TALLINNA POLUTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 156 1959

СБОРНИК ТРУДОВ ПО ФИЗИКЕ

I

ТАЛЛИН, 1959

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Серия А № 156 1959

СБОРНИК ТРУДОВ ПО ФИЗИКЕ

I

ТАЛЛИН, 1959

77

Вальдма Л. Э.

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ТРЕНИЯ ПРИ АБРАЗИВНОМ ИЗНАШИВАНИИ МЕТАЛЛОВ

Задачей настоящей работы является объяснение ряда полученных автором в 1956 и 1957 годах опытных результатов [1, 2]. Для этого разработана схема сил действующих при трении плоских поверхностей с абразивной прослойкой (смесь абразива с маслом).

I. Исходные положения

Схема имеет в своей основе следующие два постулата:

1) Изнашивание в случае трения с абразивной прослойкой вызывается абразивными зернами, которые внедряются (шаржируются) в одну из поверхностей и царапают противоположную (рис. 1.).

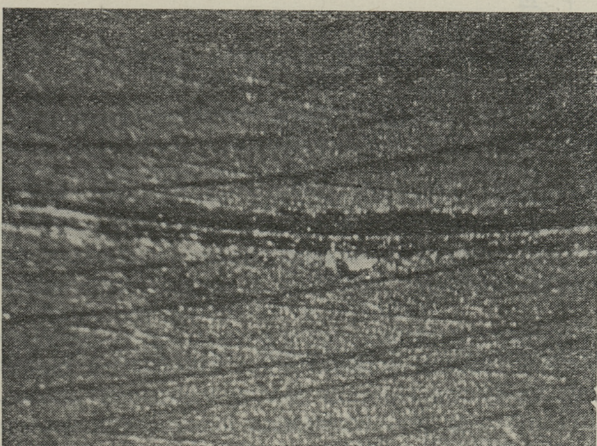


Рис. 1

2) На поверхности трения имеет место только пластический контакт; напряжение на контакте не зависит от нагрузки и обусловлено твердостью тела. На это указывают Ф. Боуден и Д. Тейбор [3], а также Г. Эрнст и М. Мерчент [4].

Отношение тангенциальной и нормальной силы при трении двух плоскостей называется обычно коэффициентом трения. Как в дальнейшем выясняется, при трении плоскостей с абразивной прослойкой такое определение не целесообразно, так как имеется еще коэффициент трения между зерном и поверхностью трения. Поэтому в дальнейшем такой условный коэффициент трения будем обозначать отношением $\frac{T}{P}$, где T — тангенциальная сила, действующая при перемещении плоскостей, P — нормальная сила.

Основой при разработке схемы сил являются следующие опытные данные [1, 2]:

1) Связь между $\frac{T}{P}$ и твердостью по Бринелю (рис. 2).

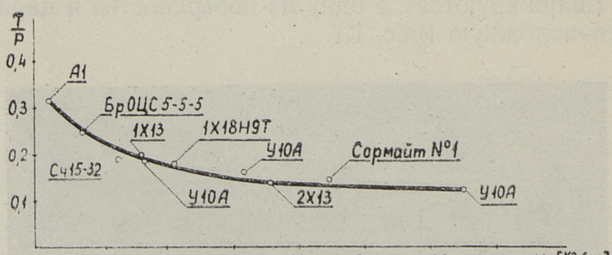


Рис. 2

2) Связь между $\frac{T}{P}$ и глубиной отпечатка по Бринелю (рис. 3).

3) Связь между $\frac{T}{P}$, объемным износом V и нормальной силой P (рис. 4).

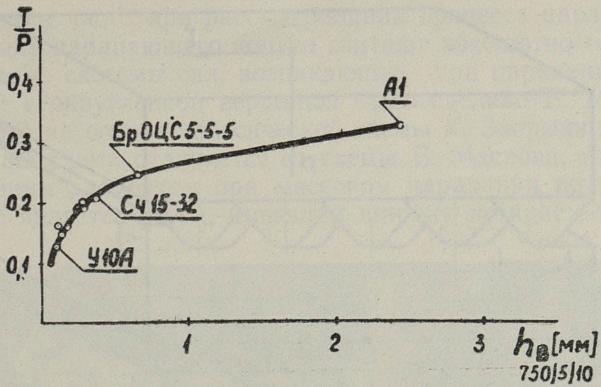


Рис. 3

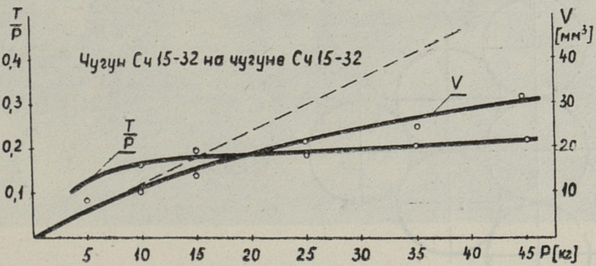


Рис. 4

II. Схема абразивного изнашивания

В процессе изнашивания при наличии абразивной прослойки абразивные зерна производят массовое царапание поверхностного слоя металла.

Каждое царапающее абразивное зерно представляется в виде элемента резца, который при движении по истираемой плоскости срезает металл на глубину проникновения абразивного зерна h. Глубина проникновения зависит от твердости поверхности металла.

Сумма таких элементов в плоскости, перпендикулярной движению, составляет закругленное лезвие резца с отрицательным передним углом, ширина которого совпадает с шириной истираемой плоскости (см. рис. 5). Подобная схема была дана Г. Полосаткиным [5]. Однако он рассматривал резцы с острыми лезвиями, т. е. без округления.

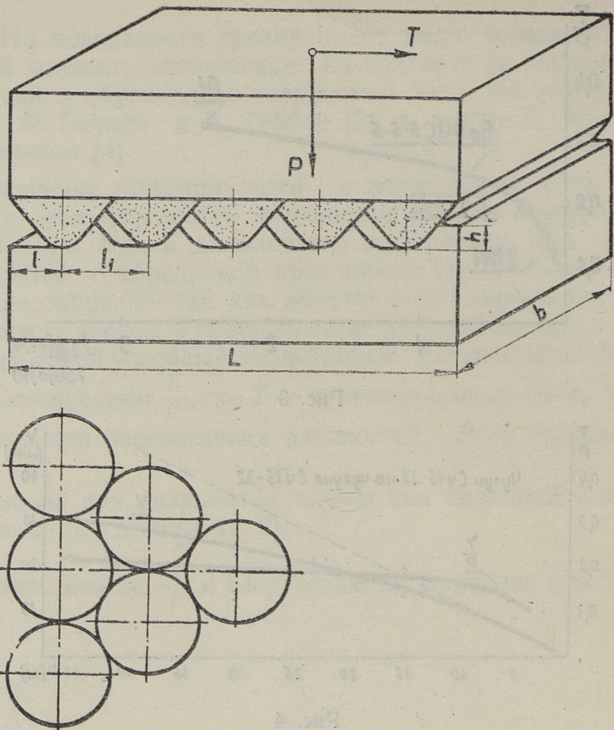


Рис. 5

III. Система сил

Точное определение системы сил при абразивном изнашивании затрудняется неправильной формой абразивного зерна.

Исследование абразивных порошков разной зернистости под микроскопом позволило сделать выводы, совпадающие в основном с данными Е. Маслова [6].

1) Абразивные зерна являются многогранниками неправильной формы. Режущий — царапающий элемент абразивного зерна имеет, как правило, пирамидальную форму.

2) Каждый режущий — царапающий элемент абразивного зерна имеет округленную вершину (рис. 6).

Весьма часто при рассматривании процесса царапания вершину царапающего конуса считают абсолютно острой. Изучение системы сил, возникающих при царапании конусом с округленной вершиной было сделано Е. Масловым [6] на основе классической схемы К. Зворыкина.

Наша схема отличается от схемы Е. Маслова, так как режущим элементом при массовом царапании по нашей схеме является резец, имеющий ширину истираемой пло-

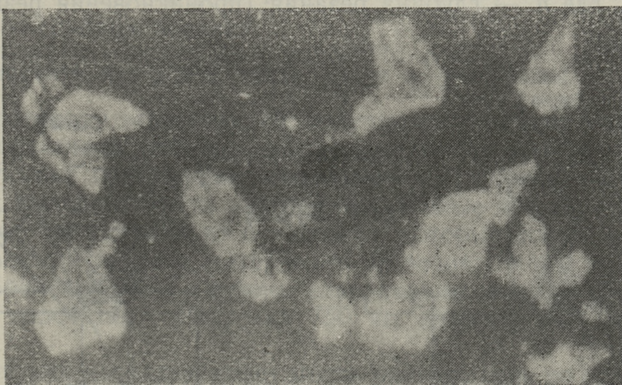


Рис. 6

скости. Основой при разработке системы сил является также классическая схема К. Зворыкина [7].

Для выяснения геометрии резца анализируем и сравниваем две системы сил. Одна система сил (рис. 7 схема I), возникающая при перемещении резца, сечение которого можно представить как треугольник с закругленной вершиной. Другая система сил (рис. 7, схема II), возникающая при перемещении резца, сечение которого представляется треугольником с неокругленной (острой) вершиной.

При анализе схемы I на рис. 7 в случае, когда глубина проникновения абразивного зерна меньше радиуса закругления, выясняется:

1) $\frac{T}{P}$ зависит от глубины резания (радиус закругления постоянный) и увеличивается с увеличением последнего за счет уменьшения фактического переднего угла γ.

2) $\frac{T}{P}$ зависит от коэффициента трения между зернами

и поверхностью трения μ и уменьшается с увеличением последнего.

$\mu = \frac{F}{N}$, где F — сила трения между резцом и металлом, N — результирующая нормальная сила вдавливания между резцом и металлом.

По схеме I отношение $\frac{T}{P}$ можно выразить как функцию от $\frac{h}{d}$, где h — глубина резания (проникновения резца в металл);

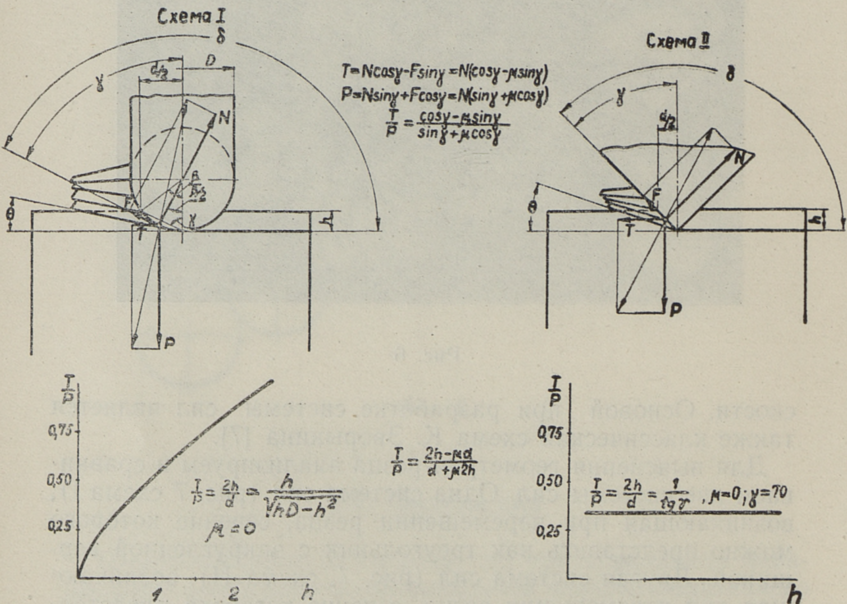


Рис. 7

$\frac{d}{2}$ — длина контактной поверхности по горизонтали.

Из схемы сил $tg\,\gamma = \frac{d}{2h}$, и

$$\frac{T}{P} = \frac{\cos\gamma - \mu \sin\gamma}{\sin\gamma + \mu\cos\gamma} = \frac{2h - \mu d}{d + 2h\mu}.$$

Коэффициент трения μ определяется экспериментально.

Для предварительной сверки схем с опытными данными считаем $\mu = 0$. В данном случае по схеме 1 (рис. 7).

$$\frac{T}{P} = \frac{2h}{d} \quad \text{или можем написать} \quad \frac{T}{P} = \frac{2hb}{db} = \frac{S_1}{S_2},$$

где S_1 — вертикальная проекция поверхности контакта,

S_2 — горизонтальная проекция поверхности контакта.

При анализе схемы II на рис. 7 выясняется, что $\frac{T}{P}$ не зависит от глубины резания.

Если считать, что $\mu = 0$, тогда $\frac{T}{P} = \frac{1}{tg\,\gamma} = const.$

При сравнении зависимостей, полученных по схеме I на рис. 7 с опытными данными, которые получены при испытании плоских поверхностей на износ с абразивной прослойкой, выясняется, что данные, полученные по схеме I, совпадают принципиально с данными, которые получены при испытании твердых материалов. Величины h и d взяты по Бринелю; h — глубина вдавливания шарика и d диаметр отпечатка. Нагрузка 750 кг, диаметр шарика 5 мм).

При мягких металлах имеет место расхождение со схемой I. Отношение $\frac{T}{P}$ приближается к постоянной величине, подобной представленной на рис. 7 (схема II).

Следовательно, если глубина резания меньше закругления вершины резца, тогда имеет место система сил по схеме I (рис. 7); когда глубина резания больше, тогда по схеме II (рис. 7).

Вышеописанный механизм подтверждает в свою очередь и зависимость между нормальной силой P и отношением $\frac{T}{P}$ при испытании на абразивное изнашивание (см. рис. 4).

Эти соображения позволяют представить процесс резания при трении двух плоскостей, на которых нанесена абразивная прослойка схемой, изображенной на рис. 8.

ВЫВОДЫ

1. Приведенная схема сил при абразивном изнашивании объясняет геометрию царапающей вершины абразивного зерна и глубины проникновения его в металл.

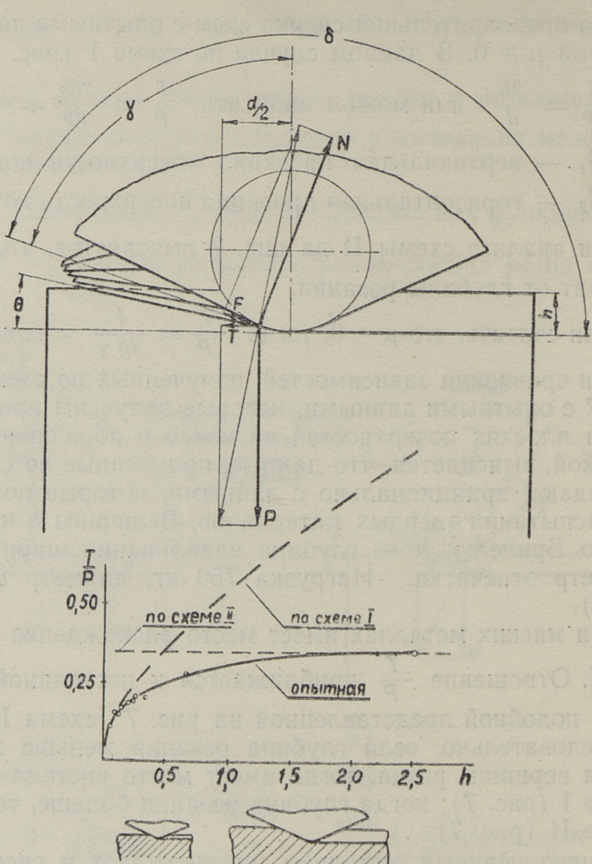


Рис. 8

2. При испытании в качестве абразивного материала применялся нормальный электрокорунд зернистостью 180. По приведенной схеме можно сделать вывод, что угол при вершине 2 $\gamma \approx 140°$. На это указывают и микроскопические исследования геометрии абразивного зерна.

3. Глубина отпечатка шарика при определении твердости по Бринелю не характеризует полностью глубины проникновения абразивного зерна в металл именно тогда, когда глубина проникновения зерна больше радиуса вершины.

4. Для определения относительной изнашиваемости материалов с абразивной прослойкой необходимо разработать подходящий метод определения твердости. Наконечником должен быть резец, сечение которого представляло бы треугольник с округленной вершиной. Угол при вершине должен быть равен углу абразивного зерна при вершине. Отношение глубины вдавливания и радиуса наконечника должны соответствовать отношению, которое имеет место при вдавливании абразивного зерна при изнашивании.

Вопрос требует дальнейших исследований.

SUMMARY

The present investigation represents an attempt to elaborate the scheme of forces acting at the rubbing of flat surfaces coated with an abrasive film (the abrasive + oil).

The scheme is based on two postulates:

1) The wear is caused by abrasive grains pressed (charged) into one of the surfaces and scratching the opposite one (Fig. 1.).

2) At the rubbing surface only a plastic contact takes place; the stress at the contact, irrespective of load, is dependent on the hardness of the specimen only.

Thus far the investigation has led to the following conclusions.

For ascertaining the relative wear of materials with an abrasive film is necessary to work out a method of determining their hardness. As an indenter should serve a cutter with a triangle top. The cone angle should be equal to the conical angle of the abrsaive grain at its top. The ratio of the impression depth to the tip radius should correspond to the ratio observable at the impression of the abrasive grain in wear.

The problem is subjected to a further consideration.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вальдма Л. Э. Исследование абразивного изнашивания при доводке металлов. Обработка металлов резанием, сборник 18. № М-58-171/30, тема 10. Гос. Научно-Техн. Комитет Сов. Мин. СССР, АН СССР, Москва, 1958.
2. Вальдма Л. Э. Изнашивание металлов при наличии невозобновляемой абразивной прослойки. Трение и износ в машинах, сборник XIII, АН СССР, Институт машиноведения, Издание АН СССР, Москва, 1959.
3. Боуден Р. П., Тейбор Д. Механизм трения металлов. Трение и граничная смазка. Сборник статей, Изд. иностр. литерат. Москва, 1953.
4. Эрнст Г. и Мерчент М. Сборник «Прикладная механика и машиностроение», № 2, Изд. иностр. литерат., 1952.
5. Полосаткин Г. Д. Материалы по физике износа и резания. Журнал технич. физики. XVI 12, 1946.
6. Маслов Е. Н. Основы теории шлифования металлов. Машгиз, Москва, 1951.
7. Зворыкин К. А. Работа и усилие, необходимые для отделения металлических стружек. Москва, 1893.

Вяльямяэ Г. Х.

ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПЛЕНОЧНОГО ДАТЧИКА ЭДС ХОЛЛА ИЗ HgSe.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Решение многих проблем современной науки и техники требует точного и быстрого измерения напряженности магнитного поля.

В последние годы, наряду с классическими методами измерения напряженности, стали применяться некоторые новые методы, в том числе и измерения с использованием эффекта Холла.

Открытый в 1879 году эффект Холла нашел свои технические применения лишь в последние годы в связи с бурным развитием полупроводниковой техники.

Разработка измерителя напряженности магнитного поля на базе датчиков эдс Холла связана с целым рядом специфических трудностей, преодоление которых необходимо для достижения требуемой точности и надежности прибора. Зачастую этим вопросам из-за новизны проблемы уделено недостаточно внимания.

Большого внимания заслуживают разработанные в Институте полупроводников АН СССР пленочные датчики эдс Холла из *HgSe* и *HgTe* [Л. 1], толщину которых можно довести до 10 мкн. Важным преимуществом подобных датчиков также является весьма малая зависимость их параметров от температуры, позволяющей обойтись без температурной компенсации в установках, работающих при малых колебаниях температуры окружающей среды.

Несмотря на возможность изготовления монокристаллических датчиков эдс Холла толщиной в 50 мкн [Л. 2], хрупкость их заставляет применять жесткие основания, в связи с чем общая толщина значительно увеличивается.

В настоящее время считается целесообразным применение датчиков эдс Холла из *HgSe* и *HgTe* при измерении сравнительно сильных магнитных полей [Л. 3]. Применение же их для измерения слабых полей затруднено из-за меньшей чувствительности и более высокого уровня собственных шумов, по сравнению с монокристаллическими датчиками.

При измерении сравнительно слабых магнитных полей во многих случаях необходим датчик возможно малой толщины. Поэтому нами разработан измеритель напряженности магнитного поля на базе пленочного датчика эдс Холла из *HgSe*, позволяющий надежно измерять и слабые поля напряженностью $H \leqslant 100$ эрстед.

Предлагаемый измеритель напряженности используется нами для измерения индукции в весьма малом зазоре ярма пермеаметра.

2. ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ ПОМОЩИ ДАТЧИКА ЭДС ХОЛЛА.

Величина электродвижущей силы, получаемая от идеального датчика эдс Холла, выражается формулой

$$E_y = R_h \frac{IH}{d} \varphi\left(\frac{l}{b}\right), \tag{1}$$

где R_h — постоянная Холла, характеризующая свойства полупроводникового материала,

I — ток, пропускаемый через датчик,

H — напряженность магнитного поля,

d — толщина датчика,

$\varphi\left(\frac{l}{b}\right)$ — коэффициент, зависящий от отношения длины датчика к его ширине [Л. 4].

Из приведенной зависимости (1) видно, что при неизменной величине тока I, эдс E_y пропорциональна напряженности H. При измерении напряженности постоянного магнитного поля эдс повторяет закон изменения тока, пропускаемого через датчик.

При разработке измерителя для непрерывного измерения напряженности основными вопросами являются: обеспечение стабильности нуля эдс, неизменности проходящего через датчик тока в течение длительного времени (в данном случае в течение нескольких часов) и целесообразное усиление получаемого от датчика сигнала до величины, достаточной для обеспечения показаний измерительного прибора.

Обычно чувствительность пленочных датчиков из $HgSe$ равна 20—40 $\frac{мкв.}{э}$, что обеспечивает при напряженности магнитного поля 100 эрстед эдс порядка 2—4 мв.

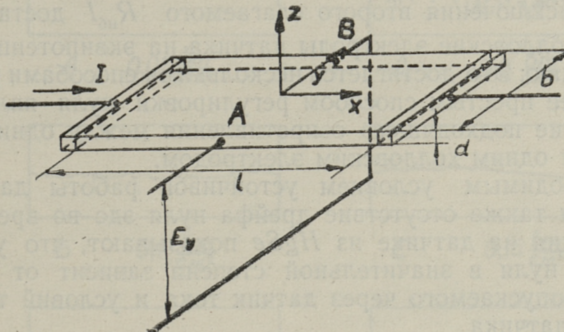


Рис. 1. Датчик эдс Холла

Усиление столь малого постоянного напряжения весьма затруднительно. Поэтому через датчик целесообразно пропускать переменный ток неизменной величины и после усиления выходной эдс выпрямлять ее фазочувствительным детектором. В этом случае сохраняется одно из важных достоинств метода измерения напряженности магнитного поля при помощи эффекта Холла — возможность определения направления поля.

Работа реального датчика эдс Холла в режиме холостого хода описывается следующим соотношением:

$$E'_y = cIH + R_{нб}I + U_ш, \qquad (2)$$

где E'_y — сигнал, получаемый от датчика эдс Холла,

c — постоянная датчика,

$R_{нб}$ — эквивалентное сопротивление небаланса между электродами А и В (рис. 1),

$U_ш$ — напряжение шумов датчика.

Первое слагаемое в выражении (2) является полезным сигналом, второе и третье слагаемые составляют сигнал помех, величина которого должна быть сведена до минимума.

Член $R_{нб}I$ соотношения (2) обусловлен неэквипотенциальным расположением холловских электродов А и В (рис. 1) на датчике. При пропускании тока через датчик и отсутствии магнитного поля между выходными электродами появляется падение напряжения, пропорциональное произведению сопротивления небаланса на ток.

Для исключения второго слагаемого $R_{нб}I$ достаточно свести холловские электроды датчика на эквипотенциальную линию. Это достигается несколькими способами [Л. 4]. Наиболее простым способом регулировки нуля является включение подходящего сопротивления между одним токовым и одним холловским электродом.

Необходимым условием устойчивой работы датчика является также отсутствие дрейфа нуля эдс во времени. Измерения на датчике из $HgSe$ показывают, что устойчивость нуля в значительной степени зависит от величины пропускаемого через датчик тока и условий теплообмена датчика.

На рис. 2 показано изменение напряжения на холловских электродах при различных условиях теплообмена и различной удельной поверхностной нагрузке q, которая определяется зависимостью

$$q = \frac{I^2 R_т}{S}, \tag{3}$$

где $R_т$ — сопротивление между токовыми электродами,
S — поверхность охлаждения (площадь одной стороны датчика).*

Изменения напряжения записаны автоматическим самопишущим потенциометром ПСР1-01.

Экспериментальные данные показывают, что дрейф нуля при свободном расположении датчика в воздухе практически отсутствует, если удельная поверхностная нагрузка не превышает 0,05 вт/см². Дрейф уменьшается, если датчик покрывается кожухом, и увеличивается, если

* Датчик был приклеен одной стороной к текстолитовому основанию.

он обдувается воздухом. Применение датчика с необтекаемыми током холловскими электродами (токовые линии не касаются холловских электродов) дрейфа не уменьшает.

Из этого следует, что большое значение имеет обеспечение одинаковых тепловых условий по всей площади датчика для сохранения расположения эквипотенциальных линий.

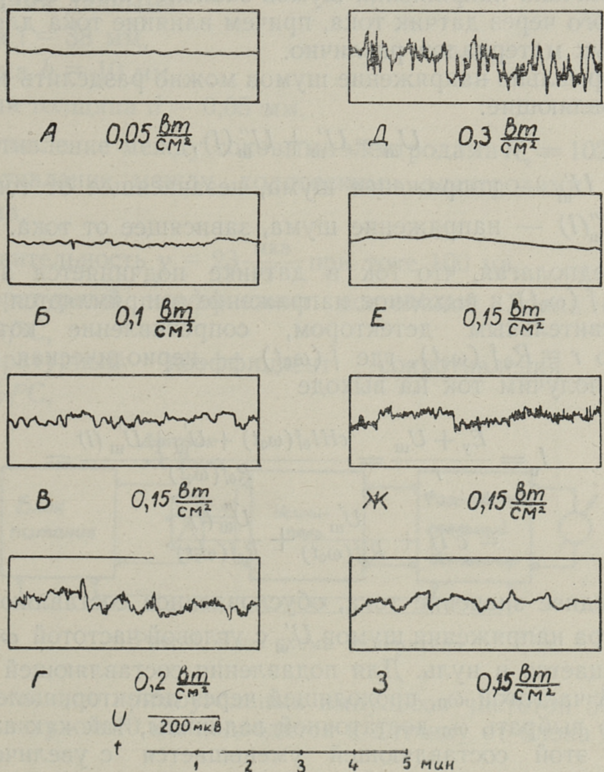


Рис. 2. Дрейф нуля пленочного датчика эдс Холла из *HgSe* при разной удельной поверхностной нагрузке *q* и разных условиях теплообмена.

На оси абсцисс отложено время, на оси ординат напряжение.
А—Д — открытый датчик
Е — датчик закрытый кожухом
Ж — открытый обдуваемый воздухом ($v \approx 1$ м/сек)
З — открытый датчик с необтекаемыми током электродами.

Собственные шумы полупроводников, как известно, можно разделить на 3 группы: тепловые шумы, дробовые шумы и «$\frac{1}{f}$» шумы, из которых последняя группа является доминирующей. Это положение подтверждается экспериментальными данными [Л. 4]. Установлено, что амплитуды составляющих спектра шумов уменьшаются обратно пропорционально частоте.

Величина напряжения шумов зависит также от пропускаемого через датчик тока, причем влияние тока для различных материалов различно.

Формально напряжение шумов можно разделить на две состовляющие:

$$U_ш = U'_ш + U''_ш(I), \tag{4}$$

где $U'_ш$ — напряжение шума, независящее от тока,

$U''_ш(I)$ — напряжение шума, зависящее от тока.

Предполагая, что ток в датчике подчиняется закону $i = I_0 f(\omega_0 t)$ и выходное напряжение выпрямляется фазочувствительным детектором, сопротивление которого равно $r = R_0 f(\omega_0 t)$, где $f(\omega_0 t)$ — периодическая функция, получим ток на выходе

$$\begin{aligned} I_в &= \frac{E_у + U_ш}{r} = \frac{cHI_0 f(\omega_0 t) + U'_ш + U''_ш(I)}{R_0 f(\omega_0 t)} = \\ &= c'H + \frac{U'_ш}{R_0 f(\omega_0 t)} + \frac{U''_ш(I)}{R_0 f(\omega_0 t)}. \end{aligned} \tag{5}$$

Среднее значение тока, обусловленное составляющими спектра напряжения шумов $U'_ш$ с угловой частотой $\omega_i \neq \omega_0$ обращается в нуль. Для подавления составляющей с угловой частотой ω_0, проходящей через детектор, целесообразно выбрать ω_0 достаточной величины, так как амплитуда этой составляющей уменьшается с увеличением угловой частоты.

Составляющая напряжения шумов $U''_ш(I)$ в датчике при малых токах практически равна нулю [Л. 4, рис. 34].

Таким образом, считая второе и третье слагаемые выражения (5) пренебрежимо малыми, окончательно будем иметь

$$I = c'H.$$

Итак, использование фазочувствительного детектора способствует подавлению напряжения шумов, особенно в пленочных датчиках из $HgSe$.

3. Описание установки

При разработке измерителя напряженности магнитного поля был использован пленочный датчик из $HgSe$ со следующими данными:

длина $l = 38$ мм,

ширина $b = 10$ мм,

полная толщина $d = 0{,}05$ мм,

сопротивление между токовыми электродами $R_т = 102$ ома,

сопротивление между холловскими электродами $R_h = 43$ ома,

чувствительность $\gamma = 23 \frac{\text{мкв}}{\text{э}}$ при токе 100 ма,

температурный коэффициент постоянной Холла $\alpha_h = 0{,}08\%/°C$,

температурный коэффициент сопротивления $\alpha_R = 0{,}09\%/°C$.

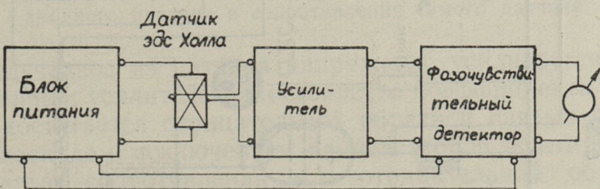


Рис. 3. Блок-схема измерителя.

Ток в виде прямоугольных импульсов частотой 500 гц с амплитудой 40 ма подводится к датчику от блока питания.

Преимуществом прямоугольных импульсов перед синусоидальной формой тока является возможность сохранения постоянства амплитуды тока путем его ограничения и улучшения работы фазочувствительного детектора при управлении им прямоугольными импульсами.

Блок питания состоит из двух ламп, из которых первая (6Н1П) работает генератором прямоугольных импульсов по схеме симметричного мультивибратора, а вторая (6П9)

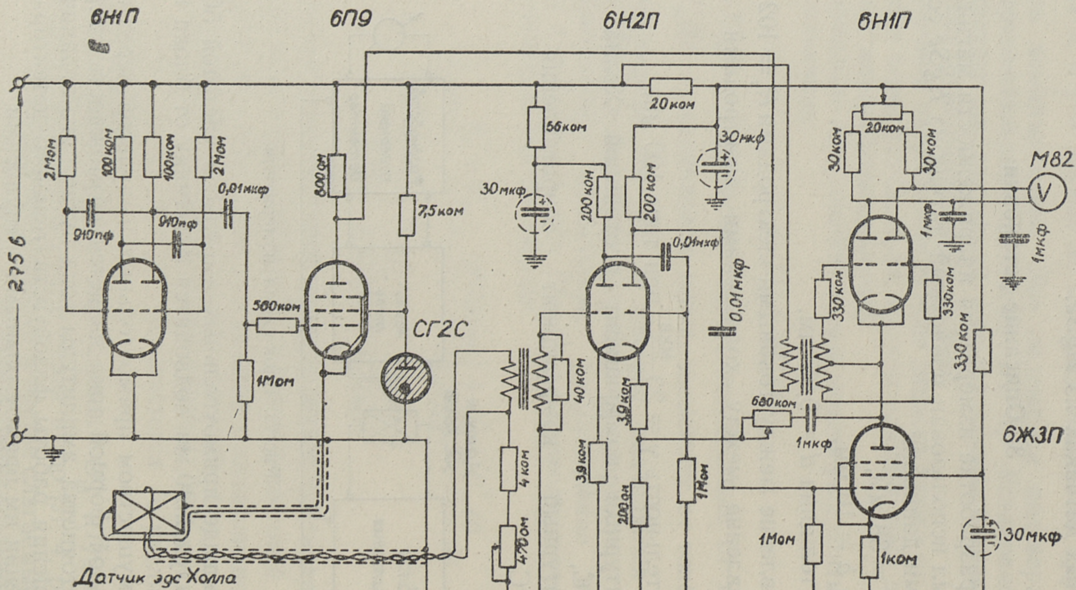


Рис. 4. Принципиальная схема измерителя.

обеспечивает необходимое усиление по току и стабилизирует ток датчика. Пентод 6П9 работает в режиме сеточного ограничения, чем гарантируется постоянство амплитуды тока и улучшается форма импульса. Относительные изменения тока датчика, обусловленные колебаниями напряжения анодного источника питания, уменьшаются в 4 раза, а от изменения сопротивления самого датчика — в 26 раз (рис. 5). При питании установки через феррорезонансный стабилизатор напряжения в достаточной степени устраняется влияние колебаний напряжения накала.

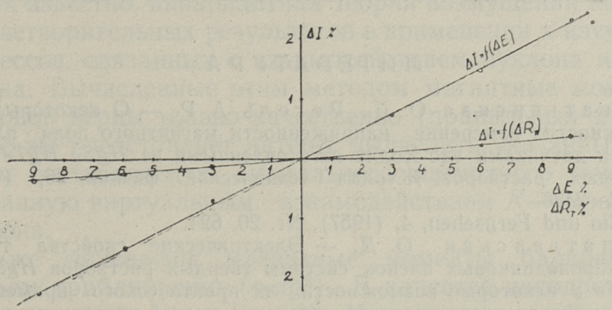


Рис. 5. Относительное изменение тока, пропускаемого через датчик в зависимости от относительного изменения напряжения анодного питания и сопротивления самого датчика.

Полученное из датчика напряжение усиливается трехкаскадным усилителем. Постоянство коэффициента усиления достигается отрицательной обратной связью в каждом каскаде с исключением конденсаторов, шунтирующих катодные сопротивления и с отрицательной обратной связью по напряжению между III и II каскадом.

В анодную цепь усилителя введены развязывающие фильтры, чтобы избежать проникновения прямоугольных импульсов в усилитель через источник анодного питания.

В качестве фазочувствительного детектора использован двойной триод 6Н1П, работающий в режиме переключателя [Л. 5] и управляемый прямоугольными импульсами из блока питания.

В качестве измеритиля использован магнитоэлектрический прибор М82 с номинальным током 150 мка.

Чувствительность прибора, при параметрах указанных на рис. 4, равна $1 \frac{э}{дел}$ (вся шкала 100 дел). Дрейф нуля не превышает 0,5 деления в течение 1 часа. Шкала прибора строго линейна. Погрешность зависит в основном от долговременной стабильности датчика и по предварительным данным не превышает нескольких процентов.

Чувствительность измерителя может быть значительно повышена при помощи шунтирования катодных сопротивлений конденсаторами.

Разработанный прибор после незначительных изменений может быть использован и для измерения напряженности переменных магнитных полей, частота которых значительно меньше частоты импульсов тока в датчике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Елпатьевская О. Д., Регель А. Р. — О некоторых возможностях измерения напряженности магнитного поля пленочными датчиками эдс Холла изготовленными из *HgSe HgTe* и их твердых растворов. Журнал технической физики, 26, (1956), 2432—2438.
2. Radio und Fernsehen, 4, (1957), Nr. 20, 624.
3. Елпатьевская О. Д. — Электрические свойства тонких полупроводниковых пленок системы твердых растворов *HgSe* — *HgTe* и некоторые возможности их практического применения. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Ленинград, 1958.
4. Жузе В. П., Регель А. Р. — Технические применения эффекта Холла. Ленинград, 1957.
5. Schuster N. A. — A Phase-Sensitive Detector Circuit Having High Balance Stability. The Review of Scientific Instruments, 22 (1951) 254 — 255.

SUMMARY

The films of HgSe used as Hall emf. elements have several advantages against monocrystalline elements as such. Films may be very thin and their parameters have weak temperature dependence. But their use for measuring of weak magnetic fieldis is limited by a high level of noises and a lesser sensibility.

In this article is described a measurer for stationary magnetic fields with thin film Hall emf. elements of HgSe, which measures magnetic fields up to intensities of 100 oe. It is to be pointed out that for the developed measurer its detector must be a phase sensitive one. Conditions for stabile work of thin film Hall emf. element were investigated.

Кыйв М.

ВЫЧИСЛЕНИЕ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ БАРИОНОВ ПРИ ПОМОЩИ ИНВАРИАНТНОЙ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Как известно, инвариантная теория возмущений не дает удовлетворительных результатов в применении к изучению процессов, связанных с взаимодействием нуклона и π — мезона. Вычисленные этим методом магнитные моменты нуклонов верны только качественно (правильный знак).

Все же представляет интерес вычислить указанным методом составляющую аномального магнитного момента, вызванную виртуальным взаимодействием K—мезона и бариона.

Ниже приведены магнитные моменты барионов в третьем приближении ($\sim eg^2$). В качестве исходного используется оператор массы*). Метод вычислений аналогичен методу [2].

В конце статьи обсуждаются некоторые вопросы, связанные с четностью K—мезонов и выбором констант связи.

I

Исходим из функции Гамильтона в следующем виде;

$$
\begin{aligned}
H = {} & i g_{\pi N} \bar{\Psi} \gamma_5 \tau_i \Psi_N \Phi_i + i g_{\pi\Lambda} \bar{\Psi}_\Lambda \gamma_5 \Phi_i \Psi_{\Sigma i} + i g^*_{\pi\Lambda} \bar{\Psi}_{\Sigma i} \gamma_5 \Phi_i \Psi_\Lambda + \\
& + i g_{\pi\Sigma} \left[-i \bar{\Psi}_{\Sigma k} \gamma_5 \Psi_{\Sigma e} \Phi_m \varepsilon_{kem} \right] + i g_{\pi\Xi} \bar{\Psi}_\Xi \gamma_5 \tau_i \Psi_\Xi \Phi_i + \\
& + i e \bar{\Psi}_N \gamma_\mu \frac{1+\tau_3}{2} \Psi_N A_\mu + e T_{ik} \bar{\Psi}_{\Sigma i} \gamma_\mu A_\mu \Psi_{\Sigma k} + i e \bar{\Psi}_\Xi \gamma_\mu \frac{\tau_3 - 1}{2} \Psi_\Xi - \\
& - e T_{ik} A_\mu \Phi_i \frac{\partial}{\partial x_\mu} \Phi_k - i e \left[\varphi^* \frac{1+\tau_3}{2} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \varphi - \varphi \frac{1+\tau_3}{2} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \varphi^* \right] A_\mu + \\
& + \begin{cases} i g_{N\Lambda} \bar{\Psi}_N \gamma_5 \varphi \Psi_\Lambda + i g_{N\Sigma} \bar{\Psi}_N \gamma_5 \tau_i \varphi \Psi_{\Sigma i} + i g_{\Lambda\Xi} \bar{\Psi}_\Lambda \gamma_5 \Psi_\Xi C \varphi + i g_{\Sigma\Xi} \bar{\Psi}_\Sigma \gamma_5 \Psi_\Xi C \tau_i \varphi \\ \bar{g}_{K\Lambda} \bar{\Psi}_N \varphi \Psi_\Lambda + \bar{g}_{N\Sigma} \Psi_N \tau_i \varphi \Psi_{\Sigma i} + \bar{g}_{\Lambda\Xi} \bar{\Psi}_\Lambda \Psi_\Xi C \varphi + \bar{g}_{\Sigma\Xi} \bar{\Psi}_\Sigma \Psi_\Xi C \tau_i \varphi \end{cases}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
+ \begin{cases} + h.c \\ + h.c \end{cases} \quad \text{здесь } \Psi_N = \begin{bmatrix} \Psi_n \\ \Psi_p \end{bmatrix}; \; \Psi_{\Sigma i} = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_{\Sigma^+} + \Psi_{\Sigma^-}), \frac{1}{i\sqrt{2}} (\Psi_{\Sigma^-} - \Psi_{\Sigma^+}), \Psi_{\Sigma^0} \right] \tag{2}
$$

$$
\text{и } \Psi_\Xi = \begin{bmatrix} \Psi_{\Xi^0} \\ \Psi_{\Xi^-} \end{bmatrix}. \text{ А } \Phi_i = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\Phi + \Phi^*), \frac{1}{i\sqrt{2}} (\Phi^* - \Phi), \Phi_0 \right] \text{ и } \varphi = \begin{bmatrix} \varphi_{K^+} \\ \varphi_{K^0} \end{bmatrix}.
$$

*) Подробнее вопрос о структуре оператора массы барионов разбирается в работе [I].

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

ε_{ike} — абсолютно антисимметричный тензор и

$$T_{ik} = \begin{cases} I & i = I \;\; k = 2 \\ -I & i = 2 \;\; k = I \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \tag{3}$$

В остальном используются величины и обозначения, принятые в [3].

Уравнение Дирака с оператором массы при учете внешнего электромагнитного поля имеет вид:

$$\left[\gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieL(A_\mu(x))\right) + m_c\right](\Psi_B(x)) + \int M_{BB}(x,y)\Psi_B(y) = 0 \tag{4}$$

где L матрица в изотопическом пространстве, учитывающая заряд бариона, а m_c масса данного бариона.

Нас интересуют следующие процессы:

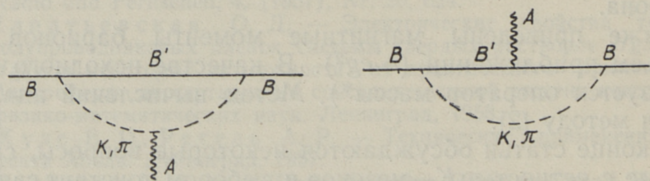


Рис. 1

Операторы массы, учитывающие приведенные выше процессы, имеют вид:

$$\mathcal{M}_{B\alpha}(x) = \int M_{BB_{\alpha\beta}}(x,y)\Psi_{B_\beta}(y) \quad \text{и}$$

$$\mathcal{M}_{N\alpha}(x) = \mathcal{M}_{N\pi\alpha}(x) + \mathcal{M}_{NK\alpha}(x) = e\gamma_5 g^2_{\pi N}\Big[i\int T[\Psi_{N\beta}(x)\overline{\Psi}_{N1}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)\Psi_{N1}(\xi)\overline{\Psi}_\gamma(y)\gamma_5$$
$$D_{ik}(x,y)]\Psi_{N\delta}(y)\tau^i_{\alpha\beta}\tau^k_{\gamma\delta}\,dy\,d\xi - \int G_{NN\beta\gamma}(x,y)\gamma_5 T[\Phi_e(x)\Phi_m(y)\cdot$$
$$T_{ik}A_\mu(\xi)\Phi_i(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Phi_k(\xi)]\Psi_{N\delta}(y)T^e_{\alpha\beta}T^m_{\gamma\delta}\,dy\,d\xi\Big] - ie\gamma'_5 g^2_{N\Lambda}$$
$$\int G_{\Lambda\Lambda}(x,y)\gamma'_5 T\Big[\varphi_\alpha(x)\varphi^*_\beta(y)\Big[\varphi^*_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1(\xi) - \varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi^*(\xi)\Big]$$
$$A_\mu(\xi)\Big]\Psi_{N\beta}(y)\,dy\,d\xi + e\gamma'_5 g^2_{\Sigma N}\Big[\int T[\Psi_{\Sigma_i}(x)T_{em}\Psi_{\Sigma e}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)$$
$$\Psi_{\Sigma m}(\xi)\overline{\Psi}_{\Sigma k}(y)]\gamma'_5 D_{\beta\gamma}(x,y)\Psi_{N\delta}(y)\tau^i_{\alpha\beta}\tau^k_{\gamma\delta}\,dy\,d\xi - i\int G_{\Sigma\Sigma_{ik}}(x,y)$$
$$\gamma'_5 T\Big[\varphi_\beta(x)\varphi^*_\gamma(y)\Big[\varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1(\xi) - \varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi^*_1(\xi)\Big]A_\mu(\xi)\Big]$$
$$\Psi_{N\delta}(y)\tau^i_{\alpha\beta}\tau^k_{\gamma\delta}\,d\xi\,dy$$

$$\mathfrak{M}_\Lambda = \mathfrak{M}_{\Lambda K} = e\gamma_5'|g_{\Lambda N}|^2\Big[i\int T\big[\psi_{N\alpha}(x)\bar{\psi}_{N1}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)\psi_{N1}(\xi)\bar{\psi}_{N\beta}(y)\big]\gamma_5' D_{\alpha\beta}(x,y)\, \psi_\Lambda(y)\,dy\,d\xi - i\int G_{NN\alpha\beta}(x,y)\gamma_5' T\Big[\varphi_\alpha^*(x)\varphi_\beta(y)\Big[\varphi_1^*(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1(\xi) - \varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1^*(\xi)\Big]A_\mu(\xi)\psi_\Lambda(y)\,dy\,d\xi\Big] + e\gamma_5'|g_{\Lambda\Xi}|^2\Big[-i\int T\big[\psi_{\Xi\alpha}(x)\, \bar{\psi}_{\Xi 2}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)\psi_{\Xi 2}(\xi)\bar{\psi}_{\Xi\gamma}(y)\big]\gamma_5' D_{\beta\varrho}(x,y)\psi_\Lambda(y)C_{\alpha\beta}C_{\gamma\varrho}\,dy\,d\xi - i\int G_{\Xi\Xi\alpha\gamma}(x,y)\gamma_5' T\Big[\varphi_\sigma(x)\varphi_\beta^*(y)\Big(\varphi_1^*(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi(\xi) - \varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1^*(\xi)\Big)\, A_\mu(\xi)\psi_\Lambda(y)C_{\alpha\sigma}C_{\gamma\beta}\,dy\,d\xi\Big]$$

Как видно из простых изотопических соображений,

$$\mathfrak{M}_{\pi\Lambda} = 0$$

$$\mathfrak{M}_{\Sigma a} = \mathfrak{M}_{\Sigma\pi a} + \mathfrak{M}_{\Sigma K a} = -e\gamma_5|g_{\pi\Lambda}|^2\int G_{\Lambda\Lambda}(x,y)\gamma_5 T\Big[\Phi_a(x)\Phi_K(y)T_{ip}\Phi_i(\xi)\, \frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Phi_p(\xi)A_\mu(\xi)\Big]\psi_{\Sigma K}(y)\,dy\,d\xi + e\gamma_5 g_{\pi\Sigma}^2\Big[-\int T\big[\psi_{\Sigma e}(x)T_{ik}\bar{\psi}_{\Sigma l}(\xi)\gamma_\mu\, A_\mu(\xi)\psi_{\Sigma K}(\xi)\bar{\psi}_{\Sigma n}(y)\big]\gamma_5 D_{mq}(x,y)\psi_{\Sigma p}(y)\varepsilon_{aem}\varepsilon_{rpq}\,dy\,d\xi + \int G_{\Sigma\Sigma l r}(x,y)\, \gamma_5 T\Big[\Phi_m(x)\Phi_q(y)T_{ik}\Phi_i(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Phi_K(\xi)A_\mu(\xi)\Big]\psi_{\Sigma p}(y)\varepsilon_{aem}\varepsilon_{rpq}\,dy\,d\xi\Big] + e\gamma_5' g_{\Sigma N}^2\Big[-i\int T\big[\psi_{N\beta}(x)\bar{\psi}_{N1}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)\psi_{N1}(\xi)\bar{\psi}_{N\gamma}(y)\big]\gamma_5' D_{\alpha\sigma}(x,y)\, \psi_{\Sigma K}(y)\tau^a_{\alpha\beta}\tau^K_{\gamma\sigma}\,d\xi\,dy - i\int G_{NN\gamma\sigma}(x,y)\gamma_5' T\Big[\varphi_\alpha^*(x)\varphi_\beta(y)\Big[\varphi_1^*(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\, \varphi_1(\xi) - \varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1^*(\xi)\Big]A_\mu(\xi)\Big]\psi_{\Sigma K}(y)\tau^a_{\alpha\gamma}\tau^K_{\beta\sigma}\,d\xi\,dy\Big] + e\gamma_5'|g_{\Xi\Sigma}|^2\, \Big[-i\int T\big[\psi_{\Xi\alpha}(x)\bar{\psi}_{\Xi 2}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)\psi_{\Xi 2}(\xi)\bar{\psi}_{\Xi\sigma}(y)\big]\gamma_5' D_{\beta\gamma}(x,y)\psi_{\Sigma K}(y)\, (C\tau^a)_{\alpha\beta}(\tau^K\tilde{C})_{\gamma\sigma}\,dy\,d\xi - i\int G_{\Xi\Xi}(x,y)\gamma_5' T\Big[\varphi_\beta(x)\varphi_\gamma^*(y)\Big[\varphi_1^*(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1(\xi) - \varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1^*(\xi)\Big]A_\mu(\xi)\Big]\psi_{\Sigma K}(y)(C^a)_{\alpha\beta}(\tau^K\tilde{C})_{\gamma\sigma}\,dy\,d\xi\Big];$$

$$\mathfrak{M}_{\Xi\alpha} = \mathfrak{M}_{\Xi\pi\alpha} + \mathfrak{M}_{\Xi K\alpha} = e\gamma_5 g_{\Xi\pi}^2\Big[-i\int T\big[\psi_{\Xi\beta}(x)\bar{\psi}_{\Xi 2}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)\psi_{\Xi 2}(\xi)\, \psi_{\Xi\gamma}(y)\big]\gamma_5 D_{ik}(x,y)\tau^i_{\alpha\beta}\tau^K_{\gamma\varepsilon}\psi_{\Xi\varepsilon}(y)\,dy\,d\xi - \int G_{\Xi\Xi\beta\gamma}(x,y)\gamma_5 T\Big[\Phi_l(x)\, \Phi_m(y)T_{ik}\Phi_i(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Phi_K(\xi)A_\mu(\xi)\Big]\psi_{\Xi\varepsilon}(y)\tau^l_{\alpha\beta}\tau^m_{\gamma\varepsilon}\,dy\,d\xi\Big] - ie\gamma_5'|g_{\Lambda\Xi}|^2\int G_{\Lambda\Lambda}(x,y)\gamma_5' T\Big[\varphi_\beta^*(x)\varphi_\gamma(y)\Big[\varphi_1^*(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1(\xi) - \varphi_1(\xi)\, \frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1^*(\xi)\Big]A_\mu(\xi)\Big]\psi_{\Xi\varepsilon}(y)C_{\alpha\beta}C_{\varepsilon\gamma}\,dy\,d\xi + e\gamma_5'|g_{\Xi\Sigma}|^2\Big[\int T\big[\psi_{\Sigma K}(x)\, T_{ie}\psi_{\Sigma i}(\xi)\gamma_\mu A_\mu(\xi)\psi_{\Sigma e}(\xi)\bar{\psi}_{\Sigma m}(y)\big]\gamma_5' D_{\beta\sigma}(x,y)\psi_{\Xi\varepsilon}(y)(\tau_K\tilde{C})_{\beta\alpha}\, (C\tau^m)_{\varepsilon\sigma}\,dy\,d\xi - i\int G_{\Sigma\Sigma Ki}(x,y)\gamma_5' T\Big[\varphi_\beta^*(x)\varphi_\sigma(y)\Big[\varphi_1^*(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1(\xi) - \varphi_1(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\varphi_1^*(\xi)\Big]A_\mu(\xi)\Big]\psi_{\Xi\varepsilon}(y)(\tau_K\tilde{C})_{\beta\alpha}(C\tau^i)_{\varepsilon\sigma}\,dy\,d\xi \tag{5}$$

Мы учитываем существование как скалярных, так и псевдоскалярных связей во взаимодействии барион — K—мезон. В первом случае $\gamma_5' = \frac{1}{i}$, во втором $\gamma_5' = \gamma_5$

Величины, встречающиеся здесь и в уравнении (4), выражаются следующим образом:

$$\langle \Psi_B(x)\rangle = \langle 0T[\Psi_B(x)SR_B]0\rangle \cdot \frac{1}{S_{00}} = \frac{G_{BB}(x,y)}{S^c_{BB}(y-\tau)}\Psi(\tau)dyd\tau,$$

$$\text{где } \Psi_B(x) = \langle 0\Psi_B(x)1_B\rangle = \langle 0\Psi_B(x)R_B 0\rangle = \sum_{pr} C_r(p)u_r(p)e^{ipx}$$

$$\text{и } R_B = \sum_{rp} C_r(p)u_r(p).$$

$$G_{BB}(x,y) = \langle 0T[\Psi_B(x)\bar{\Psi}_B(y)S]0\rangle \frac{1}{S_{00}};\ D_{\alpha\beta}(x,y) = \frac{\langle 0T[\varphi_\alpha(x)\varphi^*_\beta(0)s]0\rangle}{S_{00}};$$

$$D_{ik}(x,y) = \frac{\langle 0T[\Phi^i(x)\Phi^k(y)s]0\rangle}{S_{00}};\quad S^c_{BB} = \langle 0T[\Psi_B(x)\bar{\Psi}_B(y)]0\rangle = -\frac{1}{2}S_{BB}(x,y)$$

и S – S матрица.

. . . . . . (6)*)

В интересующем нас приближении

$$G_{BB}(x,y) = -\frac{1}{2}S^F_{BB}(x-y) \text{ и } D_{aa}(x,y) = \frac{1}{2}\Delta^F_{aa}(x-y)$$

Для вычисления оператора массы нужно найти величины:

$$J(x,m_c,m_b,\mu_a) = -\gamma_5\int \frac{1}{2}S^F_{bb}(x-y)\gamma_5\Big[\frac{1}{2}\Delta^F_{aa}(x-\xi)\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Delta^F(\xi-y) - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Delta^F_{aa}(x-\xi)\frac{1}{2}\Delta^F_{aa}(\xi-y)\Big]A_\mu(\xi)\Psi_c(y)dyd\xi$$

$$J'(x,m_c,m_b,\mu_a) = \gamma_5\int\frac{1}{2}S^F_{bb}(x-y)\gamma_\mu\frac{1}{2}S^F_{bb}(\xi-y)\gamma_5 A_\mu(\xi)\frac{1}{2}\Delta^F_{aa}(x-y)\Psi_c(y)dyd\xi, \text{ и}$$

$$\bar{J}(x,m_c,m_b,\mu_a) = \int\frac{1}{2}S^F_{bb}(x-y)\Big[\frac{1}{2}\Delta^F_{aa}(x-\xi)\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Delta^F(\xi-y) - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\Delta^F_{aa}(x-\xi)\frac{1}{2}\Delta^F_{aa}(\xi-y)\Big]A_\mu(\xi)\Psi_c(y)dyd\xi;^{*)} \qquad (7)$$

$$\bar{J}'(x,m_c,m_b,\mu_a) = -\int\frac{1}{2}S^F_{bb}(x-y)\gamma_\mu\frac{1}{2}S^F_{bb}(\xi-y)A_\mu(\xi)\frac{1}{2}\Delta^F_{aa}(x-y)\Psi_c(y)dyd\xi.$$

---

* Об указанных величинах подробнее в [4] и [1].

Здесь m_b — масса виртуального бариона.

Эти же величины в импульсном пространстве:

$$J = O\int \gamma_5 \frac{(i\hat{p} - m_b)(2p_\alpha + q - 2p)_\mu a_\mu(q)\gamma_5 u(p_\alpha)}{(p^2+m_b^2)[(p_\alpha-p)^2+\mu_a^2][(p_\alpha+q-p)^2+\mu_a^2]} e^{ix(p_\alpha+q)}dp\,dq$$

$$J' = O'\int \gamma_5 \frac{[i(\hat{p}_\alpha+\hat{q}-\hat{k})-m_b]\gamma_\mu[i(\hat{p}_\alpha-\hat{k})-m_b]a_\mu(q)}{[(p_\alpha+q-k)^2+m_b][(p_\alpha-k)^2+m_b^2][k^2+\mu_a^2]}\gamma_5 u(p_\alpha)e^{ix(p_\alpha+q)}dk\,dq$$

$$\bar{J} = \bar{O}\int \frac{(i\hat{p}-m_b)(2p_\alpha+q-2p)_\mu a_\mu(q)u(p_\alpha)e^{ix(p_\alpha+q)}}{(p^2+m_b^2)[(p_\alpha-p)^2+\mu_a^2][(p_\alpha+q-p)^2+\mu_a^2]}dp\,dq \tag{7a}$$

$$\bar{J}' = \bar{O}'\int \frac{(i\hat{p}_\alpha+\hat{q}-\hat{k})-m_b)\gamma_\mu(i(\hat{p}_\alpha-\hat{k})-m_b]a_\mu(q)u(p_\alpha)}{[(p_\alpha+q-k)^2+m_b^2][(p_\alpha-k)^2+m_b^2][k^2+\mu_a^2]}e^{ix(p_\alpha+q}dk\,dq$$

где Ψ_B заменена спинором свободной частицы $u(p_\alpha)e^{ixp_\alpha}$

Интегрируя соответственно по $\vec{p}$ и $\vec{k}$, получим после некоторых преобразований:**)

$$J = iO\pi^2\int\{4\hat{a}m_c^2M_2 i + m_c[\hat{a},\hat{q}]M_1\}u(p_\alpha)e^{i(p_\alpha+q)x}dq$$

$$J' = iO'\pi^2\int\{2\hat{a}m_c^2M_2' - im_c[\hat{a},\hat{q}]M_1' + q^2\hat{a}D(v')\}u(p_\alpha)e^{i(p_\alpha+q)x}dq$$

$$\bar{J} = i\bar{O}\pi^2\int\{2i\hat{a}m_c^2\bar{M}_2 - m_c[\hat{a},\hat{q}]\bar{M}_1\}e^{ix(p_\alpha+q)}u(p_\alpha)dq \tag{8}$$

$$\bar{J}' = i\bar{O}'\pi^2\int\{m_c^2\bar{M}_2'\hat{a} + im_c[\hat{a},\hat{q}]\bar{M}_1' - \hat{a}q^2D(v')\}u(p_\alpha)e^{i(p_\alpha+q)x}dq,$$

$$\text{где } O = -\bar{O} = \frac{1}{(2\pi)^8} \quad \text{и} \quad O' = -\bar{O}' = \frac{i}{(2\pi)^8}$$

Величины $M_2, M_1, M_2', M_1', \bar{M}_2, \bar{M}_1, \bar{M}_2', \bar{M}_1', D(v')$ выражаются

---

*) В дальнейшем мы будем обозначать все величины относящиеся к скалярной связи черточкой над символом величины (напр. $\bar{J}$).

**) Аналогичные вычисления в псевдоскалярном случае см. [2].

следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&M_2 = -E(v) - D(v) + \lambda' B(v) - \lambda'' A(v) - \frac{C(v)}{4m_c^2}\\
&M_1 = -E(v) - D(v) + \lambda' B(v) - \lambda'' A(v)\\
&M_2' = -E(v') - D(v') + (1-\lambda) B(v') + \frac{C(v)}{2m_c^2}\\
&M_1' = -E(v) - D(v') + \frac{1-\lambda}{2} B(v')\\
&\bar{M}_2 = 2E(v) + 2D(v) - (1-\lambda) B(v) - \lambda A(v) + \frac{C(v)}{2m_c^2}\\
&\bar{M}_1 = -E(v) - D(v) + \frac{1-\lambda}{2} B(v) + \frac{\lambda}{2} A(v)\\
&\bar{M}_2' = 2E(v') + 2D(v') - 4\lambda' B(v') + 4\lambda'^2 A(v') - \frac{C(v')}{m_c^2}\\
&\bar{M}_1' = -E(v') - D(v') + \lambda' B(v'),
\end{aligned}
\tag{8a}
$$

где A, E, D, B элементарные интегралы:

$$
A(u) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy\, \frac{x}{u}; \quad B(u) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy\, \frac{x^2}{u}; \quad D(u) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy\, \frac{x^3 y(1-y)}{u};
$$
$$
E(u) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy\, \frac{x^3 y^2}{u}. \tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
A \quad & v = (\mu_a^2 - m_c^2)x + m_b^2(1-x) + x^2 m_c^2 + x^2 y(1-y) q^2\\
& v' = (m_b^2 - m_c^2)x + \mu^2(1-x) + x^2 m_c^2 + x^2 y(1-y) q^2\\
& \text{и } \lambda = \frac{m_b}{m_c}, \ \lambda'' = \frac{\lambda}{2}, \ \lambda' = \frac{\lambda+1}{2}
\end{aligned}
$$

Величина C определяется выражением

$$
C(u) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \left[\ln u + \frac{1}{2} + A_0(N_s)\right] x, \tag{9}
$$

где $A_0(N_s)$ логарифмически расходящаяся постоянная.

Подинтегральные выражения $J, J', \bar{J}, \bar{J}'$ разложим в ряд по q (предполагаем, что внешнее поле изменяется медленно). Ограничимся второй степенью q. Так как интегралы расходятся логарифмически, то, следуя примеру регуляризации Дайсона, вычтем из интегранта его значение при $q = 0$.

Учитывая эти замечания и обстоятельство, что $M_2, M_1, M_2', M_1', \bar{M}_2, \bar{M}_1, \bar{M}_2, \bar{M}_1', D(v')$ находятся от q в квадратичной зависимости, заменим интегралы $J, J', \bar{J}, \bar{J}'$ на $J_{reg}, J'_{reg}, \bar{J}_{reg}, \bar{J}'_{reg}$.

$$J_{reg} = i0\pi^2 \int \left\{ 2\hat{a}q^2 m_c^2 i \frac{dM_2}{dq^2}\Big|_{q=0} + m_c[\hat{a},\hat{q}] M_1\Big|_{q=0} \right\} u(p_\alpha) e^{i(p_\alpha+q)x} dq$$

$$J'_{reg} = i0'\pi^2 \int \left\{ \hat{a}q^2 m_c^2 \frac{dM_2'}{dq^2}\Big|_{q=0} - i m_c[\hat{a},\hat{q}] M_1'\Big|_{q=0} + q^2 \hat{a} D(v')\Big|_{q=0} \right\} u(p_\alpha) e^{i(p_\alpha+q)x} dq$$

$$\bar{J}_{reg} = i\bar{0}\pi^2 \int \left\{ \hat{a}q^2 m_c^2 i \frac{d\bar{M}_2}{dq^2}\Big|_{q=0} + m_c[\hat{a},\hat{q}] \bar{M}_1\Big|_{q=0} \right\} u_\alpha e^{i(p_\alpha+q)x} dq$$

$$\bar{J}'_{reg} = i\bar{0}'\pi^2 \int \left\{ \frac{\hat{a}q^2 m_c^2}{2} \frac{d\bar{M}_2'}{dq^2}\Big|_{q=0} + i m_c[\hat{a},\hat{q}] \bar{M}_1'\Big|_{q=0} - \hat{a}q^2 D(v')\Big|_{q=0} \right\} u(p_\alpha) e^{i(p_\alpha+q)x} dq \quad (10)$$

Обозначая:

$$M_3' = m_c^2 \frac{dM_2'}{dq^2}\Big|_{q=0} + D(v')\Big|_{q=0} \quad и \quad M_3 = 2m_c^2 \frac{dM_2}{dq^2}\Big|_{q=0}$$

$$\bar{M}_3 = -m_c^2 \frac{d\bar{M}_2}{dq^2}\Big|_{q=0} \quad и \quad \bar{M}_3' = -\left(\frac{m_c^2}{2} \frac{d\bar{M}_2'}{dq^2}\Big|_{q=0} - D(v')\Big|_{q=0} \right)$$

И опуская в дальнейшем обозначение $q=0$ получим после интегрирования по q

$$J = i0\pi^2(2\pi)^4 \left\{ -M_3 \gamma_\mu \Box A_\mu + i m_c M_1 \gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu} \right\} \psi_c(x)$$

$$J' = i0'\pi^2(2\pi)^4 \left\{ -M_3' \gamma_\mu \Box A_\mu + m_c M_1' \gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu} \right\} \psi_c(x)$$

$$\bar{J} = i\bar{0}\pi^2(2\pi)^4 \left\{ \bar{M}_3 \gamma_\mu \Box A_\mu - i m_c \bar{M}_1 \gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu} \right\} \psi_c(x) \quad (10a)$$

$$\bar{J}' = i\bar{0}'\pi^2(2\pi)^4 \left\{ \bar{M}_3' \gamma_\mu \Box A_\mu - m_c \bar{M}_1' \gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu} \right\} \psi_c(x)$$

Из соотношения (5) получим следующую зависимость $\mathfrak{M}_B$ от $J, J', \bar{J}, \bar{J}'$:

$$\mathfrak{M}_N = ie\left[g_{\pi N}^2\left[J'(NN\pi)(\tau^+ + 2\tau^-) - 2J(NN\pi)\tau_3\right] + \right.$$

$$+ \begin{Bmatrix} -g_{\Lambda N}^2 J(N\Lambda K) + g_{\Sigma N}^2\left[2J'(N\Sigma K)\tau_3 - J(N\Sigma K)(\tau^+ + 2\tau^-)\right] \\ -\bar{g}_{\Lambda N}^2 \bar{J}(N\Lambda K) + \bar{g}_{\Sigma N}^2\left[2\bar{J}'(N\Sigma K)\tau_3 - \bar{J}(N\Sigma K)(\tau^+ + 2\tau^-)\right] \end{Bmatrix}\Bigg]$$

$$\mathfrak{M}_\Lambda = ie\left[\begin{Bmatrix} g_{\Lambda N}^2\left[J'(\Lambda NK) + J(\Lambda NK)\right] + |g_{\Lambda\Xi}|^2\left[-J'(\Lambda\Xi K) - J(\Lambda\Xi K)\right] \\ \bar{g}_{\Lambda N}^2\left[\bar{J}'(\Lambda NK) + \bar{J}(\Lambda NK)\right] + |\bar{g}_{\Lambda\Xi}|^2\left[-\bar{J}'(\Lambda\Xi K) - \bar{J}(\Lambda\Xi K)\right] \end{Bmatrix}\right]$$

$$\mathfrak{M}_\Sigma = ie\left[-|g_{\pi\Lambda}|^2 J(\Sigma\Lambda\pi)\lambda + g_{\Sigma\pi}^2\left[J'(\Sigma\Sigma\pi) - J(\Sigma\Sigma\pi)\right]\lambda + \right.$$

$$+ \begin{Bmatrix} g_{\Sigma N}^2\left[J'(\Sigma NK)\gamma_1 + J(\Sigma NK)\gamma_2\right] + |g_{\Xi\Sigma}|^2\left[-J'(\Sigma\Sigma K)\gamma_2 - J(\Sigma\Xi K)\gamma_1\right] \\ \bar{g}_{\Sigma N}^2\left[\bar{J}'(\Sigma NK)\gamma_1 + \bar{J}(\Sigma NK)\gamma_2\right] + |\bar{g}_{\Xi\Sigma}|^2\left[-\bar{J}'(\Sigma\Xi K)\gamma_2 - \bar{J}(\Sigma\Xi K)\gamma_1\right] \end{Bmatrix}\Bigg]$$

Здесь $\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\gamma_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

в представлении, где $\psi_\Sigma = \begin{pmatrix} \psi_{\Sigma^+} \\ \psi_{\Sigma^-} \\ \psi_{\Sigma^0} \end{pmatrix}$

$$\mathfrak{M}_\Xi = ie\left[g_{\pi\Xi}^2\left[-J'(\Xi\Xi\pi)(2\tau^+ + \tau^-) - 2J(\Xi\Xi\pi)\tau_3\right] + \right.$$

$$+ \begin{Bmatrix} |g_{\Xi\Lambda}|^2 J(\Xi\Lambda K) + |g_{\Xi\Sigma}|^2\left[2J'(\Xi\Sigma K)\tau_3 + J(\Xi\Sigma K)(2\tau^+ + \tau^-)\right] \\ |\bar{g}_{\Xi\Lambda}|^2 \bar{J}(\Xi\Lambda K) + |g_{\Xi\Sigma}|^2\left[2\bar{J}'(\Xi\Sigma K)\tau_3 + \bar{J}(\Xi\Sigma K)(2\tau^+ + \tau^-)\right] \end{Bmatrix}\Bigg] \qquad (11)$$

Здесь форма $\mathfrak{M}_B = \mathfrak{M}_{B\pi} + \begin{Bmatrix} \mathfrak{M}_{BK} \\ \bar{\mathfrak{M}}_{BK} \end{Bmatrix}$ показывает, что могут существовать скалярные и псевдоскалярные связи с K-мезонами.

II

Величины $M_3, M_3', \bar{M}_3, \bar{M}_3', M_1, M_1', \bar{M}_1, \bar{M}_1'$ из уравнения (10) выражаются через следующие элементарные интегралы:

$$
\begin{aligned}
M_1 &= -\frac{1}{2m_c^2}\int_0^1 dx\,\frac{x^3-x^2-\lambda(x^2-x)}{x^2+x(\eta^2-\lambda^2-1)+\lambda^2}\\
M_1' &= -\frac{1}{2m_c^2}\int_0^1 dx\,\frac{x^3-x^2+\lambda x^2}{x^2+x(\lambda^2-\eta^2-1)+\eta^2}\\
\bar{M}_1 &= -\frac{1}{2m_c^2}\int_0^1 dx\,\frac{x^3-x^2-\lambda(x-x^3)}{x^2+x(\eta^2-x^2-1)+\lambda^2}\\
\bar{M}_1' &= -\frac{1}{2m_c^2}\int_0^1 dx\,\frac{x^3-x^2-\lambda x^2}{x^2+x(\lambda^2-\eta^2-1)+\eta^2}
\end{aligned}
\tag{12}
$$

$$
\begin{aligned}
M_3 &= \frac{1}{6m_c^2}\Big(\int_0^1 dx\,\frac{x^5-x^4-\lambda(x^4-x^3)}{[x^2+x(\eta^2-\lambda^2-1)+x^2]^2}-\frac{1}{2}\int dx\,\frac{x^3}{x^2+x(\eta^2-\lambda^2-1)+\lambda^2}\Big)\\
M_3' &= \frac{1}{12m_c^2}\Big(\int_0^1 dx\,\frac{x^5-x^4+\lambda x^4}{[x^2+x(\lambda^2-\eta^2-1)+\eta^2]^2}+3\int dx\,\frac{x^3}{x^2+x(\lambda^2-\eta^2-1)+\eta^2}\Big)\\
\bar{M}_3 &= -\frac{1}{6m_c^2}\Big(-\int_0^1 dx\,\frac{x^5-x^4-\lambda(x^3-x^4)}{[x^2+x(\eta^2-\lambda^2-1)+\lambda^2]^2}+\frac{1}{2}\int dx\,\frac{x^3}{x^2+x(\eta^2-\lambda^2-1)+\lambda^2}\Big)\\
\bar{M}_3' &= -\frac{1}{12m_c^2}\Big(-\int_0^1 dx\,\frac{x^5-x^4-2\lambda x^4+4\lambda x^3}{[x^2+x(\lambda^2-\eta^2-1)+\eta^2]^2}-3\int dx\,\frac{x^3}{x^2+x(x^2-\eta^2-1)+\eta^2}\Big)
\end{aligned}
\tag{12a}
$$

В (12) и (12а) величина $\eta = \frac{\mu_a}{m_c}$

В дальнейшем нас интересуют члены в операторе массы, связанные с магнитным моментом, т. е. члены, пропорциональные $M_1, M_1', \bar{M}_1, \bar{M}_1'$

$$
\begin{aligned}
M_1 = \frac{1}{2m_c^2}\Big\{&-\frac{1}{2}-\lambda^2+\lambda+\eta^2-\frac{(\eta^2-\lambda^2-1)^2+(\eta^2-\lambda^2)(1+\lambda)-(\lambda^2+1)}{2}\ln\frac{\eta^2}{\lambda^2}+\\
&+\frac{(\eta^2-\lambda^2-1)[(\eta^2-\lambda^2-1)^2-3\lambda^2-1]+(1+\lambda)[(\eta^2-\lambda^2-1)^2-3\lambda^2-1+\eta^2]}{\sqrt{4\lambda^2-(\eta^2-\lambda^2-1)^2}}\arccos\frac{\eta^2+\lambda^2-1}{2\lambda\eta}\Big\}\\
M_1' = \frac{1}{2m_c^2}\Big\{&-\frac{3}{2}+\lambda^2-\eta^2+(1-\lambda)+\frac{(1-\lambda)(\lambda^2-\eta^2-1)+(-\eta^2+\lambda^2-1)^2-\eta^2}{2}\ln\frac{\eta^2}{\lambda^2}+\\
&+\frac{[(\lambda^2-\eta^2-1)^2-2\eta^2](1-\lambda)-3\eta^2(\lambda^2-\eta^2-1)+(\lambda^2-\eta^2-1)^3}{\sqrt{4\lambda^2-(\eta^2-\lambda^2-1)^2}}\arccos\frac{\eta^2+\lambda^2-1}{2\lambda\eta}\Big\}\\
\bar{M}_1 = -\frac{1}{2m_c^2}\Big\{&+\frac{1}{2}+\lambda^2+\lambda-\eta^2+\frac{(\eta^2-\lambda^2-1)^2+\eta^2-2\lambda^2-1-\lambda(\eta^2-\lambda^2)}{2}\ln\frac{\eta^2}{\lambda^2}-\\
&-\frac{(\eta^2-\lambda^2-1)[(\eta^2-\lambda^2-1)^2-3\lambda^2]+(\eta^2-\lambda^2-1)(1-\lambda)-(\eta^2-3\lambda^2-1)\lambda+\eta^2-2\lambda^2-1}{\sqrt{4\lambda^2-(\eta^2-\lambda^2-1)^2}}\arccos\frac{\eta^2+\lambda^2+1}{2\lambda\eta}\Big\}
\end{aligned}
$$

$$\bar{M}_1' = -\frac{1}{2m_c^2}\left\{\frac{1}{2} - \lambda(1+\lambda) + \eta^2 - \frac{(\lambda^2-\eta^2-1)^2 + (\lambda^2-\eta^2-1)(1+\lambda) - \eta^2}{2} \ln\frac{\eta^2}{\lambda^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{[(\lambda^2-\eta^2-1)^2 - 3\eta^2](\lambda^2-\eta^2-1) + [(\lambda^2-\eta^2-1)^2 - 3\eta^2](1+\lambda)}{\sqrt{4\eta^2 - (\lambda^2-\eta^2-1)^2}} \arccos\frac{\lambda^2+\eta^2-1}{2\lambda\eta}\right\} \quad (13)$$

Мы обсудим подробнее следующие случаи: 1) Все барионы имеют одинаковую четность, а K-мезоны — а) псевдоскалярные, б) скалярные. 2) Случай, связанный со схемой Швингера [5].

Случай 1а.

Операторы массы выражаются следующим образом:

$$\mathfrak{M}_N = \mathfrak{M}_{N\pi} + \mathfrak{M}_{NK} = i\left(\frac{e}{2m_N}\right) m_N^2 \left\{\tau^+\left[-M_1'(NN\pi) g_{\pi N}'^2 + M_1(N\Lambda K) g_{\Lambda N}'^2 + \right.\right.$$
$$\left. + M_1(N\Sigma K) g_{\Sigma N}'^2\right] + \tau^-\left[-2M_1'(NN\pi) g_{N\pi}'^2 + 2M_1(N\Sigma K) g_{\Sigma N}'^2\right] + 2\tau_3\left[M_1(NN\pi)\right.$$
$$\left.\left. g_{\pi N}'^2 - M_1'(N\Sigma K) g_{K\Sigma}'^2\right]\right\} \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu}}{2} \psi_N .$$

$$\mathfrak{M}_\Lambda = \mathfrak{M}_{\Lambda K} = i\left(\frac{e}{2m_N}\right) m_N m_\Lambda \left[\left(-M_1'(\Lambda NK) - M_1(\Lambda NK)\right) g_{\Lambda N}'^2 + \left(M_1'(\Lambda \Xi K) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + M_1(\Lambda \Xi K)\right) g_{\Lambda \Xi}'^2\right] \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu}}{2} \psi_\Lambda .$$

$$\mathfrak{M}_\Sigma = \mathfrak{M}_{\Sigma\pi} + \mathfrak{M}_{\Sigma K} = i\left(\frac{e}{2m_N}\right) m_N m_\Sigma \left[\lambda\left[M_1(\Sigma\Lambda\pi) g_{\Sigma\Lambda}'^2 - \left(M_1'(\Sigma\Sigma\pi) - M_1(\Sigma\Sigma\pi)\right)\right.\right. \quad (14)$$
$$g_{\pi\Sigma}'^2 + \gamma_1\left[-M_1'(\Sigma NK) g_{\Sigma N}'^2 + M_1(\Sigma\Xi K) g_{\Sigma\Xi}'^2\right] + \gamma_2\left[-M_1(\Sigma NK) g_{\Sigma N}'^2 + \right.$$
$$\left.\left. + M_1'(\Sigma\Xi K) g_{\Sigma\Xi}'^2\right]\right] \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu}{2} F_{\mu\nu} \psi_\Sigma$$

$$\mathfrak{M}_\Xi = \mathfrak{M}_{\Xi\pi} + \mathfrak{M}_{\Xi K} = i\left(\frac{e}{2m_N}\right) m_N m_\Xi \left[\tau^-\left[M_1'(\Xi\Xi\pi) g_{\pi\Xi}'^2 - M_1(\Xi\Lambda K) g_{\Xi\Lambda}'^2 - \right.\right.$$
$$\left. - M_1(\Xi\Sigma K) g_{\Xi\Sigma}'^2\right] + \tau^+\left[2M_1'(\Xi\Xi\pi) g_{\pi\Xi}'^2 - 2M_1(\Xi\Sigma K) g_{\Xi\Sigma}'^2 + \right.$$
$$\left.\left. + 2\tau_3\left[M_1(\Xi\Xi\pi) g_{\pi\Xi}'^2 - M_1'(\Xi\Sigma K) g_{\Xi\Sigma}'^2\right]\right]\right] \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu}}{2} \psi_\Xi$$

Эти выражения получаются из (10) и (11), если опустить члены, пропорциональные $\gamma_\mu \Box A_\mu$ и заменить

$$\frac{|g_{BB}|}{2\pi} = g_{BB}'$$

Отметим, что из уравнений (14) получается соотношение, приведенное в работе [6] *):

$$\mu_{\Sigma^\pm} = a \pm b \text{ и } \mu_{\Sigma^0} = a$$

---

*) Если не учитывать разницу масс Λ и Σ гиперона, и считая, что $g_{\Lambda N} = g_{\Sigma N}$ и $g_{\Lambda\Xi} = g_{\Sigma\Xi}$ то $\mu_{\Sigma_0} = \mu_\Lambda$

где μ_Σ — аномальная часть магнитного момента Σ гиперона и

$$
\begin{gathered}
b \sim M_1(\Sigma\Lambda\pi) g'^2_{\Sigma\Lambda} - [M'_1(\Sigma\Sigma\pi) - M_1(\Sigma\Sigma\pi)] g'^2_{\pi\Sigma} + [M_1(\Sigma N K) - M'_1(\Sigma N K)] g'^2_{\Sigma N} + \\
+ [M_1(\Sigma\Xi K) - M'_1(\Sigma\Xi K)] g'^2_{\Xi\Sigma} \qquad (15) \\
a \sim [-M'_1(\Sigma N K) - M_1(\Sigma N K)] g^2_{\Sigma N} + [M'_1(\Sigma\Xi K) + M_1(\Sigma N K)] g'^2_{\Sigma\Xi}
\end{gathered}
$$

в нашем случае.

Дадим численные значения M_1 и M_1' в следующей таблице:

Таблица 1

Барион B	Вирт. бар. B'	Вирт. мез. m	$\eta = \frac{\mu_m}{m_B}$	$\lambda = \frac{m_B'}{m_B}$	$m_B^2 M_1$	$m_B^2 M'$	$m_N m_B M_1$	$m_N m_B M_1'$
$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$	N	π	0,149	1	−0,174	−0,237	−0,174	−0,237
	N	π	1,144	1	—	−0,237	—	−0,237
	Λ	K	0,526	1,19	−0,091	—	−0,091	—
	Σ	K	0,526	1,27	−0,090	−0,157	−0,090	−0,157
Λ	N	K	0,443	0,842	−0,105	−0,235	−0,088	−0,198
	Ξ	K	0,443	1,19	−0,101	−0,171	−0,085	−0,144
$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ \Sigma^- \\ \Sigma^0 \end{pmatrix}$	Λ	π	0,117	0,937	−0,210	—	−0,166	—
	Σ	π	0,117	1	−0,186	—	−0,147	—
	Σ	π	0,114	1	—	−0,241	—	−0,190
	N	K	0,415	0,789	−0,110	−0,258	−0,087	−0,204
	Ξ	K	0,415	1,11	−0,106	−0,203	−0,084	−0,160
$\Xi = \begin{pmatrix} \Xi_0 \\ \Xi_- \end{pmatrix}$	Ξ	π	0,106	1	−0,191	−0,242	−0,136	−0,172
	Ξ	π	0,102	1	—	−0,242	—	−0,172
	Λ	K	0,374	0,844	−0,121	—	−0,086	—
	Σ	K	0,374	0,900	−0,119	−0,232	−0,084	−0,165

К случаю 1а принадлежит также схема Гелл-Манна [7], по которой все константы связи g_π одинаковы. Разницу масс определяют отличающиеся константы связи g_K. Связь с π — полем очень сильная, с K — полем — средняя.

Аномальные части магнитных моментов (в единицах магнетона Бора для протона) по этой схеме имеют следующие значения:

$$
\begin{gathered}
\mu_p = 0{,}111 g'^2_\pi + 0{,}091 g'^2_{\Lambda N} - 0{,}224 g'^2_{\Sigma N} \\
\mu_n = -0{,}822 g'^2_\pi + 0{,}404 g'^2_{\Sigma N} \qquad (16)
\end{gathered}
$$

$$
\begin{aligned}
\mu_{\Lambda} &= -0{,}286 g'^2 + 0{,}229 g'^2_{\Xi\Lambda} \\
\mu_{\Sigma^+} &= 0{,}123 g'^2_{\pi} - 0{,}408 g'^2_{\Sigma N} + 0{,}167 g'^2_{\Sigma\Xi} \\
\mu_{\Sigma^-} &= -0{,}123 g'^2_{\pi} - 0{,}320 g'^2_{\Xi\Sigma} + 0{,}174 g'^2_{\Sigma N} \\
\mu_{\Sigma^0} &= -0{,}291 g'^2_{N\Sigma} + 0{,}244 g'^2_{\Sigma\Xi} \\
\mu_{\Xi^0} &= 0{,}616 g'^2_{\pi} - 0{,}499 g'^2_{\Sigma\Xi} \\
\mu_{\Xi^-} &= -0{,}100 g'^2_{\pi} - 0{,}086 g'^2_{\Xi\Lambda} + 0{,}246 g'^2_{\Xi\Sigma}
\end{aligned}
\qquad (16a)
$$

Величины a и b из (15) имеют следующие значения

$$
\begin{aligned}
a &= -0{,}291 g'^2_{N\Sigma} + 0{,}244 g'^2_{\Sigma\Xi} \\
b &= 0{,}123 g'^2_{\pi} - 0{,}117 g'^2_{\Sigma N} - 0{,}076 g'^2_{\Sigma\Xi}
\end{aligned}
\qquad (15a)
$$

С экспериментом мы можем сравнить только выражение (16), так как для других барионов экспериментальные значения магнитного момента неизвестны.

Детальное обсуждение результатов вычисления магнитного момента мы приведем в отдельной статье (там мы рассмотрим значения моментов, полученные различными методами). Отметим здесь только то, что учет K-мезонных процессов не дает существенного улучшения количественного значения магнитного момента нуклона *)) (Экспериментальные значения аномальной части магнитного момента нуклона, как хорошо известно, $\mu_p = 1{,}7896$, $\mu_n = -1{,}9103$).

Случай 1σ.

Оператор массы в этом случае получается из уравнений (14) при замене $\mathfrak{M}_{BK}$ на $\overline{\mathfrak{M}}_{BK}$, т. е. при замене всех $M_1(BB'K)$ и $M_1'(BB'K)$ на $\overline{M}_1(BB'K)$ и $\overline{M}_1'(BB'K)$ соответственно. Численные значения последних даны в таблице II.

---

*) При значении $g'^2_{\pi} = 4{,}14$ (см. Бете, Гофман «Мезоны и поля» Гл. 46) $\mu_p = 1{,}438 + \mu_p(k)$, $\mu_n = -3{,}4 + \mu_n(k)$ из (16а) видно, что $\mu_p(k) < 0$ а $\mu_n(k) > 0$, т. е. получается улучшение значения магнитного момента нейтрона при ухудшении значения магнитного момента протона.

Таблица II

Барион B	Вирт. бар. B'	Вирт. мез. m	$\eta=\frac{\mu_m}{m_B}$	$\lambda=\frac{m_{B'}}{m_B}$	$m_B^2\bar{M}_1$	$m_B^2\bar{M}_1'$	$m_B m_N\bar{M}_1$	$m_B m_N\bar{M}_1'$
N	Λ	K	0,526	1,19	0,271	—	0,271	—
	Σ	K	0,526	1,27	0,248	0,265	0,248	0,265
Λ	N	K	0,443	0,842	0,573	0,571	0,482	0,481
	Ξ	K	0,443	1,19	0,310	0,308	0,261	0,259
Σ	N	K	0,415	0,789	0,748	0,709	0,590	0,559
	Ξ	K	0,415	1,11	0,361	0,356	0,285	0,281
Ξ	Λ	K	0,374	0,844	0,735	—	0,522	—
	Σ	K	0,374	0,900	0,617	0,552	0,438	0,392

Аномальные части магнитных моментов получаются теперь следующие:

$$\begin{aligned}\mu_p &= 0{,}111\,g'^2_{\pi N} - 0{,}271\,\bar{g}'^2_{N\Lambda} + 0{,}281\,\bar{g}'^2_{N\Sigma}\\ \mu_n &= -0{,}822\,g'^2_{\pi N} - 1{,}03\,\bar{g}'^2_{N\Sigma}\end{aligned} \qquad (17a)$$

$$\mu_\Lambda = 0{,}963\,\bar{g}'^2_{N\Lambda} - 0{,}520\,\bar{g}'^2_{\Xi\Lambda} \qquad (17)$$

$$\begin{aligned}\mu_{\Sigma^+} &= 0{,}166\,g'^2_{\pi\Lambda} + 1{,}12\,\bar{g}'^2_{N\Sigma} - 0{,}570\,\bar{g}'^2_{\Xi\Sigma} - 0{,}043\,g'^2_{\pi\Sigma}\\ \mu_{\Sigma^-} &= -0{,}166\,g'^2_{\pi\Lambda} + 1{,}18\,\bar{g}'^2_{N\Sigma} - 0{,}562\,\bar{g}'^2_{\Xi\Sigma} + 0{,}043\,g'^2_{\pi\Sigma}\\ \mu_{\Sigma^0} &= 1{,}149\,\bar{g}'^2_{N\Sigma} - 0{,}566\,g'^2_{\Xi\Sigma}\end{aligned} \qquad (17c)$$

$$\begin{aligned}\mu_{\Xi^0} &= 0{,}616\,g'^2_{\pi\Xi} + 1{,}66\,\bar{g}'^2_{\Xi\Sigma}\\ \mu_{\Xi^-} &= -0{,}100\,g'^2_{\pi\Xi} + 0{,}522\,\bar{g}'^2_{\Xi\Lambda} - 0{,}346\,\bar{g}'^2_{\Xi\Sigma}\end{aligned} \qquad (17)$$

Как видно из (17а), эта схема еще увеличивает и так слишком большое отрицательное значение магнитного момента нейтрона.

Случай 2.

Для применения гипотезы Швингера нам пришлось бы использовать приближение высшего (пятого) порядка, так как только в нем проявляются процессы, в которых магнитный момент связан виртуальной реакцией $\pi \to \bar{K} + K$.

Однако, уже в третьем приближении нужно учитывать некоторые обстоятельства, связанные с существованием процесса $\pi \to \bar{K} + K$. На основании последнего должны существовать K — частицы двух видов K_s и K_a (четная и нечетная) для того, чтобы мог иметь место распад псевдоскалярного π — мезона на две K — частицы. В связи с этим должны существовать две пары (Σ, Λ) барионов — $(\Sigma, \Lambda)_s$ и $(\Sigma \Lambda)_a$ *). Кроме того Швингер предполагает, что все взаимодействия с K — мезонами одинаковой силы, т. е. существует только одна константа связи g_K.

В случае 2 необходимо учесть следующие графики, дающие K — мезонную часть магнитного момента нуклона и Ξ бариона при скалярной связи (рис. 2) и при псевдоскалярной связи (рис. 3).

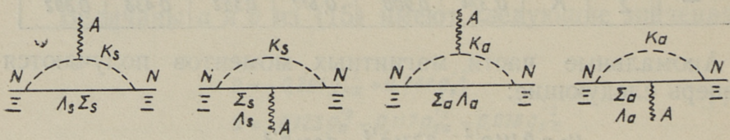


Рис. 2

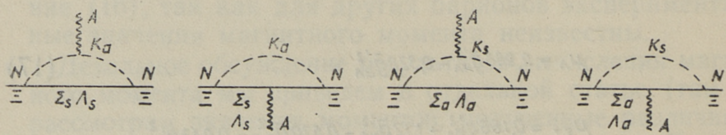


Рис. 3

Этим графикам соответствует гамильтониан в следующем виде:

$$H_K = g_K^+ \bar{\Psi}_N \varphi^\nu \Psi_\Lambda^\nu + i g_K^- \bar{\Psi}_N \varphi^\mu \gamma_5 \Psi_\Lambda^\mu + g_K^+ \bar{\Psi}_N \tau_i \varphi^\nu \Psi_{\Sigma_i}^\nu + i g_K^- \bar{\Psi}_N \tau_i \gamma_5 \varphi^\mu \Psi_{\Sigma_i}^\mu$$

+ аналогичные члены для Ξ бариона + h. c.,

где $A^\nu B^\nu = A^s B^s + A^a B^a = A^1 B^1 + A^2 B^2$ и $A^\mu B^\mu = A^s B^a + A^a B^s = A^1 B^1 - A^2 B^2$

(18)

π—мезонные части магнитного момента нуклона и Ξ — бариона остаются прежними.

---

*) Швингер определяет также частицы $K_1 K_2$, преобразующиеся при отражении как $K_1 \rightleftarrows K_2$ и которые связаны с K_s и K_a следующим образом: $K_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K_s + K_a)$ и $K_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K_a - K_s)$ аналогично определяются $(\Sigma, \Lambda)_1$ и $(\Sigma \Lambda)_2$.

Это значит, что операторы массы $\mathfrak{M}_N^2$ и $\mathfrak{M}_\Xi^2$ имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{M}_N^2 &= \mathfrak{M}_{N\pi} + \mathfrak{M}_{NK}(2|g_K^-|^2) + \overline{\mathfrak{M}}_{NK}(2|g_K^+|) \\
\mathfrak{M}_\Xi^2 &= \mathfrak{M}_{\Xi\pi} + \mathfrak{M}_{\Xi K}(2|g_K^-|^2) + \overline{\mathfrak{M}}_{\Xi K}(2|g_K^+|)
\end{aligned} \tag{19}
$$

Для вычисления магнитных моментов $(\Sigma\Lambda)_a$ и $(\Sigma\Lambda)_s$ барионов нужно учесть графики, аналогичные графикам, приведенным на рис. 2 и рис. 3.

К гамильтониану (18) в этом случае нужно прибавить члены:

$$
\begin{aligned}
H_{\Sigma\pi}^2 = {} & [ig_{\Lambda\Sigma}^+ \overline{\Psi}_\Lambda^\nu \gamma_5 \Phi_i \Psi_{\Sigma i}^\nu + g_{\Lambda\Sigma}^- \overline{\Psi}_\Lambda^\mu \Phi_i \Psi_{\Sigma i}^\mu + h.c.] + \\
& + ig_{\pi\Sigma}^+[-i\overline{\Psi}_{\Sigma k}^\nu \gamma_5 \Psi_{\Sigma e}^\nu \Phi_m \varepsilon_{kem}] + g_{\pi\Sigma}^-[-i\overline{\Psi}_{\Sigma k}^\mu \Psi_{\Sigma l}^\mu \Phi_m \varepsilon_{kem}]
\end{aligned} \tag{20}
$$

Тогда оператор массы получается в следующем виде

$$
\mathfrak{M}_{(\Sigma,\Lambda)s}^2 = \mathfrak{M}_{(\Sigma,\Lambda)\pi}(|g_\pi^-|^2) + \mathfrak{M}_{(\Sigma,\Lambda)\pi}(|g_\pi^+|^2) + \mathfrak{M}_{(\Sigma,\Lambda)K}(|g_K^+|^2) + \mathfrak{M}_{(\Sigma,\Lambda)K}(|g_K^-|^2) \tag{21}
$$

и точно такой же для $(\Sigma\Lambda)_a$.

Отметим, что (19) и (21) получается при естественном допущении, что выражение $eT_{ik}\overline{\Psi}_{\Sigma i}\gamma_\mu A_\mu \Psi_{\Sigma k}$ заменено в нашем случае на

$$
eT_{ik}\Psi_{\Sigma i}^\nu \gamma_\mu A_\mu \Psi_\Sigma^\nu \quad \text{и} \quad -ie\left(\varphi^* \frac{1+\tau_3}{2}\frac{\partial}{\partial x_\mu}\varphi - \varphi\frac{1+\tau_3}{2}\frac{\partial}{\partial x_\mu}\varphi^*\right) \quad \text{на}
$$

$$
-ie\left(\varphi^{*\nu}\frac{1+\tau_3}{2}\frac{\partial}{\partial x_\mu}\varphi^\nu - \varphi^\nu\frac{1+\tau_3}{2}\frac{\partial}{\partial x_\mu}\varphi^\nu\right)
$$

Для получения магнитного момента (Σ, Λ) частицы нужно, как видно из (21), учесть также величины $\overline{M}_1(\Sigma\Lambda\pi)$, $\overline{M}_1(\Sigma\Sigma\pi)$ $\overline{M}_1'(\Sigma\Sigma\pi)$ численные значения которых даны в таблице III.

Таблица III

Барион B	Вирт бар B'	Вирт мез m	$\eta=\frac{\mu_m}{m_B}$	$\lambda=\frac{m_{B'}}{m_B}$	$m_B^2\overline{M}_1$	$m_B^2\overline{M}_1$	$m_B m_N \overline{M}_1$	$m_B m_N \overline{M}_1'$
Σ	Λ	π	0,117	0,937	2,00	—	1,58	—
	Σ	π	0,117	1	1,09	0,544	0,941	0,429

Из соотношений (11), (19) и (21) получим выражение для аномальной части магнитного момента бариона по схеме Швингера.

$$-\frac{\mu_p}{m_N^2}=\left[2M_1(NN\pi)-M_1'(NN\pi)\right]g_{\pi N}'^2+\left[M_1(N\Lambda K)+M_1(N\Sigma K)-2M_1'(N\Sigma K)\right]2g_K^{-'2}+$$
$$+\left[\bar{M}_1(N\Lambda K)+\bar{M}_1(N\Sigma K)-2\bar{M}_1'(N\Sigma K)\right]2g_K^{+'2}$$

$$-\frac{\mu_n}{m_N^2}=-2\left[M_1(NN\pi)+M_1'(NN\pi)\right]g_{\pi N}'^2+2\left[M_1(N\Sigma K)+M_1'(N\Sigma K)\right]g_K^{-'2}\,2+$$
$$+2\left[\bar{M}_1(N\Sigma K)+\bar{M}_1'(N\Sigma K)\right]2g_K^{+'2}$$

$$-\frac{\mu_{\Lambda s.a}}{m_\Lambda m_N}=-\left[M_1'(\Lambda NK)+M_1(\Lambda NK)-M_1'(\Lambda\Xi K)-M_1(\Lambda\Xi K)\right]g_K^{-'2}-$$
$$-\left[\bar{M}_1'(\Lambda NK)+\bar{M}_1(\Lambda NK)-\bar{M}_1'(\Lambda\Xi K)-\bar{M}_1(\Lambda\Xi K)\right]g_K^{+'2}$$

$$-\frac{\mu_{\Sigma^+ s.a}}{m_\Sigma m_N}=M_1(\Sigma\Lambda\pi)g_{\pi\Lambda}^{+'2}-\left[M_1'(\Sigma\Sigma\pi)-M_1(\Sigma\Sigma\pi)\right]g_{\Sigma\pi}^{+'2}+$$
$$\bar{M}_1(\Sigma\Lambda\pi)g_{\pi\Lambda}^{-'2}-\left[\bar{M}_1'(\Sigma\Sigma\pi)-\bar{M}_1(\Sigma\Sigma\pi)\right]g_{\Sigma\pi}^{-'2}+$$
$$+2\left[-M_1'(\Sigma NK)+M_1(\Sigma\Xi K)\right]g_K^{-'2}+2\left[-\bar{M}_1'(\Sigma NK)+\bar{M}_1(\Sigma\Xi K)\right]g_K^{-'2}$$

$$-\frac{\mu_{\Sigma^- s.a}}{m_N m_\Sigma}=-\left(-\frac{\mu_{\Sigma^+ s.a}}{m_N m_\Sigma}\right)_{\pi-\text{мезонная часть}}+2\left[-M_1(\Sigma NK)+M_1'(\Sigma\Xi K)\right]g_K^{-'2}+$$
$$+2\left[-\bar{M}_1(\Sigma NK)+\bar{M}_1'(\Sigma\Xi K)\right]\bar{g}_K^{'2}$$

$$\frac{\mu_{\Sigma^0 s.a}}{m_N m_\Sigma}=\frac{\mu_{\Sigma s a}+\mu_{\Sigma^- s a}}{2m_N m_\Sigma} \tag{22}$$

$$-\frac{\mu_{\Xi^0}}{m_N m_\Xi}=2\left[M_1(\Xi\Xi\pi)+M_1'(\Xi\Xi\pi)\right]g_{\pi\Xi}'^2-2\left[M_1(\Xi\Sigma K)+M_1'(\Xi\Sigma K)\right]2g_K^{-'2}-$$
$$-2\left[\bar{M}_1(\Xi\Sigma K)+\bar{M}_1'(\Xi\Sigma K)\right]2g_K^{+'2}$$

$$-\frac{\mu_{\Xi^-}}{m_N m_\Xi}=-2\left[M_1(\Xi\Xi\pi)-M_1'(\Xi\Xi\pi)\right]g_{\pi\Xi}'^2-\left[M_1(\Xi\Lambda K)+M_1(\Xi\Sigma K)-\right.$$
$$\left.-2M_1'(\Xi\Sigma K)\right]2g_K^{-'2}-\left[\bar{M}_1(\Xi\Lambda K)+\bar{M}_1(\Xi\Sigma K)-2\bar{M}_1(\Xi\Sigma K)\right]2g_K^{+'2}$$

Численные значения M_1, M_1', $\bar{M}_1$, $\bar{M}_1'$ даны в таблицах I, II, III.

$$\mu_p=0{,}111g_{\pi N}'^2+0{,}020g_K^{+'2}-0{,}266g_K^{-'2}$$
$$\mu_n=-0{,}822g_{\pi N}'^2-2{,}06g_K^{+'2}+0{,}808g_K^{-'2} \tag{23a}$$

$$\mu_\Lambda=0{,}443g_K^{+'2}-0{,}057g_K^{-'2} \tag{23}$$

$$\mu_{\Sigma^+} = 0{,}166\, g_{\pi\Lambda}^{+'2} - 0{,}043\, g_{\pi\Sigma}^{+'2} - 1{,}58\, g_{\pi\Lambda}^{-'2} - 0{,}512\, g_{\pi\Sigma}^{-'2} + 0{,}550\, g_K^{+'2} - 0{,}241\, g_K^{-'2}$$

$$\mu_{\Sigma^-} = -\left[0{,}166\, g_{\pi\Lambda}^{+'2} - 0{,}043\, g_{\pi\Sigma}^{+'2} - 1{,}58\, g_{\pi\Lambda}^{-'2} - 0{,}512\, g_{\pi\Sigma}^{-'2}\right] + 0{,}618\, g_K^{+'2} - 0{,}146\, g_K^{-'2}$$

$$\mu_{\Xi^0} = 0{,}616\, g_{\pi\Xi}^{'2} + 3{,}32\, g_K^{+'2} - 0.998\, g_K^{-'2}$$

$$\mu_{\Xi^-} = -0{,}100\, g_{\pi}^{'2} + 0{,}352\, g_K^{+'2} + 0{,}320\, g_K^{-'2}$$

Из данных выше трех схем самое хорошее совпадение с экспериментом дает первая (магнитные моменты нуклонов).

Все же невозможно дать окончательную оценку приведенным схемам, так как использованный метод (инвариантную теорию возмущений) нельзя считать наиболее целесообразным.

В дальнейшем мы рассмотрим эту проблему неинвариантными методами, которые при решении некоторых задач с низкой энергией дают хорошие результаты.

The calculation of the anomalous magnetic moments of the baryons by using the invariant perturbation method

SUMMARY

By using the invariant perturbation method the anomalous magnetic moments of baryons in order eg^2 are calculated. The following cases have been discussed: 1) all the baryons have the same parity, the K meson is a) scalar particle b) a pseudoscalar one. 2) the parities of K meson and Σ, Λ baryon will have the both values.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кыйв М. «Об операторе массы барионов» публикуется.
2. Fried Phys. Rev. 88. 1142. (1952).
3. Ахнезер Берестедский «Квантовая электродинамика» Москва 1953.
4. Боголюбов, Широков «Введение в теорию квантованных полей» Москва 1957.
5. Schwinger Phys. Rev. 104. 1164. (1956)
6. Marshak, Okubo, Sudarshan Phys. Rev. (1957)
7. Gell-Mann Phys. Rev. 106. 1296. (1957)

Мозберг Р. К.

РЕНТГЕНОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСТАЛОСТИ МАЛОУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Детали машин и конструкции при переменных нагрузках весьма часто работают в условиях сложного напряженного состояния. Между тем при рентгенографических исследованиях процессов, протекающих в металле при усталости, чаще всего создаваемые напряжения соответствовали линейно-напряженному состоянию. При изучении литературы по настоящему вопросу нам удалось найти лишь весьма ограниченное число работ, посвященных рентгенографическому исследованию процесса усталости в условиях действия сложных напряжений [1]. Задачей настоящей работы было восполнение существующего пробела в известной степени. В первую очередь представляло интерес уточнение вопроса об отсутствии или наличии искажений второго рода при сложном характере действующих напряжений в условиях испытания на усталость. В самом деле вопрос об искажениях второго рода при циклическом характере нагружения имеет большую принципиальную важность, так как достоверное выяснение его позволяет сделать заключение о том, является ли отсутствие искажений второго рода специфической особенностью циклической пластической деформации или это связано лишь с особенностью методов нагружения, при которых проводились испытания [2].

Кроме того представляло интерес выявление особенностей изменения интенсивности линий рентгенограмм при принятом сложном нагружении образца по сравнению с соответствующими изменениями при линейном характере нагружения.

Рентгенографические исследования проводились на различных этапах испытания образцов на усталость в условиях плоского напряженного состояния, вызываемого одновременным действием переменного симметричного изгиба и постоянного кручения. Данный случай напряженного состояния соответствует реальным условиям работы многих деталей машин и поэтому предпринятая работа может представить и известный практический интерес.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Материал и образцы для исследования

Материалом для образцов была выбрана малоуглеродистая сталь 10 в прутках диаметром 14 мм. Заготовки для образцов после обработки на токарном станке подвергались нормализации и последующему отпуску при температуре 650°С. В целях предотвращения возникновения термических напряжений охлаждение образцов после отпуска проводилось вместе с печью. Окончательной механической обработкой была шлифовка. Шлифовкой выбиралась также кольцевая канавка радиусом 10 мм на расстоянии 85 мм от конца образца, чтобы фиксировать исследуемый участок с максимальными напряжениями от действия нагрузки в процессе испытания на усталость. Минимальный диаметр образца в месте кольцевой выточки после шлифовки составлял 7,85$\pm$ 0,03 мм.

Для устранения наклепанного слоя образцы в месте выточки подвергались электрополировке. Этим методом минимальный диаметр образца доводился до размера 7,52$\pm$0,01 мм. Как показали рентгенографические исследования, удаление электрополировкой с поверхности образца слоя толщиной 0,165 мм полностью устраняло наклеп образца в шейке.

Для передачи на образец крутящего момента на утолщенных концах его были сделаны лыски. Чертеж образцов, подвергаемых исследованию приведен на рис. 1.

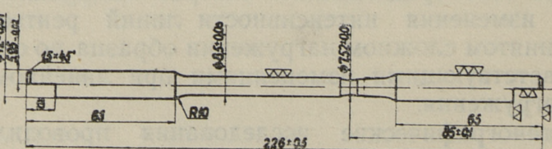


Рис. 1. Образец для испытания на усталость.

2. Испытание образцов на выносливость в условиях сложного напряженного состояния

Образцы подвергались одновременному воздействию переменного симметричного изгиба и постоянного скручивания на машине типа НУК конструкции Н. Н. Щеглова [3]. Нагружение циклическим изгибом образцов в этой машине осуществляется как и в машине типа НУ. Дополнительный крутящий момент на образец создается сжатыми пружинами в муфте закручивания через вал закручивания, редуктор, шарниры Гука и шлицевые соединения, связанные с установочными цангами образца. Величина крутящего момента подсчитывалась по величине угла упругого скручивания вала закручивания посредством зеркальной установки Мартенса. Угол упругого скручивания определялся с точностью 0,001 радиана.

Определение угла остаточного скручивания образца после каждого этапа испытания на усталость проводилось следующим образом. До установки образца в машину вдоль всей поверхности образца между его утолщенными концами иглой проводилась тонкая риска параллельно осевой линии образца. При испытании на усталость на участке шейки происходило скручивание образца на определенный угол. Для измерения угла скручивания был приспособлен микроскоп типа МБС-1. На рис. 2 приведен снимок установки для определения величины угла остаточного скручивания образца в шейке. На кронштейне 8 установлены две призмы — подставки 6 и 7 для образца. К передней поверхности призмы 6 винтами прикреплена шкала 3 с делениями через 15′. На утолщенный конец образца 4, проходящий через отверстие в основании шкалы одевалась стрелка 2 и закреплялась винтом 5. Таким образом поворот образца на призме сопровождался поворотом стрелки, причем ось вращения образца и центр шкалы совпадали. Для наблюдения риски, нанесенной на образец, в один из тубусов микроскопа установлен окуляр 1 с перекрестием нитей. При измерениях образец стоял на месте, а перемещалась головка микроскопа по направлению вдоль оси образца благодаря вращению маховичка 9. Совмещая риску на образце по одну сторону кольцевой выточки с линией перекрестия окуляра, записывалось значение угла, показываемого стрелкой на шкале. Затем передвигая головку микроскопа вдоль образца так, чтобы в поле зрения находился участок образца по другую сторону выточки, снова поворотом образца совмещалась риска на нем с перекрестием окуляра. По величине смещения стрелки относительно шкалы с точностью 15′ устанавливался угол скручивания образца на протяжении равном ширине шейки.

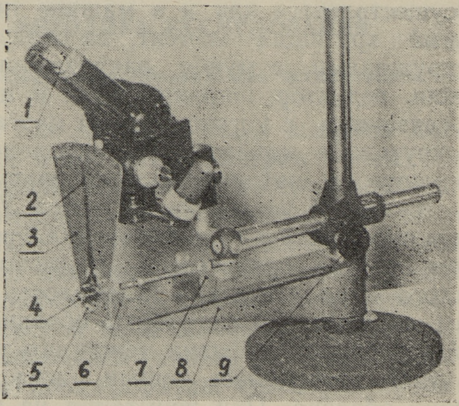


Рис. 2. Установка для измерения угла остаточного скручивания образца.

Хотя остаточная деформация вдоль шейки неодинакова ввиду переменного диаметра шейки в различных сечениях, в настоящей работе при сопоставлении изменения рентгеновских характеристик в зависимости от угла скручивания образца, угол скручивания принимался по величине постоянным на всем протяжении шейки.

Рентгеновская съемка образцов осуществлялась в камере с полуцилиндрической кассетой [4]. Образец устанавливался в камере так, что осевая линия образца и центр первичного пучка рентгеновских лучей в точке падения на образец находились на одном уровне. При этом на пленку улавливались рентгеновские линии, угол отражения которых был больше 45°. При использовании в качестве источника рентгеновских лучей трубки с кобальтовым антикатодом на пленке получались линии (211), (220) и (310). Для определения абсолютных изменений интенсивности рентгеновских линий съемка велась параллельно со съемкой алюминиевого эталона. Расстояние эталон-образец в камере было выбрано таким, чтобы линия (310) от образца находилась между линиями (331) и (420) от эталона (рис. 10).

Фотометрирование рентгенограмм проводилось на визуальном микрофотометре МФ-2 по логарифмической шкале при ширине щели 1,2×0,12 мм.

Ввиду значительного разброса полученных значений интенсивности линий рентгенограмм проводилась трехкратная съемка для каждого состояния образца. За значение интенсивности линий принималась средняя величина отношения площади микрофотограммы линии (hkl) образца к сумме площадей микрофотограммы линии (331) и (420) эталона.

Ширина линий рентгенограмм определялась отношением площади микрофотограммы линии к ее высоте.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Из построенной кривой усталости (рис. 3) видно, что предел усталости образцов из стали 10 при нагружении симметричным циклическим изгибом при одновременном действии постоянного скручивающего напряжения величиной 12 кг/мм^2 равняется 19,8 кг/мм^2.

Рентгенографические и другие исследования образцов преимущественно проводились при напряжениях $\sigma = 25{,}2$ кг/мм^2, что на 27% превышает действительный предел усталости и при $\sigma = 19{,}2$ кг/мм^2, то-есть при напряжениях на 3% ниже предела усталости.

При первых же испытаниях было установлено, что циклические изгибающие напряжения в значительной степени снижают сопротивление материала пластическому скручиванию. На рис. 4 приведена фотография риски после 350 тыс. циклов нагружения при $\sigma = 25{,}2$ кг/мм^2.

На рис. 5 и 6 приведены кривые изменения угла остаточного скручивания φ от числа циклов нагружения при напряжениях $\sigma = 25{,}2$ кг/мм^2 и $\sigma = 19{,}2$ кг/мм^2.

Из приведенных кривых видно, что: 1) пластическая деформация наиболее интенсивно возрастала на первом этапе испытания до числа циклов примерно 50 ÷ 100 тыс. для образцов, испытанных выше предела усталости и до 2 ÷ 3 млн. — для образцов, испытанных ниже предела усталости. Дальнейшее увеличение числа циклов в боль-

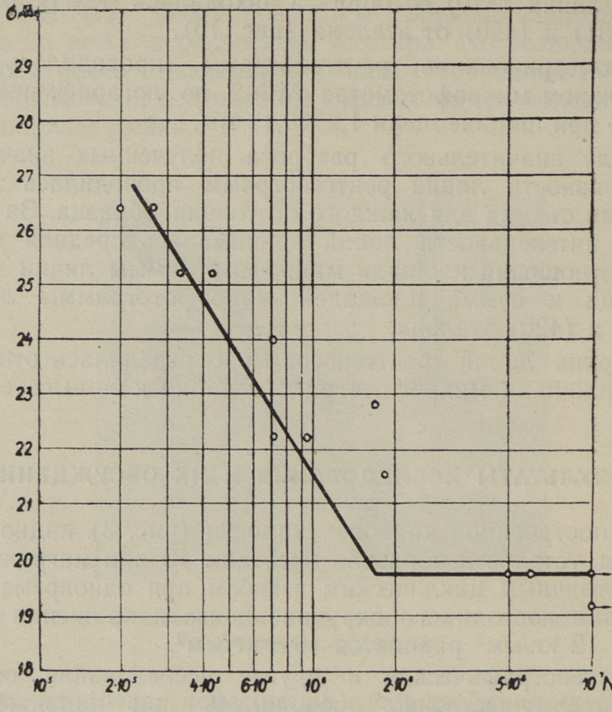


Рис. 3. Кривая усталости.

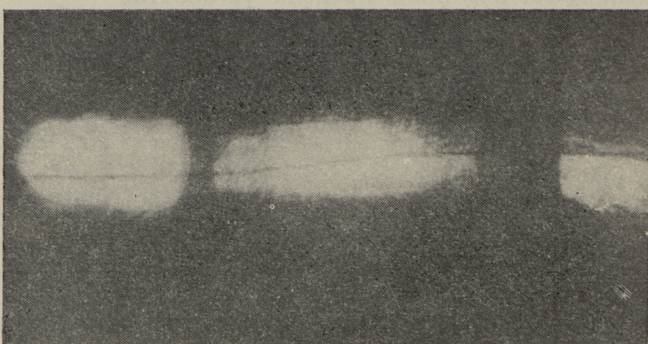


Рис. 4. Изменение направления риски на образце после 350 тыс. циклов нагружения при $\sigma = 1{,}27\ \sigma_{-1}$. Увеличение 8×.

шинстве случаев приводило к весьма медленному возрастанию пластической деформации. 2) Величина пластической деформации φ возрастала с увеличением величины действующих циклических изгибающих напряжений.

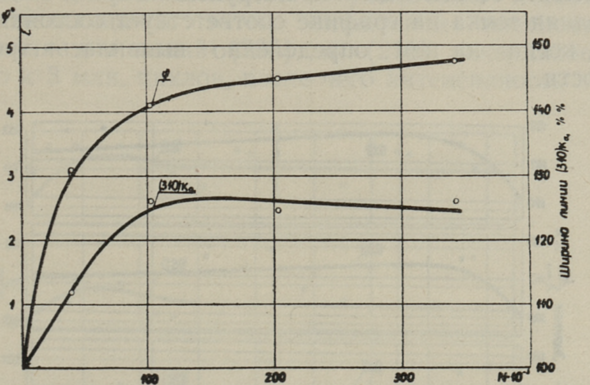


Рис. 5. Изменение угла остаточного скручивания φ и ширины линии (310) $K\alpha_1$ в зависимости от числа циклов нагружения при 1,27 σ_{-1}.

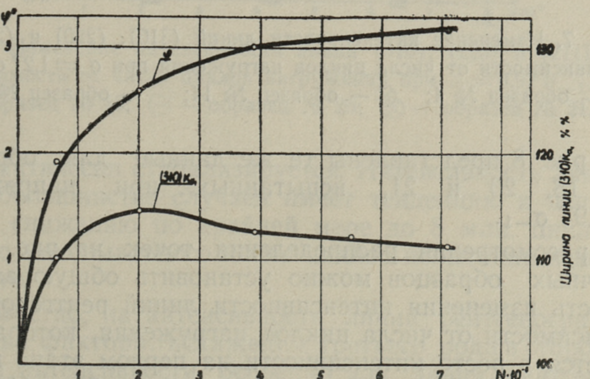


Рис. 6. Изменения угла остаточного скручивания φ и ширины линии (310) $K\alpha_1$ в зависимости от числа циклов нагружения при $\sigma = 0{,}97\ \sigma_{-1}$.

Уменьшение интенсивности пластической деформации с ростом числа циклов нагружения повидимому следует объяснить упрочнением металла от наклепа, а возможно также протекающими процессами старения. [5].

Полученные результаты подтверждают данные экспериментальной работы Н. Н. Щеглова [3].

На рис. 7 представлены результаты исследования изменения интенсивности линий образцов №№ 4, 14, и 19 в зависимости от числа циклов нагружения при $\sigma = 1{,}27\ \sigma_{-1}$. Последняя точка на графике соответствует состоянию образца, когда на нем определенно выявилась трещина усталости.

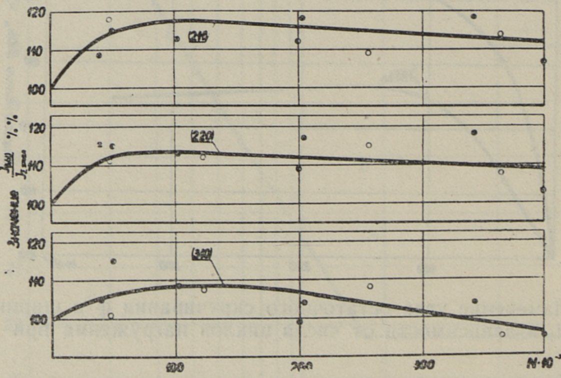


Рис. 7. Изменение интенсивности линий (310), (220) и (211) в зависимости от числа циклов нагружения при $\sigma = 1{,}27\ \sigma_{-1}$. ◑ — образец № 4; ⊗ — образец № 14; ○ — образец № 19.

На рис. 8 представлены те же данные для образцов №№ 18, 20 и 21, испытанных при напряжении $\sigma = 0{,}97\ \sigma_{-1}$.

Из рассмотрения распределения точек на рис. 7 для различных образцов можно установить общую закономерность изменения интенсивности линий рентгенограмм в зависимости от числа циклов нагружения, которая выражается в росте интенсивности на первом этапе нагружения до числа циклов примерно равного $50 \div 100$ тыс. и в снижении интенсивности на втором этапе, заканчивающемся разрушением образца (исключение составляет образец № 19, интенсивность линий (220) и (211) которого на втором этапе не обнаруживает тенденции к снижению).

Сопоставляя соответствующие кривые на рис. 8 с кривыми на рис. 7, можно видеть, что в общем характер их однотипен. При напряжении ниже предела усталости полный цикл испытания в соответствии с ходом кривых изменения интенсивности линий рентгенограмм можно разделить на два этапа: в начале испытания примерно до $1{,}5 \div 2$ млн. циклов наблюдается увеличение интенсивности, сменяющаяся затем снижением интенсивности, которая для линий (220) и (211) заканчивается примерно к 3 млн. циклов, после чего интенсивность этих

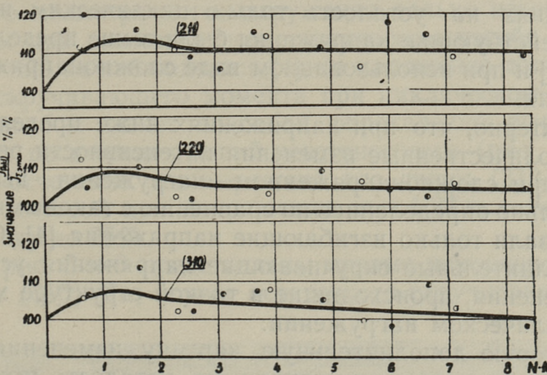


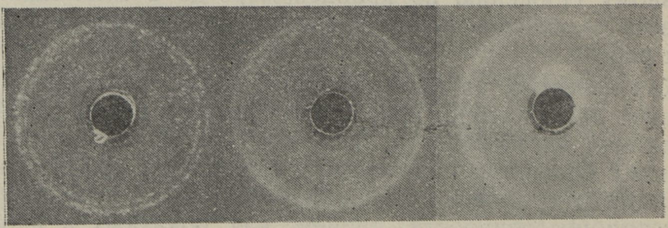
Рис. 8. Изменение интенсивности линий (310), (220) и (211) в зависимости от числа циклов нагружения при $\sigma = 0{,}97\ \sigma_{-1}$. ◐ — образец № 18; ○ — образец № 20; ⊗ — образец № 21.

линий практически стабилизируется. Интенсивность линии (310) в большинстве случаев имеет тенденцию к непрерывному снижению по крайней мере до 8 млн. циклов, то-есть до максимального числа циклов испытания в данной работе.

Как известно, на интенсивность линий рентгенограмм влияют два фактора: искажения третьего рода в сторону снижения интенсивности, особенно для линий рентгенограмм с большими индексами, и ослабление эффекта экстинкции от дробления мозаичных блоков — в сторону увеличения интенсивности, причем, как показано в работе О. Н. Шиврина [6], влияние вторичной экстинкции на интенсивность задних линий рентгенограмм при съемке на мягком излучении может быть весьма значительным. Таким образом ход кривых изменения интенсивности обуславливается суммарным влиянием искажений третьего рода и изменением эффекта экстинкции. На основе сказанного можно заключить, что в процессе испытания на усталость при одновременном действии переменного изгиба и постоянного кручения на первом этапе испытания как при напряжении выше, так и ниже предела усталости, превалирующим процессом является фрагментация блоков, на втором этапе основная роль принадлежит искажениям третьего рода. В этом отношении наблюдается значительная аналогия с процессом, наблюдающимся при испытаниях на усталость только циклическим изгибом, когда действующие напряжения были выше предела усталости [4] и при использованном виде сложнонапряженного состояния.

Характерно, что при напряжениях ниже предела усталости количественные изменения интенсивности рентгенограмм при сложнонапряженном нагружении выявлены значительно определеннее по сравнению с таковыми, когда действовали только изгибающие напряжения [4]. Очевидно дополнительные скручивающие напряжения усугубляют изменения, происходящие в тонкой структуре металла при циклическом нагружении.

Некоторую дополнительную картину изменения блочного состояния при испытаниях на усталость можно видеть из изменения кольца отражения (310) на рис. 9, снятого при неподвижном образце. После испытания при $\sigma = 1{,}27\,\sigma_{1-}$ кольцо отражения на всем протяжении сплошное с равномерным потемнением (рис. 9б), что говорит о значительном дроблении блочной структуры при испытании на усталость. Кольцо отражения на рис. 9в



а б в

Рис. 9. Кольцо отражения (310), снятое при неподвижном образце. а — исходное состояние: б — после 350 тыс. циклов испытания при $\sigma = 1{,}27\,\sigma_{-1}$; в — после 8 млн. циклов испытания при $\sigma = 1{,}97\,\sigma_{-1}$.

снято после испытания при $\sigma = 0{,}97\ \sigma_{-1}$. И в этом случае кольцо сплошное, однако в отдельных участках потемнение неравномерное; повидимому степень фрагментации блоков в этом случае несколько меньше.

Переходя к рассмотрению изменения ширины линий образцов при циклическом нагружении симметричным изгибом плюс постояннодействующий изгибающий момент, можно видеть принципиальное отличие полученных результатов по сравнению с испытаниями в условиях циклического симметричного нагружения только изгибом.

Если при симметричном циклическом изгибе расширение линий не наблюдается [4], то наложение дополнительного скручивающего момента при циклическом нагружении изгибом влечет за собой определенно выраженный эффект расширения линий рентгенограмм (рис. 10). Наиболее отчетливо это выражено для линии (310), расширение которой при напряжении $\sigma = 1{,}27\,\sigma_{-1}$ составляло величину до 25%.

На рис. 5 и 6 представлены кривые изменения ширины линии (310) $K\alpha_1$ и угла остаточного скручивания φ в за-

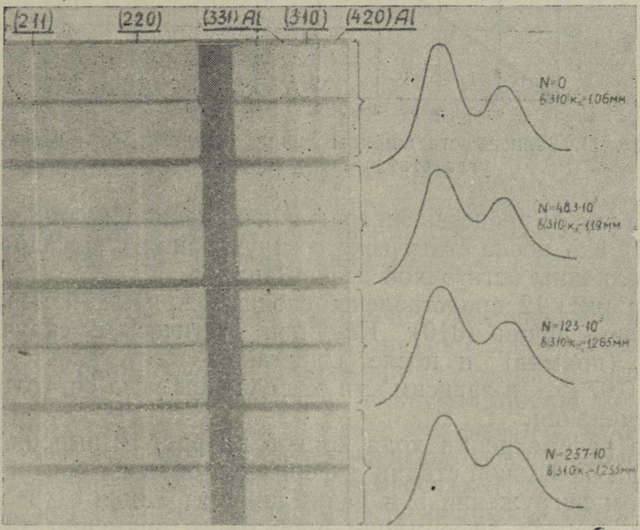


Рис. 10. Вид рентгенограмм и фотометрированные кривые для линии (310) на различных этапах испытания на усталость при $\sigma = 1{,}27\ \sigma_{-1}$.

висимости от числа циклов испытания при напряжениях $\sigma = 1{,}27\,\sigma_{-1}$ и $\sigma = 0{,}97\,\sigma_{-1}$.

Из представленных кривых видно, что ширина линии (310) $K\alpha_1$ на начальной стадии испытания возрастает вместе с увеличением угла остаточного скручивания φ. Дальнейшее возрастание числа циклов ведет к дальнейшему возрастанию угла остаточного скручивания, хотя и с меньшей интенсивностью; что же касается ширины линий, то как при напряжениях выше, так и ниже предела усталости дальнейшее возрастание числа циклов сопровождается уменьшением ширины линии (310) $K\alpha_1$.

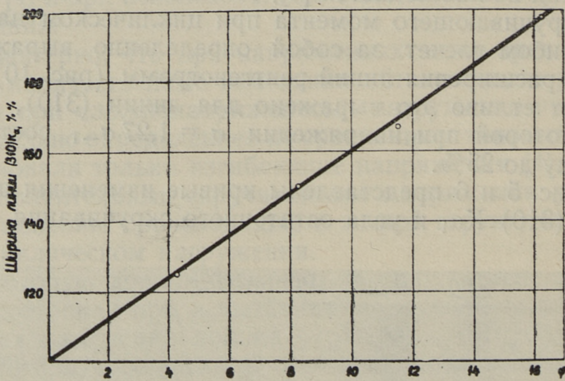


Рис. 11. Зависимость ширины линии (310) $K\alpha_1$ от величины угла статического скручивания.

На рис 11 представлен график изменения ширины линии (310) $K\alpha_1$ после статического скручивания в зависимости от величины остаточной деформации φ.

На рис. 12 представлены сводные кривые изменения ширины линии (310) $K\alpha_1$ при статическом скручивании (прямая) и после испытания на усталость при $\sigma = 0{,}97\,\sigma_{-1}$ в зависимости от величины угла остаточного скручивания.

Из рассмотрения хода кривой на рис. 12 выясняется, что на начальной стадии деформации образца при циклическом нагружении изменение ширины линии с увеличением степени деформации происходит примерно также, как и при статистическом скручивании. Некоторое различие наблюдается в том, что интенсивность размытия линий при циклическом нагружении несколько меньше, чем

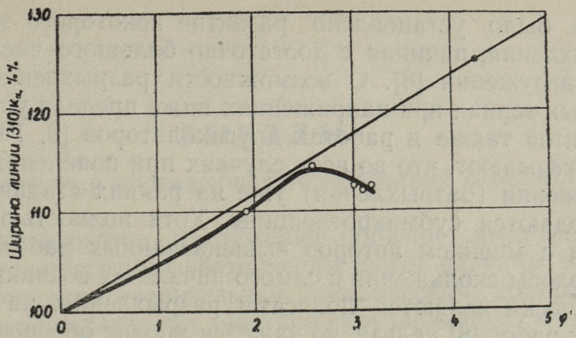


Рис. 12. Изменение ширины линии (310) $K\alpha_1$ при статическом скручивании (прямая) и при циклическом нагружении ($\sigma = 0{,}97\ \sigma_{-1}$) в зависимости от угла остаточного скручивания.

при статическом нагружении. Повидимому циклически меняющиеся напряжения способствуют известному уменьшению искажений, ответственных за расширение линий рентгенограмм [7].

Начиная с определенной величины углов пластического скручивания φ, которые для образцов испытанных выше предела усталости были порядка 4°, а для образцов, испытанных ниже предела усталости — порядка 2°30′, наблюдается иной характер изменения ширины линии: дальнейшее увеличение угла остаточного скручивания сопровождается снижением ширины линий.

Дополнительные исследования для выявления причин этого явления в данной работе не проводились. Тем не менее известные предположения по этому поводу все же можно сделать.

Рассматривая кривые изменения интенсивности на рис. 7 и 8, и кривые изменения ширины линий в зависимости от числа циклов нагружения на рис. 5 и 6, а также кривую рис. 12, можно видеть, что число циклов, начиная с которых ширина линий начинает уменьшаться, примерно совпадает с числом циклов, вызывающим снижение интенсивности линий. В более ранних работах [4, 8] было показано, что снижение интенсивности сопровождается разрыхлением материала образца от нарушения межатомных связей в локальных объемах образца при циклическом воздействии нагрузок при напряжении выше предела усталости. При напряжениях ниже предела усталости также было установлено развитие некоторого эффекта разрыхления, начиная с достаточно большого числа циклов нагружения [8]. О возможности разрыхления в отдельных зерная при напряжениях ниже предела усталости говорится также в работах других авторов [9, 10], которые указывают, что во всех случаях при появлении полос скольжения (разрыхления) уже на ранних стадиях в них наблюдаются субмикротрещины. Хотя полностью согласиться с мнением авторов вышеназванных работ в том, что полосы скольжения с самого начала их возникновения фактически являются полосами разрыхления, на основе наших работ [8] нельзя, но кажется вполне обоснованным, что с ростом числа циклов как при напряжениях выше, так и ниже предела усталости, в зернах с такими полосами развиваются процессы разрыхления.

Исходя из приведенных соображений, снижение ширины линий на втором этапе испытания можно объяснить релаксацией упругих искажений в зернах металла от развивающихся в них очагов разрыхления.

При анализе вопроса о природе размытия линий рентгенограмм была предпринята попытка разделения эффекта расширения от измельчения величины блоков и от искажений второго рода по методу Г. В. Курдюмова и Л. И. Лысака [11]. Однако, ввиду весьма малой величины размытия линии (211), находящейся в пределах точности измерений, достоверного ответа на данный вопрос получить не удалось. Тем не менее, на основе косвенных соображений можно полагать, что повидимому в основном расширение линий вызвано упругими искажениями второго рода. Особенно убедительно на это указывает факт снижения ширины линии на втором этапе испытания, что можно объяснить только снижением упругих искажений кристаллической решетки, а не укрупнением блочной структуры, так как для протекания данного процесса при проводимых испытаниях нет никаких оснований. Упругие искажения возникают благодаря неоднородным изменениям размеров отдельных зерен из-за неравномерно протекающей в них пластической деформации [2].

ВЫВОДЫ

На основании проведенных исследований было установлено:

1) При сложном нагружении образца симметричным изгибом и постояннодействующим скручивающим моментом происходит значительная пластическая деформация образца в направлении действия скручивающего момента. Величина угла скручивания тем больше, чем больше величина изгибающего напряжения.

2) Изменение угла остаточного скручивания носит затухающий характер. Уменьшение интенсивности возрастания угла скручивания с ростом числа циклов объясняется упрочнением образца от пластической деформации, а также возможно протекающими процессами старения.

3) Изменение интенсивности линий рентгенограмм при действующих напряжениях выше и ниже предела усталости качественно аналогичны. Различие лишь количественное. На первом этапе имеет место преимущественно дробление блоков, благодаря чему интенсивность линий увеличивается, так как уменьшается влияние на интенсивность эффекта экстинкции. На втором этапе наблюдается снижение интенсивности линий рентгенограмм, связанное с превалирующим эффектом отклонения атомов из отражающих положений в узлах кристаллической решетки.

4) Благодаря развивающейся направленной пластической деформации при данном методе испытания происходит размытие линий рентгенограмм главным образом от упругих искажений второго рода.

5) По сравнению с упругими искажениями при статическом скручивании упругие искажения при циклическом нагружении имеют несколько меньшую величину.

6) На втором этапе уставания наблюдается снижение искажений второго рода, несмотря на продолжающееся увеличение остаточной пластической деформации. Предполагается, что это связано с возникновением разрыхления и частичной релаксаицей упругих искажений в кристаллической решетке.

SUMMARY

This investigation deals with the fatigue of low carbon steel under cyclical stressing. The samples were subjected to simultaneous torque of 12 kGm, and a symmetrical bending moment of magnitude which in one case exceeded the fatigue limit stress by 27 per cent and in the other case was three per cent below this limit.

It was confirmed that the cyclical stressing lowered the creep stress of metal in a considerable degree. The observed torsion angle of residual deformation was larger at higher amplitudes of the bending stress. Studies of x-ray diffraction patterns showed that such a loading caused in specimens a residual stress of the second and third kinds as well as a fragmentation of mosaic blocks. At the initial stage the cyclical loading increases the torsion angle of residual strain and the residual stress of the second kind. This increase manifests itself in broadening of x-ray reflexes at great Bragg angles. With a further increase of the number of loading cycles the residual stress of the second kind decreases.

A study of the variation of intensity of the reflexes (310), (220) and (211) revealed an increase of intensity at the initial stage of cyclical loading, and its decrease at the later stage.

Similar results were observed also when the amplitudes of bending stresses were three per cent lower than fatigue limit stress.

The results lead to the conclusion that at the initial stage of cyclical loading an effect of fragmentation of mosaic blocks is prevailing. At the later stage of loading the effect of displacements of atoms of reflecting positions in the crystalline lattice is observed. A decrease of the width of reflexes at the later stage of loading is explained as a result of relaxation of residual stress caused by the loosening of crystalline lattice.

ЛИТЕРАТУРА

1. Holy, M. Českosl. Časop. fys., 1957, 7, N 5.
2. Гликман Л. А. и Тэхт В. П. Сб. Некоторые вопросы усталостной прочности стали. Машгиз, 1953.
3. Щеглов Н. Н. Труды Таллинского политехнического института, Серия А, № 113, 1957.
4. Мозберг Р. К. Труды Таллинского политехнического института, Серия А, № 91, 1957.
5. Давиденков Н. Н. и Назаренко Г. Т. ЖТФ, 1953. вып. 5.
6. Шиврин О. Н. Физика металлов и металловедение, вып. 4, 1958.
7. Санталов С. А. Уч. записки Магнитогорского Гос. пед. института, вып. 4, 1957.
8. Мозберг Р. К. Труды Таллинского политехнического института, Серия А, № 90, 1957.
9. Hempel, M. Internat. Confer. on Fatigue of Metals, 10—14, september, London, 1956.
10. Иванова В. С. Докл. АН СССР, т. 119, № 1, 1958 г.
11. Курдюмов Г. В. и Лысак Л. И. ЖТФ, № 9, 1947.

Мозберг Р. К.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ РЕНТГЕНОВСКАЯ КАМЕРА ДЛЯ СЪЕМКИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ

Разработка новых и усовершенствование существующих методов рентгеноструктурного анализа поликристаллических материалов имеет большое теоретическое и прикладное значение. Общеизвестна роль рентгеноструктурного анализа в выявлении сущности процессов, протекающих в материале при пластической деформации, термической обработке, обработке резанием, износе и т. д. Благодаря применению рентгеновских методов исследования выявлена сущность мартенситного превращения при закалке, изменения в тонкой структуре металлов при старении, процессы, происходящие в кристаллической решетке металлов при пластической деформации, при усталости и в других условиях службы.

На основе анализа существующих методов рентгеновских исследований поликристаллических материалов установлены основные направления исследования, которые сводятся к:

а) измерению расширения линий рентгенограмм с целью определения искажения второго рода и величины мозаичных блоков в кристаллитах;
б) измерению интенсивности линий рентгенограмм с целью выявления атомарных искажений кристаллической решетки (искажения третьего рода);
в) наблюдению линий новых фаз, выделяющихся в процессе изменения структуры изучаемого материала [1, 2].

В свете этих задач рентгеновские камеры должны позволять получать на рентгенограммах:

а) максимальное число линий отражения от кристаллографических плоскостей с малым и большим значением суммы индексов, независимо от размеров и формы образцов, что обеспечивает возможность разделения различных факторов, влияющих на ширину и интенсивность линий;

б) съемку образца параллельно со съемкой независимого эталона, что обеспечивает возможность получения абсолютных изменений интенсивностей линий рентгенограмм. [2, 3].

в) В целях уменьшения ошибок, вызываемых условиями фотографической обработки пленки, желательно получение на одну пленку большого числа рентгенограмм.

г) Так как точность результатов рентгеноструктурного анализа во многих случаях определяет возможность применения этого метода исследования, при конструировании камер необходимо предусмотреть максимальную точность установки образца в камере.

В современных рентгеновских лабораториях по структурному анализу находит применение большое количество камер различной конструкции, которые в большинстве случаев позволяют исследовать образцы определенных, сравнительно узко ограниченных размеров и формы тем или иным методом.

Однако в последнее время наблюдается тенденция к унифицированию рентгеновских камер. Такой камерой, в частности, является новая рентгеновская камера, сконструированная С. О. Цобкалло [2], которая позволяет путем незначительных переналадок производить съемку как столбика, так и плоских шлифов на полуцилиндрическую кассету, причем, как и в некоторых других камерах [3, 4], съемка образца производится параллельно со съемкой эталона и на одну пленку снимается несколько рентгенограмм.

При конструировании нижеописываемой камеры были по возможности учтены положительные особенности существующих камер и разработаны методы дальнейшей унификации рентгеновских камер для исследования поликристаллических образцов.

Изготовленная камера позволяет посредством незначительных переналадок, не снимая камеры со стола рентгеновской установки, исследовать разными методами образцы различных размеров и формы. Камера позволяет осуществить съемку столбика по методу Дэбая, фокусированную съемку шлифа по методу Курдюмова, обратную съемку на плоскую кассету по методу Закса, обратную съемку на кассету, представляющую часть цилиндра, по методу Тэхта и Цобкалло и съемку на полуцилиндрическую кассету крупных цилиндрических и конических образцов методом «скользящего пучка» первичных лучей, благодаря чему от образца на пленке получаются все линии отражения в интервале углов $170° > 2\vartheta > 40°$.

Камера снабжена комплектом сменных частей, предусмотренных для осуществления всех вариантов съемки. Переналадка камеры сводится к замене отдельных узлов камеры, каковыми в основном являются державки для образцов, кассеты и защитные кожухи для пленки.

ОПИСАНИЕ УСТРОЙСТВА РЕНТГЕНОВСКОЙ КАМЕРЫ

Вариант установки для съемки цилиндрических и конических образцов в горизонтальном положении

На рис. 1 представлен общий вид камеры, на рис. 2 — узлы и детали камеры.

Камера состоит из следующих основных узлов (рис. 1 и 2): основание 1, на котором болтами крепится передняя стойка 2 с направляющей для кассеты и диафрагмой. На основании 1 установлена перемещающаяся по нему посредством шестеренно-реечного механизма задняя бабка 3, на которой установлена направляющая 4, несущая ползун 5 с державкой для образца 6. Направляющая 4 может перемещаться по верхней поверхности задней бабки 3 по окружности в пределах от 0° до 10°; центр вращения направляющей 4 находится в вертикальной плоскости, проходящей через ось образца, который устанавливается в центрах державки 6. Угол поворота камеры с точностью до 1′ регистрируется по шкале и нониусу, нанесенным на заднюю цилиндрическую поверхность деталей 3 и 4.

К державке образца 6 прикреплена призма 7, по которой могут перемещаться колодки с центрами 8. Вращение образцов при съемке осуществляется посредством системы конической зубчатой и ременной передачи от электромотора типа СД-2, установленного на полке направляющей 4. Возможность перемещения шкива 9 вдоль своей оси позволяет при съемке осуществить вращение образ-

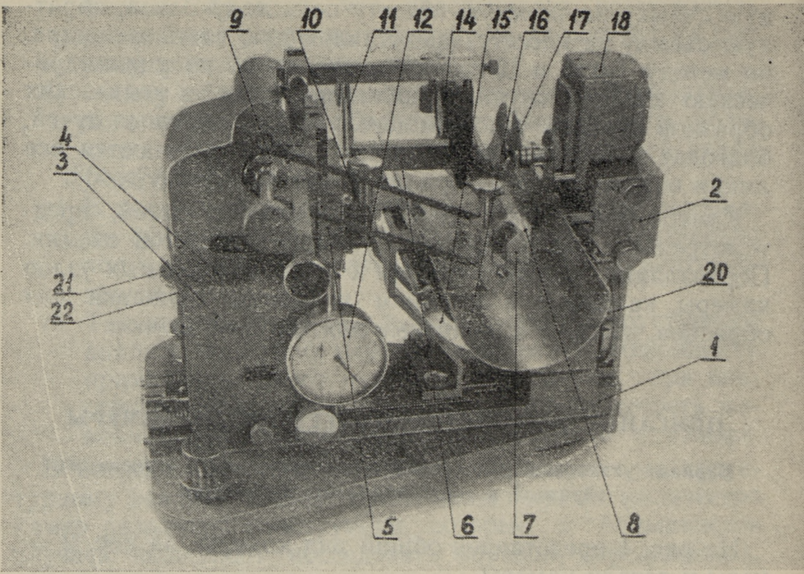

9
10
11
12
14
15
16
17
18
4
3
2
21
22
20
1
5
6
7
8

Рис. 1

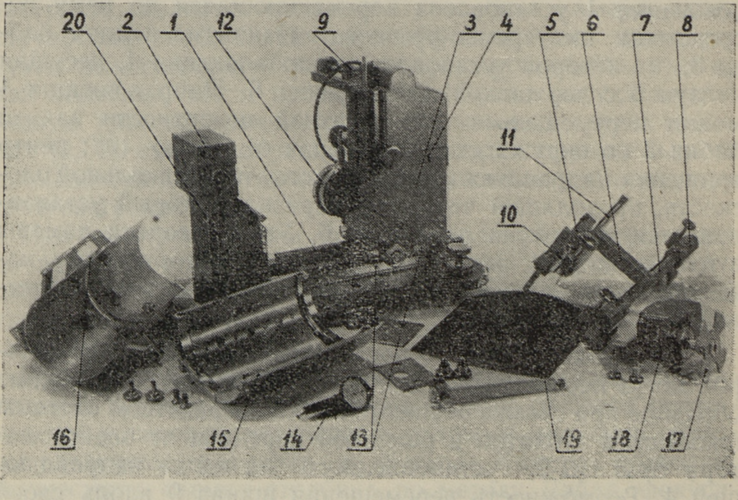

20
2
1
12
9
3
4
5
6
7
8
11
10
16
15
14
13
19
18
17

Рис. 2

цов различной длины. Державка 6 с образцом может поворачиваться в вертикальной плоскости посредством червячной передачи 10 на углы от 0° до 90°.

Поступательное перемещение ползуна 5 относительно направляющей 4 осуществляется шестеренно-реечным механизмом и контролируется по шкале с точностью 0,05 мм или индикатором 12 с точностью 0, 01 мм. Перемещение образца в горизонтальном направлении контролируется с точностью 0,025 мм по шкале 13, установленной на основании 1 камеры. Выявление величины биения образца при вращении в центрах может быть осуществлено индикатором 14.

Передвижная кассета 15 представляет собой часть цилиндра с центральным углом 166°. Ось кассеты и центр пучка первичных рентгеновских лучей находятся на одном уровне. Пленку в конверте из черной бумаги, заложенную в кассету, предохраняет от облучения кожух 16 с прорезью шириной 9,5 мм, определяющей ширину снимаемой рентгенограммы.

Эталон 17 установлен на валу редуктора электромотора 18 и представляет собой крестообразную пластинку соответствующего металла. Расстояние между эталоном и образцом можно менять посредством изменения длины валика редуктора. Сущность съемки с эталоном заключается в том, что при вращении крылья эталона периодически пропускают луч на образец или облучаются сами, благодаря чему на пленке фиксируются как линии образца, так и задние линии эталона. Рентгеновский луч попадает на образец и эталон, проходя через систему диафрагм.

В камере можно снимать образцы диаметром до 20 мм и длиной до 140 мм. При длине образцов до 220 мм левую и правую колодки 8 на призме 7 следует переменить местами, благодаря чему зазор между концами центров может быть увеличен. При длине образцов до 110 мм съемку можно производить в любой точке по длине образца. Положение снимаемой точки вдоль образца фиксируется с точностью до 0,1 мм по шкале на призме 7. Возможность перемещения державки с образцом в вертикальной плоскости позволяет направить первичный луч с точностью до 0,01 мм в любую точку образца ниже его осевой линии. Необходимость повышенной точности фиксирования высоты образца относительно уровня первичного пучка лучей продиктована тем, что по мере удаления точки падения первичного луча от осевой линии образца сильно изменяется интенсивность и ширина линий снимаемых рентгенограмм. Регулируя высоту образца относительно уровня первичного пучка лучей, можно найти такое оптимальное положение образца, когда все линии отражения в интервале углов $170° > 2\vartheta > 40°$ попадут на пленку и вместе с тем резкость их будет достаточно удовлетворительна.

Установив высоту образца в камере, перемещением задней бабки 3 по направляющим основания 1 камеры, совмещают точку падения первичного луча на образце с осевой линией кассеты 15.

Конверт 19 с пленкой задвигается в полуцилиндрическую кассету 15 и плотно прижимается к поверхности кассеты вогнутыми пластинчатыми прижимами, находящимися в торцовых обоймах кассеты. На одну пленку можно снять до 10 рентгенограмм. Кассета перемещается по призматической направляющей стойки 2 камеры путем поворота маховичка 20, ось которого является валиком приводной шестерни, установленной в гнезде стойки 2. Передвигая кассету по направляющим передней стойки, зубья шестерни приходят в зацепление с зубчатой рейкой на основании кассеты и дальнейшее перемещение кассеты осуществляется вращением маховичка 20. Этот маховичок одновременно является и счетчиком числа кадров. Поворот маховичка на одну десятую оборота перемещает кассету с пленкой на один шаг. Описываемая камера позволяет производить также съемку конических образцов. Для устранения влияния геометрических особенностей образца на параметры линий рентгенограмм, образец устанавливается в камере так, чтобы направление первичного пучка рентгеновских лучей и образующая конуса образца в точке падения лучей находились под прямым углом. Это достигается поворотом державки 6 с образцом в двух взаимно перпендикулярных плоскостях на соответствующий угол. Угол поворота в вертикальной плоскости α подсчитывается по формуле:

$$tg\alpha = \frac{a}{r} tg\frac{\gamma}{2}$$

Угол поворота в горизонтальной плоскости β — по формуле:

$$tg\beta = \frac{1}{r}\sqrt{r^2 - a^2}\, tg\frac{\gamma}{2},$$

где a — величина смещения оси образца от уровня первичного пучка рентгеновских лучей;

r — радиус образца в точке падения первичного луча;

γ — конусность образца.

Поворот в вертикальной плоскости осуществляется червячной передачей 10 и контролируется шкалой 11. Поворот в горизонтальной плоскости ползуна 5 с державкой для образца 7 осуществляется круговым перемещением направляющей 4 благодаря повороту маховичка 21, установленного на валу шестерни, которая находится в зацеплении с зубчатым сектором на нижнем основании направляющей 4. Угол поворота контролируется шкалой 22.

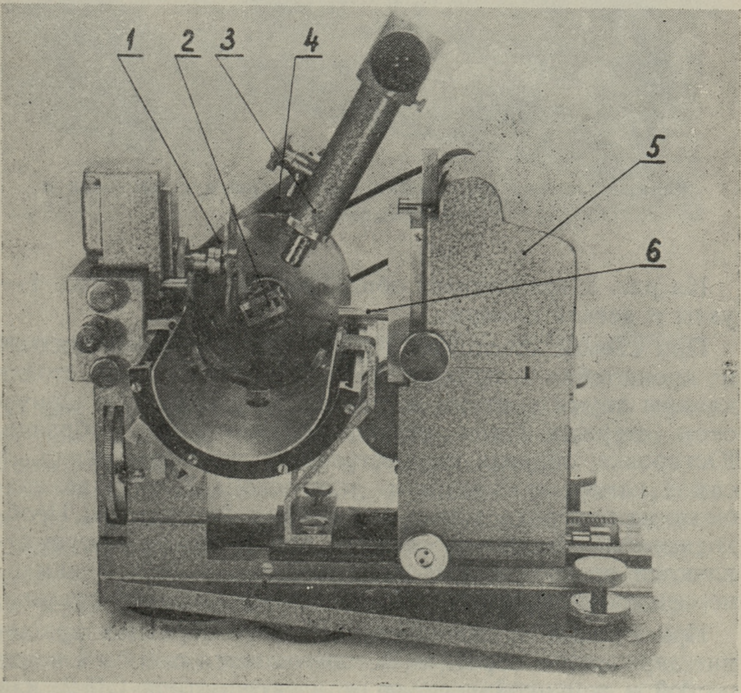


Рис. 3

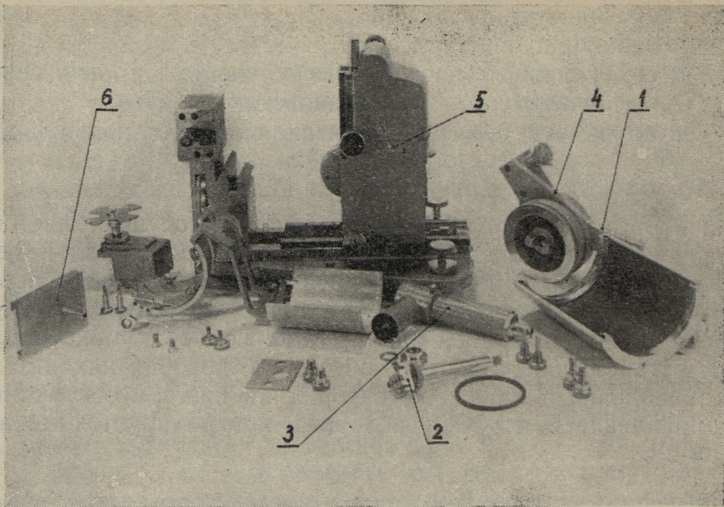


Рис. 4

Вариант камеры для съемки рентгенограмм с проволок и столбиков

На рис. 3. представлен общий вид камеры, на рис. 4 — узлы и детали камеры.

При съемке столбиков державка для образца состоит из кронштейна 1, прикрепляемого к вертикальной стойке камеры двумя винтами и столика на полом цилиндрическом стержне 2 для установки снимаемого образца. Юстировка образца осуществляется непосредственно в самой камере посредством микроскопа 3, устанавливаемого на поворотном кольце 4 кронштейна камеры. Необходимые перемещения образца при юстировке осуществляются поворотом шарового шарнира и двух взаимноперпендикулярных поступательных перемещений столика.

При съемке крупнокристаллических образцов вращение державки с образцом осуществляется системой конической и ременной передач от электромотора СД-2, как и в предыдущем случае.

При съемке образцов в данной камере облучаемый участок образца совпадает с осью кассеты. Это достигается точной установкой кронштейна с державкой образца на передней стойке камеры двумя фиксирующими штифтами. На направляющей 5 устанавливается ловушка 6 для первичного луча, не экранированного образцом.

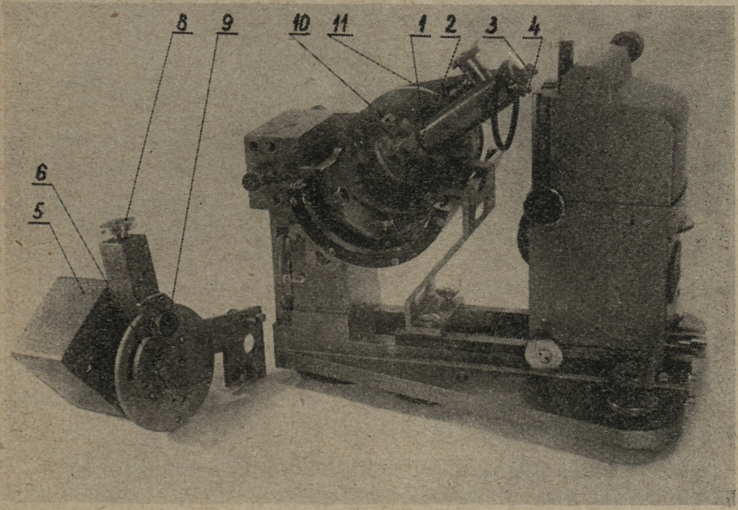


Рис. 5

Вариант камеры для съемки рентгенограмм с плоских образцов (шлифов)

На рис. 5. представлен общий вид камеры, (узел привода для вращения образца показан отдельно слева от камеры). На рис. 6 — узлы и детали камеры.

При съемке плоских образцов вместо микроскопа 3 (рис. 3) на кольце кронштейна устанавливается приспособление для держателя образца 1 (рис. 5 и 6). Образец прижимается к упорному кольцу 2 винтом 3, проходящим через полый валик, на одном конце которого крепится державка с образцом, на другом — шкив 4 для вращения образца при съемке. Вращение образца осуществляется от электромотора, расположенного в коробке 5, через систему конической зубчатой и ременной

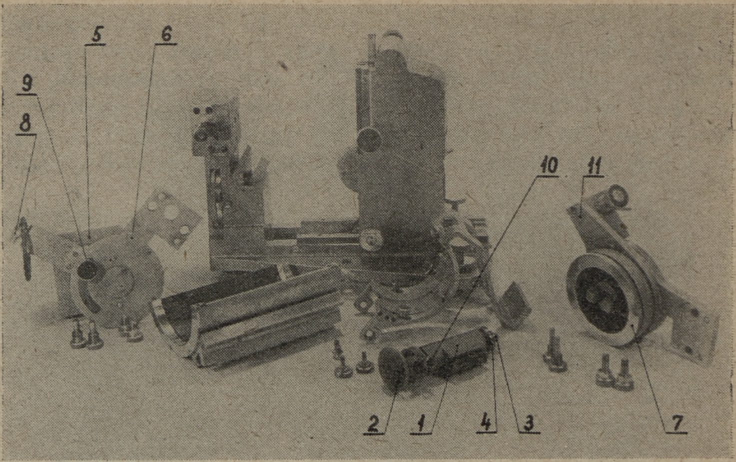


Рис. 6

передач. Передаточный механизм с электромотором смонтирован на кронштейне 6, который крепится двумя винтами на передней стойке камеры.

Облучаемая поверхность шлифа при любом угле наклона образца относительно направления первичного пучка лучей, всегда проходит через осевую линию кассеты. Общее условие фокусировки образца при съемке плоских шлифов осуществляется по формуле Курдюмова [5]. Для установки образца в камере под нужным углом поворотное кольцо 11 кронштейна вместе с державкой 1 и образцом можно поворачивать на углы от 0 до 90°. Центр вращения совпадает с осевой линией кассеты. Угол поворота подсчитывается по шкале, нанесенной на цилиндрическую поверхность кронштейна. Закрепление державки с образцом в нужном положении осуществляется специальным стопорным устройством, принцип действия которого заключается в том, что поворотом кольцевой гайки 7 с конической нарезкой разжимается цилиндрическая поверхность кронштейна, на котором поворачивается кольцо 11 с державкой для образца. Благодаря увеличившимся силам трения поворотное кольцо с державкой для образца прочно фиксируется в установленном положении. Для вращения образца при расположении его под любым углом относительно направления первичного пучка лучей ось приводного шкива 8 посредством поворота ее относительно оси валика электромотора приводится в положение, параллельное оси вращения образца и закрепляется в установленном положении стопорным винтом 9.

Образец вместе с нижней частью державки можно перемещать на расстояние до 4 мм в направлении перпендикулярном направлению оси вращения образца. Это перемещение осуществляется винтами 10. Благодаря образующемуся эксцентрисситету первичный луч облучает вращающийся образец по окружности с радиусом, равным величине созданного эксцентрисситета.

Если поместить в державку рядом с образцом пластинку соответствующего эталонного материала, то при вращении державки часть времени луч будет падать на образец, другую часть времени — на эталон, благодаря чему на пленке можно получить как линии образца, так и линии эталона. Эталон может быть приклеен к задней поверхности упорного кольца 2 клеем БФ-2 и при повторных съемках всегда будет занимать одно и то же положение.

Вариант камеры для обратной съемки образцов различной формы и размеров

На рис. 7 представлен общий вид камеры при съемке на плоскую кассету; на рис. 8 — узлы и детали камеры.

Часто представляет интерес получить полное кольцо отражения, чтобы судить, например, о возможности наличия текстуры у материала образца, характере отражения от мозаичных блоков и т. д.

В этом случае целесообразно производить съемку на плоскую к кассету по методу, предложенному Ю. С. Терминасовым [6] и реализованному в выпускаемых нашей промышленностью камерах типа КРОС-1.

В описываемой конструкции камеры плоская дисковая кассета 1 навинчивается на полый шпиндель 2, который является одновременно и обоймой для сменных диафрагм. Съемка может производиться как на неподвижную, так и на вращающуюся кассету. В последнем случае вращение кассеты осуществляется благодаря вращению шпинделя в шариковых подшипниках от ременной

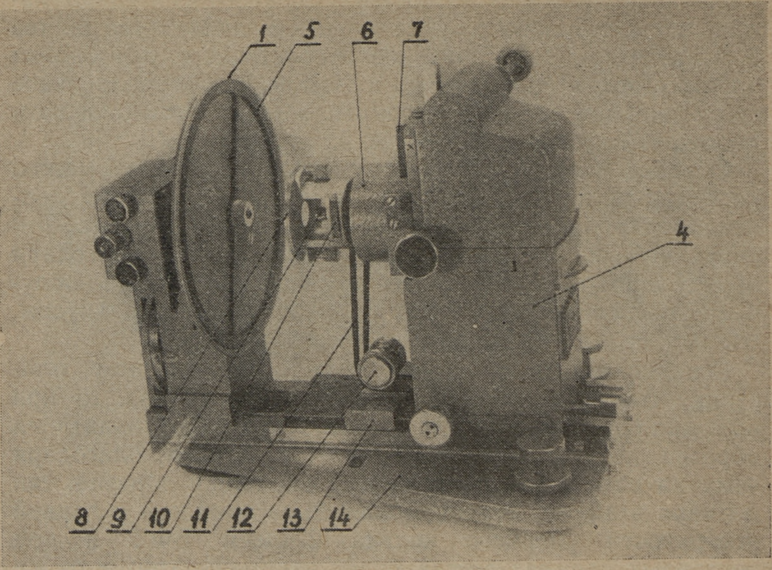


Рис. 7

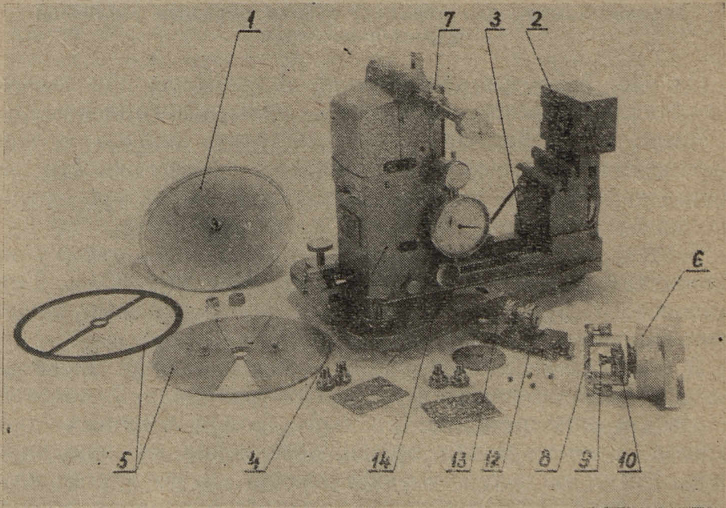


Рис. 8

передачи, перекинутой через шкив шпинделя и шкив приводного продольного валика 3. Продольный валик 3 получает вращение через систему конических и цилиндрических шестерен от электромотора СД-2, расположенного во внутренней полости задней бабки 4 камеры. Кассета 1 снабжена системой сменных крышек—прижимов 5 для пленки, как и камера КРОС-1.

Державка для образца 6 устанавливается на призматической направляющей 7. Образец прижимается к упорному кольцу 8 державки наконечником винта 9 посредством вращения рифленой гайки 10. Державка с образцом может вращаться благодаря ременной передаче 11 от шкива электромотора внутри задней бабки 4 через натяжные ролики 12, которые вместе с колодкой 13 заводятся на призматические направляющие основания камеры 14. Расстояние от образца до кассеты устанавливается по шкале на основании камеры.

На плоскую кассету можно снимать рентгенограммы также и с цилиндрических или конических образцов; в этом случае следует установить другую державку для образца, которая приведена на рис. 1. и 2.

В дополнение к описанным методам съемки рентгеновская камера снабжена также кассетой на четверть окружности, которая позволяет производить съемку цилиндрических образцов в вертикальном положении по методу, описанному В. П. Тэхтом и Л. А. Гликманом [3], рис. 9. При съемке плоских образцов на такую кассету можно осуществить условия фокусировки всех линий, попадающих на пленку и этим существенно снизить время экспозиции при съемке [2].

Для достижения этого образец устанавливается в камере так, чтобы его плоскость была касательной к поверхности кругового цилиндра, по которому огибается пленка (фокусировка по Престону). Коллиматор в этом случае должен давать расходящийся пучок первичных лучей.

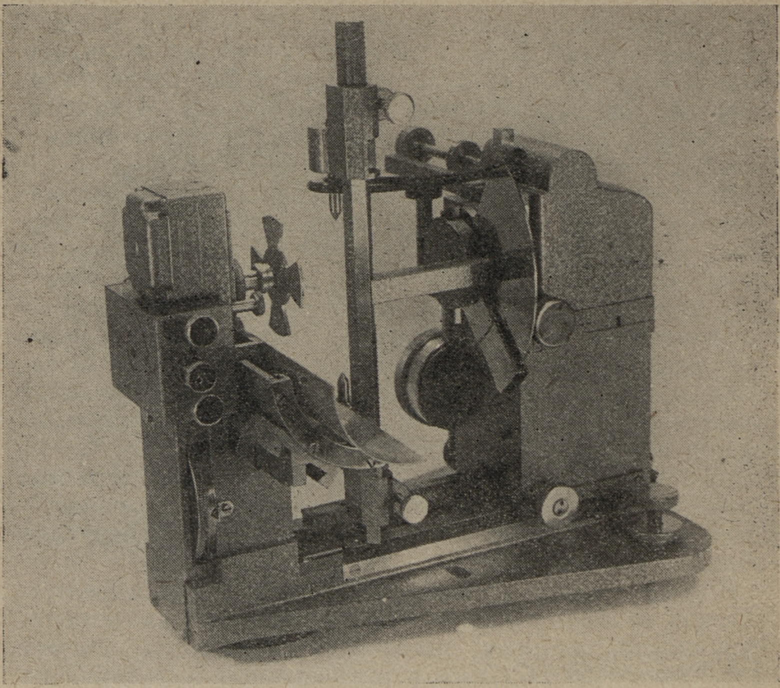


Рис. 9

Пример применения камеры

На рис. 10 приведена серия рентгенограмм, снятых с образца диаметром 7,52 мм для испытания на усталость. Материал образца сталь 10, материал эталона — алюминий. Съемка производилась в камере, приведенной на рис. 1. Расстояние между осевой линией образца и точкой падения первичного луча 2,5 мм. По полученным результатам фотометрирования рентгенограмм установлено, что абсолютная интенсивность линиий при сравнительно небольшом числе циклов возрастает, после чего с дальнейшим увеличением числа циклов понижается. Размытия линий при нагружении симметричным знакопеременным изгибом не наблюдается.

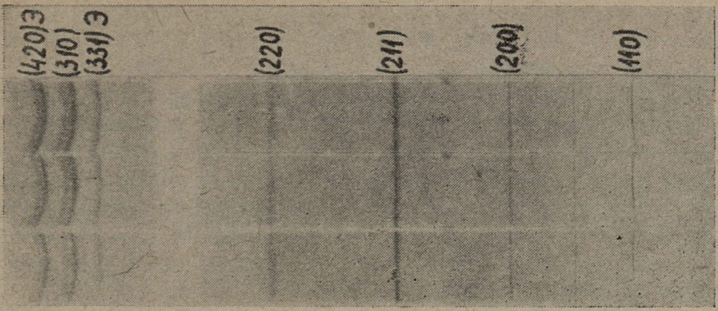


Рис. 10

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отличительной особенностью описанной камеры от существующих является ее универсальность как с точки зрения возможности съемки образцов различной формы и размеров, так и с точки зрения разнообразия методов съемки. Благодаря этому открывается возможность для более многостороннего рентгенографического изучения поликристаллических материалов. Возможность получения на рентгенограммах, снимаемых с крупных цилиндрических образцов, как передних, так и задних линий, позволяет полнее вскрыть особенности изменений, протекающих в материале в результате того или иного внешнего воздействия на него [4].

Комплектация камеры точными измерительными устройствами позволяет уменьшить погрешности рентгеноструктурного исследования и повысить точность результатов анализа.

Отсутствие необходимости в юстировании камеры относительно рентгеновской трубки при переходе к другим методам съемки сокращает время исследования и обеспечивает однотипность условий съемки. Применение в большинстве случаев независимого эталона позволяет получить сведения об абсолютных изменениях рентгеновских характеристик, повышая тем самым достоверность рентгеноструктурного анализа.

Возможность съемки на одну пленку нескольких рентгенограмм снижает погрешности от неоднородных условий фотографической обработки пленки, а также сокращает время на обработку пленки; вместе с тем в известной мере снижается расход пленки на исследования.

Возможность использования одной камеры для съемки образцов различной формы и размеров разными методами в значительной мере позволяет сократить необходимость в наличии специализированных камер разных типов. Возможность быстрой перестройки камеры без дефокусировки относительно рентгеновской трубки имеет особенно большое значение для работы в заводских рентгеновских лабораториях.

Summary

This is the description of a camera allowing by means of a few changes to photograph by different methodes objects of different forms and sizes.

In most cases the photographing is possible simultaneously with etalon photographing, which allows to evaluate the changes in the intensity of the x-ray lines. Each film accommodates as much as ten different pictures. Camera's good adjustments guarantee a high precision of results.

ЛИТЕРАТУРА

1. Китайгородский А. И. Рентгеноструктурный анализ мелкокристаллических и аморфных тел. ГИТТЛ, М.—Л., 1952.
2. Цобкалло С. О. ЖТФ, т. XXVI, вып. 1, 213, 1956.
3. Гликман Л. А. и Тэхт В. П. Сб. «Некоторые вопросы усталостной прочности стали», Машгиз, М.—Л., 1953.
4. Мозберг Р. К. «Труды Таллинского политехнического института», Серия А, № 91, изд. ТПИ, 1957.
5. Уманский Я. С., Трапезников А. К., Китайгородский А. И. Рентгенография, Москва, 1951.
6. Терминасов Ю. С. ЖТФ, 15, 524, 1945.

Тийкма Б.

СВОЙСТВА НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Динамика и геометрия, и в общем — физика и геометрия — тесно связаны между собой. На это обратили внимание крупные математики прошлого века, в первую очередь Н. И. Лобачевский и Б. Риман. Такую взаимную связь показала общая теория относительности Эйнштейна и такие соотношения были исследованы и подтверждены многими учеными настоящего века. Один из современных исследователей этих соотношений Дж. Л. Синдж в своих трудах [1] и [2] обратил внимание на целый ряд линейных элементов, которыми определяется метрика того и другого пространства. Он сам разносторонне изучал так называемые кинематический линейный элемент и линейный элемент действия. Не изучая подробно данный им линейный элемент

$$ds = 2Ldt, \tag{1}$$

где L означает функцию Лагранжа, он намекает на то, что этот линейный элемент имеет некоторые интересные свойства.

В данной статье рассматривается в основном линейный элемент (1) и видоизменения его.

Размерность этого линейного элемента эрг$\times$сек или в технической системе кгмсек, т. е. он обладает размерностью «действия» — энергия $\times$ время или импульс $\times$ длина пути.

1. Свойства пространства определенного данной метрикой

В выражении линейного элемента (1) вместо L можно взять

$$L = T - V. \tag{2}$$

T означает кинетическую энергию системы и не содержит времени в явном виде, V — потенциальная энергия системы.

Принимая

$$T + V = E, \tag{3}$$

где E постоянная величина, можно взять

$$L = E - 2V \text{ и } L = 2T - E. \tag{4}$$

Тогда

$$ds^2 = 4L^2 dt^2 = 4(E - 2V)(2T - E)\, dt^2 \tag{5}$$

или

$$ds^2 = 4(E - 2V)\left[m\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) - E\, dt^2\right] \tag{6}$$

где

$$T = \frac{1}{2} m \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}.$$

Эта однородная дифференциальная квадратичная форма определяет метрику пространства, в котором происходит движение динамической системы с полной энергией E. Компонентами ковариантного метрического фундаментального тензора данного 4-мерного пространства являются

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = 4m(E - 2V),\ g_{44} = -4E(E - 2V)$$
$$g_{ik} = 0 \text{ если } i \neq k. \tag{7}$$

Определитель, составленный из элементов этого фундаментального тензора будет

$$g = -4^4 m E (E - 2V)^4 \tag{8}$$

Соответствующие компоненты контравариантного тензора

$$g^{11} = g^{22} = g^{33} = \frac{1}{4m(E - 2V)},\ g^{44} = -\frac{1}{4E(E - 2V)}$$
$$g^{ik} = 0 \text{ если } i \neq k. \tag{9}$$

Соответствующие символы Кристофеля второго ряда равны:

$$\Gamma_{ll}^{l}=\frac{1}{2}g^{ll}\left(\frac{\partial g_{ll}}{\partial x^{l}}+\frac{\partial g_{ll}}{\partial x^{l}}-\frac{\partial g_{ll}}{\partial x^{l}}\right)=-\frac{1}{E-2V}\frac{\partial V}{\partial x^{l}};$$

$\Gamma_{ll}^{4}=0$ т. к. V не зависит от t;

$$\Gamma_{ll}^{i}=\frac{1}{E-2V}\frac{\partial V}{\partial x^{i}};\ \Gamma_{44}^{i}=-\frac{1}{E-2V}\frac{E}{m}\frac{\partial V}{\partial x^{i}}; \tag{10}$$

$$\Gamma_{il}^{i}=\Gamma_{li}^{i}=-\frac{1}{E-2V}\frac{\partial V}{\partial x^{l}},\ l\neq 4;\ \Gamma_{l4}^{i}=0;$$

$$\Gamma_{4l}^{4}=\Gamma_{l4}^{4}=-\frac{1}{E-2V}\frac{\partial V}{\partial x^{l}};\ l\neq 4;\ \Gamma_{ik}^{l}=0.$$

В частности

$$\Gamma_{1l}^{1}+\Gamma_{2l}^{2}+\ldots+\Gamma_{4l}^{4}=-\frac{4}{E-2V}\frac{\partial V}{\partial x^{l}},\quad l\neq 4. \tag{11}$$

Дифференциальные уравнения геодезических линий принимают в данном конкретном случае следующий вид

$$\frac{d^2x^i}{dt^2}+\frac{1}{m}\frac{\partial V}{\partial x^i}=0,\ i=1,2,3. \tag{12}$$

Итак видно, что геодезические линии в пространстве с данной метрикой (1) являются динамическими (актуальными) траекториями.

Чтобы найти инвариант тензора кривизны R надо выписать тензор Риччи R_{ik} и затем свернуть его; получаем:

$$R=g^{ik}R_{ik} \tag{13}$$

Так как фундаментальный тензор имеет только 4 отличных от нуля составляющих, то для вычисления R необходимо знать 4 составляющие тензора Риччи.

Применив формулу (11), получаем для первого члена

$$\frac{\partial \Gamma_{1s}^{s}}{\partial x^{i}} = -\frac{8}{(E-2V)^2}\left(\frac{\partial V}{\partial x^{i}}\right)^2 - \frac{4}{E-2V}\,\frac{\partial^2 V}{\partial x^{i2}}, \tag{14}$$

Для нахождения второго члена воспользуемся формулами:

$$\frac{\partial \Gamma_{ii}^{i}}{\partial x^{i}} = \frac{2}{E-2V}\left(\frac{\partial V}{\partial x^{i}}\right)^2 + \frac{1}{E-2V}\,\frac{\partial^2 V}{\partial x^{i2}} \tag{15}$$

$$\frac{\partial \Gamma_{ii}^{l}}{\partial x^{l}} = -\frac{2}{(E-2V)^2}\left(\frac{\partial V}{\partial x^{l}}\right)^2 - \frac{1}{E-2V}\,\frac{\partial^2 V}{\partial x^{l2}} \tag{16}$$

Итак, например, получается для R_{11}

$$R_{11} = -\frac{6}{(E-2V)^2}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 - \frac{1}{E-2V}\left[3\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right] \tag{17}$$

а по симметричной аналогии

$$R_{22} = -\frac{6}{(E-2V)^2}\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{E-2V}\left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + 3\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right] \tag{18}$$

и

$$R_{33} = -\frac{6}{(E-2V)^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{E-2V}\left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + 3\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right] \tag{19}$$

Четвертая составляющая тензора Риччи имеет вид

$$R_{44} = \frac{E}{m}\,\frac{1}{E-2V}\left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right]. \tag{20}$$

Окончательно искомый инвариант

$$R = -\frac{3}{2m(E-2V)^2}\left[\frac{1}{E-2V}\left(\nabla V\right)^2 + \nabla^2 V\right], \tag{21}$$

где ∇ — известный дифференциальный оператор Гамильтона.

2. Видоизменения данного линейного элемента

Исходя из выражения (1), можно преобразовать множитель L аддитивно, например, прибавить к нему постоянное число K. Тогда (1) принимает новый вид

$$ds = (K + T - V)dt. \tag{22}$$

Этот линейный элемент тоже имеет размерность действия. Взяв

$$E = K + T + V, \tag{23}$$

имеем

$$K + T - V = E - 2V \text{ или } K + T - V = 2K - E + 2T. \tag{24}$$

Итак

$$ds^2 = (E - 2V)(h + 2T)dt^2, \text{ где } h = 2K - E = \text{const}. \tag{25}$$

В данном случае скалярная кривизна R имеет форму

$$R = \frac{6}{(E-2V)^2 m}\left[\frac{1}{E-2V}(\nabla V)^2 + \nabla^2 V\right]. \tag{26}$$

Это выражение отличается от (21) только множителем — там было 3/2, здесь 6.

Но если, взяв за линейный элемент

$$ds = (K + V - T)dt \tag{27}$$

и

$$E = K + T + V,$$

то

$$R = \frac{6}{(h+2V)^2 m}\left[\frac{1}{h+2V}(\nabla V)^2 - \nabla^2 V\right]$$

и

$$ds^2 = -(h + 2V)m(dx^2 + dy^2 + dz^2) + (h + 2V)E\,dt^2 \tag{28}$$

Предполагая теперь, что в этих трех пространствах кривизна R будет нуль, то для (1) и (22)

$$\frac{1}{E-2V}(\nabla V)^2 + \nabla^2 V = 0 \tag{29}$$

для (27)

$$\frac{1}{h+2V}(\nabla V)^2 - \nabla^2 V = 0. \tag{30}$$

Обозначив $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, увидим, что квадрат и расхождение градиента примут вид

$$(\nabla V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 \text{ и } \nabla(\nabla V) = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{\partial V}{\partial r}\frac{2}{r} \tag{31}$$

Обозначив $\frac{dV}{dr}$ через V^1 и $\frac{d^2V}{dr^2}$ через V^{11}, получим дифференциальные уравнения:
в случае (1) и (22)

$$V'' + \frac{2}{r}V' + \frac{1}{E-2V}V'^2 = 0 \tag{32}$$

и в случае (27)

$$V'' + \frac{2}{r}V' - \frac{1}{h+2V}V'^2 = 0. \tag{33}$$

3. Применение принципа «кратчайшего расстояния»

Рассмотрим первую вариацию скалярной кривизны R.

Если линейный элемент обладает размерностью длины (к которому можно его привести, разделив его на выражение $E \cdot m$) то размерность кривизны R будет $[cm^{-2}]$, а выражение

$$R \cdot dx\, dy\, dz \tag{34}$$

имеет размерность длины. Следовательно можно говорить о принципе «кратчайшего расстояния»

$$\delta \int_D R\, dx\, dy\, dz = 0. \tag{35}$$

В этой задаче варируется переменная V, которая сама зависит от трех независимых переменных x, y и z. Следовательно этой вариационной задаче соответствует дифференциальное уравнение Эйлера-Лагранжа

$$\frac{\partial R}{\partial V} - \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial R}{\partial \frac{\partial V}{\partial x_i}} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}\frac{\partial R}{\partial\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_i^2}\right)} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \tag{36}$$

Это дифференциальное уравнение в случаях (21) и (26) будет иметь следующий вид

$$\frac{3}{E-2V}(\nabla V)^2+\nabla^2 V=0\,, \tag{37}$$

которое с помощью формулы (31) преобразуется в дифференциальное уравнение

$$V''+\frac{2}{r}V'+\frac{3}{E-2V}(V')^2=0. \tag{38}$$

В случае (28) это уравнение будет

$$V''+\frac{2}{r}V'-\frac{3}{h+2V}(V')^2=0. \tag{39}$$

Найдя из этих дифференциальных уравнений (38) и (39) функцию $V(r)$ и сравнивая ее в первом приближении с Ньютоновым потенциалом, можно изучить механические движения в центрально-симметрическом гравитационном поле.

Приняв еще гипотезу, что

$$E=\frac{mc^2}{2}, \tag{40}$$

где c — скорость света, можно например вычислить секулярное перемещение перигелия планеты Меркурия. Таким способом автор получил для секулярного перемещения перигелия Меркурия 41,6″, —число, которое соответствует числам Леверье (1845), Ньюкэмба (1898) и Эйнштейна.

При этом были сделаны три допущения: 1. в данном пространстве имеется метрика (1), 2. вариация скалярной кривизны равна нулю и 3. $E=\frac{mc^2}{2}$. (40a)

Еще интересно заметить, что если в выражении ds, R или в уравнениях (38) и (39) вместо E появляется величина $2E$, например в линейных элементах

$$ds^2=2(E-V)Tdt^2 \tag{41}$$

$$ds^2=2(E-V)(K+T)dt^2 \tag{42}$$

(т. н. линейные элементы действия), то в таких случаях придется взять

$$E=mc^2. \tag{43}$$

4. Сравнение данных линейных элементов с интегралом Э. Б. Шильдрупа

Линейному элементу (25) можно придать следующий вид

$$ds = \sqrt{2C - 2V}\,\sqrt{2T - 2(h_1 - C)}\,dt, \tag{44}$$

где $2C = E$ и $-2(h_1 - c) = h$.

Дальше

$$ds = 2\sqrt{C - V}\,\sqrt{T - (h_1 - C)}\,dt$$

или (45)

$$ds = 2\sqrt{V - C}\,\sqrt{h_1 - (C + T)}\,dt.$$

Подстарив вместо $V - C$ просто V и вместо $C + T$ T, получаем

$$ds = 2\sqrt{V}\,\sqrt{h_1 - T}\,dt. \tag{46}$$

Правая часть этого линейного элемента получена Шильдрупом [3] в ходе применения вариационного принципа, а именно он получает интегралы

$$\int \sqrt{h_1 - V}\,\sqrt{T}\,dt \quad \text{и} \quad \int \sqrt{V}\,\sqrt{h_1 - T}\,dt, \qquad (47)\ (48)$$

рассматривая принцип Гамильтона и применяя выражения

$$T + V = h_1 \tag{49}$$

$$\frac{\sqrt{h_1 - V}}{\sqrt{T}} = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{h_1 - V}} = 1 \quad \text{и} \tag{50}$$

и

$$-\frac{\sqrt{V}}{\sqrt{h_1 - T}} = -\frac{\sqrt{h_1 - T}}{\sqrt{V}} = -1 \tag{51}$$

Первый интеграл (47) напоминает интеграл действия Якоби. При втором интеграле Шильдруп делает подстановку

$$h_1 = \frac{mc^2}{2}, \tag{52}$$

где m — единичная масса. Тогда подинтегральное выражение принимает вид

$$\sqrt{V} \sqrt{c^2 dt - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2} . \tag{53}$$

Здесь второй множитель представляет собой «временно-подобный» линейный элемент специальной теории относительности. Из (51) видно, что линейный элемент (25) отличается от (53) множителем 2. Для (1) можно показать, что этот линейный элемент в 4 раза больше, чем (53).

Рассмотренные нами линейные элементы получены из линейного элемента действия с помощью аддитивных преобразований. Шильдруп получает свое подинтегральное выражение, так сказать, мультипликативным способом, преобразуя выражение (50). Также можно сказать, что исходя из вышеупомянутых линейных элементов или из подинтегрального выражения Шильдрупа, можно вывести одни и те же выражения для кривизны R и связанного с ней вариационного принципа. Далее можно получать, например, для секулярного перемещения перигелия Меркурия одно и то же численное значение, которое совпадает с числом из теории относительности. Но такое согласие не является неожиданным, так как (53) содержит «релятивистский элемент пути».

Из сказанного следует, что, исходя из классической механики, применяя соответственно выбранный линейный элемент и тензорные методы, можно получить некоторые численные результаты с той же погрешностью, с какой они получились другими методами.

SUMMARY

The present article gives a short account of the study of the properties of the line element (1) and of some of its modifications. To investigate the properties of the spaces the metrics of which are defined by these line elements, the author has calculated the Christoffel symbols of the second kind, tensors of Ricci and scalars of the Riemannian-Christoffel curvature R. Differential equations (32, 33) which determined the potential V, are deduced supposing that R is zero. Further the variation principle of the quantity R is used by means of which the Euler-Lagrange differential equations (37) are evaluated.

By making use of the hypothesis (40) for the total energy E, the function V which has been the solution of the differential equation, is compared in the first approximation with the Newtonian potential. In this way, for example, the numerical value of the secular displacement of the perihelion of the planet Mercury has been calculated, which coincides with the numerical value obtained by means of the general theory of relativity.

The transformations of the line elements (1, 22, 27) show that they differ only by a constant from E. Schieldrop's expression of the integrand (48). E. Schieldrop obtained this expression applying the action integrals. On the other hand, his expression can be carried over to the form of the abovementioned line elements. However, Schieldrop's expression contains as a factor of the special relative theory, «time — like path element». Taking into consideration these relations, we may conclude that in the classical mechanics by applying the tensor methods and making some hypothesis (40 a), results may be obtained which formerly had been obtained in another way.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. L. Synge On the Geometry of Dynamics, Phil. Trans. Roy. Soc., London, A 226, 1926.
2. Дж. Л. Синдж. Тензорные методы в динамике, 1947.
3. E. B. Schieldrop A. Principle in Classical Mechanics, with a «Relativistic Pathelement», Proc. Cambridge Phil. Soc. 51, N 3, 1955.

Шульц. К.

ОПЫТЫ ПО ИЗГОТОВЛЕНИЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТЕНЗОМЕТРОВ

Для измерения деформации в деталях и конструкциях в последнее время стали широко применять проволочные тензометры сопротивления. Если не имеется возможности заказать тензометры в централизованном порядке, то их можно изготовить самому. Ниже описывается один из способов изготовления и градуировка тензометров сопротивления. Предлагаемый опыт может быть полезен при изготовлении и применении тензометров сопротивления.

Работа тензометров сопротивления основывается на изменении сопротивления датчика, которое измеряется при помощи чувствительного измерительного прибора (например моста).

Сопротивление проволоки, из которой изготовлен датчик, можно записать

$$R = \varrho \frac{l}{S}, \tag{1}$$

где ϱ — удельное сопротивление,

l — длина проволоки,

S — поперечное сечение проволоки.

Датчик, установленный на деформируемый материал, деформируется вместе с ним. Считая, что в формуле (1) все величины переменные [2], получим после диференцирования

$$dR = \frac{\varrho S dl + l S d\varrho - l \varrho dS}{S^2}. \tag{2}$$

Изменение объема проволоки

$$dV = Sdl + ldS \tag{3}$$

С другой стороны

$$dV = V_1 - V_0 = (S + dS)\,(l + dl) - Sl =$$
$$= S\,(1 - \mu\varepsilon)^2 l\,(1 + \varepsilon) - Sl, \tag{4}$$

где μ — коэффициент Пуассона,

ε — относительная продольная деформация

и $dS = S_1 - S_0 = (a - \Delta a)^2 - a^2 = \Delta a^2 - 2a \cdot \Delta a$

$$\frac{dS}{S} = \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 - 2\frac{\Delta a}{a} = \mu^2\varepsilon^2 - 2\mu\varepsilon.$$

При малых деформациях

$$dV = lS\,\varepsilon(1 - 2\mu) = Sdl\,(1 - 2\mu). \qquad (5)$$

Из формул (3) и (5)

$$ldS = -Sdl \cdot 2\mu$$

После постановки в формулу (2) получим

$$dR = \frac{\varrho dl\,(1 + 2\mu)}{S} + \frac{ld\varrho}{S}. \qquad (6)$$

Из формул (6) и (1) находим выражение для коэффициента тензочувствительности проволоки

$$k = \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{dl}{l}} = 1 + 2\mu + \frac{\frac{d\varrho}{\varrho}}{\frac{dl}{l}}. \qquad (7)$$

Зная экспериментально определяемый коэффициент κ, можно измерить деформации по изменению сопротивления датчика.

Датчики изготовлены из константановой проволоки диаметром 0,03 мм и сопротивлением 720 ом/м

Намотка датчиков происходит при помощи намоточной машины, сконструированной и изготовленной лаборантом лаборатории испытания материалов А. Лемба (Рис. 1 и 2).

На держатели иголок устанавливается жестяная пластинка, позволяющая намотать датчик с базой в 20 мм. В пластинке имеются прорезы, сквозь которые могут подниматься иголки. К пластинке двумя краями приклеивается папиросная бумага толщиной 0,02 мм. Один конец проволоки закрепляют винтом, имеющимся на пластинке. При намотке проволоки на папиросную бумагу проволоку удерживают поднимающиеся иголки. К концам намотанной проволоки припаиваются выводы. Материалом для выводов были использованы пластинки конденсатора из бронзы толщиной 0,05 мм, разрезанные на четыре части. Ширина выводов получается примерно

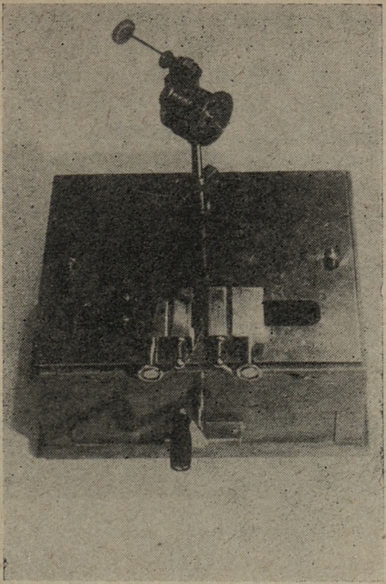


Рис. 1

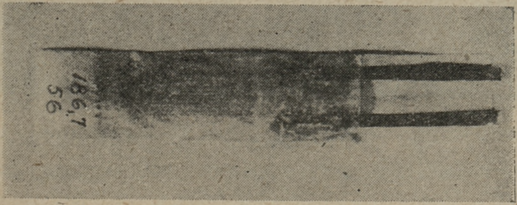


Рис. 2

1,7 мм. Концы выводов предварительно лудятся в ванне. Расположение выводов фиксируется линиями, нанесенными на пластинку. Необходимо избегать продолжительной пайки, так как тонкая проволока может перегореть. После пайки выводов проводится клейка. В качестве клея применяется раствор целлулойда в ацетоне. Иголки клеем не покрываются, так как при вытаскивании приклеенные иголки рвут проволоку. После высыхания клея сверху наклеивают папиросную бумагу так, чтобы клей не попал на иголки. После последующего нового высыхания вытаскивают иголки и заклеивают края, где были иголки так, чтобы остались свободными концы выводов примерно на 2/3 своей длины. Если намотку после первой клейки снять с иголок, то при последующем наклеивании папиросной бумаги старый клей размягчается, намотка искривляется и может местами закоротиться. После сушки на воздухе датчики укладывались под пресс. Спустя сутки края тензометров подрезались до требуемых размеров и измерялось сопротивление тензометров. Датчики (Рис. 3 и 4) имели сопротивление в пределах от 185 до 189 ом.

Для измерений был изготовлен мост, схема которого показана на рис. 5. Переключатель позволяет измерять

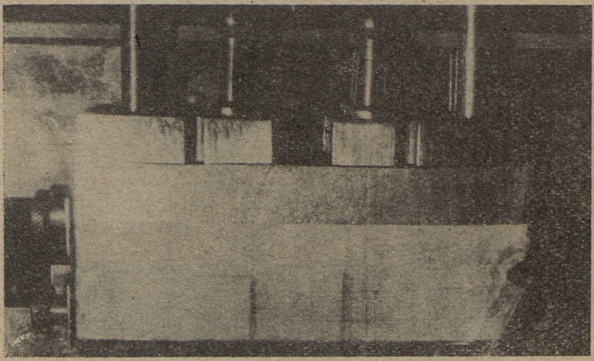


Рис. 3

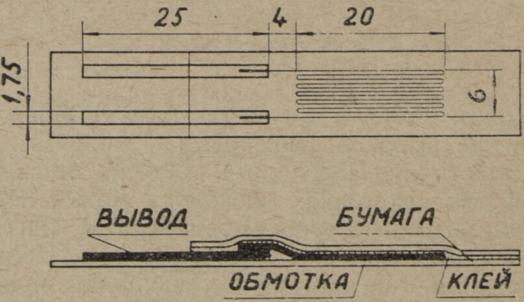


РИС. 4

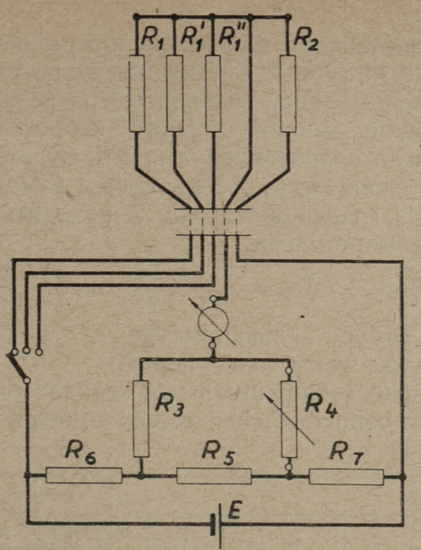


РИС. 5

сопротивление нескольких тензометров подряд, — в данном случае трех тензометров.

Измерительным прибором служил зеркальный гальванометр, данные которого были неизвестны. Для градуировки гальванометра была составлена схема, показанная ни рис. 6. Ток, текущий через гальванометр и микроамперметр, регулировался изменением напряжения и сопротивления. Сопротивление $R_{\check{s}} = \infty$. Данные приведены в таблице 1. Для определения внутренного сопротивления галь-

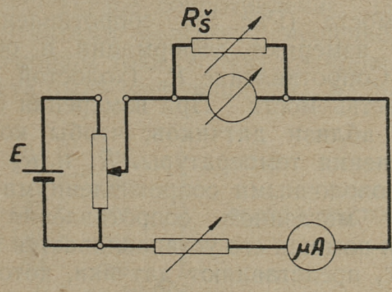


РИС. 6

ванометра применялся шунт. При неизменном токе через микроамперметр ($2\mu A$), изменяется сопротивление шунта до тех пор, пока отброс гальванометра не станет равным точно половине первоначального отброса (т. е. при $R_s = \infty$). Тогда сопротивление шунта будет равно сопротивлению гальванометра. Результаты измерения даны в таблице 2. Из графиков на рис. 7. находим, что чувствительность гальванометра

$$S = \frac{a - a_0}{I_g \cdot L} = \frac{77{,}7 - 54{,}8}{2{,}0 \cdot 1{,}91} = 6 \frac{см}{\mu A \cdot м}. \qquad (8)$$

$a - a_0$ — отброс гальванометра,

I_g — ток через гальванометр,

L — расстояние шкалы до зеркала гальванометра.

Внутреннее сопротивление гальванометра 64 ом.

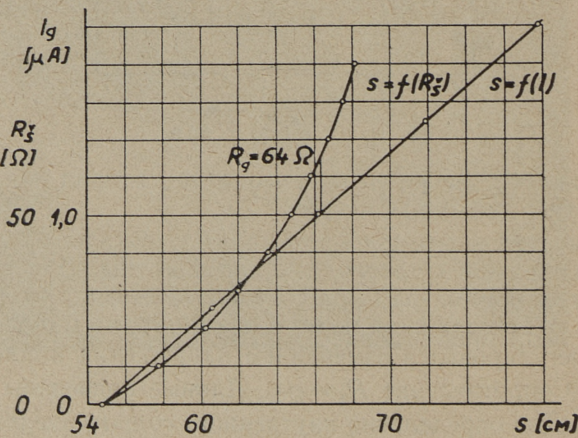


РИС. 7

На схеме моста (Рис. 5), сопротивления (датчики) R_1, R_1' и R_1'' измеряют деформации и образуют одну ветвь моста. Сопротивление R_2 (холостой датчик) образует другую ветвь моста. При измерении сопротивление R_2 находится вблизи датчиков, чтобы компенсировать влияние изменения температуры. R_3 и R_5 являются постоянными проволочными сопротивлениями. R_4 является прецизионным магазином сопротивления от 0,1 до 10 000 ом. При помощи его устанавливается нулевая точка моста. R_6 и R_7 представляют датчики, которые монтированы в мост.

Таблица 1

№№ пп.	Показание микроамперметра μA	Отсчет по шкале гальванометра см
1	2	3
1	0	54,8
2	0,5	60,6
3	1,0	66,2
4	1,5	71,9
5	2,0	77,7
6	2,5	83,4
7	0	54,9

Таблица 2

№№ пп.	Показание микроамперметра μA	R_{ξ} ом	Отсчет по шкале гальванометра см
1	2	3	4
1	2,0	0	54,75
2	2,0	10	57,8
3	2,0	20	60,2
4	2,0	30	62,05
5	2,0	40	63,6
6	2,0	50	64,8
7	2,0	60	65,85
8	2,0	70	66,75
9	2,0	80	67,50
10	2,0	90	68,15
11	2,0	63,5	66,2

Трехпозиционный переключатель имеет ползунок с пружинными контактами, обеспечивающими неизменное и маленькое контактное сопротивление. Переключатель с плохими контактами вызывает смещение нулевой точки моста. Источником тока служит свинцовый аккумулятор. Данные моста были следующие: R_1, R_1', R_1'' и R_2 зависят от датчика,

$$\left.\begin{aligned} R_3 &= 104{,}5 \text{ ом}, \\ R_5 &= 5{,}67 \text{ ом}, \\ R_6 &= 185{,}6 \text{ ом}, \\ R_7 &= 185{,}8 \text{ ом}, \\ R_8 &= 64 \text{ ом}, \end{aligned}\right\} \text{ всегда постоянные}$$

$$R_4 = 0{,}1 \text{ до } 10\,000 \text{ ом}.$$

При расчетах мост редуцирован с преобразованием треугольника в звезду на четырехплечный мост, где сопротивления (Рис. 8, 9)

$$R_{\mathrm{I}} = R_1, \tag{9}$$

$$R_{\mathrm{II}} = R_2, \tag{10}$$

$$R_{\mathrm{III}} = R_6 + R_c = R_6 + \frac{R_3 \,.\, R_5}{R_3 + R_4 + R_5}, \tag{11}$$

$$R_{\mathrm{IV}} = R_7 + R_b = R_7 + \frac{R_4 \,.\, R_5}{R_3 + R_4 + R_5}, \tag{12}$$

$$R_o = R_g + R_a = R_g + \frac{R_3 \,.\, R_4}{R_3 + R_4 + R_5}. \tag{13}$$

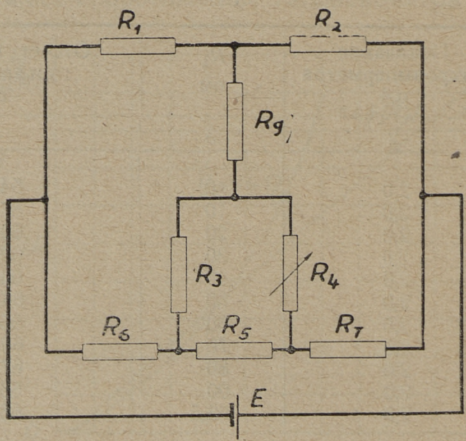


РИС. 8

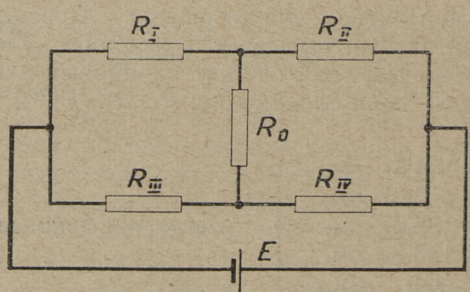


РИС. 9

На основе законов Кирхгофа определяем протекающий через гальванометр ток.

$$I_g = \frac{(R_I R_{IV} - R_{II} R_{III})\, U}{R_o(R_I + R_{II})(R_{III} + R_{IV}) + R_I R_{II} R_{III} + R_{II} R_{III} R_{IV} + R_{III} R_{IV} R_I + R_{IV} R_I R_{II}}. \tag{14}$$

При измерениях изменяется сопротивление датчика R_1, укрепленного на деформируемую деталь, на ΔR. При калибровке моста заранее известное изменение сопротивления ΔR достигалось шунтированием сопротивления R_1 известным сопротивлением R_p. Зная R_p и R_1, можно вычислить R. С изменением ΔR изменяется и ток I_g, который определяем измерениями и расчетами. В результате получаем зависимость I_g от ΔR, что позволяет определить константу k, а сравнение результатов покажет правильность схемы.

Примененные в работе датчики имели следующие сопротивления

$$R_1 = 185{,}4 \text{ ом}, \; R_1' = 183{,}2 \text{ ом}, \; R_2 = 184{,}6 \text{ ом}.$$

При равновесии моста соответствующие значения сопротивления R_4 были:

$$R_4 = 79{,}8 \text{ ом и } R_4' = 95{,}2 \text{ ом}.$$

Тогда:

$$R_I = 185{,}4 \text{ ом},$$

$$R_{II} = 184{,}6 \text{ ом},$$

$$R_{III} = 185{,}6 + \frac{104{,}5 \,.\, 5{,}67}{104{,}5 + 79{,}8 + 5{,}67} = 108{,}7 \text{ ом},$$

$$R_{IV} = 185{,}8 + \frac{79{,}8 \,.\, 5{,}67}{190} = 185{,}8 + 2{,}4 = 188{,}2 \text{ ом},$$

$$R_o = 64 + \frac{104{,}5 \,.\, 79{,}8}{190} = 64 + 43{,}8 = 107{,}8 \text{ ом}.$$

По формуле (14)

$$I_g = \frac{(188{,}2\, R_1 - 3{,}48 \,.\, 10^4)\, U}{14{,}61 \,.\, 10^4 R_1 + 13{,}81 \,.\, 10^6} = 0.$$

Если R_1 изменяется на ΔR, то

$$I_g = \frac{188{,}2 \,.\, \Delta R \,.\, U}{40{,}91 \,.\, 10^6 + 14{,}53 \,.\, 10^4 \,\Delta R} \text{ амп.} \qquad (15)$$

При R_1'

$$I_g = \frac{188{,}5 \,.\, \Delta R \,.\, U}{41{,}74 \,.\, 10^6 + 14{,}84 \,.\, 10^4 \,\Delta R} \text{ амп.} \qquad (16)$$

Напряжение $U = 2{,}08$ в.

R определяем из соотношения

$$R_1 - \Delta R = \frac{R_p \cdot R_1}{R_p + R_1}, \qquad (17)$$

откуда $\Delta R = \dfrac{R_1^2}{R_1 + R_p}$. (18)

Результаты опыта приведены в таблице 3.

Исправления в строках 5 и 11 обусловлены применением прямой шкалы вместо круговой. Отсчет по круговой шкале:

$$n_0 = n - \frac{n^3}{3L^2}, \qquad (19)$$

где n отсчет по прямой шкале. При измерении расстояние между шкалой и зеркалом гальванометра было $L = 126$ см.

Подобные измерения были проведены также с датчиками $R_1 = 190{,}2$ ом, $R'_1 = 188{,}9$ ом и $R_2 = 189{,}5$ ом.

На основе полученных данных построен график $I_g = f(\Delta R)$ (Рис. 10). Результаты, полученные измерением и расчетным путем, отличаются максимально на $\pm$ 4%.

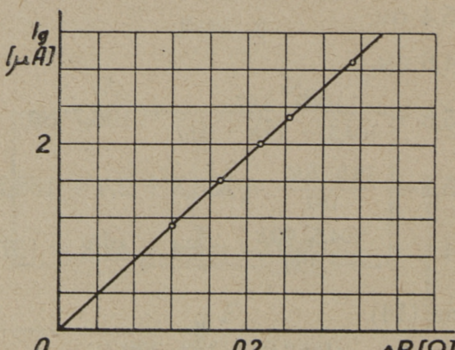


РИС. 10

Таблица 3

№№ пп.	R_p ом	$R_1 = 185{,}4$ ом						$R_1' = 183{,}2$ ом					
		R_1 ом	отсчет по прямой шкале см	коэф. испр.	отсчет по круговой шкале см	ток по микроамперметру μA	ток по расчету μA	R_1' ом	отсчет по прямой шкале см	коэф. испр.	отсчет по круговой шкале см	ток по микроамперметру μA	ток по расчету μA
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	200 000	0,172	12,1	0,997	12,1	1,60	1,65	0,167	11,8	0,997	11,8	1,56	1,57
2	190 000	0,181	12,8	0,997	12,8	1,70	1,73	0,176	12,5	0,997	12,5	1,66	1,66
3	180 000	0,191	13,5	0,996	13,5	1,79	1,83	0,186	13,2	0,996	13,2	1,75	1,75
4	170 000	0,203	14,2	0,996	14,2	1,88	1,94	0,197	13,9	0,996	13,9	1,84	1,85
5	160 000	0,215	15,1	0,995	15,1	2,00	2,06	0,209	14,8	0,995	14,7	1,95	1,97
6	150 000	0,229	16,2	0,995	16,1	2,14	2,19	0,224	15,8	0,995	15,7	2,08	2,11
7	140 000	0,246	17,4	0,994	17,3	2,29	2,36	0,239	16,9	0,994	16,8	2,22	2,25
8	130 000	0,265	18,7	0,993	18,4	2,44	2,54	0,259	18,2	0,993	18,1	2,40	2,44
9	120 000	0,286	20,3	0,991	20,1	2,86	2,64	0,279	19,8	0,991	19,7	2,61	2,62
10	110 000	0,312	22,1	0,990	21,9	2,90	2,96	0,305	21,5	0,990	21,3	2,82	2,87
11	100 000	0,343	24,3	0,988	24,1	3,19	3,28	0,335	23,7	0,988	23,5	3,11	3,15
12	90 000	0,382	27,1	0,986	26,7	3,54	3,65	0,373	26,3	0,986	26,0	3,44	3,51
13	80 000	0,430	30,5	0,980	29,9	3,96	4,12	0,419	29,9	0,980	29,4	3,89	3,94
14	70 000	0,492	35,0	0,974	34,1	4,52	4,71	0,478	34,3	0,974	33,4	4,42	4,50
15	60 000	0,572	41,2	0,965	39,8	5,27	5,47	0,558	40,3	0,965	38,9	5,15	5,25

Градуировка прибора проведена с балкой на двух опорах, нагруженной симметричными силами. (Рис. 11.).

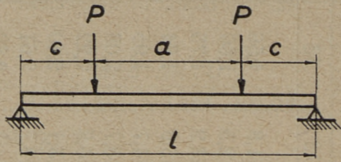


РИС. 11

Площадь поперечного сечения балки $b \times h = 6 \times 31{,}7\ мм^2$.

Момент сопротивления

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{31{,}7 \cdot 6^2}{6} = 190{,}2\ мм^3.$$

Стрела прогиба

$$f = \frac{P \cdot c}{E \cdot l}(3a^2 + 8c^2 + 12ac)\frac{1}{24} = 5{,}02 \cdot 10^5 \frac{P}{E}\ см.$$

Момент инерции

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{31{,}7 \cdot 6^3}{12} = 572\ мм^4.$$

Датчики приклеены к балке клеем БФ-2 на середине балки.

Возникающий при нагрузке прогиб измеряется микрометренным индикатором.

Модуль упругости выражается через стрелу прогиба f:

$$E = \frac{5{,}02 \cdot 10^5 \cdot P}{f} \frac{kG}{см^2}$$

Максимальное нормальное напряжение в балке

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{P \cdot c}{W} = \frac{P \cdot 25}{0{,}190} = 131{,}5 \cdot P \frac{kG}{см^2}.$$

Относительное удлиннение или укорочение

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{131{,}5 \cdot P \cdot f}{5{,}02 \cdot 10^5 \cdot P} = 2{,}62 \cdot 10^{-4} f.$$

Отсюда коэффициент тензочувствительности

$$k = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\varepsilon}.$$

Результаты градуировки приведены в таблице 4. и на рис. 13 и 12.

Таблица 4

№№ пп	Нагрузка P кГ	Тензометры, работающие на расстяжение. $R_1 = 186,3$ ом: $f \cdot 10^{-3}$ см	$\varepsilon \cdot 10^{-5}$	Отсчет гальванометра см	$\frac{\Delta R}{R} \cdot 10^{-5}$	K из графика	$R_1' = 188,9$ ом: Отсчет гальванометра см	$\frac{\Delta R}{R} \cdot 10^{-5}$	K из графика
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	0,5	124	3,25	1,0	5,22	Рис. 12	1,1	5,68	
2.	1	245	6,42	2,1	11,0		2,3	11,9	
3.	1,5	366	9,60	3,2	16,7		3,4	17,6	
4.	2	486	12,7	4,3	22,5		4,5	23,3	
5.	2,5	587	15,4	5,5	28,7	1,95	5,4	27,9	1,95
6.	3,0	728	19,1	6,7	35,0		6,8	35,1	
7.	3,5	851	22,3	8,0	41,8		8,2	42,4	
8.	4,0	974	25,5	9,1	47,5		9,4	48,6	
9.	4,5	1095	28,7	10,4	54,4		10,6	54,8	
10.	5,5	1339	35,1	12,6	65,8		13,0	67,2	
		Тензометры, работающие на сжатие							
11.	0,5	125	3,28	0,9	4,71		0,9	4,64	
12.	1	243	6,36	2,1	11,0	Рис. 13.	2,1	10,80	
13.	1,5	365	9,55	3,4	17,8		3,4	17,5	
14.	2	486	12,7	4,6	24,1		4,7	24,2	
15.	2,5	608	15,9	5,7	29,8	1,98	5,7	29,4	1,98
16.	3,0	729	19,1	6,9	36,1		7,0	36,1	
17.	3,5	849	22,2	8,0	41,8		8,2	42,3	
18.	4,0	969	25,4	9,3	48,7		9,3	48,0	
19.	4,5	1092	28,6	10,5	55,0		10,8	55,7	
20.	5,5	1338	35,1	12,8	67,0		13,2	68,1	

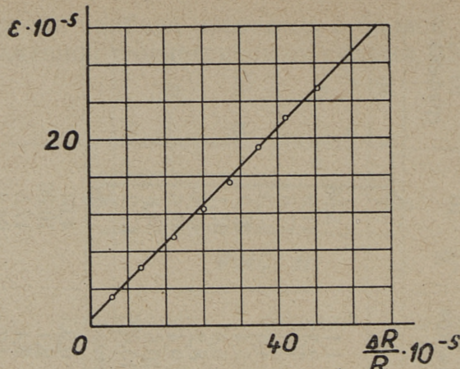


РИС. 12

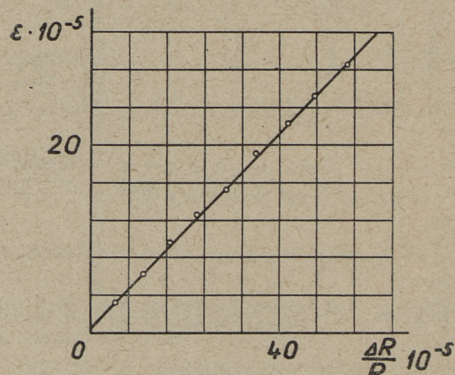


РИС. 13

Опыты были проведены с расстягивающими и сжимающими напряжениями.

Результаты.

1. Изготовлены тензометры и аппаратура для измерения. деформаций.

2. Сделан теоретический подсчет измерительной схемы. Полученные экспериментальные результаты отличаются от расчетных максимально на 4%.

3. Градуировка прибора проведена на балке. Датчики испытывались на сжатие и растяжение. Полученные коэффициенты тензочувствительности были при растяжении в среднем 1,95 и при сжатии 1,98. Следовательно при сжатии и растяжении тензометры измеряют деформации практически одинаково.

Experiences in preparing electrical tensometers.

SUMMARY

For measuring deformations electrical tensometers are often used. They can be prepared by ordinary laboratory means The present work describes techonology of preparing such electric tensometers. In it a calculation of the measuring circuit as well as the calibration of the tensometers have been carried out.

ЛИТЕРАТУРА

1. Туричин А. М., Электрические измерения неэлектрических величин. 1954.
2. Пригоровский Н. И., Измерение механических величин электрическими методами. 1952.
3. Нестеренко А. Д., Основы расчета электроизмерительных схем уравновешивания. 1954.
4. Машиностроение, № 3.
5. Сухомел Е. Г., Заводская лаборатория, 1950, № 10.
6. Липсон М. А., З. л., 1953, № 7.
6. Липсон М. А., З. л., 1953, № 7.
7. Митиченко Г. А., З. л., 1953, № 9.
8. Семенов К. В., З. л., 1953, № 3.
9. Дорошенко Е. В. З. л., 1952, № 10.
10. Тисенко Н. П. З. л., 1952, № 10.
11. Эльяшева М. А. З. л., 1950, № 7.

Шульц. К.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛИНИЙ МИКРОФОТОМЕТРОМ МФ-4 С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАПИСЫВАЮЩЕЙ УСТАНОВКИ

Для определения остаточных напряжений как второго, так и третьего рода необходимо фотометрировать интерференционные линии рентгенограмм. Результатом фотометрирования получаем кривую почернения $s = f(x)$, где x сдвиг поперек линии. Фотометрирование обычно проводят на объективных микрофотометрах типа МФ-2 или МФ-4, причем почернение отсчитывают визуально. Недостатком такого метода является большая затрата времени. Предпочитается микрофотометр МФ-4, дающий меньшие увеличения, чем МФ-2. Минимальное увеличение у МФ-2 семнадцать, а у МФ-4 шесть. Меньшее увеличение дает более плавно протекающую кривую. Для получения более плавной кривой на МФ-2 часто используют дефокусировку или широкую измерительную щель. Микрофотометр МФ-4 имеет записывающую установку, проводящую запись по линейной шкале. Но для определения интенсивности требуется кривая в логарифмической шкале. Ниже описывается способ использования записывающей установки микрофотометра МФ-4 для определения площади и ширины кривой почернения. Экономия времени сравнительно с визуальным методом примерно 30%.

Микрофотометром МФ-4 проводится фотометрирование интерференционных линий при помощи записывающей установки, которая дает кривую в линейной шкале. В качестве регистрирующих фотоматериалов используют фильм, фотопластинки или тонкую фотобумагу. Последняя самая дешевая и легко-обрабатываемая. На фотобумагу наносят при помощи записывающей установки метки (горизонтальные линии длиною примерно в один сантиметр), соответствующие определенным значениям линейной шкалы. Это достигается задерживанием измерительного столика во время движения кассеты. Получаем картину, изображенную на рис. 1.

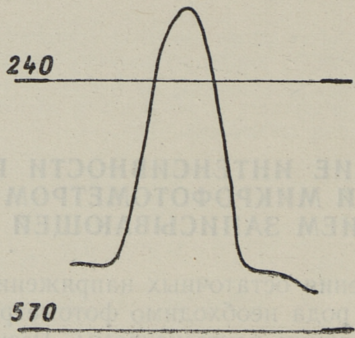


РИС. 1

Для определения площади кривой в логарифмических единицах, надо изготовить транспарент из целлулойда. На транспаренте рисуются прямоугольники, площади которых в логарифмическом масштабе равные, но в линейном масштабе конечно неравные (рис. 2).

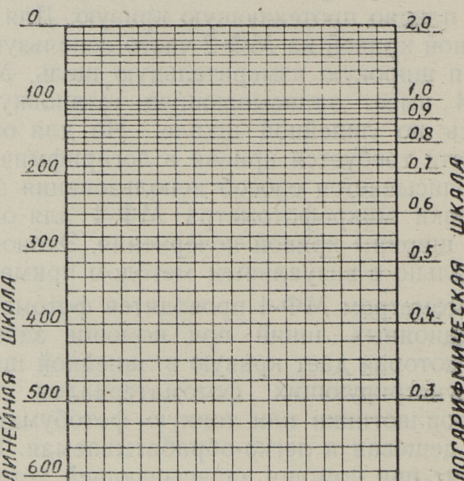


РИС 2

Фотометрированная кривая увеличивается и рисуется на бумагу, так что отметки совпадают с соответствующими значениями линейной шкалы. На увеличенную кривую накладывают транспарент и определяют площадь кривой по числу прямоугольников. Результат соответсвует площади кривой почернения. Для определения ширины линии найдем ее полувысоту. Для этого отсчитываем на транспаренте почернения, соответсвующие фону и максимуму кривой. Половина разности этих почернений дает полувысоту линии. На этом месте следует измерять ширину линии. Если использовать при определении ширины линии площадь и высоту [1], то высоту находим как разность почернений, максимума и фона по логарифмическому масштабу транспарента.

В случае, когда почернения линий большие, автоматическая запись дает более плоские кривые и соответственно точность измерения падает. Для увеличения чувствительности регулируем нулевое положение фотометра при введенных серых фильтрах, а измерение производим без фильтра. Вследствие этого кривая падает на более чувствительный участок [2].

Метод дает еще большую экономию времени, если с одного состояния напряжения сделаны повторные снимки.

SUMMARY

The recording device of microphotometer MF-4 records the intensity of penetrating light. Roentgenographical investigations need photographical densities (logarithm of ratio of penetrated light intensity to incident light intensity). In this work is developed a method for obtaining integral optical densities (integral intensities of x-ray lines) from the recorded curves of intensity of penetrating light.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Д. М., ЖТФ, 1955 г., том XXV, вып. 11.
2. Прокофьев. В. К., Фотографические методы количественного спектрального анализа металлов и сплавов, 1951.

Фотометрированная кривая увеличивается и рисуется на бумагу, так что отметки совпадают с соответствующими значениями линейной шкалы. На увеличенную кривую накладывают транспарент и определяют площадь кривой по числу прямоугольников. Результат соответствует площади кривой почернения. Для определения ширины линии найдем ее полувысоту. Для этого отсчитываем на транспаренте почернения, соответствующие фону и максимуму кривой. Половина разности этих почернений дает полувысоту линии. На этом месте следует измерять ширину линии. Если использовать при определении ширины линии площадь и высоту [1], то высоту находим как разность почернений максимума и фона по логарифмическому масштабу транспарента.

В случае, когда почернения линий большие, автоматическая запись дает более плоские кривые и соответственно точность измерения падает. Для увеличения чувствительности регулируем нулевое положение фотометра при отсутствии серых фильтров, а измерения производим без фильтра. В результате этого кривая падает на более чувствительный участок [2].

Метод дает еще большую экономию времени, если [illegible] одного состояния [illegible] линий [illegible] измерения.

SUMMARY

The recording device of microphotometer MF-4 records the intensity of penetrating light. Roentgenspectral investigations need photographical densities (logarithm of ratio of penetrated light intensity to incident light intensity). In this work is developed a method for obtaining integral optical densities (integral intensities of x-ray lines) from the recorded curves of intensity of penetrating light.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вескалнс Д. М., ЖТФ, 1954 г., том XXIV, вып 11.
2. Прокофьев В. К., Фотографические методы количественного спектрального анализа металлов и сплавов. 1951.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

СБОРНИК ТРУДОВ ПО ФИЗИКЕ I
Таллинский Политехнический институт

*

Редактор Г. Метс
Технический редактор А. Тамм
Корректор Н. Шервинская

Сдано в набор 13 05 1959. Подписано к печати 30 06 1959. Формат бумаги $548 \times 4^{1}/_{16}$. Печатных листов 6,5. По формату 60×92 печатных листов 5,34. Учетно-издательских листов 4,34. Тираж 800. МВ-05241. Заказ № 3179.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк 2.

Цена 3 руб. 75 коп.

Цена 3 руб. 75 коп.