TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

Сборник статей

ХУ

ТАЛЛИН 1975

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 384 1975

УДК 621
624
697
699

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ
И
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ
ХУ

Таллин 1975

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 384 1975

УДК 699.86:728.94:536.76

В.Р. Кикас

ИНТЕНСИВНОСТЬ ВЫДЕЛЕНИЯ ВОДЯНОГО ПАРА В ЖИВОТНОВОДЧЕСКИХ ПОМЕЩЕНИЯХ

Теория расчета теплового и влажностного режима животноводческих помещений, разработанная исследователями ТПИ, базируется на единице количества общего тепла, выделяемого животными. Основными параметрами расчета являются при этом

1. e - количество водяного пара в граммах на ккал общего тепла;
2. ε - доля свободного тепла от общего, выделяемого животными.

Величина этих параметров зависит от температуры помещения. С повышением температуры выделение водяного пара увеличивается, а доля свободного тепла понижается. В некоторой мере изменяется также количество общего тепла: с повышением температуры наблюдается его понижение.

В неотапливаемом помещении единственным источником тепла являются животные. Вместе с теплом они выделяют водяной пар и углекислый газ. К этим выделениям прибавляются еще испарения с мокрого пола, лотков, навозных проходов и поилок. Нормы проектирования коровников НТП-СХ.I-72 и свинарников НТП-СХ.2-68 приводят данные о выделении тепла, влаги и CO_2 животными в зависимости от температуры, но обходят испарения с пола и других источников. "Временные рекомендации по расчету, проектированию и эксплуатации систем отопления и вентиляции животноводческих помещений" рассчитывают добавочные испарения по величине мокрой поверхности. Теоретическое определение мокрой поверхности не всегда дает результаты, соответствующие действительности. Поэтому такой расчет не правильно показывает интенсивность общего притока водяного пара в помещение, в частности, в случае свинарников.

Самые достоверные данные дают все-таки непосредственные измерения, проведенные в животноводческих помещениях в условиях повседневной эксплуатации.

I. Методика определения e и ε.

Зависимость количества свободного тепла от общего выражается уравнением

$$\sum Q_0 = \sum Q_{cb} + 0{,}585 \cdot \sum B \quad \text{ккал/час}, \tag{I}$$

где $\sum B$ – приток водяного пара г/час,
$\sum Q_0$ – приток общего тепла от животных ккал/час,
$\sum Q_{cb}$ – приток свободного тепла ккал/час,
0,585 – тепло испарения ккал/г.

Разделив обе половины уравнения на $\sum Q_0$, получим:

$$1 = \varepsilon + 0{,}585 \cdot e. \tag{2}$$

Для определения величин e и ε необходимо знать интенсивность притока водяного пара в помещение и интенсивность притока общего тепла от животных.

При установившемся режиме внутреннего и наружного воздуха, приток водяного пара в помещение определяется разностью содержания водяного пара в приточном и удаляемом из помещения воздухе

$$\sum B = G(d_ш - d_н) \quad \text{г/час} \tag{3}$$

где G – обмен воздуха кг/час,
$d_ш$ – абсолютная влажность удаляемого воздуха г/кг,
$d_н$ – абсолютная влажность наружного воздуха г/кг.

Количеством свободного тепла должны покрываться потери через ограждающие конструкции и расход тепла на обмен воздуха

$$\sum Q_{cb} = \sum K \cdot F(t_в - t_н) + 0{,}24 \cdot G \cdot (t_ш - t_н) \quad \text{ккал/час}, \tag{4}$$

где F – площадь конструкции, м2,

K – коэффициент теплопередачи, ккал/м^2.час.град,
$t_в$ – средняя температура внутреннего воздуха, ^oC,
$t_н$ – средняя температура наружного воздуха, ^oC,
$t_ш$ – средняя температура воздуха в вытяжной шахте, ^oC,
0,24 – удельная теплоемкость воздуха, ккал/кг.град.

Для получения ΣQ_0, к количеству свободного тепла следует прибавить количество тепла, потраченного на испарение воды.

$$\Sigma Q_0 = \Sigma KF \cdot (t_в - t_н) + 0{,}24 \cdot G \cdot (t_ш - t_н) + 0{,}585 \cdot \Sigma B \text{ ккал/час.} \quad (5)$$

2. Проведение измерений

Все определения величин параметров e и ε были проведены в помещениях, имеющих одну единственную вытяжную шахту, что позволило более точно определить объем обмениваемого воздуха. Свежий воздух принимался через стеновые, подоконные или потолочные щели или отверстия. Вытяжная шахта высотой от 3,3 до 7,5 м держала помещение под разряжением, так что поток воздуха через шахту показывал действительный воздухообмен.

В помещениях для крупного рогатого скота было всего проведено 60 двухчасовых серий измерений. Вместимость коровников была в четырех случаях 200 голов, в одном случае 100. Измерения в помещениях для молодняка были проведены в трех помещениях (120, 130, 280 гол). Все эти помещения очищались тракторными скреперами один раз в день. В качестве подстилки применялся фрезерный торф.

Во время исследований в коровниках

$t_в$	– была от	1,0	до	20,7 ^oC
$t_н$	–	–18,8	до	11,6 ^oC
$\varphi_в$	–	58,2	до	91,1 %
$\varphi_н$	–	40,0	до	97,0 %

Измерения в шести откормочных свинарниках проводились также в течение 60-ти двухчасовых серий. Площадь пола – от 520 до 720 м^2. Средняя интенсивность выделения тепла была 155 ккал/м^2.час. Навоз удалялся скреперным транспортером или тельфером. Подстилка – фрезерный торф.

Во время исследований в свинарниках

$t_в$ – была от 9,1 до 21,4 ^oC

$t_н$ – была от –16,0 до 15,9 ^oC

$\varphi_в$ – 64,4 до 89,5 %

$\varphi_н$ – 48,3 до 99,0 %

Измерения проводились зимой и отчасти в переходный период. Выбиралось время, когда не было резких колебаний в состоянии наружного воздуха. Большинство измерений проводилось в ночное время. Работа приточных отверстий держалась под постоянным наблюдением.

Для определения интенсивности притока водяного пара температура и влажность воздуха в вытяженой шахте измерялись через каждые 20 минут. Из полученных данных вычислялась средняя температура $t_ш$ и абсолютная влажность $d_ш$. Параллельно с измерениями температуры и влажности проводились измерения скорости движения воздуха в вытяжной шахте.

Одновременно с измерениями в шахте измерялись температура и влажность наружного воздуха и вычислялась средняя температура $t_н$ и абсолютная влажность $d_н$ наружного воздуха.

В установившихся условиях количество выделяемого в помещении водяного пара должно равняться количеству, протекающему через шахту.

$$\Sigma B = 3600 \cdot F_ш \cdot v_ш \cdot \gamma_{возд} \cdot (d_ш - d_н) \quad г/час$$

$$G = 3600 \cdot F_ш \cdot v_ш \cdot \gamma_{возд} \quad кг/час$$

Для определения $\Sigma Q_{св}$, как показывает формула (4), следовало еще определить среднюю температуру помещения $t_в$, площади ограждающих конструкций и их коэффициенты теплопередачи.

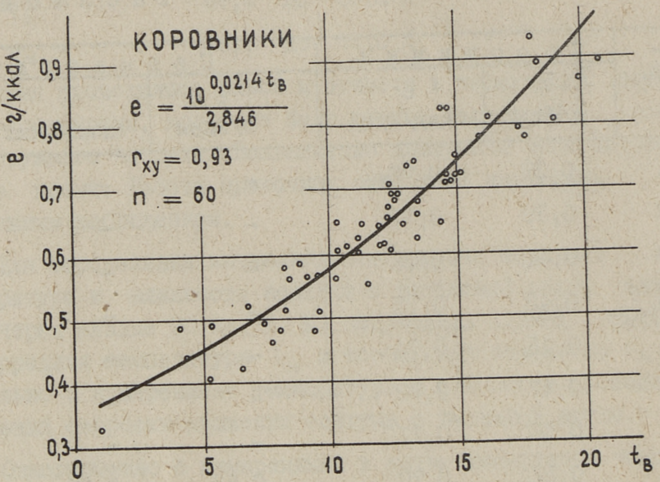
Для определения средней температуры помещения измерялись температуры и относительная влажность в 12 до 18 точках на трех расстояниях от пола: 1) 20 см от пола, 2) на половинной высоте и 3) 50 см от потолка.

Величины ΣKF определялись согласно СНиПу.

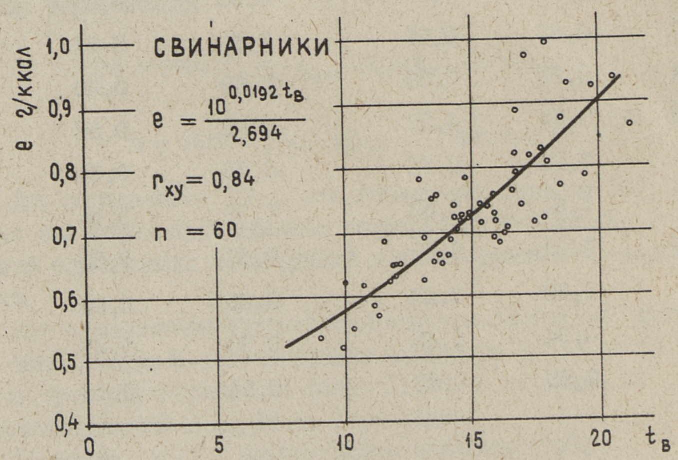
Потери тепла через ограждающие конструкции, плюс расход тепла на обмен воздуха и дают нам при установившемся режиме приток свободного тепла $\Sigma Q_{св}$.

Таблица I

Температура, ^{o}C	Коровники		Свинарники	
	e г/ккал	ε ккал/ккал	e г/ккал	ε ккал/ккал
I	0,37	0,78	–	–
2	0,39	0,77	–	–
3	0,4I	0,76	–	–
4	0,43	0,75	–	–
5	0,45	0,74	–	–
6	0,47	0,72	–	–
7	0,50	0,7I	–	–
8	0,52	0,70	0,53	0,69
9	0,55	0,68	0,56	0,68
I0	0,58	0,66	0,58	0,66
II	0,60	0,65	0,60	0,65
I2	0,64	0,63	0,63	0,63
I3	0,67	0,6I	0,66	0,6I
I4	0,70	0,59	0,69	0,60
I5	0,74	0,57	0,72	0,58
I6	0,77	0,55	0,75	0,56
I7	0,8I	0,52	0,79	0,54
I8	0,85	0,50	0,82	0,52
I9	0,90	0,48	0,86	0,50
20	0,94	0,45	0,90	0,47
2I	0,99	0,42	0,94	0,45



Фиг. 1. Выделение водяного пара в граммах на ккал общего тепла, выделяемого животными , в зависимости от температуры коровника.



Фиг. 2. Выделение водяного пара в граммах на ккал общего тепла, выделяемого животными, в зависимости от температуры откормочного свинарника.

Прит . общего тепла ΣQ_0 определялся как сумма притока свободного тепла и скрытого тепла, потраченного на испарение влаги $0{,}585 \cdot \Sigma B$.

$$e = \frac{\Sigma B}{\Sigma Q_0} \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{\Sigma Q_{св}}{\Sigma Q_0}.$$

3. Анализ результатов

Результаты измерений были проанализированы на ЭВМ. Для выяснения тех факторов, от которых зависят величины e и ε, все факторы были разделены на 4 группы.

В первую группу множителей вошли факторы, характеризующие внутренний режим помещения.

Во вторую группу вошли факторы, определяющие режим наружного воздуха.

Третью группу составляли факторы воздухообмена.

Последнюю группу составляли факторы, характеризующие помещение и условия его эксплуатации.

Анализ результатов измерений показал, что значения e и ε находятся в хорошей корреляции с температурой воздуха помещения и что прочие факторы не имеют существенного значения.

Зависимость e от температуры, определенная в пяти коровниках и трех помещениях для молодняка, показана на фиг. I. Линия регрессии выражается формулой

$$e = \frac{10^{0{,}0214 \cdot t_в}}{2{,}846} \quad \text{г/ккал}$$

Фиг. 2 показывает результаты измерений в семи свинарниках. Линия регрессии выражается формулой

$$e = \frac{10^{0{,}0192 \cdot t_в}}{2{,}694} \quad \text{г/ккал}$$

Общая сводка результатов, полученных в помещениях с применением торфяной подстилки, приведена в таблице I.

Литература

I. Л. Юргенсон. Расчет теплоизоляции и аэрации животноводческих помещений. Материалы к докладу Л. Юргенсона на совещании по теплоизоляции и аэрации животноводческих помещений. 12–14 марта 1968.

V. Kikas

The Intensity of Water Vapor Production in Animal Shelters

Summary

The total amounts of water vapor produced in cow sheds and pig houses have been determined by actual field measurements at various temperatures. Peat moss litter has been used. The results are stated in grams per kcal of total animal heat (ϱ) and in kcal of sensible heat per kcal of total animal heat (ε). See table 1.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

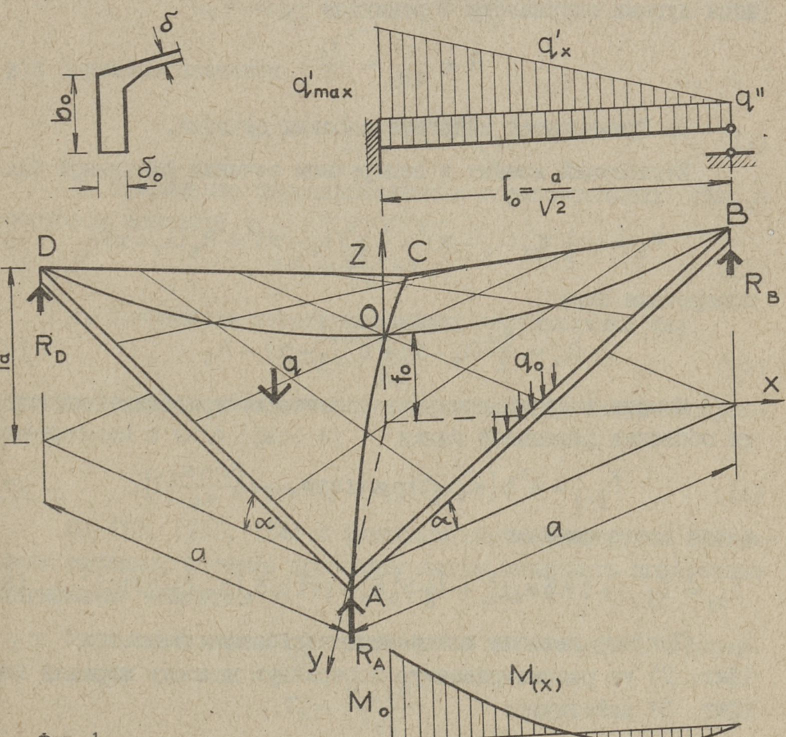
УДК 624.04.001.24

Х.Х.Лаул, М.Х.Лейбур, Ю.И.Таккер

О РАСЧЕТЕ ГИПАРОВ

I. Метод расчета

Рассматривается квадратная в плане оболочка (фиг. I), симметрично нагруженная равномерно распределенной нагрузкой q в криволинейной части и q_0 по бортовым элементам.



Фиг. 1.

Уравнение срединной поверхности оболочки

$$z = f_0 - \frac{f_a}{a^2}(y^2 - x^2). \tag{I}$$

Представленная методика расчета базируется на методе аппроксимации сдвигающих сил [I].

В первичной задаче рассматривается упругая работа оболочки и вводятся следующие упрощения:

I. Половина гипара АСВ заменяется статически неопределимой фиктивной балкой переменного сечения нагрузкой

$$q'_{max} = aq\sqrt{2}, \qquad q'_x = \frac{l_0 - x}{l_0}\, q'_{max} \tag{2}$$

$$q'' = 2\sqrt{2}\, q_0. \tag{3}$$

2. Выпуклые параболы сечений фиктивной балки заменяются дугами окружности с радиусом

$$R = \frac{a^2}{2f_a} + \frac{f_0}{2}. \tag{4}$$

?

3. Применяется гипотеза плоских сечений.

Изгибающий момент в поперечном сечении фиктивной балки

$$M_x = -\frac{1}{6}\, q'_x (l_0 - x)^2 - \frac{1}{2} q''(l_0 - x)^2 + R_B(l_0 - x), \tag{5}$$

поперечная сила

$$Q_x = \frac{q'_x}{2}(l_0 - x) + q''(l_0 - x) - R_c. \tag{6}$$

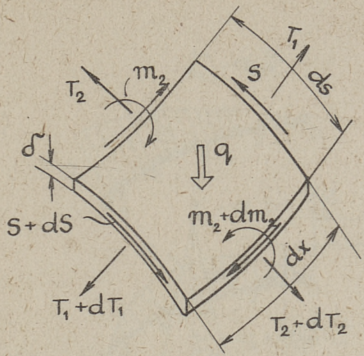
Момент инерции поперечного сечения криволинейной части оболочки фиктивной балки

$$\bar{I}_{\bar{y}-\bar{y}} = R^3 \delta\left[\alpha_0 + \sin\alpha\left(\cos\alpha_0 - \frac{2\sin\alpha_0}{\alpha_0}\right)\right], \tag{7}$$

а для всего сечения

$$I_{0y} = \bar{I}_{\bar{y}-\bar{y}} + 2R\delta\alpha_0 z_{0y}^2 + \frac{\sqrt{2}}{6} b_0^3 \delta_0 + 2\sqrt{2}\, b_0 \delta_0 (h - c - 0{,}5 b_0)^2. \tag{8}$$

При определении поперечных изгибающих моментов m_2 (фиг. 2) на рассматриваемую поперечную полоску шириной I м (фиг. 3) действуют:



Фиг. 2.

1. Внешняя нагрузка и собственный вес равномерно распределены в криволинейной части и сосредоточены по бортовому элементу.

2. Приращение сдвигающих сил

$$\zeta_0 = \frac{1}{R_0}\,\frac{\partial Q_x}{\partial x}\cdot\frac{S_{0y}}{2I_{0y}} \tag{9}$$

Распределение ζ_0 в поперечном сечении криволинейной части аппроксимируется в виде (фиг. 4)

$$\zeta_0 = a_I\frac{\alpha}{\alpha_0} + \sum_{i=1}^{i=n} a_i \sin\frac{i\pi\alpha}{\alpha_0}, \tag{I0}$$

а в бортовом элементе

$$\zeta_0 = a_1\left(1-\frac{b}{b_0}\right) + a_{11}\frac{4b(b_0-b)}{b_0^2}. \tag{II}$$

3. Приращение перенаправляющих горизонтальных сил в бортовом элементе ?

$$\Delta H_0 = \frac{\partial T_x}{\partial x}\,\Delta x. \tag{I2}$$

4. Приращение перенаправляющих вертикальных сил ?

$$\Delta V_0 = \frac{T_x}{R_0}, \tag{I3}$$

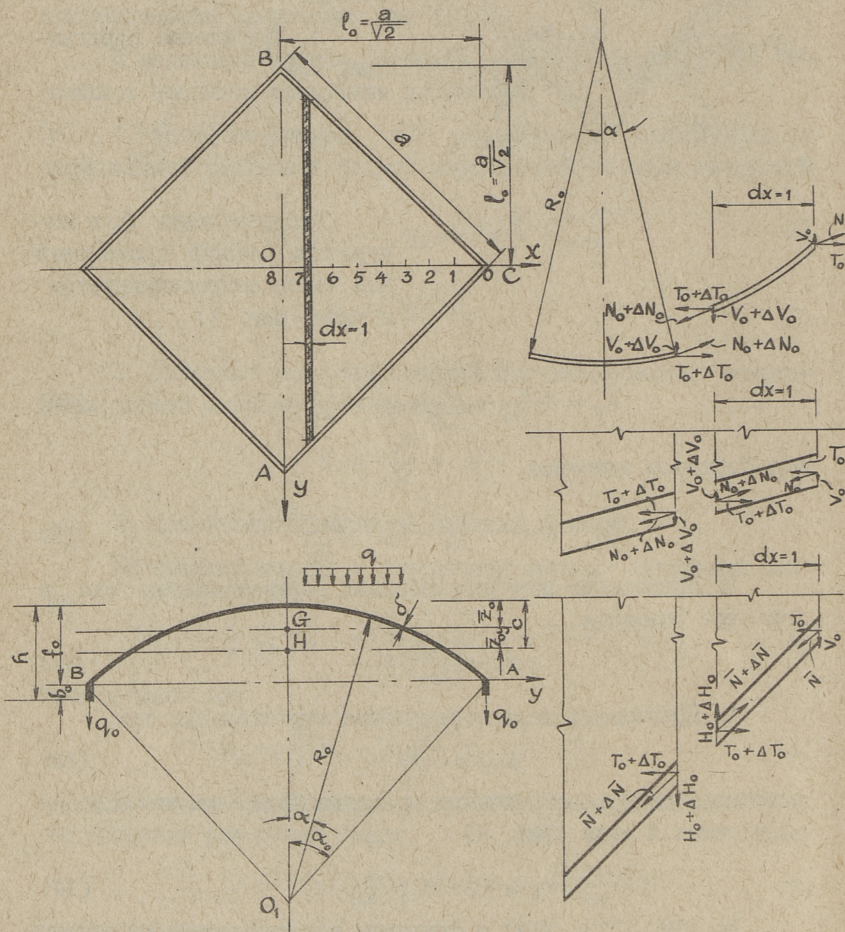
которые в поперечном сечении криволинейной части аппроксимируются в виде (фиг. 4)

$$\Delta V_0 = a_0 + a_{03}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2. \tag{I4}$$

По (I0, (II), (I4) и функциям внешней нагрузки составлены таблицы, которые позволяют легко вычислять поперечные изгибающие моменты.

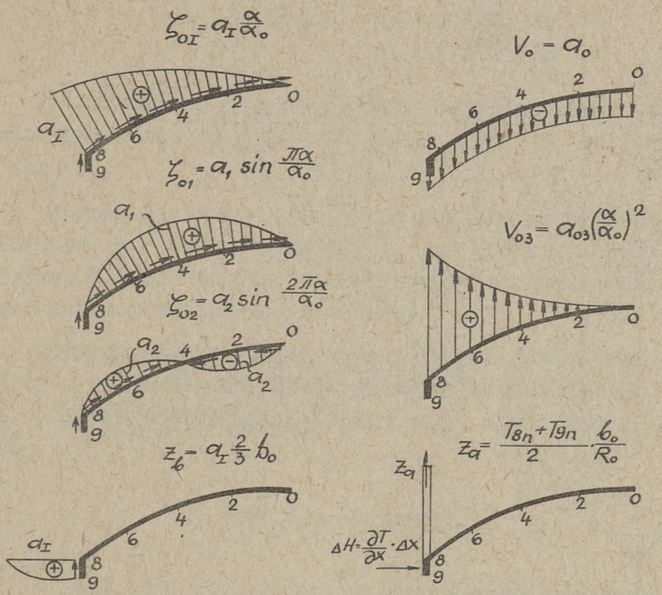
Продольные силы T_0 определяются из известной формулы T_x

$$T_x = \frac{M_x z\delta}{I_{0y}}. \tag{I5}$$



$\ell_o = \frac{a}{\sqrt{2}}$
B
a
O
8 7 6 5 4 3 2 1 0 C
x
dx=1
A
y
R_o
α
dx=1
N_o
V_o
T_o
$T_o+\Delta T_o$
$N_o+\Delta N_o$
$V_o+\Delta V_o$
q
G
H
h
f_o
b_o
B
q_o
$\bar{z}_o$
c
A
y
δ
α_o
O_1
$H_o+\Delta H_o$
$\bar{N}+\Delta\bar{N}$
$\bar{N}$

Фиг. 3.



Фиг. 4.

Внешняя нагрузка, действующая на полоску единичной ширины, уравновешивается вертикальными составляющими приращения сдвигающих сил. Дополнительным условием равновесия в вертикальном направлении является

$$\sum \Delta V_0 = \int_0^{\alpha_0} R a_0 \cos d\alpha - \int_0^{\alpha_0} R a_{03} \left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2 \cos d\alpha -$$

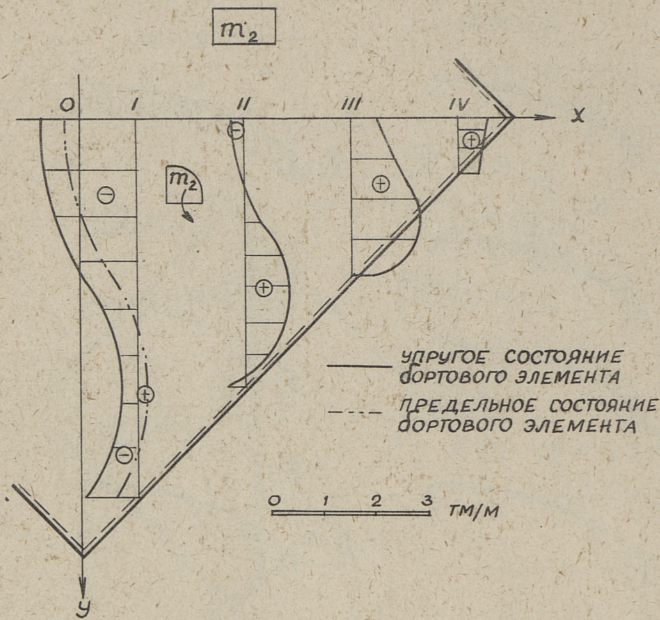
$$- \frac{T_{8n} + T_{9n}}{2} \frac{b}{R_0} = 0. \tag{I6}$$

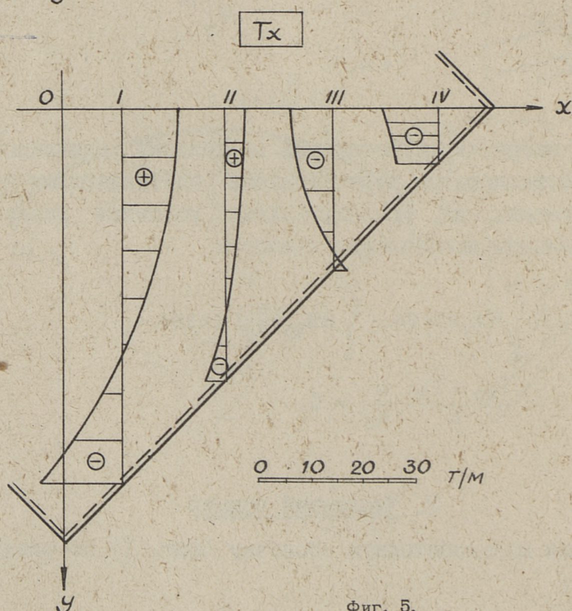
2. Численный пример

Принимаем железобетонную оболочку (фиг. I) со следующими данными:

$a = 24{,}0$ м, $\delta = 0{,}I$ м,

$f_a = 6{,}0$ м, $\delta_0 = 0{,}3$ м,


m_2
0
I
II
III
IV
x
y
m_2
упругое состояние бортового элемента
предельное состояние бортового элемента
0 1 2 3 тм/м


Tx
0
I
II
III
IV
x
y
0 10 20 30 т/м

Фиг. 5.

$$f_0 = 3{,}0\ \text{м}, \qquad b_0 = 0{,}7\ \text{м},$$
$$R_0 = 49{,}610\ \text{м}, \qquad q = 0{,}450\ \text{Т/м}^2$$
$$\varphi_0 = 20^\circ, \qquad q_0 = 0{,}525\ \text{Т/м}$$

По изложенной методике усилия определялись в четырех поперечных сечениях оболочки. Эпюры T_x и m_2 представлены на фиг. 5.

Продольные силы и поперечные изгибающие моменты в направлении x быстро изменяются. Для проектирования исследуемого типа гипаров вполне достаточно определить усилия в четырех поперечных сечениях.

Поперечные изгибающие моменты первичной задачи уточняются с применением условий минимума потенциальной энергии. Соответствующие результаты будут опубликованы в будущем.

Литература

1. Х.Х. Л а у л. Расчет цилиндрических оборочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. – "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1953, серия А, № 50.

2. М.Х. Л е й б у р. Ю.Й. Т а к к е р. Определение опорных реакций квадратных в плане гипаров. – Труды ЭСХА, № 94, Тарту, 1974.

3. М.Х. Л е й б у р, Ю.Й. Т а к к е р. Влияние жесткости краевых элементов квадратных в плане гипаров на изгибающие моменты на контуре.–"Тр. Таллинск. политехн.ин-та", 1974, № 357.

4. G.S. R a m a s w a m y. Design and Construction of Concrete Shell Roofs. McGraw-Hill Book Company, 1968.

H. Laul, M. Leibur, Ü. Takker

On the Calculation of Hypar Shells

Summary

A simplified method based on the approximation of shear forces for the design of reinforced concrete square hypar shells bounded by straight edge beams is presented. As a result of a numerical example distributions of internal forces and bending moments are given in four sections of the shell.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

УДК 624.074.4

Х.Х. Лаул, Я.П. Пугаль

О РАСЧЕТЕ ПОЛОГИХ ДЕРЕВЯННЫХ ГИПАРОВ

Введение

До настоящего времени все еще не разработано точного метода расчета пологих деревянных оболочек вида гиперболического параболоида (гипара). За рубежом для расчетов деревянных гипаров в основном используются результаты экспериментальной статики (испытание моделей и уже построенных сооружений). В данной статье предлагается метод расчета пологих деревянных гипаров на основе дискретной расчетной схемы методом сил.

Рассматривается квадратный в плане пологий деревянный гипар с прямолинейными краями, опирающимися на бортовые элементы. Бортовые элементы образуют замкнутый контур, который опирается на четыре угловые точки. Нижние углы гипара соединены между собой затяжкой (фиг. I).

I. Геометрические характеристики гипара

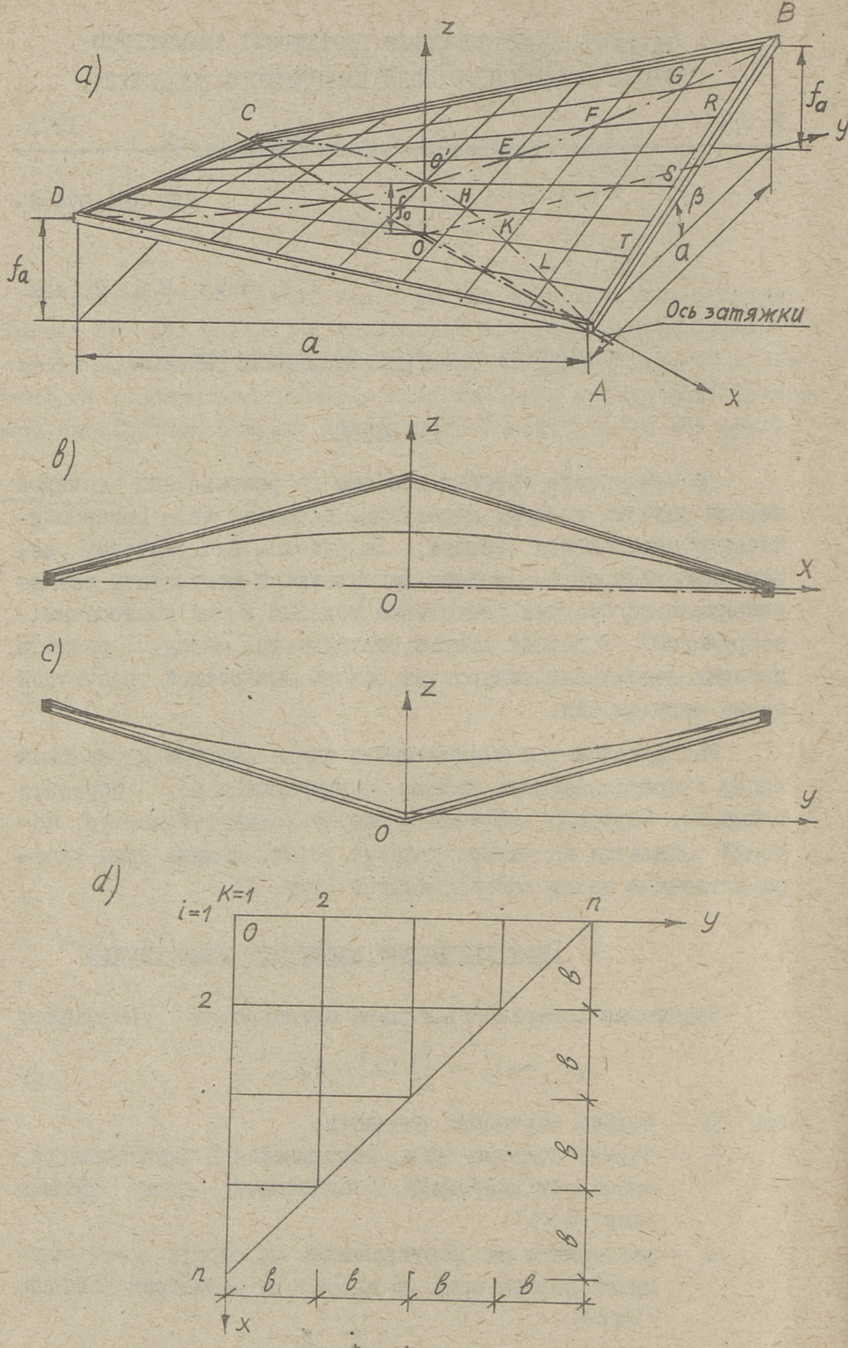
Срединная поверхность гипара описывается уравнением

$$z_{i,k} = f_0 - \frac{f_a}{a^2}(x_i^2 - y_k^2), \tag{I}$$

где f_a - подъем бортового элемента;

f_0 - стрела подъема арки, находящейся в вертикальной плоскости диагонали, соединяющей углы низких опор $(0xz)$;

x_i - расстояние от вертикальной плоскости i-ой вогнутой полосы-арки до плоскости симметрии гипара $(0yz)$;


a)
z
B
C
G
R
F
y
E
f_a
O'
D
S
H
β
f_0
K
T
f_a
O
L
a
Ось затяжки
a
A
x
в)
z
x
O
c)
z
y
O
d)
i=1
K=1
2
n
y
O
2
в
в
в
в
n
в
в
в
в
x

Фиг. 1.

$y_к$ – расстояние от вертикальной плоскости $к$-ой выпуклой полосы-арки до плоскости симметрии гипара (OXZ),

a – горизонтальная проекция длины бортового элемента.

Для данного пологого гипара (фиг. I):

$$f_a = \frac{1}{5}a, \quad f_0 = \frac{1}{2}f_a = \frac{1}{10}a, \tag{2}$$

$$x_i = (i-1)b, \tag{3}$$

где $i = 1 \ldots n$;

$$y_к = (к-1)b, \tag{4}$$

где $к = 1 \ldots n$.

Ширина полос-арок определяется по формуле:

$$b = \frac{a}{n-1}\cos\psi, \tag{5}$$

где ψ – угол между плоскостью $0xz$ и вертикальной плоскостью, проходящей через ось бортового элемента,

для квадратного в плане гипара $\psi = 45^0$,

$$n = \frac{m+3}{2}, \tag{6}$$

где m – количество выпуклых или вогнутых полос-арок (оно одинаково при квадратном в плане гипаре; при выбранной схеме $m = 3, 5, 7\ldots$), на которые разрезается оболочка.

Подставив формулы (2–5) в (I), получим уравнение срединной поверхности гипара в виде

$$z_{i,к} = 0{,}1a - \frac{0{,}1a}{(n-1)^2}\left[(i-1)^2 - (к-1)^2\right]. \tag{7}$$

Углы наклона выпуклых и вогнутых полос-арок относительно горизонтали в местах их пересечения между собой и в местах соединения с бортовыми элементами определяются соответственно из равенств

$$tg\,\alpha^x_{i,к} = \frac{0{,}4(i-1)}{n-1}\cos\psi, \tag{8}$$

$$tg\,\alpha^{y}_{i,\kappa} = \frac{0,4(\kappa-1)}{n-1}\cos\psi \, . \qquad (9)$$

2. Расчетная схема конструкции и нагрузки

Идея принятой расчетной схемы состоит в том, что криволинейную часть оболочки разрезаем на полосы конечной ширины b , параллельные оси x и представляющие собой выпуклые полосы-арки, состоящие из досок нижнего слоя оболочки. Эту же криволинейную часть оболочки разрезаем на аналогичные полосы, параллельные оси y, и представляющие собой вогнутые полосы-арки, состоящие из досок верхнего слоя оболочки.

Полоса представляет собой в общем случае стержень с осью в виде пространственной кривой и поперечными сечениями криволинейного очертания и переменной ширины.

В результате такого разбиения получаем сложную пространственную стержневую систему, состоящую из пересекающихся между собой выпуклых и вогнутых полос-арок, бортовых элементов и затяжки. Сложность расчета такой статически неопределимой системы обычно требует принятия ряда допущений, из которых в настоящей работе приняты следующие:

I) деформации криволинейной части, бортовых элементов и затяжки оболочки совершаются в стадии упругой работы материала;

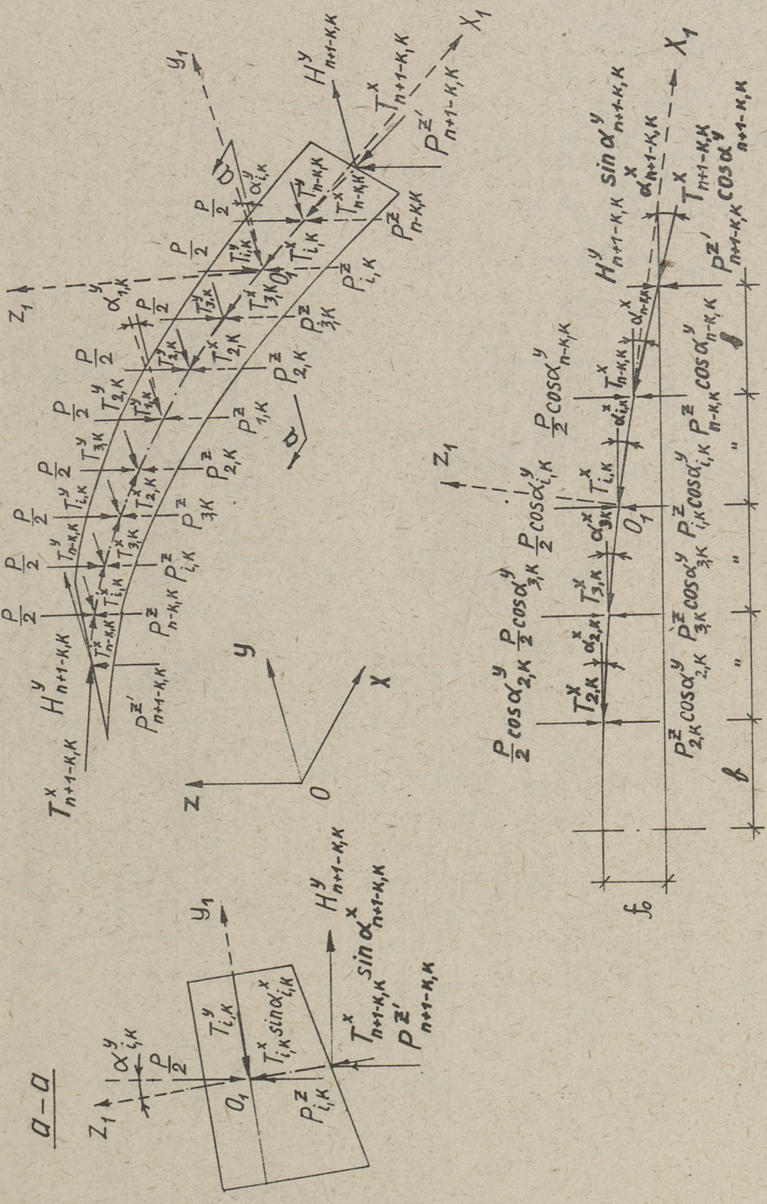
2) полосы-арки рассматриваем в наклонных плоскостях (под углом $\alpha^{y}_{i,\kappa}$ - для выпуклых и под углом $\alpha^{x}_{i,\kappa}$ - для вогнутых полос-арок);

3) ввиду пологости оболочки геометрия наклонной полосы-арки принимается равной геометрии вертикальной;

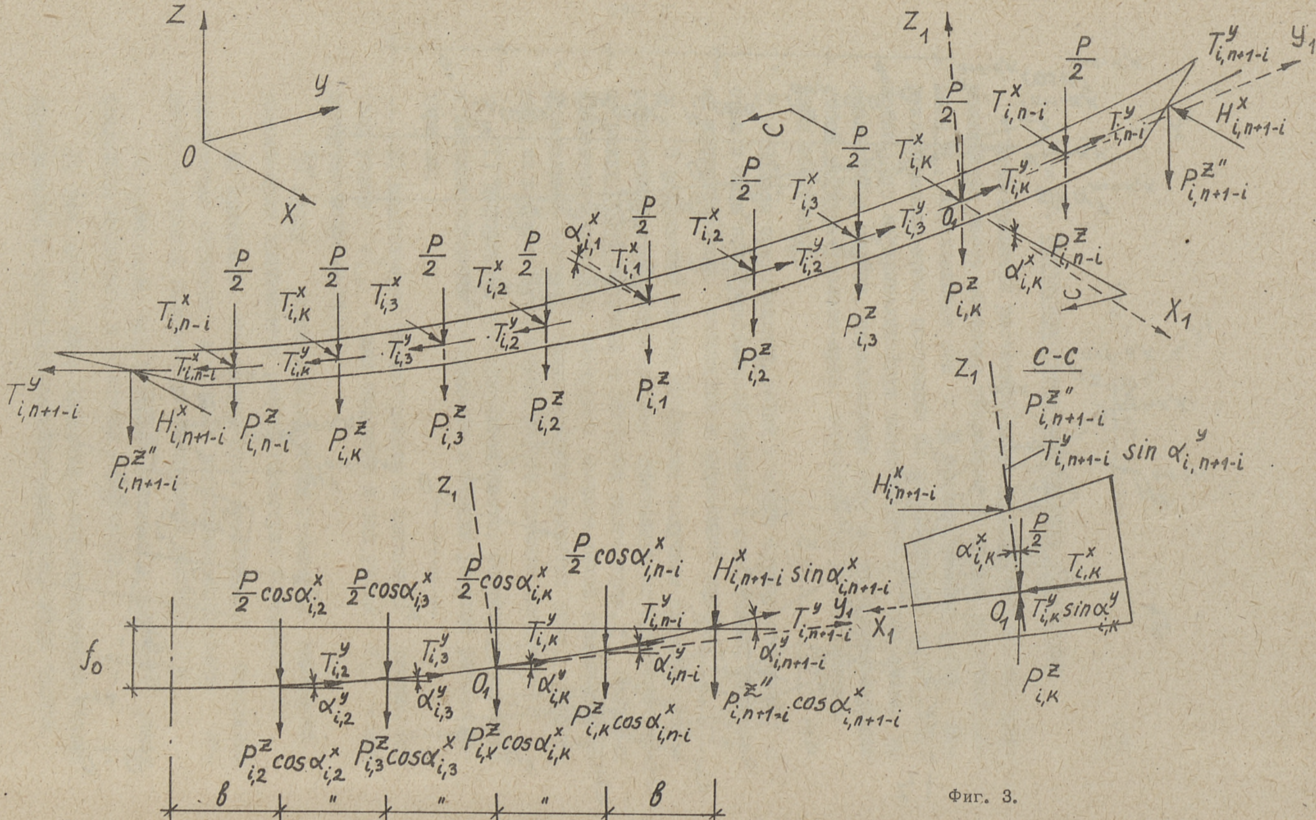
4) принимаем, что полосы-арки соединены с бортовыми элементами шарнирно, а поэтому изгибающие и крутящие моменты на концах полос-арок принимаются равными 0;

5) принимаем, что бортовые элементы в высоких углах соединены шарнирно, а в низких - жестко;

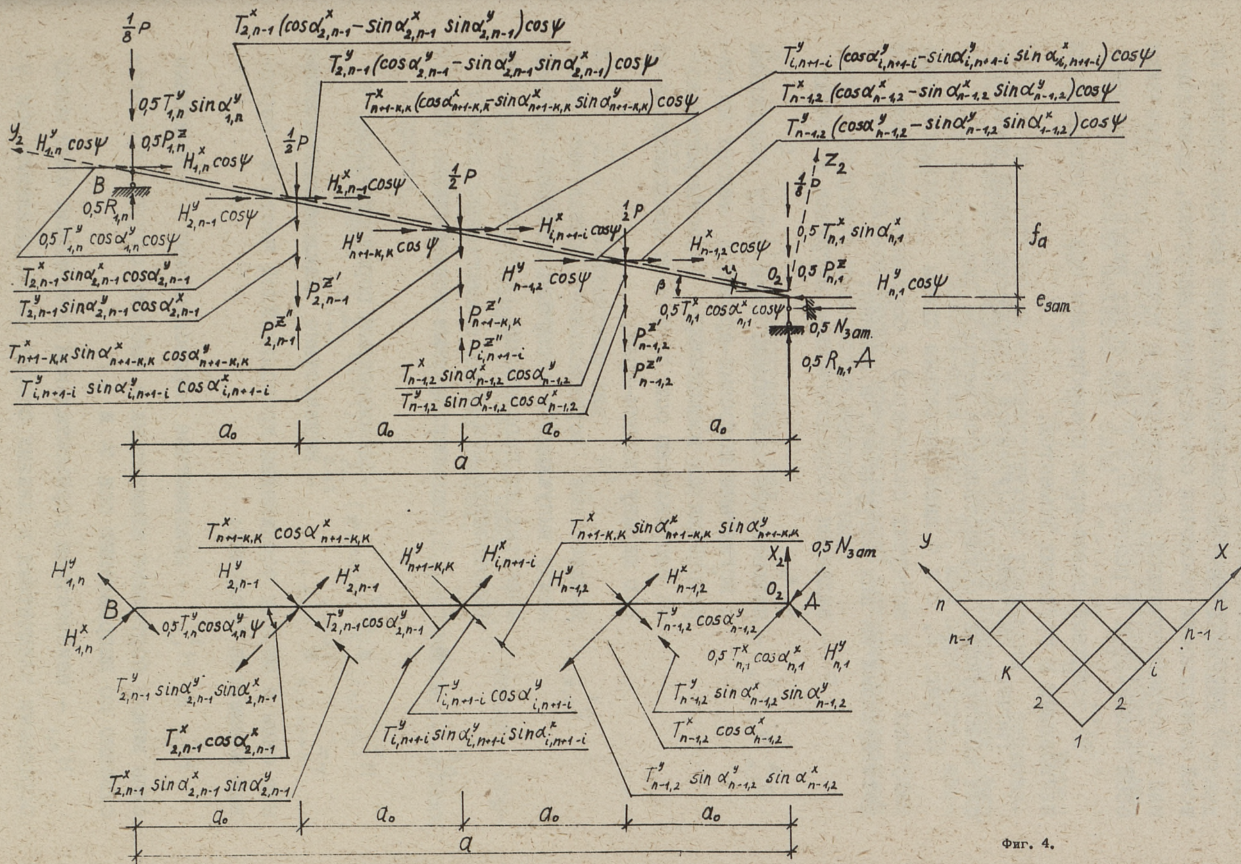
6) все внешние силы приводим к сосредоточенным силам, приложенным в точках пересечения осей полос-арок (точки i, κ),



Фиг. 2.



Фиг. 3.


$\frac{1}{8}P$
$0{,}5T^{y}_{1,n}\sin\alpha^{y}_{1,n}$
$0{,}5P^{z}_{1,n}$
y_2
$H^{y}_{1,n}\cos\psi$
$H^{x}_{1,n}\cos\psi$
B
$0{,}5R_{1,n}$
$0{,}5T^{y}_{1,n}\cos\alpha^{y}_{1,n}\cos\psi$
$T^{x}_{2,n-1}(\cos\alpha^{x}_{2,n-1}-\sin\alpha^{x}_{2,n-1}\sin\alpha^{y}_{2,n-1})\cos\psi$
$T^{y}_{2,n-1}(\cos\alpha^{y}_{2,n-1}-\sin\alpha^{y}_{2,n-1}\sin\alpha^{x}_{2,n-1})\cos\psi$
$T^{x}_{n+1-k,k}(\cos\alpha^{x}_{n+1-k,k}-\sin\alpha^{x}_{n+1-k,k}\sin\alpha^{y}_{n+1-k,k})\cos\psi$
$T^{y}_{i,n+1-i}(\cos\alpha^{y}_{i,n+1-i}-\sin\alpha^{y}_{i,n+1-i}\sin\alpha^{x}_{i,n+1-i})\cos\psi$
$T^{x}_{n-1,2}(\cos\alpha^{x}_{n-1,2}-\sin\alpha^{x}_{n-1,2}\sin\alpha^{y}_{n-1,2})\cos\psi$
$T^{y}_{n-1,2}(\cos\alpha^{y}_{n-1,2}-\sin\alpha^{y}_{n-1,2}\sin\alpha^{x}_{1-1,2})\cos\psi$
$\frac{1}{2}P$
$H^{x}_{2,n-1}\cos\psi$
$H^{y}_{2,n-1}\cos\psi$
$H^{y}_{n+1-k,k}\cos\psi$
$H^{x}_{i,n+1-i}\cos\psi$
$H^{y}_{n-1,2}\cos\psi$
$H^{x}_{n-1,2}\cos\psi$
Z_2
$\frac{1}{8}P$
$0{,}5T^{x}_{n,1}\sin\alpha^{x}_{n,1}$
$0{,}5P^{z}_{n,1}$
O_2
$H^{y}_{n,1}\cos\psi$
f_a
$e_{зат}$
β
$0{,}5T^{x}_{n,1}\cos\alpha^{x}_{n,1}\cos\psi$
$0{,}5N_{зат.}$
$0{,}5R_{n,1}$ A
$T^{x}_{2,n-1}\sin\alpha^{x}_{2,n-1}\cos\alpha^{y}_{2,n-1}$
$T^{y}_{2,n-1}\sin\alpha^{y}_{2,n-1}\cos\alpha^{x}_{2,n-1}$
$T^{x}_{n+1-k,k}\sin\alpha^{x}_{n+1-k,k}\cos\alpha^{y}_{n+1-k,k}$
$T^{y}_{i,n+1-i}\sin\alpha^{y}_{i,n+1-i}\cos\alpha^{x}_{i,n+1-i}$
$P^{z'}_{2,n-1}$
$P^{z''}_{2,n-1}$
$P^{z'}_{n+1-k,k}$
$P^{z''}_{i,n+1-i}$
$T^{x}_{n-1,2}\sin\alpha^{x}_{n-1,2}\cos\alpha^{y}_{n-1,2}$
$T^{y}_{n-1,2}\sin\alpha^{y}_{n-1,2}\cos\alpha^{x}_{n-1,2}$
$P^{z'}_{n-1,2}$
$P^{z''}_{n-1,2}$
a_0
a
$T^{x}_{n+1-k,k}\cos\alpha^{x}_{n+1-k,k}$
$T^{x}_{n+1-k,k}\sin\alpha^{x}_{n+1-k,k}\sin\alpha^{y}_{n+1-k,k}$
$0{,}5N_{зат}$
X_2
$H^{y}_{1,n}$
$H^{x}_{1,n}$
$H^{y}_{2,n-1}$
$H^{x}_{2,n-1}$
$H^{y}_{n+1-k,k}$
$H^{x}_{i,n+1-i}$
$H^{y}_{n-1,2}$
$H^{x}_{n-1,2}$
$0{,}5T^{y}_{1,n}\cos\alpha^{y}_{1,n}\psi$
$T^{y}_{2,n-1}\cos\alpha^{y}_{2,n-1}$
$T^{y}_{n-1,2}\cos\alpha^{y}_{n-1,2}$
$0{,}5T^{x}_{n,1}\cos\alpha^{x}_{n,1}$
$H^{y}_{n,1}$
$T^{y}_{2,n-1}\sin\alpha^{y}_{2,n-1}\sin\alpha^{x}_{2,n-1}$
$T^{x}_{2,n-1}\cos\alpha^{x}_{2,n-1}$
$T^{x}_{2,n-1}\sin\alpha^{x}_{2,n-1}\sin\alpha^{y}_{2,n-1}$
$T^{y}_{i,n+1-i}\cos\alpha^{y}_{i,n+1-i}$
$T^{y}_{i,n+1-i}\sin\alpha^{y}_{i,n+1-i}\sin\alpha^{x}_{i,n+1-i}$
$T^{y}_{n-1,2}\sin\alpha^{x}_{n-1,2}\sin\alpha^{y}_{n-1,2}$
$T^{x}_{n-1,2}\cos\alpha^{x}_{n-1,2}$
$T^{y}_{n-1,2}\sin\alpha^{y}_{n-1,2}\sin\alpha^{x}_{n-1,2}$
y
X
n
n-1
K
2
1
i

Фиг. 4.

7) собственный вес бортового элемента распределяем равномерно по всей поверхности оболочки;

8) рассматривается только равномерно распределенная по всей поверхности оболочки симметричная нагрузка, приведенная к сосредоточенной, приложенная в точках пересечения осей полос-арок и равная 0,5 Р для обоих видов полос-арок;

9) толщиной полос-арок пренебрегаем при определении изгибающих и крутящих моментов.

Расчет системы, полученной в процессе такой идеализации конструкции, осуществляется методом сил.

На фиг. 2, 3 и 4 даны расчетные схемы соответственно выпуклых и вогнутых полос-арок и бортового элемента с действующими на них нагрузками, а именно:

P – заданная сосредоточенная нагрузка в точках i, k;

$T^{x}_{i,k}$ и $T^{y}_{i,k}$ – неизвестные сдвигающие силы между выпуклыми и вогнутыми полосами-арками в местах их пересечения (в точках i, k) соответственно по направлению оси x и y и приходящиеся на всю ширину полосы-арки;

$P^{z}_{i,k}$ – неизвестные вертикальные контактные силы между выпуклыми и вогнутыми полосами-арками в местах их пересечения (в точках i, k) по направлению оси z;

$P^{z'}_{n+1-k,k}$ и $P^{z''}_{i,n+1-i}$ – неизвестные вертикальные,

$H^{x}_{i,n+1-i}$ и $H^{y}_{n+1-k,k}$ – неизвестные горизонтальные и

$T^{x}_{n+1-k,k}$ и $T^{y}_{i,n+1-i}$ – неизвестные наклонные контактные силы в местах соединения криволинейной части и бортовых элементов оболочки;

$H^{x}_{1,n}$ и $H^{y}_{1,n}$ – неизвестные горизонтальные контактные силы между бортовыми элементами в высоких опорах соответственно по направлению оси x и y;

$H'_{n,1}$ – неизвестная горизонтальная контактная сила между бортовыми элементами в низких опорах по направлению оси y;

$N_{зат}$ – неизвестная сила в затяжке;

$R_{1,n}$ и $R_{n,1}$ – неизвестные вертикальные опорные реакции соответственно в высоких и низких углах оболочки.

Для того, чтобы свести количество неизвестных до минимума, выразим неизвестные силы $P^{z'}_{n+1-k,k}$, $P^{z''}_{i,n+1-i}$, $H^{x}_{i,n+1-i}$, $H^{y}_{n+1-k,k}$, $H^{x}_{1,n}$, $H^{y}_{1,n}$ и $R_{1,n}$ через другие неизвестные из соответствующих уравнений равновесия, рассматривая равновесие или выпуклой полосы-арки (фиг. 2), или вогнутой полосы-арки (фиг. 3), или бортового элемента (фиг. 4).

В результате таких преобразований получим в исходной схеме следующее количество неизвестных:

а) $\sum\limits_{i=2}^{n}(i-1)$ сдвигающих сил $T^{x}_{i,k}$;

б) $\sum\limits_{k=2}^{n}(k-1)$ сдвигающих сил $T^{y}_{i,k}$;

в) $\sum\limits_{i=1}^{n-1} i$ контактных сил $P^{z}_{i,k}$;

г) одно усилие в затяжке $N_{зат}$;

д) одну горизонтальную контактную силу $H^{y}_{n,1}$ между бортовыми элементами в низких опорах;

е) одну вертикальную опорную реакцию $R_{n,1}$ в низких углах оборочки.

Итого имеем $\left[\sum\limits_{i=2}^{n}(i-1)+\sum\limits_{k=2}^{n}(k-1)+\sum\limits_{i=1}^{n-1} i+3\right]$ неизвестных сил.

H. Laul, J. Pugal

About the Calculation of Flat Timber Hypars

Summary

The paper presents a method for the calculation of flat timber hypars. The discrete calculation scheme corresponds to the method of forces. In the calculation model the structure has been cut into crossing convex and concave strips - arches (having contact forces at the crossing points), and into edge beams and general diagonal ties. Thus the model represents a complicated space system of bars. The calculation procedure has been programmed for a computer.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

УДК 624.074.4.

Х.Х. Лаул, Я.П. Пугаль

О ВЫВОДЕ РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПОЛОГИХ ДЕРЕВЯННЫХ ГИПАРОВ

Введение

Данная статья является продолжением статьи [I], где описана идея предлагаемого метода расчета квадратных в плане пологих деревянных гипаров и даны расчетная схема конструкции, его геометрические характеристики и обозначения всех усилий и нагрузок.

В данной статье представлены формулы для определения внутренних усилий в оболочке и выведена система разрешающих канонических уравнений.

I. Внутренние усилия в оболочке

Центры расчетных сечений для внутренних усилий находятся в местах пересечения осей выпуклых и вогнутых полос-арок и в местах пересечения осей выпуклых и вогнутых полос-арок с осью бортового элемента.

Усилия в полосах-арках и в бортовом элементе относим соответственно к подвижным системам декартовых координат $O_1\, x_1\, y_1\, z_1$ и $O_2\, x_2\, y_2\, z_2$. Начало координат O_1 скользит по оси полоски-арки, а O_2 – по оси бортового элемента (фиг. 2,3,4)[I].

Изгибающие моменты относительно осей y_1 и z_1, крутящий момент относительно оси $x_1 - x_1$ и нормальная сила по направлению оси x_1 в k-ой выпуклой полосе-арке в расчетных сечениях (в точках j, k) определяются по формулам:

$$M_{j,\kappa}^{y_1} = \sum_{i=2}^{n+1-\kappa} T_{i,\kappa}^{x} a_{i,\kappa,j}^{x} + \sum_{i=1}^{n-\kappa} P_{i,\kappa}^{z} a_{i,\kappa,j}^{z} + Pa_{j,\kappa}^{P},$$

где $\kappa = 1\ldots(n-1)$; $j = 1\ldots(n+1-\kappa)$;

$$M_{j,\kappa}^{z_1} = \sum_{i=1}^{n-\kappa} T_{i,\kappa}^{y} b_{i,\kappa,j}^{y} + \sum_{i=1}^{n-\kappa} P_{i,\kappa}^{z} b_{i,\kappa,j}^{z} + Pb_{j,\kappa}^{P},$$

где $\kappa = 2\ldots(n-1)$; $j = 1\ldots(n+1-\kappa)$;

$$M_{j,\kappa}^{x_1-x_1} = \sum_{i=1}^{n-\kappa} T_{i,\kappa}^{y} d_{i,\kappa,j}^{y} + \sum_{i=1}^{n-\kappa} P_{i,\kappa}^{z} d_{i,\kappa,j}^{z} + Pd_{j,\kappa}^{P},$$

где $\kappa = 2\ldots(n-1)$; $j = 1\ldots(n+1-\kappa)$; (I)

$$N_{j,\kappa}^{x_1(\text{сл.})} = \sum_{i=2}^{n+1-\kappa} T_{i,\kappa}^{x} r_{i,\kappa,j}^{x(\text{сл.})} + \sum_{i=1}^{j} P_{i,\kappa}^{z} r_{i,\kappa,j}^{z} + Pr_{j,\kappa}^{P(\text{сл.})},$$

где $\kappa = 1\ldots(n-1)$; $j = 1\ldots(n-\kappa)$;

$$N_{j,\kappa}^{x_1(\text{сп.})} = \sum_{i=2}^{n+1-\kappa} T_{i,\kappa}^{x} r_{i,\kappa,j}^{x(\text{сп.})} + \sum_{i=1}^{j-1} P_{i,\kappa}^{z} r_{i,\kappa,j}^{z} + Pr_{j,\kappa}^{P(\text{сп})},$$

где $\kappa = 1\ldots(n-1)$; $j = 2\ldots(n+1-\kappa)$.

Изгибающие моменты относительно осей x_1 и z_1, крутящий момент относительно оси $y_1 - y_1$ и нормальная сила по направлению оси y_1 в i-ой вогнутой полосе-арке в расчетных сечениях (в точках i,j) определяются по формулам:

$$M_{i,j}^{x_1} = \sum_{\kappa=2}^{n+1-i} T_{i,\kappa}^{y} g_{i,\kappa,j}^{y} + \sum_{\kappa=1}^{n-i} P_{i,\kappa}^{z} g_{i,\kappa,j}^{z} + Pg_{i,j}^{P},$$

где $i = 1\ldots(n-1)$; $j = 1\ldots(n+1-i)$;

$$M_{i,j}^{z_1} = \sum_{\kappa=1}^{n-i} T_{i,\kappa}^{x} h_{i,\kappa,j}^{x} + \sum_{\kappa=1}^{n-i} P_{i,\kappa}^{z} h_{i,\kappa,j}^{z} + Ph_{i,j}^{P},$$

где

$$i = 2\ldots(n-1); \quad j = 1\ldots(n+1-i);$$

$$M^{y_1-y_1}_{i,j} = \sum_{\kappa=1}^{n-i} T^{x}_{i,\kappa}\, t^{x}_{i,\kappa,j} + \sum_{\kappa=1}^{n-i} P^{z}_{i,\kappa}\, t^{z}_{i,\kappa,j} + P t^{P}_{i,j}, \qquad (2)$$

где $\quad i = 2\ldots(n-1); \quad j = 1\ldots(n+1-i);$

$$N^{y_1(\text{сл.})}_{i,j} = \sum_{\kappa=2}^{n+1-i} T^{y}_{i,\kappa} v^{y(\text{сл.})}_{i,\kappa,j} + \sum_{\kappa=1}^{j} P^{z}_{i,\kappa} v^{z}_{i,\kappa,j} + P v^{P(\text{сл.})}_{i,j},$$

где $\quad i = 1\ldots(n-1); \quad j = 1\ldots(n-i);$

$$N^{y_1(\text{сп.})}_{i,j} = \sum_{\kappa=2}^{n+1-i} T^{y}_{i,\kappa} v^{y(\text{сп.})}_{i,\kappa,j} + \sum_{\kappa=1}^{j-1} P^{z}_{i,\kappa} v^{z}_{i,\kappa,j} + P v^{P(\text{сп.})}_{i,j},$$

где $\quad i = 1\ldots(n-1); \quad j = 2\ldots(n+1-i).$

Изгибающие моменты относительно осей x_2 и z_2, крутящий момент относительно оси $y_2 - y_2$ и нормальная сила по направлению оси y_2 в бортовом элементе в расчетных сечениях определяются по формулам:

$$M^{x_2(\text{сп.})}_{j} = \sum_{i=2}^{n} \sum_{\kappa=1}^{n+1-i} T^{x}_{i,\kappa} f^{x(\text{сп.})}_{i,\kappa,j} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\kappa=2}^{n+1-i} T^{y}_{i,\kappa} f^{y(\text{сп.})}_{i,\kappa,j} +$$
$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\kappa=1}^{n-i} P^{z}_{i,\kappa} f^{z}_{i,\kappa,j} + N_{\text{зат.}} f^{N_{\text{зат.}}}_{j} + R_{n,1} f^{R_{n,1}} +$$
$$+ H^{y}_{n,1} f^{H^{y}_{n,1}}_{j} + P f^{P}_{j},$$

где $\quad j = 1\ldots(n-1);$

$$M^{x_2(\text{сл.})}_{j} = \sum_{i=2}^{n} \sum_{\kappa=1}^{n+1-i} T^{x}_{i,\kappa} f^{x(\text{сл.})}_{i,\kappa,j} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\kappa=2}^{n+1-i} T^{y}_{i,\kappa} f^{y(\text{сл.})}_{i,\kappa,j} +$$
$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\kappa=1}^{n-i} P^{z}_{i,\kappa} f^{z}_{i,\kappa,j} + N_{\text{зат.}} f^{N_{\text{зат.}}} + R_{n,1} f^{R_{n,1}} +$$
$$+ H^{y}_{n,1} \cdot f^{H^{y}_{n,1}}_{j} + P f^{P}_{j},$$

где $\quad j = 2 \dots n;$

$$M_j^{z_2} = \sum_{i=2}^{n} \sum_{k=1}^{n+1-i} T_{i,k}^{x} s_{i,k,j}^{x} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=2}^{n+1-i} T_{i,k}^{y} s_{i,k,j}^{y} +$$

$$+ N_{зат.} s_j^{N_{зат.}} + H_{n,1}^{y} s_j^{H_{n,1}^{y}},$$

где $\quad j = 1 \dots n;$

$$M_j^{y_2 - y_2(сп.)} = \sum_{i=2}^{n} \sum_{k=1}^{n+1-i} T_{i,k}^{x} q_{i,k,j}^{x(сп.)} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=2}^{n+1-i} T_{i,k}^{y} q_{i,k,j}^{y(сп.)} + \tag{3}$$

$$+ N_{зат.} q_j^{N_{зат.}} + H_{n,1}^{y} q_j^{H_{n,1}^{y}},$$

где $\quad j = 1 \dots (n-1);$

$$M_j^{y_2 - y_2(сл.)} = M_{j-1}^{y_2 - y_2(сп.)},$$

где $\quad j = 2 \dots n;$

$$N_j^{y_2(сп)} = \sum_{i=2}^{n} \sum_{k=1}^{n+1-i} T_{i,k}^{x} u_{i,k,j}^{x} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=2}^{n+1-i} T_{i,k}^{y} u_{i,k,j}^{y} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{j} \sum_{k=1}^{n-j} P_{i,k}^{z} u_{i,k,j}^{z} + N_{зат.} u_j^{N_{зат.}} + R_{n,1} u_j^{R_{n,1}} +$$

$$+ H_{n,1}^{y} u_j^{H_{n,1}^{y}} + P u_j^{P},$$

где $\quad j = 1 \dots (n-1);$

$$N_j^{y_2(сл.)} = N_{j-1}^{y_2(сп.)},$$

где $\quad j = 2 \dots n.$

Ввиду ограниченности места, выражения для коэффициентов $a_{i,k,j}^{x}$, $a_{i,k,j}^{z}$, $b_{i,k,j}^{y}$, ... здесь не даны.

2. Вывод уравнений

По данному методу расчета система канонических уравнений выводится из условия минимума потенциальной энергии внутренних сил рассматриваемой системы. Учитывая только потенциальную энергию изгиба и кручения и вычисляя интегралы, входящие в формулу потенчиальной энергии для данной системы, через формулу Симпсона получим выражение потенциальной энергии для одной четверти оболочки в следующем виде:

$$
\begin{gathered}
\Pi=\frac{1}{6E}\Big\{\varkappa_1\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{j=2}^{n+1-k}l_{j,j-1}\eta_1\big[(M_{j,k}^{y_1})^2+\\
+M_{j,k}^{y_1}M_{j-1,k}^{y_1}+(M_{j-1,k}^{y_1})^2\big]+\varkappa_2\sum_{k=2}^{n-1}\sum_{j=2}^{n+1-k}l_{j,j-1}\cdot\\
\cdot\big[(M_{j,k}^{z_1})^2+M_{j,k}^{z_1}M_{j-1,k}^{z_1}+(M_{j-1,k}^{z_1})^2\big]+\\
+\varkappa_3\sum_{k=2}^{n-1}\sum_{j=2}^{n+1-k}l_{j,j-1}\big[(M_{j,k}^{x_1-x_1})^2+M_{j,k}^{x_1-x_1}M_{j-1,k}^{x_1-x_1}+\\
+(M_{j-1,k}^{x_1-x_1})^2\big]+\varkappa_1\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=2}^{n+1-i}l_{j,j-1}\eta_2\big[(M_{i,j}^{x_1})^2+M_{i,j}^{x_1}M_{i,j-1}^{x_1}+(M_{i,j-1}^{x_1})^2\big]+\\
+\varkappa_2\sum_{i=2}^{n-1}\sum_{j=2}^{n+1-i}l_{j,j-1}\big[(M_{i,j}^{z_1})^2+M_{i,j}^{z_1}M_{i,j-1}^{z_1}+(M_{i,j-1}^{z_1})^2\big]+\\
+\varkappa_3\sum_{i=2}^{n-1}\sum_{j=2}^{n+1-i}l_{j,j-1}\big[(M_{i,j}^{y_1-y_1})^2+M_{i,j}^{y_1-y_1}M_{i,j-1}^{y_1-y_1}+(M_{i,j-1}^{y_1-y_1})^2\big]+\\
+\varkappa_4a_1\sum_{j=2}^{n}\big[(M_j^{x_2(\text{сл.})})^2+M_j^{x_2(\text{сл.})}M_{j-1}^{x_2(\text{сп.})}+(M_{j-1}^{x_2(\text{сп.})})^2\big]+\\
+\varkappa_5a_1\sum_{j=2}^{n}\big[(M_j^{z_2})^2+M_j^{z_2}M_{j-1}^{z_2}+(M_{j-1}^{z_2})^2\big]+\\
+\varkappa_6a_1\sum_{j=2}^{n}(M_j^{y_2-y_2(\text{сл.})})^2\Big\}.
\end{gathered}
\tag{4}
$$

Подставив в формулу (4) выражения изгибающих и крутящих моментов из формул (I)-(3), получим выражение потенциальной энергии, в которую входят все неизвестные силы.

Условия минимума потенциальной энергии внутренних сил

$$\left(\frac{\partial\Pi}{\partial T_{p,w}^{x}}=0,\qquad\frac{\partial\Pi}{\partial T_{p,w}^{y}}=0,\qquad\frac{\partial\Pi}{\partial P_{p,w}^{z}}=0,\right.$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial N_{зam}} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial R_{n,1}} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial H^{y}_{n,1}} = 0)$$

служат каноническими уравнениями для определения неизвестных сил.

Для решения задачи имеем:

а) $\sum\limits_{p=2}^{n}(p-1)$ канонических уравнений вида

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T^{x}_{p,w}} = \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{n+1-i}\lambda^{xx}_{p,w;i,k}T^{x}_{i,k} + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=2}^{n+1-i}\lambda^{xy}_{p,w;i,k}T^{y}_{i,k} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-i}\lambda^{xz}_{p\,w;i,k}P^{z}_{i,k} + \lambda^{xN_{зam}}_{p,w}N_{зam} + \tag{5}$$

$$+ \lambda^{xR_{n,1}}_{p,w}R_{n,1} + \lambda^{xH^{y}_{n,1}}_{p,w}H^{y}_{n,1} + \lambda^{xP}_{p,w}P = 0,$$

где $p = 2 \ldots n, \; w = 1 \ldots (n+1-p)$;

б) $\sum\limits_{w=2}^{n}(w-1)$ канонических уравнений вида

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T^{y}_{p,w}} = \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{n+1-i}\lambda^{yx}_{p,w;i,k}T^{x}_{i,k} + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=2}^{n+1-i}\lambda^{yy}_{p,w;i,k}T^{y}_{i} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-i}\lambda^{yz}_{p,w;i,k}P^{z}_{i,k} + \lambda^{yN_{зam}}_{p,w}N_{зam} + \tag{6}$$

$$+ \lambda^{yR_{n,1}}_{p,w}R_{n,1} + \lambda^{yH^{y}_{n,1}}_{p,w}H^{y}_{n,1} + \lambda^{yP}_{p,w}P = 0,$$

где $p = 1 \ldots (n-1); \; w = 2 \ldots (n+1-p)$;

в) $\sum\limits_{p=1}^{n-1}p$ канонических уравнений вида

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T^{z}_{p,w}} = \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{n+1-i}\lambda^{zx}_{p,w;i,k}T^{x}_{i,k} + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=2}^{n+1-i}\lambda^{zy}_{p,w;i,k}T^{y}_{i,k} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-i}\lambda^{zz}_{p,w;i,k}P^{z}_{i,k} + \lambda^{zN_{зam}}_{p,w}N_{зam} + \tag{7}$$

$$+\lambda_{p,w}^{zR_{n,1}} R_{n,1} + \lambda_{p,w}^{zH_{n,1}^y} H_{n,1}^y + \lambda_{p,w}^{zP} P = 0,$$

где $p = 1\ldots(n-1)$; $w = 1\ldots(n-p)$;

г) одно каноническое уравнение вида

$$\frac{\partial \Pi}{\partial N_{зат}} = \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{n+1-i} \lambda_{i,k}^{N_{зат}x} T_{i,k}^x + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=2}^{n+1-i} \lambda_{i,k}^{N_{зат}y} T_{i,k}^y +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-i} \lambda_{i,k}^{N_{зат}z} P_{i,k}^z + \lambda^{N_{зат}N_{зат}} N_{зат} + \tag{8}$$

$$+ \lambda^{N_{зат}R_{n,1}} R_{n,1} + \lambda^{N_{зат}H_{n,1}^y} H_{n,1}^y + \lambda^{N_{зат}P} P = 0;$$

д) одно каноническое уравнение вида

$$\frac{\partial \Pi}{\partial R_{n,1}} = \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{n+1-i} \lambda_{i,k}^{R_{n,1}x} T_{i,k}^x + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=2}^{n+1-i} \lambda_{i,k}^{R_{n,1}y} T_{i,k}^y +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-i} \lambda_{i,k}^{R_{n,1}z} P_{i,k}^z + \lambda^{R_{n,1}N_{зат}} N_{зат} + \tag{9}$$

$$+ \lambda^{R_{n,1}R_{n,1}} R_{n,1} + \lambda^{R_{n,1}H_{n,1}^y} H_{n,1}^y + \lambda^{R_{n,1}P} P = 0;$$

е) одно каноническое уравнение вида

$$\frac{\partial \Pi}{\partial H_{n,1}^y} = \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{n+1-i} \lambda_{i,k}^{H_{n,1}^y x} T_{i,k}^x + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=2}^{n+1-i} \lambda_{i,k}^{H_{n,1}^y y} T_{i,k}^y +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-i} \lambda_{i,k}^{H_{n,1}^y z} P_{i,k}^z + \lambda^{H_{n,1}^y N_{зат}} N_{зат} + \tag{10}$$

$$+ \lambda^{H_{n,1}^y R_{n,1}} R_{n,1} + \lambda^{H_{n,1}^y H_{n,1}^y} H_{n,1}^y + \lambda^{H_{n,1}^y P} P = 0.$$

В формуле (4) приняты следующие обозначения:

$$\varkappa_1 = \frac{1}{m_1 J_{y_1}} = \frac{1}{m_1 J_{x_1}}; \quad \varkappa_2 = \frac{1}{m_1 J_{z_1}}; \quad \varkappa_3 = \frac{E}{G m_1 J_{кр}};$$

$$\varkappa_4 = \frac{1}{J_{x_2}}; \quad \varkappa_5 = \frac{1}{J_{z_2}}; \quad \varkappa_6 = \frac{3E}{G J_{кр}^{б.эл.}}; \quad m_1 = \frac{b}{b_1}; \tag{II}$$

$$l_{j,j-1} = \frac{b}{\cos\gamma^{x}_{j,j-1}}; \quad a_1 = \frac{a}{(n-1)\cos\beta};$$

E – модуль упругости древесины вдоль волокон;

G – модуль упругости древесины при сдвиге;

b_1 – ширина доски

при $k \neq 1$ $\eta_1 = 1$, при $k = 1$ $\eta_1 = 0{,}5$;

при $i \neq 1$ $\eta_2 = 1$, при $i = 1$ $\eta_2 = 0{,}5$.

В виду ограниченности места выражения для коэффициентов $\lambda^{xx}_{p,w;i,k}$, $\lambda^{xy}_{p,w;i,k}$, $\lambda^{xz}_{p,w;i,k}$, ... здесь не приведены.

Таким образом, получим систему канонических уравнений из $\left[\sum_{p=2}^{n}(p-1) + \sum_{w=2}^{n}(w-1) + \sum_{p=1}^{n-1} p + 3\right]$ уравнений с $\left[\sum_{i=2}^{n}(i-1) + \sum_{k=2}^{n}(k-1) + \sum_{i=1}^{n-1} i + 3\right]$ неизвестными.

Решив эту систему уравнений, найдем все неизвестные силы и, подставив их в формулы (I–3), найдем все внутренние усилия в криволинейной части, в бортовом элементе и опорные реакции. Все выведенные формулы даны в виде, удобном для составления программ на ЭВМ.

Литература

I. Х.Х. Лаул, Я.П. Пугаль "О расчете пологих деревянных гипаров". См. наст. сб., с. 19.

H. Laul, J. Pugal

Conclusions of Solving Equations for Flat Timber Hypars

Summary

The paper deals with the calculation of flat timber hypars by a method of forces in accordance with the discrete scheme.

The governing system of the equations has been developed by using the conditions of the minimum of deformation energy. The loads are distributed uniformly over the whole surface of the shells.

All the formulas have been given in a form comfortable for the application of a computer.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

УДК 624.043.6:681.3
69.024.5

У.В.-Э. Мянд, В.Э. Куулман

О РАБОТЕ ВИСЯЧЕГО ПОКРЫТИЯ ПРИ СОЗДАНИИ ПРЕДНАПРЯЖЕНИЯ

Введение

Возведение висячего покрытия с заданными усилиями предварительного напряжения в вантах требует обычно повторного натяжения отдельных вант сетки. При определении хода натяжения вант с применением ЭВМ в практике достигалась значительная экономика в строительстве висячих оболочек в виде гипара с ортогональной сеткой вант [I].

На базе разработанной методики расчета вантовых сетей [2] на кафедре строительных конструкций ТПИ разработана программа расчета напряженно-деформативного состояния вантовой сетки при натяжении отдельных или группы вант [3].

В данной статье изложены некоторые результаты проверки разработанной методики расчета при эксперименте и результаты теоретического исследования создания преднапряжения вантовой сетки крупноразмерной модели седловидного висячего покрытия.

Основное внимание уделяется на изменение усилий в вантовой сетке в зависимости от последовательности натяжения вант и на работу покрытия при изменеии изгибной жесткости контура.

По разработанной методике расчета [3] определяются необходимые изменения внутренних усилий в вантах после решения системы уравнений (I), (2) и (3) для каждого этапа натяжения.

$$Ta_{i,k}(X_{j,i+1,k}-X_{j,i,k})/S^{a}_{i,k}+Tk_{i,k}(X_{j,i,k+1}-X_{j,i,k})/S^{k}_{i,k}+$$

$$+Ta_{i-1,k}(X_{j,i-1,k}-X_{j,i,k})/S^{a}_{i-1,k}+Tk_{i,k-1}(X_{j,i,k-1}-X_{j,i,k})/S^{k}_{i,k-1}=0 \qquad (I)$$

$$Ta_{i,k}=\overset{0}{T}a_{i,k}+EFa_k(S^{a}_{i,k}-S^{0a}_{i,k}-\Delta S^{a}_{i,k})/S^{0a}_{i,k} \qquad (2)$$

$$Tk_{i,k}=\overset{0}{T}k_{i,k}+EFk_i(S^{k}_{i,k}-S^{0k}_{i,k}-\Delta S^{k}_{i,k})/S^{0k}_{i,k}. \qquad (3)$$

где $X_{j,i,k}$ – неизвестные координаты вантовой сетки;

$Ta_{i,k}$ и $Tk_{i,k}$ – внутренние силы в участках несущих и стягивающих вант на данном этапе натяжения;

$S^{a}_{i,k}$ и $S^{k}_{i,k}$ – соответствующие длины участков вант;

EFa_k и EFk_i – жесткости вант на растяжение;

$\Delta S^{a}_{i,k}$ и $\Delta S^{k}_{i,k}$ – условные удлинения участков вант, которые определяются по формулам (4) и (5):

$$\Delta S^{a}_{i,k}=S^{1a}_{i,k}-S^{0a}_{i,k}-(\overset{1}{T}a_{i,k}-\overset{0}{T}a_{i,k})S^{0a}_{i,k}/EFa_k \qquad (4)$$

$$\Delta S^{k}_{i,k}=S^{1k}_{i,k}-S^{0k}_{i,k}-(\overset{1}{T}k_{i,k}-\overset{0}{T}k_{i,k})S^{0k}_{i,k}/EFk_i. \qquad (5)$$

Индексами "0" и "1" обозначены исходный и конечный этап натяжения соответственно.

Натяжение одного или нескольких вант при расчете моделируется вставкой всех удлинений (4) или (5) для этих вант в (2) или (3). Если при заданной очередности натяжения вант усилия в вантах превышали заданные границы на данном этапе натяжения, то результаты этапа расчета аннулируются и переходят на следующий этап натяжения, а пропущенный этап натяжения вычисляется при повторном расчете. Описанное условие дает возможность улучшить выбор очередности натяжения вант.

Ход расчета был запрограммирован на алгоритмическом языке "Малгол".

I. Экспериментальные исследования

Экспериментальные исследования предварительного напряжения висячего покрытия с отрицательной кривизной проводились на модели, изготовленной на кафедре строительных конструкций ТПИ. Цель испытания - дать оценку применимости разработанной методики расчета преднапряжения вант.

I.I. Описание модели

Контур - в плане эллипса, с полуосями $R_x = 1680$ мм и $R_y = 1725$ мм, был изготовлен из стальной трубы ø 102 мм, $\delta = 4$ мм, приведенный момент инерции контура $J_k = 112{,}25$ см^4 модуль упругости $E_k = 2{,}1 \cdot 10^6$ кгс/см^2.

В расчетах жесткость контура характеризуется параметром

$$\xi = \frac{R^3}{\pi E_k J_k} \qquad [\text{см/кгс}]$$

где $E_k J_k$ - изгибная жесткость контура

$$R = 0{,}5(R_x + R_y).$$

Для данной модели $\xi = \xi_0 = 0{,}0663$ см/кгс.

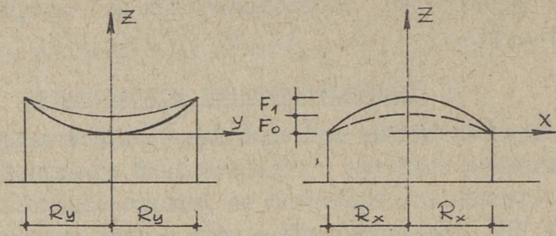
Вантовая сетка моделировалась из 9 несущих и 9 стягивающих тросов ø 1,8 мм, сечение троса 1,538 мм^2. Модуль упругости тросов $E_{тр} = 1{,}36 \cdot 10^6$ кгс/см^2 определялся при испытании.

Схема модели приведена на фиг. I, обозначение вантовой сетки - на фиг. 2.

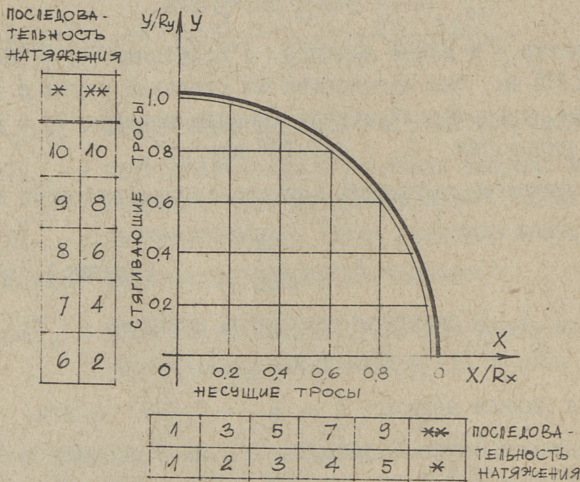
Для измерения деформаций вант использовались электрические тензодатчики ЦНИИСКа (длина базы 20 мм), которые крепились на специальные измерительные звенья, расположенные на концах тросов. Эти звенья были изготовлены из алюминиевого сплава и тарированы силой от нуля до 200 кг.

I.2. Характеристика рассмотренных задач

При исследовании работы висячего покрытия рассматривались следующие основные задачи:



Фиг. 1.



Фиг. 2.

I. Задача I. Усилия в тросах на исходном этапе получены при практическом измерении на модели (в таблице I) и усилия на конечном этапе в несущих вантах $T^{1}_{k_i}$ = 40 кгс, в стягивающих вантах $T^{1}_{a_k}$ = 40 кгс.

Таблица I

X/R_x; Y/R_y	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8
T^{0}_{a} [кгс]	27,3	24,7	I9,6	50,8	35,4
T^{0}_{k} [кгс]	I9,5	27,I	I9,6	43,0	23,6

2. Задачи 2 и 3 - для теоретического исследования преднапряжения висячего покрытия.

- усилия в вантах на исходном и конечном этапе натяжения распределены равномерно.

При решении задачи 2 рассмотрены некоторые последовательности натяжения вант (варианты 2.0 и 2.I, а также 2.0I и 2.04). Характеристика задачи приведена в таблице 2.

Таблица 2

Задача №	Усилия в тросах		$\xi = \frac{R^3}{\pi E_k I_k}$	Последовательность натяжения вант
	T_0 [кгс]	T_1 [кгс]		
I		40	0,0663	См. фиг. 2 индекс *
2.0.0	40	75	0,00	См. фиг. 2 индекс *
2.0.I.	40	75	0,0663	
2.0.2.	40	75	0,I326	
2.0.4.	40	75	0,2652	
2.	40	75	0,0663	См. фиг. 2 индекс *
3.0	75	II0	0,0663	См, фиг. 2 индекс *

I.3. Проведение эксперимента и оценка полученных результатов

Практическое натягивание вантовой сетки производилось после предварительного расчета требуемых усилий натяжения на ЭВМ "Минск-22" [3].

Натяжение тросов на контур производилось при помощи регулировки напряжения в вантах с двух концов, чтобы уменьшить влияние трения между вантами в узлах сетки.

Результаты измерения показали, что при натяжении троса с одного конца напряжение троса в другом конце отличалось на 10-20 % в зависимости от местонахождения троса, а уменьшение расхождения напряжений происходило медленно и неравномерно (измерения производились в течение 35 дней).

Основные результаты сопоставления теоретических и экспериментальных исследований получены по данным задачи I. Некоторые расхождения результатов иллюстрируются графиками на фиг. 3 и 4, в зависимости от этапа натяжения вант. В ходе натяжения погрешность в усилиях достигала для стягивающих тросов до 25 % и для несущих тросов до 15 %, но расхождение окончательных усилий полученных из расчета от экспериментальных не превышали 12 %.

Необходимо отметить, что некоторое влияние на расхождение результатов оказали следующие факторы:

- точность измерения усилия (±0,7 кгс),
- трение между вантами в узлах сетки,
- некоторая несимметричность геометрии модели и натяжения вантовой сетки при испытании.

2. Исследование работы висячего покрытия на основе результатов расчета

При анализе результатов расчета основное внимание обращено на изменение внутренних сил в тросах в зависимости от очередности натяжения тросов и от изгибной жесткости контура. Применяются следующие обозначения:

$\overset{0}{T}_a$ и $\overset{0}{T}_k$ – исходные усилия в стягивающих и несущих тросах;

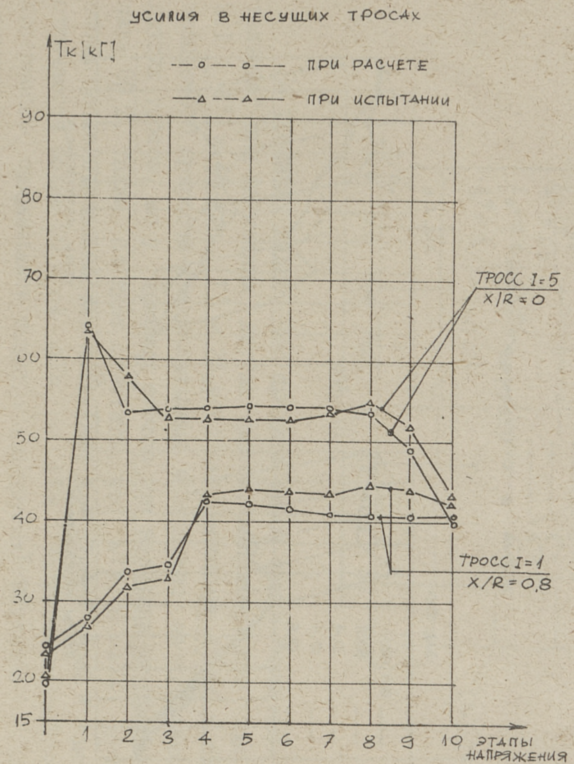
$\overset{1}{T}_a$ и $\overset{1}{T}_k$ – необходимые усилия для тросов;

ΔT_a и ΔT_k – необходимые изменения усилий;

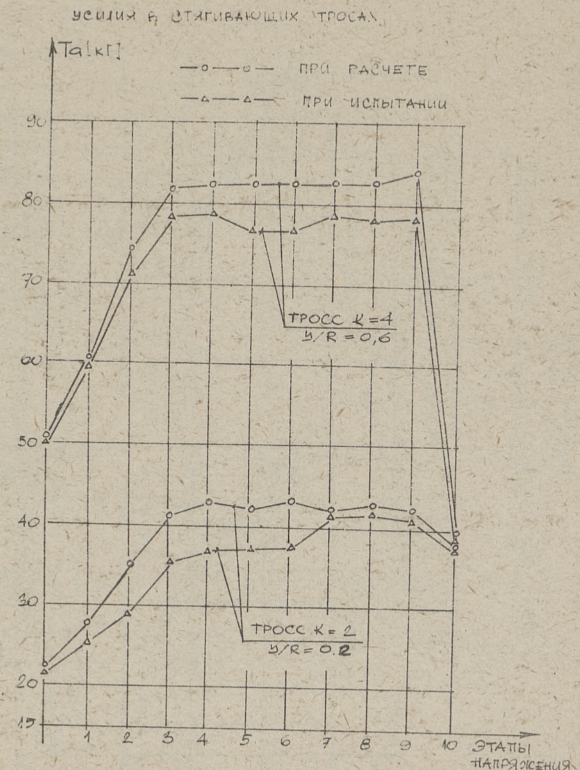
$\xi^* = \dfrac{\xi}{\xi_0}$ – относительный параметр жесткости контура.

2.1. Характеристика изменений усилий

На фиг. 5 и 7 показаны изменения усилий в тросах в ходе натяжения при зад. 2.0. (первая последовательность натяжения) и на фиг. 6 и 8 усилия при зад. 2.1 (вторая последовательность натяжения). На фиг. 9 приводятся необходимые относительные изменения усилий в тросах для некоторых задач.

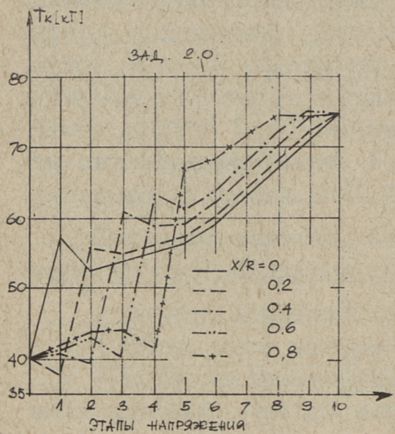

УСИЛИЯ В НЕСУЩИХ ТРОСАХ
Тк [кГ]
ПРИ РАСЧЕТЕ
ПРИ ИСПЫТАНИИ
90
80
70
60
50
40
30
20
15
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
ЭТАПЫ НАПРЯЖЕНИЯ
ТРОСС I=5
X/R=0
ТРОСС I=1
X/R=0.8

Фиг. 3.

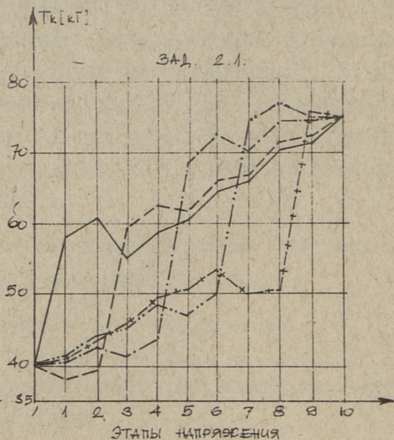

УСИЛИЯ В СТЯГИВАЮЩИХ ТРОСАХ
Та [кГ]
ПРИ РАСЧЕТЕ
ПРИ ИСПЫТАНИИ
90
80
70
60
50
40
30
20
15
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
ЭТАПЫ НАПРЯЖЕНИЯ
ТРОСС K=4
У/R=0,6
ТРОСС K=2
У/R=0.2

Фиг. 4.

УСИЛИЯ В НЕСУЩИХ ТРОСАХ

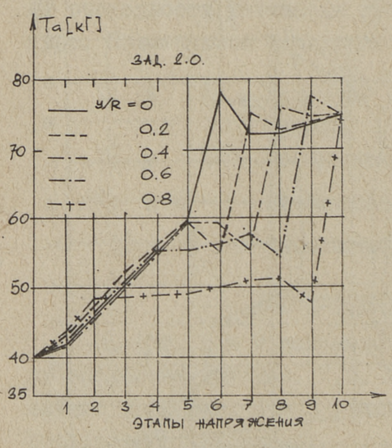


Фиг. 5.

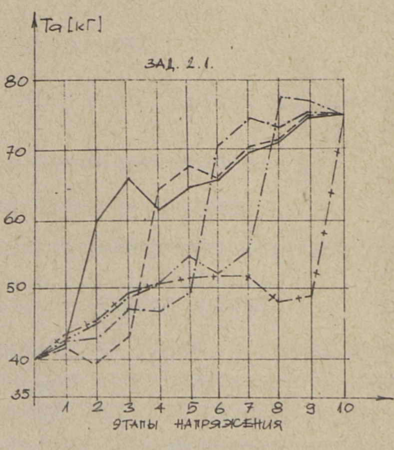


Фиг. 6.

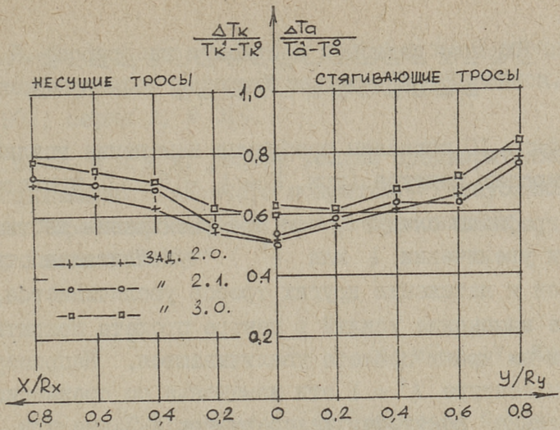
УСИЛИЯ В СТЯГИВАЮЩИХ ТРОСАХ.



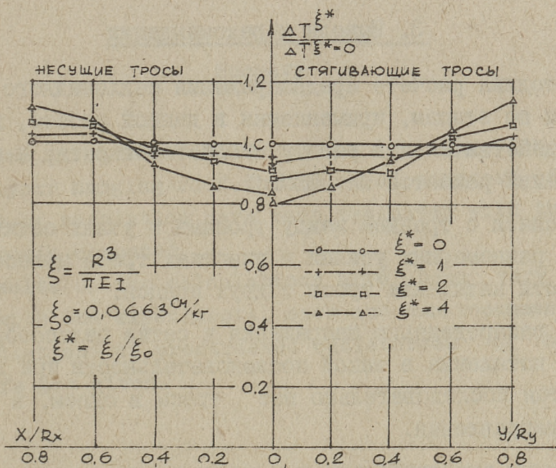
Фиг. 7.



Фиг. 8.



Фиг. 9.



Фиг. 10.

На графиках видно, что средние тросы самые "чувствительные" при натяжении других тросов, например, при зад. 2.I (T^0 = 40 кгс, T^1 = 75 кгс) они достигают 45÷50 % от требуемого прироста преднапряжения вследствие натягивания других тросов, но у крайних тросов эта величина не превышала 30 %, также следует отметить, что ΔT_a и $\Delta T_к$ при обоих последовательностях натяжения для одного троса не отличаются более I0 % от ΔT_a и $\Delta T_к$. Полученная закономерность сохранялась также и при других исходных и окончательных усилиях.

2.2. Влияние изгибной жесткости на прирост внутренних сил в тросах

На фиг. 10 показаны требуемые изменения усилий при разных жесткостях контура (при $\xi = \xi^* = 0$ ΔT приняты 1.0).

По графикам следует, что при уменьшении жесткости контура (при увеличении ξ или ξ^*) "чувствительность" средних тросов к натяжению других тросов увеличивается, т.е. требуемые изменения усилий в центре пролета покрытия уменьшаются, а на краях пролета увеличиваются. Например, при жесткости контура $\xi^* = 1$ эти изменения по сравнению с недеформируемым контуром не превышают 5 %, но при $\xi^* = 4$ они достигают 15-20 %.

3. Выводы и рекомендации

Методика расчета преднапряжения седловидного висячего покрытия по этапам, применяемая в данной работе, хорошо отражает действительную работу висячего покрытия и без особых затруднений решается на ЭЦВМ.

В связи с трением между тросами в узлах сетки для получения равномерных усилий в участках троса целесообразно произвести натяжение троса с двух концов.

По распределению напряжения в сетке целесообразно произвести натяжение в такой последовательности при которой натягиваются последовательно все тросы в одном, а затем и в другом направлении.

Самыми чувствительными к натягиванию других тросов являются средние тросы, которые большую часть из необходимого прироста преднапряжения получают вследствие натяжения других тросов. Эта чувствительность увеличивается при уменьшении изгибной жесткости контура.

Литература

1. В.Т. Корнилов. Расчет последовательности напряжения вант на деформируемый опорный контур. - Строительная механика и расчет сооружений, 1971, № 1.

2. У.В.-Э. М я н д, В.Р. К у л ь б а х. О расчете равновесной конфигурации вантовой сетки.-"Тр. Таллинск.полит. ин-та", 1971, серия А, № 314.

3. У.В.-Э. М я н д. Расчет усилий предварительного напряжения седловидного висячего покрытия.- Республиканская конференция "Проектирование и расчет седловидных висячих покрытий", Таллин, 1972.

U. Mänd, V. Kuulman

About the Behaviour of the Prestressed Cable Network with the Regulation of Cableforces

Summary

The paper gives the results of the investigation on the model of a hypar hanging roof.The required changes of the cable forces by regulation have been evaluated with the help of an electronic computer.

The results of the calculations have been very well comparable with the experimental ones and some recommendations for the regulations of prestressed cableforces of hypar hanging roofs are given.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

УДК 697.112.4:727.11

Л.Х. Саси

ВЛИЯНИЕ ОКНА И ОТОПИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА НА ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ КЛАССНЫХ ПОМЕЩЕНИЙ

По данным Министерства здравоохранения Эстонской ССР, наиболее частыми заболеваниями среди учеников общеобразовательных школ являются простудные, которые отнимают до четырех раз больше учебных дней, чем остальные. В некоторых школах случаи простудных заболеваний среди учеников, сидящих у наружной стены, происходят до 2,7 раза чаще, чем среди учеников, сидящих в глубине класса.

Причиной неблагоприятного теплового режима вблизи наружного ограждения является влияние холодных поверхностей больших окон, горячих отопительных радиаторов, а также влияние инсоляции на организм ученика. Учебный год в климатических условиях Эстонской ССР можно разделить на две термические части: холодный и темный период и теплый и светлый период.

В современных школах для лучшего освещения классных помещений строятся окна, площадь которых достигает до 73 % от площади наружного ограждения. Двухслойное окно имеет до пяти раз меньшее термическое сопротивление, чем наружная стена. К тому же крупноразмерные окна классных помещений имеют сравнительно большую инфильтрацию. Поэтому для возмещения теплопотерь в холодное время года требуется интенсивное отопление помещений в зимних условиях. Таким образом, хотя и обеспечивается нормальная температура воздуха в классных помещениях, но условия термического состояния организма ученика, сидящего у наружного ограждения, часто остаются неблагоприятными. Объясняется это тем, что тепловая радиация от прибора отопления интенсивно согревает нижнюю половину тела ученика, а холодное окно одновременно охлаждает верхнюю половину той же стороны тела. Ученик, сидящий в первом от окна ряду, но в отдалении от радиатора, не получает тепловой радиации от отопительного прибора и поэтому одна сторона его тела интенсивно охлаждается радиацией в сторону холодного наружного ограждения.

Начиная с марта месяца появляется в классных помещениях, ориентированных окнами на юг и восток (эта ориентация классных помещений, кроме чертежных залов, рекомендуется СНиП П-Л 4-73), интенсивное прямое солнечное излучение. При высоте солнца около 30 ^{o} классные помещения с большими окнами просветятся прямыми солнечными лучами до парт крайних рядов. Тепловое действие прямого солнечного излучения на ученика порядка пять-десять раз интенсивнее, чем действие нагретого радиатора на ученика, сидящего возле него. В это время к радиационному перегреву часто прибавляется перегрев воздуха классных помещений из-за трудоемкой регуляции отопления. У учеников, сидящих под прямым солнечным светом кроме высокого перегружения терморегуляционного механизма перегружаются органы зрения. По тестам Х.Рид'а, сделанным в нескольких школах Швеции, интенсивное падение учебной способности учеников начинается уже при температуре воздуха свыше 25 ^{o}С. Особенно ярко это проявляется среди менее способных учеников [3].

Для исследования теплового режима классных помещений была выбрана средняя школа № 37 города Таллина на 1280 учеников, построенная по типовому проекту № 2С-02-23/67. В последние годы в Таллине большинство из всех построенных школ построены по названному проекту. Здание школы имеет полный железобетонный каркас. В качестве наружных стен использованы однослойные панели из сланцезольного газобетона толщиной 30 см. Сопротивление теплопередаче стеновой конструкции R_0 = 1,20 $м^2$час град/ккал. Окна ленточные, со спаренными переплетами и импостами составляют 70 % от наружного ограждения классных помещений.

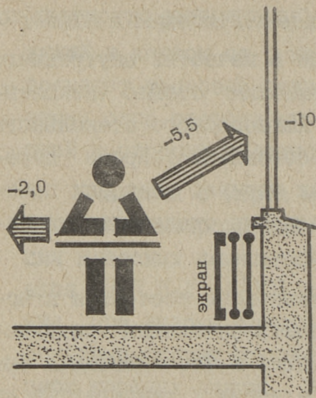
Для проведения строительно-физических исследований были выбраны четыре рядом стоящих классных помещения на втором этаже. Во время эксперимента эти классные помещения имели следующие оконные конструкции: 1) двойное остекление, где между стеклами находились белые регулируемые жалюзи; 2) тройное остекление из обыкновенных строительных стекол; 3) двойное остекление, где в качестве внутреннего стекла было использовано теплоотражающее стекло (закаленное стекло с пленкой окиси олова Ашхабадского стекольного завода); 4) обыкновенное двойное остекление. Кроме перестройки оконных конструкций во всех четырех классных помещениях были вмонтированы перед стальными отопительными радиаторами легкие экраны из фанеры.

Как сказано выше, нарушение теплового состояния классных помещений было вызвано неудовлетворительным радиационным режимом. Поэтому особое внимание в исследованиях было уделено на измерение тепловой радиации и температуры наружных ограждений.

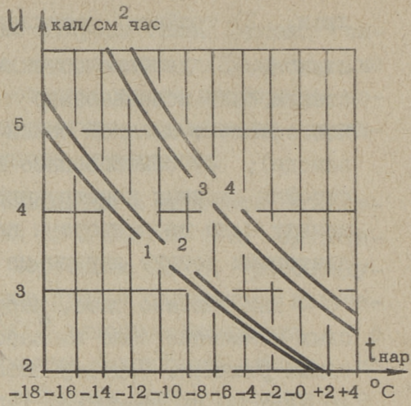
По данным многих авторов, человек, который работает сидя в нормальных комнатных условиях, отдает тепловой энергии путем радиации около 2,0 кал/см^{2}час [I, 2]. Заметные расхождения в названном радиационном потоке указывают на то, что терморегуляционный механизм человеческого организма перегружен.

Для измерения интенсивности радиации в помещениях использовался специально для этой цели сконструированный радиометр. При помощи фильтра перед термобатареей радиометра можно было селектировать тепловые действия длинноволновой инфракрасной радиации и световой радиации вместе с коротковолновой инфракрасной радиацией. Температурный режим ограждений исследовался при помощи многоточечного потенциометра-самописца, где датчиками использовались термопары.

По нашим измерениям в классных помещениях в темное время года при наружной температуре -I0 °С и стандартных оконных конструкциях со спаренными переплетами у учеников, сидящих возле окон, радиационное охлаждение верхней части тела в сторону окон достигало 5,5 кал/см^{2}час. В сторону классного помещения интенсивность радиационного охлаждения осталась в интервале I,5-2,0 кал/см^{2}час (фиг. I). Таким образом, обе стороны тела ученика поставлены в значительно отличающиеся друг от друга тепловые условия, что может стать причиной простуды. В названных условиях охлаждение верхней части тела ученика в сторону трехслойных окон было



Фиг. 1. Радиационное охлаждение организма у учеников, сидящих около наружного ограждения, неодинаковое. Стрелки показывают интенсивность радиационного охлаждения в кал/см^2 час.



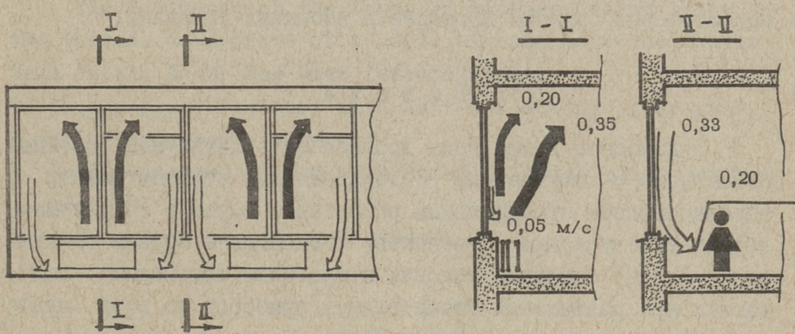
Фиг. 2. Интенсивность радиационного охлаждения организма ученика, сидящего в сторону окон, в зависимости от температуры наружного воздуха $_{нар}$.

1 – трехслойное окно,
2 – окно с теплоотражающим стеклом,
3 – двухслойное окно с закрытыми жалюзи,
4 – обыкновенное двухслойное окно.

3,3, а в сторону двухслойных окон с внутренним теплоотражающим стеклом 3,6 кал/см^{2}час. Влияние закрытых межоконных жалюзи на уменьшение радиационного охлаждения тела ученика по сравнению со стандартными окнами было сравнительно малое.

Составленный по данным измерений в зимних и осенних условиях график интенсивности радиационного охлаждения тела ученика в сторону четырех исследуемых типов оконных конструкций приводится на фиг. 2, в зависимости от температуры наружного воздуха. Из графика видно, что использование одного теплоотражающего стекла в обыкновенной оконной конструкции со спаренными переплетами сближает качество этой конструкции к качеству трехслойного окна с точки зрения радиационного охлаждения тела ученика.

Легкие экраны перед отопительными радиаторами эффективно защищают ученика от чрезмерной тепловой радиации, излучаемой от их поверхности. Из-за наличия экранов радиаторы стали отдавать тепло в помещение конвективным путем. Одновременно это вызвало повышение скорости движения воздуха от отопительного прибора вверх. С повышением скорости поднимавшегося потока теплого воздуха от отопительного прибора было обнаружено повышение скорости холодных потоков воздуха, движущихся вниз по остеклению в тех интервалах ограждения, где приборы отопления отсутствуют. Схема движения и скорости главных воздушных потоков вблизи наружного ограждения в умеренную зимнюю погоду показаны на фиг. 3.



Фиг. 3. Направление и скорость движения воздушных потоков в классном помещении вблизи наружного ограждения в умеренную зимнюю погоду.

Из фигуры видно, что холодные потоки воздуха достигают учеников в первом от окна ряду парт и могут вызывать опасное для здоровья местное охлаждение организма.

В весенние солнечные дни в классных помещениях, ориентированных окнами на юг, температура воздуха была всегда выше нормальной и достигала в некоторых случаях 31 °С. Радиационное согревание одной стороны тела ученика, сидящего под прямыми лучами солнца, достигло 16 кал/см^{2}час. При этом не было особой разницы в интенсивности согревания тела ученика при различных оконных конструкциях без солнцезащитных устройств. В этих условиях белые жалюзи между стеклами двухслойных окон (перья под уклоном 45°) уменьшают радиационное согревание тела ученика на 50 %. В классных помещениях с жалюзи радиационное согревание тела ученика происходит главным образом длинноволновой инфракрасной радиацией, когда в классах без солнцезащитных устройств это происходит главным образом коротковолновой инфракрасной и световой радиацией. Температура внутренней поверхности остекления окон с жалюзи была в солнечные дни несколько градусов выше, чем окон без них. Таким образом, хотя интенсивность радиации в классах с жалюзи и уменьшилась на половину, температура воздуха осталась почти равной температуре воздуха в соседних классных помещениях без солнцезащитных устройств. Как видим, жалюзи эффективно регулируют естественное освещение в классных помещениях, но недостаточно снижают перегрев в весенних условиях.

Выводы

В холодное время года тройное остекление или двойное остекление с внутренним теплоотражающим стеклом вместе с экранированием отопительных радиаторов коренно улучшает термические условия учеников, сидящих в первом от окна ряду. Лучшие тепловые условия в классных помещениях получаются при размещении отопительных приборов по всей длине нижней грани ленточного остекления.

В весенних условиях нормальный тепловой режим в классных помещениях может быть создан лишь ориентацией окон классных помещений на запад и север или выработкой более эффективных солнцезащитных устройств.

Литература

1. Heating Ventilating Air Conditioning. Guide 1946, vol. 24, New York.

2. P.O. Fanger, Thermal Comfort. Danish Technical Press, Copenhagen, 1970.

3. H. Ryd, D. Wyon, Methods of Evaluating Human Stress Due to Climate. National Swedish Building Research, D 6, 1970.

L. Sasi

The Influence of the Window and Heating Appliance on the Warmth Conditions in School Rooms

Summary

The influence of the types of windows listed below on the thermal conditions of a pupil sitting near the outer wall facing South has been investigated:

1. double-glassed window with heat-reflecting inner pane,
2. triple-glassed window,
3. double-glassed window with white Venetian blind between glasses,
4. ordinary double-glassed window.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

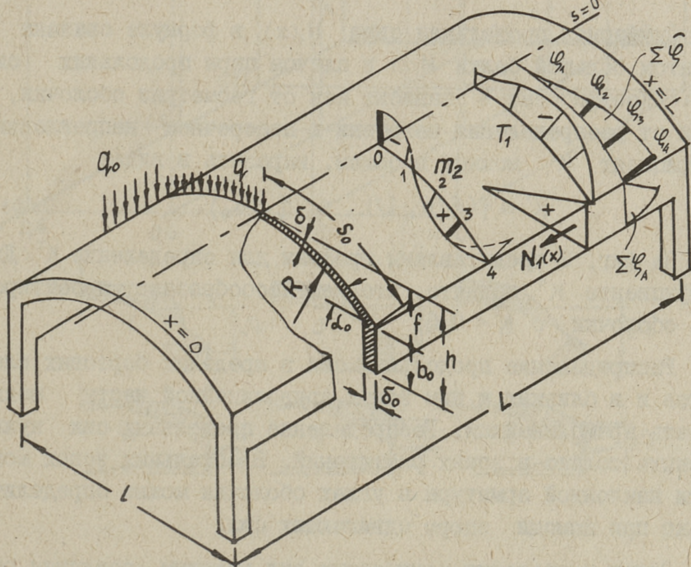
УДК 621.031
624.04

Ю.А. Тярно

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ СИЛ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧКАХ ПРИ ПОМОЩИ ПАРАМЕТРОВ K^T, K^S и K^m.

В цилиндрических железобетонных оболочках средней длины, на которых основано конструирование и подбор арматуры, главными внутренними силами являются N_1, m_2^n и ζ^n.

Все эти усилия можно найти с помощью безразмерных параметров f/h, $q_0/\bar{q}$, L/l, δ/l, δ/δ_0 и угла α_0.



Фиг. 1.

Применяемые обозначения представлены на фиг. I. Влияние различных параметров на внутренние силы исследовалось при помощи метода аппроксимации сдвигающих сил [I], причем одной из предпосылок расчетного метода является обстоятельство, что бортовой элемент не воспринимает кручение и горизонтальные силы.

Параметры δ/δ_0 и δ/l в пределах границ исследуемой области ($\delta/\delta_0=\frac{1}{4}\div\frac{1}{3}$, $\delta/l=\frac{1}{100}\div\frac{1}{240}$) существенно не влияют на распределение внутренних сил. Пределы изменения основных параметров следующие $\alpha_0 = 25\div45^{\circ}$; $f/h = 0{,}4\div1{,}0$; $q_0/\bar{q} = 0{,}1\div0{,}5$; $\delta/l = \frac{1}{100}\div\frac{1}{240}$; $l/L = 0\div1{,}0$.

Суммарная продольная растягивающая сила N_1 одна из основных интегральных величин, которая имеет существенное значение для конструирования оболочки и сравнения различных расчетных методов. Суммарную продольную силу находим

в виде $N_1(x)=\frac{M(x)}{K^T h}$, где $M(x)=(q\,s_0+q_0)\frac{xL}{2}\left(1-\frac{x}{L}\right)$

и $M_{макс}=(q\,s_0+q_0)\frac{L^2}{8}$.

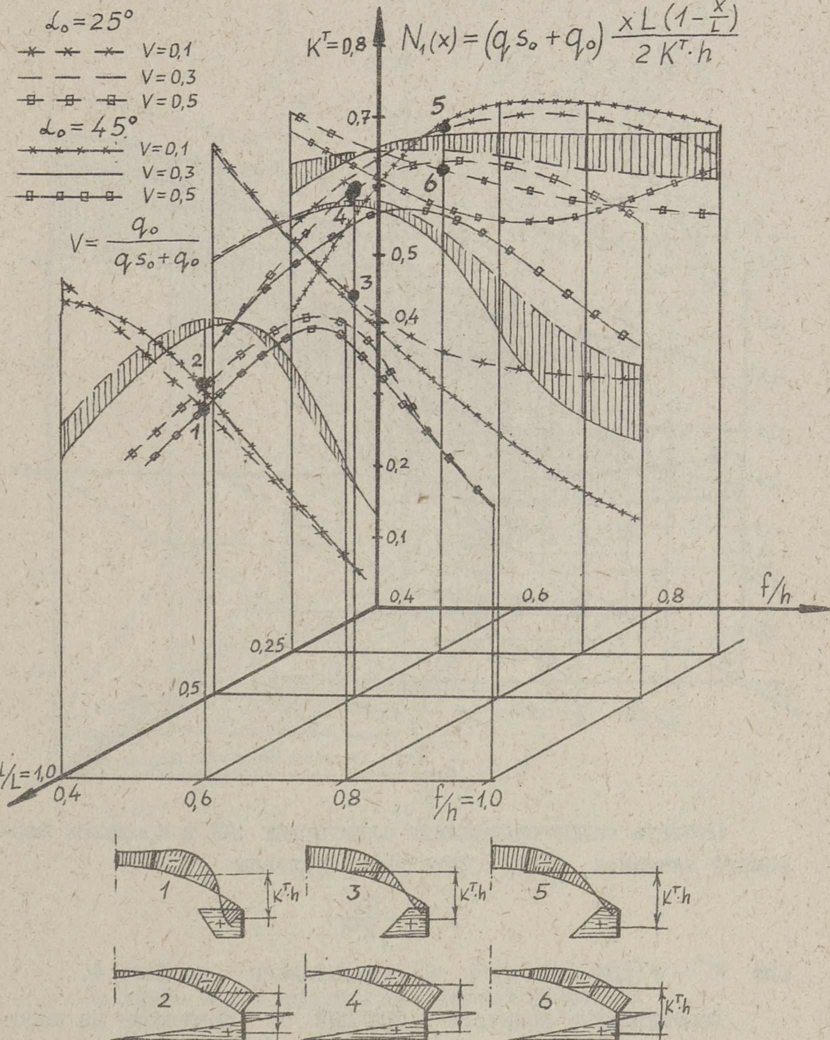
Суммарная продольная сила $N_1(x)$ в формуле связана с моментом большой балки $M(x)$ и плечом пары продольных сил $K^T\cdot h$. Коэффициент K^T зависит как от геометрии оболочки, так и от распределения нагрузки в поперечном направлении. Коэффициент K^T можно, в общем, выразить в виде:

$$K^T = f(f/h,\ l/L,\ q_0/\bar{q},\ \alpha_0).$$

На фиг. 2 представлены графики для определения K^T. Для коэффициента K^T принято, что нецелесообразно проектировать оболочки с $K^T < 0{,}5$.

Распределение продольных сил в пределах бортовых элементов и в близких к ним зонах криволинейной части можно считать прямолинейным. Распределение продольных сил нужно выяснить только в зонах растяжений. В остальных зонах мощности наклонной арматуры в углах оболочки можно определить только при помощи эпюры сдвигающих сил.

Эпюру приращения сдвигающих сил находим, соединяя общую площадь эпюры $\Sigma\xi$ с нагрузкой единичной полосы $\bar{q} = q\,s_0 + q_0$

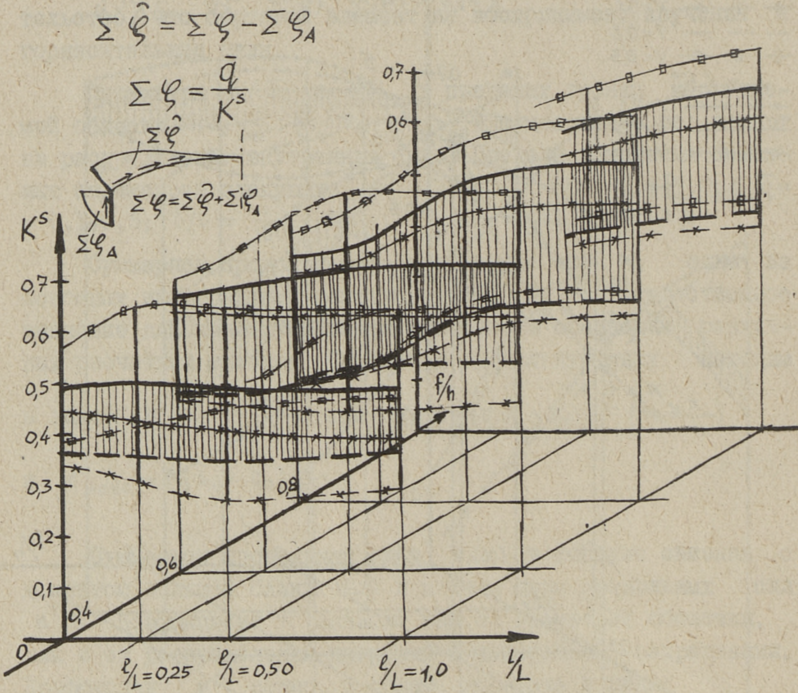


$\alpha_0 = 25°$
V=0,1
V=0,3
V=0,5
$\alpha_0 = 45°$
V=0,1
V=0,3
V=0,5
$V = \frac{q_0}{q s_0 + q_0}$
$K^T = 0,8$
$N_1(x) = (q s_0 + q_0) \frac{x L (1 - \frac{x}{L})}{2 K^T \cdot h}$
0,7
0,5
0,4
0,2
0,1
1
2
3
4
5
6
f/h
0,4
0,6
0,8
0,25
0,5
l/L=1,0
0,4
0,6
0,8
f/h=1,0
1
3
5
2
4
6
$K^T \cdot h$
$K^T \cdot h$
$K^T \cdot h$
$K^T \cdot h$

Фиг. 2.

$$\Sigma \zeta = \frac{\bar{q}}{K^s},$$

где $K^s = \varphi(f/h,\ l/L,\ q_0/\bar{q},\ \alpha_0)$ представлен на фиг. 3.



Фиг. 3.

Площадь эпюры приращения сдвигающих сил в пределах бортового элемента $\Sigma \zeta_A$ находим из условия

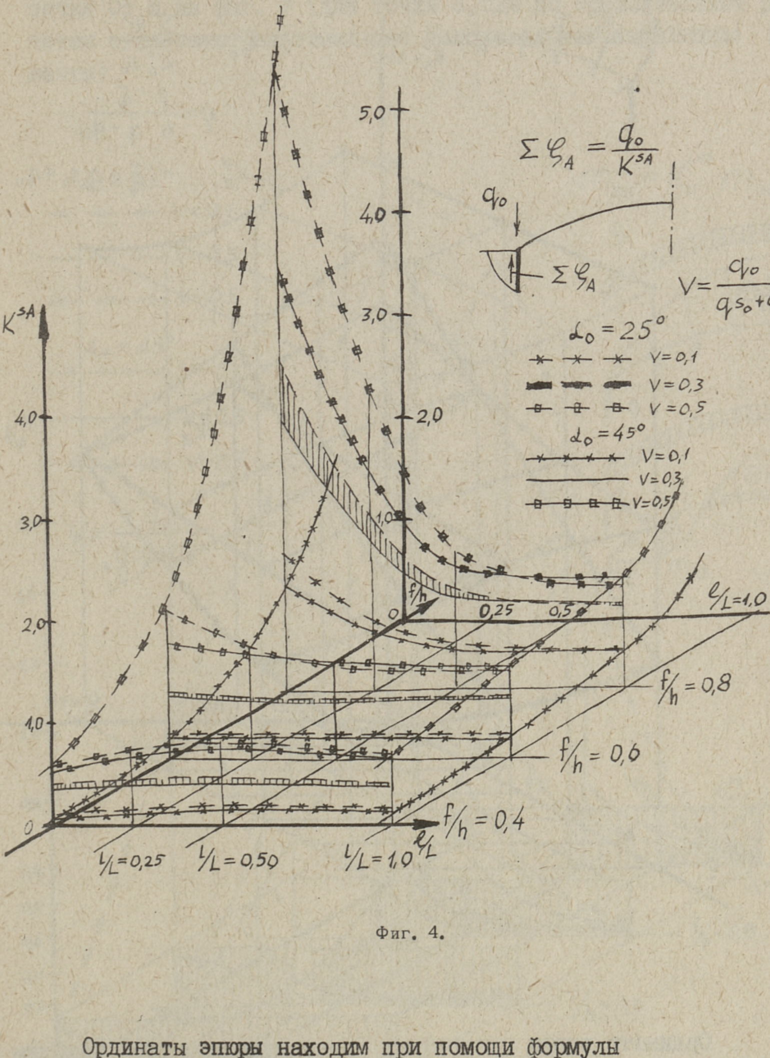
$$\Sigma \zeta_A = \frac{q_0}{K^{SA}},$$

где $K^{SA} = \psi(f/h,\ l/L,\ q_0/\bar{q},\ \alpha_0)$ представлен на фиг. 4.

Вертикальные асимтоты функций ψ размещены на плоскости $f/h = I$.

Для расчета ординат эпюры приращения сдвигающих сил ζ_n используем площадь эпюры сдвигающих сил в криволинейной части

$$\Sigma \hat{\zeta} = \Sigma \zeta - \Sigma \zeta_A.$$



Фиг. 4.

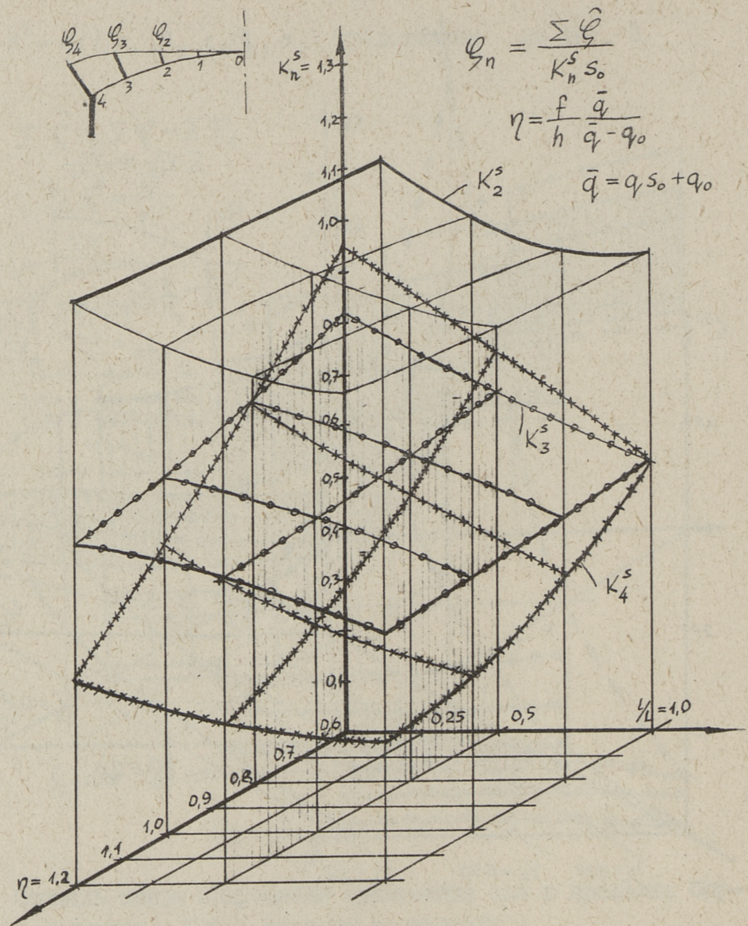
Ординаты эпюры находим при помощи формулы

$$\zeta_n = \frac{\Sigma \hat{\zeta}}{K_n^s s_0},$$

где K_n^s представлен на фиг. 5.

Ординаты в любой точке оболочки определяем при помощи формулы

$$S_n(x) = -\zeta_n\left(\frac{L}{2} - x\right).$$



Фиг. 5.

Ординаты эпюры поперечных изгибающих моментов находим в виде

$$m_{2n} = K_n^m m_{00},$$

где

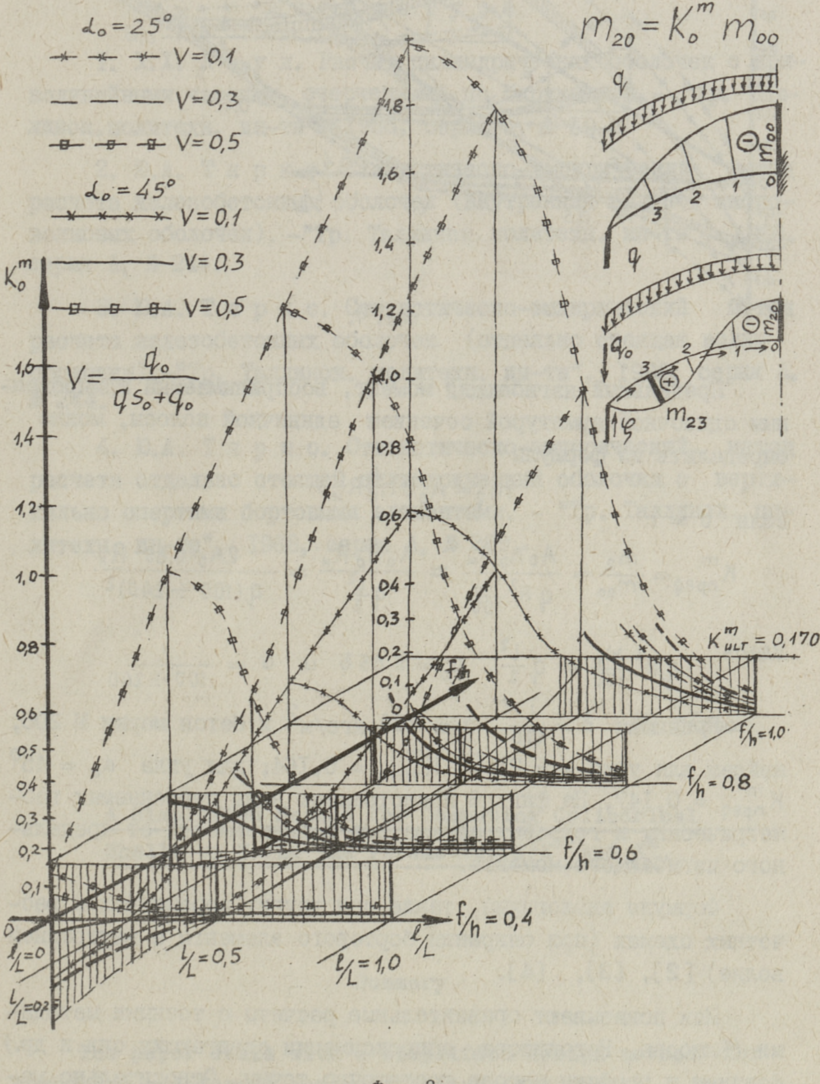
$$m_{00} = -q R^2 \frac{\psi_0}{100},$$

для $\alpha_0 = 25^\circ$ $\psi_0 = 9,369$,

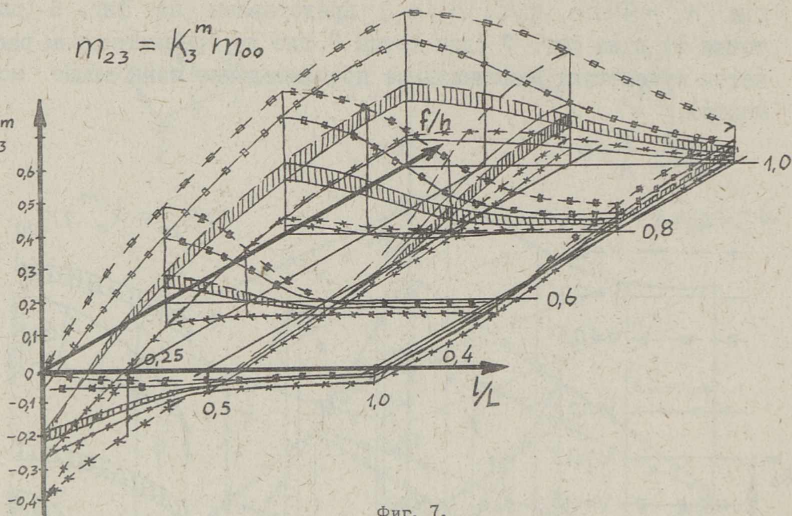
$\alpha_0 = 35^\circ$ $\psi_0 = 18,085$,

$\alpha_0 = 45^\circ$ $\psi_0 = 29,289$.

где $K_n^m = \Phi(f/h,\ q_0/\bar{q},\ l/L,\ \alpha_0)$ представлен на фиг. 6 (для точки 0) и на фиг. 7 (для точки 3, где по сравнительным расчетам существуют максимальные положительные изгибающие моменты).



Фиг. 6.



Фиг. 7.

Предельный изгибающий момент, воспринимаемый армированным одиночной арматурой сечением единичной полосы, можно определить из формулы

$$m_2 = A_0 b h_0^2 R_н.$$

если $b = 1$

$$K^m_{пред.} = \frac{m_2}{m_{00}} = \frac{A_0 h_0^2 R_н}{q R^2 \frac{\psi_0}{100}} \simeq \frac{A_0 h_0^2 R_н}{q \frac{l^2}{2}} = \frac{2 A_0 \cdot 0{,}85^2 R_н}{q (100 \div 240)^2}.$$

Здесь
$$q R^2 \frac{\psi_0}{100} \simeq q \frac{l^2}{2}, \quad h_0 = 0{,}85\,\delta \quad и \quad \delta = \frac{l}{100 \div 240}$$

Принимая $\delta = \frac{l}{170}$, $q = 400$ кгс/м^2 и бетон марки М 200, найдем для угла $\alpha_0 = 25^0$, $K^m_{пред} = 0{,}164$; для угла $\alpha_0 = 45^0$ $K^m_{пред.} = 0{,}147$. На фиг. 6 представлены зоны применяемых геометрических и грузовых параметров в зависимости от предельного изгибающего момента.

Формулы аналогичны также при других параметрах и расчетных схемах (при опирании бортового элемента и внутренней волне) [2], [3], [4].

Как показывают сравнительные расчеты с точными методами (Власова, Новожилова, аппроксимации сдвигающих сил и др.) формулы и графики метода достаточно точны. Относительно метода аппроксимации сдвигающих сил основные внутренние силы находим с погрешностью $\pm$4-5 %, поперечные изгибающие моменты - с погрешностью $\pm$20 % (за счет отказа отношений δ/δ_0 и δ/l).

Литература

1. Х.Х. Лаул. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. - "Тр. Таллинск.политехн. ин-та", 1953, серия А, № 50.

2. Ю.А. Тярно. Статистическо-эмпирический метод расчета железобетонных оболочек (внутренняя волна многоволновых оболочек). -"Тр. Таллинск.политехн. ин-та", 1966. серия А, № 244.

3. Ю.А. Тярно. Статистическо-эмпирический метод расчета железобетонных оболочек (отдельно стоящая волна оболочки).-"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1966, серия А, № 244.

4. Ю.А. Тярно. Статистическо-эмпирический метод расчета отдельно стоящей цилиндрический оболочки с вертикально опертыми бортовыми элементами. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1968, серия А, № 269.

Ü. Tärno

A Simplified Method for Computing Cylindrical Shells by Using the Parameters K^T, K^s and K^M.

Summary

The paper deals with a simplified design method for computing reinforced concrete cylindrical shells. Evaluating the main inner forces we may use simple graphs which

are based on a great number of comparisons of computing results. Load and geometrical parameters ($q_o/\bar{q}$, α_o , l/L f/h , δ/l , δ_o/δ) have been varied in fixed intervals. The total tensile force N_1 is calculated with an error $\pm$ 4 %, whereas transverse bending moments m_2 are calculated with an error $\pm$ 10 % with regard to the shear force approximation method.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 384 1975

УДК 624.074.4

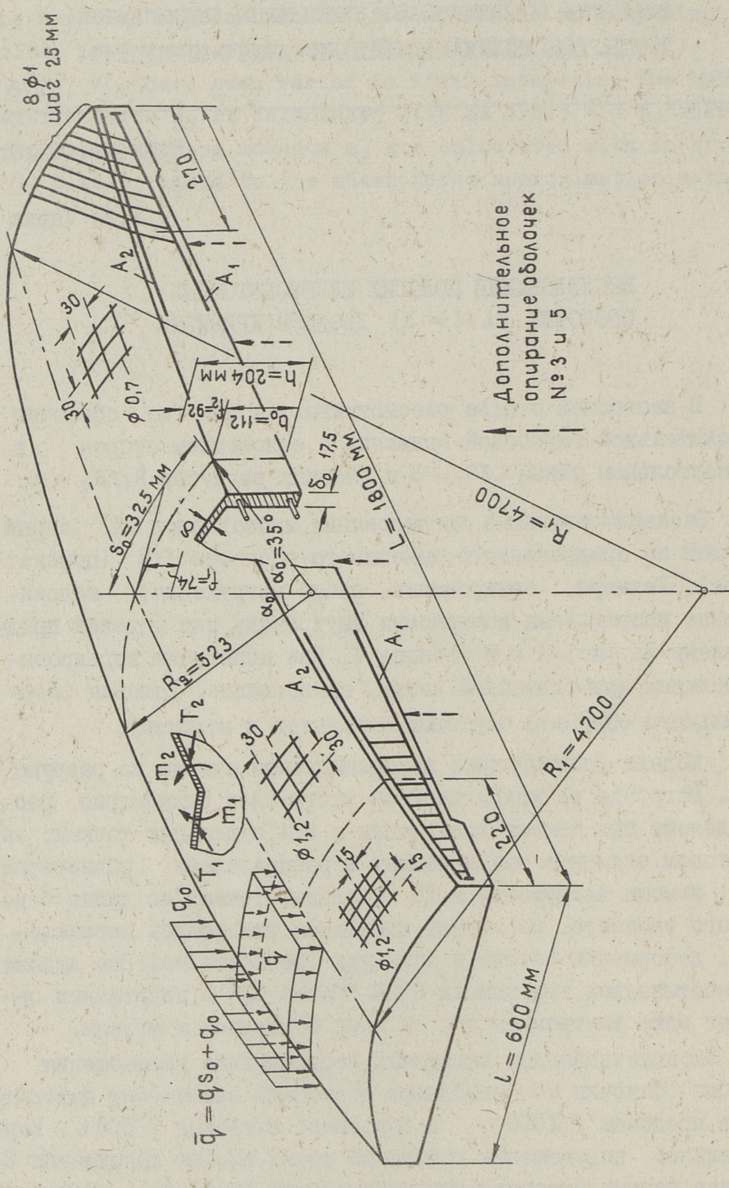
Ю.А. Тярно

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛОГИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК ($L/l = 3$) ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ

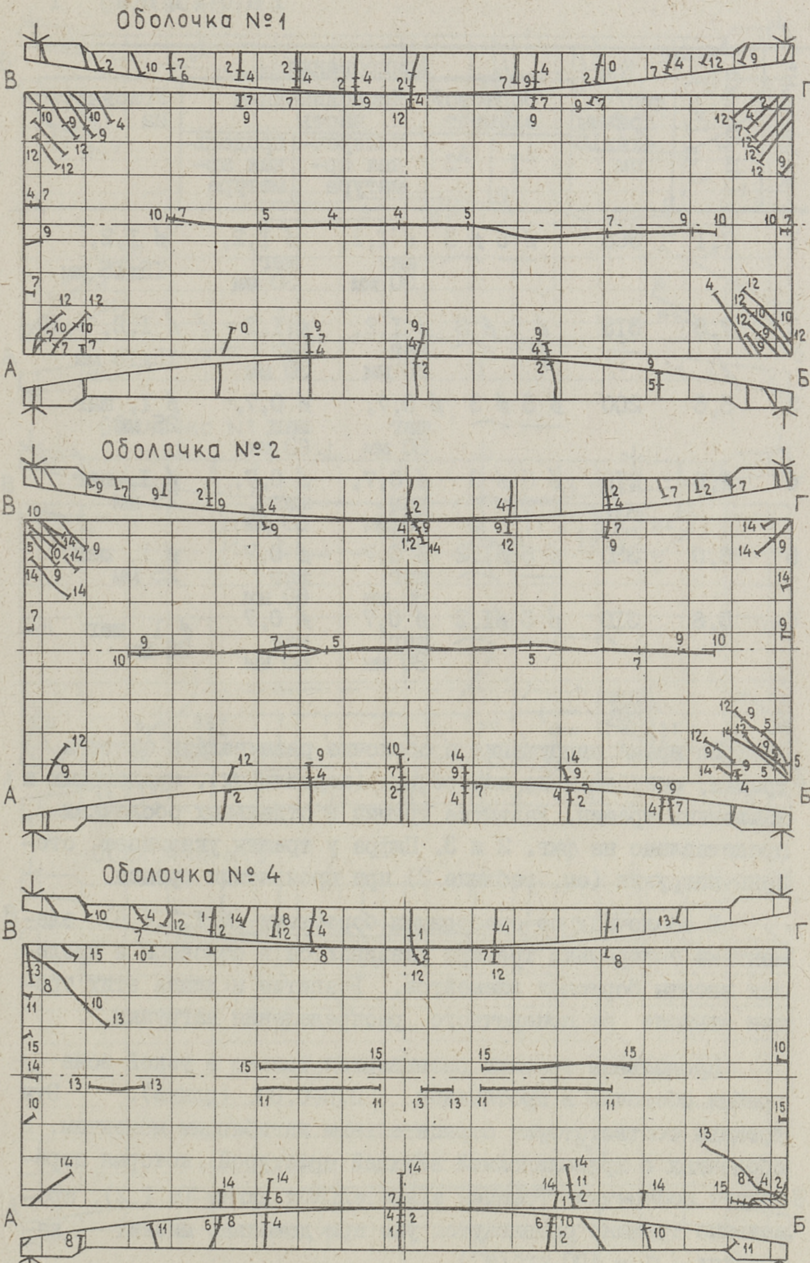
В настоящей статье рассматриваются пологие оболочки положительной гауссовой кривизны с отношением сторон в прямоугольном плане $L/l = 3$ и главных радиусов $R_1/R_2 = 9$.

Экспериментальные исследования проводились на серии моделей из армированного цементного раствора I:3 (цемент: песок). Размеры, армирование, схема нагружения, положительные направления измеряемых внутренних сил моделей представлены на фиг. I и в таблице I. При испытании варьировали толщину криволинейной части, армирование, условия вертикального опирания бортовых элементов и нагрузку.

Модели испытывались на специальном стенде до разрушения. Нагрузка на криволинейной части была равномерно распределена при помощи нагружения в 384 отдельных точках; на бортовом элементе она линейная и распределена равномерно при помощи нагружения в I6 отдельных точках по длине бортового элемента. Во время испытания измерялись перемещения, деформации бетона и арматуры (резисторами). Все данные обрабатывались при помощи ЭВЦМ "Минск-22" с печатанием ординат эпюр внутренних сил на план поверхности модели.
При эксплуатационных нагрузках вертикальные перемещения гребня оболочки со свободными бортовыми элементами находятся в пределах I/I000 L, а бортового элемента I/500 L. Вертикальные перемещения гребня со всеми видами нагружения 2-3 раза меньше вертикальных перемещений бортовых элементов. Горизонтальные перемещения при всех нагрузках уменьшают расстояние между бортовыми элементами. Таким образом, при нагружении радиус кривизны оболочек такого типа уменьшается


8 ф1 шаг 25 мм
270
A_2
A_1
30
30
ф 0,7
h=204 мм
f_2=92
b_0=112
Дополнительное опирание оболочек № 3 и 5
S_0=32,5 мм
δ
δ_0 17,5
L = 1800 мм
R_1 = 4700
f_1=74
α_0=35°
α_0
$R_э$=523
A_2
A_1
T_2
m_2
m_1
T_1
q_0
30
30
ф1,2
15
15
ф1,2
q_1
220
R_1=4700
l = 600 мм
$\bar{q}_1 = q_1 s_0 + q_0$

Фиг. 1.



Фиг. 2.

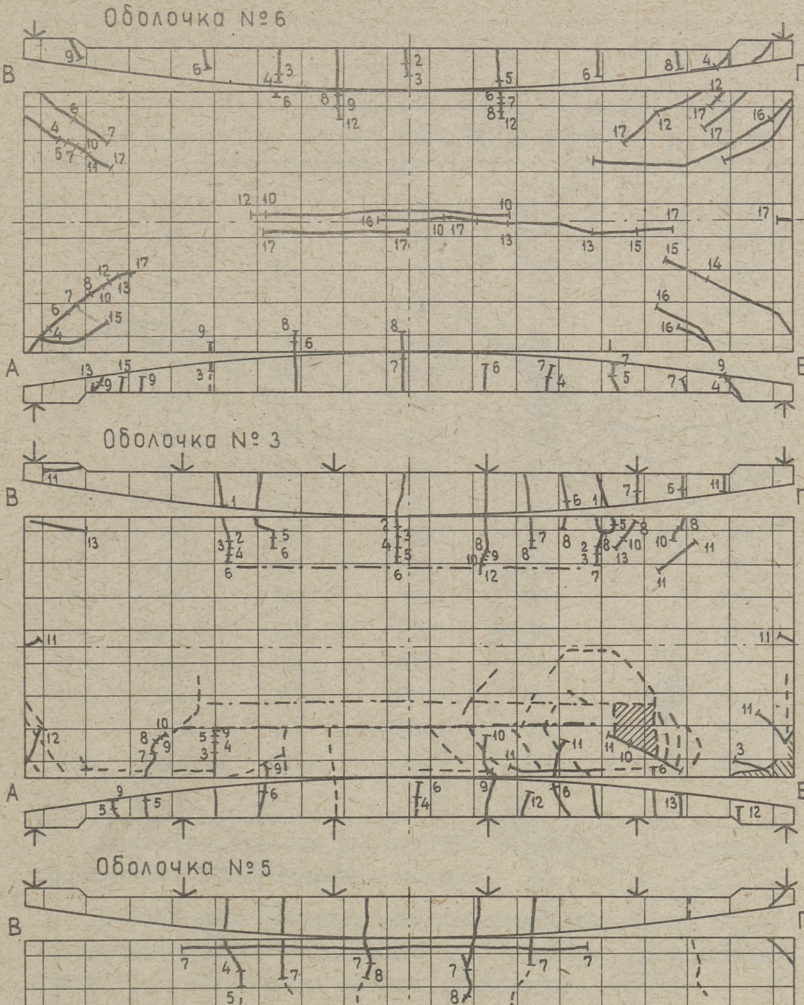
Таблица I

Модель №	Толщина $\delta_{ср}$ [мм]	$R_{пр}$ кгс/см^2 призмы 4x4xI6 см	Армирование				
			бортовой элемент		Криволинейная часть		Угловая зона
			A_I	A_2	поперечная арматура	продольная арматура	
I	7,I	365	ø 5	ø 3	ø I,2, шаг 30 мм	ø I,2, шаг 30 мм	ø I,2, I5xI5 мм
2	7,5	3I5	ø 5	ø 3	ø I,2, шаг 30 мм	ø I,2 шаг 30 мм	ø I,2, I5xI5 мм
3	5,5	200	ø 5	ø 3	ø 0,7, шаг 30 мм	ø 0,7, шаг 60 мм	ø I, шаг 25 мм
4	4,6	2I0	ø 5	ø 3	ø 0,7, шаг 30 мм	ø 0,7, шаг 60 мм	ø I, шаг 25 мм
5	6,0	330	ø 5	øI,2	ø 0,7 шаг 30 мм	ø 0,7 шаг 60 мм	ø I, шаг 25 мм
6	5,6	3I0	ø 5	øI,2	ø 0,7 шаг 30 мм	ø 0,7 шаг 60 мм	ø I, шаг 25 мм

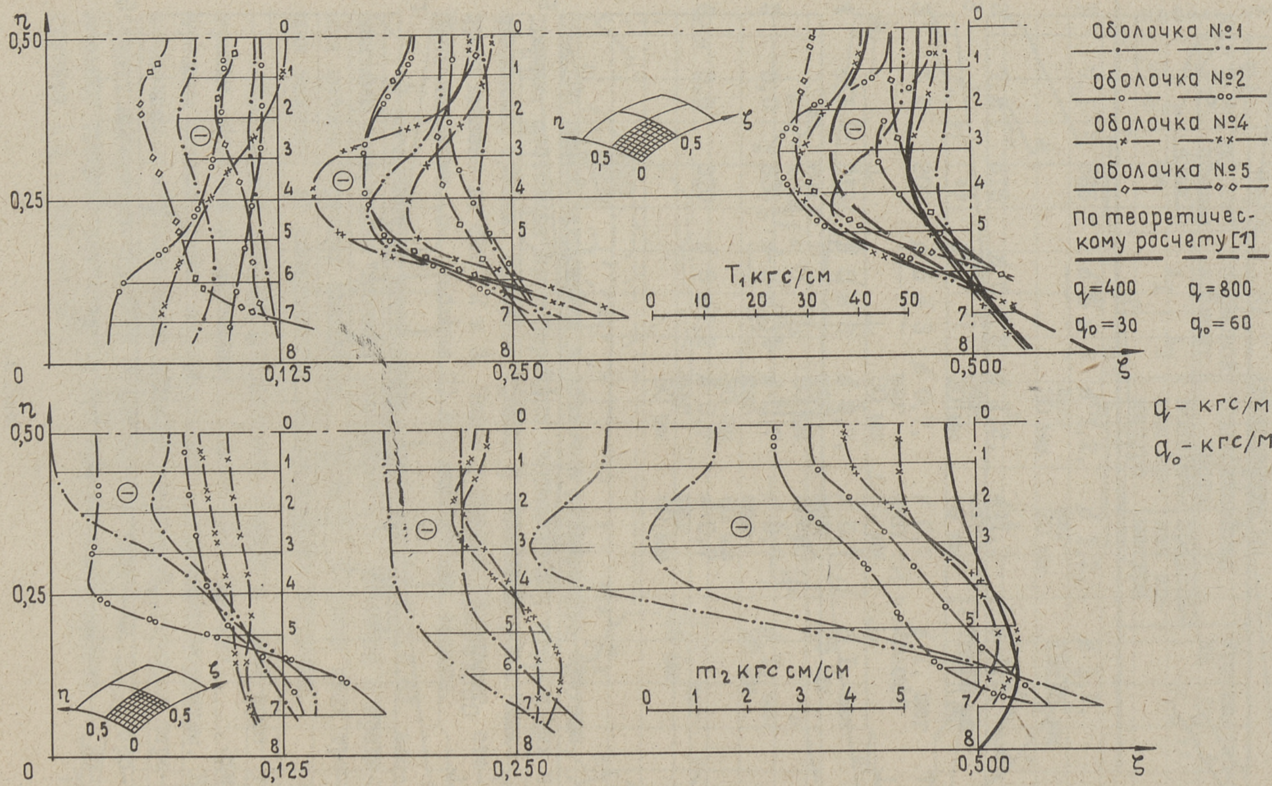
Во время загружения в оболочке развивалась система трещин, состоящая из поперечных (нормальных), продольных и наклонных трещин. Развитие трещин в отдельных оболочках представлено на фиг. 2 и 3. Цифра у трещин указывает степень нагрузки (см. таблица 2) при проявлении трещин.

В оболочках со свободными бортовыми (№ I,2,4,6) элементами поперечные трещины развиваются в основном в пределах высоты бортовых элементов. Развитие и длина этих трещин зависит от поперечного распределения нагрузки.

Продольные трещины развиваются только в узкой зоне у гребня оболочки в протяжении $0{,}6 \div 0.8\,L$ (длина). Эти трещины соответствуют отрицательным изгибающим моментам. В оболочках с криволинейной верхней арматурой, которая пересекает поперечные трещины значительной длины (№ I,2), продольные трещины развиваются уже при довольно низких нагрузках (q = 400 кгс/м^2).



Фиг. 3.



T₁ кгс/см
m₂ кгс см/см
оболочка №1
оболочка №2
оболочка №4
оболочка №5
По теоретическому расчету [1]
q=400 q=800
q₀=30 q₀=60
q - кгс/м²
q₀ - кгс/м

Фиг. 4.

Таблица 2

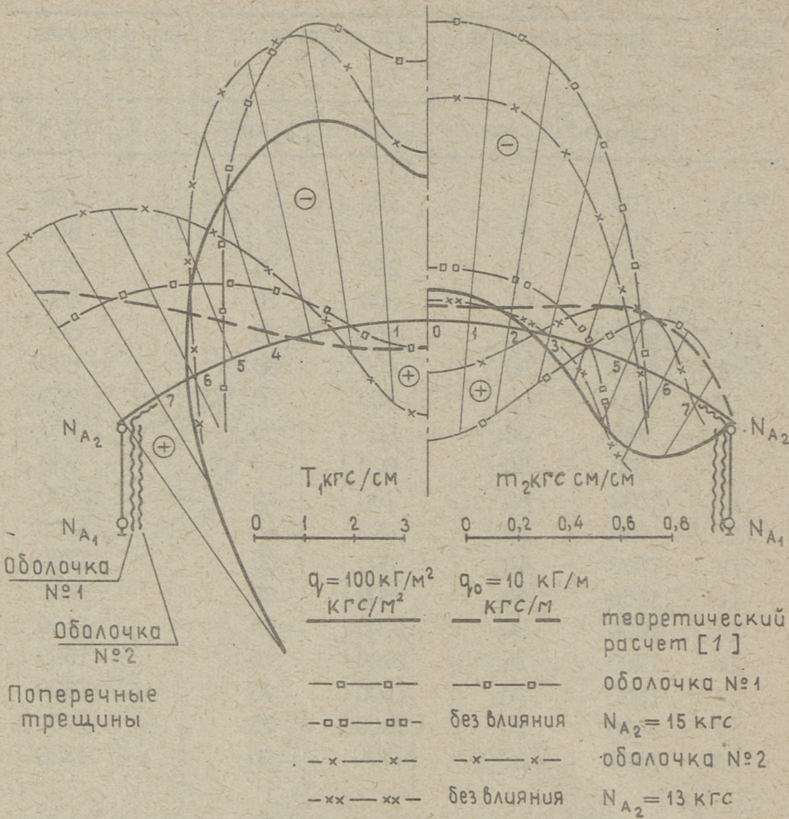
Номер нагрузки	Для оболочек № I и 2		Для оболочек № 4 и 6		Для оболочек № 3 и 5
	q кгс/м^2	q_0 кгс/м	q кгс/м^2	q_0 кгс/м	q кгс/м^2
I	I00	0	I00	0	I00
2	200	0	200	0	200
3	300	0	200	I5	300
4	400	0	300	I5	400
5	400	30	400	I5	500
6	500	30	400	30	600
7	600	30	500	30	700
8	700	30	600	30	800
9	800	30	600	45	900
I0	800	60	700	45	I000
II	900	60	800	45	II00
I2	I000	60	800	60	I200
I3	II00	60	900	60	I300
I4	I200	60	I000	60	I400
I5	I200	90	I000	75	I500
I6	I300	90	II00	75	I600
I7	I400	90	I200	75	I700
I8	I500	90	I200	90	I800

Наклонные трещины развиваются в узкой зоне у опор в протяжении I/8÷I/9 длины оболочки.

В оболочках с подпертыми бортовыми элементами (№ 3,5) поперечные трещины развиваются до I/4 длины криволинейной части (S_0). Продольные трещины развиваются в зонах I/3–I/2 S_0 от бортовых элементов и соответствуют положительным изгибающим моментам.

Наклонные трещины мало развиваются.

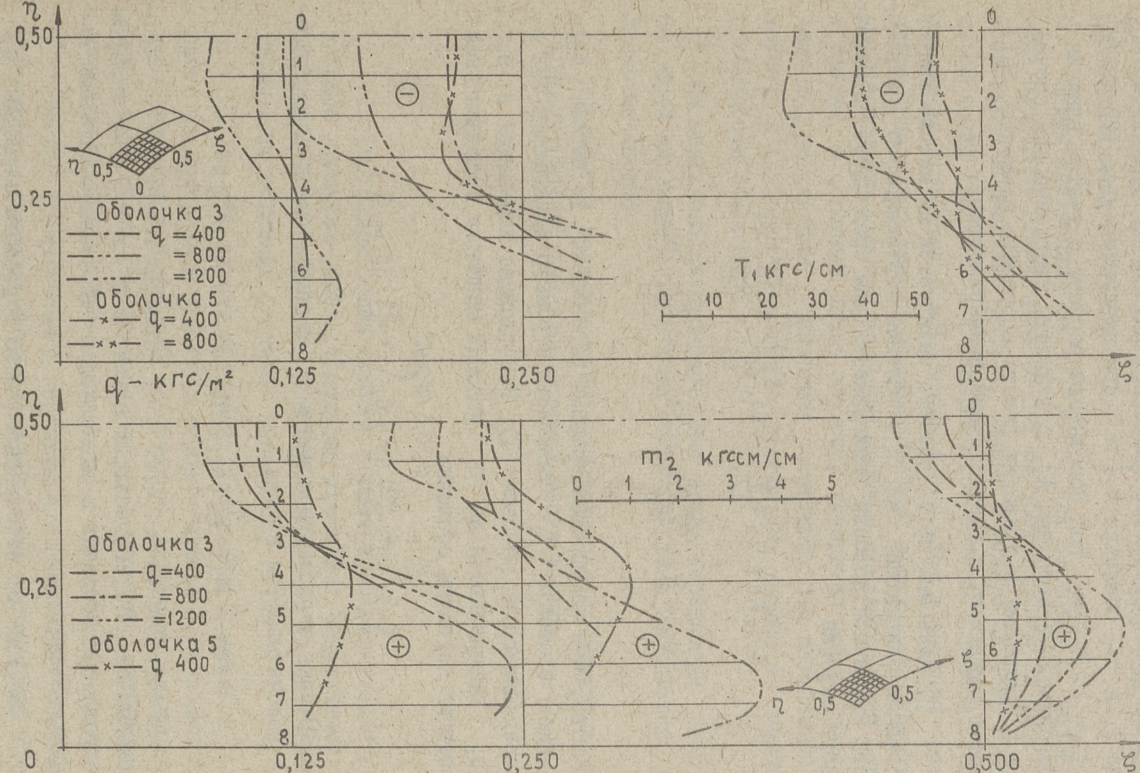
Эпюры внутренних сил T_1 и m_2 для оболочек со свободными бортовыми элементами (№ I, 2, 4, 6) представлены на фиг. 4. Продольные нормальные силы T_1 имеют максимум в зоне точек 3–4 поперечного сечения, нулевая линия находится в районе точки 6. В продольном направлении внутрен-



Фиг. 5.

няя сила T_{A1} в нижней продольной арматуре A_I довольно постоянная (в сечении $L/4$ имеет величину 0,85–0,98 от величины в серединном сечении $L/2$).

Поперечные изгибающие моменты m_2 в большей части поперечного сечения отрицательные, довольно постоянные в продольном направлении. Только в узкой зоне у бортового элемента имеются положительные изгибающие моменты. Поперечные изгибающие моменты m_2 зависят от мощности верхней криволинейной арматуры A_2, длины пересекающих их поперечных трещин и поперечного распределения нагрузки. Криволинейная арматура увеличивает отрицательные моменты, которые вызывают образование продольных трещин (сравни оболочки № I, 2 и 4, 6).



η
0,50
0,25
0
0,125
0,250
0,500
ξ
q - кгс/м²
Оболочка 3
q = 400
= 800
=1200
Оболочка 5
q = 400
= 800
T₁ кгс/см
0 10 20 30 40 50
m₂ кгсм/см
0 1 2 3 4 5
Оболочка 3
q=400
=800
=1200
Оболочка 5
q 400

Фиг. 6.

Поперечные нормальные силы T_2 в большей части поперечного сечения сжимающие. Максимальные растягивающие напряжения у бортового элемента находятся в пределах 5 кгс/см^2

На фиг. 5 представлены эпюры внутренних приведенных сил T_1 и m_2 оболочек № I и 2 при нагрузках q = I00 кгс/м^2 и q_0 = I0 кгс/м. Как показывают расчеты с учетом влияния криволинейной арматуры A_2, результаты теоретических расчетов с трещинами в пределах высоты бортового элемента [I] хорошо совпадают с результатами экспериментов.

Применяемый метод расчета базируется на методе аппроксимации сдвигающих сил [I]. Условие вертикального равновесия единичной полоски выписывается для срединного поперечного сечения

$$q R_2 \alpha_0 + q_0 + \sum_{i=1}^{n} R_2 a_i \frac{(-1)^{i+1} \sin\alpha_0}{\frac{i\pi}{\alpha_0} - \frac{\alpha_0}{i\pi}} + \left[b_0 + R_2\left(\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0} - \cos\alpha_0\right) + \frac{kL^2}{R_1}\right] a_I = 0 \qquad (I)$$

считая, что поперечная трещина развивается до высоты бортового элемента b_0. Зависимый параметр сдвигающих сил a_I определяется из условия (I). Независимые параметры $a_1, a_2, \ldots a_n$ определяются из n условий минимума потенциальной энергии четверти оболочки

$$C \frac{6}{\delta^2} \int_0^{S_0} m \frac{\delta m}{\delta a_i} ds + C_4 \int_0^{S_0+b_0} T \frac{\partial T}{\partial a_i} ds = 0.$$

Поперечные изгибающие моменты в середине продольного пролета рассчитываются в виде

$$m = M_0 + \sum_{i=1}^{n} (m_i + m_i^R) a_i + (m_I + m_I^R) a_I.$$

Коэффициенты $C, C_1, \ldots, C_4$ отражают изменение продольных сил T_1, изгибающих моментов m_i^R и m_I^R в продольном направлении оболочки и вычисляются численными методами интегрирования.

Нагрузка от собственного веса бортового элемента q_0 вызывает в зоне у бортового элемента силы сжатия.

Наоборот, равномерно распределенная нагрузка на криволинейной части вызывает растяжения в криволинейной части оболочки. Это отражается и в развитии поперечных трещин при нагружении оболочек № I, 2 и 4, 6 с разными поперечными распределениями нагрузок.

Эпюры внутренних сил T_1 и m_2 для оболочек с подпертыми бортовыми элементами (№ 3 и 5) представлены на фиг. 6. Продольные нормальные силы T_1 имеют максимум в зоне гребня оболочки (точки I и 2 поперечного сечения), причем нулевая линия находится в зоне точек 4 и 5. Тем и вызвано развитие поперечных трещин в криволинейной части. Отрицательные изгибающие моменты занимают место в довольно узкой зоне у гребня, а основная часть оболочки находится под значительными положительными изгибающими моментами. Эти изгибающие моменты и вызывают образование продольных трещин в нижней поверхности оболочек I, 3 и 5.

На вертикальные промежуточные опоры передается 22-25 % от общей нагрузки (78-75 % от общей нагрузки передается на основные опоры).

Разрушение всех моделей происходило при нагрузках $q =$ $= 1000 \div 1400$ кгс/м^2 от слома опорной части в углах.

Выводы

I. Рассматриваемые пологие оболочки положительной гауссовой кривизны работают под значительными поперечными изгибающими моментами, знак которых зависит от условия вертикального опирания бортовых элементов.

2. Уже при низких нагрузках в бортовых элементах образуются поперечные трещины, которые вместе с криволинейной продольной арматурой значительно влияют на распределение внутренних сил (в основном на поперечные изгибающие моменты m_2) оболочки.

3. При промежуточном вертикальном опирании бортовых элементов в криволинейной части оболочки развиваются положительные изгибающие моменты, а 22-25 % от общей нагрузки передаются этим опорам.

4. Особого внимания требует конструирование опорных частей оболочек этого типа.

5. Внутренние силы в оболочках рассматриваемого типа можно рассчитать методом, базирующимся на методе аппроксимации сдвигающих сил [I].

Литература

I. Ю.А. Тярно. Расчет квазицилиндрических оболочек средней длины.-"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1974, № 357.

Ü. Tärno

Experimental-Theoretical Research of Shell Roofs of Flat Double Curvature (L/l = 3)

Summary

The paper deals with the results of the experimental and theoretical research of shell roofs of double curvature with $R_1/R_2 = 9$ and $L/l = 3$ (so-called quasicylindrical shell). The behaviour of a quasicylindrical shell resembles that of the cylindrical shell. But still there is no probability of forming the zones with negative Gaussean curvature which is the peculiarity of a cylindrical shell. The method of calculation is based on the approximation of the shear force method. The whole cross-strip in the middle of the shells is kept in equilibrium in vertical direction by the vertical components of ξ and T_1/R_1 (the force of the change of the direction of T_1 diagrams). In other cross-strips the change of T_1/R_1 in the longitudinal direction must be taken into account by using the correspondent coefficients in the equations of the minimum of the potential energy. The paper deals as well with the results of testing six shell models ($L = 180$ cm, $l = 60$ cm) with free and supported edge beams.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

УДК 621.031

Ю.А. Тярно, В.Л. Волтри

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК

Предметом изучения данной работы является круг вопросов моделирования оболочек положительной и нулевой гауссовой кривизны. Получение удовлетворяющего числа экспериментальных данных для статистического анализа, как правило, требует больших денежных и трудовых затрат, так как идентное повторение эксперимента возможно только с моделями из упругих материалов (оргстекло, пластмассы) при изменении напряжений в пределах упругости. Эксперименты с моделями из хрупких материалов (бетон, цементный раствор) позволяют проводить повторение эксперимента только в очень узких пре-пределах изучения напряжений, так как эти материалы имеют низкий предел растяжения (R_p). Появление и развитие трещин в таких моделях наступает при довольно малых нагрузках. Исходя из всего этого, эксперимент должен быть спланирован с целью получения максимального количества данных об одной модели, в том числе, например:

1) выяснение влияния различных способов краевого закрепления;

2) выяснение влияния различных схем нагружения;

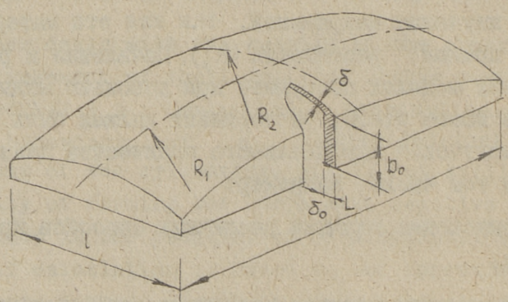
3) выяснение влияния трещин и пластичных шарниров на работу модели;

4) выяснение связи между теоретическими и экспериментальными величинами внутренних сил и т.д.

При сравнении результатов экспериментов удобно пользоваться интегральными и безразмерными величинами внутренних сил K^T, K^m и т.д., которые зависят от геометрических и грузовых параметров, от расположения трещин, а также от расположения и количества рабочей арматуры.

Должного внимания требует варьирование величины и распределения внешней нагрузки. От распределения нагрузки зависят внутренние силы, очередность развития трещин и предельная нагрузка, воспринимаемая оболочкой. Распределение и интенсивность нагрузки желательно планировать так, чтобы при упругих материалах в повторных экспериментах были различные отношения нагрузок криволинейной части и бортового элемента. Это позволяет выяснить влияние очередности нагрузки и изменения геометрии поперечного сечения на распределение внутренних сил. Для контроля предлагается при всех повторных экспериментах включать этапы нагружения с равными отношениями нагрузок.

Одной из самых трудоемких работ при моделировании оболочек является изготовление точной матрицы (опалубки) криволинейной части модели, от чего зависит и требование на многократное использование этой матрицы. При испытаниях желательно предусмотреть серии моделей, в которых не изменяются геометрические параметры криволинейной части (L, l, R_1, R_2, α_0 см. фиг. I).



Фиг. 1.

Варьирование остальных геометрических параметров (δ, δ_0, b_0 и т.д.), армирования и материалов не требует больших затрат.

В экспериментах с упругими материалами (оргстекло, стеклопластики) можно изготовить отдельно криволинейную часть модели с помощью прикрепления к ней различных бортовых элементов и диафрагм и таким образом определить изменения отдельных параметров поведения модели.

Проведение экспериментов с моделями из хрупких материалов имеет особое значение для железобетонных оболочек. Полное моделирование поведения таких конструкций требует также моделирования материала конструкций, что очень важно для изучения появления трещин (или зон трещин).

Следует отметить, что эксперименты с моделями из хрупких материалов имеют некоторые особенности:

1) появление трещин не допускает повторного нагружения модели;

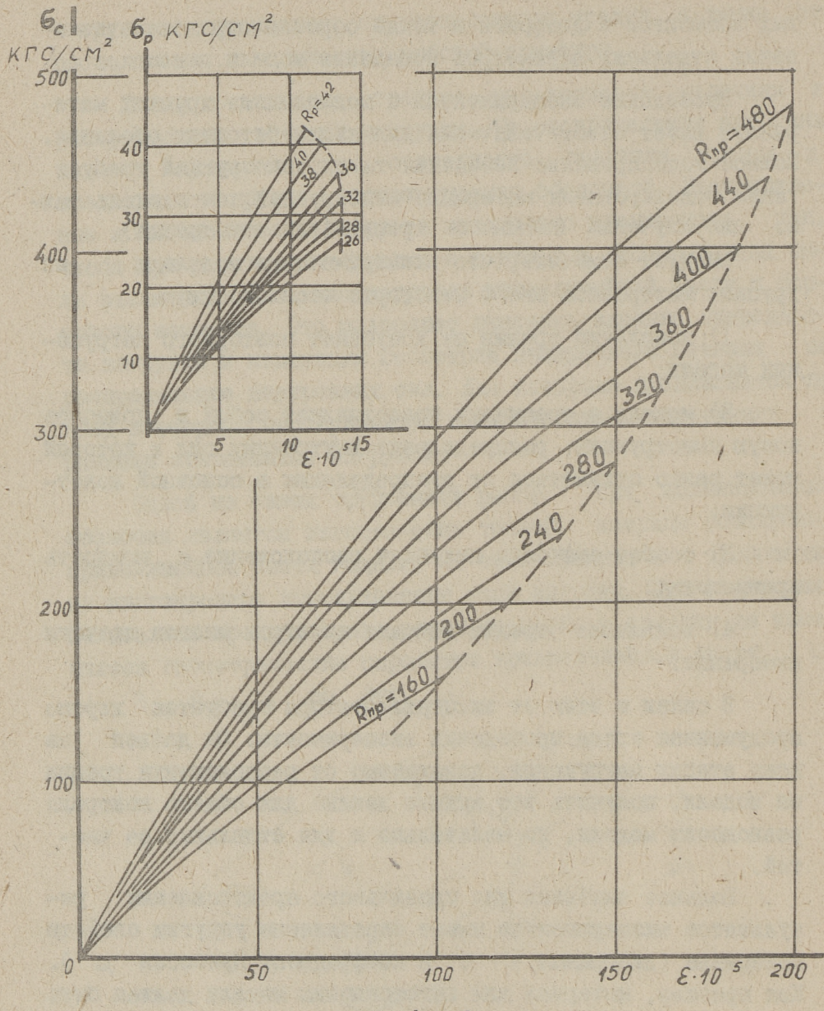
2) модель с трещинами представляет собой в принципе новую конструкцию, распределение внутренних сил в которой может резко отличаться от распределения в основной конструкции;

3) особое значение получает расположение и мощность армирования;

4) появление трещин выводит из строя многие датчики измерения.

В связи с этим от экспериментатора требуется хорошо продуманная схема проведения эксперимента. Он должен на всех этапах нагружения, независимо от расположения трещин на модели, получить все нужные данные для общего контроля равновесия модели, но желательно и для отдельных ее частей.

Большое значение для правильного представления результатов экспериментов имеет определение упругих свойств материала (диаграмма $\varepsilon - \sigma$ и коэффициент Пуассона μ). Как правило, материал для изготовления модели должен быть хорошо изучен. В ТПИ в качестве такого материала многие годы используется цементный раствор, где свойства местных составляющих хорошо известны. Основные параметры: раствор 1:3, где цемент М 400 и песок крупностью не более 2 мм в диаметре, w = 0,40÷0,55 (вода:цемент). Обобщенная диаграмма $\varepsilon - \sigma$ получается при помощи пробных серий образцов испытания (60 шт. по 5 призм с размерами 4x4x16см для определения R_{np} и по 5 балочек 0,7÷0,8x2x25 см для определения R_p) представлена на фиг. 2.

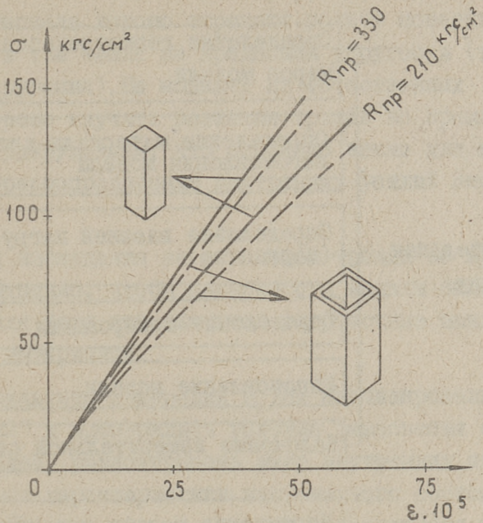


Фиг. 2.

Для сравнения свойств образцов в натуре параллельно с ними (на модели) проводятся испытания с тонкостенными (δ = = I см) ящиками (см. фиг. 3).

Зависимость $\varepsilon - \sigma$ можно определить прямо на модели, используя описанную ниже методику.

На каждом этапе нагружения проверяется общее равновесие модели в определенных сечениях пролета L. Рассматри-



Фиг. 3.

вая модель в продольном направлении как простую балку, можем считать, что нам известны внешняя нагрузка и сила N_a в растянутой арматуре, то есть равнодействующая растянутой зоны . При помощи измерения деформаций определены соотношения ординат эпюры напряжений сжатой зоны, на основе чего можем определить отношение $\frac{\sigma}{\varepsilon} = E$ на каждом этапе нагружения, сделав допущение, что значение коэффициента упругости E постоянное в поперечном разрезе модели.

Решая задачу последовательно, можем на любом этапе нагружения сконструировать зависимость $\varepsilon - \sigma$ и $\varepsilon - E$.

Полученные результаты представлены на фиг. 3

Выбор материала для изготовления модели зависит от цели эксперимента. По мнению авторов, в случаях,когда можно ограничиваться сведениями о работе оболочки в упругой стадии, целесообразно выбирать для эксперимента модель из упругих материалов (например стеклопластик - $E = 120000 \div 130000$ кгс/см^2, $\mu = 0,25-0,27$). Такие модели хорошо поддаются обработке, дают возможность легко имитировать шарнирные трещины, отверстия, фонари и т.д., кроме того, на таких моделях можно провести многочисленные и повторные варианты испытаний, заменив во время эксперимента отдель-

- Подготовительная стадия
  - Определение геометрических размеров модели
  - Определение материала для изготовления модели
  - Определение внешней нагрузки (вариантов)
  - Определение армирования
  - Изготовление модели
  - Наложение измерительной системы
- Контроль системы измерения
  - Нагружение модели в упругой стали с малой нагрузкой, проверка уравнений равновесия в определенных сечениях
- Проведение эксперимента
  - Упругая стадия
    - Измерение деформации
    - Измерение перемещении
    - Повторное нагружение
    - Дублирование эксперимента
  - За пределом упругости
    - Наблюдение за развитием трещин
    - Наблюдение за разрушением
- Обработка данных
  - Сравнивание результатов, конструирование эпюр внутренних сил итд.

Фиг. 4. Испытание модели.

ные его части. В отличие от упругих, модели из естественного материала хорошо отражают полное поведение натурного объема, в том числе за пределами упругости (трещины, картины разрушения). На моделях из естественных материалов можно хорошо изучать развитие трещин во время нагружения и перед разрушением, что особенно важно для получения данных о перераспределении внутренних усилий перед разрушением.

Для наблюдения за развитием трещин во время нагружения необходимо, чтобы поверхность модели была сверху открыта, для чего используются нагрузочные накладки из прозрачных материалов.

Результаты измерений в ТПИ анализировались на ЭВМ "Минск-22" и проверялись условия равновесия отдельных частей моделей, равномерность эпюр внутренних сил и т.д. Все полученные характеристики напряженного состояния T_1, T_2, T_x, T_y, T_{xy}, m_1, m_2) модели представлены в виде таблиц, которые изображают четверть раскладки поверхности модели. Каждый вычисленный результат в таблице поставлен на месте, где были измерены начальные параметры. Такие таблицы очень наглядны и могут быть использованн непосредственно для конструирования эпюр внутренних сил.

Принципиальная схема испытания модели представлена на фиг. 4.

Ü. Tärno, V. Voltri

About the Experiments on Cement Mortar Models of Cylindrical Shells

Summary

The paper deals with the question of planning experiments. Much attention is given to the problem of obtaining possibly more data for various edge conditions of the cylindrical shell on a single model.

The systems of carrying out and checking up the experiments are shown in this paper.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 384 1975

УДК 624.07:534.I

Г.П. Арясов

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК ПРИ УЧЕТЕ ДИСКРЕТНОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

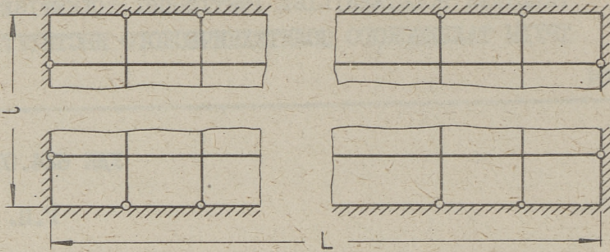
Введение

Дискретные схемы широко применяются для статических и динамических расчетов стержневых строительных конструкций [2, 2, 3 , 4, 5]. В данной работе дискретная схема применяется для определения собственных частот и собственных форм изгибных колебаний перекрестных балок. Для упрощения расчета пренебрегаем жесткостью балок на кручение и считаем, что в узлах пересечения они связаны между собой таким образом, что не передают друг другу ни крутящих, ни изгибающих моментов. Сделанное допущение незначительно сказывается на точности вычислений. Расчетная схема выбирается в виде системы сосредоточенных масс. Количество и места сосредоточения масс выбираем в первом приближении произвольно. Далее, после рассмотрения различных вариантов дискретных схем и сравнения результатов вычисленных по этим схемам значений собственных частот, уточним характеристики сосредоточенных масс.

I. Определение сосредоточенных масс

Сосредоточенные массы определим из условия эквивалентности кинетических энергий дискретной системы и системы с распределенными массами по первой форме колебаний.

Рассмотрим систему перекрестных балок, состоящую из n балок поперечного направления, параллельных оси x и m балок продольного направления, параллельных оси y (фиг. I).



Фиг. 1. Система перекрестных балок с шарнирным опиранием по контуру.

Для дальнейших расчетов принимаем следующие обозначения:

L – длина продольных балок,
l – длина поперечных балок,
J_1 – момент инерции поперечных балок,
J_2 – момент инерции продольных балок,
$\overline{m}_1$ – погонная масса поперечных балок,
$\overline{m}_2$ – погонная масса продольных балок.

Определяем кинетическую энергию T системы с шарнирным опиранием по контуру (фиг. I), которая складывается из кинетических энергий поперечных и продольных балок

$$T = \frac{\overline{m}_1}{2}\sum_{i=1}^{n}\int_0^l \left[\frac{\partial Z(x_i; y; t)}{\partial t}\right]^2 dy + \frac{\overline{m}_2}{2}\sum_{i=1}^{m}\int_0^L \left[\frac{\partial Z(x; y_i; t)}{\partial t}\right]^2 dx, \qquad (I)$$

где $Z(x,y,t)$ – поверхность изгиба системы, определяемая следующим выражением

$$Z(x,y,t) = W(t)\cdot X(x)\cdot Y(y), \qquad (2)$$

где

$$X(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad Y(y) = \sin\left(\frac{\pi y}{L}\right). \qquad (3)$$

Для других видов закреплений уравнения изгиба продольных и поперечных балок имеют иной вид, но для простоты решения принимаем выражение (3).

Если система перекрестных балок колеблется по гармоническому закону, то имеем

$$W(t) = A\sin(\omega t + \alpha), \qquad (4)$$

где ω - частота первой формы колебаний,

A, α - постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями.

В выражение (I) входят функции

$$Z(x_i; y; t) = B_{x_i} \sin\left(\frac{\pi x}{L_i}\right), \tag{5}$$

$$Z(x_i; y_i; t) = B_{y_i} \sin\left(\frac{\pi y}{l_i}\right), \tag{6}$$

где B_{x_i}; B_{y_i} - коэффициенты, определяющие кривые пересечения поверхности изгиба перекрестных балок параллельными плоскостями соответственно в направлении поперечных балок и в направлении продольных балок

$$B_{x_i} = \sin\left(\frac{\pi x_i}{L_i}\right), \qquad B_{y_i} = \sin\left(\frac{\pi y_i}{l_i}\right). \tag{8}$$

В выражениях (7) и (8) x_i и y_i - координаты точки пересечения i-ой поперечной или i-ой продольной балок соответственно с продольными и поперечными балками.

Подставляя в выражение (I) формулу (2) и учитывая (3), (4), (5), (6), (7), (8), получаем выражение кинетической энергии системы перекрестных балок

$$T = \frac{1}{2}\bar{m}_1 \omega^2 \cos^2(\omega t + \alpha) A^2 \sum_{i=1}^{n} B^2_{x_i} l_i + \tag{9}$$

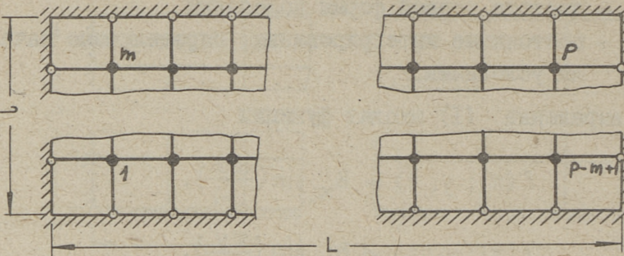
$$+ \frac{1}{2}\bar{m}_2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \alpha) A^2 \sum_{i=1}^{m} B^2_{y_i} L_i .$$

Если принять, что массы перекрестных балок сосредоточены в узлах пересечения балок (фиг. 2), то кинетическая энергия такой дискретной системы имеет вид

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{p} M_i \left[\frac{\partial z(x_i; y_i; t)}{\partial t}\right]^2 , \tag{I0}$$

где M_i - сосредоточенная масса в i-ой точке пересечения,

$p = n.m$ - количество сосредоточенных масс в узлах пересечения, когда n - число поперечных балок, m - число продольных балок.



Фиг. 2. Дискретная система перекрестных балок с "р" сосредоточенными массами.

Подставляя выражение (2) в формулу (I0) и учитывая (3), (4). (7), (8), получаем следующее выражение для кинетической энергии

$$T=\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\alpha)\sum_{j=1}^{n}\sum_{\kappa=1}^{m}\left[M_{j,\kappa}\sin\left(\frac{\pi x_j}{L_j}\right)\sin\left(\frac{\pi y_\kappa}{l_\kappa}\right)\right], \qquad (II)$$

где $M_{j,\kappa}$ – сосредоточенная масса, находящаяся на пересечении j-ой поперечной и i-ой продольной балок.

Выражая все сосредоточенные массы через некоторую среднюю массу M

$$M_{j,\kappa}=a_{j,\kappa}\cdot M, \qquad (I2)$$

где $a_{j,\kappa}$ – коэффициенты пропорциональности, которые находятся согласно месту расположения сосредоточенных масс и закону распределения массы вдоль балок.

В частном случае, для однородных балок все массы равны

$$M_{j,\kappa}=M_{\kappa,j}. \qquad (I3)$$

Приравнивая выражения (II) и (9) и подставляя (I2) в (II), получим формулу для определения приведенной массы, согласно первой форме колебаний системы

$$M=\frac{\overline{m}_1\sum\limits_{i=1}^{n}B^2_{x_i}l_i+m_2\sum\limits_{i=1}^{m}B^2_{y_i}L_i}{\sum\limits_{j=1}^{n}\sum\limits_{\kappa=1}^{m}\left[\sin\left(\frac{\pi x_j}{l_j}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi y_\kappa}{L_\kappa}\right)\right]^2a_{j,\kappa}}. \qquad (I4)$$

2. Свободные колебания при учете дискретной схемы

Выбираем расчетную схему перекрестных балок в виде системы сосредоточенных масс. Массы сосредоточиваем в узлах пересечения балок (фиг. 2). Получаем систему, состоящую из " p " сосредоточенных масс и обладающую соответственно " p " степенями свободы. Тогда дифференциальное уравнение собственных колебаний системы будет [I]

$$\|M\| \cdot \|A\| \cdot \|\ddot{Y}\| + \|Y\| = 0, \tag{I5}$$

где $\|A\|$ – матрица единичных перемещений,

$\|M\|$ – диагональная матрица сосредоточенных масс,

$\|\ddot{Y}\|$ – диагональная матрица вторых производных амплитуд,

$\|Y\|$ – транспонированная матрица-столбец амплитуд.

При условии гармонических колебаний, перемещение узла будет

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^{p} y_{k,i}(\sin\omega_i t + \cos\omega_i t), \tag{I6}$$

где $y_{k,i}$ – амплитуда k-ой точки по i-ой форме собственных колебаний,

ω_i – частота собственных колебаний.

С учетом выражения (I6) система уравнений (I5) принимает вид системы однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд $y_{k,i}$

$$\omega_i^2 \left\{ \|A\| \cdot \|M\| - \lambda E \right\} \cdot \|Y_i\| = 0, \tag{I7}$$

где

$$\lambda = \frac{1}{\omega_i^2}. \tag{I8}$$

Определение матрицы единичных перемещений при большом количестве сосредоточенных масс представляет собой трудоемкую задачу. С помощью ЭВМ эта работа значительно упрощается, тем более что программы для статического расчета перекрестных балок на ЭВМ уже имеются [6].

Решение системы дифференциальных уравнений (I5) имеет следующий вид [I]:

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^{p} y_{k,i}\, C_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (k = 1, 2, \ldots, p), \tag{I9}$$

где C_i; φ_i – постоянные интегрирования.

Собственные частоты ω_i и амплитуды перемещений по главным формам колебаний $y_{k,i}$ определяются из решения системы уравнений (I7).

3. Алгоритм для вычислений на ЭВМ собственных частот и собственных форм колебаний перекрестных балок

Для определения собственных частот и собственных форм воспользуемся разработанными в вычислительной математике алгоритмами, которые удобны для вычислений на ЭВМ.

В случае симметричной матрицы, которая получается после перемножения матриц единичных перемещений $\|A\|$ и сосредоточенных масс $\|M\|$, можно воспользоваться стандартной программой по методу Якоби, имеющейся в БСП машин типа "МИНСК". Но эта программа ограничена в своих возможностях, так как не может использоваться в случае несимметричных матриц $\|A\cdot M\|$ и симметричных матриц больших порядков.

Для этого применим так называемый метод исчерпывания [7]. Здесь итерационным методом находится наибольшее по величине собственное значение и соответствующий ему собственный вектор. Затем составляется новая матрица, элементы которой находятся по формуле

$$a_{i,j}^{(2)} = a_{i,j}^{(1)} - \lambda_1 \bar{u}_1 \bar{v}_1 , \qquad (20)$$

где

$a_{ij}^{(1)}$ – элементы исходной матрицы, которая получается после перемножения матриц $\|A\|$ и $\|M\|$,

λ_1 – наибольшее собственное значение матрицы $\|A\cdot M\|$,

$\bar{u}_1$ – собственный вектор матрицы $\|A\cdot M\|$, соответствующий наибольшему собственному значению λ_1 и рассматриваемый как матрица-столбец,

$\bar{v}_1$ – собственный вектор транспонированной матрицы $\|A\cdot M\|$, отвечающий λ_1 и рассматриваемый как матрица-строка.

Векторы $\bar{u}_1, \bar{v}_1$ нормированы так, что их скалярное произведение равно единице

$$\bar{u}_1 \bar{v}_1 = 1 . \qquad (21)$$

Для новой матрицы повторяем снова итерационный процесс нахождения наибольшего собственного значения и собственного вектора, которые уже будут являться вторыми собственными значениями и векторами исходной матрицы. Этот процесс продолжим до тех пор, пока не найдем все собственные значения и векторы.

В процессе каждой итерации нормируем собственные векторы путем деления компонент итерируемого вектора на наибольшую из них с целью не допустить переполнения разрядной сетки или потери значащих цифр в случае неограниченного увеличения или уменьшения компонент итерируемого вектора по абсолютной величине.

Если система состоит из однородных балок, равных по длине в обоих направлениях, используем другой метод нахождения собственных значений и векторов.

Сначала из уравнения (22) получаем характеристический многочлен с помощью метода Данилевского [7]. Суть метода состоит в преобразовании уравнения $D(\lambda) = |A - \lambda E|$ к виду

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 0 & \dots & a_{1,p}^{(p-1)} \\ 1 & -\lambda & 0 & \dots & a_{2,p}^{(p-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{p,p}^{(p-1)} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (22)$$

Выражение (22) называется нормальной формой Фробениуса, полученные с помощью $(p-1)$ повторных преобразований подобия. Определитель (22) легко раскрывается без каких-либо дополнительных вычислений:

$$D(\lambda) = (-1)^p \left[\lambda^p - a_{p,p}^{(p-1)} \lambda^{p-1} - \dots - a_{1,p}^{(p-1)}\right], \qquad (23)$$

где $a_{i,p}^{(p-1)}$ – элементы определителя, получившиеся после $(p-1)$ преобразований подобия.

Из полученного характеристического уравнения (23) определяем корни (собственные значения) $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$. Найденные собственные значения $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ позволяют найти собственные векторы.

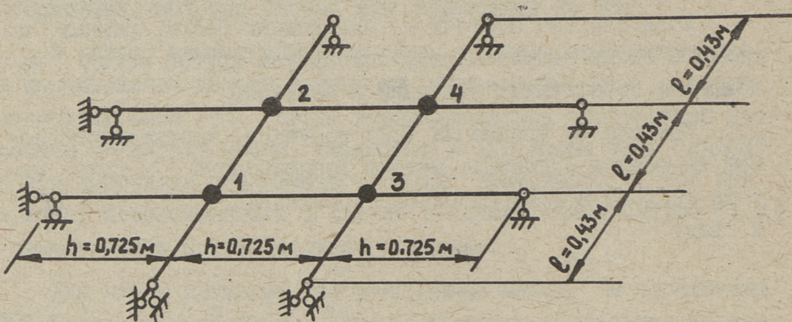
По этим алгоритмам составлены программы для вычислений на ЭВМ, которые позволяют с большой степенью точности рассчитывать достаточно сложные системы перекрестных балок, а также находить кратные частоты собственных колебаний - в случае системы, состоящей из однородных и равных по длине балок в обоих направлениях.

4. Примеры расчета перекрестных балок

Рассмотрим несколько схем перекрестных балок.

Пример I. Имеем две балки продольного направления и две балки поперечного направления (фиг. 3). Моменты инерции $J_x = J_y = 0{,}03125$ см^4, погонная масса $\bar{m} = 1{,}1927$ гс^2/см^2.

Массы сосредоточим в узлах пересечения балок, значения которых определим по формуле (I2).



Фиг. 3. Система перекрестных балок с четырьмя сосредоточенными массами.

Вычисляя, по вышеизложенному алгоритму, получаем:
$\omega_1 = 28{,}8$ I/c, $\omega_2 = 53{,}3$ I/c, $\omega_3 = 104$ I/c, $\omega_4 = 112$ I/c.
Формы колебаний, отвечающие этим частотам, даны на фиг. 4.

Рассмотрим ту же схему (фиг. 3), где количество сосредоточенных масс равно I6 (фиг. 5). Сосредоточенные массы, вычисленные по формуле (I2), будут равны

$$m_1 = m_2 = m_8 = m_9 = m_{15} = m_{16} = 0{,}431 \text{ г.с}^2/\text{см},$$

$$m_3 = m_5 = m_7 = m_{10} = m_{12} = m_{14} = 0{,}257 \text{ г.с}^2/\text{см},$$

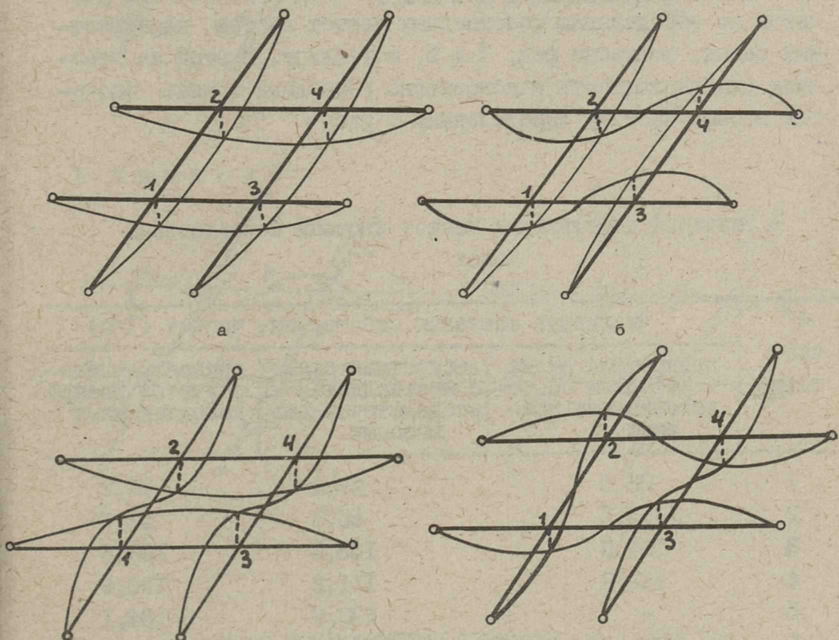
$$m_4 = m_6 = m_{11} = m_{13} = 0{,}688 \text{ г.с}^2/\text{см}.$$

На фиг. 6 даны следующие после четвертой высшие формы колебаний. Для пятой и шестой форм поперечные балки имеют очень малые отклонения, так что продольные балки можно рассматривать как неразрезные на неподвижных опорах. То же самое можно отметить для форм колебаний, соответствующих частотам с одиннадцатой до шестнадцатой, где уже поперечные балки можно рассматривать как неразрезные на жестких опорах. По низшей форме колеблются менее жесткие балки (продольные), с повышением частоты начинают колебаться по более высшим формам и более жесткие поперечные балки.

Пример 2. Представляют собой интерес формы колебаний, когда все пролеты как продольных, так и поперечных балок равны между собой (фиг. 7). Массы сосредоточим в узлах и по формуле (I2) получим

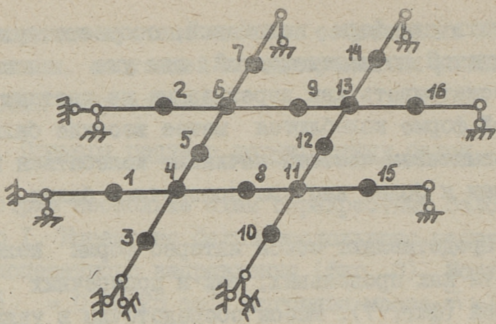
$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 1{,}85 \text{ г}\cdot\text{с}^2/\text{см}.$$

Моменты инерции $J_x = J_y = 0{,}03125$ см^4, погонная масса $\bar{m}$ = = I,I927 гс^2/см^2. Формы колебаний приведены на фиг.8. Вторая форма имеет две равнозначные и равновозможные формы, отвечающие второй собственной частоте, то есть второй кратной частоте отвечают два различных вектора.



Фиг. 4.

а – Первая форма колебаний с частотой ω_1 = 28,8 1/с
б – Вторая форма колебаний с частотой ω_2 = 53,3 1/с
в – Третья форма колебаний с частотой ω_3 = 104 1/с
г – Четвертая форма колебаний с частотой ω_4 = 112 1/с



Фиг. 5. Система перекрестных балок с шестнадцатью массами.

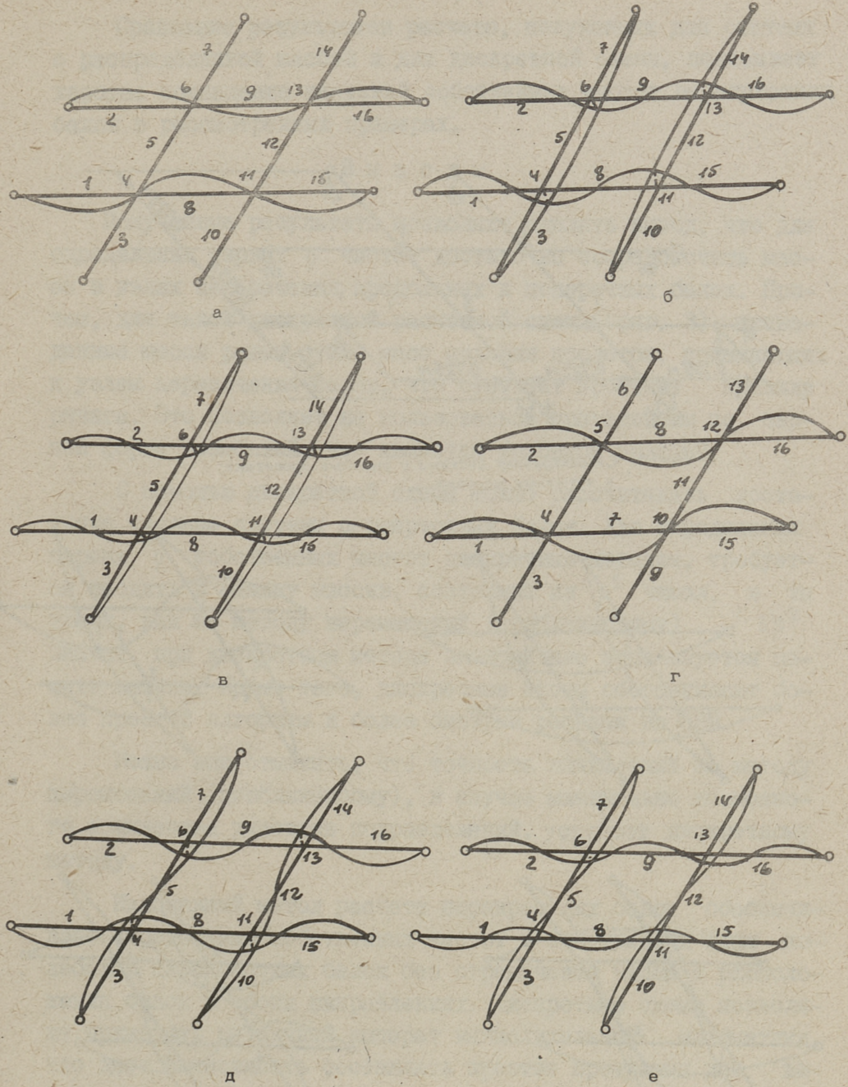
5. Дискретная расчетная схема и система с распределенной массой

Сравнение результатов расчета. Сведем результаты расчетов по определению собственных частот систем перекрестных балок, согласно фиг. 3 и 5, в таблицу. В этой же таблице для наглядности одновременно приведены точные значения первых частот, определенных в работе [8].

Таблица I

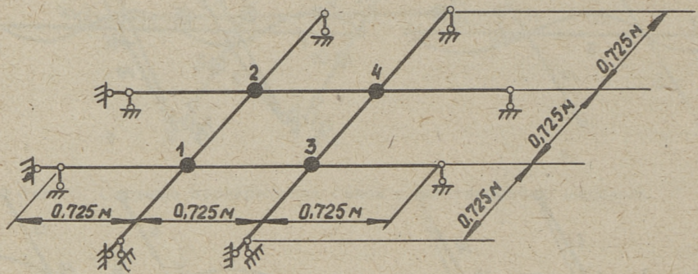
Значения собственных частот системы перекрестных балок

№ частоты	Численные значения собственных частот (I/c)		
	дискретная схема с четырьмя сосредоточенными массами	дискретная схема с шестнадцатью сосредоточенными массами	точное решение с учетом распределенных масс
I	28,8	29,4	26,2
2	53,3	55,7	52,8
3	I04,0	I03,2	I02,6
4	II2,0	III,2	I08,6
5	-	I33,9	I34,I
6	-	I34,8	I35,I
7	-	202,0	205,2

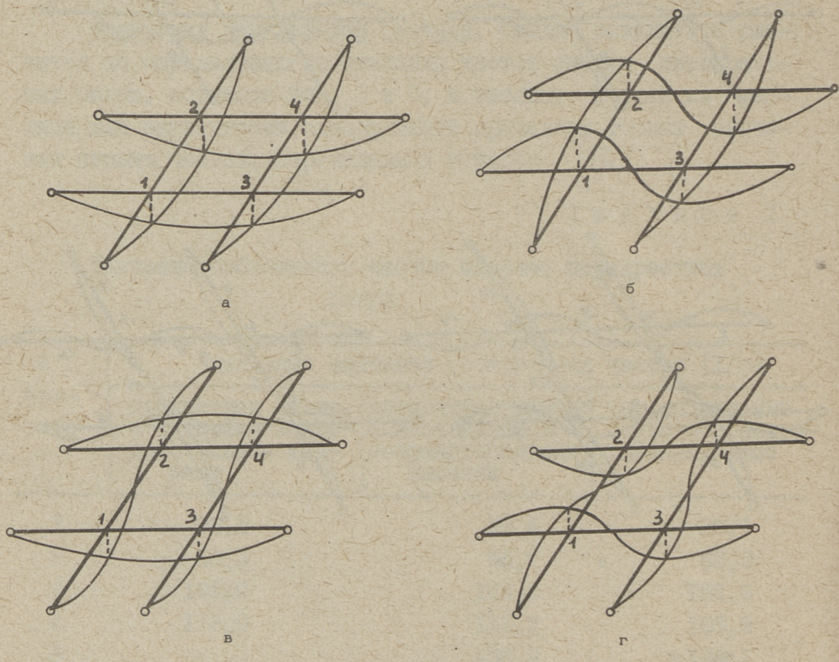


Фиг. 6.

а – Пятая форма колебаний с частотой $\omega_5 = 133{,}9$ 1/с
б – Шестая форма колебаний с частотой $\omega_6 = 134{,}8$ 1/с
в – Седьмая форма колебаний с частотой $\omega_7 = 202$ 1/с
г – Восьмая форма колебаний с частотой $\omega_8 = 215{,}8$ 1/с
д – Девятая форма колебаний с частотой $\omega_9 = 276$ 1/с
е – Десятая форма колебаний с частотой $\omega_{10} = 277{,}8$ 1/с



Фиг. 7. Симметричная система с равными пролетами и четырьмя массами.



Фиг. 8.

а – Первая форма при частоте $\omega_1 = 14{,}55$ 1/с
б – Вторая форма при частоте $\omega_2 = 41{,}5$ 1/с
в – Вторая форма колебаний с частотой $\omega_2 = 41{,}5$ 1/с
г – Третья форма колебаний с частотой $\omega_3 = 56{,}5$ 1/с

Сравнение результатов расчета, полученных для системы с распределенной массой и для дискретной схемы, показывает хорошее совпадение значений собственных частот перекрестных балок в рассмотренных примерах.

Выводы

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что для определения первых p частот достаточно сосредоточить массы в узлах пересечения продольных и поперечных балок. Причем, для такой дискретной расчетной схемы (фиг. 3) приведенные массы равны сумме масс половин пролетов, примыкающих к узлам пересечения балок, что отвечает простому правилу рычага. Это позволяет не пользоваться приведением по первой форме колебаний, что является условной задачей.

С помощью дискретной схемы можно рассчитывать достаточно сложные системы перекрестных балок. Для определения первых p собственных частот дискретным методом, требуется вводить в машину массив, состоящий из p^2 чисел, в то время, как по методу перемещений (приближенному) – $3p^2$. Значит, при дискретном методе экономичнее используется память машины. Кроме того, дискретные схемы обеспечивают более простой алгоритм и более быстрые решения на ЭВМ.

Можно еще отметить, что точность вычислений по методу перемещений (приближенному), в случае минимально возможного количества участков подразделений, уступает дискретному методу.

Изложенный метод расчета перекрестных балок обеспечивает определение собственных частот и собственных форм колебаний перекрестных балок без ограничения числа и расположения балок в обоих направлениях. Дискретные схемы позволяют применить матричный аппарат вычислительной математики, что дает возможность составлять простые программы для вычислений на ЭВМ типа "Минск", которые можно успешно применять в инженерных расчетах.

Литература

1. В.А. Киселев. Строительная механика (специальный курс). М., Госстройиздат, 1969.

2. Л.К. Нарец. Некоторые вопросы статики, динамики и устойчивости балок, возникающие в связи с появлением

вычислительных машин непрерывного и дискретного действия.- Таллин, 1963.

3. Н.К. С н и т к о. Динамика сооружений. М., Госстройиздат, 1960.

4. С.А. Б е р н ш т е й н. Определение частот колебаний стержневых систем методом спектральной функции. - М., Госстройиздат, 1960.

5. О.М. Д у к а р с к и й, Н.И. М а н д р и т т а. Механизация динамических расчетов в строительных конструкциях.

6. Ю.К. В и л и п п ы л ь д, И.Я. Х а р х у р и м. Расчет упругих систем по методу конечных элементов. Библиотека программ, вып. I-I08, М., 1969.

7. Б.П. Д е м и д о в и ч, И.А. М а р о н. Основы вычислительной математики. М., Физматгиз, 1963.

8. Г.П. А р я с о в. Свободные колебания перекрестных балок по методу перемещений. См. наст. сб. с. I03.

G. Aryasov

Discrete Schemes for the Analysis of the Natural Frequencies of Grillage Beams

Summary

The natural frequencies and model shapes for the transverse vibrations of grillages taking into account the different discrete schemes are determined.The beams of a system are considered as attached at the nodes so that no moments, bending or torsional, are transmitted from one beam to the other. Two algorithms for use with a digital computer are introduced for determination of the eigenvalues and eigenvectors. The different variants of the grillage beams are presented with numerical results. The comparison shows good coincidence for the natural frequencies of the system taking into account the distributed mass of the beams and the discrete nature of the beams. This method is applicable for the analysis of the vibration of grillages without any limitation.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

УДК 624.07:534.I

Г.П. Арясов

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК ПО МЕТОДУ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Введение

Метод перемещений (деформаций) широко применяется при статическом и динамическом расчетах стержневых систем [I, 2, 3, 4, 5].

В данной работе этот метод применяется для определения собственных частот и собственных форм колебаний перекрестных балок с учетом их распределенной массы. Такая задача уже ставилась в ряде работ [6, 7, 8], однако еще не получила должного практического развития и надлежащего анализа.

Ограничиваем расчет рассмотрением перекрестных балок, состоящих из однородных стержней с постоянной жесткостью и постоянной массой. В процессе колебаний будем учитывать как изгибные, так и крутильные деформации балок.

I. Общая система уравнений метода перемещений

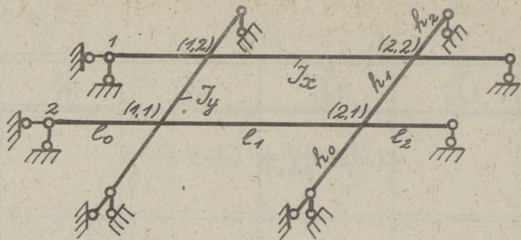
Основная система метода перемещений образуется путем наложения дополнительных связей, препятствующих перемещениям узлов в местах пересечения балок. В этом случае для системы перекрестных балок при $n = 2$, $m = 2$, с учетом шарнирного опирания по контуру (фиг. I), накладываем I2 дополнительных связей, препятствующих неизвестным перемещениям, по три связи в каждом узле.

За неизвестные перемещения принимаем: перемещения узлов перпендикулярно плоскости системы – $v_{1,1}$; $v_{1,2}$; $v_{2,1}$; $v_{2,2}$ и повороты в узлах относительно :

	$\gamma^x_{1,1}$	$\gamma^y_{1,1}$	$v_{1,1}$	$\gamma^x_{1,2}$	$\gamma^y_{1,2}$	$v_{1,2}$
$M^x_{1,1}$	$\frac{EJ_x}{l_x}\Phi_2(\lambda_x)+\frac{2GJ_{py}}{h_y}\Phi_5(\lambda_y)$		$\frac{EJ_x}{l_x^2}\Phi_1(\lambda_x)$	$-\frac{GJ_{py}}{h_y}\Phi_4(\lambda_y)$		
$M^y_{1,1}$		$\frac{EJ_y}{h_y}\Phi_2(\lambda_y)+\frac{2GJ_{px}}{l_x}\Phi_5(\lambda_x)$	$\frac{EJ_y}{h_y^2}\Phi_1(\lambda_y)$		$\frac{EJ_y}{h_y}F_1(\lambda_y)$	$-\frac{EJ_y}{h_y^2}F_3(\lambda_y)$
$T_{1,1}$	$\frac{EJ_x}{l_x^2}\Phi_1(\lambda_x)$	$\frac{EJ_y}{h_y^2}\Phi_1(\lambda_y)$	$\frac{EJ_x}{l_x^3}\Phi_3(\lambda_x)+\frac{EJ_y}{h_y^3}\Phi_3(\lambda_y)$		$\frac{EJ_y}{h_y^2}F_3(\lambda_y)$	$\frac{EJ_y}{h_y^3}F_5(\lambda_y)$
$M^x_{1,2}$	$-\frac{GJ_{py}}{h_y}\Phi_4(\lambda_y)$			$\frac{EJ_x}{l_x}\Phi_2(\lambda_x)+\frac{2GJ_{py}}{h_y}\Phi_5(\lambda_y)$		$\frac{EJ_x}{l_x^2}\Phi_1(\lambda_x)$
$M^y_{1,2}$		$\frac{EJ_y}{h_y}F_1(\lambda_y)$	$-\frac{EJ_y}{h_y^2}F_3(\lambda_y)$		$\frac{EJ_y}{h_y}\Phi_2(\lambda_y)+\frac{2GJ_{px}}{l_x}\Phi_5(\lambda_x)$	$-\frac{EJ_x}{l_x^2}\Phi_1(\lambda_x)$
$T_{1,2}$		$-\frac{EJ_y}{h_y^2}F_3(\lambda_y)$	$\frac{EJ_y}{h_y^3}F_5(\lambda_y)$	$\frac{EJ_x}{l_x^2}\Phi_1(\lambda_x)$	$-\frac{EJ_y}{h_y^2}\Phi_1(\lambda_y)$	$\frac{EJ_x}{l_x^3}\Phi_3(\lambda_x)+\frac{EJ_y}{h_y^3}\Phi_3(\lambda_y)$
$M^x_{2,1}$	$\frac{EJ_x}{l_x}F_1(\lambda_x)$		$\frac{EJ_x}{l_x^2}F_3(\lambda_x)$			
$M^y_{2,1}$		$-\frac{GJ_{px}}{l_x}\Phi_4(\lambda_x)$				
$T_{2,1}$	$-\frac{EJ_x}{l_x^2}F_3(\lambda_x)$		$\frac{EJ_x}{l_x^3}F_5(\lambda_x)$			
$M^x_{2,2}$				$\frac{EJ_x}{l_x}F_1(\lambda_x)$		$\frac{EJ_x}{l_x^2}F_3(\lambda_x)$
$M^y_{2,2}$					$-\frac{GJ_{px}}{l_x}\Phi_4(\lambda_x)$	
$T_{2,2}$				$-\frac{EJ_x}{l_x^2}F_3(\lambda_x)$		$\frac{EJ_x}{l_x^3}F_5(\lambda_x)$

Таблица I

$\gamma^x_{2,1}$	$\gamma^y_{2,1}$	$v_{2,1}$	$\gamma^x_{2,2}$	$\gamma^y_{2,2}$	$v_{2,2}$
$\frac{EJ_x}{l_x} F_1(\lambda_x)$		$-\frac{EJ_x}{l_x^2} F_3(\lambda_x)$			
	$-\frac{GJ_{px}}{l_x} \Phi_4(\lambda_x)$				
$\frac{EJ_x}{l_x^2} F_3(\lambda_x)$		$\frac{EJ_x}{l_x^3} F_5(\lambda_x)$			
			$\frac{EJ_x}{l_x} F_1(\lambda_x)$		$-\frac{EJ_x}{l_x^2} F_3(\lambda_x)$
				$-\frac{GJ_{px}}{l_x} \Phi_4(\lambda_x)$	
			$\frac{EJ_x}{l_x^2} F_3(\lambda_x)$		$\frac{EJ_x}{l_x^3} F_5(\lambda_x)$
$\frac{EJ_x}{l_x} \Phi_2(\lambda_x) + \frac{2GJ_{py}}{h_y} \Phi_5(\lambda_y)$		$-\frac{EJ_x}{l_x^2} \Phi_1(\lambda_x)$	$-\frac{GJ_{py}}{h_y} \Phi_4(\lambda_y)$		
	$\frac{EJ_y}{h_y} \Phi_2(\lambda_y) + \frac{2GJ_{px}}{l_x} \Phi_5(\lambda_x)$	$\frac{EJ_y}{h_y^2} \Phi_1(\lambda_y)$		$\frac{EJ_y}{h_y} F_1(\lambda_y)$	$-\frac{EJ_y}{h_y^2} F_3(\lambda_y)$
$-\frac{EJ_x}{l_x^2} \Phi_1(\lambda_x)$	$\frac{EJ_y}{h_y^2} \Phi_1(\lambda_y)$	$\frac{EJ_x}{l_x^3} \Phi_3(\lambda_x) + \frac{EJ_y}{h_y^3} \Phi_3(\lambda_y)$		$\frac{EJ_y}{h_y^2} F_3(\lambda_y)$	$\frac{EJ_y}{h_y^3} F_5(\lambda_y)$
$-\frac{GJ_{py}}{h_y} \Phi_4(\lambda_y)$			$\frac{EJ_x}{l_x} \Phi_2(\lambda_x) + \frac{2GJ_{py}}{h_y} \Phi_5(\lambda_y)$		$-\frac{EJ_x}{l_x^2} \Phi_1(\lambda_x)$
	$\frac{EJ_y}{h_y} F_1(\lambda_y)$	$\frac{EJ_y}{h_y^2} F_3(\lambda_y)$		$\frac{EJ_y}{h_y} \Phi_2(\lambda_y) + \frac{2GJ_{px}}{l_x} \Phi_5(\lambda_x)$	$-\frac{EJ_y}{h_y^2} \Phi_1(\lambda_y)$
	$-\frac{EJ_y}{h_y^2} F_3(\lambda_y)$	$\frac{EJ_y}{h_y^3} F_5(\lambda_y)$	$\frac{EJ_x}{l_x^2} \Phi_1(\lambda_x)$	$-\frac{EJ_y}{h_y^2} \Phi_1(\lambda_y)$	$\frac{EJ_x}{l_x^3} \Phi_3(\lambda_x) + \frac{EJ_y}{h_y^3} \Phi_3(\lambda_y)$



Фиг. 1. Система перекрестных балок с шарнирным опиранием по контуру.

оси x – $\gamma^x_{1,1}$; $\gamma^x_{1,2}$; $\gamma^x_{2,1}$; $\gamma^x_{2,2}$;

оси y – $\gamma^y_{1,1}$; $\gamma^y_{1,2}$; $\gamma^y_{2,1}$; $\gamma^y_{2,2}$.

Согласно методу перемещений для каждого узла составляем три уравнения равновесия

$$\sum M^x_{i,j} = 0; \quad \sum M^y_{i,j} = 0; \quad \sum T_{i,j} = 0. \qquad (\mathrm{I})$$

Рассматриваем связанные изгибно-крутильные колебания всей системы. В узлах пересечений стержни жестко связаны между собой и передают друг другу изгибающие и крутящие моменты. Будем считать, что $l_0 = l_1 = l_2 = l_x$, $h_0 = h_1 = h_2 = h_y$, и уравнения метода перемещений (I) в развернутом виде представим в табличном виде на вкладном листе I (табл. I). В этой таблице $F_1(\lambda)$; $F_2(\lambda)$; $F_3(\lambda)$; $F_4(\lambda)$; $F_5(\lambda)$; $F_6(\lambda)$; $F_7(\lambda)$; $F_9(\lambda)$; $F_{11}(\lambda)$ – являются частотными функциями [2] и дополнительно введены функции $\Phi_1(\lambda)$; $\Phi_5(\lambda)$; $\Phi_4(\lambda)$; $\Phi_2(\lambda)$; $\Phi_3(\lambda)$, имеющие вид

$$\Phi_1(\lambda) = F_9(\lambda) - F_4(\lambda); \quad \Phi_2(\lambda) = F_1(\lambda) + F_2(\lambda);$$
$$\Phi_3(\lambda) = F_{11}(\lambda) + F_6(\lambda); \quad \Phi_4(\lambda) = \nu \operatorname{cosec} \nu; \qquad (2)$$
$$\Phi_5(\lambda) = \nu \operatorname{ctg} \nu.$$

Получим систему двенадцати однородных уравнений (табл. I) относительно двенадцати неизвестных перемещений, которая имеет решения отличные от нуля, если определитель этой системы равен нулю. Раскрывая определитель и подставляя в полученное частотное уравнение значения частотных функций [2], получим трансцендентное уравнение относительно $\lambda = \lambda_x$. При этом

$$\lambda_y = \frac{h_y}{l_x}\sqrt{\frac{E_x J_x \mu(y)}{E_y J_y \mu(x)}}\,\lambda . \qquad (3)$$

Решение трансцендентного уравнения (нахождение корней) и раскрытие определителя представляет собой весьма трудоемкую задачу. Однако, если учесть, что обычно система перекрестных балок симметрична относительно осей x и y, решение задачи можно упростить.

2. Упрощения уравнений метода перемещений при учете симметрии системы перекрестных балок

С учетом симметрии системы имеем следующие зависимости:

I. Для симметричных колебаний относительно обеих осей x и y

$$\begin{gathered} v_{1,1} = v_{1,2} = v_{2,1} = v_{2,2}\,; \quad \gamma^x_{1,1} = -\gamma^x_{1,2}\,; \quad \gamma^x_{2,1} = -\gamma^x_{2,2}\,; \\ \gamma^x_{1,1} = -\gamma^x_{2,1}\,; \quad \gamma^x_{2,1} = -\gamma^x_{2,2}\,; \quad \gamma^y_{1,1} = -\gamma^y_{1,2}\,; \\ \gamma^y_{1,1} = -\gamma^y_{2,1}\,; \quad \gamma^y_{2,1} = -\gamma^y_{2,2}\,. \end{gathered} \qquad (4)$$

2. Для симметричных колебаний относительно оси x и антисимметричных относительно оси y

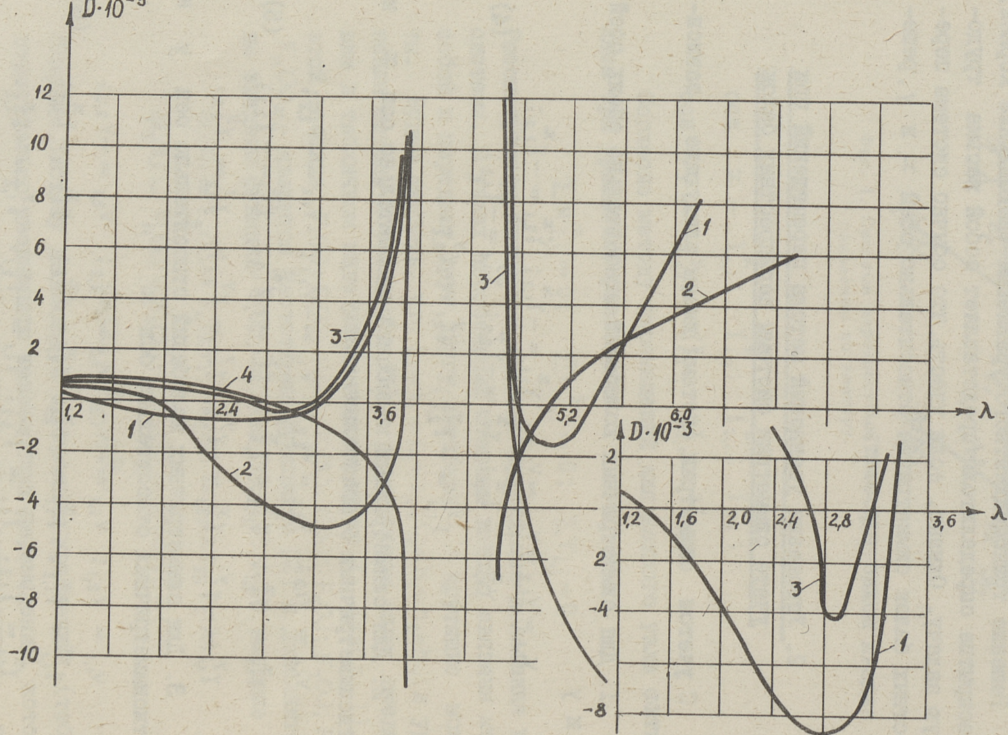
$$\begin{gathered} v_{1,1} = v_{1,2}\,; \quad v_{2,1} = v_{2,2}\,; \quad v_{1,1} = -v_{2,1}\,; \quad v_{1,2} = -v_{2,2}\,; \\ \gamma^x_{1,1} = \gamma^x_{2,1}\,; \quad \gamma^x_{1,2} = \gamma^x_{2,2}\,; \quad \gamma^x_{1,1} = -\gamma^x_{1,2}\,; \quad \gamma^x_{2,1} = -\gamma^x_{2,2}\,; \\ \gamma^y_{1,1} = -\gamma^y_{1,2}\,; \quad \gamma^y_{2,1} = -\gamma^y_{2,2}\,; \quad \gamma^y_{1,1} = \gamma^y_{2,1}\,; \quad \gamma^y_{1,2} = \gamma^y_{2,2}\,. \end{gathered} \qquad (5)$$

3. Для симметричных колебаний относительно оси y и антисимметричных относительно оси x

$$\begin{gathered} v_{1,1} = v_{2,1}\,; \quad v_{1,1} = -v_{1,2}\,; \quad v_{1,2} = v_{2,2}\,; \quad v_{2,1} = -v_{2,2}\,; \\ \gamma^x_{1,1} = \gamma^x_{1,2}\,; \quad \gamma^x_{1,1} = -\gamma^x_{2,1}\,; \quad \gamma^x_{2,1} = \gamma^x_{2,2}\,; \quad \gamma^x_{1,2} = -\gamma^x_{2,2}\,; \\ \gamma^y_{1,1} = \gamma^y_{1,2}\,; \quad \gamma^y_{2,1} = \gamma^y_{2,2}\,; \quad \gamma^y_{1,1} = -\gamma^y_{2,1}\,; \quad \gamma^y_{1,2} = -\gamma^y_{2,2}\,. \end{gathered} \qquad (6)$$

4. Для антисимметричных колебаний относительно обеих осей x и y

$$\begin{gathered} v_{1,1} = -v_{2,1}\,; \quad v_{1,1} = -v_{1,2}\,; \quad v_{1,2} = -v_{2,2}\,; \quad v_{2,1} = -v_{2,2}\,; \\ \gamma^x_{1,1} = \gamma^x_{1,2} = \gamma^x_{2,1} = \gamma^x_{2,2}\,; \\ \gamma^y_{1,1} = \gamma^y_{1,2} = \gamma^y_{2,1} = \gamma^y_{2,2}\,. \end{gathered} \qquad (7)$$



Фиг. 2. Графики детерминантов $\mathcal{D}(\lambda)$.

Удовлетворяя условиям (4), (5), (6), (7), вместо двенадцати уравнений (табл. I) метода перемещений получим четыре системы уравнений, каждая из которых состоит из трех уравнений. Раскрытие определителя третьего порядка не представляет особой сложности.

Используя симметрию, решим задачу с учетом следующих данных:

$$E = 20\cdot 10^6 \text{ т/м}^2, \qquad J_x = J_y = 0{,}03125\cdot 10^{-8}\text{м}^4,$$

$$l_x = 0{,}725 \text{ м}, \quad h_y = 0{,}43 \text{ м}, \quad \mu_x = \mu_y = 1{,}1927\cdot 10^{-4}\text{т.с}^2/\text{м}^2,$$

$$G = 7{,}7\cdot 10^6 \text{ т/м}^2, \quad J_{px} = J_{py} = 0{,}1125\cdot 10^{-4}\text{м}^4,$$

$$J_{\xi x} = J_{\xi y} = 0{,}8945\cdot 10^{-8} \text{ т}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2$$

По формулам из [I] определяем

$$\lambda = \lambda_x = 0{,}725\sqrt[4]{\frac{1{,}1927\cdot 10^{-4}\,\omega^2}{2\cdot 10^7\; 0{,}03125\cdot 10^{-8}}} = 0{,}26964\,\omega^2,$$

$$\lambda_y = \frac{h_y}{l_x}\lambda = 0{,}5931\,\lambda,$$

$$\vartheta = \vartheta_x = 0{,}725\sqrt{\frac{0{,}8945\cdot 10^{-8}\omega^2}{7{,}7\cdot 10^6\; 0{,}03125\cdot 10^{-8}}} =$$

$$= 0{,}7367\cdot 10^{-3}\,\omega,$$

$$\vartheta_y = \frac{h_y}{l_x}\vartheta = 0{,}5931\,\omega.$$

На фиг. 2 приведены графики изменения детерминантов систем уравнений метода перемещений с учетом симметрии системы. Здесь цифрами I, 2, 3, 4 обозначены графики изменения детерминантов $D(\lambda)$ соответственно для условий (4), (5), (6), (7).

Из этих графиков (фиг. 2) определяем первые четыре значения корней частотных уравнений

$$\lambda_1 = 1{,}38, \quad \lambda_2 = 1{,}96. \quad \lambda_3 = 2{,}73, \quad \lambda_4 = 2{,}81$$

По формуле из [I] находим собственные частоты изгибных колебаний системы

$$\omega_1 = 26{,}2 \text{ 1/с}, \; \omega_2 = 52{,}8 \text{ 1/с}, \; \omega_3 = 102{,}4 \text{ 1/с},$$

$$\omega_4 = 108{,}6 \text{ 1/с}.$$

Рассмотрение отдельно симметричных и антисимметричных колебаний позволяет представить выражение детерминанта $\mathcal{D}(\lambda)$ в виде произведения отдельных сомножителей. Это дает возможности отделения всех корней частотного уравнения и определения всего спектра собственных частот, что важно для системы перекрестных балок, потому что перекрестные балки представляют собой неразрезные многопролетные конструкции с равными или малоотличающимися пролетами, для которых собственные частоты образуют на спектре последовательные зоны сгущения с малыми промежутками между соседними частотами [9] и (фиг. 2).

Наличие близких по своим значениям собственных частот затрудняет, даже с применением ЭВМ, построение точного графика и определение всего спектра корней частотного уравнения [I9]. Это обстоятельство ограничивает применение точного метода перемещений к системам перекрестных балок.

Как вывод следует, что выделение отдельных корней и получение точных значений собственных частот колебаний для системы перекрестных балок без учета симметрии представляет определенную трудность.

В системе уравнений метода перемещений (табл. I) рассматривались связанные изгибно-крутильные колебания перекрестных балок. Выясним влияние крутильных колебаний, возникающих при изгибных колебаниях перекрестных балок. Если пренебречь кручением балок, уравнения метода перемещений (табл. I) выглядят проще (исчезнут члены, содержащие функции $\Phi_4(\lambda)$; $\Phi_5(\lambda)$. В этом случае значения безразмерных величин λ будут

$$\lambda_1 = 1{,}378, \quad \lambda_2 = 1{,}967, \quad \lambda_3 = 2{,}728, \quad \lambda_4 = 2{,}808.$$

Собственные частоты по формуле из [I] имеют значения

$$\omega_1 = 26{,}05\ 1/c, \quad \omega_2 = 52{,}65\ 1/c, \quad \omega_3 = 10{,}3\ 1/c, \qquad \omega_4 = 108{,}45\ 1/c. \tag{9}$$

Новые значения собственных частот (9) мало отличны от ранее вычисленных значений (8). Поэтому, в случае тонкостенных стержней, которые в основном применяются в системах перекрестных балок, можно пренебречь влиянием скручивания, возникающего при изгибных колебаниях.

Уточним возможности применения ЭВМ в рассматриваемой задаче. Расчет по методу перемещений приводит к достаточно сложному алгоритму, что затрудняет его перевод на язык электронной машины. Притом программа загружает память машины еще и тем, что необходимо вводить подпрограммы вычислений трансцендентных функций. Все это снижает скорость вычислений и увеличивает время работы машины. Кроме того, точный метод не дает возможности выявить кратные корни и получить, таким образом, полный спектр частот и форм колебаний.

Чтобы упростить алгоритм расчета, рассмотрим приближенный способ решения частотного уравнения.

3. Приближенный метод перемещений

Для упрощения решения уравнений метода перемещений (таблица I) разложим частотные функции в степенные ряды. Ограничиваясь в полученных рядах членами, содержащими λ до четвертой степени включительно, получим уравнения метода перемещений в приближенном виде (табл. 2), причем

$$\varkappa = \frac{\lambda_x^4}{420} = \frac{\overline{m}\omega^2 l_x^2}{420\,EJ_x}, \tag{I0}$$

$$\beta = l_x / h_y, \tag{II}$$

$$\alpha = h_y / l_x, \tag{I2}$$

Уравнения таблицы 2 по сравнению с уравнениями таблицы I значительно проще, так как вместо трансцендентных функций получены выражения в виде простых чисел. Разложение трансцендентных функций $F_1(\lambda)$, $F_2(\lambda)$, $F_3(\lambda)$, $F_4(\lambda)$, $F_5(\lambda)$, $F_6(\lambda)$, $F_7(\lambda)$, $F_9(\lambda)$, $F_{11}(\lambda)$ приводит к приближенным уравнениям метода перемещений, удобных для реализации на ЭВМ.

Вопросом приближенных методов решения для определения собственных частот и форм колебаний занимались многие авторы. Например, в одном из первых приближенных методов теории перемещений [I0] было проведено аппроксимирование форм колебаний заданной системы при помощи системы фундаментальных функций. Они принимались как формы статического изгиба элементов системы в основной системе метода перемещений от инерционной нагрузки.

	$\gamma^x_{1,1}$	$\gamma^y_{1,1}$	$V_{1,1}$	$\gamma^x_{1,2}$	$\gamma^y_{1,2}$	$V_{1,2}$
$M^x_{1,1}$	$7-12\varkappa$		$\frac{3}{l_x}+\frac{14\varkappa}{l_x}$			
$M^y_{1,1}$		$7\beta-12\varkappa\alpha^3$	$\frac{3\beta^2}{l_x}+\frac{14\varkappa\alpha^2}{l_x}$		$2\beta+3\varkappa\alpha^3$	$-\frac{6\beta^2}{l_x}-\frac{13\varkappa\alpha^2}{l_x}$
$T_{1,1}$	$\frac{3}{l_x}+\frac{14\varkappa}{l_x}$	$\frac{3\beta^2}{l_x}+\frac{14\varkappa\alpha^2}{l_x}$	$\frac{15}{l_x^2}(1+\beta^3)-\frac{360(1+\alpha)\varkappa}{l_x^2}$		$\frac{6\beta^2}{l_x}+\frac{13\varkappa\alpha^2}{l_x}$	$-\frac{12\beta^3}{l_x^2}-\frac{54\varkappa\alpha}{l_x^2}$
$M^x_{1,2}$				$7-12\varkappa$		$\frac{3}{l_x}+\frac{14\varkappa}{l_x}$
$M^y_{1,2}$		$2\beta+3\varkappa\beta^3$	$\frac{6\beta^2}{l_x}+\frac{13\varkappa\alpha^2}{l_x}$		$7\beta-12\varkappa\alpha^3$	$-\frac{3\beta^2}{l_x}-\frac{14\varkappa\alpha^2}{l_x}$
$T_{1,2}$		$-\frac{6\beta^2}{l_x}-\frac{13\varkappa\alpha^2}{l_x}$	$-\frac{12\beta^3}{l_x^2}-\frac{54\varkappa\alpha}{l_x^2}$	$\frac{3}{l_x}+\frac{14\varkappa}{l_x}$	$-\frac{3\beta^2}{l_x}-\frac{14\varkappa\alpha^2}{l_x}$	$\frac{15}{l_x^2}(1+\beta^3)-\frac{360(1+\alpha)\varkappa}{l_x^2}$
$M^x_{2,1}$	$2+3\varkappa$		$\frac{6}{l_x}+\frac{13\varkappa}{l_x}$			
$M^y_{2,1}$						
$T_{2,1}$	$-\frac{6}{l_x}-\frac{13\varkappa}{l_x}$		$-\frac{12}{l_x^2}-\frac{54\varkappa}{l_x^2}$			
$M^x_{2,2}$				$2+3\varkappa$		$\frac{6}{l_x}+\frac{13\varkappa}{l_x}$
$M^y_{2,2}$						
$T_{2,2}$				$-\frac{6}{l_x}-\frac{13\varkappa}{l_x}$		$-\frac{12}{l_x^2}-\frac{54\varkappa}{l_x^2}$

Таблица 2

$\gamma^x_{2,1}$	$\gamma^y_{2,1}$	$V_{2,1}$	$\gamma^x_{2,2}$	$\gamma^y_{2,2}$	$V_{2,2}$
$2+3\varkappa$		$-\frac{6}{l_x}-\frac{13\varkappa}{l_x}$			
$\frac{6}{l_x}+\frac{13\varkappa}{l_x}$		$-\frac{12}{l_x^2}-\frac{54\varkappa}{l_x^2}$			
			$2+3\varkappa$		$-\frac{6}{l_x}-\frac{13\varkappa}{l_x}$
			$\frac{6}{l_x}+\frac{13\varkappa}{l_x}$		$-\frac{12}{l_x^2}-\frac{54\varkappa}{l_x^2}$
$7-12\varkappa$		$-\frac{3}{l_x}-\frac{14\varkappa}{l_x}$			
	$7\beta-12\varkappa\alpha^3$	$\frac{3\beta^2}{l_x}+\frac{14\alpha^2\varkappa}{l_x}$		$2\beta+3\alpha^3\varkappa$	$-\frac{6\beta^2}{l_x}-\frac{13\alpha^2\varkappa}{l_x}$
$-\frac{3}{l_x}-\frac{14\varkappa}{l_x}$	$\frac{3\beta^2}{l_x}+\frac{14\alpha^2\varkappa}{l_x}$	$\frac{15}{l_x^2}(1+\beta^3)-\frac{360(1+\alpha)\varkappa}{l_x^2}$		$\frac{6\beta^2}{l_x}+\frac{13\alpha^2\varkappa}{l_x}$	$-\frac{12\beta^3}{l_x^2}-\frac{54\alpha\varkappa}{l_x^2}$
			$7-12\varkappa$		$-\frac{3}{l_x}-\frac{14\varkappa}{l_x}$
	$2\beta+3\alpha^2\varkappa$	$\frac{6\beta^2}{l_x}+\frac{13\alpha^2\varkappa}{l_x}$		$7\beta-12\beta^3\varkappa$	$-\frac{3\beta^2}{l_x}-\frac{14\beta^2\varkappa}{l_x}$
	$-\frac{6\beta^2}{l_x}-\frac{13\alpha^2\varkappa}{l_x}$	$-\frac{12\beta^3}{l_x^2}-\frac{54\alpha\varkappa}{l_x^2}$	$-\frac{3}{l_x}-\frac{14\varkappa}{l_x}$	$-\frac{3\beta^2}{l_x}-\frac{14\alpha^2\varkappa}{l_x}$	$\frac{15}{l_x^2}(1+\beta^3)-\frac{360\varkappa}{l_x^2}(1+\alpha)$

В работе [II] кривые собственных форм колебаний стержневой конструкции на произвольно выбранных участках системы заменялись кубическими параболами, по которым деформировался упругий стержень, заделанный по концам. Здесь приближение собственных форм колебаний системы осуществлялось с помощью полиномов Эрмита.

Приближенный метод перемещений также разрабатывался в работах [5, I2, I3, I4, I5].

Приближенный метод перемещений стал основой метода конечных элементов, который оказался одним из самых современных методов строительной механики [I6, I7, I8, I9, 20].

Покажем связь между полученными нами уравнениями (табл. 2) и вышеуказанными работами других авторов. Для этого воспользуемся результатами работ [I0, II] по вычислению реакций, (концевых сил [I]) от упругих перемещений и сил инерции, которые входят в уравнения метода перемещений (табл. I и 2), откуда находим, что реакции от упругих перемещений представляют собой постоянные составляющие концевых сил (табл. 2), а реакции от сил инерции соответствуют второй составляющей выражений концевых сил (табл. 2) в приближенных уравнениях метода перемещений (табл. 2).

Вышесказанное объясняет возможность разложения частотных функций однородных уравнений точного метода перемещений (табл. I) в степенные ряды для получения приближенного частотного уравнения.

4. Сравнение точного и приближенного методов перемещений

Используем исходные данные, приведенные на стр. I09 для расчета перекрестных балок (фиг. I). Для упрощения задачи воспользуемся снова симметрией системы. Тогда, вместо двенадцати уравнений приближенного метода перемещений (табл. 2), в силу условий (8), (9), (I0), (II), получим четыре системы уравнений, каждая из которых состоит из трех уравнений. Детерминанты полученных систем однородных уравнений в этом случае будут алгебраическими многочленами третьей степени относительно $\varkappa$, где $\varkappa$ определяется по формуле (I0). Графики изменения детерминантов приведены на фиг. 3 и 4, где, как и в случае точного метода, областью изменения λ является интервал от I,2 до 6,0. Здесь (фиг. 3 и 4) числами I, 2, 3, 4 обозначены графики изменения детерминантов $D(\lambda)$ так же, как в случае точного метода перемещений (фиг. 2).

Графики детерминантов $D(\lambda)$ приближенного метода перемещений не имеют разрыва, тогда как в точном методе они имеют разрывы второго рода при $\lambda = 3{,}93$ и $\lambda = 4{,}73$.

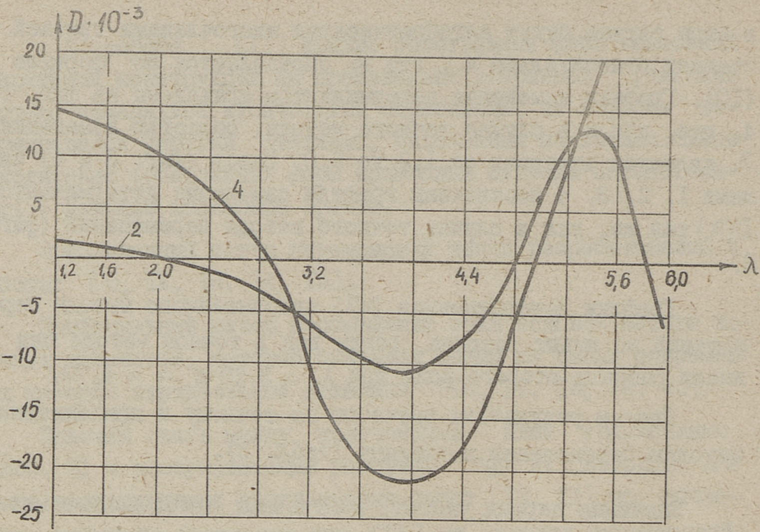
Сведем результаты расчетов по точному и приближенному методам перемещений в таблицу (табл. 3).

Значения первых частот, полученных приближенным методом, хорошо совпадают с точным решением, что позволяет судить о хорошей сходимости приближенного метода даже в первом приближении.

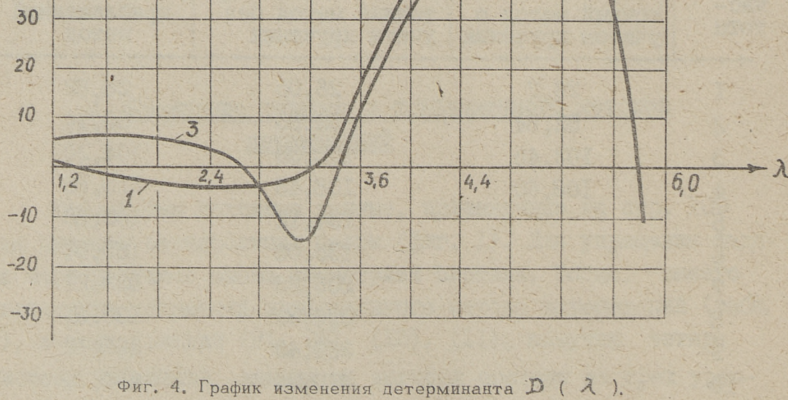
Значения высших частот значительно отличаются от точных. Это говорит о недостаточности первого приближения для

Таблица 3

№ частоты	Значения собственных частот (I-с)		
	точный метод с учетом кручения	точный метод без учета кручения	приближенный метод
I	26,2	26,05	28,82
2	52,84	52,65	55,I4
3	I02,45	I02,30	I04,20
4	I08,60	I08,45	II5,85
5		I34,I2	I63,86
6		I35,08	I63,04
7		205,23	323,2I
8		3I6,32	330,5I
9		320,43	463,I2
I0		370,24	464,25
II		39I,46	–



Фиг. 3. График изменения детерминанта D (λ).



Фиг. 4. График изменения детерминанта D (λ).

определения высших частот. Поэтому для второго и последующих приближений необходимо учитывать следующие после λ^4 члены разложения системы однородных уравнений метода перемещений (табл. I), что в физической интерпретации означает уменьшение длин участков, на которые разбивается система перекрестных балок в приближенном методе перемещений [II, I2].

Выводы

Как уже отмечалось выше, точный метод перемещений нецелесообразно применять для вычислений на ЭВМ. Приближенный метод перемещений позволяет применить матричную форму расчета, которая наиболее приспособлена для вычислений на ЭВМ, что является неоспоримым преимуществом его перед точным методом перемещений.

Рассмотрим возможности приближенного метода для вычислений на ЭВМ. В память машины необходимо вводить два массива чисел, представляющих собой матрицы реакций от упругих перемещений и сил инерции (табл. 2), каждая из которых содержит $3p^2$, где $p=n{\cdot}m$, m - количество продольных балок, n - количество поперечных балок. Указанное количество чисел является минимальным для получения первого приближения значений собственных частот при условии наличия только однородных стержней. Если задачу решать точнее, необходимо накладывать дополнительные связи, что увеличивает порядок матриц. Увеличение порядка исходных матриц также будет происходить, если моменты инерции и распределенные массы не являются постоянными. Некоторая экономия памяти осуществляется с помощью логических шкал [I3], позволяющих не вводить нулевые элементы исходных матриц (табл. 2). Кроме того, в процессе вычислений на электронной машине приходится вычислять обратную матрицу, что еще больше ограничивает порядок вводимых матриц, и, следовательно, снижает точность вычислений. Правда, существуют методы [II], которые дают возможность не вычислять обратной матрицы, что позволяет несколько увеличить порядок исходных массивов чисел, но усложняет программу.

Необходимо остановиться на точности вычислений собственных значений и собственных векторов матрицы A, порядок которой в наилучшем случае, будет $3p^2$ (при вышеуказанных условиях), где $A = R^{-1} \cdot J$, в которой R – матрица постоянных составляющих, J – матрица переменных составляющих в уравнениях приближенного метода перемещений (табл. 2). Собственные значения и собственные векторы ищутся при помощи итерационных процессов, так как они являются наиболее целесообразными алгоритмами для ЭВМ.

Однако необходимо отметить, что итерационные процессы определяют собственные значения и собственные векторы с известным приближением, причем точность последующих значений зависит от точности определения предыдущих. Поэтому ошибка будет накапливаться и, начиная с некоторого номера частоты, может стать недопустимой. Это обстоятельство дополнительно налагает ограничения на порядок вводимых матриц и, следовательно, снижает точность вычислений. Кроме того, затрудняется определение близких по своим значениям собственных частот, а в области высших частот станет даже невозможным. В отличие от других стержневых конструкций, значения собственных частот перекрестных балок близки друг к другу и не растут так быстро с повышением номера частоты, поэтому приближенное определение высших частот здесь является недопустимым.

Можно заключить, что расчет на ЭВМ типа "Минск" перекрестных балок по методу перемещений не всегда может обеспечить должной точности и быстроты решения. В этом случае целесообразно обратиться к дискретным схемам.

Л и т е р а т у р а

1. А.А. Белоус. Метод деформаций в динамике рамных конструкций. – Сб. Исследования по теории сооружений, 1939, № 3.

2. В. К о л о у ш е к. Динамика строительных конструкций. М., Стройиздат, 1965.

3. Н.К. С н и т к о. Динамика сооружений. М., Стройиздат, 1960.

4. Н.И. Б е з у х о в, О.В. Л у ж и н. Устойчивость и колебания сооружений в примерах и задачах. М., Гостехиздат, 1963.

5. А.Ф. Смирнов. Устойчивость и колебания сооружений. М., Трансжелдориздат, 1958.

6. J. Engelbrecht. Dynamika Pravouhlych Rostovych Soustav. "Stavebnicky Časopis" Rocnik XX, Cislo 2, Bratislava, 1972.

7. J.D. Armstrong. "The Natural Frequencies of Uniform Grillages", The Int. J. Mech. Sci., vol. 10, 1968.

8. Thein Wah. "The Natural Frequencies of Uniform Grillages", Journal of Applied Mechanics, December, 1963.

9. Е.С. Сорокин. Динамический расчет несущих конструкций зданий. М., Госстройиздат, 1956.

10. В.В. Болотин. Приближенный метод расчета рам на колебания. – Труды МЭИ, вып. ХУП, 1955.

11. Л.К. Нарец. Вариант повышенной эффективности метода деформации для расчета рам на колебания. – "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1966, серия А, № 241.

12. И.Я.236 Вычисление на ЭЦМ частот и форм колебаний стержневых систем по Э-методу и оценка точности высших частот. – "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1966, серия А, № 241.

13. Л.К. Нарец, И.Я. Хархурим. О программе по расчету конструкций по методу деформаций на ЭЦМ. – "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1966, серия А, № 241.

14. А.Ф. Смирнов. Расчет сооружений с применением вычислительных машин. М., Стройиздат, 1964.

15. А.П. Филиппов. Методы расчета сооружений на колебания. М., Стройиздат, 1941.

16. Е.К. Трунов. Расчет судовых перекрытий на электронных счетных машинах. – Сб. ЭЦВМ в строительной механике. М., Стройиздат, 1966,

17. Д.Г. Аргирис. Современные достижения в методах расчета конструкций с применением матриц. – Пер. с англ. под ред. А.Ф. Смирнова. М., Стройиздат, 1968.

18. Ю.К. Вилипыльд. К расчету стержневых и пластинчатых систем методом конечных элементов. Автореферат, Таллин, 1970.

19. Б.Я. Л е щ е н к о в. Дискретно-континуальная форма метода перемещений.- Исследования по теории сооружений, вып. XYI, М., Стройиздат, 1968.

20. А.Р. Р ж а н и ц ы н. Представление сплошного изотропного тела в виде шарнирно-стержневой конструкции. Исследование по вопросам строительной механики и пластичности. М., Госстройиздат, 1956.

G. Aryasov

Natural Frequencies of Grillages by Slope-Deflection Method

Summary

This paper presents the slope-deflection method of determining the natural frequencies for the transverse vibration of grillages taking into account the distributed mass of beams. The gridwork consists of equally spaced uniform beams, which are assumed to be prismatic. The system to be considered is made of two orthogonal sets of beams attached at the nodes so that bendings or torsional moments are transmitted from one set to the other. The natural frequencies are shown to be a solution of a transcendental frequency equation. In order to simplify the solution of the frequency equation, the dynamical slope-deflection equations are expanded in a power series. The identity of the solution of the expanding in a power series and variational methods for obtaining the approximate dynamical slope-deflection equations is established. The exact and approximate slope-deflection methods are compared by means of an example. The possibilities of the slope-deflection method for use with a digital computer of a type "MINSK" are shown.

С о д е р ж а н и е

Таллинский политехнический институт. Труды ТПИ № 384. СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА. Сборник статей XУ. Редактор В. Р а й д н а. Техн. редактор Л. Л о о п е р. Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 18 марта 1975 г. Подписано к печати 16 дек. 1975 г. Бумага 60х90/16. Печ. л. 7,75+ 0,5 приложение. Уч.-изд. л. 6,0. Тираж 350. МВ-07881. Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № **847**. Ц е н а 60 к о п.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 384 1975

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ
И
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

Сборник статей ХУ

УДК 699.86:728.94:536.68

Интенсивность выделения водяного пара в животноводческих помещениях. Кикас В.Р. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с 3-10

Приводятся данные измерений общего выделения водяного пара в коровниках и свинарниках в зависимости от температуры помещения при применении подстилки из фрезерного торфа.

Табл. I, фиг. 2, библ. наимен. I.

УДК 624.04.001.24

О расчете гипаров. Лаул Х.Х., Лейбур М.Х., Таккер Ю.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. II-I8

Предлагается методика расчета квадратных в плане железобетонных гипаров, опертых по контуру рандбалками. В основу расчетов принимается метод аппроксимации сдвигающих сил. В численном примере определялись продольные силы и поперечные моменты в четырех сечениях оболочки.

Фиг. 5, библ. наимен. 4.

УДК 624.074.4

О расчете пологих деревянных гипаров. Лаул Х.Х., Пугаль Я.П. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. 19-28

В данной статье рассматривается метод расчета пологих деревянных гипаров на основе дискретной расчетной схемы методом сил. Конструкцию гипара разбивают на отдельные элементы: выпуклые и вогнутые полосы арки, бортовые элементы и затяжку, имеющие связи в точках их пересечения. В результате такого разбиения получается сложная пространственная стержневая система, расчет которой осуществляется методом сил.

Фиг. 4.

УДК 624.074.4

О выводе разрешающих уравнений для пологих деревянных гипаров. Лаул Х.Х., Пугаль Я.П. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. 29-38

В статье рассматривается метод расчета пологих деревянных гипаров на основе дискретной расчетной схемы методом сил. Разрешающая система уравнений выводится в условия минимума потенциальной энергии внутренних сил оболочки. Рассматривается оболочка, загруженная только равномерно распределенной по всей поверхности нагрузкой.

Все расчетные формулы для определения внутренних усилий в элементах оболочки даны в виде, удобном для составления программ на ЭВМ.

Библ. наимен. I.

УДК 624.043.6:681.3; 69.024.5

О работе висячего покрытия при создании преднапряжения. Мянд У.В.-Э., Куулман В.Э. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. 39-49

Рассматриваются некоторые вопросы испытания и расчета при создании преднапряжения вантовой сетки крупноразмерной модели седловидного висячего покрытия.

На эксперименте проверяется соответствие результатов расчета на ЭВМ в практике. Приводятся некоторые закономерности изменения усилий в вантах на этапах натяжения сетки в зависимости от очередности натяжения и изгибной жесткости контура.

Фиг. 10, библ. наимен. 3.

УДК 697.112.4:727.11

Влияние окна и отопительного прибора на тепловой режим классных помещений. Саси Л.Х. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. 51-57

В работе исследуется зимний и весенний тепловой режим в классных помещениях, ориентированных окнами на юг. Исследован тепловой режим ученика, сидящего у наружной стены и подверженного влиянию прибора отопления и влиянию холодной радиации окон при следующих конструкциях: 1) двухслойные окна с внутренним теплоотражающим стеклом, 2) трехслойные окна, 3) двухслойные окна с белыми жалюзи в межстекольном пространстве, 4) обыкновенные окна со спаренными переплетами.

Фиг. 3, библ. наимен. 3.

УДК 621.031; 624.04

Определение внутренних сил в железобетонных оболочках при помощи параметров K^T, K^s и K^m. Тярно Ю.А. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. 59–68.

В статье представляется метод определения основных внутренних сил в цилиндрических железобетонных оболочках средней длины. Основными внутренними силами являются N_1, m_2^n и S^n. Все эти усилия можно найти с помощью безразмерных параметров f/h, $q_k/\bar{q}$, L/l, δ/l, δ/δ_o и угла α_o. Расчетные величины K^T, K^s, K^{s1}, K_n^s и K_n^m определяются при помощи графиков. Относительно метода аппроксимации сдвигающих сил основные внутренние силы находим с погрешностью $\pm 4 \div 5$ %, поперечные изгибающие моменты – с погрешностью ± 20 %.

Фиг. 7, библ. наимен. 4.

УДК 624.074.4

Исследование пологих железобетонных оболочек ($L/l = 3$) двоякой кривизны. Тярно Ю.А. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. 69–80

В статье представляются результаты исследования пологих железобетонных оболочек с отношением сторон $L/l = 3$. Эксперименты проводились на серии моделей (6 шт.) из армированного раствора. Основные размеры модели $L = 1{,}8$м, $l = 0{,}6$ м, $b_{o\,макс} = 11$ см, $\delta = 5 \div 7$ мм, $R_1 = 470$ см, $R_2 = 52{,}3$ см. В ходе экспериментов варьировали армирование криволинейной части и бортовых элементов, нагрузку и опирание бортовых элементов. Для теоретических расчетов применен метод, который базируется на методе аппроксимаций сдвигающих сил. Метод расчета программирован на ЭВЦМ "Минск -22". В рассматриваемой оболочке развиваются значительные двухзначные поперечные изгибающие моменты m_2. Продольные трещины в криволинейной части оболочки развиваются в зоне конька и работают как линейные пластичные шарниры. Поперечные трещины образуются в пределах высоты бортового элемента. Важную роль в распределении усилий играет криволинейная верхняя продольная арматура в бортовом элементе, увеличивая отрицательные поперечные изгибающие моменты (в случае когда она пересекает поперечную трещину). В оболочках с подпертым бортовым элементом развиваются в основном положительные изгибающие моменты и соответствующие продольные трещины. На промежуточные опоры передается 22-25 % от общей нагрузки. Результаты расчета хорошо совпадают с результатами экспериментов.

Табл. 2, фиг. 6, библ. наимен. I.

УДК 621.031

Некоторые вопросы экспериментального исследования железобетонных оболочек. Тярно Ю.А., Волтри В.Л. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. 81-87

В статье рассматриваются вопросы проведения экспериментальных исследований с моделями оболочек положительной гауссовой кривизны. Современное проектирование, основываясь на работе конструкций в предельном состоянии по несущей способности, требует и соответствующего экспериментального исследования. При моделировании железобетонных конструкций это обстоятельство заставляет применять для изготовления моделей упруго-пластические материалы (цементный раствор, гипс, микробетон и т.д.) Для изучения только упругой работы модели можно использовать упругие материалы (оргстекло, пластмассы и т.п.). Особенно четко должен быть спланирован эксперимент с моделью, которая будет введена в предельное состояние, так как нет возможности повторения опыта. Вначале изучаются все вопросы в упругой стадии работы модели, делая повторные загружения и применяя различные типы загружения. После этого модель с определенным типом загружения вводится в предельное состояние (до разрушения). В статье рассматриваются вопросы определения модуля упругости применяемого материала. Фиг. 4.

УДК 624.07:534.I

Свободные колебания перекрестных балок при учете дискретных схем. Арясов Г.П. "Труды Таллинского политехнического института",1975, № 384, с. 89-I02

Определяются собственные частоты и формы изгибных колебаний перекрестных балок при учете дискретных схем. Балки системы перекрестных балок рассматриваются соединенными между собой в узлах пересечения шаровыми шарнирами и не учитывается передача изгибающих и крутящих моментов.Приводятся два различных алгоритма нахождения собственных значений и векторов для вычислений на ЭВМ. На примерах рассмотрены различные схемы перекрестных балок и приведены частоты и формы их изгибных колебаний. Сравнение результатов расчета, полученные для системы с распределенной массой и для дискретной схемы, показывают хорошее совпадение значений собственных частот. Изложенный метод расчета перекрестных балок обеспечивает определение собственных частот и форм колебаний без ограничения числа и расположения балок в обоих направлениях.

Табл. I, фиг. 8, библ. наимен. 8.

УДК 624.07:534.I

Свободные колебания перекрестных балок по методу перемещений. Арясов Г.П. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 384, с. I03-I20

В статье рассматриваются свободные колебания перекрестных балок по методу перемещений при учете их распределенной массы. Система перекрестных балок состоит из однородных балок с равными пролетами между собой. Балки рассматриваются жестко соединенными в узлах пересечения и учитывается передача изгибающих и крутящих моментов. Собственные частоты определяются решением трансцендентного частотного уравнения. Доказывается целесообразность учета симметрии системы, благодаря чему определяется полностью весь спектр собственных частот колебаний. Для упрощения расчета частотные функции разлагаются в степенные ряды. Установлена тождественность решения задачи путем разложения в рядах и вариационными методами для получения приближенных уравнений метода перемещений. На примере сравниваются точный и приближенный методы перемещений. Показаны возможности метода перемещений для использования на ЭВМ типа "МИНСК".

Табл. 3, фиг. 4, библ. наимен. 20.

Цена 60 коп.