей фазе, отсчитываемые от линии центров,

Θ_2 — эвольвентный угол для точки контакта K,
$\overline{R}_2 = \overline{O_2K}$ — радиус-вектор точки K.

Так как

$$R_2 = \frac{R_{e1} \sin\varphi_1}{\sin(\varphi_2^{III} + \Theta_2)}, \qquad (20)$$

то после подстановки в (I9) и преобразований получим:

$$\operatorname{ctg}\varphi_2 (R_{e1}\cdot\cos\varphi_1 + R_{e1}\cdot\sin\varphi_1 \operatorname{ctg}\Theta_2 - A) = R_{e1}\cdot\sin\varphi_1 - \operatorname{ctg}\Theta_2 (A + R_{e1}\cdot\cos\varphi_1).$$

Заменяя R_{e1} и A выражениями

$$R_{e1} = \frac{m}{2}(z_u + 2 - 2\xi),$$

$$A = \frac{m}{2}(z_u + z_2),$$

и обозначая $z_u + 2 - 2\xi = M$, получим функцию положения в виде

$$\varphi_2^{III} = \operatorname{arctg}\frac{M\sin\varphi_1\cdot\operatorname{ctg}\Theta_2 + M\cos\varphi_1 - z_u - z_2}{M\sin\varphi_1 + \operatorname{ctg}\Theta_2 (z_u + z_2 - M\cos\varphi_1)}. \qquad (2I)$$

Эвольвентный угол

$$\Theta_2 = \operatorname{inv}\alpha_2 = \operatorname{tg}\alpha_2 - \alpha_2 = \frac{\sqrt{R_2^2 - r_{o2}^2}}{r_{o2}} - \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{R_2^2 - r_{o2}^2}}{r_{o2}},$$

или, приняв $R_2 = p\cdot r_{o2}$:

$$\Theta_2 = \sqrt{p^2 - 1} - \operatorname{arctg}\sqrt{p^2 - 1}.$$

Для облегчения расчетов можно для функции $\Theta_2 = \Theta_2(p)$ составить таблицу; тогда для определения Θ_2 достаточно подсчитать значение p при заданном угле φ_1. Используя зависимость

$$R_2 = \sqrt{A^2 + R_{e1}^2 - 2AR_{e1}\cdot\cos\varphi_1},$$

получим после подстановки выражений для A, R_{e1}, r_{o2}:

$$p = \frac{\sqrt{(z_u + z_2)^2 + M^2 - 2M(z_u + z_2)\cos\varphi_1}}{z_2\cos\alpha}.$$

Дифференцируя функцию перемещения (2I) по углу φ_1, получим первую передаточную функцию:

$$\frac{d\varphi_2^{III}}{d\varphi_1} = i_{21}^{III} = \frac{\partial\varphi_2^{III}}{\partial\varphi_1} + \frac{\partial\varphi_2^{III}}{\partial\Theta_2}\cdot\frac{d\Theta_2}{dp}\cdot\frac{dp}{d\varphi_1}. \qquad (22)$$

В развернутом виде (22) представляет собой чрезвычайно громоздкое выражение, мало пригодное для практических расчетов. Учитывая, что точное определение кинематических и динамических характеристик для фазы замедления по сравнению с фазой разгона не имеет столь существенного значения, в настоящей работе предлагается графический метод исследования фазы разгона. Первую передаточную функцию определим по мгновенным положениям полюса зацепления P_i на линии центров O_1O_2:

$$K_\omega^{III} = i_{21}^{III} = \frac{\omega_2^{III}}{\omega_1} = \frac{O_1P_i}{O_2P_i} = \frac{A}{O_2P_i} - 1 ,$$

где O_1P_i и O_2P_i - отрезки, на которые мгновенный полюс зацепления P_i делит линию центров,

A - межцентровое расстояние в масштабе чертежа.

Точку P_i находят как точку пересечения нормали $n'-n'$ профиля зуба ведомого колеса с линией центров при фиксированных значениях φ_1.

После построения графика зависимости $K_\omega^{III} = K_\omega^{III}(\varphi_1)$ можно графическим дифференцированием найти график $K_\varepsilon^{III} = \frac{K_\omega^{III}}{d\varphi_1}$.

Действительные величины ω_2^{III} и ε_2^{III} определяются с учетом масштабного коэффициента графиков по формулам, аналогичным (15) и (16).

Для безударного выхода ведомого колеса из зацепления в точке В необходимо, чтобы

$$\omega_{2к}^{III} = 0 . \tag{23}$$

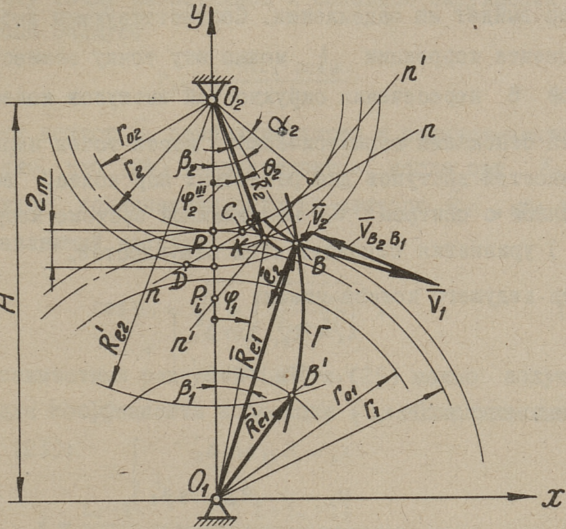
Очевидно, в общем случае скорость ω_2^{III} становится равной нулю в момент, когда в точке контакта зубьев

$$\bar{V}_1 \cdot \bar{e}_2 = 0 , \tag{24}$$

где $\bar{V}_1$ - вектор окружной скорости вершины зуба неполнозубого колеса,

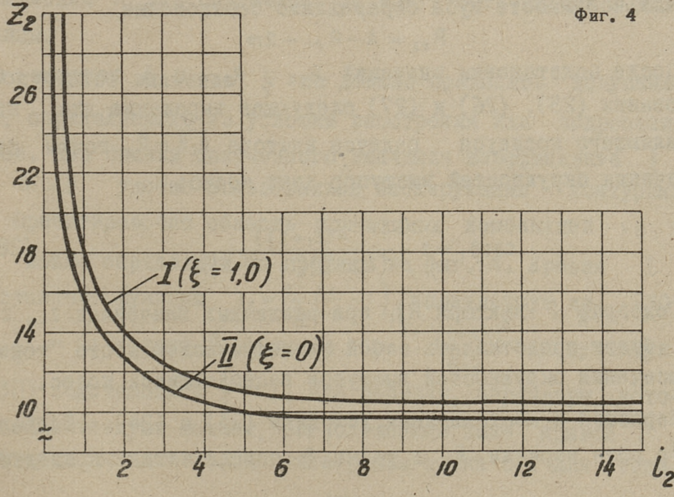
$\bar{e}_2$ - орт нормали эвольвентного рабочего профиля зуба ведомого колеса.

Скалярное уравнение (24) выражает перпендикулярность векторов $\bar{V}_1$ и $\bar{e}_2$ в данной точке контакта. Начиная с этой



y
x
O_2
O_1
A
2m
n'
n
P
K
C
D
B
B'
Г

Фиг. 3



Z_2
26
22
18
14
10
2
4
6
8
10
12
14
i_{2u}
I (ξ = 1,0)
II (ξ = 0)

Фиг. 4

точки дальнейший контакт зубьев прекращается, и ведомое колесо выйдет из зацепления. Соответствующим выбором коэффициента коррекции ξ можно эту точку совместить с точкой B пересечения окружностей выступов колес.

Для отыскания геометрического места точек пересечения окружностей выступов для различных пар колес, запишем в связанной с центром O_1 неподвижной системе координат S (x,y) уравнения семейств этих окружностей.

Для ведущего колеса имеем:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= R_{e1} \cdot \sin\beta_1' \\ y_1 &= R_{e1} \cdot \cos\beta_1' \end{aligned}\right\}, \qquad (25)$$

для ведомого колеса:

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= R_{e2} \sin\beta_2' \\ y_2 &= A - R_{e2} \cos\beta_2' \end{aligned}\right\}. \qquad (26)$$

Текущий угол β_1' отсчитывается от линии центров по часовой стрелке, угол β_2' - против часовой стрелки.

В точке пересечения

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ y_1 &= y_2 \end{aligned}\right\}. \qquad (27)$$

Для передач с высотной коррекцией при модуле m и при нормальной высоте зуба справедливо соотношение

$$R_{e2} = A - R_{e1} + 2m.$$

После подстановки значений R_{e2}, R_{e1} и A получим на основании (25), (26) и (27) следующее выражение для направляющего косинуса радиуса вектора $\overline{O_2B} = \overline{R}_{e1}$ точки пересечения окружностей выступов двух колес:

$$\cos\beta_1 = 1 - \frac{4(z_2+2\xi)}{(z_u+z_2)(z_u+2-2\xi)}. \qquad (28)$$

Годограф Γ вектора $\overline{R}_{e1}$ при различных значениях z_u, z_2 и ξ будет представлять собой геометрическое место точек пересечения окружностей выступов зацепляющихся колес.

Вернемся к поставленным условиям (23) и (24). Направление орта нормали $\overline{e}_2$ в точке B определяется проведенной через эту точку касательной к основной окружности ведомого колеса радиуса

$$r_{02} = \frac{m z_2 \cdot \cos\alpha}{2}.$$

Поскольку вектор $\overline{V}_1$ перпендикулярен к радиусу-вектору $\overline{R}_{e1}$, очевидно, что (24) удовлетворится, когда орт $\overline{e}_2$ в точке B будет коллинеарен радиусу-вектору $\overline{R}_{e1}$, то есть, когда направляющий косинус

$$\cos\beta_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{z_2 \cos\alpha}{z_u + z_2}\right)^2}. \tag{29}$$

Теперь совместным решением (28) и (29) можно получить выражение для коэффициента коррекции ξ, обеспечивающего выполнение (23):

$$\xi = \frac{z_u + 2}{2} - \frac{2 + z_u + z_2}{\frac{z_u + z_2}{2}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{z_2 \cos\alpha}{z_u + z_2}\right)^2}\right] + 2},$$

или

$$\xi = 1 + \frac{z_2 i_2^{\text{II}}}{2} - \frac{\frac{2}{z_2} + i_{21}^{\text{II}} + 1}{K + \frac{2}{z_2}}, \tag{30}$$

где

$$K = \frac{1}{2}\left[i_{21}^{\text{II}} + 1 - \sqrt{\left(i_{21}^{\text{II}} + 1\right)^2 - \cos^2\alpha}\right].$$

Значения K для различных i_{21}^{II} могут быть заданы в виде таблицы.

Полученное значение ξ не должно превышать допускаемого, определяемого из условия заострения или подрезания зубьев. Для оценки полученного значения коэффициента ξ при $m > 0$ удобно пользоваться блокирующими контурами [8]. Ориентировочно область приемлимых комбинаций i_{21} и z_2 можно определить по графику на фиг. 4. Кривая I представляет функцию $z_2 = \frac{2}{i_{21}^{\text{II}}}\left(\frac{1}{K} - 1\right)$, полученную из (30) при ξ = 0; кривая II функцию $z_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4K i_{21}^{\text{II}}}}{K i_{21}^{\text{II}}}$ полученную из (30) подстановкой ξ = I. Для передач, параметры которых соответствуют точкам, расположенным ниже кривой I, характерен выход из зацепления ранее точки B. Для того, чтобы угол φ_2^{III} соответствовал определяемому по выражению (I), ξ_1 должно быть меньше нуля.

Литература

I. A. Bock. Sternradgetriebe. Zeitchrift. VDI, Bd.73, No. 12, 1929, s. 397–401.

2. К.А. Амирян. Удар зубчатых механизмов прерывистого движения и их устранение. Сб. научных трудов Армянского сельскохозяйственного института, №I2, Ереван 1962, стр. 469–487 (на арм.языке).

3. С.Г. Стельмащук. Питання синтезу особливих механізмів неповнозубих коліс з кулачковим вмиканням. Зб. "Поліграфія і видавнича справа", вип.4. Львів 1968, стр. II3-I24.

4. J. Volmer. Berechnungsunterlagen für Sternrad-Schaltgetriebe. Industrieblatt, No. 5. 1964, s. 147 – 152.

5. L. Glasnák. Mechanizmy pre rotačné pohyby s prestávkami. Strojnícky časopis, č. 4, 1967, str. 347 -359.

6. Э.М. Хендре. Шаговые механизмы на базе эвольвентных зубчатых колес. Известия вузов. "Приборостроение", № 6, I969, стр. 63–67.

7. И.И. Артоболевский, Е.Г. Нахапетян, Н.П. Раевский. Экспериментальное исследование динамики машин-автоматов. Машиноведение, № I, 1967, стр. 5-I7.

8. Т.П. Болотовская, И.Я. Болотовский Г.С. Бочаров, В.И. Гуляев, Б.А. Курлов, И.А. Меркурьев, В.Э. Смирнов. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. Машгиз, М. I963.

E. Hendre

Sternrad - Schrittgetriebe mit stoßfreiem Lauf

Zusammenfassung

Im vorliegenden Artikel werden technologisch einfache Sternrad - Schrittgetriebe betrachtet. Sie bestehen aus einem Treiberrad, bei dem nur ein Teil des Kreisumfangs zahnradförmig ausgebildet ist und dem anzutreibenden Vollzahnrad. Mit dieser Anordnung wird eine periodische Bewegung des angetriebenen Rades erreicht. Das schlagfreie Ineinandergreifen der Zähne beider Räder wird durch eine geradlinige Beschleunigungskurve gesichert. Durch eine entsprechende Auswahl der Profilverschiebung wird erreicht, daß die Anfangsgeschwindigkeit des angetriebenen Rades gleich Null ist. Es werden Formeln zur Bestimmung des Drehwinkels, der Winkelgeschwindigkeit, der Winkelbeschleunigung und der profilverschiebung angeführt.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 281 1969

УДК 621.651-154

Ю.К.Порываев, А.И.Ингерма

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ АКСИАЛЬНО-ПОРШНЕВЫХ МАШИН С НАКЛОННОЙ ШАЙБОЙ

В аксиально-поршневых насосах наибольшее распространение получил механизм наклонной шайбы. Аксиально-поршневые насосы в сравнении с другими известными видами обладают рядом преимуществ: более высокий к.п.д., меньший вес на единицу мощности, простота регулирования подачи и др.

Вопросами исследования указанного механизма занималось большое число ученых; большая часть исследований [1 ÷ 26] касается его кинематического анализа.

Большинство точек механизма наклонной шайбы при вращении вала движется по сложным пространственным кривым, его кинематический анализ представляет собой определенную трудность. При выводе законов движения, скоростей и ускорений использовались различные методы и приемы, приведшие к различным результатам, значительно отличающимся друг от друга, особенно при больших углах наклона шайбы.

Не останавливаясь на рассмотрении теоретических концепций, положенных различными учеными в основу при кинематическом анализе механизма наклонной шайбы, ниже будет дан вывод закона движений поршней аксиально-поршневых машин, пользуясь общим методом аналитического исследования пространственных механизмов [1].

I. Машины бесшатунного типа

Принципиальная схема изображена на фиг. I .

При вращении вала В с закрепленным под углом γ диском Д, при неподвижном блоке Б, поршни П совершают возвратно-поступательное движение.

Такой же эффект будет, если вал с наклонным диском неподвижен, а блок Б вращается.

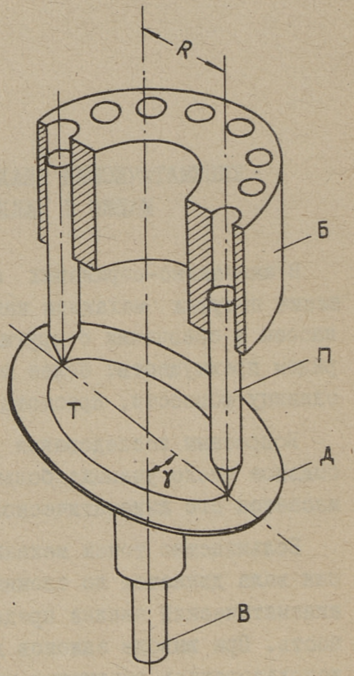
Траекторию АТА (фиг.I) движения точек контакта поршней с наклонным диском даем в ортогональной системе координат (фиг.2).

За начало координат O примем точку пересечения оси вала с плоскостью, перпендикулярной ей и проходящей через точку А контакта поршня с диском в момент наибольшего удаления точки от блока цилиндров.

Ось Оу проведем через точку А.

Ось Oz совместим с осью вала.

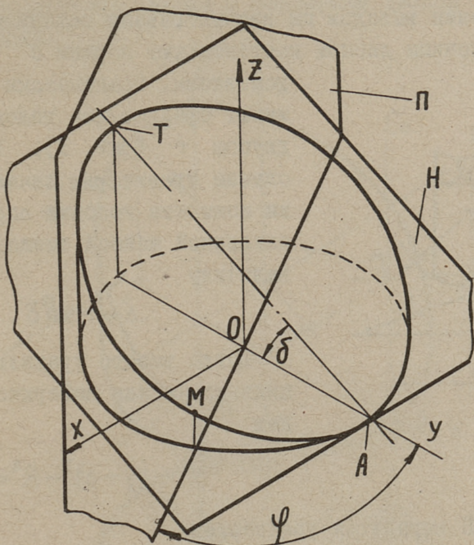
Оси поршней считаем параллельными оси вала машины.



Фиг. 1

Угол между осью вала и осью наклонного диска обозначим через δ , радиус блока цилиндров расположения поршней через R , текущий угол поворота вала через φ . Применение метода [I] приводит к следующим выводам:

I) текущая точка М постоянно принадлежит цилиндрической поверхности с уравнением



Фиг. 2

$$x^2 + y^2 - R^2 = 0 ; \qquad (I)$$

2) текущая точка М постоянно принадлежит плоскости Н, проходящей через начальную точку А под углом δ к оси ОУ, т.е.

$$tg\delta \cdot y + z - Rtg\delta = 0 ; \qquad (2)$$

3) точка М постоянно принадлежит плоскости П, проходящей через ось OZ и составляющей с плоскостью OYZ угол φ. Уравнение плоскости П

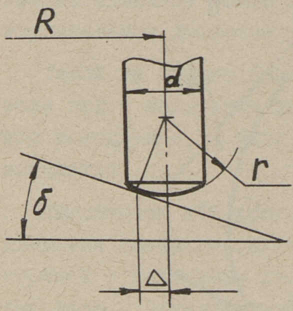
$$x - tg\varphi \cdot y = 0 . \qquad (3)$$

Решая совместно уравнения (I) + (3), находим

$$z = Rtg\delta (1 - \cos\varphi) . \qquad (4)$$

Получили зависимость хода поршны z от угла поворота вала для бесшатунного аксиально-поршневого насоса.

Для упрощения выводов мы рассматривали механизм, у которого с наклонным диском контактируют поршни с острыми головками. Практически поршни имеют сферические головки с радиусом r (фиг. 3). В этом случае траектория движения точки контакта головки поршня с наклонной шайбой смещается на величину



Фиг. 3

$$\Delta \doteq r \sin \delta .$$

Тогда вместо уравнения (I) цилиндрическая поверхность будет

$$x^2 + (y+\Delta)^2 - R^2 = 0. \quad (5)$$

Плоскость H выразится уравнением

$$\operatorname{tg}\delta \cdot y + z - (R-\Delta)\operatorname{tg}\delta = 0. \quad (6)$$

Вместо уравнения (3) будет

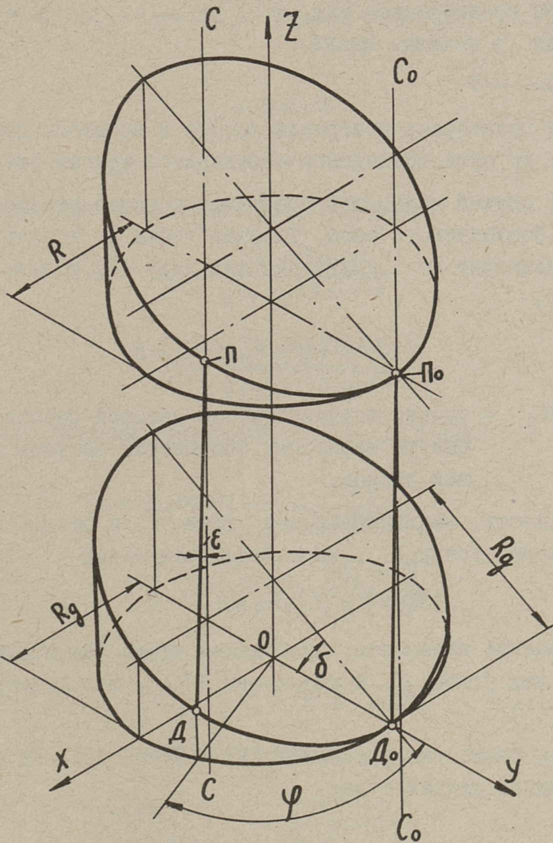
$$x - (y+\Delta)\operatorname{tg}\varphi = 0. \quad (7)$$

Совместное решение уравнений (5) ÷ (7) приводит к уравнению (4). Последнее распространяется также и на бесшатунные аксиально-поршневые машины с гидростатическими опорами поршней.

2. Шатунные аксиально-поршневые машины

В ортогональной системе координат (фиг. 4) показаны траектории движения центров поршневой головки шатуна $П_0ПП_0$ и шарнирного соединения шатуна на наклонном диске $Д_0ДД_0$ при повороте приводного вала машины на один оборот.

Ось OZ совпадает с осью блока цилиндров. Начало координат O совпадает с точкой пересечения оси блока цилиндров с плоскостью, проходящей через точку $Д_0$ перпендикулярно этой оси. Точка $Д_0$ соответствует положению центра шарнирного соединения шатуна с наклонным диском в нижней мертвой точке.



Фиг. 4

Для схемы фиг. 4 примем:

1) Параллельность осей цилиндров СС и блока цилиндров;

2) синхронное вращение блока цилиндров и наклонного диска;

3) в любом положении поршня оси шатуна и цилиндра находятся в плоскости, проходящей через ось блока цилиндров.

Используя указанный выше метод, выведем закон движения поршня.

Рассмотрим два случая: I) угол ε между осями штока и цилиндра пренебрежимо мал, т.е. $\varepsilon \to 0$, 2) $\varepsilon \neq 0$ и изменяется в течение цикла.

I. $\varepsilon \to 0$.

Если пренебречь поворотом шатуна в процессе перемещения поршня, то путь последнего определится траекторией $Д_0ДД_0$.

Этот случай полностью совпадает с ранее разобранным для машины бесшатунного типа. Текущая точка Д теперь постоянно принадлежит не круговому цилиндру (I), а эллиптическому, т.е.

$$x^2\cos^2\delta + y^2 - R_g^2\cos^2\delta = 0, \tag{8}$$

где R_g – радиус окружности, на которой расположены центры шарнирных соединений шатунов с наклонным диском.

Плоскость, наклоненная под углом δ к оси OY и проходящая через точку Д, выразится уравнением

$$tg\delta \cdot y + z - R_g\sin\delta = 0. \tag{9}$$

Уравнение плоскости, проходящей через оси шатуна и цилиндра под углом φ к плоскости OYZ, определяется уравнением (3).

Решая совместно уравнения (8), (9) и (3), ход поршня Z_g для данного случая будет

$$z_g = R_g\sin\delta\left(1 - \frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}}\right). \tag{10}$$

2. $\varepsilon \neq 0$ и изменяется в течение цикла.

Для вывода закона движения поршня с учетом изменяющегося угла ε воспользуемся условием неизменности длины $l_ш$ шатуна.

Выразим длину $l_ш$ через текущие координаты точек

$$D(x_g, y_g, z_g) \text{ и } П(x_п, y_п, z_п).$$

$$l_ш^2 = (x_п - x_g)^2 + (y_п - y_g)^2 + (z_п - z_g)^2.$$

отсюда

$$z_n = z_g + \sqrt{l_ш^2 - (x_n - x_g)^2 - (y_n - y_g)^2}. \qquad (11)$$

Но

$$x_n = R\sin\varphi \qquad (12)$$

$$y_n = R\cos\varphi . \qquad (13)$$

Из совместного решения (3) и (8) имеем

$$x_g = \frac{R_g\cos\delta\sin\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}} \qquad (14)$$

$$y_g = \frac{R_g\cos\delta\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}} . \qquad (15)$$

Решение системы уравнений (10) ÷ (15) дает

$$z_n = R_g\sin\delta\left(1-\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}}\right)+ \sqrt{l_ш^2-\left(R-\frac{R_g\cos\delta}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}}\right)^2} . \qquad (16)$$

Так как при $\varphi = 0$

$$z_n = \sqrt{l_ш^2 - (R - R_g\cos\delta)^2} ,$$

то для хода z поршня получаем

$$z = R_g\sin\delta\left(1-\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}}\right)+ \sqrt{l_ш^2-\left(R-\frac{R_g\cos\delta}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}}\right)^2} - \sqrt{l_ш^2-(R-R_g\cos\delta)^2}. \qquad (17)$$

Найдем угол ε наклона оси шатуна к оси цилиндра.

Каноническое уравнение оси ПД шатуна, проходящей через точки

$П(x_n, y_n, z_n)$ и $D(x_g, y_g, z_g)$, будет

$$\frac{x-x_g}{x_n-x_g} = \frac{y-y_g}{y_n-y_g} = \frac{z-z_g}{z_n-z_g} .$$

Каноническое уравнение оси СС цилиндра

$$\frac{x-x_n}{0}=\frac{y-y_n}{0}=\frac{z-z_n}{1}.$$

Следовательно, для определения угла между этими двумя прямыми можем составить выражение

$$\cos\varepsilon=\frac{(x_n-x_g)\cdot 0+(y_n-y_g)\cdot 0+(z_n-z_g)\cdot 1}{\sqrt{(x_n-x_g)^2+(y_n-y_g)^2+(z_n-z_g)^2}\cdot\sqrt{0+0+1}}=$$

$$=\frac{z_n-z_g}{\sqrt{(x_n-x_g)^2+(y_n-y_g)^2+(z_n-z_g)^2}}. \tag{I8}$$

Подставив в выражение (I8) зависимости (I0), (I2)÷(I6) и произведя необходимые вычисления, получаем

$$\cos\varepsilon=\sqrt{1-\left(\frac{R}{l_ш}\right)^2\left(1-\frac{R_g}{R}\cdot\frac{\cos\delta}{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}\right)^2}. \tag{I9}$$

Выразив $\cos\varepsilon$ через $\sin\varepsilon$, приняв при этом $\sin\varepsilon\approx\varepsilon$, получаем окончательно

$$\varepsilon\approx\frac{R}{l_ш}\left(1-\frac{R_g}{R}\frac{\cos\delta}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}}\right). \tag{20}$$

При проектировании поршня и шатуна нас будет интересовать максимальное значение угла ε. Пользуясь обычными приемами определения экстремальных точек, найдем,что угол ε приобретает экстремальные значения при $\varphi=k\frac{\pi}{2}$, где k – любое целое число, включая ноль.

При k -нечетном

$$\varepsilon_{1max}=\frac{R}{l_ш}\left(1-\frac{R_g}{R}\right). \tag{2I}$$

При k – четном

$$\varepsilon_{2max}=\frac{R}{l_ш}\left(1-\frac{R_g}{R}\cos\delta\right). \tag{22}$$

3. Сравнительный анализ законов движения поршней

Кроме выведенных рассмотрим также закон движения

$$z = R_g \sin\delta \, (1-\cos\varphi), \tag{23}$$

применяемый многими исследователями для шатунных насосов.

За сравнительный критерий принимаем ускорение поршня в относительном движении.

Дифференцируя выражения (4), (I0), (I7), (23), учитывая, что $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, где ω - угловая скорость вращения вала машины, получим

I) для бесшатунных машин

$$W_\delta = \omega^2 R \operatorname{tg}\delta \cos\varphi, \tag{24}$$

2) для машин с законом движения (23)

$$W_y = \omega^2 R_g \sin\delta \cos\varphi, \tag{25}$$

3) для шатунных машин при $\varepsilon \approx 0$

$$W = \omega^2 R_g \sin\delta \cos^2\delta \cos\varphi \frac{1+2\sin^2\delta\sin^2\varphi}{(1-\sin^2\delta\sin^2\varphi)^{5/2}}, \tag{26}$$

4) для шатунных машин с учетом изменяющегося угла ε

$$W_ш = W + \Delta W,$$

где W определяется зависимостью (26) и

$$\Delta W = \omega^2 R_g \frac{R}{l_ш} \sin^2\delta\cos\delta \frac{(1-\Lambda)(1-\sin^2\delta\sin^2\varphi)\cos 2\varphi + (\frac{3}{4}-\Lambda)\sin^2\delta\sin^2 2\varphi}{(1-\sin^2\delta\sin^2\varphi)^{5/2}}. \tag{27}$$

Здесь

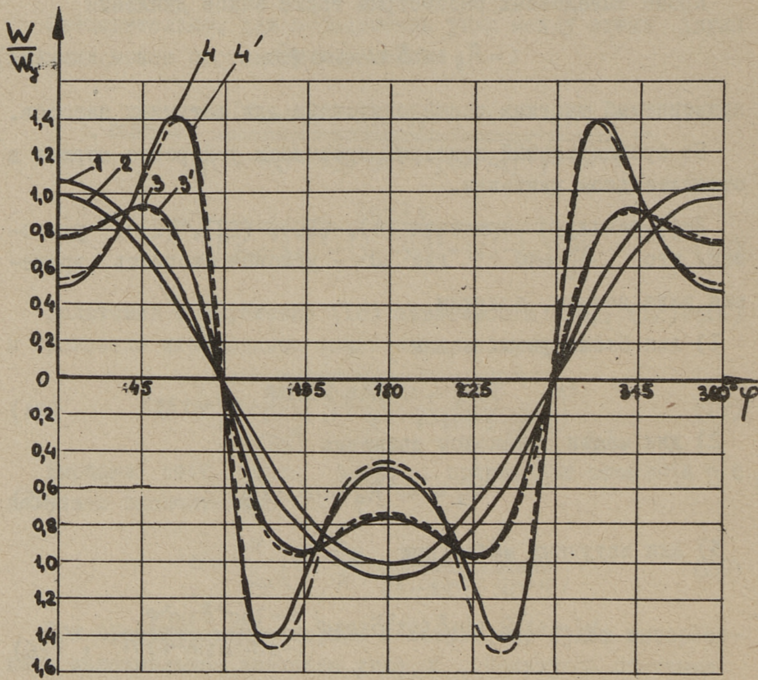
$$\Lambda = \frac{R_д}{R} \frac{\cos\delta}{\sqrt{1-\sin^2\delta\sin^2\varphi}},$$

$l_ш$ - длина шатуна.

Рассмотрим относительные величины ускорений, сравнивая их с максимальной величиной ускорения $W_{y\,max}$, найденной из зависимости (25).

Вычисление проводим для углов $\delta = 30^{\circ}$ и 45°.

Для бесшатунных машин ограничимся величиной $\delta = 30^{\circ}$



Фиг. 5. Кривые ускорений поршней аксиально-поршневых машин:

1 – бесшатунных с углом $\delta = 30^{\circ}$,
2 – условных с законом движения (23),
3 – шатунных с углом $\delta = 30^{\circ}$ при бесконечной длине шатунов,
3' – то же с учетом конечной длины шатунов,
4 – шатунных с углом $\delta = 45^{\circ}$ при бесконечной длине шатунов,
4' – то же с учетом конечной длины шатунов

Данные вычислений наносим на график (фиг. 5). Из анализа кривых можно сделать следующие выводы.

I) Вид кривых ускорений шатунных машин значительно отличается от таковых для бесшатунных.

2) Максимальные значения ускорений машин шатунного типа при $\delta \leqslant 30^{\circ}$ немного меньше, а при $\delta > 30^{\circ}$ больше, чем для машин с законом движения (23).

3) Длина шатуна оказывает незначительное влияние на величину ускорения поршня.

Следовательно, для упрощения допустимо пользоваться зависимостью (I0) вместо закона движения (I7).

4) Кривая ускорений с законом движения (23) приближается более всего к кривой для бесшатунных машин. Однако в этом случае величины ускорений определяются с недостатком, достигающим при $\delta = 30^{\circ}$ почти I0%.

Литература

I. И.И. Артоболевский. Теория пространственных механизмов. ОНТИ, М.-Л. I937.

2. Т.М. Башта. К вопросу теоретического исследования ротационных гидравлических передач пространственного типа (с качающимся диском). "Станки и инструмент", №I и №5,I934.

3. Т.М. Башта. Гидравлические приводы летательных аппаратов. "Машиностроение", М. I967.

4. В.П. Гурьев, В.И. Погорелов. Гидравлические объемные передачи. Машгиз, М.-Л. I964.

5. С.Г. Даидбеков. Кинематика и динамика косой шайбы в поршневых механизмах. Диссертация. Баку, Энергетический институт АН АзССР, I945.

6. В.В. Добровольский. Теория сферических механизмов. Машгиз, М. I947.

7. В.В. Ермаков. Основы расчета гидропривода. Машгиз. М. I95I.

8. И.Г. Есьман. Насосы. Гостоптехиздат, М. I954.

9. В.И. Е с ь м а н. Закон движения поршня в бескривошипном механизме. ДАН АзССР, №4, 1954.

10. И.З. З а й ч е н к о, В.Г. М е л ь я н ц о в. Кинематические и силовые зависимости в аксиальных роторно-поршневых насосах и гидромоторах бескарданного типа с кольцевым гидростатическими опорами. "Вестник машиностроения", № 10, 1966.

11. Г.П. К а т ы с. Динамическое исследование пространственно-механических передач для поршневых машин. Диссертация, МВТУ им. Баумана, 1953.

12. С.В. Л о м о в. К расчету гидравлических вращательных поршневых насосов с осевым расположением цилиндров. "Вестник машиностроения", № 8, 1959.

13. В.Я. Н а т а н з о н. Кинематика и динамика бескривошипного двигателя. Труды ЦИАМ; вып. 9, Машметгиз, М.-Л.1934.

14. В.Н. П р о к о ф ь е в. Исследование насоса с наклонной шайбой, обладающего бесконечно длинными шатунами. Диссертация, МВТУ им. Баумана, 1940.

15. В.Н. П р о к о ф ь е в, А.В. С и н е в. Кинематические связи в бескарданных аксиально-поршневых гидропередачах "Вестник машиностроения", №11, 1964.

16. М.В. Р а з д о л и н. Агрегаты воздушно-реактивных двигателей. Жидкостные объемные насосы. Оборонгиз, М. 1959.

17. Е.М. Х а й м о в и ч. Гидроприводы и гидроавтоматика станков. Машгиз. М.-К. 1959.

18. В. Э р н с т. Гидропривод и его промышленное применение. Машгиз, М. 1963.

19. В.Н. Я р о в о й. О законах движения поршней в сферических механизмах с равномерным движением качающейся шайбы. "Известия вузов. Авиационная техника", №2, 1960.

20. В.Н. Я р о в о й. О законах движения поршней в сверических механизмах с дуговым движением качающейся шайбы. "Известия вузов. Машиностроение", № 9, 1960.

21. R. B e y e r. Technische Kinematik. Leipzig, 1931.

22. K. F e d e r h o f e r. Graphische Kinematik des Taumelscheibentriebes. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 9, Heft 4, 1929.

23. F. Grashof. Theoretische Maschinenlehre, Bd. 2, Leipzig, 1881.

24. F.O. M ü l l e r. Beschleunigungsverhältnisse beim sphärischen Kurbeltrieb und verwandten Mechanismen. VDJ, Bd. 73, Nr.4, 1929.

25. F. R e u l e a u x. Theoretische Kinematik. Braunschweig, 1875.

26. K. S t e i n. Getriebe mit räumlicher Dreistabbewegung. VDJ, Bd. 72, Nr. 14, 1928.

27. H. Z ö l l i c h. Zur Theorie des Scheiben-Flüssigkeitszählers. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken. Bd. 14, 1935.

J. Poryvayev, A. Ingerma

A Kinematic Analysis of Axial-piston Swash Plate Pumps

Summary

On the basis of the method of academician I.I. Artobolevsky the article presents an analytical deduction of the formulas for the calculating of the stroke and the acceleration of the axial-piston swash plate pumps pistons. A comparative analysis of the deduced formulas is made.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 281 1969

УДК 621.651-154

Ю.К.Порываев, А.И.Ингерма

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАДИУСА РАСПОЛОЖЕНИЯ ОСЕЙ ЦИЛИНДРОВ АКСИАЛЬНО-ПОРШНЕВЫХ ГИДРОМАШИН ШАТУННОГО ТИПА

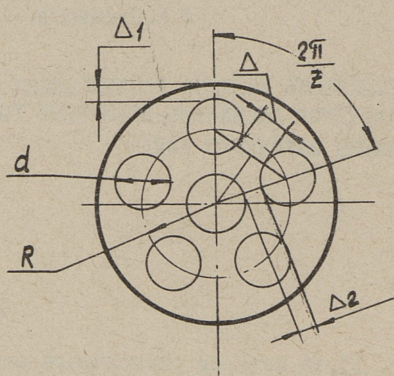
Радиус R (фиг. 1), на котором расположены оси цилиндров аксиально-поршневых гидромашин, является одним из важнейших размеров этих машин, влияющим на их габариты и величину передаваемого крутящего момента.

Существующая методика [1 - 3] определения размеров цилиндрового блока не дает какой-либо зависимости для определения радиуса R, из-за чего затрудняется проведение стато-динамического анализа аксиально-поршневых гидромашин.

Кроме того, существует мнение, что машины бескарданного типа имеют меньшие габариты по сравнению с машинами с несиловым карданом. Однако аналитических доказательств этого утверждения нигде не приведено.

Настоящая работа ставит целью выведение функциональной зависимости для определения радиуса R из условия размещения цилиндров и условия прочности. При этом будет рассмотрен также вопрос влияния на этот радиус размеров несилового кардана.

С целью упрощения выводов при расчетах размеров кардана будут приниматься такие параметры, которые создают наиболее жесткие условия нагружения.



Фиг. 1

Как видно из фиг. I,

$$\frac{d+\Delta}{2R} = \sin\frac{\pi}{z},$$

где d - диаметр цилиндра,

Δ - толщина перемычки между цилиндрами,

z - число цилиндров.

Отсюда

$$\frac{R}{d} = \frac{1+\frac{\Delta}{d}}{2\sin\frac{\pi}{z}}. \qquad \text{(I)}$$

Толщину перемычки Δ найдем из условия прочности.

Рассматриваемый случай характерен тем, что в различных осевых сечениях каждого цилиндра условия нагружения не одинаковы. Очевидно, что наиболее нагруженными являются элементарные объемы, расположенные в районе перемычки. Напряженное состояние для них можно характеризовать известными формулами Ляме [3], которые после перехода от сложного напряженного состояния к эквивалентному напряжению растяжения можно привести к виду

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{1+(1-2\mu)\frac{p}{\sigma_T}}{1-(1+\mu)\frac{p}{\sigma_T}}}-1\right], \qquad (2)$$

где μ и σ_T – коэффициент Пуассона и предел текучести материала блока цилиндров,

p – давление нагнетаемой жидкости.

Подстановка (2) в (I) приводит к очень громоздкому выражению, что усложняет последующие расчеты. С целью упрощения принимаем допустимую величину отношения

$$\frac{p}{\sigma_T} = 0,3 \div 0,4 \quad [I,2].$$

Приняв $\mu = 0,3$, получим

$$\frac{\Delta}{d} = 0,2 \div 0,3 . \qquad (4)$$

Разложив $\sin\frac{\pi}{z}$ в ряд, с достаточной для последующих выводов точностью из (I) и (4), можно получить:

$$\frac{R}{d} \approx \frac{4}{19} z. \qquad (5)$$

Выражение (5) действительно для гидромашин бескарданного типа. Для карданных гидромашин на величину R могут влиять размеры кардана. Для определения последних рассмотрим силы, действующие на связь поршневой группы с блоком цилиндров.

Момент сопротивления вращению в установившийся период состоит в основном [3], из момента $M_{тр}$ на преодоление трения блока о распределитель. В период неустановивщегося движения кроме этого необходимо преодолеть момент M_u от сил инерции при разгоне блока до рабочей скорости ω или от ω до нуля при торможении.

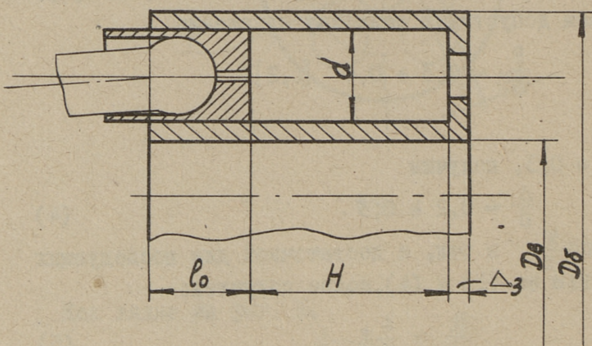
Считая движение равноускоренным или равнозамедленным, можно написать

$$M_u = J_б \frac{\omega}{t}. \tag{6}$$

где $J_б$ - момент инерции массы блока относительно оси вращения,

t - время переходного процесса.

Будем считать при подсчете величины $J_б$ блок цилиндров сплошным цилиндрическим телом диаметром $D_б$, длиной $l_б$ (фиг. I и 2) и плотностью $\rho_б$, что даст завышенные по сравнению с действительными значения $J_б$ и, следовательно, более жесткие условия нагружения кардана.



Фиг. 2

Тогда

$$J_б = \frac{\pi}{32} \rho_б l_б D_б^4. \tag{7}$$

Диаметр блока (фиг. I)

$$D_б = 2R + d + 2\Delta_1. \tag{8^a}$$

Или учитывая (5)

$$D_б = \left(1 + \frac{8}{19} z + 2\frac{\Delta_1}{d}\right) d. \tag{8}$$

Длина блока (фиг. 2)

$$l_б = l_0 + H + \Delta_3. \tag{9}$$

где l_0 – длина части поршня, находящегося в начальный момент движения в цилиндре,

H – полный ход поршня,

Δ_3 – толщина донышка цилиндра.

Ход поршня [I ÷ 3]

$$H = 2R_g \sin\delta = 2\frac{R_g}{R}\cdot\frac{R}{d} d \sin\delta, \tag{I0}$$

где R_g – радиус расположения опор шатунов на наклонной шайбе,

δ – угол наклона наклонной шайбы.

Принимаем [I ÷ 3]

$$\frac{R_g}{R} = \frac{2}{1+\cos\delta_{max}} = \sec^2\frac{\delta}{2} \tag{II}$$

(δ_{max} – наибольший угол наклона шайбы).

Время t переходного процесса найдем из рассмотрения динамики неустановившегося движения ротора приводного электродвигателя .

Как известно [4]

$$t = \frac{J_p \omega}{M_g - M_c}, \tag{I2}$$

где J_p – момент инерции ротора электродвигателя и приведенных к нему вращающихся масс,

M_g – средний за период движущий момент на валу электродвигателя,

M_c – момент сопротивления приводимого насоса.

Величину момента M_g можно представить в виде [4]:

$$M_g = 0{,}45\left(\frac{M_n}{M_н} + \frac{M_{max}}{M_н}\right)M_н, \tag{I3}$$

где $\frac{M_n}{M_н}$ и $\frac{M_{max}}{M_н}$ – кратности пускового и максимального моментов.

Принимаем для упрощения $M_c=0$ и J_p равным моменту инерции ротора электродвигателя, что в соответствии с (I2) приводит к меньшему t , т.е. увеличивает M_u в соответствии с (6).

Принимаем номинальный момент $M_н$ электродвигателя равным теоретическому моменту насоса, т.е.

$$M_н = \frac{pq}{2\pi}, \qquad (I4)$$

где q и p – подача на оборот и давление нагнетаемой жидкости.

$$q = \frac{\pi d^2}{4} Hz. \qquad (I5)$$

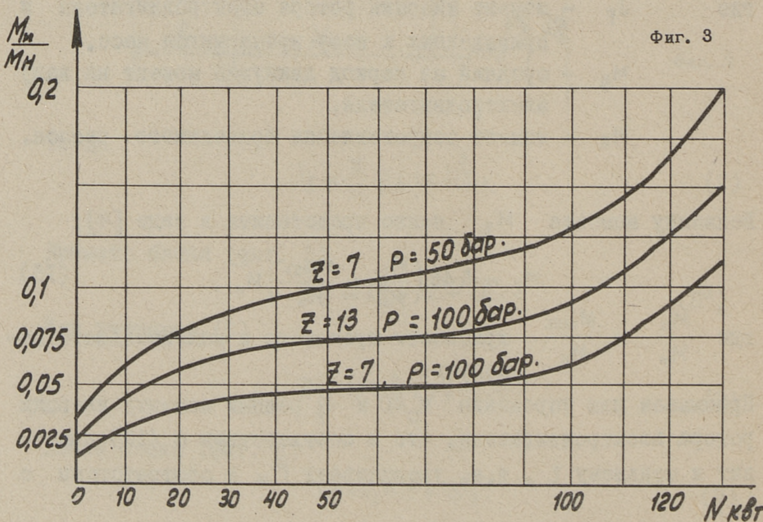
Совместное решение уравнений (5) ÷ (I5) дает

$$\frac{M_u}{M_н} = \frac{1{,}9\,\varrho_б\, M_н^{5/3}\left(\frac{M_п}{M_н} + \frac{M_{max}}{M_н}\right)}{J_p\left(pz^2 tg\,\delta/2\right)^{5/3}}\left(\frac{l_o}{d} + \frac{\Delta_з}{d} + \frac{16}{19} z\, tg\frac{\delta}{2}\right)\left(1 + \frac{8}{19} z + 2\frac{\Delta_1}{d}\right)^4. \qquad (I6)$$

Вычисления по зависимости (I6) для различных величин $M_н$ и соответствующих им J_p и кратностям моментов, взятым из каталогов на асинхронные электродвигатели, дают значение (фиг. 3)

$$\frac{M_u}{M_н} = 0{,}0I \div 0{,}20. \qquad (I7)$$

При этом меньшие значения соответствуют области малых мощностей и чисел цилиндров и более высоким давлениям (фиг. 3).



Фиг. 3

Рассмотрим далее период установившегося движения.

Для ориентировочного подсчета момента $M_{тр}$ на преодоление трения между блоком и распределителем будем считать, что опорные площадки контакта распределены симметрично относительно окружности радиуса R, что суммарная величина этих площадок равна площади кольца наружным диаметром D_δ и внутренним D_b (фиг. I и 2) и что среднее контактное давление на опорной поверхности составляет 20% рабочего давления p [I].

Тогда
$$M_{тр} \approx f\,0{,}2p\frac{\pi}{4}\left(D_\delta^2 - D_b^2\right)R. \tag{18}$$

Как видно из фиг. I
$$D_b = 2R - d - 2\Delta_2.$$

Учитывая зависимость (5)
$$D_b = \left(\frac{8}{19}z - 1 - 2\frac{\Delta_2}{d}\right)d. \tag{19}$$

Решая совместно уравнения (5), (8), (19) и приняв

$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta = 0{,}3d$, получим
$$M_{тр} = 0{,}09\,f p d^3 z^2. \tag{20}$$

Размеры кардана кроме величины передаваемого крутящего момента определяются также его конструкцией.

Наименьшие габариты имеют получившие наибольшее распространение карданы с сухариками [I ÷ 3]. Другие типы карданов (Рзеппа, сдвоенные шарниры Гука) имеют несколько большие радиальные размеры и поэтому большого распространения не получили.

Рассмотрим возможность применения кардана Рзеппа и сдвоенных шарниров Гука (сдвоенных карданов) в насосах с принятым соотношением (5).

Воспользуемся данными [5], в соответствии с которыми между наибольшим радиальным размером кардана $D_к$ и передаваемым им крутящим моментом $M_к$ существует корреляционная зависимость вида

$$D_к = C_к \sqrt{\frac{M_к}{E}}, \tag{21}$$

где E - модуль Юнга для легированной стали,
$C_к$ = 49 для карданов Рзеппа и
$C_к$ = 59 для сдвоенных шарниров Гука.

Приняв в соответствии с (16) при $z \leq 15$ и $p \geq 100$ бар $M_u \approx 0{,}1 M_н$, учитывая (14), (15), (19) и (21), получим для сдвоенного кардана при неустановившемся движении

$$\frac{D_б}{D_к} = \frac{\frac{8}{19}z - 1 - 2\frac{\Delta_2}{d}}{12{,}6\sqrt[3]{z^2 \frac{p}{E} \operatorname{tg}\frac{\delta}{2}}}. \tag{22}$$

При установившемся процессе кардан нагружается моментом $M_{тр}$. Учитывая (19) ÷ (21), получим

$$\frac{D_б}{D_к} = \frac{\frac{8}{19}z - 1 - 2\frac{\Delta_2}{d}}{26{,}3\sqrt[3]{f z^2 \frac{p}{E}}}. \tag{23}$$

Приняв $\Delta_2/d = 0{,}25$, $\frac{p}{E} = 10^{-4}$, $\delta = 30°$ и $f = 0{,}04$,

получим по (22) и (23) практически одинаковую зависимость

$$\frac{D_б}{D_к} \approx 1{,}05\,\frac{z - 3{,}56}{\sqrt[3]{z^2}}. \tag{24}$$

Подсчеты по (24) дают $D_б/D_к \geq 1$ при $z \geq 7$. Следовательно, при $z \geq 7$ равенство (5) действительно также и для насосов с несиловым карданом.

Выводы

1. При мощностях, меньших 100 квт и числе цилиндров $z \geq 7$, габариты аксиально-поршневых гидромашин с несиловым карданом не зависят от размеров последних.

2. Радиус расположения осей цилиндров аксиально-поршневых гидромашин можно выразить простой функциональной зависимостью (5), облегчающей стато-динамический анализ этих машин.

Литература

I. Т.М. Б а ш т а. Расчеты и конструкции самолетных гидравлических устройств. Оборонгиз, М. 1950.

2. Т.М. Б а ш т а, И.З. З а й ч е н к о, В.В. Е р м а к о в, Е.М. Х а й м о в и ч. Объемные гидравлические приводы. Изд. "Машиностроение", М. 1969.

3. А.В. К у л а г и н, Ю.С. Д е м и д о в, В.Н. П р о к о ф ь е в, Л.А. К о н д а к о в . Основы теории и конструирования объемных гидропередач. Изд. "Высшая школа", М. 1968.

4. А.Т. Г о л о в а н. Основы электропривода. "Госэнергоиздат", М.-Л. 1959.

5. Я.Э. М а л а х о в с к и й, А.А. Л а п и н, Н.К.В е д е н е е в. Карданные передачи. "Машгиз", М. 1962.

J. Poryvayev , A. Ingerma

Calculating the Radius of the Location of the Axes of the Cylinders of the Axial-piston Rotary Pumps

Summary

The article presents an analytical deduction of the formulas for the calculating of the radius R (the distance between the axes of the rotor and the cylinder) of the axial-piston rotary pumps.

It shows that for a number of cylinders $Z \geqslant 7$ the value of R does not depend on the dimensions of the cardan joint, connecting the wobble plate and the rotor.

Eesti NSV Teaduslik Raamatukogu IV

Сборник статей
по
МАШИНОСТРОЕНИЮ
У1

Таллинский политехнический институт

Редактор Г. Гроссшмидт
Технический редактор Л. Лоопер

Сдано в набор 25 августа 1969 г. Подписано к печати 8 октября 1969 г.
Бумага 60х90/16. Печ. л. 5,25. + 0,5. Уч.-изд. л. 4,48. Тираж 400.
МВ-09223. Зак. № 403 . Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Пикк ялг, 14.
Цена 45 коп.

Цена 45 коп.