TALLINNA
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED
456
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

TALLINN

TPI '78

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов ХУ

456

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

TPI '78

УДК 621.318

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов ХУ

Таллин - 1978

Содержание

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

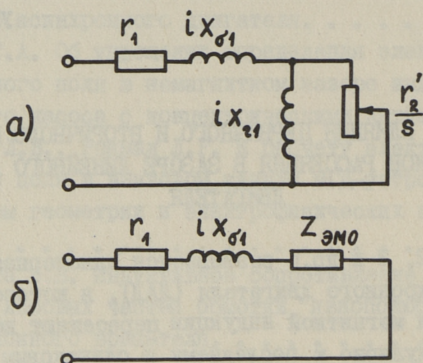
УДК 621.318.38

А.И. Вольдек

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ПЕРВИЧНОГО И ВТОРИЧНОГО МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ РАССЕЯНИЯ В ЗАЗОРЕ ЛИНЕЙНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В [1, 2, 3 и др.] развивается одномерная теория линейного асинхронного двигателя (ЛАД), в которой принимается, что линии магнитной индукции пересекают немагнитный зазор перпендикулярно к последнему и одинаковым образом сцепляются как с первичной обмоткой, так и со вторичной средой. Подобная теория ЛАД развивается также рядом иностранных авторов. В этой теории может быть учтено также влияние конечной ширины ЛАД [2, 3], и поэтому некоторые авторы называют эту теорию также квазилинейной. Достоинством этой теории является ее относительная простота и достаточная точность для ЛАД, в которых отношение полюсного деления τ к зазору δ составляет $\tau/\delta = 7 - 8$. Однако в двусторонних ЛАД для экипажей высокоскоростного наземного транспорта с магнитной подвеской из-за определенной нестабильности положения сердечников индуктора ЛАД по отношению к реактивной шине величину δ приходится выбирать относительно большой и величина τ/δ может оказаться меньше указанной величины. При этом часть магнитного потока индуктора в зазоре не будет сцепляться с реактивной шиной [2, фиг.3.1,б], которая имеет небольшую толщину и занимает небольшую часть зазора. Эта часть потока индуктора составляет добавочный поток рассеяния индуктора. При большом зазоре подобный поток вторичного рассеяния, не сцепляющейся с обмоткой индуктора, создается также токами реактивной шины. Возникающую трудность расчета ЛАД можно преодолеть внесением соответствующих поправок в одномерную теорию ЛАД.

Рассмотрим сначала ЛАД с малым зазором, у которого указанные рассеяния отсутствуют. Ограничимся также сначала рассмотрением нормального бегущего поля ЛАД, то есть оставим пока в стороне влияние продольных краевых эффектов (ПКЭ).



Фиг. 1.

Схема замещения такого ЛАД изображена на фиг. I,а, где $x_{\sigma 1}$ представляет индуктивное сопротивление рассеяния индуктора от поля пазов, высших гармоник и лобовых частей, а

$$x_{\tau 1} = \frac{4\mu_0 f_1 \tau 2a}{\pi k'_\delta \delta} \qquad (I)$$

представляет главное индуктивное сопротивление индуктора, обусловленное основной гармоникой магнитного поля в зазоре [2].

В (I) $2a$ - эквивалентная ширина индуктора и k'_δ - коэффициент зазора, учитывающий влияние зубчатости сердечников индуктора.

В теории ЛАД для удобства расчетов вместо схемы фиг. I,а вводится последовательная схема замещения (фиг. I,б), где

$$Z_{эмо} = \frac{r'_2/s\, i x_{\tau 1}}{r'_2/s + i x_{\tau 1}} = x_{\tau 1} r_{эмо*} + i x_{\tau 1} x_{эмо*}, \qquad (2)$$

причем

$$r_{эмо*} = \frac{r'_2/s\, x_{\tau 1}}{(r'_2/s)^2 + x^2_{\tau 1}}, \qquad x_{эмо*} = \frac{(r'_2/s)^2}{(r'_2/s)^2 + x^2_{\tau 1}} \qquad (3)$$

представляют собой относительные значения активной и реактивной составляющих $Z_{эмо}$.

Введем отношение
$$k = \frac{x_{эмо*}}{r_{эмо*}} = \frac{r_2'/s}{x_{σ1}}. \qquad (4)$$

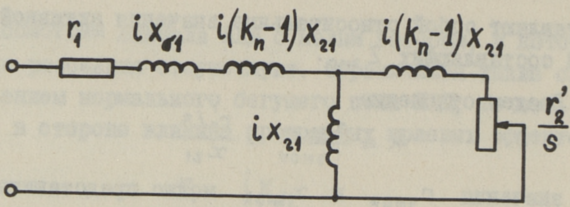
Тогда значения $r_{эмо*}$ и $x_{эмо*}$ можно представить в виде
$$r_{эмо*} = \frac{k}{1+k^2}, \qquad x_{эмо*} = \frac{k^2}{1+k^2}. \qquad (5)$$

Величина k играет в дальнейшем изложении значительную роль. Ее можно вычислить по (4), поскольку в рамках одномерной теории ЛАД значения $r_{эмо*}$ и $x_{эмо*}$ известны [3].

Обратимся теперь к ЛАД с большим зазором и примем для простоты, что реактивная шина расположена в центре зазора и имеет бесконечно малую толщину, но ее результирующая электрическая проводимость равна проводимости реальной шины. Величина рассеяния в зазоре при этом несколько завышается, что идет в запас расчета.

В [2] произведено исследование поля в зазоре для этого случая. При этом установлено, что индукция в центре зазора $B_Δ$, создаваемая индуктором, меньше индукции на поверхности индуктора B_0 в
$$k_n = \mathrm{ch}\frac{\pi\delta}{2\tau} \qquad (6)$$
раз. Следовательно, индукция $B_0 - B_Δ = (k_n - 1)B_Δ$ составляет поле рассеяния индуктора. Кроме того, вследствие возрастания индукции по направлению от центра зазора к поверхности индуктора н.с. зазора увеличивается в
$$k_\delta'' = \frac{\mathrm{sh}\frac{\pi\delta}{2\tau}}{\frac{\pi\delta}{2\tau}} \qquad (7)$$
раз. Это может бтыь учтено путем введения в (I) наряду с k_δ' величины k_δ'', которая играет роль дополнительного коэффициента зазора.

Приведенные соотношения действительны также для магнитного поля, создаваемого токами в бесконечно тонкой реактивной шине.



Фиг. 2.

С учетом сказанного схема замещения ЛАД с большим зазором будет иметь вид, представленный на фиг. 2. В этой схеме величины $i(k_n-1)\,x_{21}$ представляют индуктивные сопротивления первичного и вторичного рассеяния в зазоре от основных гармоник магнитных полей индуктора и шины.

Новое значение $Z_{эмо}$ для последовательной схемы замещения согласно схеме фиг. 2 будет

$$Z_{эмо}=\frac{\left[\frac{r_2'}{s}+i(k_n-1)x_{21}\right]ix_{21}}{\frac{r_2'}{s}+ik_nx_{21}}=x_{21}\,r_{эмо*}+ix_{21}\,x_{эмо*},$$

причем новые значения относительных сопротивлений равны

$$r_{эмо*}=\frac{\frac{r_2'}{s}x_{21}}{\left(\frac{r_2'}{s}\right)^2+\left(k_nx_{21}\right)^2},\quad x_{эмо*}=\frac{\left(\frac{r_2'}{s}\right)^2+k_n(k_n-1)x_{21}^2}{\left(\frac{r_2'}{s}\right)^2+\left(k_nx_{21}\right)^2}. \qquad (8)$$

Разделим числители и знаменатели этих соотношений на x_{21}^2 и введем в них значение k, определяемое по (4)без учета рассеяния в зазоре. Тогда

$$r_{эмо*}=\frac{k}{k_n+k^2},\quad x_{эмо*}=\frac{k^2+k_n(k_n-1)}{k_n+k^2}. \qquad (9)$$

Из изложенного вытекает следующий порядок расчета $r_{эмо*}$ и $x_{эмо*}$ при большом зазоре. Сначала, согласно одномерной теории, определяются x_{21}, $r_{эмо*}$ и $x_{эмо*}$, причем приведенная величина зазора принимается равной $\delta'=k_\delta'k_\delta''\delta$. Затем определяют k по (4) и k_n по (5), а по (9) определяются уточненные значения $r_{эмо*}$ и $x_{эмо*}$.

Рассмотрим некоторые примеры. Пусть, например, k = = I,0, что приблизительно соответствует номинальному режиму работы мощных ЛАД, и δ/τ = 0,2, что соответствует довольно большому зазору. Тогда, согласно (5), без учета вторичного рассеяния в зазоре $r_{эмо*} = x_{эмо*} = 0,5$. По (6) и (7) получим $k_n = 1,05$ и $k''_\delta = 1,01$. Тогда по (9) новые значения параметров будут $r_{эмо*} = 0,487$ и $x_{эмо*} = 0,512$. Таким образом, ухудшение параметров в данном случае составляет около 2,5%. Если же взять $\delta/\tau = 0,333$, что соответствует весьма большому зазору, то получим $k_n = 1,128$ и $k''_\sigma = 1,045$, а при $k = 1$ вместо $r_{эмо*} = x_{эмо*} = 0,5$ получим $r_{эмо*} = 0,468$ и $x_{эмо*} = 0,537$. Учитывая, что x_{z1} уменьшается в k''_δ раз, ухудшение абсолютного значения параметра $r_{эмо*}$ в этом случае составляет около 10%. Учитывая, что из-за увеличения первичного рассеяния уменьшается также первичный ток, уменьшение активной мощности будет еще больше. Из сказанного можно сделать вывод, что при $\delta/\tau = 0,2$ ухудшение параметров ЛАД вследствие рассеяния в зазоре еще не велико, при $\delta/\tau = 0,333$ параметры значительно ухудшаются и брать δ/τ больше 1/7-1/8 нежелательно.

Изложенное выше относилось к параметрам ЛАД, обусловленных нормальным бегущим полем. Кроме этого поля в ЛАД существуют также поля ПКЭ. Поскольку в мощных ЛАД полюсное деление полей ПКЭ при малых скольжениях близко к полюсному делению нормального бегущего поля, то произведенные оценки действительны также для параметров ПКЭ.

Литература

1. Вольдек А.И. Продольный краевой эффект во вторичной цепи линейных индукционных магнитогидродинамических машин. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, 1968, № 266.

2. Вольдек А.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. М., "Энергия", 1970.

3. Вольдек А.И., Толвинская Е.В. Основы теории и методики расчета характеристик линейных асинхронных машин. "Электричество", 1975, № 9, с. 29.

A. Voldek

The Calculation of the Influence of the Primary and Secondary Magnetic Leakage Flux in the Airgap of the Linear Asynchronous Motor

Summary

The paper deals with the duty of linear asynchronous motors with large nonmagnetic gaps, when a part of magnetic flux of the inductor does not link with the reactive strap in the gap. This flux constitutes an additional leakage flux of the inductor. A part of magnetic flux of the secondary field of the reactive strap does not link with the winding of the inductor and constitutes the secondary leakage flux.

The method of taking into account these leakage fluxes and making more exact the calculation of the equivalent circuit parameters of the linear asynchronous motor is given.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

УДК 621.318.38

Т.А. Веске

ОБ УПРОЩЕНИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА С КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ КАТУШКАМИ

Настоящая работа является продолжением работы [4], где рассматривались электромагнитные процессы в немагнитном зазоре индукционного насоса с концентрическими катушками при следующих допущениях:

1. Все производные составляющих векторов электромагнитного поля по координате φ ([4] фиг. 1) равны нулю.

2. Вектор напряженности электрического поля имеет только составляющую E_φ.

3. Вектор напряженности магнитного поля имеет только составляющие H_r и H_z.

4. Составляющие векторов электромагнитного поля E_φ, δ_φ и H_z, которые являются четными функциями координаты z, не зависят от z.

5. В области III ([4] фиг. 1), где проводящая жидкость выходит из немагнитного зазора, скорость движения жидкости принята равной нулю.

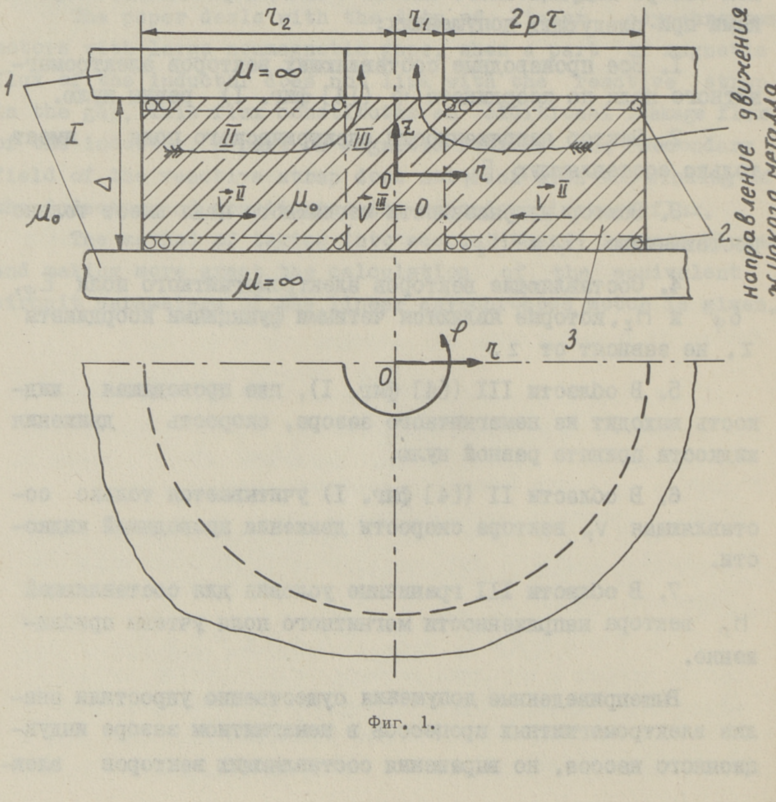
6. В области II ([4] фиг. 1) учитывается только составляющая v_r вектора скорости движения проводящей жидкости.

7. В области III граничные условия для составляющей H_r вектора напряженности магнитного поля учтены приближенно.

Вышеприведенные допущения существенно упростили анализ электромагнитных процессов в немагнитном зазоре индукционного насоса, но выражения составляющих векторов электромагнитного поля все-таки содержат цилиндрические функции мнимого аргумента, трудно вычисляемые без ЭЦВМ [4].

Целью настоящей работы является введение дополнительных упрощений таким образом, чтобы в выражениях составляющих векторов электромагнитного поля (особенно в области II фиг. I [4]) избавиться от цилиндрических функций нецелого порядка и таким образом иметь возможность провести расчеты не только на ЭЦВМ, но и на более простых вычислительных устройствах.

I. Рассмотрим конструкцию насоса, приведенную в [4] и на фиг. I. Магнитопровод I насоса состоит из двух ферромагнитных дискообразных пластин ($\mu = \infty$). На поверхностях магнитопровода, прилегающих к немагнитному зазору, находится трехфазная обмотка с концентрическими катушками 2.



Фиг. 1.

Обмотка создает слой поверхностного тока в виде бегущей волны:

$$\sqrt{2}A\sin[\omega t+(r-r_1)\alpha]=Jm\sqrt{2}\dot{A}e^{j\omega t}, \qquad (I)$$

где $\dot{A}=Ae^{j(r-r_1)\alpha}$, $\alpha=\frac{\pi}{\tau}$,

τ - длина полюсного деления;

ω - угловая частота в неподвижной (связанной с магнитопроводом) координатной системе.

Вектор плотности поверхностного тока направлен по координате φ, т.е. $\vec{A}=\vec{e}_\varphi\dot{A}$.

В немагнитном зазоре магнитопровода располагается проводящая вторичная система 3 (проводящая жидкость, жидкий металл), заполняющая немагнитный зазор. Направление движения жидкого металла указано на фиг. I стрелками. Немагнитный зазор подразделен на три области I, II и III. В области I проводящая среда отсутствует. В области II в [4] было принято, что жидкий металл движется со скоростью

$$\vec{v}^{II}(r)=-\vec{e}_r v^{II}(r_1)\frac{r_1}{r}=-\vec{e}_r v^{II}(r),$$

где $v^{II}(r_1)$ - скорость движения металла при $r=r_1$.

В данной работе для упрощения расчетов принято, что $\vec{v}^{II}(r)$ является в области II постоянной (не зависит от r):

$$\vec{v}^{II}(r)=\vec{v}^{II}. \qquad (2)$$

Это допустимо, если размеры r_1 и r_2 довольно большие и отношение $\frac{r_2}{r_1}$ близко к единице. В качестве скорости v^{II} может быть использована средняя скорость движения металла в области II. В области III, как и в [4], принимаем, что составляющая по координате r вектора скорости равна нулю:

$$\vec{v}^{III}(r)=-\vec{e}_r v^{III}(r)=0. \qquad (3)$$

Определение электромагнитного поля в областях I и III производится при таких же предположениях, как и в [4] и уравнения Максвелла в комплексной форме, написанные в неподвижной координатной системе для этих областей имеют вид:

$$\frac{\partial\dot{E}_\varphi}{\partial z}=j\omega\mu_0\dot{H}_r, \qquad (4)$$

$$\frac{1}{r}\dot{E}_\varphi+\frac{\partial\dot{E}_\varphi}{\partial r}=-j\omega\mu_0\dot{H}_z, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial\dot{H}_r}{\partial z}-\frac{\partial\dot{H}_z}{\partial r}=\dot{\delta}_\varphi, \qquad (6)$$

$$\frac{1}{r}\dot{H}_r+\frac{\partial\dot{H}_r}{\partial r}+\frac{\partial\dot{H}_z}{\partial z}=0, \qquad (7)$$

$$\dot{\delta}_\varphi=\gamma(\dot{E}_\varphi+v\mu_0\dot{H}_z). \qquad (8)$$

Для упрощения решения системы (4) по (8) для областей I и Ш исключаем зависимость составляющих векторов поля от координаты z. Для этого, согласно вышеприведенным допущениям, предполагаем, что $\dot{E}_\varphi$, $\dot{\delta}_\varphi$ и $\dot{H}_z$ (четные функции от z) не зависят от z и в связи с тем выполняются только те уравнения Максвелла (уравнения (5), (6) и (8)), которые не содержат производную по z от четных функций z [I].

Вводим для областей I и Ш следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^{\frac{\Delta}{2}}\dot{H}_z\,dz=\dot{H}_z\frac{\Delta}{2}=\underline{\dot{H}}_z; \quad \underline{\dot{B}}_z=\mu_0\underline{\dot{H}}_z;\\&\int_0^{\frac{\Delta}{2}}\dot{E}_\varphi dz=\dot{E}_\varphi\frac{\Delta}{2}=\underline{\dot{E}}_\varphi; \quad \underline{\dot{\delta}}_\varphi=\gamma(\underline{\dot{E}}_\varphi+v\underline{\dot{B}}_z).\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Так как в областях I и Ш на поверхностях магнитопровода слой поверхностного тока (обмотка) отсутствует, то преобразование уравнений (4) по (8), согласно выражениям (9), дает следующие уравнения для $\underline{\dot{H}}_z$, $\underline{\dot{E}}_\varphi$ и $\underline{\dot{\delta}}_\varphi$:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d\underline{\dot{H}}_z^{\text{I}}}{dr}=0, &&\text{для области I};\\&-\frac{d\underline{\dot{H}}_z^{\text{III}}}{dr}=\underline{\dot{\delta}}_\varphi^{\text{III}}, &&\text{для области Ш},\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$\frac{1}{r}\underline{\dot{E}}_\varphi+\frac{d\underline{\dot{E}}_\varphi}{dr}=-j\omega\mu_0\underline{\dot{H}}_z, \quad \text{для областей I и Ш}; \qquad (11)$$

$$\left.\begin{aligned}&\underline{\dot{\delta}}_\varphi^{\text{I}}=0, &&\text{для области I};\\&\underline{\dot{\delta}}_\varphi^{\text{III}}=\gamma\underline{\dot{E}}_\varphi^{\text{III}}, &&\text{для области Ш}.\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Уравнения (I0) по (I2) можно преобразовать к следующим уравнениям для $\dot{\underline{E}}_\varphi$ и $\dot{\underline{H}}_z$:

I) Для области I:

$$\frac{d^2\dot{\underline{E}}^{I}_{\varphi}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\dot{\underline{E}}^{I}_{\varphi}}{dr}-\frac{1}{r^2}\dot{\underline{E}}^{I}_{\varphi}=0, \tag{I3}$$

$$\frac{d\dot{\underline{H}}^{I}_{z}}{dr}=0. \tag{I4}$$

2) Для области Ш:

$$\frac{d^2\dot{\underline{E}}^{III}_{\varphi}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\dot{\underline{E}}^{III}_{\varphi}}{dr}-\left(\lambda^2+\frac{1}{r^2}\right)\dot{\underline{E}}^{III}_{\varphi}=0, \tag{I5}$$

$$\frac{d^2\dot{\underline{H}}^{III}_{z}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\dot{\underline{H}}^{III}_{z}}{dr}-\lambda^2\dot{\underline{H}}^{III}_{z}=0, \tag{I6}$$

где $\lambda^2=j\omega\mu_0\gamma$.

Рассмотрим далее область П. Для упрощения анализа заменяем участок П области, ограниченную координатными поверхностями $r=r_1$, $r=r_2$, φ, $\varphi+\Delta\varphi$, $z=\frac{\Delta}{2}$, $z=-\frac{\Delta}{2}$, прямоугольной областью, вводя прямоугольную систему координат r, y, z с началом в точке 0 области Ш. Направление оси y совпадает с направлением единичного вектора $\vec{e}_\varphi$. Рассматриваемая прямоугольная область ограничена координатными плоскостями $r=r_1$, $r=r_2$, y, $y+\Delta y$, $z=\frac{\Delta}{2}$ и $z=-\frac{\Delta}{2}$.

При определении электромагнитного поля в вышеупомянутой прямоугольной области предполагаем, что все производные по координате y равны нулю и составляющая напряженности магнитного поля $\dot{H}_y=0$. Вектор напряженности электрического поля имеет только составляющую $\dot{E}_y$. С учетом упомянутых предположений уравнения Максвелла, написанные в неподвижной системе координат для вышеописанной прямоугольной области в комплексной форме принимают вид:

$$\frac{\partial\dot{E}_y}{\partial z}=j\omega\mu_0\dot{H}_r, \tag{I7}$$

$$\frac{\partial\dot{E}_y}{\partial r}=-j\omega\mu_0\dot{H}_z, \tag{I8}$$

$$\frac{\partial\dot{H}_r}{\partial z}-\frac{\partial\dot{H}_z}{\partial r}=\dot{\delta}_y, \tag{I9}$$

$$\dot{\delta}_y = \gamma(\dot{E}_y + v^{II}\mu_0\dot{H}_z). \tag{20}$$

Исключаем в уравнениях (I7) по (20) зависимость от координаты z. Для этого, аналогично областям I и III, предполагаем, что $\dot{E}_y, \dot{\delta}_y$ и $\dot{H}_z$ (четные функции от z) не зависят от z и в связи с тем учитываются в дальнейшем только уравнения (I8), (I9) и (20).

Вводим обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{\frac{\Delta}{2}} \dot{H}_z^{II} dz = \dot{H}_z^{II}\frac{\Delta}{2} = \dot{\underline{H}}_z^{II}; \quad \dot{\underline{B}}_z^{II} = \dot{H}_z^{II}; \\ &\int_0^{\frac{\Delta}{2}} \dot{E}_y^{II} dz = \dot{E}_y^{II}\frac{\Delta}{2} = \dot{\underline{E}}_y^{II}; \quad \dot{\underline{\delta}}_y^{II} = \gamma(\dot{\underline{E}}_y^{II} + v^{II}\mu_0\dot{\underline{H}}_z^{II}). \end{aligned}\right\} \tag{2I}$$

Далее возьмем уравнение (I9) и проинтегрируем его по z от 0 до $\frac{\Delta}{2}$:

$$\dot{H}_r^{II}\Big|_0^{\frac{\Delta}{2}} - \frac{d\dot{\underline{H}}_z^{II}}{dr} = \dot{\underline{\delta}}_y^{II}. \tag{22}$$

Так как $\dot{H}_r^{II}\big|_{z=\frac{\Delta}{2}} = -\dot{A} = -Ae^{j(r-r_1)\alpha}$, а по соображениям симметрии $\dot{H}_r\big|_{z=0} = 0$, то получим:

$$-Ae^{j(r-r_1)\alpha} - \frac{d\dot{\underline{H}}_z^{II}}{dr} = \dot{\underline{\delta}}_y^{II}. \tag{23}$$

Интегрирование уравнения (I8) и (20) дает:

$$\frac{d\dot{\underline{E}}_y^{II}}{dr} = -j\omega\mu_0\dot{\underline{H}}_z^{II}. \tag{24}$$

$$\dot{\underline{\delta}}_y^{II} = \gamma(\dot{\underline{E}}_y + v^{II}\mu_0\dot{\underline{H}}_z^{II}). \tag{25}$$

Уравнения (23), (24) и (25) можно преобразовать к следующим уравнениям для $\dot{\underline{E}}_y^{II}$ и $\dot{\underline{H}}_z^{II}$ для области II:

$$\frac{d^2\dot{\underline{E}}_y^{II}}{dr^2} + \gamma v^{II}\mu_0\frac{d\dot{\underline{E}}_y^{II}}{dr} - j\omega\mu_0\gamma\dot{\underline{E}}_y^{II} = j\omega\mu_0 A e^{j(r-r_1)\alpha}, \tag{26}$$

$$\frac{d^2\dot{\underline{H}}_z^{II}}{dr^2} + \gamma v^{II}\mu_0\frac{d\dot{\underline{H}}_z^{II}}{dr} - j\omega\mu_0\gamma\dot{\underline{H}}_z^{II} = Ae^{j(r-r_1)\alpha}j\alpha. \tag{27}$$

Рассмотрим далее общие решения уравнений (I3), (I4), (I5), (I6), (26) и (27).

С помощью подстановки $r = e^{u}$ уравнение (I3) упрощается и его общее решение можем представить в виде

$$\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{I} = C_1 r + C_2 \frac{1}{r}.$$

Так как при $r \to \infty$ $\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{I}$ должен остаться конечным, то $C_1 = 0$ и

$$\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{I} = \frac{C_2}{r}. \tag{28}$$

Общее решение уравнения (I4):

$$\dot{\underline{H}}_{z}^{I} = C_3. \tag{29}$$

Воспользовавшись подстановкой $r = \frac{s}{\lambda}$, уравнения (I5) и (I6) преобразуются в уравнения Бесселя и их общие решения могут быть представлены в виде:

$$\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{III} = C_4 I_1(\lambda r) + C_5 K_1(\lambda r), \tag{30}$$

$$\dot{\underline{H}}_{z}^{III} = C_6 I_0(\lambda r) + C_7 K_0(\lambda r). \tag{31}$$

Так как $\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{III}$ и $\dot{\underline{H}}_{z}^{III}$ при $r \to 0$ не могут стать бесконечными, то $C_5 = 0$ и $C_7 = 0$.

Общее решение однородного уравнения (26) можем записать в виде

$$\dot{\underline{E}}_{y}^{II} = C_8 e^{\frac{-\xi + \lambda'}{2} r} + C_9 e^{\frac{-\xi - \lambda'}{2} r} \tag{32}$$

и однородного уравнения (27) в виде:

$$\dot{\underline{H}}_{z}^{II} = C_{10} e^{\frac{-\xi + \lambda'}{2} r} + C_{11} e^{\frac{-\xi - \lambda'}{2} r}, \tag{33}$$

где $\xi = v^{II} \mu_0 \gamma$ и $\lambda'^2 = \xi^2 + 4 j \omega \mu_0 \gamma$.

Если правые части уравнений (26) и (27) обозначить $f(r)$, то частные решения уравнений (26) и (27), которые обозначим $w_1(r)$ и $w_1'(r)$, можем определить по выражению

$$\frac{2}{\lambda'} \int_{c}^{r} f(t)\, e^{\frac{1}{2}\xi(t-r)} \operatorname{sh} \frac{\lambda'}{2}(r-t)\, dt.$$

После соответствующих преобразований можем общие решения неоднородных уравнений (26) и (27) записать следующим образом:

$$\dot{\underline{E}}_{y}^{II} = C_8 e^{\frac{-\xi + \lambda'}{2} r} + C_9 e^{\frac{-\xi - \lambda'}{2} r} + w_1(r), \tag{34}$$

$$\underline{\dot{H}}_z^{II} = C_{10} e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r} + C_{11} e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r} + w_1'(r), \tag{35}$$

где

$$w_1(r) = \frac{j\omega\mu_0 A e^{j\alpha(r-r_1)}}{j(\alpha\xi - \omega\mu_0\gamma) - \alpha^2} \tag{36}$$

и

$$w_1'(r) = \frac{-j\alpha A e^{j\alpha(r-r_1)}}{j(\alpha\xi - \omega\mu_0\gamma) - \alpha^2}. \tag{37}$$

Подстановка найденных общих решений (28), (29),(30), (3I), (34) и (35) в уравнения (I0), (II), (I2), (23),(24) и (25) дает возможность установить дополнительные зависимости между постоянными интегрирования и переписать решения в следующем виде:

$$\underline{\dot{E}}_\varphi^{I} = \frac{C_2}{r}, \tag{38}$$

$$\underline{\dot{H}}_z^{I} = 0, \tag{39}$$

$$\underline{\dot{E}}_y^{II} = C_8 e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r} + C_9 e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r} + w_1(r), \tag{40}$$

$$\underline{\dot{H}}_z^{II} = C_8 \frac{\xi-\lambda'}{2j\omega\mu_0} e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r} + C_9 \frac{\xi+\lambda'}{2j\omega\mu_0} e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r} + w_1'(r), \tag{41}$$

$$\underline{\dot{E}}_\varphi^{III} = C_4 I_1(\lambda r), \tag{42}$$

$$\underline{\dot{H}}_z^{III} = -C_4 \frac{\lambda}{j\omega\mu_0} I_0(\lambda r). \tag{43}$$

Постоянные интегрирования C_2, C_4, C_8 и C_9 определяем из условия непрерывности электрического и магнитного полей на границах областей I, II и II, III:

$$\left.\begin{aligned} &\underline{\dot{E}}_\varphi^{I}(r_2) = \underline{\dot{E}}_y^{II}(r_2); \quad \underline{\dot{H}}_z^{I}(r_2) = \underline{\dot{H}}_z^{II}(r_2); \\ &\underline{\dot{E}}_y^{II}(r_1) = \underline{\dot{E}}_\varphi^{III}(r_1); \quad \underline{\dot{H}}_z^{II}(r_1) = \underline{\dot{H}}_z^{III}(r_1). \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

Решение системы (44) дает следующие выражения для постоянных:

$$C_8 = \frac{1}{D}\left\{-\left[\frac{w_1(r_1)}{I_1(\lambda r_1)} + \frac{w_1'(r_1) j\omega\mu_0}{\lambda I_0(\lambda r_1)}\right] \frac{\xi+\lambda'}{2j\omega\mu_0} e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r_2} + \right.$$

$$+ w_1'(r_2) e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r_1} \left[\frac{1}{I_1(\lambda r_1)} + \frac{\xi+\lambda'}{2\lambda I_0(\lambda r_1)} \right] \Bigg\} ; \tag{45}$$

$$C_9 = \frac{1}{D} \Bigg\{ \left[\frac{w_1(r_1)}{I_1(\lambda r_1)} + \frac{w_1'(r_1) j\omega\mu_0}{\lambda I_0(\lambda r_1)} \right] \frac{\xi-\lambda'}{2j\omega\mu_0} e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r_2} -$$

$$- w_1'(r_2) e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r_1} \left[\frac{1}{I_1(\lambda r_1)} + \frac{\xi-\lambda'}{2\lambda I_0(\lambda r_1)} \right] \Bigg\} ; \tag{46}$$

$$C_2 = r_2 \left[C_8 e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r_2} + C_9 e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r_2} + w_1(r_2) \right] ; \tag{47}$$

$$C_4 = \frac{1}{I_1(\lambda r_1)} \left[C_8 e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r_1} + C_9 e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r_1} + w_1(r_1) \right] . \tag{48}$$

В выражениях (45), (46), (47) и (48) коэффициент D имеет значение:

$$D = e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r_1} e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r_2} \left[\frac{1}{I_1(\lambda r_1)} + \frac{\xi-\lambda'}{2\lambda I_0(\lambda r_1)} \right] \frac{\xi+\lambda'}{2j\omega\mu_0} -$$

$$- e^{\frac{-\xi-\lambda'}{2} r_1} e^{\frac{-\xi+\lambda'}{2} r_2} \left[\frac{1}{I_1(\lambda r_1)} + \frac{\xi+\lambda'}{2\lambda I_0(\lambda r_1)} \right] \frac{\xi-\lambda'}{2j\omega\mu_0} . \tag{49}$$

Найденные в работе выражения составляющих векторов электромагнитного поля показывают, что по сравнению с соответствующими выражениями [4] они не содержат цилиндрических функций мнимого аргумента нецелого порядка. Имеющиеся в выражениях цилиндрические функции $I_0(\lambda r_1)$ и $I_1(\lambda r_1)$ табулированы или сравнительно легко вычисляются. Поэтому расчет электромагнитного поля по выражениям данной работы можно провести не только на ЭЦВМ, но и другими, более простыми способами. На основе приведенных выражений электромагнитного поля с помощью соответствующих интегралов можно определить и другие электромагнитные характеристики насоса - комплексную мощность немагнитного зазора, электромагнитное давление и т.д. Эти интегралы вычисляются довольно просто и полученные выражения хотя и являются довольно громоздкими, но их цифровые значения можно определить также без применения ЭЦВМ. В данной работе выражения комплексной мощности, электромагнитной силы и т.д. не приводятся.

В заключение надо отметить, что приведенные в работе выражения имеют довольно приближенный характер. Причинами неточностей являются допущения, указанные в [4], а также неточный учет конфигураций II области в данной работе.

Литература

I. Вилнитис А.Я. Расчет поперечного краевого эффекта в плоском индукционном насосе с учетом стенок канала и короткозамыкающих шин. Приближенное решение в элементарных функциях. "Магнитная гидродинамика", № 3, Рига, 1970, с. 103-108.

2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., "Физматгиз", 1963, с. 1100.

3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., "Наука", 1965, с. 703.

4. Веске Т.А. Электромагнитное поле в немагнитном зазоре индукционного насоса с концентрическими катушками. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", № 363, 1974, с. 39-47.

T. Veske

The Simplification of the Determination of Electromagnetic Field in the Nonmagnetic Gap of the Induction Pump with Concentric Windings

Summary

The article deals with the problem of simplifying the determination of electromagnetic field in the nonmagnetic gap of the induction pump with concentric windings. The expressions of the complex vectors of the electromagnetic field are deduced.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

УДК 621.318.38

Л.В.Валдур, Л.Р.Реймал

К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВИНТОВОМ КАНАЛЕ МГД-УСТРОЙСТВА С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИИ И ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Исследование сложных электрофизических процессов в винтовом канале МГД-устройства затруднено ввиду математической сложности решения уравнения Максвелла с конкретными краевыми условиями в такой сложной структуре, как винтовой канал с заполненной движущейся электропроводящей средой [I-4].

Эти трудности вызваны тем, что границы "поток движущейся электропроводящей среды - стенка" в винтовых каналах поверхности двоякой и постепенно изменяющейся в функции радиуса кривизны. Поэтому формулировка краевых условий и условий на границах раздела не может быть получена на координатных поверхностях [4-7].

Все вышеуказанные, а также другие непредвиденные математические трудности привели к попыткам [8-20] упростить решение задачи расчета электромагнитного поля в винтовом канале путем пренебрежения целым рядом факторов: неучитывание угла подъема винтовой линии; влияния толщины и физических параметров винтовой перегородки; влияния цилиндрических стенок, МГД-эффектов и т.д.

Основные допущения сводятся либо к пренебрежению углом подъема винтовой линии [8-I0], где винтовой канал рассматривается как состоящий из ряда кольцевых подканалов [9, I6]; либо рассматривается два предельных случая - угол наклона винта учитывается, но толщина винтовой перегородки между витками принимается равной нулю [II,I2].

В работах [II, I2] задача решается как плоская, без учета влияния цилиндрических стенок и при движении металла как твердого тела под некоторым углом к продольной оси.

Эти допущения упрощают решение, но вместе с тем не учитывают весьма значительного шунтирующего и экранирующего эффекта цилиндрических стенок канала.

Наши исследования [3,5,16,17] показали, что геометрия и электрофизические параметры винтовых и цилиндрических стенок канала существенным образом влияют на картину распределения тока в канале.

Полученные в работах [11,12] коэффициенты ослабления и реакции в предельных случаях хорошо согласуются с теорией плоских линейных индукционных МГД-насосов.

В работах [9, 10] при допущении равенства нулю угла подъема винта и предельно тонких винтовых перегородок рассмотрено распределение тока при неоднородном вдоль предельной оси канала магнитном поле. Полученные решения весьма громоздки.

Большие математические трудности возникают и при решении обобщенной модели в работах [4, 6], также при некоторых частных случаях.

В работах [19,20] при уточнении основных зависимостей распределения электромагнитного поля рассматриваются и МГД-явления, где учитывается неоднородность профиля скорости и его совместное влияние на электрофизические параметры материала перегородок в винтовом канале.

Как видно из краткого обзора, вопрос о распределении электромагнитного поля в винтовых каналах МГД-устройств до настоящего времени решен не полностью, зато предлагается нижеследующая уточняющая расчетная модель для рассмотрения только электромагнитных процессов в винтовом канале.

1. Постановка задачи. Для определения электромагнитного поля в немагнитном зазоре с учетом геометрических размеров и электрофизических параметров материала винтового канала и его элементов (цилиндрические стенки, перегородки, торцы и т.д.), а также слоя движущейся электропроводящей среды (жидкого металла, плазмы) принимается следующая рас-

четная модель (фиг. I). Магнитопроводы индуктора заменены двумя гладкими бесконечными ферромагнитными полупространствами I, между которыми имеется немагнитный зазор толщиной δ. В немагнитном зазоре находится винтовой канал 2 с удельной электропроводностью $\gamma_к$. Жидкий металл 3 с удельной электропроводностью $\gamma_м$ движется как твердое тело в направлении оси x со скоростью v. Между каналом и магнитопроводами имеется изоляционный слой 4. Длина канала по оси бесконечно длинная. Токовая нагрузка, заменяющая трехфазную обмотку, находится на поверхности верхнего магнитопровода.

При помощи настоящей модели исследуется влияние неодинаковой удельной электропроводности в зоне винтового канала $\left(-\frac{\Delta}{2} \leqslant z \leqslant \frac{\Delta}{2}\right)$ по оси y на распределение электромагнитного поля. При этом радиус винтового канала принят бесконечно большим и угол подъема витка винтового канала принят равным нулю. Также не учитываются конечные размеры канала по направлению y.

2. <u>Исходные допущения и уравнения. Граничные условия.</u> При решении уравнений электромагнитного поля вышеуказанной модели используются следующие общепринятые допущения:

I. Магнитная проницаемость магнитопроводов бесконечно велика и электропроводность равна нулю. В пространстве вне магнитопроводов магнитная проницаемость принимается равной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

2. Токи электрического смещения не учитываются.

3. Токовая нагрузка A_y изменяется во времени и вдоль неподвижной оси x синусоидально:

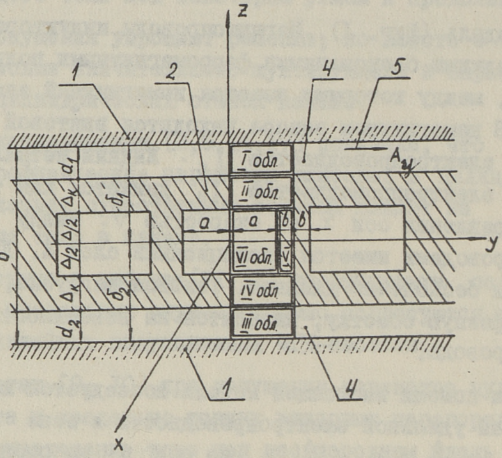
$$A_y = I_m \left[A_{my} e^{j(\omega t - \alpha x)}\right], \qquad (I)$$

где τ - полюсное деление; $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$;

ω - угловая частота;

A_{my} - амплитуда токовой нагрузки.

Кроме этих общепринятых допущений принимается, что



Фиг. 1.

z - составляющая плотности тока при $z = \pm\frac{\Delta}{2}$ равна нулю и y - составляющая напряженности магнитного поля в немагнитном зазоре равна нулю:

$$\mathring{\delta}_{mz} = 0 \tag{2}$$

$$\mathring{H}_{my} = 0 . \tag{3}$$

Граничные условия для плоскостей $y = \pm 2к(а+в)$ и $y = \pm(2к-1)(а+в)$, (где к = 0,1,2,...) определяются из условия симметричного расположения жидкого металла относительно этих плоскостей:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathring{H}_{mx}}{\partial y} = 0; \quad \mathring{H}_{my} = 0; \quad \frac{\partial \mathring{H}_{mz}}{\partial y} = 0 \\ \mathring{\delta}_{mx} = 0; \quad \frac{\partial \mathring{\delta}_{my}}{\partial y} = 0; \quad \mathring{\delta}_{mz} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

На основе симметрии достаточно определить электромагнитное поле лишь в шести указанных на фиг. I областях.

Комплексные амплитуды составляющих электромагнитного поля в областях I по У определяются в неподвижной координатной системе x, y, z. Комплексные амплитуды составляющих электромагнитного поля в области УI определяются в координатной системе x_2, y, z, связанной со вторичной системой $(x_2 = x - vt)$. Угловая частота составляющих поля в движущейся координатной системе будет $\omega_2 = s\omega$, где s – скольжение. Составляющие электромагнитного поля изменяются во времени и вдоль осей x или x_2 синусоидально с угловой частотой ω или ω_2. Векторы напряженности магнитного поля и плотности тока можно написать в комплексной форме:

$$\left.\begin{aligned} \bar{H} &= I_m\left[\dot{\bar{H}}_m e^{j(\omega t - \alpha x)}\right] \\ \bar{\delta} &= I_m\left[\dot{\bar{\delta}}_m e^{j(\omega t - \alpha x)}\right] \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где комплексные амплитуды $\dot{\bar{H}}_m$ и $\dot{\bar{\delta}}$. Из уравнений Максвелла

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}\,\dot{\bar{H}}_m &= \dot{\bar{\delta}}_m \\ \mathrm{rot}\,\dot{\bar{\delta}}_m &= -j\omega\mu_0\gamma_к\dot{\bar{H}}_m \\ \mathrm{div}\,\dot{\bar{B}} &= 0 \\ \mathrm{div}\,\dot{\bar{\delta}} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

следуют дифференциальные уравнения для составляющих $(i = x, y, z)$ комплексных векторов напряженности магнитного поля и плотности тока.

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{mi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_{mi}}{\partial z^2} = \lambda_к^2 \dot{H}_{mi}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \delta_{mi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{mi}}{\partial z^2} = \lambda_к^2 \dot{\delta}_{mi}, \quad (8)$$

где $\lambda_к^2 = \alpha^2 + j\omega\mu_0\gamma_к$.

В уравнениях (6) – (8) для области УI вместо ω, $\gamma_к$ и $\lambda_к$ надо принимать ω_2, γ и λ. Граничные условия на поверхности магнитопроводов с токовой нагрузкой

$$\dot{H}_{mx} = -A_{my}; \quad \dot{H}_{my} = 0; \quad \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial z} = -j\alpha A_{my} \quad (9)$$

и без токовой нагрузки

$$\dot{H}_{mx}=0;\quad \dot{H}_{my}=0;\quad \frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial z}=0. \tag{I0}$$

Граничные условия на плоскостях между областями определяются из равенства нормальных и тангенциальных составляющих вектора напряженности магнитного поля. Сокращенно можно написать их в следующем виде:

$$\dot{H}_{min} = \dot{H}_{mil} \tag{II}$$

где $i = x, y, z$ – индексы составляющих;

n и l – номера соседних областей.

Граничные условия на плоскости $y = +a$ для составляющих вектора плотности тока при $\dot{H}_y = 0$ следующие:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\dot{\delta}_{mx\text{V}}}{\gamma_к} &= \frac{\dot{\delta}_{mx\text{VI}}}{\gamma_м} \\ \dot{\delta}_{my\text{V}} &= \dot{\delta}_{my\text{VI}} \\ \frac{1}{\gamma_к}\dot{\delta}_{mx\text{V}} &= \frac{\dot{\delta}_{mz\text{VI}}}{\gamma_м} \end{aligned}\right\} \tag{I2}$$

3. <u>Определение электромагнитного поля</u>. Учитывая граничные условия (4), (9) и (I0), можно получить решение уравнения (7) для комплексных амплитуд составляющих напряженности магнитного поля в областях I и П в виде:

$$\dot{H}_{mx\text{I}} = A_\text{I}\,\mathrm{sh}\,\alpha(z-\delta_1) - \frac{A_{my}}{\mathrm{sh}\,\alpha\delta_1}\,\mathrm{sh}\,\alpha z; \tag{I3}$$

$$\dot{H}_{mz\text{I}} = jA_\text{I}\,\mathrm{ch}\,\alpha(z-\delta_1) - j\,\frac{A_{my}}{\mathrm{sh}\,\alpha\delta_1}\,\mathrm{ch}\,\alpha z; \tag{I4}$$

$$\dot{H}_{mx\text{II}} = A_\text{II}\,\mathrm{sh}\,\alpha(z+\delta_2); \tag{I5}$$

$$\dot{H}_{mz\text{II}} = jA_\text{II}\,\mathrm{ch}\,\alpha(z+\delta_2). \tag{I6}$$

Учитывая граничные условия (2) и (4), можно получить решения уравнений (7) и (8) для комплексных амплитуд составляющих напряженности магнитного поля и плотности тока в областях Ш и IУ в виде:

$$\dot{H}_{mx\text{III}} = \frac{\lambda_к}{j\alpha}(A_\text{III}\,\mathrm{sh}\,\lambda_к z + B_\text{III}\,\mathrm{ch}\,\lambda_к z); \tag{I7}$$

$$\dot{H}_{mz\text{III}} = A_\text{III}\,\mathrm{ch}\,\lambda_к z + B_\text{III}\,\mathrm{sh}\,\lambda_к z; \tag{I8}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mx\mathrm{III}} = 0; \tag{19}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{my\mathrm{III}} = \frac{j\omega\mu_0\gamma_\kappa}{j\alpha}(A_{\mathrm{III}}\operatorname{ch}\lambda_\kappa z + B_{\mathrm{III}}\operatorname{sh}\lambda_\kappa z); \tag{20}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mz\mathrm{III}} = 0; \tag{21}$$

$$\overset{\circ}{H}_{mx\mathrm{IV}} = \frac{\lambda_\kappa}{j\alpha}(A_{\mathrm{IV}}\operatorname{sh}\lambda_\kappa z + B_{\mathrm{IV}}\operatorname{ch}\lambda_\kappa z); \tag{22}$$

$$\overset{\circ}{H}_{mz\mathrm{IV}} = A_{\mathrm{IV}}\operatorname{ch}\lambda_\kappa z + B_{\mathrm{IV}}\operatorname{sh}\lambda_\kappa z; \tag{23}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mx\mathrm{IV}} = 0; \tag{24}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{my\mathrm{IV}} = \frac{j\omega\mu_0\gamma_\kappa}{j\alpha}(A_{\mathrm{IV}}\operatorname{ch}\lambda_\kappa z + B_{\mathrm{IV}}\operatorname{sh}\lambda_\kappa z); \tag{25}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mz\mathrm{IV}} = 0. \tag{26}$$

Учитывая граничные условия (2) и (4), можно получить решения уравнений (6) и (7) для комплексных амплитуд составляющих напряженности магнитного поля и плотности тока областей У и УI в виде:

$$\left.\begin{aligned} \overset{\circ}{H}_{mx\mathrm{V}} = &-\sum_{n=1,2,3,4}\frac{d_n\operatorname{ch}\lambda_{n\kappa}(y-a-b)}{\lambda_{n\kappa}\operatorname{ch}\lambda_{n\kappa}b}\sin\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) - \ldots \\ &\ldots - B_v\frac{\operatorname{sh}\lambda_\kappa(z+\frac{\Delta}{2})}{\operatorname{sh}\lambda_\kappa\Delta} - C_v\frac{\operatorname{ch}\lambda_\kappa(z+\frac{\Delta}{2})}{\operatorname{sh}\lambda_\kappa\Delta}; \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

$$\left.\begin{aligned} \overset{\circ}{H}_{mz\mathrm{V}} = &\sum_n\frac{j\alpha d_n\operatorname{ch}\lambda_{n\kappa}(y-a-b)}{\frac{n\pi}{\Delta}\lambda_{n\kappa}\operatorname{ch}\lambda_{n\kappa}b}\cos\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + \ldots \\ &\ldots + A_v\frac{\operatorname{ch}\lambda_\kappa(y-a-b)}{\lambda_\kappa\operatorname{ch}\lambda_\kappa b} - \frac{j\alpha}{\lambda_\kappa\operatorname{sh}\lambda_\kappa\Delta}\left[B_v\operatorname{ch}\lambda_\kappa(z+\tfrac{\Delta}{2}) + C_v\operatorname{sh}\lambda_\kappa(z+\tfrac{\Delta}{2})\right]; \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mx\mathrm{V}} = \sum_n\frac{j\alpha d_n\operatorname{sh}\lambda_{n\kappa}(y-a-b)}{\frac{n\pi}{\Delta}\operatorname{ch}\lambda_{n\kappa}b}\cos\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + A_v\frac{\operatorname{sh}\lambda_\kappa(y-a-b)}{\operatorname{ch}\lambda_\kappa b}; \tag{29}$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{my\text{V}} = -\sum_n \frac{\alpha_n^2 d_n ch\lambda_{n\kappa}(y-a-b)}{\frac{n\pi}{\Delta}\lambda_{n\kappa} ch\lambda_{n\kappa} b} \cos\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + A_V \frac{j\alpha ch\lambda_\kappa(y-a-b)}{\lambda_\kappa ch\lambda_\kappa b} - \ldots$$

$$\ldots - \frac{j\omega\mu_0\gamma_\kappa}{\lambda_\kappa sh\lambda_\kappa\Delta}\left[B_V ch\lambda_\kappa\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + C_V sh\lambda_\kappa\left(z+\frac{\Delta}{2}\right)\right]; \qquad (30)$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mz\text{V}} = \sum_n d_n \frac{sh\lambda_{n\kappa}(y-a-b)}{ch\lambda_{n\kappa} b} \sin\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right); \qquad (31)$$

$$\overset{\circ}{H}_{mx\text{VI}} = -\sum_n \frac{b_n ch\lambda_n y}{\lambda_n ch\lambda_n a} \sin\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) - \frac{B_{\text{VI}} sh\lambda\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + C_{\text{VI}} ch\lambda\left(z+\frac{\Delta}{2}\right)}{sh\lambda\Delta}; \qquad (32)$$

$$\overset{\circ}{H}_{mz\text{VI}} = \sum_n \frac{j\alpha b_n ch\lambda_n y}{\frac{n\pi}{\Delta}\lambda_n ch\lambda_n a} \cos\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + A_{\text{VI}} \frac{ch\lambda y}{\lambda ch\lambda a} - \ldots$$

$$\ldots - \frac{j\alpha\left[B_{\text{VI}} ch\lambda\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + C_{\text{VI}} sh\lambda\left(z+\frac{\Delta}{2}\right)\right]}{\lambda sh\lambda\Delta}; \qquad (33)$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mx\text{VI}} = \sum_n \frac{j\alpha b_n sh\lambda_n y}{\frac{n\pi}{\Delta} ch\lambda_n a} \cos\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + A_{\text{VI}} \frac{sh\lambda y}{ch\lambda a}; \qquad (34)$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{my\text{VI}} = -\sum_n \frac{\alpha_n^2 b_n ch\lambda_n y}{\frac{n\pi}{\Delta}\lambda_n ch\lambda_n a} \cos\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + A_{\text{VI}} \frac{j\alpha ch\lambda y}{\lambda ch\lambda a} - \ldots$$

$$\ldots - \frac{j\omega_2\mu_0\gamma_M\left[B_{\text{VI}} ch\lambda\left(z+\frac{\Delta}{2}\right) + C_{\text{VI}} sh\lambda\left(z+\frac{\Delta}{2}\right)\right]}{\lambda sh\lambda\Delta}; \qquad (35)$$

$$\overset{\circ}{\delta}_{mz\text{VI}} = \sum_n b_n \frac{sh\lambda_n y}{ch\lambda_n a} \sin\frac{n\pi}{\Delta}\left(z+\frac{\Delta}{2}\right); \qquad (36)$$

где $\alpha_n^2 = \alpha + \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2$; $\lambda_n^2 = \alpha_n^2 + j\omega_2\mu_0\gamma$; $\lambda_{n\kappa}^2 = \alpha_n^2 + j\omega\mu\gamma_\kappa$.

Вышеприведенные выражения основных параметров электромагнитного поля, т.е. конкретно – выражения комплексных амплитуд составляющих напряженности магнитного поля и плотности тока в шести исследуемых зонах необходимы при расчетном анализе распределения электрического поля в винтовом канале, а также для изучения топографии электрического поля с целью увеличения полезной составляющей плотности тока в винтовом канале МГД-устройства. Полученные выражения необходимы для уточненного определения влияния поперечного краевого эффекта, а также для численного расчета и анализа всех интегральных энергетических характеристик винтового МГД-устройства на основе работ [II-I4,I9, 20], приводимых в последующей и продолжающей части данной работы.

Приложение

Неизвестные постоянные интегрирования в уравнениях (I3) - (36) выражаются в следующем виде:

$$C_V = \frac{SK(a+b)}{(JK-LI)j\alpha}; \qquad B_V = -C_V \frac{L}{K};$$

$$A_V = \frac{j\alpha V}{\Delta}\left(C_V \frac{1-ch\lambda_\kappa\Delta}{sh\lambda_\kappa\Delta} - B_V\right);$$

$$B_{III} = \frac{-j\alpha(th\lambda_\kappa\Delta B_V + C_V)Q}{th\lambda_\kappa\Delta\lambda_\kappa(ch\lambda_\kappa\frac{\Delta}{2}Q - Msh\lambda_\kappa\frac{\Delta}{2})} - sh\lambda_\kappa\frac{\Delta}{2}S;$$

$$A_{III} = -\frac{1}{Q}\left(j\,\frac{A_{my}}{sh\alpha d_1} + B_{III}M\right);$$

$$B_{IV} = \frac{-j\alpha N C_V}{\lambda_\kappa sh\lambda_\kappa\Delta(Nch\lambda_\kappa\frac{\Delta}{2} - Psh\lambda_\kappa\frac{\Delta}{2})};$$

$$A_{IV} = B_{IV}\frac{P}{N}; \qquad C_{VI} = C_V\frac{sh\lambda\Delta}{sh\lambda_\kappa\Delta};$$

$$B_{VI} = B_V + C_V\frac{ch\lambda_\kappa\Delta - ch\lambda\Delta}{sh\lambda_\kappa\Delta};$$

$$A_{VI} = -A_V\frac{\gamma_м}{\gamma_к}\frac{th\lambda_\kappa b}{th\lambda a};$$

$$A_{II}=\frac{\lambda_\kappa}{j\alpha\, sh\alpha d_2}\left[B_{IV}ch\lambda_\kappa(\Delta_\kappa+\frac{\Delta}{2})-A_{IV}sh\lambda_\kappa(\Delta_\kappa+\frac{\Delta}{2})\right];$$

$$A_I=-\frac{1}{sh\alpha d_1}\left\{\frac{\lambda_\kappa}{j\alpha}\left[A_{III}sh\lambda_\kappa(\frac{\Delta}{2}+\Delta_\kappa)+B_{III}ch\lambda_\kappa(\frac{\Delta}{2}+\Delta_\kappa)\right]+\ldots\right.$$

$$\left.\ldots+\frac{A_{my}}{sh\alpha\delta_1}sh\alpha\left(\frac{\Delta}{2}+\Delta_\kappa\right)\right\};$$

$$d_n=\frac{U\frac{2n\pi}{\Delta}}{\Delta}\left\{-B_v(-1)^n+\frac{C_v[1-(-1)^n ch\lambda_\kappa\Delta]}{sh\lambda_\kappa\Delta}\right\};$$

$$b_n=-\frac{\gamma_м}{\gamma_\kappa}\cdot\frac{th\lambda_{n\kappa}b}{th\lambda_n a}d_n.$$

Использованные в этих выражениях буквы имеют следующие значения:

$$S=\frac{-jA_{my}}{sh\alpha d_1(Q ch\lambda_\kappa\frac{\Delta}{2}-M sh\lambda_\kappa\frac{\Delta}{2})};$$

$$K=-\frac{2}{\Delta}\sum_n(-1)^n FU-\frac{VG}{\Delta}-\frac{b}{\lambda_\kappa sh\lambda_\kappa\Delta}-\frac{a}{\lambda sh\lambda\Delta};$$

$$J=\frac{2}{\Delta sh\lambda_\kappa\Delta}\sum_n(-1)^n FU\left[1-(-1)^n ch\lambda_\kappa\Delta\right]+\frac{(1-ch\lambda_\kappa\Delta)}{\Delta sh\lambda_\kappa\Delta}GV-\ldots$$

$$\ldots-\frac{b}{\lambda_\kappa}-\frac{a(ch\lambda\Delta\, ch\lambda_\kappa\Delta-1)}{\lambda sh\lambda\Delta\, sh\lambda_\kappa\Delta}-\frac{R(a+b)}{\lambda_\kappa th\lambda_\kappa\Delta};$$

$$L=\frac{2}{\Delta sh\lambda_\kappa\Delta}\sum_n\left[1-(-1)^n ch\lambda_\kappa\Delta\right]FU+\frac{(1-ch\lambda_\kappa\Delta)}{\Delta sh\lambda_\kappa\Delta}CV-\ldots$$

$$\ldots-\frac{a(ch\lambda_\kappa\Delta-ch\lambda\Delta)}{\lambda sh\lambda\Delta\, sh\lambda_\kappa\Delta}-\frac{T(a+b)}{j\alpha};$$

$$I=-\frac{2}{\Delta}\sum_n FU-\frac{GV}{\Delta}-\frac{b}{\lambda_\kappa th\lambda_\kappa\Delta}-\frac{a}{\lambda th\lambda a}-\frac{(a+b)R}{\lambda_\kappa};$$

$$Q = \frac{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_1 \,\mathrm{ch}\, \lambda_\kappa\left(\frac{\Delta}{2} + \Delta_\kappa\right) + \lambda_\kappa \,\mathrm{sh}\, \lambda_\kappa\left(\frac{\Delta}{2} + \Delta_\kappa\right)}{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_1};$$

$$M = \frac{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_1 \,\mathrm{sh}\, \lambda_\kappa\left(\frac{\Delta}{2} + \Delta_\kappa\right) + \lambda_\kappa \,\mathrm{ch}\, \lambda_\kappa\left(\frac{\Delta}{2} + \Delta_\kappa\right)}{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_1};$$

$$F = \mathrm{th}\, \lambda_{n\kappa} b \left(\frac{1}{\lambda_{n\kappa}^2} - \frac{\gamma_M}{\gamma_\kappa \lambda_n^2}\right);$$

$$G = \mathrm{th}\, \lambda_\kappa b \left(\frac{1}{\lambda_\kappa^2} - \frac{\gamma_M}{\gamma_\kappa \lambda^2}\right);$$

$$U = \frac{(\lambda_{n\kappa}^2 - \lambda_n^2)\gamma_\kappa \,\mathrm{th}\, \lambda_n a}{\lambda_n \lambda_{n\kappa}(\lambda_n \gamma_\kappa \,\mathrm{th}\, \lambda_n a + \gamma_M \lambda_{n\kappa} \,\mathrm{th}\, \lambda_{n\kappa} b)};$$

$$V = \frac{(\lambda_\kappa^2 - \lambda^2)\gamma_\kappa \,\mathrm{th}\, \lambda a}{\lambda_\kappa \lambda(\lambda \gamma_\kappa \,\mathrm{th}\, \lambda a + \lambda_\kappa \gamma_M \,\mathrm{th}\, \lambda_\kappa b)};$$

$$R = \frac{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_1 \,\mathrm{th}\, \lambda_\kappa \Delta_\kappa + \lambda_\kappa}{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_1 + \lambda_\kappa \,\mathrm{th}\, \lambda_\kappa \Delta_\kappa};$$

$$T = \frac{j\alpha\left(N \,\mathrm{sh}\, \lambda_\kappa \frac{\Delta}{2} - P \,\mathrm{ch}\, \lambda_\kappa \frac{\Delta}{2}\right)}{\lambda_\kappa \,\mathrm{sh}\, \lambda_\kappa \Delta\left(N \,\mathrm{ch}\, \lambda_\kappa \frac{\Delta}{2} - P \,\mathrm{sh}\, \lambda_\kappa \frac{\Delta}{2}\right)};$$

$$N = \frac{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_2 \,\mathrm{ch}\, \lambda_\kappa\left(\frac{\Delta}{2} + \Delta_\kappa\right) + \lambda_\kappa \,\mathrm{sh}\, \lambda_\kappa\left(\Delta_\kappa + \frac{\Delta}{2}\right)}{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_2};$$

$$P = \frac{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_2 \,\mathrm{sh}\, \lambda_\kappa\left(\frac{\Delta}{2} + \Delta_\kappa\right) + \lambda_\kappa \,\mathrm{ch}\, \lambda_\kappa\left(\Delta_\kappa + \frac{\Delta}{2}\right)}{\alpha \,\mathrm{th}\, \alpha d_2}.$$

Литература

1. К а г о, D. Electromagnetic Pump. - The Consulting Engineer, I, I, 1963, p. 57.

2. Р е й м а л Л.Р. Состояние и перспективы развития теории электромагнитного поля в винтовых каналах МГД-устройств (МГДУ) индукционного и кондукционного типа. - В кн.: "Седьмое Рижское совещание по магнитной гидродинамике. МГД-машины и устройства." Т.2, Рига, 1972, с. 99-102.

3. Р е й м а л Л.Р. О возможностях анализа распределения электрического поля в винтовых каналах МГД-устройств. - В кн.: "Сб. материалов к IУ Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам." Вып. 3, т. 2, Таллин, 1970, с. 316-336.

4. М е ж б у р д В.И., Р е й м а л Л.Р. Об одной задаче расчета электрического поля в электромагнитных МГД-устройствах с винтовым каналом. - В кн.: "Шестое Рижское совещание по магнитной гидродинамике." Т. 3, Рига, 1968, с. 96-101.

5. М е ж б у р д В.И., Р е й м а л Л.Р. К расчету электрического поля активной зоны в МГД-устройствах с винтовым каналом. - В кн.: "Сб. научно-технических статей НИНТИ." Вып. 13, М., "Энергия", 1970, с. 119-127.

6. Р е й м а л Л.Р. Об общем решении при расчете электрического поля в винтовом канале МГД-устройства. - В кн.: "Седьмое Рижское совещание по магнитной гидродинамике. МГД-машины и устройства." Т. 2, Рига, 1972, с. 110-111.

7. Р е й м а л Л.Р. Влияние контактного электросопротивления между стенками канала и жидким металлом, а также ферромагнитных примесей на распределение электрического поля в МГД-устройствах. - В кн.: "Сб. материалов к IУ Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам." Вып. 3, т. 2, Таллин, 1970, с. 337-350.

8. Б е р т и н о в А.И., С и н е в а Н.В. Некоторые вопросы расчета спирального электромагнитного насоса трехфазного тока. "Магнитная гидродинамика", 1965, №3, с. 103-110.

9. П а р т с Р.Р., Т е э а р у В.А. Распределение тока в винтовом канале индукционного насоса. - В кн.:"Сб. научно-технических статей НИСЭТИ." Вып. 7, М., "Энергия", 1967, с. 109-117.

10. С а а р е т М.Э., Т е э а р у В.А. К определению распределения плотности тока в жидком металле в винтовом канале индукционного насоса. - В кн.:"Сб. материалов к IУ Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам." Вып. 3, т. 2, Таллин, 1970, с. 198-203.

11. К и р и л л о в И.Р. Поперечный краевой эффект индукционных МГД-машин с винтовым каналом. "Магнитная гидродинамика", 1969, № 4, с. 111-116.

12. К и р и л л о в И.Р. Индукционная жидкометаллическая МГД-машина с винтовым каналом. "Магнитная гидродинамика", 1970, № 2, с. 100-106.

13. К е с к ю л а В.Ф., Р е й м а л Л.Р. Об особенностях электромагнитного расчета индукционного насоса с винтовым каналом без внутреннего сердечника. - В кн.: "Сб. научно-технических статей НИПТИ." Вып. 13, М., "Энергия", 1970, с. 108-119.

14. К е с к ю л а В.Ф., Р е й м а л Л.Р. Учет краевых эффектов и электромагнитных процессов во вторичной системе высокотемпературного индукционного насоса с винтовым каналом. - В кн.:"Сб. научно-технических статей НИПТИ." Вып. 15, Таллин, 1971, с. 217-233.

15. Д у м и н ь И.А., Р е й м а л Л.Р. К расчету вращающегося магнитного поля в винтовом канале высокотемпературного МГД-устройства. - В кн.:"Седьмое Рижское совещание по магнитной гидродинамике. МГД-машины и устройства." Т.2, Рига, 1972, с. 112-113.

16. В и й л ь Х.А., М е ж б у р д В.И., Р е й м а л Л.Р. К определению параметров эквивалентной схемы насоса постоянного тока с винтовым каналом. - В кн.: "Техническая электромагнитная гидродинамика." Труды № 6, М., "Металлургия", 1967, с. 262-273.

17. Р е й м а л Л.Р. О некоторых уточнениях при расчете сосредоточенных параметров эквивалентной схемы элект-

рического поля винтового канала МГД-устройства. - В кн.: "Сб. материалов к IУ Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам," Таллин, 1969, с. 217-243.

18. Т ю т и н И.В. Введение в теорию индукционных насосов - В кн.:"Труды института физики АН Латв.ССР". Вып.8, Рига, 1956.

19. Д р о н н и к Л.М., Т о п м а ч И.М. Об эмпирической аппроксимации коэффициента гидравлического сопротивления в бегущем магнитном поле . "Магнитная гидродинамика",1968, № 4, с. 44-51.

20. Д р о н н и к Л.М. К вопросу о совместном влиянии неоднородного профиля скорости и перегородок в индукционном винтовом канале. - В кн.:"Сб. материалов к У Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам." Вып.4, Таллин, 1971, с. 14-32.

L. Valdur, L. Reimal

Estimation of an Electromagnetic Field in the Thread Canal of a Magnetohydrodynamic Device Considering the Measurements and Electrophysical Parameters

Summary

The paper deals with the distribution of the electromagnetic field in the secondary system of the canal. The solution of Maxwell's equations has been shown in the form of Fourier's rows. The measurement of the canal and the conductivity of the medium are taken into consideration.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

УДК 621.318.38

Э.В.Валласте

ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ РАССЕЯНИЯ ЛОБОВЫХ ЧАСТЕЙ ОБМОТКИ "ЯВНОПОЛЮСНОГО" ИНДУКЦИОННОГО ВРАЩАТЕЛЯ

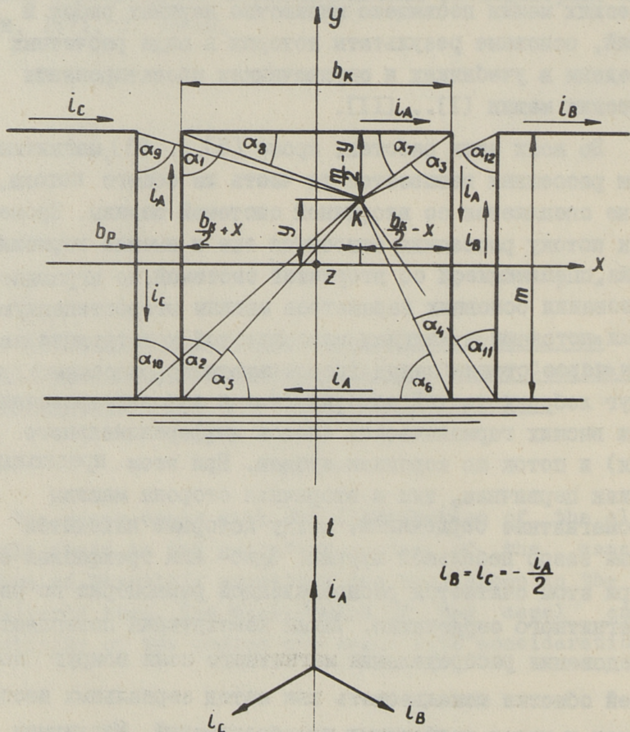
Постановка задачи

Определению индуктивных сопротивлений рассеяния электрических машин посвящено множество научных работ и монографий, основные результаты которых в виде расчетных формул приведены в учебниках и справочниках проектирования электрических машин [I]...[II].

Во всех этих работах, кроме [5]... [8],магнитным потоком рассеяния называется та часть из общего потока, которая не сцепляется со вторичной системой машины. Кроме этого, к потоку рассеяния относятся еще и высшие гармонические потока,сцепляющиеся со вторичной системой,но играющие при образовании основных параметров машины второстепенную роль. Такими потоками в машинах классической конструкции являются поток через стенки пазов (поток пазового рассеяния), поток вокруг лобовых частей обмотки (поток лобового рассеяния), поток высших гармонических (поток дифференциального рассения) и поток по коронкам зубцов. При этом предполагают, что как первичная, так и вторичная сторона машины имеют ферромагнитные сердечники, между которыми находится воздушный зазор небольшой ширины. Одно- или трехфазная обмотка при этом считается распределенной равномерно по расточке магнитного сердечника. Такая конструкция позволяет для исследования распределения магнитного поля вокруг лобовых частей обмотки использовать как метод зеркальных изображений так и метод конформных преобразований. Магнитная проницаемость стали всеми авторами при этом считается бесконечно великой, т.е. не учитывается влияние насыщения ее.

Более или менее точно определено и распределение магнитного потока рассеяния в межполюсном пространстве синхронных машин и машин постоянного тока. Основным методом расчета является графический метод построения картин поля.

По-иному рассматривается вопрос о распределении магнитного поля электрической машины в [5], [6] и [7]. В этих работах рассматривается распределение магнитного поля над односторонним плоским ферромагнитным индуктором, около которого отсутствуют ферромагнетики вторичной системы. Результирующий поток обмотки, лежащей в пазах плоского индуктора, разделяется на две части - поток вне сердечника индуктора и поток пазового рассеяния. Это полностью оправдано, так как разделение потока, создаваемого сторонами катушек, лежащих

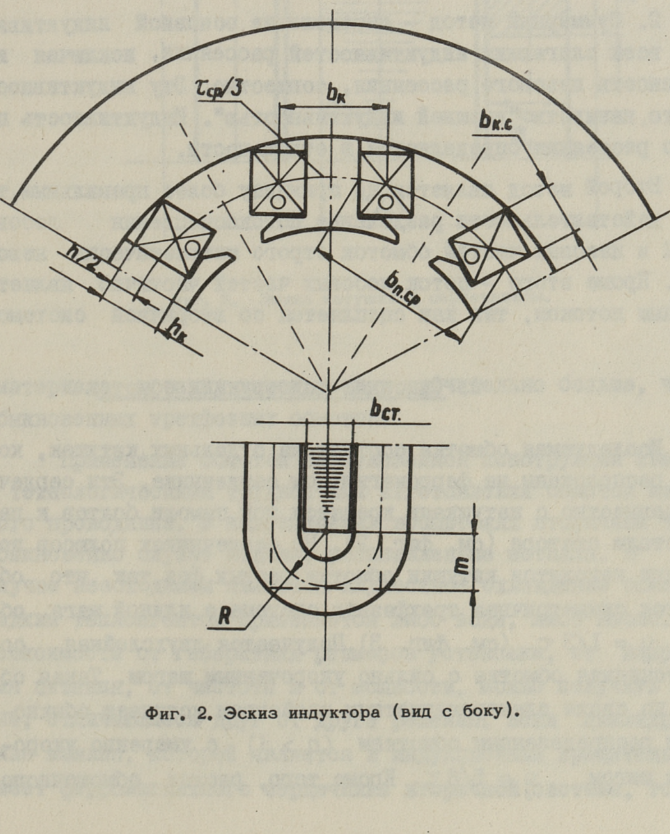


Фиг. 1. Принципиальная схема эквивалентной лобовой части обмотки к определению потокосцепления.

в пазах магнитопровода, от потока, создаваемого лобовыми частями катушек, находящихся вне магнитопровода, практически невозможно. Распределение магнитного потока в пространстве над ферромагнитным сердечником, имеющим ограниченные размеры, крайне сложно и без существенных упрощений трудно подчиняется математическому анализу.

В данной статье рассматривается определение индуктивности обмотки цилиндрического статора с ферромагнитным сердечником и без ферромагнитной вторичной системы, от потока рассеяния лобовых частей.

Магнитная система статора при этом имеет явновыраженные полюса. Между двумя полюсами, т.е. в так называемом пазу находятся рядом друг с другом стороны катушек двух разных фаз (см. фиг. I).



Фиг. 2. Эскиз индуктора (вид с боку).

Вторичной системой в этой установке является жидкая сталь с довольно большим удельным электрическим сопротивлением. Создаваемые в этом металле вращающимся магнитным полем статора токи незначительны и их обратное влияние на поле статора (т.е. влияние "реакции якоря") будет ничтожно малое. Следовательно, заданную задачу можно сформулировать следующим образом: определение индуктивного сопротивления самоиндукции трехфазной обмотки явнополюсного статора без вторичной системы (как магнитной, так и электрической), учитывая при этом взаимное влияние отдельных фазных обмоток. К этому можно подойти двумя путями:

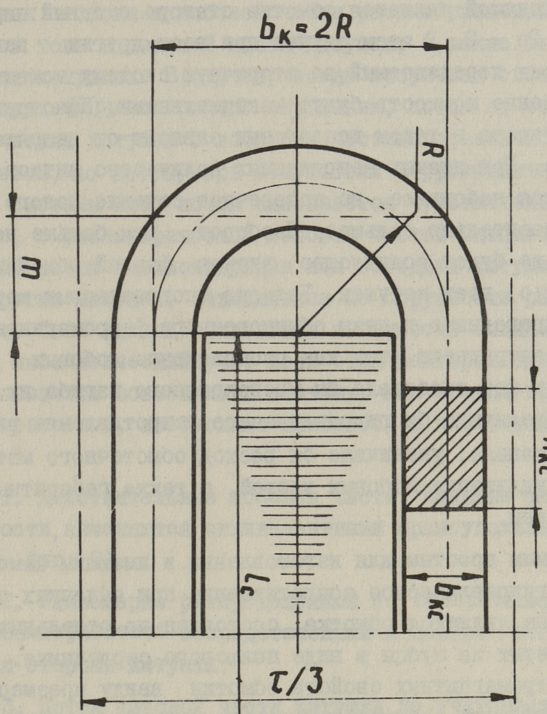
I. Классический метод - определение основного потока и соответственно основной индукции, а также всех слагающих индуктивностей рассеяния в отдельности.

2. Суммарный метод - определение основной индуктивности и всех слагающих индуктивностей рассеяния, исключая индуктивность пазового рассеяния, совместно. Эту индуктивность принято называть "внешней индуктивностью". Индуктивность пазового рассеяния определяется в отдельности.

Второй метод является по принципу более правильным, так как в действительности разделение потокосцепления лобовых частей и пазовых частей обмоток строго математически невозможно. Кроме этого - поток лобовых частей частично является полезным потоком, так как сцепляется со вторичной системой.

2. Описание конструкции обмоток

Исследуемая обмотка состоит из отдельных катушек, которые расположены на ферромагнитном сердечнике. Эти сердечники совместно с катушками крепятся при помощи болтов к пакету стали статора (см. фиг. 2). На сердечниках полюсов поочередно находятся катушки обмотки разных фаз так, что образуется симметричная трехфазная система с длиной шага обмотки $y = 1/3\,\tau$ (см. фиг. 3). Получается двухслойная сосредоточенная обмотка с сильно укороченным шагом. Такая обмотка по своим электромагнитным свойствам уступает обыкновенным распределенным обмоткам $(q > 1)$ с умеренно укороченным шагом $y \approx 5/6\,\tau$. Кроме того, расход обмоточного



Фиг. 3. Эскиз катушки с сердечником.

материала в таких конструкциях значительно больше, чем у обыкновенных трехфазных обмоток.

Применение обмоток вышеуказанной конструкции связано с технологическими трудностями изготовления обмоток из полого проводника. В индукционных вращателях вторичным телом обыкновенно служат жидкие, расплавленные металлы. В этом случае необходимым является жидкостное охлаждение обмоток. Жидким теплоагентом применяется либо вода, либо масло. В зависимости от габаритных размеров установки, от напряжения питания, от частоты и от мощности, можно получить разные, отличающиеся друг от друга решения. Если цилиндрическая машина, которой является и индукционный вращатель, не имеет ферромагнитного сердечника вторичной системы, то самой подходящей является обмотка статора с одной парой полюсов - $2p = 2$. В этом случае при всех других неизменных параметрах передаваемый во вторичную систему момент и соответственно мощность будут максимальными. Конструкция обмотки статора в таком исполнении зависит от напряжения питания ее. При низких напряжениях количество витков катушек получается небольшое, но поперечное сечение полого проводника относительно большое. Наоборот - чем больше напряжение, тем больше будет количество витков фазной обмотки и, следовательно, всех катушек. Укладка многовитковых катушек из полого проводника в пазы обыкновенного ферромагнитного сердечника затруднена, так как расположение лобовых частей отдельных фаз требовало бы многократного изгиба их. Это сильно увеличило бы гидравлическое сопротивление внутрипроводного канала, увеличило бы расход обмоточного материала за счет удлинения лобовых частей, а также габаритные размеры машины.

Самым простым для изготовления и имеющим самое маленькое гидравлическое сопротивление при заданных параметрах машины является обмотка, состоящая из отдельных катушек, надетых на зубцы в виде полюсного сердечника. Ухудшение электромагнитных свойств обмотки ввиду чрезмерного укорочения шага скомпенсируется простотой изготовления катушек, простотой укладки их в машину и относительно хорошими условиями поверхностного охлаждения катушек. Исходя из этого, в данной статье рассматриваются только обмотки "явнополюсных" статоров, где в каждом "пазу" (в межполюсном пространстве) лежат рядом стороны катушек разных фаз. Лобовые части катушек из полого проводника имеют форму полуокружности (так как такая конфигурация обеспечивает минимальное гидравлическое сопротивление). Концы катушек соединяются параллельно в систему жидкостного охлаждения (см.фиг.2).

3. Расчет потокосцепления лобовых частей обмотки

Картина распределения магнитного поля вокруг лобовых частей катушек такой конструкции является чрезвычайно сложной. Пространство между боковой поверхностью полюсного сердечника и лобовой части катушки пронизывается магнитным потоком как от тока в лобовой части рассматриваемой катушки, так и от тока в пазовой части катушки, а также от тока в соседних катушках. В случае, когда вторичная система (ротор) имеет ферромагнитный сердечник, поток от тока в пазовых частях катушек с лобовыми частями практически не сцепляется, но здесь, при отсутствии ферромагнитной вторичной системы этот поток оказывается чувствительным. Кроме того, с рассматриваемой лобовой частью сцепляется определенный поток взаимоиндукции как соседних катушек, так и всех других катушек, находящихся по окружности расточки статора. Свое влияние оказывает и близость спинки статора. Точный математический учет всех этих факторов одновременно не оказывается возможным и поэтому, как всегда при технических расчетах, необходимо прибегать к некоторым упрощениям.

I. Действительные лобовые части, имеющие форму полуокружности, заменяются эквивалентными прямоугольными частями (см. фиг. 2).

2. Равномерно распределенный по поперечному сечению ток рассматривается сосредоточенным в центре поперечного сечения стороны катушки.

3. Поток пазовой части катушки не учитывается.

4. Магнитная проницаемость стали сердечника статора принимается бесконечной ($\mu_{ст} = \infty$).

5. Действительный цилиндрический статор заменяется плоским, выпрямленным магнитопроводом с обмоткой (см. фиг. 4).

6. Влияние близости стали (спинки) статора на величину потока сцепления учитывается экспериментальным коэффициентом $\chi_л$ [5]...[8].

Эквивалентная ширина катушки (фиг. I и 2)

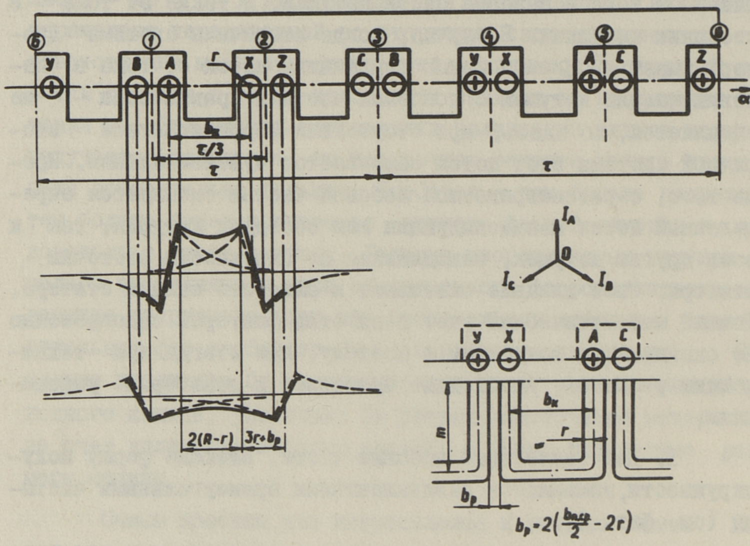
$$b_к \approx b_з + 2b_{из} + b_{ст} = 2R, \qquad (I)$$

где $b_з$ - ширина сердечника зубца;

$b_{из}$ - толщина изоляции зубца;

$b_{ст}$ - ширина сторон катушки;

R - радиус среднего витка лобовой части катушки (см. фиг. 2).



Фиг. 4. Выпрямленный индуктор с расположением обмотки и кривые распределения поля.

Длина вылета лобовой части катушки (фиг. 2)

$$m \approx m_1 + \frac{\pi R^2}{2} = m_1 + \frac{\pi b_к}{8}\,, \tag{2}$$

где m_1 - длина прямой части стороны катушки, выступающей от паза.

Магнитная индукция в точке К, лежащая на осевой плоскости эквивалентной лобовой части катушки (фиг. I) выражается по закону Био-Савара согласно [5]

$$B_0 = \frac{\mu_0 i_A w_к}{4\pi} \cdot s_0 \chi_л\,, \tag{3}$$

где $$s_0 = \frac{1}{\frac{b_к}{2}+x}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2) + \frac{1}{\frac{b_к}{2}-x}(\cos\alpha_3 + \cos\alpha_4) +$$

$$+\frac{1}{\frac{m}{2}+y}(\cos\alpha_5+\cos\alpha_6)+\frac{1}{\frac{m}{2}-y}(\cos\alpha_7+\cos\alpha_8). \quad (4)$$

Здесь углы $\alpha_1; \alpha_2 \ldots$ явствуют из фиг. I, а $w_к$ - количество витков одной катушки; $\chi_л$ - экспериментальный коэффициент, учитывающий влияние близости стального сердечника.

По экспериментальным данным $\chi_л \approx 1{,}4$ [5], [7].

Магнитный поток, пронизывающий контур рассматриваемой катушки с током

$$\Phi_л=\frac{\mu_0 i_A}{4\pi}w_к\lambda_л\int\limits_{-\frac{b_к-b_{ст}}{2}}^{\frac{b_к-b_{ст}}{2}}\int\limits_{-\frac{m-b_{ст}}{2}}^{\frac{m-b_{ст}}{2}} s_0\,dx\,dy. \quad (5)$$

Индуктивность одной лобовой части катушки

$$L_{л(1)}=\frac{w_к\Phi_л}{i_A}=\frac{\mu_0}{\pi}w_к^2\chi_л\int\limits_{-\frac{m-b_{ст}}{2}}^{\frac{m-b_{ст}}{2}}\int\limits_{-\frac{b_к-b_{ст}}{2}}^{\frac{b_к-b_{ст}}{2}} s_0\,dx\,dy=$$

$$=\frac{\mu_0}{\pi}w_к^2\chi_л\left[2\left\{\sqrt{m^2+b_к^2}+\sqrt{2}\,\frac{b_{ст}}{2}-\sqrt{\frac{b_{ст}^2}{4}+\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2}-\right.\right.$$

$$\left.-\sqrt{\frac{b_{ст}^2}{4}+\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2}\right\}+\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)\ln\frac{\left[\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)+\sqrt{\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2+\frac{b_{ст}^2}{4}}\right]\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)}{\frac{b_{ст}}{2}\left[\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)+\sqrt{\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2+\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2}\right]}+$$

$$+\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)\ln\frac{\left[\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)+\sqrt{\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2+\frac{b_{ст}^2}{2}}\right]\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)}{\frac{b_{ст}}{2}\left[\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)+\sqrt{\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2+\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2}\right]}+$$

$$\left.+\frac{b_{ст}}{2}\ln\frac{\left[\frac{b_{ст}}{2}+\sqrt{\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2+\frac{b_{ст}^2}{4}}\right]\left[\frac{b_{ст}}{2}+\sqrt{\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)^2+\frac{b_{ст}^2}{4}}\right]\frac{b_{ст}^2}{4}}{\left(b_к-\frac{b_{ст}}{2}\right)\left[\frac{b_{ст}}{2}\left(1+\sqrt{2}\right)\right]^2\left(m-\frac{b_{ст}}{2}\right)}\right]. \quad (6)$$

При выводе формулы (6) высота поперечного сечения не учитывается. Действительное прямоугольное поперечное сечение стороны заменяется окружностью, диаметр которой равен ширине стороны $b_{ст}$. Также не учитывается влияние другой катушки этой фазы, которая расположена на противоположной стороне расточки индуктора. Как показывали расчеты, влияние лобовых частей этой катушки незначительны (ввиду большого расстояния).

На индуктивность рассматриваемой лобовой части влияют потоки от пазовых частей сторон катушек (т.н. выпучивание поля). Но выбранный метод расчета, изложенный в данной статье, не позволяет эту долю учитывать.

Реактивное сопротивление рассеяния лобовых частей одной фазы:

$$x_{\sigma л} = 2\pi f L_{лф} = 4p\cdot 2f\mu_0 \chi_л w_к^2 \Lambda_л = 32 p\pi f \chi_л w_к^2 \Lambda_л \cdot 10^{-7}, \qquad (7)$$

где

$$\Lambda_л = \Bigg[2\left\{ \sqrt{m^2 + b_к^2} + \sqrt{2}\,\frac{b_{ст}}{2} - \sqrt{\frac{b_{ст}^2}{4} + \left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2} - \sqrt{\frac{b_{ст}^2}{4} + \left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2} \right\} +$$

$$+ \left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right) \ln \frac{\left[\left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right) + \sqrt{\left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2 + \frac{b_{ст}^2}{4}}\right]\left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right)}{\frac{b_{ст}}{2}\left[\left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right) + \sqrt{\left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2 + \left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2}\right]} +$$

$$+ \left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right) \ln \frac{\left[\left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right) + \sqrt{\left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2 + \frac{b_{ст}^2}{4}}\right]\left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right)}{\frac{b_{ст}}{2}\left[\left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right) + \sqrt{\left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2 + \left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2}\right]} +$$

$$+ \frac{b_{ст}}{2} \ln \frac{\left[\frac{b_{ст}}{2} + \sqrt{\left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2 + \frac{b_{ст}^2}{4}}\right]\left[\frac{b_{ст}}{2} + \sqrt{\left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right)^2 + \frac{b_{ст}^2}{4}}\right]\frac{b_{ст}^2}{4}}{\left(b_к - \frac{b_{ст}}{2}\right)\left[\frac{b_{ст}}{2}(1+\sqrt{2})\right]^2\left(m - \frac{b_{ст}}{2}\right)} \Bigg]. \qquad (8)$$

Амплитуда первой гармонической магнитной индукции симметричной трехфазной обмотки, как известно, в полтора раза превышает это значение однофазной обмотки. Для более точного расчета индуктивности лобового рассеяния пришлось бы разложить результирующую кривую магнитной индукции, создаваемой однофазной обмоткой, в ряд Фурье и умножить амплитудное значение каждой гармонической на I,5, и потом снова определить результирующий поток. Но как показали эксперименты, достаточно точные результаты получаются, если умножить результирующее индуктивное сопротивление одной фазы, полученное применением формулы (7), на три вторых. Следовательно, индуктивное сопротивление лобовых частей одной фазы из симметричной трехфазной обмотки получается в виде:

$$x_{\sigma л}^{(3)} = \frac{3}{2} \cdot 32 p \pi f \chi_л w_к^2 \Lambda_л \cdot 10^{-7} = 48 p \pi f \chi_л w_к^2 \Lambda_л \cdot 10^{-7} \text{ Ом.} \tag{9}$$

Если фазная обмотка составляет a_1 параллельных ветвей, то индуктивное сопротивление уменьшается в a_1^2 раза.

4. Экспериментальная проверка изложенной методики расчета

Экспериментальное исследование было проведено лишь у одного индуктора, изготовленного по хоздоговору № 329/455 с ДОННИИЧермет-ом и имеющего вышеописанную конструкцию. Маленькое количество экспериментов было связано с тем, что изготовление таких индукторов других геометрических размеров требовало бы много дефицитных материалов, а также специальных станков для изготовления их. В наших условиях это оказалось невозможным.

Данные индуктора ДОННИИЧермет-а были следующие:

Диаметр расточки	D_c	$= 0,278$ м
Длина пакета стали индуктора	l_c	$= 0,3$ м
Частота напряжения	f	$= 50$ Гц
Наружный диаметр пакета стали индуктора	$D_я$	$= 0,57$ м
Число зубцов	z	$= 6$
Число пар полюсов	p	$= 1$
Зубцовое деление	$t_з = D_c/z$	$= 0,146$ м
Ширина сердечника зубца	$b_з$	$= 0,047$ м
Высота сердечника зубца	$h_з$	$= 0,079$ м
Число витков катушки	$w_к$	$= 38$
Высота поперечного сечения стороны катушки	h	$= 0,060$ м
Ширина поперечного сечения стороны катушки	b	$= 0,059$ м
Число параллельных ветвей обмотки	a_1	$= 1$
Число витков фазной обмотки	$w = 2pq \cdot \frac{w_к}{a_1}$	$= 76$

Ширина катушки $b_к = 2R = b_з + b_{из} + b_{ст} = 4{,}7 + 0{,}4 + 5{,}9 = 11{,}0 см = 0{,}11 м$.

Средняя ширина паза $b_{п ср} = \frac{(D_c + h_з)}{z} - b_з = \frac{(27{,}8 + 7{,}9)}{6} - 4{,}7 = 13{,}983 \approx 14 см = 0{,}14 м$.

Вылет эквивалентной лобовой части катушки $m \approx m_1 + \frac{\pi R^2}{2b_к} = m_1 + \frac{\pi b_к}{8} = 1{,}0 + \frac{\pi \cdot 11}{8} = 5{,}3175 \approx 5{,}32 см = 0{,}0532 м$.

Проводимость лобовой части катушки по формуле (7) $\Lambda_л = 0{,}1306$, а индуктивное сопротивление $x^{(3)}_{\sigma л} = 48 \cdot 1\, \pi \cdot f \cdot x_л \cdot w_k^2\, \Lambda_л \cdot 10^{-2} = 0{,}23$ Ом.

Индуктивное сопротивление лобовых частей индуктора определено экспериментальным путем и равно

$$x^{(3)}_{\sigma л} = 0{,}21 \text{ Ом}.$$

Погрешность: $$\Delta x = \frac{0{,}21 - 0{,}23}{0{,}21} \cdot 100 = -9{,}5\%.$$

Такую точность можно считать удовлетворительной, учитывая то обстоятельство, что формулы, приведенные в учебниках для определения этого параметра, либо вообще не годны для таких обмоток, либо дадут погрешность несколько сотен процентов.

Несмотря на то, что данная методика была проверена экспериментально только у одного индуктора, можно все-таки ожидать, что она годна для определения индуктивного сопротивления лобовых частей всех обмоток аналогичной конструкции, т.е. с сильно укороченным шагом и без ферромагнитного сердечника вторичной системы обмоток.

Литература

1. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники Ш. Госэнергоиздат, 1959.

2. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Л., "Энергия", 1970.

3. Рихтер Р. Электрические машины, I часть. ОНТИ 1935.

4. П о с т н и к о в И.М. Проектирование электрических машин. Киев, Госиздат УССР, 1960.

5. В а л л а с т е Э.В., Я н е с Х.И. Распределение магнитного поля прямоугольной катушки.-"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 214, 1964.

6. В а л л а с т е Э.В., Я н е с Х.И. Магнитное поле трехфазной обмотки индукционного желоба. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 231, 1965.

7. В а л л а с т е Э.В., Я н е с Х.И. Расчет индуктивности обмотки прямолинейного одностороннего индуктора бесконечной длины. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 249, 1967.

8. В а л л а с т е Э.В. Исследование первичного магнитного поля и параметров обмоток плоских линейных односторонних индикаторов и индукционных желобов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Таллин, 1966.

9. M ü l l e r, G. Elektrische Maschinen. Grundlagen. VEB Verlag Technik, Berlin 1973.

10. M ü l l e r, G. Elektrische Maschinen. Theorie rotierender elektrischer Maschinen. VEB Verlag Technik, Berlin 1973.

11. S c h e n k e l, M. Praktische Streuungsberechnung, unsbesondere bei Wechselstrom-Kollektormotoren, ETZ, 1911.

E. Vallaste

Blindwiderstand von Streufelder der Wicklungsköpfe des Induktiondrehers

Zusammenfassung

Im vorliegenden Artikel wird das Problem der Berechnung von Streufelder der Wicklungsköpfe eines Drehstromständers mit ausgeprägten Polen und ohne ferromagnetischen Lauferkern dargestellt. Es wird eine Rechnungsmethodik entwickelt, die es ermöglicht, den Blindwiderstand der Wicklungsköpfe, basierend auf dem Gesetz von Biot-Savart und auf Spiegelungstheorie, zu bestimmen.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

УДК 621.318.38

В.Ф.Кескюла, И.Р. Тергем

ОБ УПРОЩЕННОМ УЧЕТЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ДВУХСЛОЙНЫХ ВТОРИЧНЫХ СИСТЕМАХ ИНДУКЦИОННОГО ВРАЩАТЕЛЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

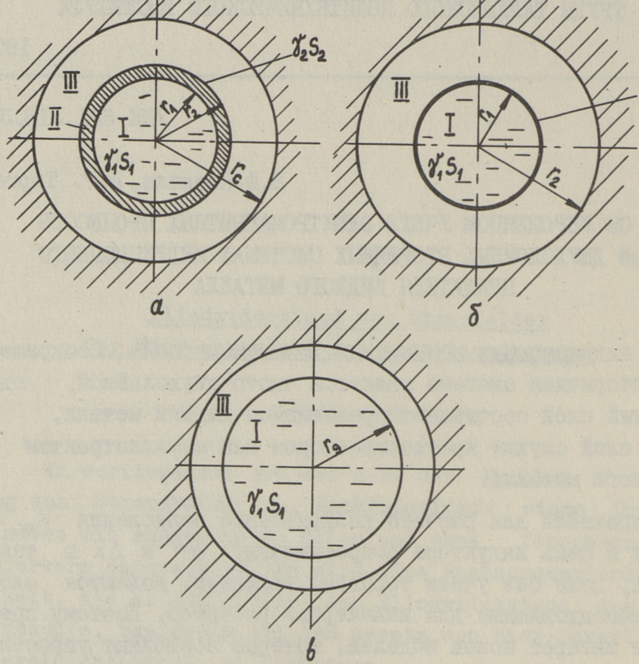
В индукционных вращателях жидкого металла (сокращенно ИВ) вторичная система является часто двухслойной, где внутренний слой составляет вращающийся жидкий металл, а внешний слой служит кристаллизатором или металлотрактом для жидкого металла.

Выражения для расчета коэффициента ослабления K_{oc} и вносимых в цепь индуктора сопротивлений Δr и Δx в таких системах, даже без учета торцевых эффектов, являются сложными и неподходящими для инженерных расчетов. Поэтому представляет интерес поиск моделей, которые позволяют упростить учет электромагнитных процессов во вторичной системе и в то же время обладают достаточной точностью.

В данной работе сравнивается расчет параметров K_{oc}, Δr и Δx на основе трех моделей (фиг. I), в которых торцевые эффекты не учитываются.

На фиг. I,а изображена модель с двухслойной вторичной системой. Внутренний цилиндрический слой радиусом r_1 является жидким металлом, который обладает электропроводностью γ_1 и вращается со средним скольжением s_1 относительно магнитного поля индуктора. Между радиусами r_1 и r_2 заключен кристаллизатор с удельной электропроводностью γ_2 и скольжением s_2. Внутренняя поверхность расточки индуктора при радиусе r_c считается гладкой и на ней расположен бесконечно тонкий токовый слой, в котором линейная плотность тока изменяется синусоидально:

$$\sigma = \sigma_m \sin(\omega t + p\alpha), \tag{I}$$



Фиг. 1.

где σ_m – амплитуда линейной плотности тока;

ω – угловая частота первичного тока;

t – время;

p – число пар полюсов магнитного поля индуктора;

α – угловая координата.

Магнитная проницаемость стали индуктора принята $\mu_c = \infty$, абсолютная магнитная проницаемость вторичной системы и изоляционного зазора принята равной $\mu_a = \mu_0 = 0{,}4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м.

Относительное вносимое активное сопротивление [I]

$$\Delta r_\Delta = \Delta r / x_m = -\operatorname{Im} K_p \tag{2}$$

и реактивное сопротивление

$$\Delta x_\Delta = \Delta x / x_m = \operatorname{Re} K_p - 1, \tag{3}$$

где x_m – главное индуктивное сопротивление ИВ;

K_p – коэффициент размагничивания:

$$K_p = \frac{2}{\Delta_0}\left[(a_{11}+b_{21})a_{22}+(a_{11}-a_{21})b_{22}F_{12}\right]-1, \tag{4}$$

в которой использованы выражения

$$\Delta_0=(a_{11}+b_{21})\left[(1+r_{2*}^{2p})a_{22}-r_{2*}^{2p}\right]+(a_{11}-a_{21})\left[(1+r_{2*}^{2p})b_{22}+r_{2*}^{2p}\right]F_{12},$$

$$a_{ki} = \frac{\lambda_k r_i}{2p}\,\frac{I_{p-1}(\lambda_k r_i)}{I_p(\lambda_k r_i)}, \quad (k=1,2;\ i=1,2),$$

$$b_{ki} = \frac{\lambda_k r_i}{2p}\,\frac{K_{p-1}(\lambda_k r_i)}{K_p(\lambda_k r_i)},$$

$$F_{12} = \frac{I_p(\lambda_2 r_1)K_p(\lambda_2 r_2)}{I_p(\lambda_2 r_2)K_p(\lambda_2 r_1)},$$

$$r_{2*} = r_2/r_c,$$

$I_{p-1}(\lambda_k r_i)$, $I_p(\lambda_k r_i)$, $K_p(\lambda_k r_i)$, $K_{p-1}(\lambda_k r_i)$ – модифицированные функции Бесселя от аргумента $\lambda_k r_i = \sqrt{j\omega s_k \gamma_k \mu_0}\, r_i$.

Вращающий момент в жидком металле на единицу длины определяется формулой

$$M = K_{oc\Delta} M_0, \tag{5}$$

где M_0 – выражение вращающего момента при пренебрежении реакцией магнитного поля вторичных токов;

$K_{oc\Delta}$ – коэффициент ослабления, учитывающий влияние реакции магнитного поля вторичных токов.

Согласно [I]

$$M_0 = -\pi r_1^2\,\frac{\omega s_1 \gamma_1 \mu_0 r_1^2}{p(p+1)}\,\frac{\mu_0 \sigma_m^2}{2}\,r_{1*}^{2p-2}, \tag{6}$$

а коэффициент ослабления

$$K_{oc\Delta} = 4p(p+1)\,a_{11i}\left[\frac{a_{21}+b_{21}}{\lambda_1 r_1 \Delta_0}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^p \frac{I_p(\lambda_2 r_1)}{I_p(\lambda_2 r_2)}\right]^2, \tag{7}$$

где a_{11i} – мнимая часть a_{11}.

Более простые расчетные формулы для Δr, Δx и K_{oc} дает модель, изображенная на фиг. I,б, где слой кристаллизатора заменен эквивалентным бесконечно тонким токовым слоем. В этом случае [I] коэффициент размагничивания

$$K_{рт} = \frac{2}{\Delta_{от}}(a_{11} + j\varepsilon_0) - 1, \tag{8}$$

где

$$\Delta_{от} = a_{11}(1 + r_{1*}^{2p}) - r_{1*}^{2p} + j\varepsilon_0(1 + r_{1*}^{2p}),$$
$$r_{1*} = r_1/r_c, \tag{9}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\omega s_2 \gamma_2 \mu_0 \Delta r_1}{2p}, \tag{I0}$$
$$\Delta = r_2 - r_1;$$

коэффициент ослабления

$$K_{ост} = \frac{4p(p+1)a_{11i}}{|\lambda_1 r_1 \Delta_{от}|^2}. \tag{II}$$

Коэффициент ε_0, который входит в выражения $K_{рт}$ и $K_{ост}$, является характеристическим параметром для модели с токовым покрытием на вторичной системе. Параметр ε_0 характеризует электромагнитные свойства кристаллизатора и тесно связан с магнитным числом Рейнольдса [2] слоя жидкого металла

$$\varepsilon_м = \frac{\omega s_1 \gamma_1 \mu_0 r_1^2}{p^2}. \tag{I2}$$

Сравнивая (II) и (I2), находим соотношение между ε_0 и $\varepsilon_м$:

$$\varepsilon_0 = \frac{\gamma_2 s_2}{\gamma_1 s_1}\,\frac{p\Delta}{2r_1}\varepsilon_м. \tag{I3}$$

Из (I3) следует возможность применения новой упрощенной модели. Если вместо произведения $\gamma_2 s_2 \Delta$ подставить в (I3) произведение

$$\gamma_1 s_1 \Delta' = \gamma_2 s_2 \Delta, \tag{I4}$$

то это может быть трактовано как замена слоя кристаллизатора эквивалентным слоем с толщиной $\Delta' = \gamma_2 s_2 \Delta / \gamma_1 s_1$, который обладает такой же электропроводностью γ_1 и скольжением s_1, что и внутренний слой.

Таким образом, можно свести двухслойную вторичную систему к эквивалентной однородной однослойной системе, радиус которой

$$r_э = r_1 + \frac{\gamma_2 s_2}{\gamma_1 s_1}\Delta . \qquad (I5)$$

Коэффициент размагничивания эквивалентной однослойной модели получится из (8), если принимать там $\varepsilon_0 = 0$ и выражение $\Delta_{от}$ (9) заменить выражением $\Delta_{0э}$, в которой a_{11} определяется через $r_э$, а r_{1*} заменяется на $r_{э*} = r_э / r_c$:

$$K_{pэ} = \frac{2}{\Delta_{0э}} a_{1э} - 1 . \qquad (I6)$$

Так как вращающий момент для жидкого металла определяется по-прежнему по действительному радиусу r_1 жидкого металла, а плотность тока и магнитная индукция во вторичной системе определяются по эквивалентному радиусу $r_э$, то выражение для коэффициента ослабления принимает вид

$$K_{осэ} = 4p(p+1)a_{11i}\left|\frac{1}{\Delta_{0э}\lambda_1 r_1}\cdot\left(\frac{r_э}{r_1}\right)^p\cdot\frac{I_p(\lambda_1 r_1)}{I_p(\lambda_1 r_э)}\right|^2 . \qquad (I7)$$

Расчеты показали, что хорошим приближением формулы (I7) является выражение коэффициента ослабления, в которой вместо r_1 везде используется эквивалентный радиус $r_э$. Формула $K_{осэ}$ в этом случае упрощается к виду

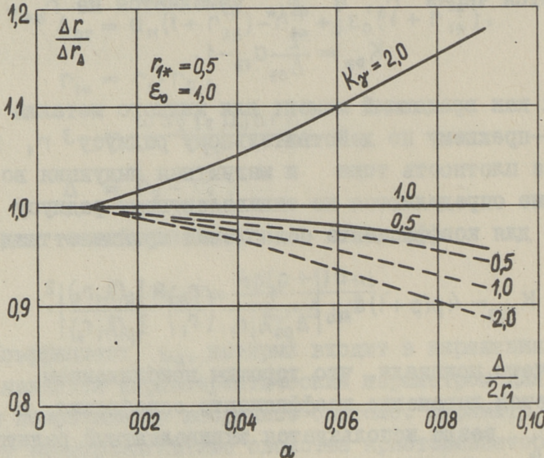
$$K'_{осэ} = \frac{4p(p+1)a_{1эi}}{|\lambda_1 r_э \Delta_{0э}|^2} . \qquad (I8)$$

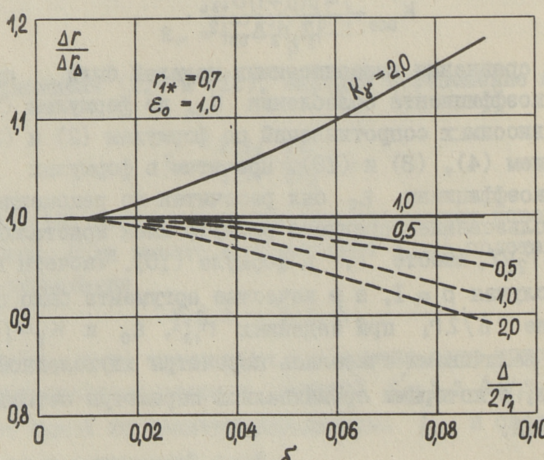
Для сравнения вышеописанных моделей были проведены расчеты коэффициента ослабления $K_{ос}$ по формулам (7), (II) и (I8) и вносимых сопротивлений по формулам (2) и (3) с использованием (4), (8) и (I6). При этом в формулах модели фиг. I,б коэффициент ε_0 был рассчитан по рекомендациям [I] с использованием среднего радиуса слоя кристаллизатора $r_0 = (r_1 + r_2)/2$, вместо r_1 в формуле (I0). Расчеты проводились для случая p = I, а в качестве аргумента было принято соотношение $\Delta / 2r_1$ при заданных r_{1*}, ε_0 и $K_\gamma = \gamma_2 s_2 / \gamma_1 s_1$. Базисными величинами считались параметры двухслойной модели (фиг. I,а), с которыми сравнивались параметры остальных двух моделей.

Расчеты показали, что при $0,5 \leqslant r_{1*} \leqslant 0,7$, $\Delta/2r_1 \leqslant 0,1$, $0,5 \leqslant K_\gamma \leqslant 2,0$ и $0 < \varepsilon_0 \leqslant 1,0$ максимальное отклонение соотношения $K_{ост}/K_{ос\Delta} = 0,992$, а $K'_{осэ}/K_{ос\Delta} = 0,974$.

Вносимые сопротивления имеют бо́льшие отклонения от базисных величин.

На фиг. 2 сплошными кривыми изображены $\Delta r_э / \Delta r_\Delta$, а пунктирными кривыми $\Delta r_т / \Delta r_\Delta$ в зависимости от относитель-

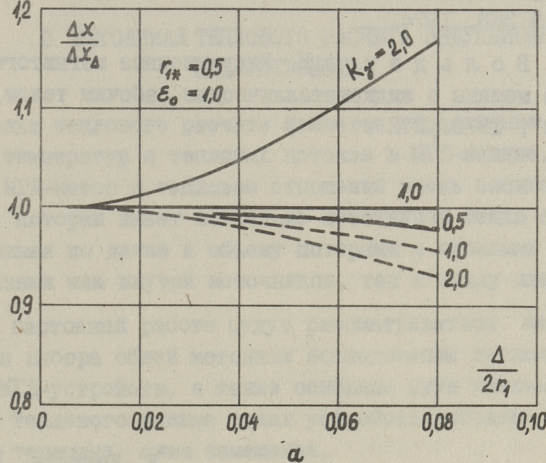


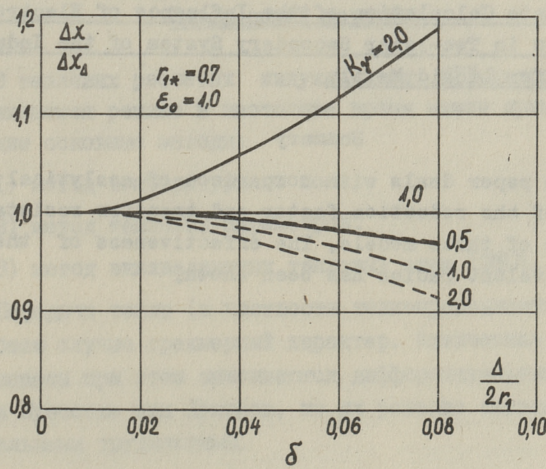


Фиг. 2.

ной толщины слоя кристаллизатора. На фиг. 3 приведены аналогичные кривые для $\Delta x_э / \Delta x_\Delta$ и $\Delta x_т / \Delta x_\Delta$. Изменение ε_0 на ход кривых практически не влияет.

Из вышеизложенного следует, что эквивалентная однородная однослойная модель позволяет в пределах $0,5 \leqslant r_{1*} \leqslant 0,7$, $0 < \varepsilon_0 \leqslant 1,0$, $0,5 \leqslant K_\gamma \leqslant 2,0$ и $\Delta/2r_1 \leqslant 0,04$ с погрешностью менее 5% рассчитать коэффициент ослабления





Фиг. 3.

и вносимые сопротивления в ИВ с двухслойной вторичной системой.

Литература

I. Кескюла В.Ф., Тергем И.Р. Электромагнитные процессы в двухслойной вторичной системе индукционного вращателя жидкого металла. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", № 363, 1974.

2. Вольдек А.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л., "Энергия", 1970., 272 с.

V. Keskũla, I. Tergem

Approximate Calculation of the Influence of Electromagnetic Processes in Two-layer Secondary System of the Induction Rotator for Liquid Metals

Summary

The paper deals with comparison of analytical calculations of the reduction factor and transfer resistances on the basis of three models. The effectiveness of the model with equivalent radius has been shown.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

УДК 621.689:621.318.38:536.001.24

А.О. Кильк

О МЕТОДИКАХ ТЕПЛОВОГО РАСЧЕТА ИНДУКЦИОННЫХ МГД-УСТРОЙСТВ

Целью теплового расчета является определение распределения температур и тепловых потоков в МГД-машине. Индукционный МГД-насос в тепловом отношении очень сложное устройство, который имеет несколько источников тепла с распределенными по длине и объему потерями и сложными тепловыми связями как внутри источников, так и между ними.

В настоящей работе будут рассматриваться некоторые принципы выбора общей методики исследования тепловых процессов МГД-устройств, а также основные пути описания и анализа теплового режима таких устройств методом эквивалентных тепловых схем замещения.

I. Выбор общей методики

В тепловых расчетах индукционных МГД-устройств в установившемся режиме в настоящее время нашли применение следующие основные методы:

I) метод температурного поля,

2) метод тепловых параметров,

3) метод эквивалентных тепловых схем (ЭТС).

Передача тепла (в частности теплопроводностью) имеет в общем случае трехмерный характер. Физические тепловые процессы при этом описываются дифференциальными уравнениями Пуассона или Лапласа, но их решение связано со значительными трудностями.

Метод температурного поля основывается на решении этих дифференциальных уравнений, составленных для активных частей ИМГД-машины на основании общих законов теплообмена.

В некоторых случаях распределение температурного поля может быть определено (или проверено) при помощи физического моделирования путей теплопередачи и теплоотдачи исследуемого узла МГД-устройства [I].

Метод тепловых параметров использует принцип наложения, согласно которому установившееся превышение температуры любого узла представляет собой сумму частичных превышений температур, обусловленных потерями других узлов [2].

В основу метода эквивалентных тепловых схем положена аналогия тепловых и электрических процессов. Индукционное МГД-устройство представляется в виде эквивалентной тепловой схемы с сосредоточенными параметрами и источниками тепла. Полученную схему можно описать системой алгебраических уравнений, решение которых в принципе не представляет трудности.

В результате решения системы уравнений по конкретной тепловой схеме определяются средние температуры всех рассматриваемых узлов устройства. Для определения максимальных температур элементов устройства необходимо дополнительно для них либо решить дифференциальные уравнения температурного поля, либо определить косвенным путем изменение температуры в них [3, 4].

Для теплового расчета МГД-устройств наиболее широкое распространение получил метод эквивалентных тепловых схем, преимуществами которого перед другими методами являются относительная простота составления схемы замещения и решения полученной системы алгебраических уравнений. По существу, тепловой расчет проводится методом последовательных приближений.

2. Анализ эквивалентных тепловых схем

Распределение температур простейшей эквивалентной тепловой схемы МГД-устройства, составленной без учета подогрева охлаждающего агента и изменения греющих потерь при изменении температуры обмотки, описывается системой алгебраических уравнений с симметричной матрицей, т.е. коэффициенты при неизвестных температурах удовлетворяют условиям

$$a_{kk} \geq \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^{n} a_{ki}; \quad a_{ki} = a_{ik}; \quad a_{ki} \leq 0. \tag{I}$$

Учет изменения греющих потерь при изменении температуры обмотки приводит к системе уравнений с несимметричной матрицей, у которой главные коэффициенты меньше суммы побочных, т.е.

$$a_{kk} = \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^{n} a_{ki} - \Delta P_{k0}; \quad a_{ki} = a_{ik}. \tag{2}$$

Учет изменения температуры охлаждающего агента, омывающего теплоотдающие поверхности МГД-устройства, приводит к значительному усложнению математического описания тепловой схемы замещения машины.

По исследуемой эквивалентной тепловой схеме составляется система алгебраических уравнений на базе законов Кирхгофа для узлов и ветвей тепловой схемы, имеющих в общем случае вид:

$$\sum_{j=1}^{m} q_j = 0, \tag{3}$$

где q_j - тепловые потоки и мощности потерь ветвей схемы относительно рассматриваемого узла;

$$q_{ik} R_{ik} = \Delta t_{ik}, \tag{4}$$

где q_{ik} - тепловой поток в ветви между узлами i и k;
R_{ik} - тепловое сопротивление этой ветви;
$\Delta t_{ik} = t_i - t_k$ - перепад температуры в пределах ветви.

Для учета влияния изменения температуры обмотки на потери в меди применима формула:

$$P_м = P_{м0} \frac{t_м + 235}{t_{м0} + 235}, \tag{5}$$

где $P_{м0}$ - потери в меди, определенные электромагнитными расчетами для температуры меди $t_{м0}$, Вт;
$t_м$ - действительная рабочая температура меди обмотки, ^{o}С.

По теории цепей известно, что при решении схемы разными методами можно получить систему уравнений с разным объемом. При составлении уравнений по законам Кирхгофа общее число независимых уравнений равно числу неизвестных тепловых потоков [5] :

$$K_{ku} = N_b - N_n, \tag{6}$$

если схема состоит из N_b ветвей и имеет N_n источников теплового потока.

По методу узловых температур количество независимых уравнений уменьшается до числа $K_{ут}$, равного количеству узлов N_y без одного:

$$K_{ут} = N_y - 1. \tag{7}$$

Метод контурных потоков (Максвелла) позволяет уменьшить количество уравнений системы до числа

$$K_{кп} = N_b - N_n - (N_y - 1). \tag{8}$$

3. Пример описания тепловых процессов цилиндрического МГД-насоса

На фиг. I приведена эквивалентная тепловая схема для теплового расчета цилиндрического линейного индукционного МГД-насоса, в котором охлаждение лобовых соединений обмотки и боковых поверхностей пакетов индуктора осуществляется газообразной охлаждающей средой, а ярма пакетов индуктора охлаждаются водой. Температуры рассматриваемых узлов обозначены следующим образом:

$t_к$ – температура наружной поверхности канала с жидким металлом;

$t_с$ – средняя температура зубцов индуктора;

$t_{мп}$ – средняя температура меди обмотки в пазах индуктора;

$t_{мл}$ – средняя температура меди обмотки лобовых соединений;

$t_{зя}$ – температура ярма индуктора у дна пазов;

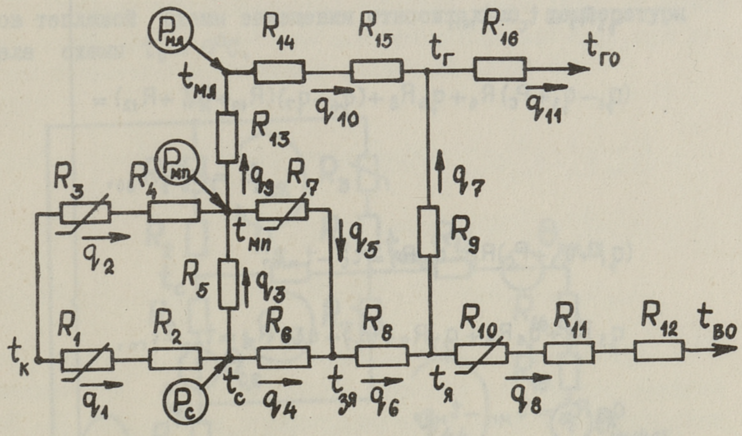
$t_я$ – средняя температура ярма индуктора;

$t_г$ – средняя температура охлаждающей газообразной среды у пакетов индуктора и лобовых соединений;

$t_{г0}$ – исходная температура газообразной охлаждающей среды;

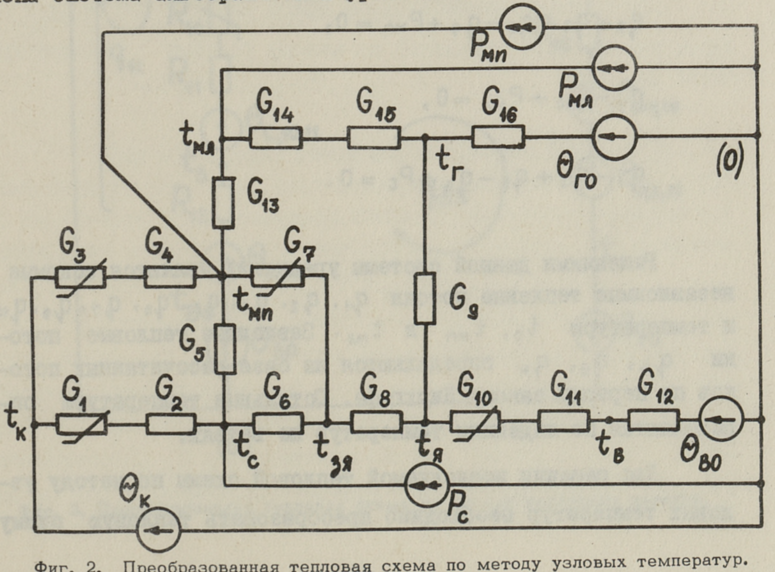
$t_{во}$ – исходная температура охлаждающей воды.

В тепловом расчете учитываются потери в меди $P_м$, которые разбиты на потери в пазах $P_{мп}$ и в лобовых соединениях $P_{мл}$, и потери в стали $P_с$, которые сосредоточены в середине зубцов индуктора.



Фиг. 1. Эквивалентная тепловая схема цилиндрического МГД-насоса.

По законам Кирхгофа для тепловой схемы фиг. I составлена система алгебраических уравнений:

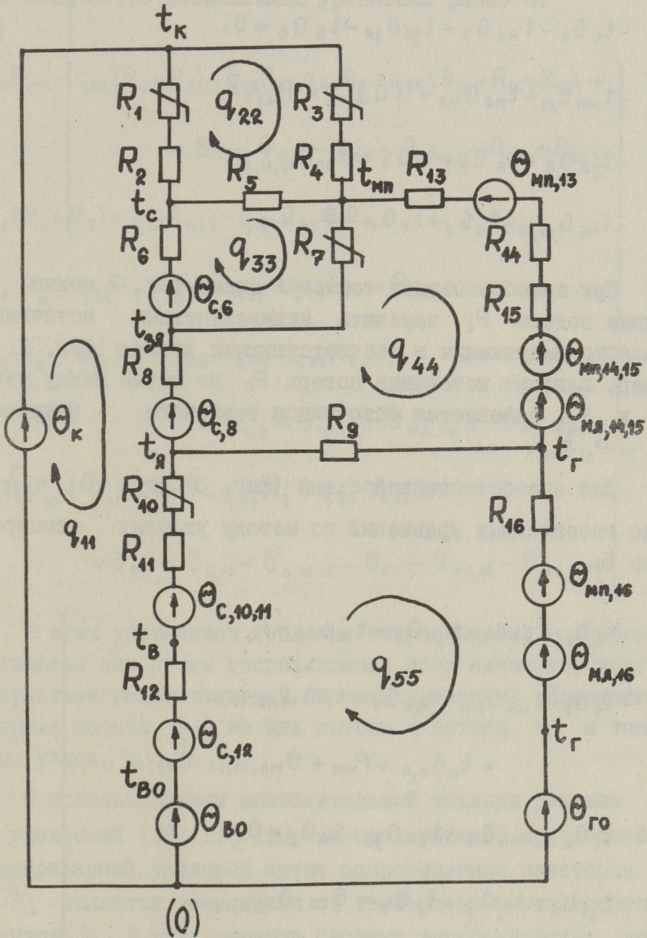


Фиг. 2. Преобразованная тепловая схема по методу узловых температур.

$$
\left.
\begin{aligned}
&q_1(R_1+R_2)=t_к-t_с,\\
&q_2(R_3+R_4)=t_к-t_{мп},\\
&q_3R_5=t_с-t_{мп},\\
&(q_1-q_3+P_с)R_6+q_6R_8+(q_6-q_7)(R_{10}+R_{11}+R_{12})=\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad=t_с-t_{во},\\
&(q_1-q_3+P_с)R_6-q_5R_7=t_с-t_{мп},\\
&q_5R_7+q_6R_8+q_7R_9+(q_7+q_{10})R_{16}=t_{мп}-t_{го},\\
&q_9R_{13}=t_{мп}-t_{мл},\\
&q_{10}(R_{14}+R_{15})+(q_7+q_{10})R_{16}=t_{мл}-t_{го},\\
&q_2+q_3-q_5-q_9+P_{мп}=0,\\
&q_9-q_{10}+P_{мл}=0,\\
&q_1-q_3+q_5-q_6+P_с=0.
\end{aligned}
\right\}
\qquad (9)
$$

Решениями данной системы уравнений являются искомые независимые тепловые потоки q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_9, q_{10} и температуры $t_с$, $t_{мп}$ и $t_{мл}$. Зависимые тепловые потоки q_4, q_8, q_{11} определяются на базе рассчитанных потоков по первому закону Кирхгофа. Остальные температуры определяются по падениям температур на ветвях.

Для решения исследуемой тепловой схемы по методу узловых температур необходимо преобразовать тепловую схему на другой вид, который включает в себя условные источники теплового напряжения Θ_i, источники потерь P_i и вместо тепловых сопротивлений R_i тепловые проводимости G_i (фиг. 2 и 3). При этом источниками теплового напряжения обеспечиваются определенные значения температур некоторых узлов тепловой схемы замещения относительно температуры 0-узла схемы $t_0 = 0^0C$.



Фиг. 3. Преобразованная тепловая схема по методу контурных потоков.

Число независимых узлов с неизвестными температурами по тепловой схеме фиг. 2 равно 6, для которых по методу узловых температур составляется система уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&t_c G_c - t_{мп} G_5 - t_{зя} G_6 = t_к G_{1,2} + P_c,\\
&-t_c G_5 + t_{мп} G_{мп} - t_{зя} G_7 - t_{мл} G_{13} = t_к G_{3,4} + P_{мп},\\
&-t_c G_6 - t_{мп} G_7 + t_{зя} G_{зя} - t_я G_8 = 0,\\
&-t_{мп} G_{13} + t_{мл} G_{мл} - t_г G_{14,15} = P_{мл},\\
&-t_{зя} G_8 + t_я G_я - t_г G_9 = \Theta_{во} G_{10,11,12},\\
&-t_{мл} G_{14,15} - t_я G_9 + t_г G_г = \Theta_{го} G_{16}.
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

При преобразовании тепловой схемы фиг. 2 можно источники потерь P_i заменить эквивалентными источниками теплового напряжения в соответствующих ветвях (фиг.3). Например, влияние источника потерь P_c на ветвь между узлами $t_я$ и $t_{зя}$ заменяется источником теплового напряжения $\Theta_{c,8} = P_c \cdot R_8$.

Для преобразованной схемы (фиг. 3), где $G_i = \frac{1}{R_i}$, число независимых уравнений по методу узловых температур равно 5:

$$\left.\begin{aligned}
&t_c G_c - t_{мп} G_5 - t_{зя} G_6 = t_к G_{1,2} + P_c,\\
&-t_c G_5 + t_{мп} G_{мп} - t_{зя} G_7 - t_г G_{13,14,15} =\\
&\qquad = t_к G_{3,4} + P_{мп} + \Theta_{мл,14,15} \cdot G_{13,14,15},\\
&-t_c G_6 - t_{мп} G_7 + t_{зя} G_{зя} - t_я G_8 = 0,\\
&-t_{зя} G_8 - t_я G_8 - t_г G_9 = \Theta_{во} \cdot G_{10,11,12},\\
&-t_{мп} G_{13,14,15} - t_я G_9 + t_г G_г = \Theta_{го} G_{16} + P_{мл}\left(1 - \frac{G_{13,14,15}}{G_{14,15}}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

При сравнении систем уравнений (I0) и (II) видно, что лишение узла $t_{мл}$ преобразованием источника потока $P_{мл}$ в ветви между узлами $t_{мл}$ и 0 вызывает уменьшение на одно уравнение, а также изменения в уравнениях, включающих температуру $t_{мл}$.

Решение преобразованной тепловой схемы (фиг. 3) может быть осуществлено и методом контурных потоков q_{ii}, при котором количество независимых уравнений равно 5:

$$\left.\begin{aligned}
&q_{11}R_{к11}-q_{22}(R_1+R_2)-q_{33}R_6-q_{44}R_8-q_{55}(R_{10}+R_{11}+R_{12})=\\
&\qquad\qquad=\Theta_к-\Theta_{c,6}-\Theta_{c,8}-\Theta_{c,10,11}-\Theta_{c,12}-\Theta_{во},\\
&-q_{11}(R_1+R_2)+q_{22}R_{к22}-q_{33}R_5=0,\\
&-q_{11}R_6-q_{22}R_5+q_{33}R_{к33}-q_{44}R_7=\Theta_{c,6},\\
&-q_{11}R_8-q_{33}R_7+q_{44}R_{к44}-q_{55}R_9=\\
&\qquad\qquad=\Theta_{c,8}-\Theta_{мп,13}-\Theta_{мп,14,15}-\Theta_{мл,14,15},\\
&-q_{11}(R_{10}+R_{11}+R_{12})-q_{44}R_9+q_{55}R_{к55}=\\
&\qquad\qquad=\Theta_{во}+\Theta_{c,12}+\Theta_{c,10,11}-\Theta_{го}-\Theta_{мп,16}-\Theta_{мл,16}.
\end{aligned}\right\}\quad(I2)$$

В этих уравнениях тепловые сопротивления контуров $R_{кii}$ выполняются как суммы сопротивлений всех элементов контура. В результате решения данной системы уравнений определяются контурные потоки q_{ii}, из них потоки в ветвях q_i и температуры узлов t_i.

С использованием вычислительной техники решение систем уравнений (I0, II, I2), не представляет трудностей. В рассматриваемой тепловой схеме сопротивления некоторых ветвей R_i являются зависимыми от температур соответствующих элементов t_i. В ходе решения системы алгебраических уравнений методом последовательных приближений после каждого цикла расчетов таким нелинейным параметром необходимо освоить новые значения R_i', вычисленные по температурам предыдущего цикла t_i'. Расчет кончается при условии,что разность между результатами двух последних циклов не превышает допустимого контрольного значения.

4. Выводы

Решение эквивалентных тепловых схем МГД-машин разными методами характеризуется, как правило, системой уравнений разного объема и разной сложности. При этом преимущественно малое количество уравнений дают методы узловых температур и контурных потоков. Некоторые затруднения могут быть вызваны усложнением тепловой схемы после преобразований.

Судя по объему системы уравнений и сложности тепловой схемы замещения для инженерных тепловых расчетов МГД-устройств наиболее перспективным можно оценить возможности метода узловых температур.

Точность результатов таких тепловых расчетов МГД-машин не зависит от применяемого метода расчета, но зависит от точности определения коэффициентов теплоотдачи и теплопередачи и не превышает 10-25% [3,6].

Литература

1. Ратниек У.А., Табакс К.К. Электромоделирование температурных полей в индукционных электромагнитных насосах. - "Техническая электромагнитная гидродинамика" Труды № 6, М., "Металлургия", 1967.

2. Некрасов О.А. Расчет нагрева асинхронных машин по методу тепловых параметров. Известия высших учебных заведений, "Энергетика", 1964, № 1.

3. Готтер Г. Нагревание и охлаждение электрических машин. М.-Л.,Госэнергоиздат, 1961.

4. Шуйский В.П. Расчет электрических машин. Л. "Энергия" , 1968.

5. Поливанов К.М., Линейные электрические цепи с сосредоточенными параметрами,том I М., "Энергия", 1972.

6. Реймал П.Р. К расчету дискретного температурного поля методом эквивалентных тепловых схем в различных системах охлаждения индукционного МГД-устройства с винтовым каналом. Сборник статей НИПТИ, выпуск 13, 1971.

A. Kilk

About the Methods of Heat Calculations for Induction MHD-Devices

Summary

The choice of methods of heat calculation for the induction MHD-devices is dealt with. An example of heat-calculation analysis for the cylindrical induction MHD-pump in case of using the method of equivalent thermal circuits is given.

[illegible]

4. [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Л и т е р а т у р а

1. [illegible] Ф.А., [illegible] Е.К. [illegible] ... 1967.

2. [illegible] ... 1964, № 1.

3. [illegible] ... 1962.

4. [illegible] ... 1964.

5. [illegible]

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

УДК 621.318.38

Т.В. Лехтла, Х.А. Саккос,
Х.А. Тийсмус, Р.А. Тээметс

ТИПОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПОДАЧИ НАСОСНЫХ МГД-ПРИВОДОВ

Расчет переходных процессов подачи МГД-привода связан с решением определенных типов нелинейных дифференциальных уравнений [1, 2]. Чаще всего эти уравнения первого или второго порядка. Ввиду нелинейностей их решение, несмотря даже на невысокий порядок, представляет значительные трудности. В настоящее время при расчете динамики МГД-приводов нашли применение различные методы: 1) аналитическое решение линеаризованных или упрощенных нелинейных уравнений; 2) численное решение на ЭВМ; 3) решение на базе фазовых траекторий; 4) графическое решение и 5) моделирование на АВМ. Применение каждого из этих методов для расчета переходных процессов может быть оправдано в зависимости от конкретной задачи, но всегда связано с объемной вычислительной работой.

Целесообразно ли решение в каждом конкретном случае исходного дифференциального уравнения, т.е. нельзя ли получить решения этих уравнений в общем виде? В какой форме представить эти обобщенные решения, если они существуют?

Очевидно, что решение этих вопросов во многом помогло бы облегчить проектирование насосных МГД-приводов для нужд народного хозяйства.

В данной статье делаются попытки: найти параметры характеризующие качественное изменение формы переходных процессов, обобщить некоторые результаты расчета переходных процессов подачи насосных МГД-приводов представлением их в виде типовых характеристик.

Общее уравнение гидростатического равновесия при постоянном электромагнитном давлении $p_{эмо}$ относительно координаты движения x (см. уравнение 3 в [I]):

$$\frac{m}{F_к}\ddot{x} + k_г F_к^2 \dot{x}^2 \operatorname{sign}\dot{x} + (\rho g \sin\alpha)x + p_{гсо} - p_{эмо} = 0, \qquad (I)$$

где x – координата движения жидкого металла;

m – приведенная к сечению канала насоса масса жидкого металла в трубопроводе;

$F_к$ – поперечное сечение канала насоса;

$k_г$ – коэффициент гидравлических потерь;

ρ – плотность жидкого металла;

g – ускорение силы тяжести;

α – угол наклона трубопровода;

$p_{гсо}$ – начальное гидростатическое давление.

Решение уравнения (I)

$$\dot{x} = \sqrt{C_i e^{-2ax\operatorname{sign}\dot{x}} + \frac{b}{2a^2}(1-2ax\operatorname{sign}\dot{x})}, \qquad (2)$$

где

$$C_i = -e^{2ax_i\operatorname{sign}\dot{x}} \cdot \frac{b}{2a^2}(1-2ax_i\operatorname{sign}\dot{x}),$$

$$C_0 = -e^{2ax_0\operatorname{sign}\dot{x}} \cdot \frac{b}{2a^2}(1-2ax_0\operatorname{sign}\dot{x}),$$

$$x_i = x(i-1)м,$$

$$x_0 = \frac{p_{гсо} - p_{эмо}}{\rho g \sin\alpha},$$

$$a = \frac{k_г F_к^3}{m},$$

$$b = \frac{F_к \rho g \sin\alpha}{m},$$

x_{im} – определяется из трансцендентного уравнения

$$C_i e^{-2ax_{im}\operatorname{sign}\dot{x}} + \frac{b}{2a^2}(1-2ax_{im}\operatorname{sign}\dot{x}) = 0.$$

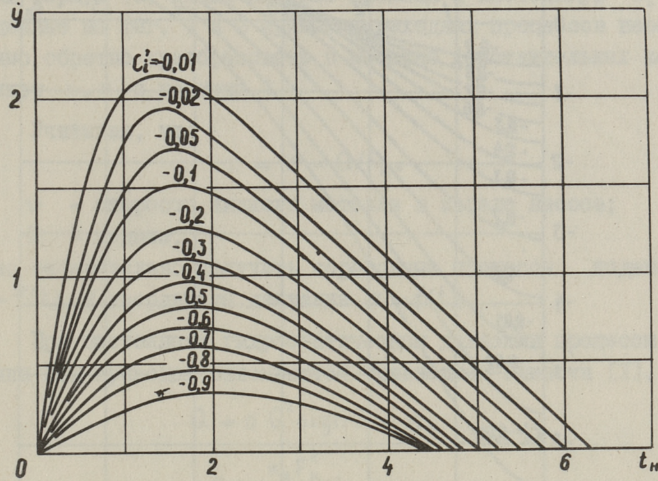
Путем замены переменных

$$y = 2ax; \quad C_i' = C_1\frac{2a^2}{b}; \quad \dot{y} = \dot{x}\sqrt{\frac{2a^2}{b}} \quad и \quad t_н = t\sqrt{2b}, \qquad (3)$$

где $t_н$ – новое время;

решение (2) уравнения (I) можно преобразовать к более удобному для исследования виду

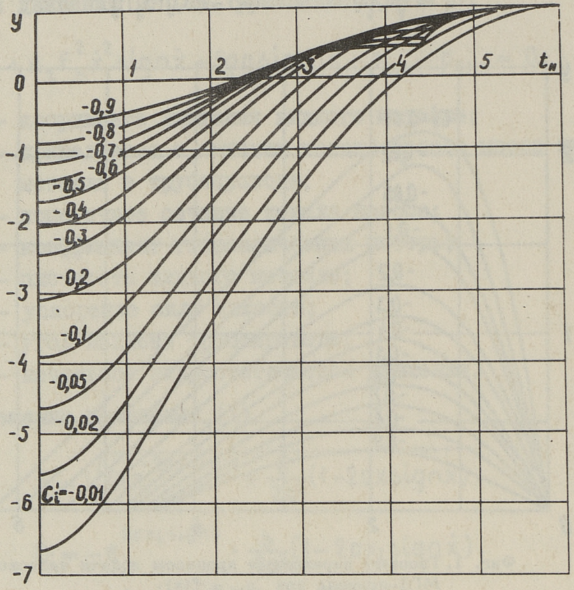
$$\dot{y} = \sqrt{C_i' e^{-(\operatorname{sign}\dot{y})y} + 1 - (\operatorname{sign}\dot{y})y}. \tag{4}$$



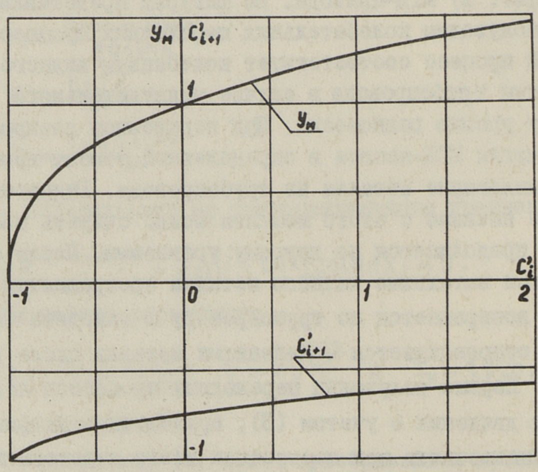
Фиг. 1. Типовые переходные процессы подачи насосного МГД-привода при $p_{гс} = f(x)$.

Уравнение (4) позволяет получить универсальные кривые переходных процессов подачи (фиг. I) и координаты движения (фиг. 2) МГД-привода. На фигурах представлены только первые полуволны колебательных переходных процессов. Описываемый процесс соответствует колебаниям жидкого металла в закрытом трубопроводе в случае принудительного перехода к новому уровню равновесия. При порционном дозировании после включения МГД-насоса в определенный момент времени начинается выливание металла из трубопровода. Гидростатическое давление начиная с этого момента можно считать постоянным и решение продолжается по другому уравнению. После отключения МГД-насоса вытекание жидкого металла прекращается и столб металла возвращается по трубопроводу в исходное положение. Процесс сопровождается колебаниями металла около начального уровня. Первые полуволны переходных процессов подачи и координаты движения с учетом (3), приведенные на фиг. I и 2, можно использовать при построении всего переходного процесса, если поочередно определить постоянные интегрирования C_i

для последующих полуволн. Кривые для определения C'_{i+1} и $y_м$ на основе C'_i приведены на фиг. 3.



Фиг. 2. Типовые переходные процессы координаты движения насосного МГД-привода при $p_{гс} = f(x)$.



Фиг. 3. Кривые для определения $C'_{i+1} = y_м$.

Расчет переходных процессов МГД-привода следует начинать с определения параметров a, b, x_0 и C_0. После перехода на новые переменные y и $y_м$ определяют с помощью формул (3) новый масштаб времени и постоянную C_i'. Найденные на фиг. I и 2 кривые переходных процессов необходимо обратно преобразовать в масштаб действительных координат $x, \dot{x}$ и времени t.

Учитывая, что

$$\dot{x} = v = Q/F_к, \tag{5}$$

где v – скорость жидкого металла в канале насоса;

Q – подача,

можно окончательно получить переходные процессы подачи $Q = f(t)$ и координаты движения $x = f(t)$.

При постоянном гидростатическом давлении процессы динамики МГД-приводов описываются уравнением Рикатти [I].

$$Q + a\,Q^2 \operatorname{sign} Q = c, \tag{6}$$

где

$$a = \frac{k_г F_к^2}{m};$$

$$c = \frac{F_к^2(p_{эмо} - p_{гсо})}{m}.$$

В зависимости от параметров a и b уравнение имеет три решения:

I) $b = 0$

$$Q = \frac{Q_0}{1 + a Q_0 (t - t_0) \operatorname{sign} Q}; \tag{7}$$

2) $ab \operatorname{sign} Q > 0$

$$Q = Q_y \frac{Q_0/Q_y + \operatorname{th}[(t-t_0)/T]}{1 + (Q_0/Q_y)\operatorname{th}[(t-t_0)/T] \operatorname{sign} Q}; \tag{8}$$

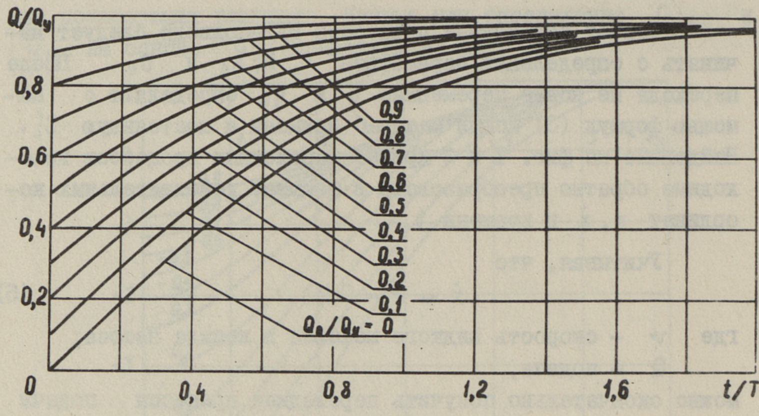
3) $ab \operatorname{sign} Q < 0$

$$Q = Q_y \frac{Q_0/Q_y + \operatorname{tg}[(t-t_0)/T]}{1 + (Q_0/Q_y)\operatorname{tg}[(t-t_0)/T] \operatorname{sign} Q}, \tag{9}$$

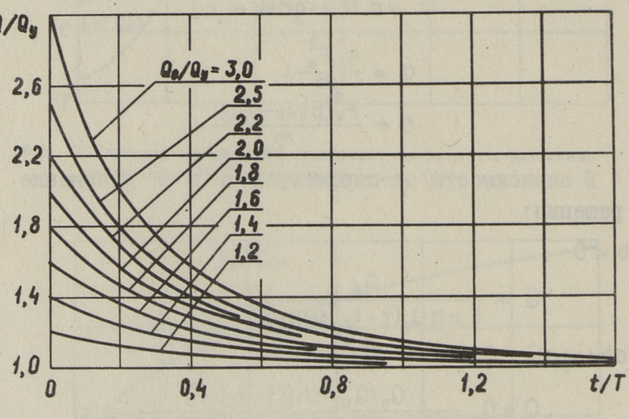
где $T = 1/\sqrt{ab \operatorname{sign} Q}$ – гидромеханическая постоянная времени; (IO)

$Q_y = \pm\sqrt{\frac{1}{k_г}(p_{эмо} - p_{гсо}) \operatorname{sign} Q}$ – установившаяся подача; (II)

Q_0 – начальная подача.



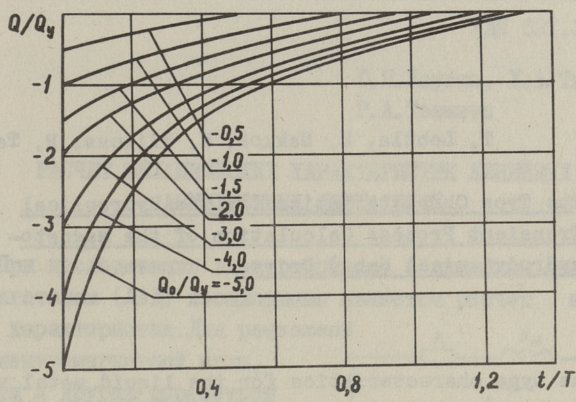
Фиг. 4. Типовые переходные процессы подачи насосного МГД-привода, описываемые уравнением (8).



Фиг. 5. Типовые переходные процессы подачи насосного МГД-привода, описываемые уравнением (8).

Вычисленные на основе уравнений (8) и (9) переходные процессы представлены соответственно на фиг. 4, 5 и 6.

Интересно, что в аргумент гиперболических и тригонометрических функций входит постоянная, имеющая размерность времени, т.е. постоянная времени. Хотя непривычно рассчитать нелинейные переходные процессы с применением постоянных времени, в конкретном случае введение такого понятия позволяет обобщить решение (6) для всех частных случаев. Самым длительным является процесс пуска МГД-привода от нулевой подачи. Переходный процесс заканчивается в течение времени 2T (фиг. 4).



Фиг. 6. Типовые переходные процессы подачи насосного МГД-привода, описываемые уравнением (9).

В дальнейших исследованиях следует более подробно рассматривать расчет переходных процессов МГД-привода в условиях изменения приведенной массы и коэффициента гидравлических потерь в функции координаты движения.

Литература

I. Саккос Х.А., Лехтла Т.В., Тийсмус Х.А. Уравнения движения МГД-привода. -"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975, № 382, с. 61-73.

2. Тийсмус Х.А. Уравнение движения для исследования динамики МГД-привода. "Электричество", 1976, № 5, с. 43-46.

T. Lehtla, H. Sakkos, H. Tiismus, R. Teemets

The Type Characteristics for the Hydraulical Transient Process Calculation of the Magneto-hydrodynamical (mhd) Drives

Summary

The type characteristics for the liquid metal velocity and moving co-ordinate time functions calculation for the different mhd-drive moving equations are given in this work. These type characteristics may be used for the transient process calculation instead of the complicated solution of the nonlinear differential equations.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

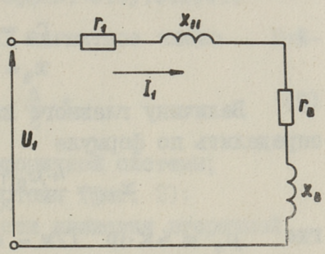
№ 456 1978

УДК 621.313.333

Ю.Я.Лаугис, Х.А.Тийсмус,
Р.А.Тээметс

РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

При исследовании электропривода с линейным асинхронным двигателем (ЛАД) необходимым является расчет механических характеристик. Для расчета электромагнитной силы, мощности и других параметров ЛАД разные авторы предлагают разные методики. Наиболее рациональную форму выражений для практического расчета параметров ЛАД дал в своих работах А.И.Вольдек [I].



Фиг. 1. Последовательная схема замещения ЛАД.

В настоящей статье излагается упрощенная методика расчета механических характеристик ЛАД без учета продольного краевого эффекта. За основу методики расчета принята последовательная схема замещения, предложенная Х.И.Янесом (фиг. I).

Входящие в схему замещения сопротивления r_{11} и x_{11}, характеризующие соответственно активное и индуктивное сопротивления первичной цепи, могут быть определены расчетным или экспериментальным путями. Вносимые сопротивления r_b и x_b характеризуют активную и реактивную мощности на фазу первичной цепи, передаваемые из первичной цепи во вторичную или обратно в зависимости от знаков этих членов

$$P_{эм} = m \cdot r_b \cdot I_1^2 ; \tag{I}$$

$$Q_{эм} = m \cdot x_b \cdot I_1^2 , \tag{2}$$

где m – число фаз первичной обмотки;

I_1 – первичный ток.

Полная электромагнитная сила тяги, развиваемая ЛАД

$$F_{эм} = \frac{P_{эм}}{v_1} = \frac{m \cdot r_b \cdot I_1^2}{2 \cdot \tau \cdot f_1}, \qquad (3)$$

где v_1 – скорость движения бегущего электромагнитного поля;

τ – полюсное деление первичной обмотки;

f_1 – частота напряжения питания ЛАД.

Вносимые сопротивления r_b и x_b выражаются через главное индуктивное сопротивление первичной цепи x_{r1} и вспомогательные функции $K_a = f(\varepsilon)$ и $K_p = f(\varepsilon)$, учитывающие влияние поперечного краевого эффекта

$$r_b = K_a \cdot x_{r1}; \qquad (4)$$

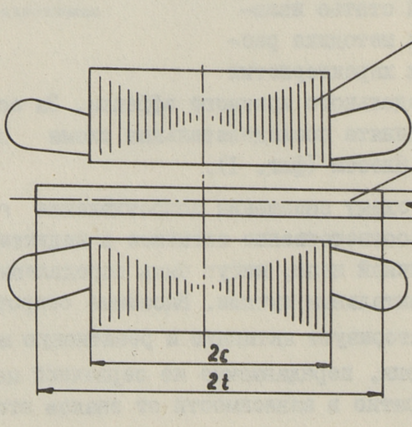
$$x_b = -K_p \cdot x_{r1}. \qquad (5)$$

Величину главного индуктивного сопротивления x_{r1} можно определить по формуле

$$x_{r1} = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot f_1 \cdot \tau \cdot 2c}{\pi \cdot \delta'} \cdot \frac{m \cdot w_1^2 \cdot k_{об}}{p}, \qquad (6)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м – магнитная постоянная,

$2c$ – ширина индуктора (фиг. 2);



Фиг. 2. Поперечный разрез ПЛАД.

1 – индуктор;
2 – вторичная система.

w_1 – число последовательно соединенных витков фазы первичной обмотки в активной зоне индуктора;

$k_{об}$ – обмоточный коэффициент первичной обмотки;

δ' – эквивалентный немагнитный зазор (фиг. 2);

p – число пар полюсов первичной обмотки.

При некоторых неизвестных параметрах индуктора ЛАД можно $x_{г1}$ определить экспериментально.

Вспомогательные функции K_a и K_p рассчитываются для цилиндрических ЛАД (ЦЛАД) по простым формулам [I]

$$K_a = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon^2}; \tag{7}$$

$$K_p = \frac{\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2}, \tag{8}$$

так как в них поперечный краевой эффект отсутствует.

Характеризующее нагрузку ЛАД магнитное число Рейнольдса

$$\varepsilon = \frac{2}{\pi}\cdot\mu_0\cdot f_1\cdot\tau\cdot\gamma_2\cdot\frac{\Delta}{\delta'}\cdot s, \tag{9}$$

где γ_2 – электропроводность вторичной системы;

Δ – толщина вторичной системы (фиг. 2);

$s = \frac{v_1 - v_2}{v_1}$ – скольжение при скорости движения вторичной системы v_2,

является при постоянной частоте напряжения питания f_1 и конкретной конструкции ЛАД функцией только от скольжения s. Величина ε может быть также определена экспериментальным путем.

При плоских ЛАД (ПЛАД) имеют функции K_a и K_p очень сложный характер [I]. Исследованиями функций K_a и K_p установлено, что для их расчета могут быть использованы более простые выражения [2]

$$K_a = \frac{2K_{aм}\cdot\varepsilon_м\cdot\varepsilon}{\varepsilon_м^2+\varepsilon^2}, \tag{I0}$$

и

$$K_p = \frac{2K_{aм}\cdot\varepsilon^2}{\varepsilon_м^2+\varepsilon^2}, \tag{II}$$

где $K_{aм}$ – максимальное значение K_a;

$\varepsilon_м$ – значение ε, соответствующее $K_{aм}$.

Учитывая формулу (9), можно (I0) и (II) представить в виде

$$K_a = \frac{2K_{aм} \cdot s_м \cdot s}{s_м^2 + s^2} \qquad (12)$$

и

$$K_p = \frac{2K_{aм} \cdot s^2}{s_м^2 + s^2}. \qquad (13)$$

$K_{aм}$ и $\varepsilon_м$ являются сложными функциями от $2c, \tau$ и ширины вторичной системы $2t$ (фиг. 2). С целью облегчения определения $K_{aм}$ и $\varepsilon_м$, а также для получения большей наглядности для анализа влияния ширины индуктора и вторичной системы на $K_{aм}$ и $\varepsilon_м$, в [3] приведены кривые $K_{aм} = f(\frac{c}{\tau}; \frac{t}{c})$ и $\varepsilon_м = f(\frac{c}{\tau}; \frac{t}{c})$, по которым легко определить значения $K_{aм}$ и $\varepsilon_м$.

Такая форма записи K_a и K_p позволяет механическую характеристику ЛАД упрощенно представить в виде

$$F_{эм} = \frac{2F_{эм.кр}(1+q)}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s} + 2q}, \qquad (14)$$

где $F_{эм.кр}$ – критическая (максимальная) электромагнитная сила тяги;

$s_{кр}$ – критическое скольжение, соответствующее $F_{эм.кр}$;

q – постоянный коэффициент.

В таблице I приведены выражения для определения $s_{кр}$, $F_{эм.кр}$ и q при питании ЛАД от источника тока или напряжения [4]. ε_1 обозначает значение ε при $s = 1$. Для большей универсальности выражения представлены и в относительных величинах, причем базовыми величинами являются

$$U_{1баз} = U_{1н}, \; I_{1баз} = I_{1н}, \; z_{баз} = 2K_{aм} x_{r1}, \; \varepsilon_{баз} = \varepsilon_м .$$

Из таблицы I следует, что скольжение, соответствующее критической электромагнитной силе тяги ЛАД, при питании от источника напряжения имеет большее значение, чем при питании от источника тока. Последнее обстоятельство имеет важное значение с точки зрения проектирования ЛАД, а также при выборе его рабочего режима [5].

Учитывая формулу (3) электромагнитная сила $F_{эм}$ ЛАД является при питании от источника тока функцией только от K_a. Следовательно, имеют кривые $F_{эм} = f(s)$ и $K_a = f(s)$ максимумы при одной и той же величине скольжения, а именно при $s_м$. Величину $s_м$ легко определить по формуле

Таблица I

	Питание	$s_{кр}$	$F_{эм.кр}$	q
В абсолютных величинах	$U_1=\mathrm{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_1}\sqrt{\frac{\varepsilon_м^2(r_1^2+x_{11}^2)}{r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{г1})^2}}$	$U_1^2\cdot\frac{m\cdot K_{ам}x_{г1}\cdot\varepsilon_м}{2\tau f_1\cdot\varepsilon_1\cdot s_{кр}[r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{г1})^2](1-q)}$	$\frac{2K_{ам}x_{г1}r_1\varepsilon_м}{\varepsilon_1 s_{кр}[r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{г1})^2]}$
	$I_1=\mathrm{const}$	$\frac{\varepsilon_м}{\varepsilon_1}$	$I_1^2\frac{mK_{ам}x_{г1}\cdot\varepsilon_м}{2\tau f_1\cdot\varepsilon_1 s_{кр}}$	0
		$s_{кр}$	$F_{эм.кр*}$	q
В относительных величинах	$U_{1*}=\mathrm{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_{1*}}\sqrt{\frac{r_{1*}^2+x_{11*}^2}{r_{1*}^2+(x_{11*}-1)^2}}$	$U_{1*}^2\frac{1+s_{кр}^2+2qs_{кр}}{2s_{кр}(1+q)}$	$\frac{r_{1*}}{\varepsilon_{1*}s_{кр}[r_{1*}^2+(x_{11*}-1)^2]}$
	$I_{1*}=\mathrm{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_{1*}}$	$I_{1*}^2\frac{1+s_{кр}^2}{2s_{кр}}$	0

$$s_м = \frac{1}{\varepsilon_{1*}}. \qquad (I5)$$

При питании ЛАД от источника напряжения соответствует максимуму $F_{эм}$ скольжение

$$s_{кр} = s_м \cdot \sqrt{\frac{r_{1*}^2 + x_{11*}^2}{r_{1*}^2 + (x_{11*}-1)^2}}. \qquad (I6)$$

Так как $\varepsilon_{кр} = \varepsilon_м \cdot \varepsilon_{кр*}$, можно (I6) представить в виде

$$s_{кр} = s_м \cdot \varepsilon_{кр*},$$

где

$$\varepsilon_{кр*} = \sqrt{\frac{r_{1*}^2 + x_{11*}^2}{r_{1*}^2 + (x_{11*}-1)^2}}.$$

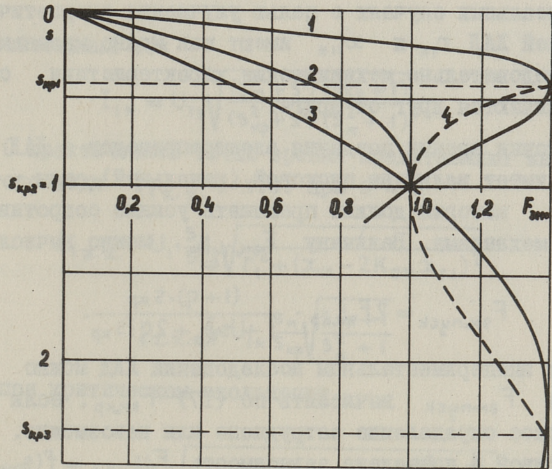
На фиг. 3 приведены механические характеристики ЛАД при питании от источника тока и напряжения. При этом $r_{1*} = 0,I$; $x_{11*} = I,7$; $q = 0,08$; $s_{м1} = 0,42$; $s_{м2} = I,0$.

Базовой электромагнитной силой $F_{эм.баз}$ выбрана электромагнитная сила короткого замыкания $F_{эм.баз} = F_{эм}|_{s=1}$, так как эту величину практически легко определить. Учитывая, что $F_{эм.кр} \neq f(s_{кр})$, для большей наглядности на фиг. 4 приведены эти же характеристики при $F_{эм.баз} = F_{эм.кр}$, то есть $F_{эм*} = \frac{F_{эм}}{F_{эм.кр}}$.

Как следует из фиг. 3 и 4, механические характеристики ЛАД значительно отличаются друг от друга при питании от источника тока или напряжения. В данном примере $s_{кр}|_{U_1=const}$ превышает $s_{кр}|_{I_1=const}$ в 2,4 раза. Последняя величина определена членом

$$\varepsilon_{кр*} = \sqrt{\frac{r_{1*}^2 + x_{11*}^2}{r_{1*}^2 + (x_{11*}-1)^2}}$$

в формуле (I6), т.е. конкретными параметрами ЛАД. С увеличением r_{1*} и x_{11*} величина $\varepsilon_{кр*}$ приблизится к I, так как при этом изменение тока I_1 от изменения входных сопротивлений r_b и x_b уменьшается. Следовательно, и механическая характеристика ЛАД в таком случае приблизится к механической характеристике при $I_1 = const$. Например, при $r_{1*} = 0,I$ и $x_{11*} = I0$ $s_{кр}|_{U_1=const} = 1,1 s_{кр}|_{I_1=const}$.



Фиг. 3. Механические характеристики ЛАД $F_{эм*} = \dfrac{F_{эм}}{F_{эм|s=1}}$ при питании а) от источника напряжения

2 – $s_м = 0{,}42$;

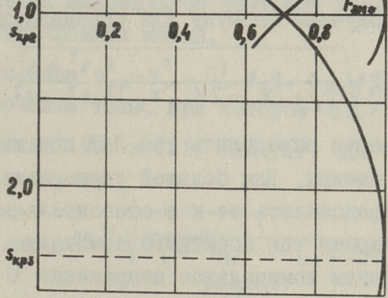
3 – $s_м = 1{,}0$;

б) от источника тока

1 – $s_м = 0{,}42$;

2 – $s_м = 1{,}0$;

4 – $F_{эм.кр*} = \dfrac{F_{эм.кр}}{F_{эм|s=1}}$.



Фиг. 4. Механические характеристики ЛАД $F_{эм*} = \dfrac{F_{эм}}{F_{эм.кр}}$.

В реальных случаях с целью улучшения энергетических показателей ЛАД r_{1*} и x_{11*} имеют как можно маленькие значения, следовательно, механические характеристики существенно отличаются друг от друга.

С точки зрения создания электроприводов с ЛАД важное значение имеет величина пусковой (начальной) силы ЛАД $F_{эм.пуск}$, которая должна превышать усилие сопротивления рабочего механизма. Величину $F_{эм.пуск}$ можно вычислить по формуле

$$F_{эм.пуск} = 2F_{эм.кр} \cdot \frac{(1+q)\cdot s_{кр}}{1+s_{кр}^2+2q\cdot s_{кр}}. \qquad (17)$$

При экспериментальном исследовании ЛАД можно после измерения $F_{эм.пуск}$ вычислить по (17) $F_{эм.кр}$, если ее практическое определение затруднено или невозможно. На фиг. 3 кривой 4 приведена зависимость $F_{эм.кр*} = f(s_{кр})$.

В большинстве случаев осуществляется питание ЛАД от источников напряжения. Как уже было отмечено, механические характеристики ЛАД при этом значительно отличаются от механических характеристик при питании от источника тока. Причиной этого является изменение тока ЛАД I_1 при изменении нагрузки. С точки зрения проектирования ЛАД и электроприводов с ними имеет большое значение изучение характера изменения тока I_1.

Из (3) следует, что

$$I_1 = \sqrt{\frac{F_{эм}\cdot 2\tau f_1}{m.r_b}}. \qquad (18)$$

Заменив $F_{эм}$ в (18) формулой (14) и принимая для упрощения расчета $q = 0$, получаем формулу для определения тока ЛАД

$$I_1 = U_1\sqrt{\frac{1}{r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{r1})^2}\cdot\frac{s_м^2+s^2}{s_{кр}^2+s^2}}. \qquad (19)$$

По (19) легко определить ток ЛАД при любом скольжении, зная параметры машины. Для большей универсальности формулы целесообразно представить ее и в относительных величинах. Базовым током выбираем ток короткого замыкания, т.е. при $s=1$, базовым напряжением номинальное напряжение $U_{1н}$.
Тогда

$$I_{1баз} = U_{1н}\sqrt{\frac{1}{r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{r1})^2}\cdot\frac{s_м^2+1}{s_{кр}^2+1}}, \qquad (20)$$

а относительный ток

$$I_{1*} = U_{1*}\sqrt{\frac{(s_m^2+s^2)(s_{кр}^2+1)}{(s_{кр}^2+s^2)(s_м^2+1)}}\,. \qquad (21)$$

С практической точки зрения представляют интерес ток холостого хода $I_{1х.х.}$, т.е. при $s = 0$

$$I_{1х.х.} = U_1\cdot\frac{s_м}{s_{кр}}\sqrt{\frac{1}{r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{г1})^2}} \qquad (22)$$

или

$$I_{1х.х.*} = U_{1*}\frac{s_м}{s_{кр}}\sqrt{\frac{s_{кр}^2+1}{s_м^2+1}} \qquad (23)$$

и ток при критическом скольжении

$$I_1\Big|_{s=s_{кр}} = \frac{U_1}{s_{кр}}\sqrt{\frac{1}{r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{г1})^2}\cdot\frac{s_м^2+s_{кр}^2}{2}} \qquad (24)$$

или

$$I_{1*}\Big|_{s=s_{кр}} = \frac{U_{1*}}{s_{кр}}\sqrt{\frac{(s_м^2+s_{кр}^2)(s_{кр}^2+1)}{2(s_м^2+1)}}\,. \qquad (25)$$

Дифференцируя член $\dfrac{s_м^2+s^2}{s_{кр}^2+s^2}$ в (19) по скольжению s, получаем условие для скольжений, при которых I_1 имеет экстремальное значение

$$2s(s_{кр}^2-s_м^2) = 0. \qquad (26)$$

Первое условие $s=0$ обозначает холостой ход. Действительно, при переходе из двигательного режима в генераторный наблюдается минимальное значение тока при $s = 0$ и у обыкновенных асинхронных машин.

Второе условие $s_{кр}^2-s_м^2=0$, т.е. $s_{кр}=s_м$ обозначает питание от источника тока, при котором $dI_1/ds=0$.

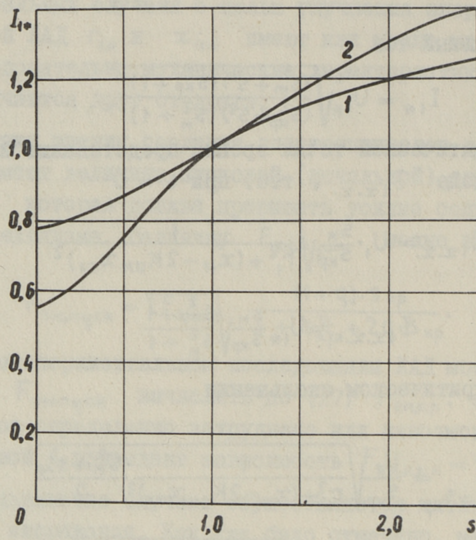
Из уравнений (19) и (21) следует, что при $s\to\infty$ I_1 приблизится к значению

$$I_1\Big|_{s\to\infty} = U_1\sqrt{\frac{1}{r_1^2+(x_{11}-2K_{ам}x_{г1})^2}} \qquad (27)$$

или

$$I_{1*}\Big|_{s\to\infty} = U_{1*}\sqrt{\frac{s_{кр}^2+1}{s_м^2+1}}\,. \qquad (28)$$

Скольжения, при котором I_1 имело бы максимальное значение, не существует.



Фиг. 5. Зависимость тока ЛАД $I_{1*} = \frac{I_1}{I_{1|s=1}}$ от скольжения.
1 – $s_м = 0{,}42$; $s_{кр} = 1{,}0$;
2 – $s_м = 1{,}0$; $s_{кр} = 2{,}4$.

В качестве примера на фиг. 5 приведены рассчитанные по формуле (2I) кривые относительно тока I_{1*} при $U_{1*} = I{,}0$; $s_{м1} = 0{,}42$; $s_{кр1} = I{,}0$; $s_{м2} = I{,}0$ и $s_{кр2} = 2{,}4$.

В заключение следует отметить, что приведенная инженерная методика расчета механических характеристик ЛАД действительна как при ПЛАД, так и при ЦЛАД.

Литература

I. Вольдек А.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л., "Энергия", 1970.

2. Дьяков В.И., Фролов А.Н. Применение линейного асинхронного двигателя для создания натяжения в линиях обработки цветных металлических лент. "Электропривод", № 6, 1973.

3. Тээметс Р.А. К определению размеров вторичной системы плоского линейного асинхронного двигателя.-

"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", № 425, 1977, с. 113-118.

4. Л е х т л а Т.В., С а к к о с Х.А., Т и й с - м у с Х.А. К расчету механических характеристик индукционных МГД-насосов. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", №382, 1975, с. 49.

5. Л а у г и с Ю.Я., Т и й с м у с Х.А., Т э э - м е т с Р.А. Некоторые энергетические показатели линейных асинхронных двигателей. См. наст. сб., с. 87.

J. Laugis, H. Tiismus, R. Teemets

Die Berechnung des Betriebsverhaltens des asynchronen Linearmotors

Zusammenfassung

Im Beitrag wird eine vereinfachte, auf einem Reihenersatzschaltbild basierende praktische Berechnungsmethodik des Betriebsverhaltens des asynchronen Linearmotors vorgelegt.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 456 1978

УДК 621.313.333

Ю.Я.Лаугис, Х.А.Тийсмус,
Р.А.Тээметс

НЕКОТОРЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЛИНЕЙНЫХ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Основными недостатками линейных асинхронных двигателей (ЛАД), по сравнению с вращающимися асинхронными двигателями являются их более низкие энергетические показатели. Поэтому при проектировании ЛАД представляет большое практическое значение определение их главных параметров, обеспечивающих максимум к.п.д., $\cos\varphi$ или других критериев оптимизации.

Схема замещения ЛАД отражает все основные процессы, происходящие в нем, и представляет поэтому удобную основу для изучения режимов работы ЛАД. Рассмотрим, имея в виду схему замещения на фиг. I,в [I], процесс преобразования активной энергии и мощности при двигательном режиме работы ЛАД.

ЛАД потребляют из сети активную мощность

$$P_1 = m U_1 I_1 \cos\varphi \tag{I}$$

или

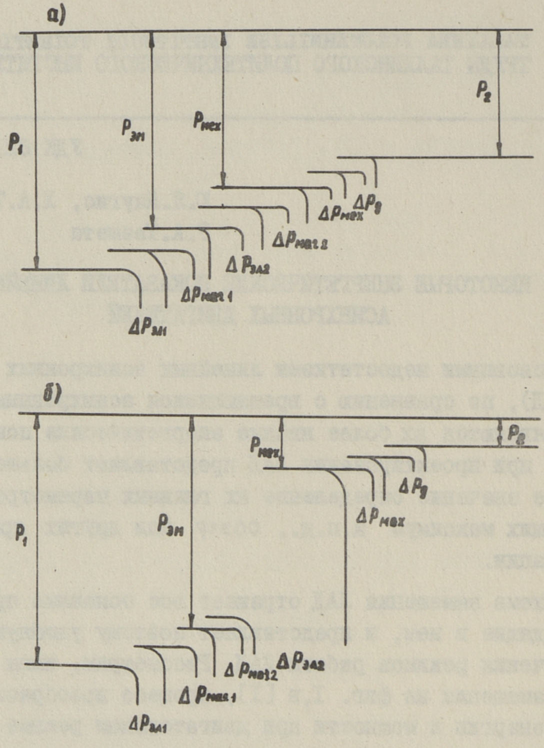
$$P_1 = m(r_1 + r_b) I_1^2 . \tag{2}$$

Часть этой мощности теряется в виде электрических потерь в активном сопротивлении первичной обмотки

$$\Delta P_{эл1} = m I_1^2 r_1 , \tag{3}$$

а другая часть – в виде магнитных потерь в сердечнике индуктора $\Delta P_{маг}$. Из-за относительно маленькой величины $\Delta P_{маг}$, элементы схемы замещения, учитывающие потери в сердечнике индуктора, исключены. В более подробных расчетах могут $\Delta P_{маг}$ быть учтены отдельно.

Остальная часть мощности



Фиг. 1. Энергетическая диаграмма обыкновенного (а) и двухцелевого (б) ЛАД.

$$P_{эм} = P_1 - \Delta P_{эл1} \qquad (4)$$

представляет собой электромагнитную мощность, передаваемую посредством магнитного поля с индуктора на вторичную систему. На схеме замещения этой мощности соответствует мощность в активном сопротивлении r_b

$$P_{эм} = m I_1^2 r_b \,. \qquad (5)$$

Часть этой мощности теряется в виде электрических потерь $\Delta P_{эл2}$ в активном сопротивлении вторичной системы

$$\Delta P_{эл2} = P_{эм} \cdot s \,. \qquad (6)$$

Кроме того, существуют еще добавочные потери ΔP_g, обусловленные потерями мощности в защитных экранах и кожухах между первичной и вторичной системами, а также высшими гарниками магнитных полей. Добавочные потери трудно поддаются расчету и экспериментальному определению. Из-за их малой доли можно в приближенных расчетах ими пренебречь.

Остальная часть мощности $P_{мех}$ превращается в механическую мощность вторичной системы

$$P_{мех} = P_{эм} - \Delta P_{эл2} - \Delta P_g \tag{7}$$

или

$$P_{мех} = P_{эм}(1 - s). \tag{8}$$

В зависимости от конструктивного исполнения ЛАД часть механической мощности $P_{мех}$ может теряться внутри машины в виде механических потерь $\Delta P_{мех}$ и магнитных потерь в ярме вторичной системы $\Delta P_{маг2}$.

Полезная выходная мощность обыкновенного ЛАД

$$P_2 = P_{мех} - \Delta P_{мех} - \Delta P_{маг2} \tag{9}$$

или

$$P_2 = P_1 - \Delta P_{\Sigma}, \tag{I0}$$

где

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_{эл1} + \Delta P_{маг1} + \Delta P_{эл2} + \Delta P_{маг2} + \Delta P_{мех} + \Delta P_g. \tag{II}$$

В соответствии с изложенным на фиг. I,а изображена энергетическая диаграмма ЛАД в режиме двигателя.

Так как целью применения ЛАД является получение полезной механической мощности P_2, определяют к.п.д. ЛАД формулой

$$\eta_{мех} = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P_{\Sigma}}{P_1} \tag{I2}$$

или пренебрегая $\Delta P_{мех}$, которые часто в ЛАД отсутствуют, и $\Delta P_{маг}$, ввиду их небольшого значения, можно (I2) написать в виде

$$\eta_{мех} = \frac{P_{эм}}{P_1}(1 - s). \tag{I3}$$

Целью применения двухцелевого ЛАД является получение как механической, так и тепловой энергии. Следовательно, полезной выходной мощностью двухцелевого ЛАД является вся его электромагнитная мощность $P_{эм}$ и к.п.д. такого двигателя

$$\eta_{эм} = \frac{P_{эм}}{P_1} \tag{I4}$$

можно называть электромагнитным к.п.д.

Энергетическая диаграмма двухцелевого ЛАД приведена на фиг. I,б. В принципе представляет такой режим работы ЛАД, близкий к короткому замыканию. В зависимости от требуемого отношения между механической и тепловой мощностями следует варьировать со скольжением машины.

На основе (7)

$$P_{эм} = P_{мех} + \Delta P_{эл2} \tag{I5}$$

и (I4)

$$\eta_{эм} = \frac{P_{мех}}{P_1} + \frac{\Delta P_{эл2}}{P_1}. \tag{I6}$$

Следовательно, $\eta_{эм}$ представляет сумму из двух членов,которые обозначают механический к.п.д.

$$\eta_{мех} = \frac{P_{мех}}{P_1} \tag{I7}$$

и тепловой к.п.д.

$$\eta_{тепл} = \frac{\Delta P_{эл2}}{P_1}, \tag{I8}$$

т.е.

$$\eta_{эм} = \eta_{мех} + \eta_{тепл}. \tag{I9}$$

Учитывая формулы (6) и (8), можно написать

$$P_{эм} = P_{эм}(1-s) + P_{эм} \cdot s. \tag{20}$$

Сравнение (I6) и (20) показывает, что

$$\eta_{эм} = \eta_{эм}(1-s) + \eta_{эм} \cdot s \tag{2I}$$

или

$$\eta_{мех} = \eta_{эм}(1-s) \tag{22}$$

и

$$\eta_{тепл} = \eta_{эм} \cdot s \tag{23}$$

На основе схемы замещения (фиг. I) [I]

$$\eta_{эм} = \frac{r_b}{r_1 + r_b}. \tag{24}$$

Заменив r_b в (24) формулой

$$r_b = 2K_{ам} \cdot \frac{\varepsilon_*}{1+\varepsilon_*^2}, \tag{25}$$

получаем формулу для определения $\eta_{эм}$

$$\eta_{эм} = \frac{\varepsilon_*}{r_{1*}\varepsilon_*^2 + \varepsilon_* + r_{1*}}. \tag{26}$$

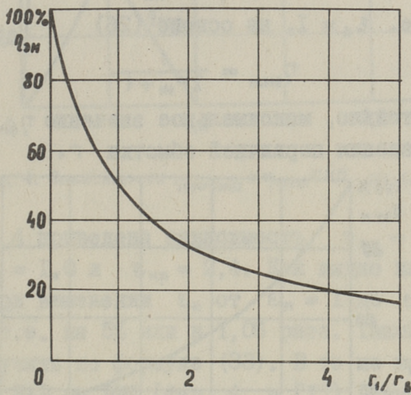
Величину $\eta_{эм}$ определяют только r_{1*} и ε_*.

Представляет интерес, при какой величине членов формулы (26) $\eta_{эм}$ достигает максимального значения. Из (26) следуют условия

$$r_{1*}(\varepsilon_*^2 - 1) = 0 . \tag{27}$$

Условие $r_{1*} = 0$ не может быть выполнено, так как реальные обмотки имеют всегда определенное омическое сопротивление. Тем не менее величина r_{1*} имеет большое значение в $\eta_{эм}$. Формулу (24) можно представить в виде

$$\eta_{эм} = \frac{1}{1 + \frac{r_1}{r_b}} . \tag{28}$$



Фиг. 2. Зависимость $\eta_{эм}$ ЛАД от r_1/r_b.

На фиг. 2 приведена зависимость $\eta_{эм} = f(r_1/r_b)$.

Из фиг. 2 следует, что для достижения $\eta_{эм} = 80\%$ необходимо в рабочем режиме ЛАД иметь $r_1/r_b = 0{,}25$, а при $\eta_{эм} = 90\%$ уже $r_1/r_b = 0{,}1$.

Условие $\varepsilon_*^2 - 1 = 0$ обозначает ситуацию $\varepsilon = \varepsilon_м$ или $s = s_м$. Так как двухцелевой ЛАД работает практически в режиме $s \approx 1$, следует его с точки зрения $\eta_{эм}$ проектировать так, чтобы $\varepsilon_{1*} = 1$ или $s_м = 1$. С другой стороны, такие двигатели должны работать в области $\varepsilon = \varepsilon_{кр}$ или $s = s_{кр}$, что обеспечивает максимальную выходную электромагнитную мощность $P_{эм}$.

Как было доказано в [1], при питании ЛАД от источника тока $\varepsilon_м = \varepsilon_{кр}$ или $s_м = s_{кр}$. Следовательно, такой вариант питания двухцелевого ЛАД является наиболее выгодным, но связанным с дополнительным оборудованием для поддержания постоянства тока. Поэтому необходимо определить, на сколько уменьшается $\eta_{эм}$ при переходе от $\varepsilon_м$ к $\varepsilon_{кр}$ в режиме $U_1 = const$.

По [I]

$$\varepsilon_{кр} = \varepsilon_м \cdot \varepsilon_{кр*}, \tag{29}$$

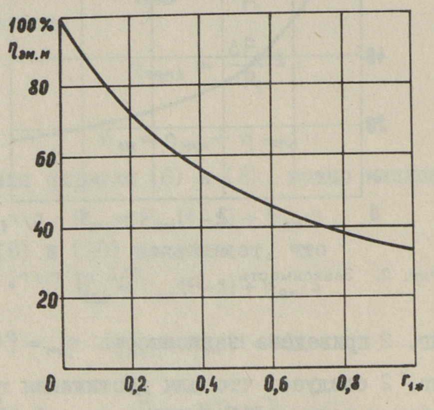
где

$$\varepsilon_{кр*} = \sqrt{\frac{r_{1*}^2 + x_{11*}^2}{r_1^2 + (x_{11*} - 1)^2}}. \tag{30}$$

При $\varepsilon = \varepsilon_м$, т.е. $\varepsilon_* = I$, на основе (26)

$$\eta_{эм.м} = \frac{1}{2r_{1*} + 1}. \tag{31}$$

Следовательно, максимальное значение $\eta_{эм}$ зависит только от сопротивления первичной обмотки r_1.



Фиг. 3. Зависимость $\eta_{эм.м}$ от r_{1*}.

На фиг. 3 приведена зависимость $\eta_{эм.м} = f(r_{1*})$.

При $\varepsilon = \varepsilon_{кр}$

$$\eta_{эм}\Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{кр}} = \frac{\varepsilon_{кр*}}{r_{1*} \cdot \varepsilon_{кр*}^2 + \varepsilon_{кр*} + r_{1*}} \tag{32}$$

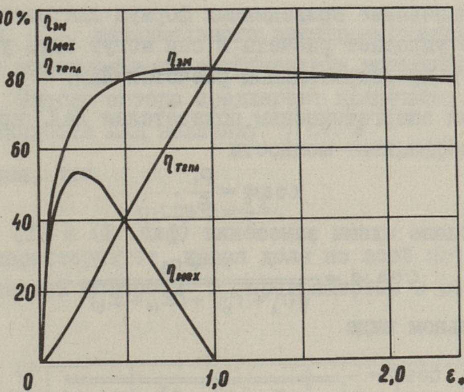
$\eta_{эм}$ уменьшается с переходом на $\varepsilon_{кр*}$ в

$$\frac{\eta_{эм}|_{\varepsilon=\varepsilon_{кр}}}{\eta_{эм.м}} = \frac{(2r_{1*}+1)\,\varepsilon_{кр*}}{r_{1*}\varepsilon_{кр*}^2 + \varepsilon_{кр*} + r_1} \tag{33}$$

раз, с переходом на другую величину ε_* в

$$\frac{\eta_{эм}}{\eta_{эм.м}} = \frac{2(r_{1*}+1)\,\varepsilon_*}{r_{1*}\varepsilon_*^2 + \varepsilon_* + r_{1*}} \tag{34}$$

раз.



Фиг. 4. Зависимости $\eta_{эм}, \eta_{мех}$ и $\eta_{тепл}$ ЛАД от ε_*.

На фиг. 4 приведена зависимость $\eta_{эм} = f(\varepsilon_*)$ при $r_{1*} = 0{,}1$; $\varepsilon_м = 1{,}0$ и $\varepsilon_{кр} = 2{,}4$. Как видно из фигуры, $\eta_{эм}$ уменьшается при изменении ε_* от $\varepsilon_* = 1$ до $\varepsilon_* = \varepsilon_{кр*}$ от 83% до 78%, т.е. на 5% или в 1,06 раза. Такой же результат можно получить по формуле (33). В то же время увеличивается $F_{эм}$ ЛАД на 39% (фиг. 4 в [1]). Какую величину ε_* выбрать рабочей, должно выясниться из более подробных экономических расчетов.

На фиг. 4 приведены кривые механического к.п.д. $\eta_{мех}$ и теплового к.п.д. $\eta_{тепл}$ ЛАД.

На основе (22) можно написать

$$\eta_{мех} = \frac{\varepsilon_* - \varepsilon_*^2 s_м}{r_1 \cdot \varepsilon_*^2 + \varepsilon_* + r_{1*}} . \qquad (35)$$

а

$$\eta_{тепл} = \frac{\varepsilon_*^2 \cdot s_м}{r_1 \varepsilon_*^2 + \varepsilon_* + r_{1*}} . \qquad (36)$$

Анализ (35) показывает, что механический к.п.д. имеет максимум при

$$\varepsilon_*\big|_{\eta_{мех.м}} = \frac{-r_{1*} s_м + \sqrt{r_{1*}^2 s_м^2 + r_1 (s_м - r_{1*})}}{s_м - r_{1*}} . \qquad (37)$$

Рассчитанная по (37) для примера $\varepsilon_*\big|_{\eta_{мех.м}} = 0{,}24$, что точно совпадает с приведенной на фиг. 4. Величину $\eta_{мех}$ при этом легко определить, заменив в (35) ε_* величиной, полученной по (37).

Использование приведенных формул для расчета к.п.д. ЛАД намного упрощает расчеты и они могут быть успешно использованы в предварительных расчетах ЛАД.

Важным энергетическим показателем ЛАД, кроме к.п.д. является коэффициент мощности

$$\cos\varphi = \frac{P_1}{S_1}. \qquad (38)$$

На основе схемы замещения (фиг. I) в [I]

$$\cos\varphi = \frac{r_1 + r_b}{\sqrt{(r_1 + r_b)^2 + (x_{11} + x_b)^2}}. \qquad (39)$$

В окончательном виде

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{x_{11*}\cdot\varepsilon_*^2 - \varepsilon_*^2 + x_{11*}}{r_{1*}\varepsilon_*^2 + \varepsilon_* + r_{1*}}\right)^2}}. \qquad (40)$$

$\cos\varphi$ холостого хода $\cos\varphi_{x.x.}$ при $\varepsilon = 0$

$$\cos\varphi_{x.x.} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x_{11*}^2}{r_{1*}^2}}} \qquad (4I)$$

или

$$\cos\varphi_{x.x.} = \frac{r_{1*}}{\sqrt{r_{1*}^2 + x_{11*}^2}}. \qquad (42)$$

$\cos\varphi$ короткого замыкания при s = I

$$\cos\varphi_{к.з.} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{x_{11*}\varepsilon_{1*}^2 - \varepsilon_{1*}^2 + x_{11*}}{r_{1*}\cdot\varepsilon_{1*}^2 + \varepsilon_{1*} + r_{1*}}\right)^2}}. \qquad (43)$$

При $\varepsilon_* = 1$

$$\cos\varphi\Big|_{\varepsilon_*=1} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{x_{11*}^2 + x_{11*} - 1}{2r_{1*} + 1}\right)^2}}. \qquad (44)$$

Максимальное значение $\cos\varphi$ достигается при

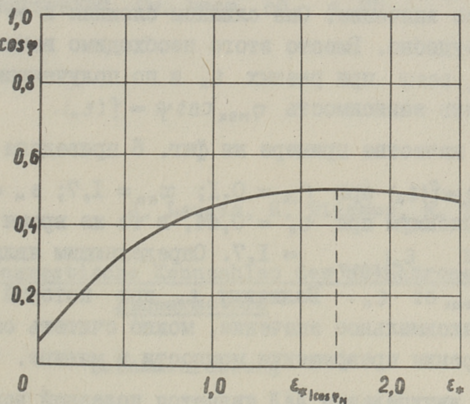
$$\varepsilon_*\Big|_{\cos\varphi_м} = \frac{r_{1*} + \sqrt{r_{1*}^2 + x_{11*}^2} - x_{11*}}{x_{11*} - 1}. \qquad (45)$$

Рассчитанные по (39) кривые $\cos\varphi = f(r_{1*}, x_{11*}, \varepsilon_*)$ приведены на фиг. 5. При этом r_{1*} = 0,I; x_{11*} = I,7. По фиг. 5 или по формуле (45) можно убедиться, что $\varepsilon_{*\,\cos\varphi_м}$ = I,7, т.е. не совпадает ни с $\varepsilon_{м*}$, ни с $\varepsilon_{кр*}$. Следовательно, возникает вопрос: при какой величине ε_* должен работать двухцелевой ЛАД? С точки зрения максимальной электромагнитной мощности при $\varepsilon_{кр}$, максимального электромагнитного к.п.д. – при $\varepsilon_м$, а максимального коэффициента мощности – при $\varepsilon|_{\cos\varphi_м}$. Многие авторы предлагают применять для определения экономичности ЛАД величину $\eta\cdot\cos\varphi$.

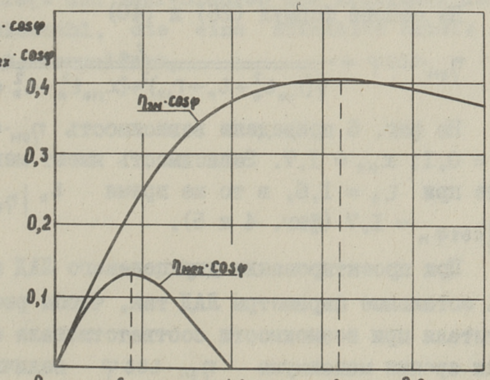
Учитывая, что

$$\eta\cdot\cos\varphi=\frac{P_2}{S_1}, \qquad (46)$$

$\eta\cdot\cos\varphi$ характеризует, какая доля из всей потребляемой из сети суммарной мощности S_1 превращается в полезную мощ–



Фиг. 5. Зависимость $\cos\varphi$ ЛАД от ε_*.



Фиг. 6. Зависимости $\eta_{эм}\cdot\cos\varphi$ и $\eta_{мех}\cdot\cos\varphi$ ЛАД от ε_*.

ность P_2. Под P_2 при обыкновенных ЛАД подразумевают механическую выходную мощность $P_{мех}$ и показателем эффективности является в таком случае величина $\eta_{мех} \cdot \cos\varphi$.

По формулам (35) и (40)

$$\eta_{мех} \cdot \cos\varphi = \frac{\varepsilon_* - \varepsilon_*^2 s_м}{\sqrt{(r_{1*} \cdot \varepsilon_*^2 + \varepsilon_* + r_{1*})^2 + (x_{11*} \cdot \varepsilon_*^2 - \varepsilon_*^2 + x_{11*})^2}}. \qquad (47)$$

Зависимость $\eta_{мех} \cdot \cos\varphi$ имеет довольно сложный характер от $r_{1*}, x_{11*}, s_м, \varepsilon_*$, поэтому неразумно выводить формулу для определения ε_*, при котором $\eta_{мех} \cdot \cos\varphi$ имеет максимальное значение. Она слишком сложная и ее применение очень неудобно. Вместо этого необходимо вычислить величину $\eta_{мех} \cdot \cos\varphi$ при разных ε_* и по полученным результатам нарисовать зависимость $\eta_{мех} \cos\varphi = f(\varepsilon_*)$.

В качестве примера на фиг. 6 приведена зависимость $\eta_{мех} \cos\varphi = f(\varepsilon_*)$ при r_{1*} = 0,I; x_{11*} = I,7; $s_м$ = I,0. Кривая имеет максимум при ε_* = 0,44, в то же время когда $\varepsilon_*|_{\eta_{мех_м}}$ = 0,24 и $\varepsilon_*|_{\cos\varphi_м}$ = I,7. Определяющим является зависимость $\eta_{мех}$ от ε_*. Величину ε_*, при которой $\eta_{мех} \cdot \cos\varphi$ имеет максимальное значение, можно считать оптимальной с точки зрения превращения мощности в машине.

В двухцелевом ЛАД является полезной вся электромагнитная мощность, и, следовательно, эффективность работы таких машин характеризует величина $\eta_{эм} \cdot \cos\varphi$.

На основе формул (26) и (40)

$$\eta_{эм} \cdot \cos\varphi = \frac{\varepsilon_*}{\sqrt{(r_{1*}\varepsilon_*^2 + \varepsilon_* + r_{1*})^2 + (x_{11*}\varepsilon_*^2 - \varepsilon_*^2 + x_{11*})^2}}. \qquad (48)$$

На фиг. 6 приведена зависимость $\eta_{эм} \cdot \cos\varphi = f(\varepsilon_*)$ при r_{1*} = 0,I; x_{11*} = I,7. Зависимость имеет максимальное значение при ε_* = I,6, в то же время $\varepsilon_*|_{\eta_{эм.м.}}$ = I,0 и $\varepsilon_*|_{\cos\varphi_м}$ = I,7 (фиг. 4 и 5).

При проектировании двухцелевого ЛАД необходимо вычислить остальные параметры ЛАД так, чтобы рабочему режиму двигателя при возможности соответствовала оптимальная с точки зрения максимума $\eta_{эм} \cdot \cos\varphi$ величина ε_*, то есть $\varepsilon_{*раб} = \varepsilon_{*опт}$.

Следует отметить, что при разработке двухцелевого линейного электропривода необходимо, кроме электромагнитных явлений, учитывать и тепловые процессы во вторичной системе и самом двигателе. Совместное решение обеих этих задач, с точки зрения эффективности привода, дает ответ на вопрос, какой режим выбирать рабочим.

Литература

I. Лаугис Ю.Я., Тийсмус Х.А., Тээметс Р.А. Расчет механических характеристик линейных асинхронных двигателей. См. наст. сб., с. 75.

J. Laugis, H. Tiismus, R. Teemets

Einige energetische Kennzahlen des asynchronen Linearmotors

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag werden die Formeln für die Berechnung einiger energetischen Kennzahlen des asynchronen Linearmotors vorgelegt und Empfehlungen zum Bestimmen der magnetischen Reynoldszahl, die eine effektive Arbeit des Motors garantiert, formuliert.

[illegible]

(47)

[illegible]

В качестве примера на рис. 6 приведена [illegible]

[illegible]

На рис. 6 приведена зависимость [illegible]

[illegible]

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 456 1978

УДК 621.318.38

А.Д. Ронинсон

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ МАГНИТОСТАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ОБОЛОЧЕК, ОГРАНИЧЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЯМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

При решении ряда задач, связанных с магнитостатическим и переменным во времени электромагнитным полями, необходимо рассчитывать экранирование этих полей ферромагнитными оболочками.

В данной статье рассматривается общее решение магнитостатической задачи для осесимметричных ферромагнитных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка.

Полученные здесь результаты позволяют рассчитывать магнитное поле, обусловленное намагничиванием этих оболочек, и экранирующее действие этих оболочек.

Известно, что бесконечно длинный круглый цилиндр и шар могут рассматриваться как тела, производные от вытянутого сфероида (фиг. I). Бесконечно длинный цилиндр получается при неограниченном возрастании большой оси эллипсоида вращения (вытянутого сфероида) $2a$, совпадающей с осью симметрии. При уменьшении большой оси $2a$ до размеров малой оси $2b$ вытянутый сфероид трансформируется в шар, при дальнейшем уменьшении оси $2a$, когда $a < b$, получается сжатый (сплюснутый) сфероид, а при $a \to 0$ сжатый сфероид вырождается в круглый диск. При трансформации формы вытянутой сфероидальной оболочки максимальная толщина ее d_{max} и малая полуось b не меняются, а большая полуось a и фокусное расстояние $2c$ меняются (фиг. I), что и приводит к изменению отношения $\frac{a}{b}$.

Для тонких оболочек в форме вытянутого сфероида справедливо отношение

$$\frac{d_{min}}{d_{max}} = \frac{b}{a}.$$

Отсюда получаем

$$\delta = \frac{d_{min}}{c_1} = \frac{d_{max}}{c_1}\cdot\frac{b}{a} = \frac{d_{max}}{b}\cdot\frac{b^2}{a\cdot c_1} = \delta_1\frac{b^2}{ac_1}.$$

Здесь

$$\delta_1 = \frac{d_{max}}{b}, \quad \delta = \delta_1\cdot\frac{b^2}{a\cdot c_1}.$$

При $\frac{a}{b} \geqslant 5$ с погрешностью менее 2% можно считать $a = c_1$, поэтому:

$$\delta\Big|_{\frac{a}{b}\geqslant 5} = \delta_1\cdot\frac{b^2}{a^2} = \frac{\delta'}{n^2}, \quad \text{где} \quad n = \frac{a}{b}.$$

Так как при трансформации формы вытянутой сфероидальной оболочки величина $\delta_1 = \frac{d_{max}}{b}$ не меняется, то величину δ_1 назовем универсальной относительной толщиной осесимметричных оболочек.

В формулах для расчета магнитостатического потенциала оболочек в форме вытянутого сфероида фигурирует параметр $\delta = \frac{d_{min}}{c_1}$, для оболочек в форме сжатого сфероида $\delta' = \frac{d_{max}}{c_2}$, а для оболочек в форму шара и бесконечно длинного круглого цилиндра – параметр

$$\delta = \frac{d}{b} = \frac{d_{max}}{b}.$$

Целесообразно в расчетные формулы для всех этих оболочек ввести единый параметр δ_1.

Тогда выражения для постоянных интегрирования будут иметь вид:

а) для сферической оболочки –

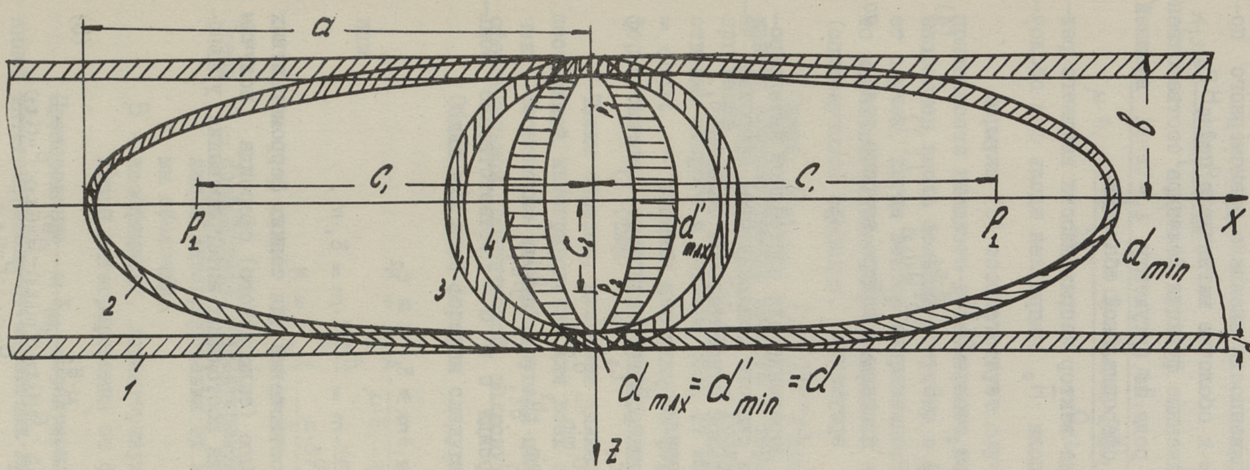
$$K = Z_0\cdot b\cdot\frac{\mu\cdot\delta_1}{\mu\cdot\delta_1+1{,}5}, \tag{I}$$

б) для оболочки в форме бесконечно длинного круглого цилиндра, когда вектор напряженности внешнего магнитного поля $\vec{Z}_0$ перпендикулярен оси цидиндра –

$$K = Z_0\cdot b\cdot\frac{\mu\cdot\delta_1\cdot}{\mu\cdot\delta_1+2}, \tag{2}$$

в) для оболочки в форме вытянутого сфероида –

$$K_{11} = Z_0\cdot c_1 P_{11(\varepsilon_2)}\cdot\frac{\mu\cdot\delta_1}{\mu\delta_1 - \frac{2a\cdot c_1}{b^2\cdot Q_{11(\varepsilon_2)}\cdot P_{11(\varepsilon_2)}}\cdot\frac{\varepsilon_2^2-1}{2\varepsilon_2^2-1}}. \tag{3}$$



Фиг. 1.

1 – бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка с радиусом внешней поверхности b и толщиной d;

2 – вытянутая сфероидальная оболочка с большой полуосью a, малой полуосью b, фокусами P_1, фокусным расстоянием $2c_1$, минимальной толщиной d_{min} и максимальной толщиной d_{max};

3 – сферическая оболочка с внешним радиусом b и толщиной d;

4 – сжатый сфероид с большой полуосью b, фокусами P_2, фокусным расстоянием $2c_2$, минимальной толщиной $d^1_{min} = d = d_{max}$ и максимальной толщиной d^1_{max}.

Здесь Z_0 – напряженность внешнего равномерного поперечного по отношению к оболочке магнитного поля, $P_{11(\varepsilon_2)}$ и $Q_{11(\varepsilon_2)}$ – присоединенные функции Лежандра соответственно первого и второго рода по аргументу $\varepsilon_2 = \text{const}$ внешней поверхности вытянутой сфероидальной оболочки.

Для случая, когда вектор напряженности внешнего равномерного магнитного поля $\vec{H}_0$ направлен вдоль оси оболочки,

$$K_1 = H_0 \cdot c_1 \cdot \varepsilon_2 \frac{\mu \cdot \delta_1}{\mu \cdot \delta_1 + \dfrac{a \cdot c_1}{2b^2 Q_{1(\varepsilon_2)}}} . \qquad (4)$$

[2,3]

Здесь $Q_{1(\varepsilon_2)}$ – полином Лежандра второго рода по аргументу $\varepsilon_2 = \text{const}$.

А теперь найдем выражение для постоянной интегрирования оболочки в форме сжатого (сплюснутого) сфероида через параметр универсальной относительной толщины δ_1.

Для сжатого сфероида

$$\delta' = \frac{d'_{max}}{c_2} = \frac{d'_{min}}{c_2} \cdot \frac{b}{a} \qquad \text{(фиг. I)}$$

$$d'_{min} = d_{max}$$

$$\delta' = \frac{d'_{min}}{b} \cdot \frac{b^2}{ac_2} = \delta_1 \cdot \frac{b^2}{a \cdot c_2} .$$

Для сжатого сфероида b и a – соответственно большая и малая полуоси

$$\frac{b}{a} = m, \quad \text{при} \quad m \geqslant 5 \quad b \cong c_2$$

$$\delta' \Big|_{\frac{b}{a} \geqslant 5} = \frac{d'_{min}}{b} \cdot m = \frac{d_{max}}{b} \cdot m = \delta_1 \cdot m .$$

С учетом этих соотношений для тонких ферромагнитных оболочек в форме сжатого (сплюснутого) сфероида получим следующие выражения для постоянных интегрирования уравнения Лапласа:

$$K_{11} = \frac{Z_0 \cdot c_2 \cdot P_{11(i\varepsilon_2)}}{i} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mu \cdot \delta_1}{\mu \cdot \delta_1 + \dfrac{(\varepsilon_2^2 + 1)^2 \cdot a \cdot c_2}{(2\varepsilon_2^2 + 1) \cdot b^2} \cdot \dfrac{Q_{11(i\varepsilon_2)} \cdot P^{(1)}_{11(i\varepsilon_2)} - Q^{(1)}_{11(i\varepsilon_2)} \cdot P_{11(i\varepsilon_2)}}{Q_{11(i\varepsilon_2)} \cdot P_{11(i\varepsilon_2)}}} \qquad (5)$$

$$K_1 = \frac{H_0 \cdot c_2 \cdot P_1(i\varepsilon_2)}{i} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mu \delta_1}{\mu \cdot \delta_1 + \frac{(\varepsilon_2^2+1)\cdot a \cdot c_2}{2b^2} \cdot \frac{Q_1(i\varepsilon_2)\cdot P_1^{(1)}(i\varepsilon_2) - Q_1^{(1)}(i\varepsilon_2)\cdot P_1(i\varepsilon_2)}{Q_1(i\varepsilon_2)\cdot P_1(i\varepsilon_2)}} \qquad (6)$$

Формула (5) соответствует случаю, когда вектор напряженности внешнего равномерного магнитного поля $\vec{Z}_0$ направлен вдоль большей полуоси, а формула (6) соответствует случаю, когда вектор напряженности внешнего равномерного магнитного поля $\vec{H}_0$ направлен вдоль малой оси сжатого (сплюснутого) сфероида.

Здесь $Q_{11}(i\varepsilon_2)$, $P_{11}(i\varepsilon_2)$ – присоединенные функции Лежандра соответственно второго и первого рода от мнимого аргумента $Q_1(i\varepsilon_2)$, $P_1(i\varepsilon_2)$ – полиномы Лежандра соответственно второго и первого рода от мнимого аргумента, $\varepsilon_2 = const$ – внешняя поверхность ферромагнитной оболочки в форме сжатого (сплюснутого)сфероида.

Таким образом, получена единая структурная формула постоянной интегрирования для всех осесимметричных оболочек – бесконечно длинной круглой цилиндрической, вытянутой сфероидальной, сферической, сплюснутой сфероидальной.

Общий вид этой формулы следующий:

$$K = Z_0 \cdot A \cdot \frac{\mu \cdot \delta_1}{\mu \cdot \delta_1 + B} \qquad (7)$$

или

$$K = H_0 \cdot A \cdot \frac{\mu \cdot \delta_1}{\mu \cdot \delta_1 + B} \ . \qquad (8)$$

Здесь A – коэффициент, характеризующий зависимость постоянной интегрирования от линейных размеров и формы оболочки;

B – коэффициент, характеризующий зависимость постоянной интегрирования от формы оболочки.

Произведение $\mu \cdot \delta_1$ характеризует зависимость постоянной интегрирования от магнитных характеристик материала и от универсальной относительной толщины оболочки.

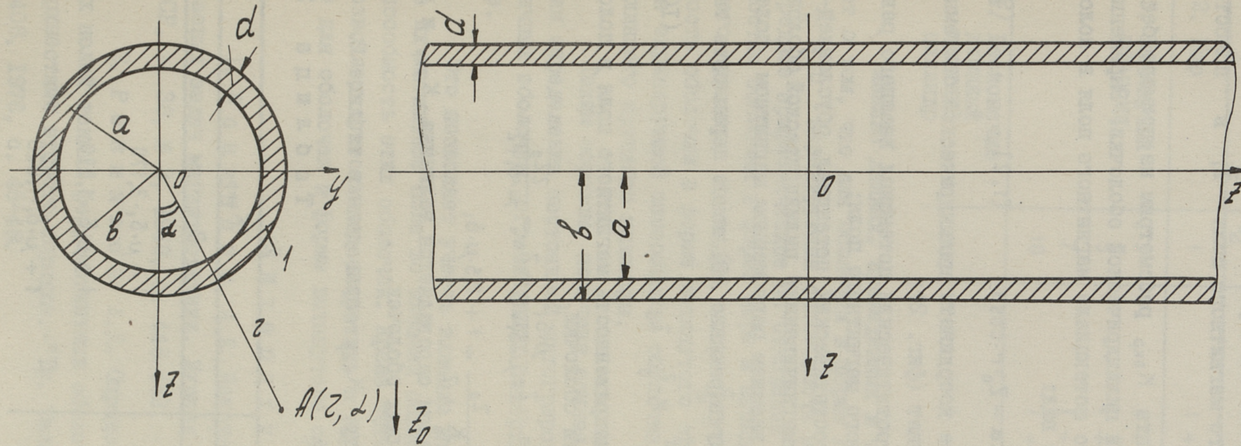
Значения коэффициентов A и B для осесимметричных оболочек различной формы приведены в таблице I.

Таблица I

Форма оболочки	A	B
I. Бесконечно длинный круглый цилиндр	b	2
2. Вытянутый сфероид	$c_1 P_{11}(\varepsilon_2)$	$-\dfrac{2a\cdot c_1}{b^2\cdot Q_{11}(\varepsilon_2)\cdot P_{11}(\varepsilon_2)}\cdot\dfrac{\varepsilon_2^2-1}{2\varepsilon_2^2-1}$
	$c_1\cdot\varepsilon_2$	$\dfrac{a\cdot c_1}{2b^2\cdot Q_1(\varepsilon_2)}$
3. Шар	b	1,5
4. Сплюснутый (сжатый) сфероид	$\dfrac{c_2 P_{11}(i\varepsilon_2)}{i}$	$\dfrac{(\varepsilon_2^2+1)^2\cdot a\cdot c_2}{(2\varepsilon_2^2+1)b^2}\cdot\dfrac{Q_{11}(i\varepsilon_2)\cdot P_{11}^{(1)}(i\varepsilon_2)-Q_{11}^{(1)}(i\varepsilon_2)\cdot P_{11}(i\varepsilon_2)}{Q_{11}(i\varepsilon_2)\cdot P_{11}(i\varepsilon_2)}$
	$\dfrac{c_2\cdot P_1(i\varepsilon_2)}{i}$	$\dfrac{(\varepsilon_2^2+1)^2\cdot a\cdot c_2}{2b^2}\cdot\dfrac{Q_1(i\varepsilon_2)\cdot P_1^{(1)}(i\varepsilon_2)-Q_1^{(1)}(i\varepsilon_2)\cdot P_1(i\varepsilon_2)}{Q_1(i\varepsilon_2)\cdot P_1(i\varepsilon_2)}$

Видим, что при изменении соотношения полуосей $\frac{a}{b}$ оболочки в форме вытянутого сфероида величина коэффициента B изменяется от 2 (бесконечно длинный круглый цилиндр) до I,5 (шар). Как показывают расчеты, при $3\leqslant\frac{a}{b}<10$ значения коэффициента B с достаточной для инженерной практики точностью можно принимать равными величине I,75 - среднеарифметическому между значениями этого коэффициента для шара и бесконечно длинного круглого цилиндра. При $\frac{a}{b}\geqslant 10$ значения коэффициента B можно принимать равными двум - как для бесконечно длинного круглого цилиндра.

Рассмотрим экранирующую способность $K_{экр}$ осесимметричных оболочек по отношению к внешнему равномерному магнитному полю, вектор напряженности которого $\vec{Z}_0$ перпендикулярен продольной оси этих оболочек. Под экранирующей способностью



Фиг. 2.

1 – бесконечно длинная круглая цилиндрическая ферромагнитная оболочка с внешним радиусом b, внутренним радиусом a, толщиной стенки d, относительной магнитной проницаемостью μ;

r, α – текущие координаты цилиндрической системы координат;

Z_0 – внешнее равномерное магнитное поле.

здесь понимается отношение вектора $\vec{Z}_0$ к вектору напряженности равномерного магнитного поля $\vec{Z}_1$ в полости этих оболочек.

Расчет коэффициента $K_{экр}$ рассмотрим на примере бесконечно длинной круглой цилиндрической оболочки. Выражение для магнитостатического потенциала магнитного поля в полости этой оболочки имеет вид:

$$\psi = K \cdot \frac{r}{b} \cdot \cos\alpha - Z_0 \cdot r \cdot \cos\alpha \qquad [1,2] \qquad (9)$$

здесь r, α – текущие координаты цилиндрической системы координат (фиг. 2);

$Z_0 \cdot r \cdot \cos\alpha$ – магнитостатический потенциал внешнего равномерного магнитного поля;

$K \cdot \frac{r}{b} \cdot \cos\alpha$ – магнитостатический потенциал, обусловленный намагничиванием цилиндрической оболочки во внешнем равномерном магнитном поле.

$r \cdot \cos\alpha = z$, поэтому выражение (8) можно переписать так

$$\psi^{I} = K \cdot \frac{z}{b} - Z_0 \cdot z \qquad (10)$$

$Z_1 = -\frac{\partial \psi^{I}}{\partial z} = -\frac{K}{b} + Z_0$ – напряженность магнитного поля в полости оболочки.

$$Z_1 = -\frac{K}{b} + Z_0 = -Z_0 \frac{\mu \cdot \delta_1}{\mu \cdot \delta_1 + 2} + Z_0 = \frac{2 Z_0}{\mu \cdot \delta_1 + 2}$$

$$K_{экр} = \frac{Z_0}{Z_1} = \frac{Z_0}{-\frac{K}{b} + Z_0} = 1 + 0{,}5 \cdot \mu \cdot \delta_1$$

Аналогичным образом определяется величина $K_{экр}$ и для остальных осесимметричных оболочек.

Данные по расчету $K_{экр}$ приведены в таблице 2.

Таблица 2

Форма оболочки	$\frac{a}{b}$	$K_{экр}$
I	2	3
I. Сжатый сфероид	$\frac{1}{5}$	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 3{,}170$
	$\frac{1}{3}$	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 1{,}820$
	$\frac{1}{2}$	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 1{,}020$

I	2	3
2. Шар	1	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 0{,}667$
3. Вытянутый сфероид	3	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 0{,}575$
	5	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 0{,}535$
	7	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 0{,}527$
	10	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 0{,}517$
4. Бесконечно длинный круглый цилиндр	∞	$1 + \mu \cdot \delta_1 \cdot 0{,}500$

Анализ данных, приведенных в таблице 2,свидетельствует о том, что для оболочки в форме вытянутого сфероида при $\frac{a}{b} < 10$ экранирующая способность может быть оценена как среднее арифметическое по отношению к экранирующим способностям оболочек в форме шара и вытянутого бесконечно длинного круглого цилиндра, а при $\frac{a}{b} \geqslant 10$ экранирующая способность оболочки в форме вытянутого сфероида практически равна экранирующей способности оболочки в форме бесконечно длинного круглого цилиндра.

Таким образом, получена единая структурная формула для определения постоянной интегрирования у всех осесимметричных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка.

Это позволяет учесть влияние изменения формы оболочек на их магнитное поле во внешней области и на экранирующую способность этих оболочек. Кроме того, во многих случаях это позволяет существенно сократить и упростить расчеты, особенно для оболочек в форме вытянутого сфероида.

Литература

1. Р о н и н с о н А.Д. Некоторые особенности решения краевых задач магнитостатики. Журнал технической физики АН СССР, т. 38, № 3, 1968, с. 448-452.

2. Р о н и н с о н А.Д. Определение магнитостатических полей тонких ферромагнитных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка.-"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", № 408, 1976, с. 45-48.

3. Я н к е Е., Э м д е Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. М.-Л., ГИЗТТЛ, 1949.

A. Roninson

Allgemeine Berechnung der magnetostatischer Aufgabe für die ferromagnetische Körper, die mit Oberflächen der zweiter Ordnung beschränkt sind

Zusammenfassung

In diesem Artikel wird die einheitliche Formel für Berechnung der magnetostatischen Felder achsensymmetrischer ferromagnetischer Körper, die mit Oberflächen der zweiter Ordnung beschränkt sind, behandelt. Das ermöglicht den Einfluß der Änderung der Form ferromagnetischer Körper auf ihr magnetisches Feld in Betracht zu ziehen, und wesentlich die Berechnungen für ferromagnetische Körper in ausstrecksphäroidalsform zu vereinfachen.

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Труды ТПИ, № 456
ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕШЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ
Сборник трудов ХУ
Редактор В. Кескюла. Техн. ред. В. Ранник
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 7 апр. 1978 года

Подписано к печати 26 окт. 1978 г. Бумага 60x90/16
Печ. л. 6,75+0,25 приложение. Уч.-изд. л. 6,3
Тираж 300. МВ-09043
Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № 860

Ц е н а 95 коп.

Цена 95 коп.