ISSN 0136-3549
0203-9745

TALLINNA
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED

532

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

TPI '82

СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ, ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

532

TPI '82

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624

СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ, ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

Строительная механика XIII

Таллин 1982

№ 532

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.04I

С.С. Богданов, А.В. Клаусон

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОРТАЛЬНОЙ РАМЫ В КАЧЕСТВЕ КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОКОНТУРНЫХ РАМ

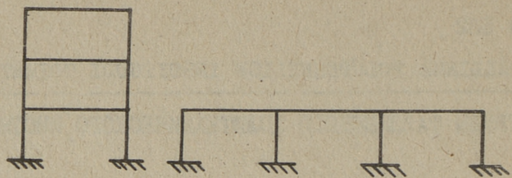
Оптимизация многоконтурных рам на сегодняшний день производится известным методом звездочек [I], который предполагает, что в основной системе контуры расположены в шахматном порядке.

Однако, как видно из следующего примера (фиг. I) для реальных сооружений (многоярусные однопролетные или одноярусные многопролетные рамы) это условие не соблюдается и при расчетах возникает необходимость введения так называемых фиктивных (дополнительных) контуров, с нулевой жесткостью (см. фиг. 2), что значительно усложняет расчеты.

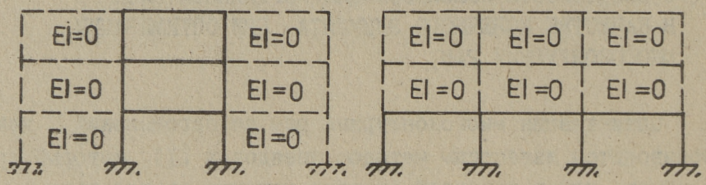
Анализ возможных основных схем (см. фиг. 3) привел к выводу о целесообразности основной системы (I), в которой в качестве конечных элементов используются портальная рама с жестко заделанными опорами и шарнирно-опертыми, с учетом того, что оптимизация портальной рамы с жестко заделанными опорами проведена ранее [2], а оптимизация двухшарнирной портальной рамы не представляет сложности и может быть выполнена по аналогии с предыдущей.

На фиг. 4 приведены результаты исследований связи весовых параметров $g - [g]$ для упомянутой рамы, из которой следует, что в зависимости от соотношений длин $\lambda = l_p / l_{ст}$ и типа нагрузки решение может отсутствовать или быть единственным.

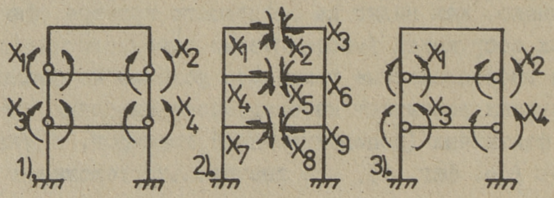
Используя описанный выше подход оптимизации однопролетных многоярусных или одноярусных многопролетных рам, можно решить задачу методом сил с учетом результатов, полученных при оптимизации портальных рам.



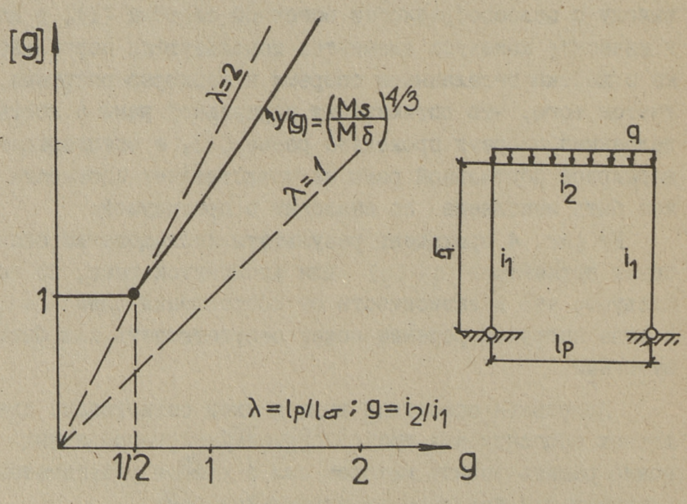
Фиг. 1. Рассматриваемые случаи рам.



Фиг. 2. Применение фиктивных контуров (EI=0).

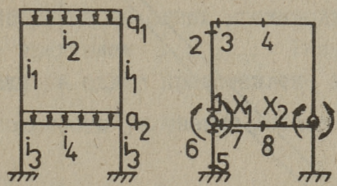


Фиг. 3. Возможные основные системы.



Фиг. 4. Связь $g-[g]$ для двухшарнирной портальной рамы.

Для иллюстрации было проведено исследование однопролетной двухъярусной рамы со следующими параметрами (см. фиг.5).



Фиг. 5. Параметры двухъярусной рамы.

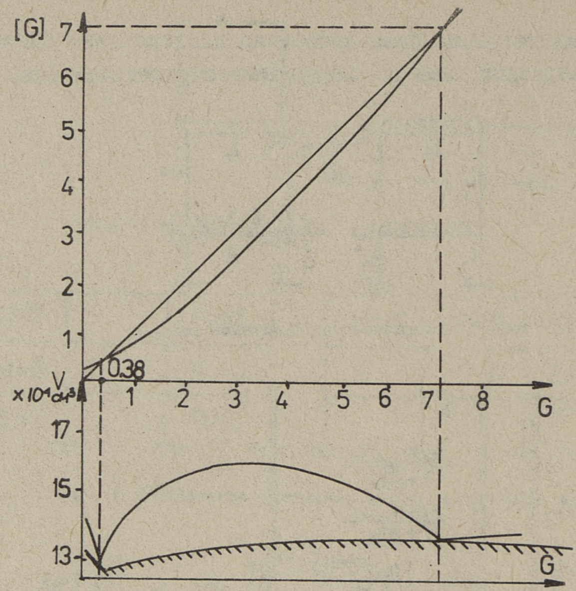
$$
b_{сим} = \left\|\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \\ M_6 \\ M_7 \\ M_8 \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} X \\ -\dfrac{Xg_в+2S_1}{3+2g_в} \\ -\dfrac{Xg_в+2S_1}{3+2g_в} \\ S_1-\dfrac{Xg_в+2S_1}{3+2g_в} \\ -\dfrac{2X-4/3S_2}{4+2g_н} \\ \dfrac{2X-4/3S_2}{2+g_н} \\ \dfrac{2X-4/3S_2}{2+g_н}-X \\ S_2+\dfrac{2X-4/3S_2}{2+g_н}-X \end{matrix}\right\|, \text{ где } \quad g_в=\frac{i_2}{i_1}; \quad g_н=\frac{i_4}{i_3}; \quad S_1=\frac{q_1\cdot l_{рв}^2}{8}; \quad S_2=\frac{q_2\cdot l_{рн}^2}{8};
$$

$$
X = 2/3\cdot\frac{S_2(3+2g_в)\cdot G + S_1(g_н+2)}{(3+2g_в)\cdot G + (g_в+2)(g_н+2)}, \text{ где } \quad G=\frac{i_1}{i_3}.
$$

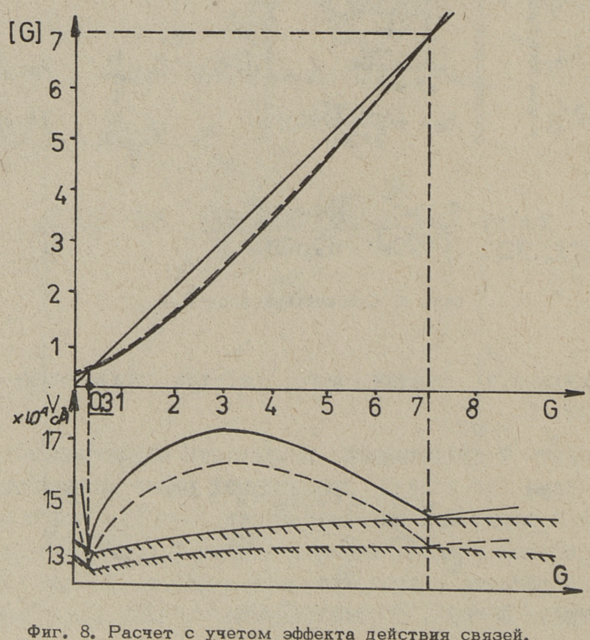
Фиг. 6. Статический расчет.

Результаты статического расчета приведены в матрице на фиг. 6.

На фиг. 7 представлены результаты оптимизации двухъярусной рамы (с учетом проведенной ранее оптимизации портальной рамы) как по зависимости $G-[G]$, так и по зависимости объема рамы на верхней и нижней границе $-G$. Из проведенного расчета в качестве оптимального G для первого шага принято $G=0{,}38$, соответствующее минимальному объему.



Фиг. 7. Первоначальный расчет $G_{опт}$.



Фиг. 8. Расчет с учетом эффекта действия связей.

Учитывая эффект действия связей, проявляющийся при конструировании сложной системы из простых, равенство между g нарушается. Поправка на сдвиг производится путем повторного перерасчета с введением $G = G_{опт}$. Результаты расчета с учетом поправки на сдвиг представлены на фиг. 8.

При необходимости уточнения расчет может быть продолжен далее.

По результатам проделанной работы можно сделать следующие выводы:

I. Расчет и оптимизация рам относятся к классу задач нелинейного математического программирования, так как функция цели, выбранная нами как объем, является нелинейной и определяет систему с минимальным расходом цели в области допустимых систем, соответствуя при этом равнопрочной системе.

2. Задача оптимизации может решаться с использованием методов диакоптики - путем расчленения сложных систем на более простые.

3. В отличие от существующих методов оптимизации рам для ряда задач более рационально использовать конечный элемент - портал взамен контура.

4. В результате расчетов установлена аналогичность структур формул для расчета простых и сложных систем, что позволит поставить процесс оптимизации на ЭВМ.

5. Результаты, полученные в статье, могут быть использованы для дальнейших расчетов. Желательно в дальнейшем рассмотреть более полно классы нагрузок на портальную раму.

Литература

I. Богданов С.С., Иеги Э.М. Статический расчет и оптимальное проектирование многоконтурных рам. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1979, № 468.

2. Иеги Э.М. Основы оптимального проектирования рам. ТПИ, 1978.

S. Bogdanov, A. Klauson

De la possibilité d'utilisation d'une portique comme d'un élément fini dans l'optimisation des constructions étagées

Résumé

Cet article-ci est consacré au problème de la recherche d'une solution optimale dans l'élaboration des structures des portiques. Le volume des matériaux utilisés dans les constructions a été le seul critère, qui a permis de résoudre le problème de l'élaboration des structures d'un volume minimal. Pour les investigations de ce problème et pour pouvoir obtenir un résultat en chiffres, on a choisi un portique à un étage, sous l'influence d'une charge uniformement répartie sur les poutres de portiques.

De prime abord on a calculé chaque portique séparément, puis il a fallu totaliser les résultats tout en tenant compte de leur influence mutuelle. Ensuite on a recherché les propriétés de la fonction du volume dans l'espace des paramètres de la rigidité.

№ 532

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.041.2

Р.Н. Ээк

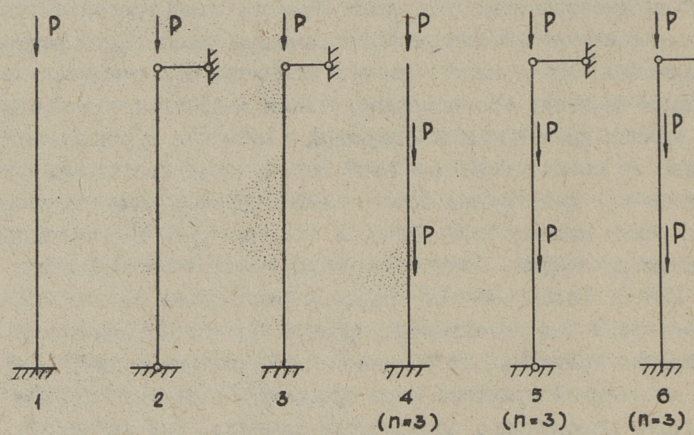
ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

В строительных конструкциях широко используются сжатые элементы переменного поперечного сечения, поскольку расход материала для них меньше, чем для стержней постоянного поперечного сечения. Естественно возник вопрос, какое очертание должен иметь сжатый стержень, чтобы при определенной нагрузке он имел наименьший вес? Задача была поставлена уже Лагранжем и в дальнейшем исследовалась несколькими авторами. Из них можно назвать Н.Г. Ценцова [I], который дал решения для некоторых задач, соответствующих постоянной сжимающей силе, и Л.Н. Воробьева [2], который рассмотрел стойки наименьшего веса при действии распределенных сжимающих усилий. Эти решения получены для стержней плавного очертания. Однако, в инженерной практике шире применяются сжатые стержни ступенчато-переменного поперечного сечения, как технологически легче выполняемые. Также надо иметь в виду, что аналитически решаются далеко не все задачи такого типа, встречаемые в практике. Поэтому была поставлена задача разработки в широкой мере универсальной программы для расчета упругих ступенчато-переменных стержней, работающих на центральное сжатие.

Программа составлена на языке FORTRAN по методике, описанной в [3] и [4]. Она позволяет определить оптимальные поперечные сечения упругих стержней ступенчато-переменного поперечного сечения при следующих условиях закрепления: один конец стержня защемлен (фиг. I, схемы I и 4), оба конца свободно оперты (схемы 2 и 5) и случай, когда один конец защемлен, а другой свободно оперт (схемы 3 и 6). Возможно расширение программы на другие случаи (например, упругие опоры или свободно опертый стержень с консольной частью). Исходные данные: типа опор, количество участков n

($n \leq 12$), длины отдельных участков, осевые нагрузки на границах участков и зависимость между моментом инерции и площадью поперечного сечения. Машина определяет критическую нагрузку стержня постоянного поперечного сечения, оптимальные площади поперечных сечений отдельных участков и объем стержня в сравнении с размером стержня постоянного поперечного сечения.

Выполнены расчеты для стержней, изображенных на фиг. I.



Фиг. 1. Схемы закрепления и загружения стержней.

Длины участков одинаковы: $l = 1/n$, где n – количество участков. Нагрузка на схемах I, 2 и 3 – сила на конце стержня, на схемах 4,5 и 6 – одинаковые силы на концах каждого участка. Зависимость между моментом инерции I и площадью поперечного сечения F следующая:

$$I = cF^{q},\qquad\text{(I)}$$

где $q = 1$ (меняется ширина, толщина профиля постоянная), $q = 2$ (пропорциональное изменение всех размеров поперечного сечения), или $q = 3$ (меняется толщина при постоянной ширине). Результаты расчетов приведены в таблицах I и 2. В таблице I приведены площади поперечных сечений $f_n \dots f_1$ отдельных участков (f_n – площадь верхнего участка, f_1 – площадь нижнего участка; площадь поперечного сечения призматического стержня $f_0 = 1000$) и относительный объем стержня W_n в про-

Т а б л и ц а I

n	f_i w(%)	Стержень, загруженный одной силой									Стержень, загруженный группой сил								
		Схема I			Схема 2			Схема 3			Схема I			Схема 2			Схема 3		
		q=I	q=2	q=3	q=I	q=2	q=3	q=I	q=2	q=3	q=I	q=2	q=3	q=I	q=2	q=3	q=I	q=2	q=3
2	f_2	605	728	795	I000	I000	I000	I098	I063	I049	498	660	743	934	959	970	I036	I024	I0I5
	f_1	II85	II32	I099	I000	I000	I000	875	9I9	937	II89	II28	I097	I057	I036	I026	96I	974	983
	w(%)	89,5	92,9	94,7	I00	I00	I00	98,6	99,I	99,3	84,4	89,4	92,0	99,5	99,7	99,8	99,9	99,9	99,9
3	f_3	427	585	676	756	845	882	I024	I020	I000	286	464	577	586	7I6	790	8II	873	926
	f_2	942	978	994	I278	II73	II34	I236	II83	II36	8I7	90I	928	I252	II73	II29	II88	II48	I080
	f_1	I2I9	II48	IIII	756	845	882	672	728	806	I235	II63	II30	896	934	947	9I7	922	954
	w(%)	86,2	90,4	92,7	93,0	95,5	96,6	97,7	97,7	98,0	77,9	84,3	87,8	9I,I	94,I	95,6	97,2	98,I	98,7
4	f_4	324	494	607	604	73I	794	787	852	886	I89	350	475	4II	575	68I	505	660	726
	f_3	769	860	90I	II86	II28	I099	I2I6	II2I	I084	555	7I7	789	I022	I030	I024	I069	I026	I038
	f_2	I077	I062	I045	II86	II28	I099	560	650	73I	984	I0I3	I02I	I290	II90	II52	6I8	682	783
	f_1	I222	II52	III4	604	73I	794	II52	II70	II35	I252	II76	II32	752	842	868	I408	I3I4	I205
	w(%)	84,8	89,2	9I,7	89,5	92,9	94,7	92,9	94,8	95,9	74,7	8I,4	85,4	86,8	90,9	93,I	90,0	92,0	93,8
5	f_5	262	433	542	50I	648	729	672	78I	824	I32	276	392	306	476	589	39I	574	676
	f_4	647	775	830	I064	I052	I042	I249	II60	II3I	438	600	683	829	902	938	973	I007	I006
	f_3	944	977	987	I246	II7I	II33	I055	I044	I03I	790	874	920	I2II	II52	III4	I086	I055	I06I
	f_2	II30	I093	I075	I064	I052	I042	369	542	647	I060	I057	I046	I223	II56	III5	465	6I9	703
	f_1	I2I9	II48	II20	50I	648	729	I056	I053	I046	I226	II75	II53	649	76I	8I9	I3I3	I203	II43
	w(%)	84,0	88,5	9I,I	87,5	9I,4	93,5	88,0	9I,6	93,6	72,8	79,6	83,9	84,4	89,0	9I,5	84,6	89,2	9I,8

6	f_6	22I	386	504	424	586	678	595	7I9	796	83	230	345	244	4I0	530	320	5I7	60I
	f_5	548	7I0	766	944	983	994	I208	II48	III7	284	490	597	673	794	846	865	942	963
	f_4	829	902	935	I2I9	II44	II09	I293	I2I0	II53	6I2	752	834	I070	I062	I046	I203	II49	II07
	f_3	I03I	I033	I027	I2I9	II44	II09	85I	935	942	907	953	978	I269	II88	II56	95I	967	964
	f_2	II6I	III4	I088	944	983	994	335	489	588	II34	I094	I064	II46	II06	I080	460	6I3	726
	f_1	I224	II53	II2I	424	586	678	968	958	985	I267	II83	II47	567	700	770	I237	II44	II34
	W(%)	83,6	88,I	90,7	86,2	90,4	92,7	87,5	9I,0	93.0	7I,4	78,4	82,8	82,8	87,7	90,4	83,9	88,9	9I,6
7	f_7	I93	357	463	372	538	643	499	649	736	88	I96	3I2	I98	362	482	249	430	527
	f_6	469	638	725	846	9I8	942	I074	I059	I043	256	422	542	537	709	778	672	766	873
	f_5	73I	836	886	II48	II04	I078	I256	II69	II39	5I7	648	730	937	976	992	I028	I004	I052
	f_4	937	973	989	I248	II62	II24	I040	I03I	I030	770	856	9I3	II88	II38	II06	I048	997	I063
	f_3	I086	I066	I053	II48	II04	I078	445	589	698	973	I003	I005	I259	II8I	II40	503	600	77I
	f_2	II83	II24	I096	846	9I8	942	608	738	80I	II30	III5	I084	I067	I055	I044	829	967	887
	f_1	I229	II52	III8	372	538	643	II95	II59	I094	I22I	II83	II49	508	65I	733	I5I2	I36I	II92
	W(%)	83,3	87,8	90,4	85,4	89,7	92,I	87,4	9I,3	93,4	70,9	77,5	8I,9	8I,8	86,8	89,7	83,4	87,5	90,9
8	f_8	I75	33I	438	329	496	607	447	600	704	50	I69	28I	I65	328	437	205	380	483
	f_7	4I7	590	692	766	859	900	988	999	I008	I78	373	506	479	638	7I5	564	732	798
	f_6	659	78I	84I	I075	I06I	I047	I232	II5I	II20	400	569	658	823	890	937	936	988	I028
	f_5	856	9I9	95I	I224	II53	III4	II72	III4	I090	644	77I	845	I090	I076	I063	II03	I073	I073
	f_4	I008	I0I8	I0I9	I224	II56	III4	799	875	9I4	860	927	967	I242	II73	II38	908	928	96I
	f_3	III8	I086	I066	I075	I06I	I047	248	4I7	523	I035	I036	I026	I230	II63	II3I	3I0	47I	590
	f_2	II89	II30	I098	766	859	900	736	848	878	II73	II24	I087	996	I007	I0I2	943	997	I000
	f_1	I224	II5I	III4	329	496	607	I202	II54	III3	I252	II77	II36	455	605	697	I494	I293	II86
	W(%)	83,I	87,6	90,2	84,8	89,2	9I,7	85,3	89,5	9I,9	69,9	76,8	8I,4	8I,0	86,I	89,I	80,8	85,8	89,0

Продолж. табл. I

I2	f_{12}	I2I	26I	369	2I7	39I	500	308	48I	588	24	II7	22I	I02	235	346	II2	266	408
	f_{11}	306	46I	577	549	707	770	76I	845	887	I05	224	328	272	462	566	365	534	60I
	f_{10}	497	623	704	830	905	933	I053	I044	I035	2I3	399	532	525	669	738	656	78I	858
	f_9	656	752	8I7	I03I	I030	I028	I208	II45	III5	367	533	64I	759	848	896	890	959	I000
	f_8	790	857	907	II62	II08	I089	I240	II66	II33	5I6	650	726	955	987	I002	I043	I060	I050
	f_7	890	939	970	I228	II47	II23	II47	II06	I080	67I	780	842	II09	I087	I07I	II0I	I09I	I073
	f_6	984	I003	I0I2	I228	II47	II23	925	965	979	8I3	889	934	I2II	II53	II2I	I0I6	I0I2	I0II
	f_5	I054	I053	I045	II62	II07	I089	544	688	747	935	974	99I	I247	II76	II4I	722	763	8I8
	f_4	III0	I092	I070	I03I	I030	I028	I5I	3I3	446	I040	I044	I037	I20I	II45	III4	230	377	509
	f_3	II50	II22	I090	830	965	933	576	707	772	II27	II04	I080	I057	I047	I040	75I	849	896
	f_2	II77	II4I	II04	549	707	770	949	980	992	II9I	II49	III7	78I	854	896	II73	II3I	I072
	f_1	II90	II50	IIII	2I7	39I	500	II57	II20	I02I	I225	II73	II39	3I4	490	604	I373	I262	I2I3
	w(%)	82,8	87,I	89.8	83,6	88,I	90,7	83,5	88,0	90,6	68,6	75,3	79,9	79,4	84,6	87,8	78,6	84.0	87,6
∞	w(%)	82,25	87	-	82,25	87	-	-	-	-						-			

центах в сравнении с объемом призматического стержня. В последней строке таблицы W_∞ относительный объем стержня плавного очертания.

В таблице 2 приведены коэффициенты ν_P^2 и ν_Q^2 для определения критической нагрузки призматических стержней, нагруженных группой равных сил, по формулам

$$P_{кр} = \nu_P^2 EI / L^2, \tag{2}$$

$$Q_{кр} = n P_{кр} = \nu_Q^2 EI / L^2. \tag{3}$$

Одинаковые длины участков - не самое выгодное решение. В таблице 3 приведены оптимальные длины отдельных участков и соответствующие площади поперечных сечений для стойки, нагруженной силой на конце и деленной на 2 или 3 части. Общая длина стержня $L = 1$, площадь поперечного сечения призматического стержня $f_0 = 1000$. В таблице дан и относительный объем стойки W в процентах. В последних четырех строчках приведен для сравнения относительный объем при делении стойки на n частей равной длины.

Таблица 2

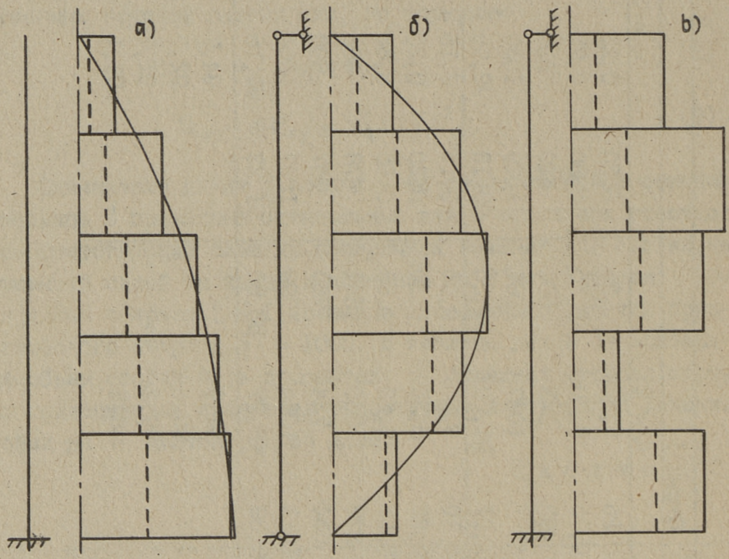
n	Схема 4		Схема 5		Схема 6	
	ν_P^2	ν_Q^2	ν_P^2	ν_Q^2	ν_P^2	ν_Q^2
2	2,07	4,14	6,56	13,12	14,60	29,20
3	1,67	5,02	4,82	14,45	11,98	35,95
4	1,40	5,56	3,82	15,28	9,87	39,48
5	1,19	5,93	3,17	15,83	8,35	41,75
6	1,03	6,19	2,70	16,22	7,23	43,35
7	0,91	6,40	2,36	16,52	6,36	44,54
8	0,82	6,55	2,09	16,75	5,68	45,46
12	0,59	6,94	1,44	17,31	3,97	47,68
∞	-	7,83	-	18,5	-	52,5

Для каждого значения q даны 3 варианта, близких оптимальному решению. Видно, что в этой области довольно большие изменения относительных длин вызывают только незначительные изменения в объеме.

Таблица 3

n		Схема I								
		$q = 1$			$q = 2$			$q = 3$		
2	l_2	0,25	0,30	0,35	0,25	0,30	0,35	0,20	0,25	0,30
	l_1	0,75	0,70	0,65	0,75	0,70	0,65	0,80	0,75	0,70
	f_2	322	387	442	492	543	600	539	600	648
	f_1	1063	1084	1091	1050	1067	1081	1029	1039	1051
	W(%)	87,75	87,45	87,55	91,01	91,00	91,25	93,13	92,95	93,02
3	l_3	0,15	0,15	0,20	0 10	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
	l_2	0,25	0,30	0,25	0,25	0,25	0,30	0,20	0,25	0,30
	l_1	0,60	0,55	0,55	0,65	0,60	0,55	0,65	0,60	0,55
	f_3	197	198	262	279	300	362	478	488	475
	f_2	595	640	678	654	734	765	767	800	832
	f_1	1116	1138	1138	1073	1084	1099	1057	1064	1075
	W(%)	84,77	84,76	84,77	88,88	88,77	88,80	91,23	91,16	91,19
2	W(%), если $l_i = \frac{1}{n}$		89,5			92,9			94,7	
3			86,2			90,4			92,7	
4			84,8			89,2			91,7	
5			84,0			88,5			91,1	

Деление стержня на 2 части с оптимальными длинами соответствует с точки зрения расхода материала примерно делению на 3 части с одинаковыми длинами, деление на 3 части с разными длинами - делению на 4 - 5 частей с одинаковыми длинами.

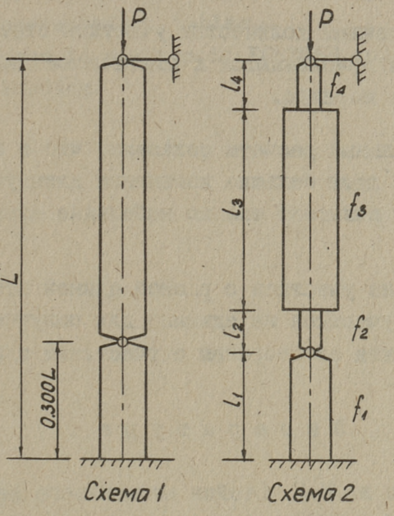


Фиг. 2. Оптимальные поперечные сечения при $q = 1$ и $n = 5$.

На фиг. 2 изображены стержни наименьшего объема при $q = 1$ и разных условиях закрепления. Стержни разделены на 5 равных частей. Сплошные линии соответствуют случаю сжатия стержня одной силой (схемы I-3), пунктирные линии - несколькими одинаковыми силами; суммарные нагрузки в обоих случаях одинаковы. Кривая линия (парабола) - очертание стержня наименьшего объема с плавным изменением поперечного сечения.

"Идеальная форма" статически неопределимого стержня (фиг. 2,в) приближается к форме статически определимого стержня (фиг. 3) с поднятым нижним шарниром.

При увеличении количества участков оптимальная форма статически неопределимого стержня (фиг. I, схема 3) приближается к статически определимому стержню с образованием шарнира в нижней трети, в стержне постоянного поперечного сечения этот шарнир должен находиться на высоте 0,300 L (фиг. 3, схема I). Для сравнения определились оптимальные поперечные сечения стержня такого типа, имеющего 4 участка (фиг. 3, схема 2). Результаты вычислений для стрежней с разным показателем степени q в формуле $I = cF^q$ приведены в таблице 4, где указана длина участка l_i и относительная площадь поперечного сечения f_i/f_0. Здесь f_0 – площадь поперечного сечения призматического стержня. Также дан объем стержня W в процентах от объема призматического стержня.



Фиг. 3. Стержни с поднятым шарниром.

Таблица 4

Номер участка п/п	q = I		q = 2		q = 3	
	l_i	f_i/f_0	l_i	f_i/f_0	l_i	f_i/f_0
4	0,II	0,4I7	0,I2	0,567	0,09	0,6I6
3	0,50	I,I49	0,49	I,I42	0,555	I,073
2	0,II	0,4I7	0,I2	0,567	0,09	0,906
I	0,28	0,844	0,27	0,88I	0,265	0,906
W (%)	90,26		92,00		94,65	

В ы в о д ы

I. Эффект оптимизации поперечных сечений больше для распределенных сил, чем для одной силы на конце стержня; в первичном случае экономия материала может дойти до 30 % и более, в зависимости от характера нагрузки.

2. Экономия материала зависит от показателя степени q в формуле $I = F^{q}$, для меньших значений q экономия больше, чем для больших.

3. С увеличением количества участков статически неопределимые стержни приближаются к статически определимым путем возникновения шарнира.

4. Сравнительные расчеты показали, что в области оптимального решения даже большие изменения длин участков и поперечных сечений вызывают только небольшие изменения в объеме.

5. Применение участков с разной длиной позволяет уменьшить количество участков на единицу для получения примерно одинакового эффекта со стержнем с участками одинаковой длины.

Л и т е р а т у р а

I. Ч е н ц о в Н.Г. Стойки наименьшего веса - Труды ЦАГИ, вып. 265, М., I936.

2. В о р о б ь е в Л.Н. Некоторые случаи устойчивости колонн, объем которых минимум для заданной нагрузки. - Изв. Новочеркасского индустриального института, т. IУ/ХУШ, I938.

3. Э э к Р.Н. Определение критической нагрузки и частот собственных колебаний упругих рам методом единичных сил. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, I970, № 297.

4. Э э к Р.Н. Некоторые разновидности метода единичных сил для определения критической нагрузки упругих рам и стержней. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, I972, № 32I.

5. Э э к Р.Н. Ступенчато-переменные упругие стойки наименьшего объема, работающие на центральное сжатие - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, I977, № 428.

R. Eek

Multisectioned Columns of Optimal Measurements

Summary

This paper deals with optimal measurements of axially loaded elastic columns, consisting of many prismatic sections. The columns may have various supporting conditions and carry one load on the top or equal loads on the tops of every section. The number of sections may amount to 12. The results are presented in tables.

The program is written in FORTRAN and may be used for any form of loading.

№ 532

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.041

Э.М. Иеги, П.И. Коппель, А.А. Сарап

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛОСКИХ СИСТЕМ

В статье излагаются некоторые свойства оптимальных балок-стенок, спроектированных как равнопрочные системы.

При изучении влияния различных соотношений прочностных характеристик материала $\kappa = \frac{[\sigma]_{\oplus}}{[\sigma]_{\ominus}}$ и параметров ортотропности $e = \frac{E_y}{E_x}$ на прочные размеры толщины стенки.

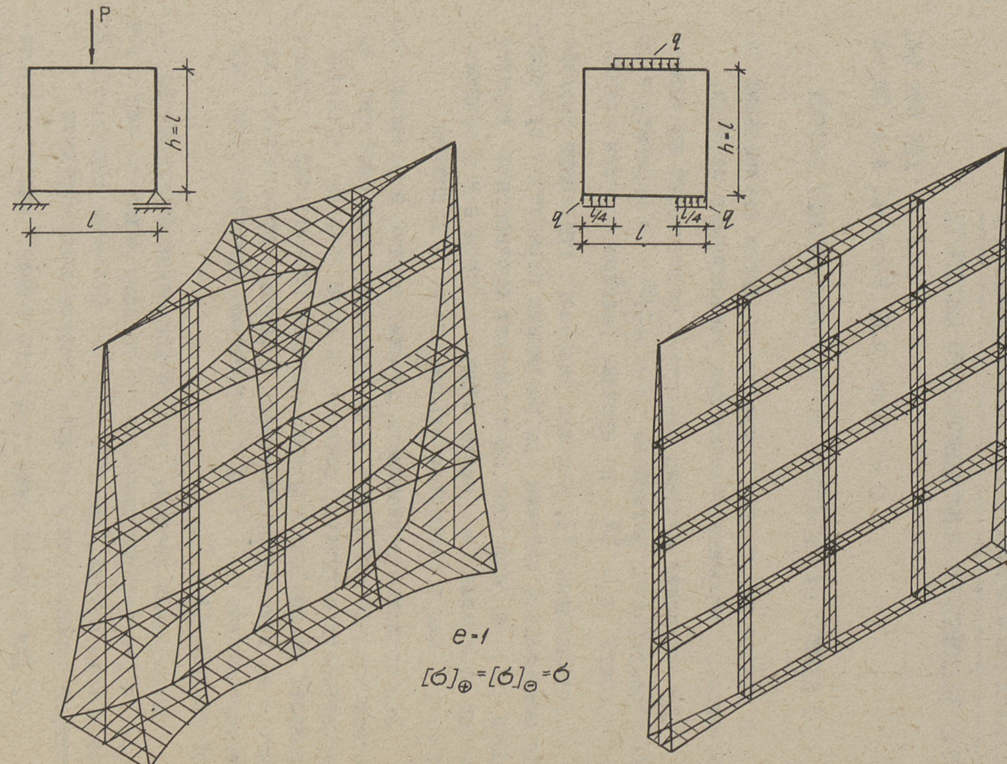
Установлено [I], что для заданного грузового воздействия оптимальные системы при различных параметрах ортотропности (e) и различных соотношениях прочностных характеристик материала (κ) имеют общность формы или с афинным ($e = var$) или с пропорциональным ($\kappa = var$) подобием.

Это свойство оптимальных плоских систем в условиях заданных воздействий может быть определено как свойство инвариантности структур, которое, в свою очередь, позволяет провести дальнейшее изучение свойств оптимальных плоских систем на примере балок-стенок с равными прочностными характеристиками (κ = I) и с параметром ортотропности, равным единице (e = I).

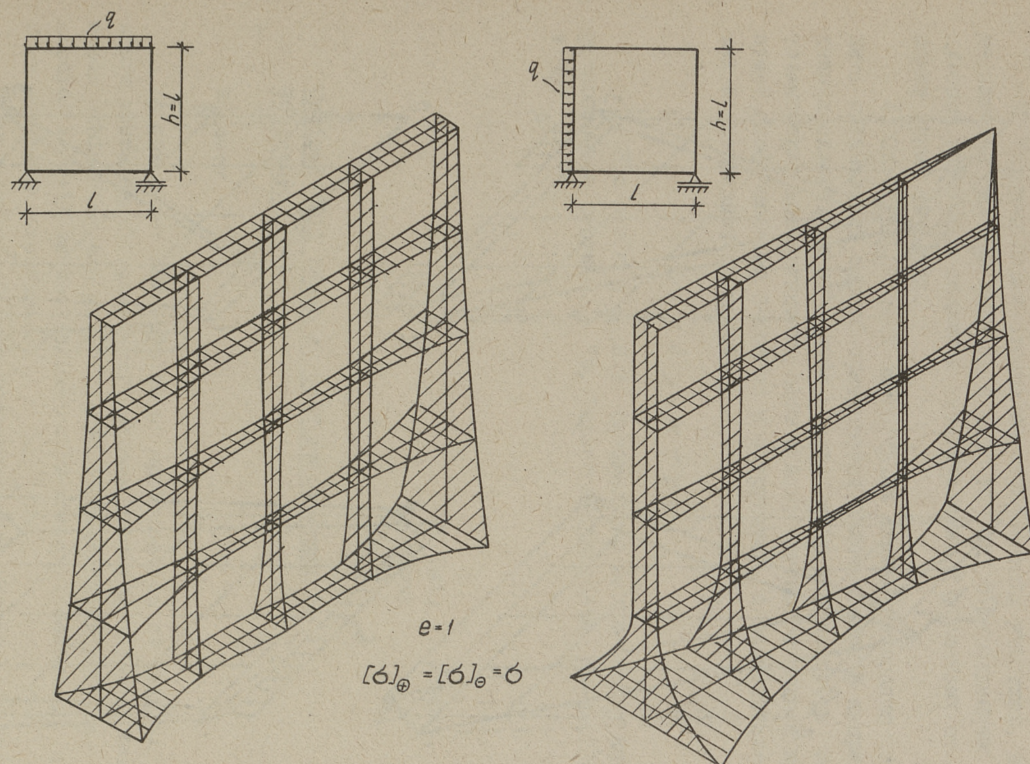
Оптимальные системы, как равнопрочные балки-стенки, приводятся для четырех наиболее часто встречающихся видов грузовых воздействий (см. фиг. I и 2). При этом выявляются некоторые особенности и свойства оптимальных структур.

I. Для каждого вида грузового воздействия можно установить силовые линии, как направления передачи нагрузки на опоры. Эти силовые линии устанавливаются из статических соображений и приводятся для выбранных видов воздействий на фиг. 3.

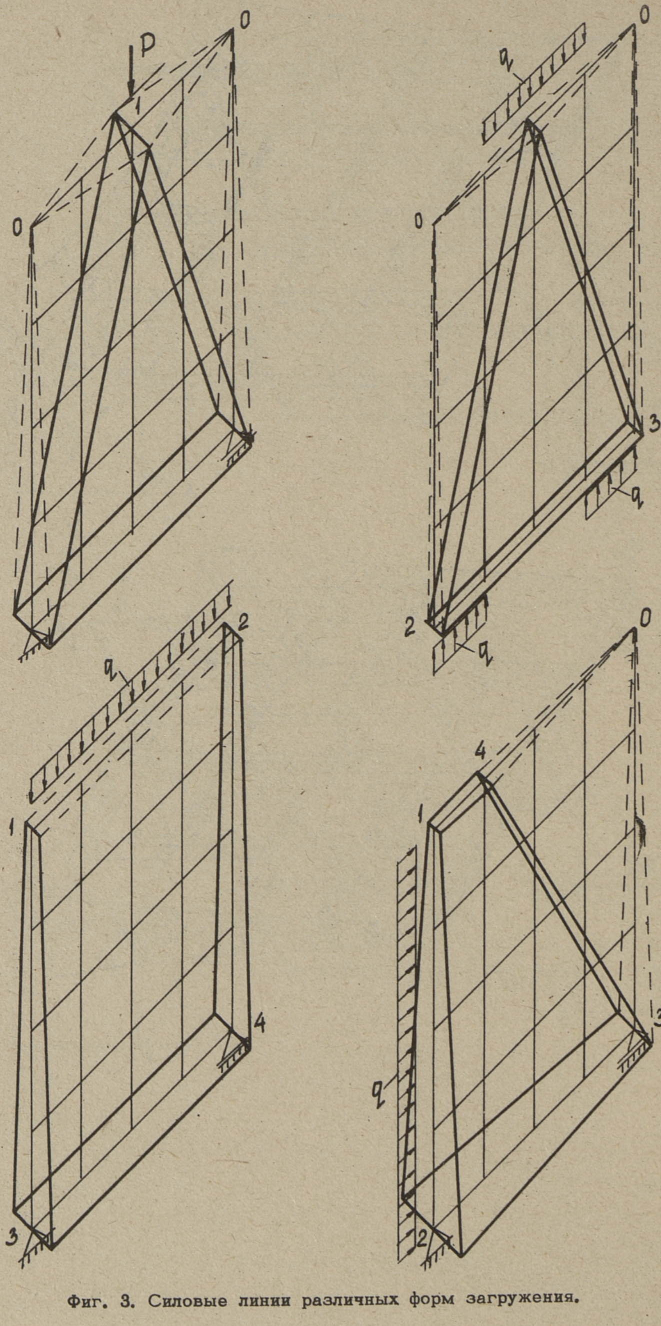
2. Вдоль линий передачи грузовых воздействий (силовых линий) устанавливаются максимальные значения толщин балки-стенки.



Фиг. 1. Задача штампа в предельных формах.



Фиг. 2. Задача влияния распределенной нагрузки.



Фиг. 3. Силовые линии различных форм загружения.

3. Толщины балки-стенки на неработающих участках, примыкающих к силовым линиям, плавно убывают с вырождением к нулевым значениям толщин в незагруженных и удаленных от силовых линий сечениях.

4. Свойства плоских оптимальных систем позволяют обсудить оптимальный способ армирования балок-стенок в направлениях силовых линий - либо в виде ребер жесткости, в металлических конструкциях, либо в виде брусков выходной несущей способности в бетонных конструкциях, с заполнителем как конструктивной средой.

Литература

I. Коппель П.И. Оптимальные балки-стенки как равнопрочные системы. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, I98I, № 507.

E. Jõgi, P. Koppel,
A. Sarap

Optimal Wall Beams as Uniform Strength Structures

Summary

In the paper the results of optimisation of thin walled short beams as structures of uniform strength under different moods of loading are given. Various strength properties are studied as well as the influence of shear stresses on uniform strength structure.

Structures of uniform strength under the certain load are determined so that different nondimensional characteristics of orthotropy (e) correspond to affined similarity, while different ratios of strength characteristics of material give proportional similarity.

Thickness variations of uniform strength plate are given in the characteristic sections. The section selections are fixed in the event of loading state on the plate.

№ 532

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 539.3

Л.Ю. Поверус

АНАЛИЗ ВОЛНОВОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ОДНОСЛОЙНЫХ И СЛОИСТЫХ ПЛАСТИНАХ

Производится анализ напряженного состояния в однослойных и трехслойных пластинах, находящихся под воздействием осесимметричной кратковременной нагрузки, монотонно изменяющейся по сложному закону по времени и распределенной на некоторой ограниченной области лицевой поверхности пластины. Предполагается, что материал слоев пластины может быть изотропным или трансверсально-изотропным.

Работы в области исследований распространения упругих волн в слоистых средах и пластинах, число которых весьма большое, можно по назначению распределить на геофизические и технические. Для их решения разработаны разные аналитические и численные методы. Первые сформулированные задачи в этой области были исследования Лемба, посвященные изучению волнового поля в однородном полупространстве и в пластине. По представлению Лемба сжатие и сдвиг среды в точке контакта передаются от одного элемента среды к следующему с разными скоростями распространения волн расширения c_1 и искажения c_2 и в некоторый момент времени в окрестности точки приложения силы возникает сферический фронт волны расширения и сферический и конический фронты волны искажения. Кроме того, по поверхности пластины распространяется круговая поверхностная волна Релея. В случае распределенного по поверхности воздействия фронты P и S усложняются плоскими участками. Задача Лемба имеет многочисленные применения и неоднократно привлекала внимание исследователей. Здесь нужно упомянуть фундаментальные теоретические результаты академиков В.И. Смирнова и С.Л. Соболева, в виде ими предложенного метода функционально-инвариантных решений и академиком В.И. Смирновым и независимо от него Каньяром предложенный метод неполного разделения переменных. Вышеупомянутыми методами решен ряд новых задач Н.В. Зволинским, Г.С. Подъяпольским, Г.И. Петрашенем и его сотрудниками.

Переходя от исследования упругого полупространства к исследованию упругой плиты нужно отметить следующее. Вначале, вплоть до момента выхода первой волны - прямой - продольной или первичной волны P на тыльную сторону плиты, в ней имеет место волновая картина, характерная для полупространства.

Свободная от внешних воздействий тыльная сторона пластины вносит изменения в волновую картину. Каждая из первичных элементарных волн P и S отражается от тыльной поверхности в виде двух указанных типов элементарных волн - PP, PS и SP, SS соответственно. Первые отраженные элементарные волны испытывают вышеупомянутый процесс отражения от лицевой поверхности. Далее происходят многократные отражения от обеих поверхностей плиты. Появляются новые элементарные волны, количество которых возрастает весьма быстро. В случае слоистых пластин поверхности раздела между слоями являются дополнительными источниками элементарных волн, при этом одна первичная элементарная волна возбуждает четыре элементарные волны отражения и преломления.

Если в приложениях геофизики обыкновенно представляют интерес сравнительно высокочастотные компоненты небольшого количества элементарных волн, то волновые процессы деформации технических конструкций определяются совокупностью многочисленных элементарных волн, раздельное исследование которых практически не осуществимо.

По вышеупомянутой причине решения, базирующиеся на уравнениях теории упругости, являются весьма целесообразными, дающими физически более достоверную картину явления.

В качестве методов решения уравнений движения используются аналитические и численные методы. Хотя аналитические методы, основывающиеся на способах интегрального преобразования, обладают большой общностью, теряют они свои преимущества по причине трудностей, связанных с обратным преобразованием решений. Количество частных решений при этом будет весьма большим. Численные методы – метод конечных разностей, метод характеристик, метод конечных элементов дают в качестве результатов прямые сведения о волновых полях.

Результаты решения задач, принадлежащие к анализу в настоящей работе, получены методом конечных разностей (метод трехмерных сеток), который основательно описан в наших ранних работах [2], [3], [4] и [5].

Далее приводим некоторые уравнения и зависимости, использованные при решении задач.

Дифференциальные уравнения осесимметричного движения слоя пластины в безразмерных переменных

$$\rho = \frac{r}{h}, \quad \zeta = \frac{z}{h}, \quad u = \frac{u_1}{h}, \quad w = \frac{u_3}{h}, \quad \tau = \frac{ct}{h} \tag{I}$$

представляются в следующем виде:

$$\begin{gathered} k_2^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{u}{\rho^2}\right) + \left(\frac{\nu_1}{1-\nu'}k_1 + k^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial \rho \partial \zeta} + k^2\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} = \frac{1}{k_{11}^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}, \\ k^2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial w}{\partial \rho}\right) + \left(\frac{\nu_1}{1-\nu'}k_1 + k^2\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta \partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \zeta}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} = \frac{1}{k_{11}^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}. \end{gathered} \tag{2}$$

В выражениях (I) и в системе (2): r, z – цилиндрические координаты пластины; u_1, u_3 – перемещения в направлении r и z соответственно; h – толщина слоя; t – время; $c_{1\zeta m}$ – скорость волны расширения слоя, имеющая наибольшее значение среди подобных скоростей (в случае многослойной пластины); $c_{1\zeta}$ – скорость волны расширения в направлении ζ; $c_{1\rho}$ – скорость волны расширения в направлении ρ; c_2 – скорость волны сдвига.

$$k^2 = c_2^2/c_{1\zeta}^2, \quad k_1 = E'/E, \quad k_2^2 = c_{1\rho}^2/c_{1\zeta}^2 = (1-k_1\nu^2)k_1/(1-\nu')^2, \quad k_{11} = c_{1\zeta}^2/c_{1\zeta m}^2.$$

$E'E$ – модуль Юнга в плоскости изотропии и в плоскости, перпендикулярной к ней соответственно; ν' – коэффициент Пуассона, характеризующий сокращения в плоскости изотропии при растяжении в той же плоскости; ν - коэффициент Пуассона, характеризующий сокращение в плоскости изотропии при растяжении в направлении, перпендикулярном к ней; G - модуль сдвига для плоскостей, нормальных к плоскости изотропии.

Напряжения в слое в безразмерной форме представляются следующими выражениями

$$
\begin{aligned}
\sigma_\zeta &= \nu\left(\frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{u}{\rho}\right) + \frac{1-\nu'}{\kappa_1}\frac{\partial w}{\partial \zeta},\\
\sigma_\rho &= \frac{1-\kappa_1\nu^2}{1+\nu'}\frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\nu'+\kappa_1\nu^2}{1+\nu'}\frac{u}{\rho} + \nu\frac{\partial w}{\partial \zeta},\\
\sigma_\theta &= \frac{\nu'+\kappa_1\nu^2}{1+\nu'}\frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1-\kappa_1\nu^2}{1+\nu'}\frac{u}{\rho} + \nu\frac{\partial w}{\partial \zeta},\\
\tau_{\zeta\rho} &= \frac{G}{\kappa_3}\left(\frac{\partial w}{\partial \rho} - \frac{\partial u}{\partial \zeta}\right).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где
$$\kappa_3 = E'/(1-\nu'-2\kappa_1\nu^2).$$

Для получения размерных напряжений $\sigma_z, \sigma_r, \sigma_\theta$ и τ_{zr} нужно соответствующие безразмерные величины умножить на коэффициент κ_3.

В случае изотропных слоев нужно заменить $\nu' = \nu$, $E' = E$, $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 1$.

При решении уравнений движения (2) методом конечных разностей нужно удовлетворить соответствующие начальные, граничные и фронтовые условия. Определение последних происходит в согласии с законами геометрической оптики, состоящих в проведении лучей и построении соответствующих волновых фронтов.

Граничные условия следующие: на верхней поверхности пластины нормальные напряжения равняются внешней нагрузке, касательные напряжения равны нулю; на оси симметрии перемещение $u = 0$ и касательное напряжение $\tau_{\rho\zeta} = 0$; на нижней поверхности пластины нормальные и касательные напряжения равны нулю; на фронте волны расширения перемещения равны нулю.

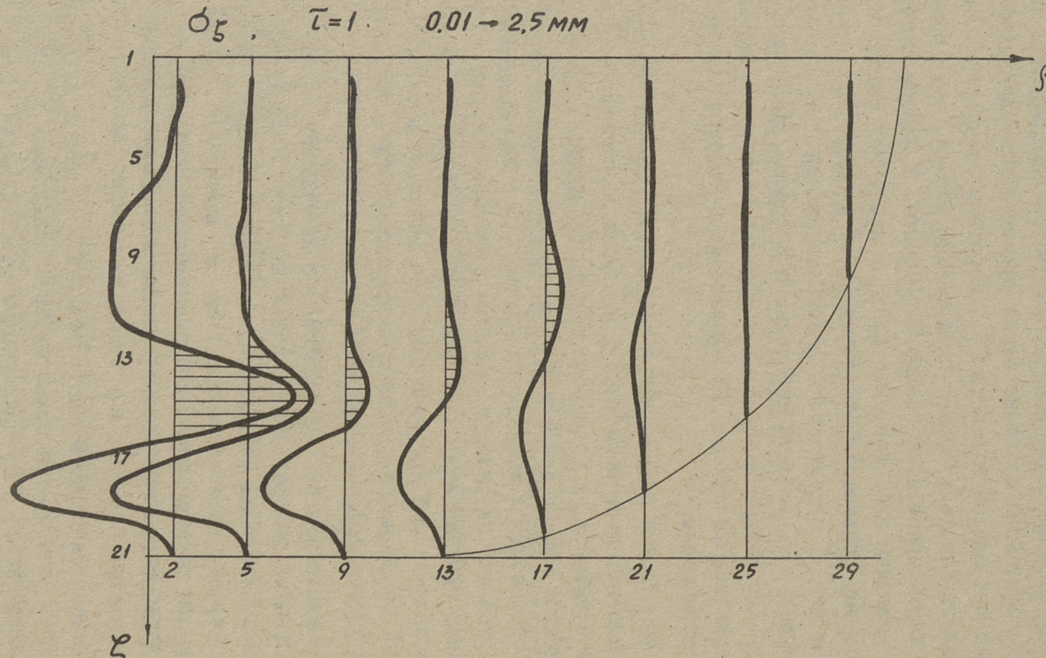
В случае слоистых пластин условиями Контанта на поверхностях раздела между слоями являются непрерывность перемещений и напряжений.

Переходя к обсуждению результатов расчета пластин нужно подчеркнуть обстоятельство, что одними из главных факторов, от которых зависит характер напряженного состояния пластины, являются форма и длительность импульса. Короткие резкие импульсы вызывают в пластине быстроосциллирующие напряженные состояния особенно около фронта волны расширения. Этот факт был описан в работе [I]. Коротким называется импульс, длительность которого значительно меньше, чем время пробега характерной длины волны расширения, в данном случае толщины пластины или слоя. Это время в настоящем случае $\tau = 1$, которому соответствует длительность переходного процесса. На фиг. I представлены эпюры напряжений σ_ξ в момент времени $\tau = 1$ – конец переходного процесса. Длительность импульса $0{,}1\tau$. Эпюры изображены на разных вертикалях пластины. Заштрихованные области на эпюрах соответствуют растягивающим напряжениям.

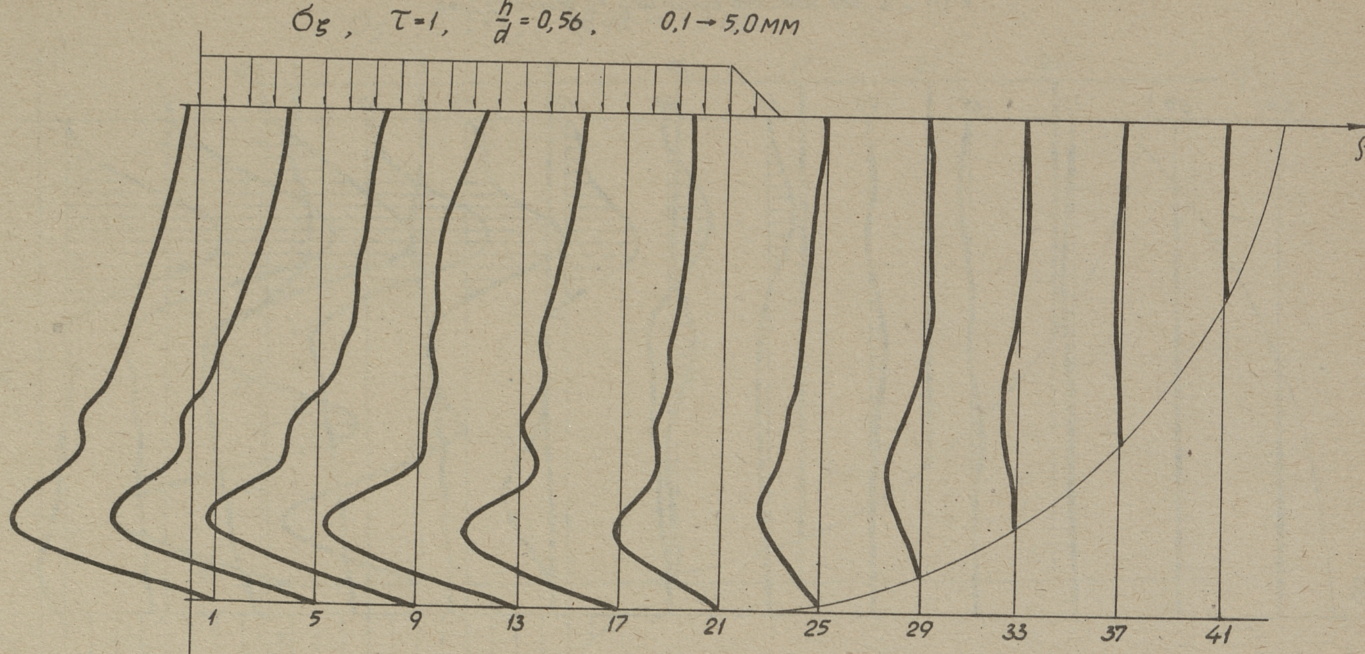
На фиг. 2 и 3 представлены результаты решения пластины при воздействии экспоненциальной нагрузки длительностью $\tau = 1$. В момент времени $\tau = 1$ возникают только сжимающие напряжения σ_ξ. В другой момент времени $\tau = 1{,}4$ по причине процесса отражения от свободной тыльной поверхности возникают в пластине растягивающие напряжения, область действия которых на эпюре также заштрихована. Так как площадка действия равномерно распределенной нагрузки импульса довольно широкая $d/h = 1{,}79$, напряженное состояние под нагрузкой в направлении ρ является сравнительно однородным.

Результаты решения трансверсально изотропной пластины представлены на фигурах 4 и 5. Здесь картина напряженного состояния аналогичная изотропному материалу. Только фронт волны расширения имеет в направлении ρ вытянутый характер, в данном случае аппроксимирован эллипсом. Значительные растягивающие напряжения возникают здесь в момент времени $\tau = 1{,}4$.

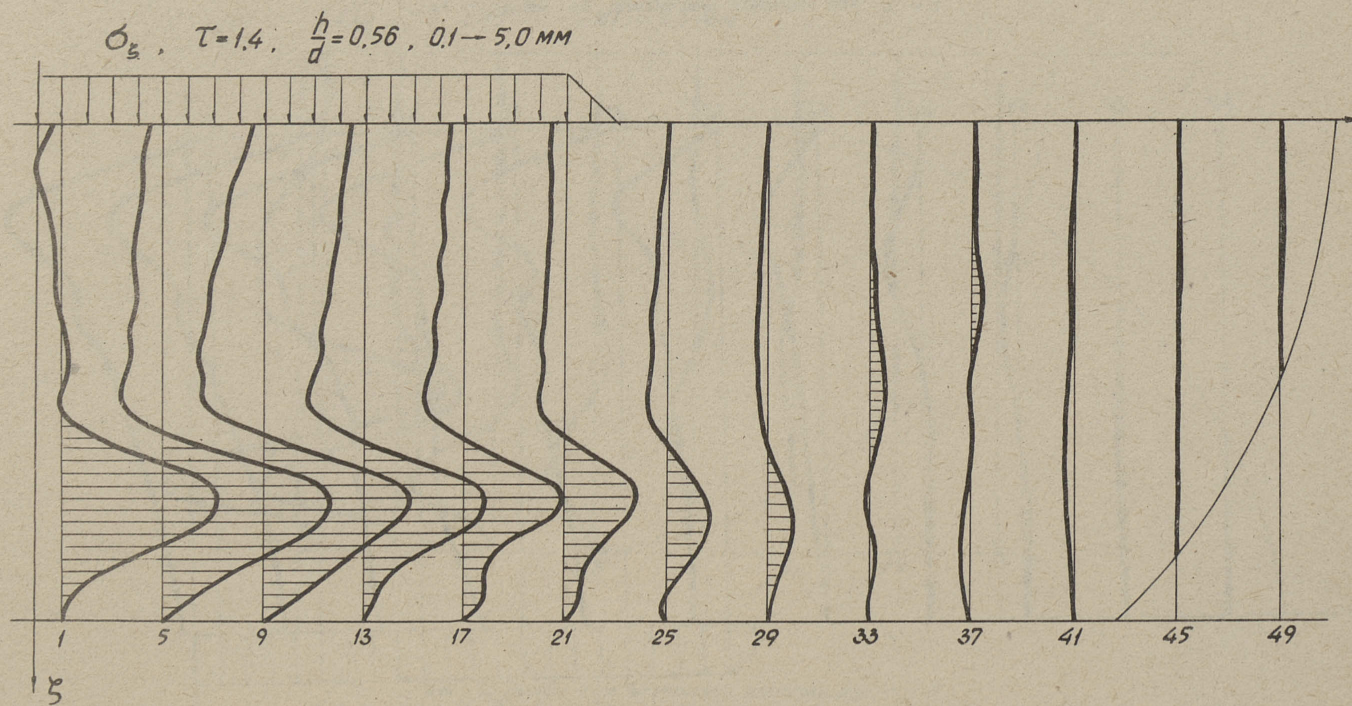
Что касается напряженных состояний в слоистых пластинах, то здесь отмечается также быстрая осцилляция в случае коротких импульсов, с возникновением растягивающих областей около фронта. Особенно большие растягивающие напряжения возникают в последнем слое около свободной поверхности, где растягивающие напряжения возрастают благодаря процессу отра-



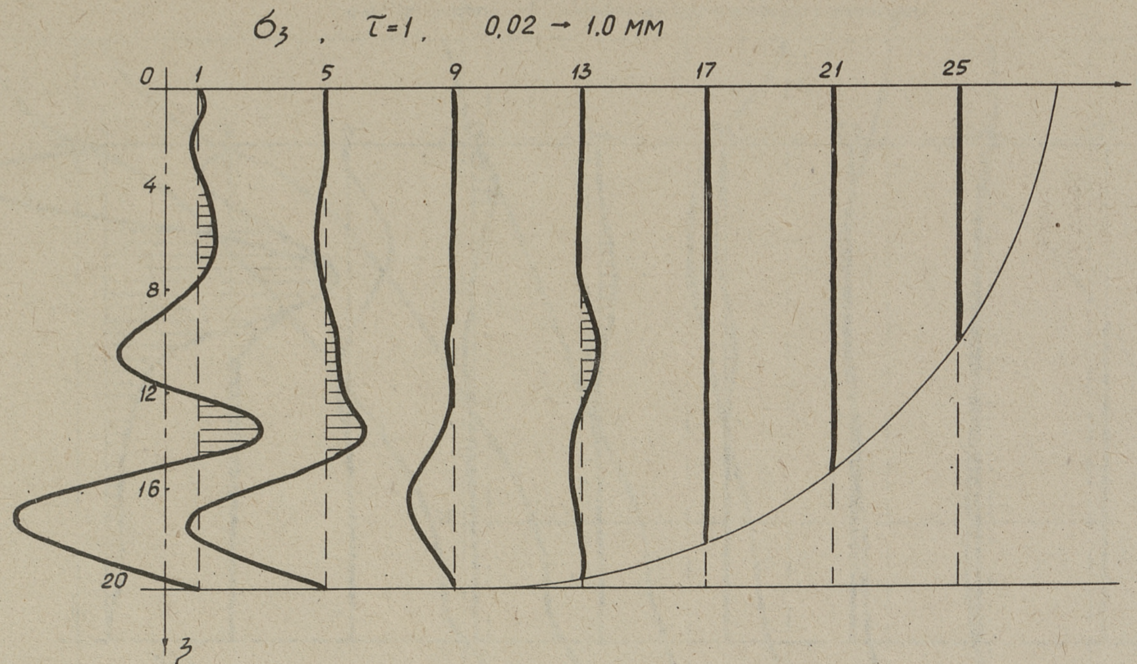
Фиг. 1. Эпюры σ_ζ в изотропной пластине при $\tau = 1$.



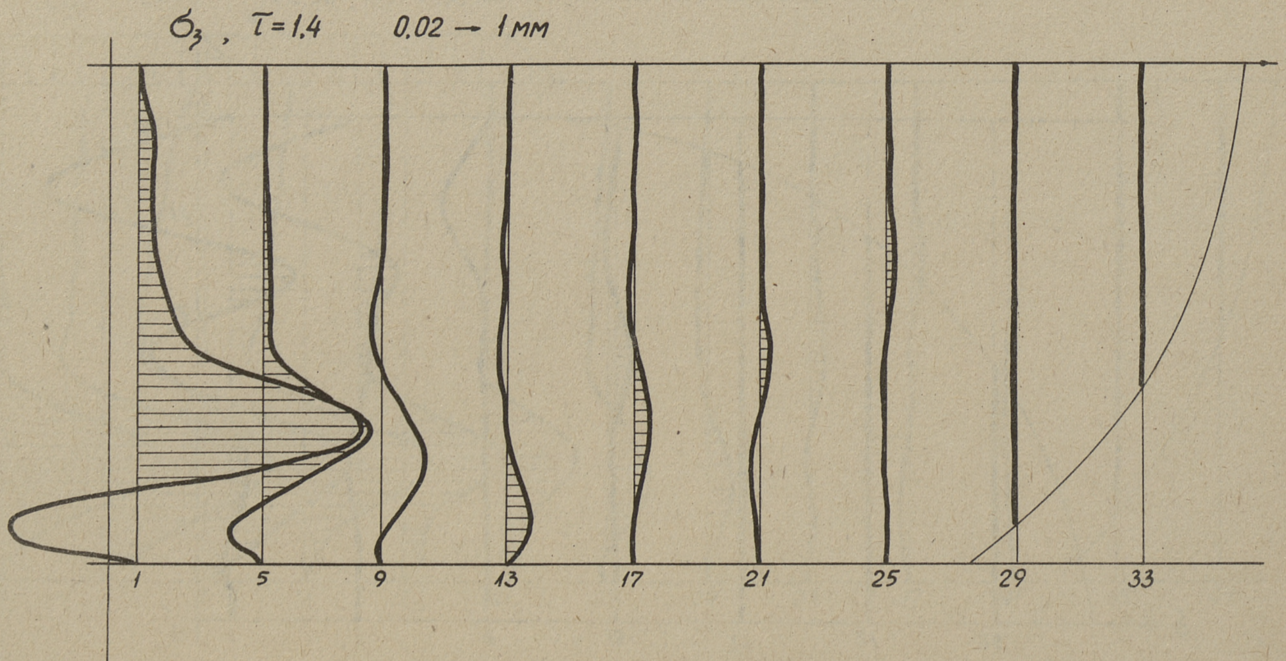
Фиг. 2. Эпюры σ_ζ изотропной пластины при $\tau = 1$
и экспоненциальной нагрузке.



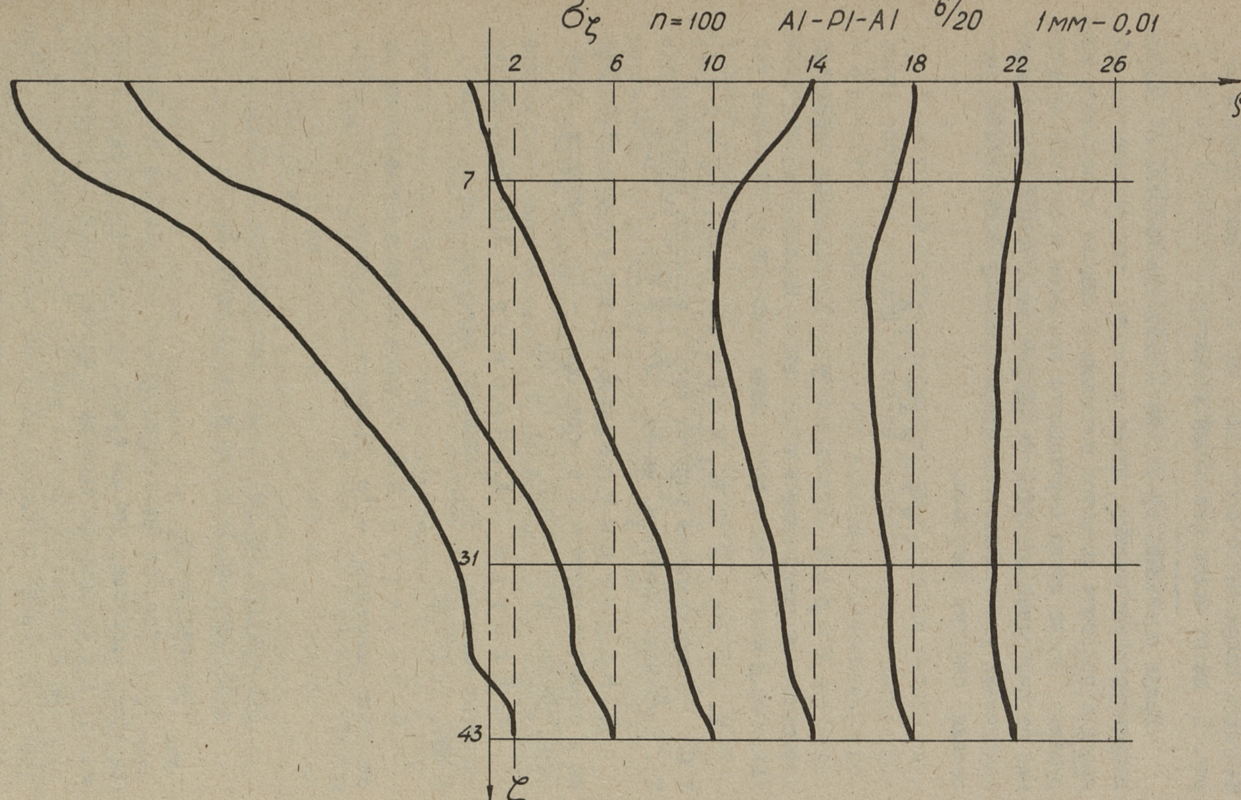
Фиг. 3. Эпюры σ_ξ изотропной пластины при τ = 1,4 и экспоненциальной нагрузке.



Фиг. 4. Эпюры σ_ζ трансверсально-изотопной пластины при $\tau = 1$.



Фиг. 5. Эпюры σ_ζ трансверсально-изотропной пластины при τ = 1,4.



Фиг. 6. Эпюры σ_ζ в трехслойной пластине при $\tau = 2,5$.

жения от свободной поверхности. В случае более длительного импульса напряженное состояние, как показывают графики на фиг. 6, имеют более спокойный характер.

Желая оценивать прочностные свойства пластин в случае импульсного нагружения, нужно отметить, что растянутые области в пластине являются опасными в смысле откольного разрушения, после конца переходного процесса и первого отражения от свободной поверхности. Далее амплитуды растягивающих напряжений уменьшаются благодаря процессу затухания и рассеяния энергии импульса.

Литература

I. Айнола Л., Нигул У. Волновые процессы деформации упругих плит и оболочек. - Известия АН ЭССР. Том XIУ, Серия физ.-мат. и техн. наук. 1965, № I.

2. Кяэрди Х.Х., Мяннил А.Ю., Поверус Л.Ю. Распространение упругих волн в слоистых преградах. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1977, № 428, с. 25-33.

3. Корсунский В.Н., Поверус Л.Ю. Волны в слоистых пластинах и оболочках. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1979, № 468, с. 51-60.

4. Кяэрди Х.Х., Поверус Л.Ю. Динамика слоистых пластин. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1980, № 487, с. 69-79.

5. Поверус Л.Ю. Упругие волны в однослойных и слоистых пластинах. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1981, № 507.

L. Poverus

Die Analyse der Wellenspannungszustände in einer einfachen und in einer geschichteten Platte

Zusammenfassung

Es werden die Spannungszustände der elastischen Wellen in einer einfachen und in einer geschichteten Platte untersucht. Als Bewegungsgleichungen werden die Gleichungen der linearen Elastizitätstheorie und als Berechnungsmethode die dreidimensionale Differenzenmethode benutzt. Es sind einige graphische Darstellungen der Spannungszustände beigefügt.

№ 532

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 624.074.4.621.031

Ю.А. Тярно

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ОБОЛОЧКАХ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ГАУССОВОЙ КРИВИЗНЫ

В настоящей статье рассматриваются вопросы работы пологих оболочек двоякой кривизны прямоугольных в плане $L/l = 2 - 4$ (т.е. средней длины или длинные) с отношением продольных и поперечных радиусов кривизны $R_1/R_2 > 5$, то есть оболочек, которые по своим свойствам занимают промежуточное положение между цилиндрическими и пологими оболочками двоякой кривизны ($R_1/R_2 < 2$). В дальнейшем будем называть эти оболочки квазицилиндрическими, так как при реальных краевых условиях эти оболочки, как показывают эксперименты, по характеру работы средней зоны продольного пролета близки к цилиндрическим оболочкам средней длины.

Оболочки положительной гауссовой кривизны в деформированном состоянии не имеют зон отрицательной гауссовой кривизны.

Реальные краевые условия вытекают из различия, соответственно, продольных и поперечных радиусов и длин в перпендикулярных краях оболочки.

Квазицилиндрическая оболочка как строительная конструкция состоит из трех основных элементов: I) тонкостенная криволинейная плита, 2) продольные бортовые элементы, 3) поперечные бортовые элементы. Все эти элементы влияют на общее распределение внутренних сил всей конструкции.

Поверхность рассматриваемых оболочек образуется движением отрезка окружности радиусом R_2 по двум параллельным направляющим, имеющим радиус R_1 (поверхность переноса). Продольным радиусом оболочки является радиус направляющей R_1. Как обычно, вводится упрощающее предположение о постоянстве кривизны

$$R_1 = K_1^{-1} = \frac{(L/2)^2}{2f_1}; \quad R_2 = K_2^{-1} = \frac{(l/2)^2}{2f_2}.$$

Для такой пологой оболочки поперечные и продольные сечения можно приблизительно считать за вертикальные, при этом сечение вдоль пролета l условимся считать поперечным, а сечение вдоль пролета L - продольным, сохраняя эти понятия и для геометрических характеристик и усилий по обоим сечениям.

Упругие квазицилиндрические оболочки $R_1/R_2>10$, $L/l \geqslant 2$ исследовал В.С. Бартенев [I] при помощи технической теории В.З. Власова для пологих оболочек двоякой кривизны. Он предполагает, что оболочка в продольном направлении довольно пологая $(f_1/L \leqslant 1/16)$ и $m_{12} = m_1 = Q_1 = 0$ и $\varepsilon_2 = \omega = \nu = 0$. Крепление криволинейной тонкостенной части с краевыми элементами считается шарнирным. В соответствии с общепринятыми обозначениями разрешающее дифференциальное уравнение запишется в виде

$$\Omega\,\Omega\,F(x,y) + R^2 c^2 \nabla_\kappa^2 \nabla_\kappa^2 F(x,y) = N.$$

Формулы для построения эпюр усилий и перемещений от воздействия внешней нагрузки на шарнирно опертую оболочку выведена при помощи решения этого дифференциального уравнения методом Навье. Влияние бортовых элементов учитывается при помощи методов, представленных в [I].

Для расчета оболочек на прямоугольном плане с разными кривизнами И.Е. Милейковским [2] разработан вариационный метод перемещений. При этом поверхность оболочки не заменяется складкой. Тангенциальные и нормальные перемещения оболочки представляются в виде одинарных рядов. Особенность решения состоит в том, что исходные уравнения элемента оболочки при помощи принципа возможных перемещений сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям в перемещениях, минуя разрешающую форму записи уравнений в частных производных. Метод применен для оболочек окаймленных по контуру диафрагмами в виде арок с затяжками. Более крутые диафрагмы на поперечных краях при расчете оболочки принимаются жесткими в своих плоскостях, а диафрагмы по продольным краям - упругими. Рассчитываются диафрагмы совместно с оболочкой.

Представленный в настоящей статье метод расчета оболочек с трещинами базируется на методе аппроксимации сдвигающих сил Х.Х. Лаула [3]. Метод применен для оболочек положительной, нулевой и отрицательной гауссовой кривизны. Для последних оболочек предполагается, что условный диагональный свод со стрелой подъема f имеет выпуклость вверх.

Для всех этих оболочек применены однотипные уравнения с разными коэффициентами. При этом с модификациями уравнений учитываются и разные влияния дополнительных связей в краевых элементах.

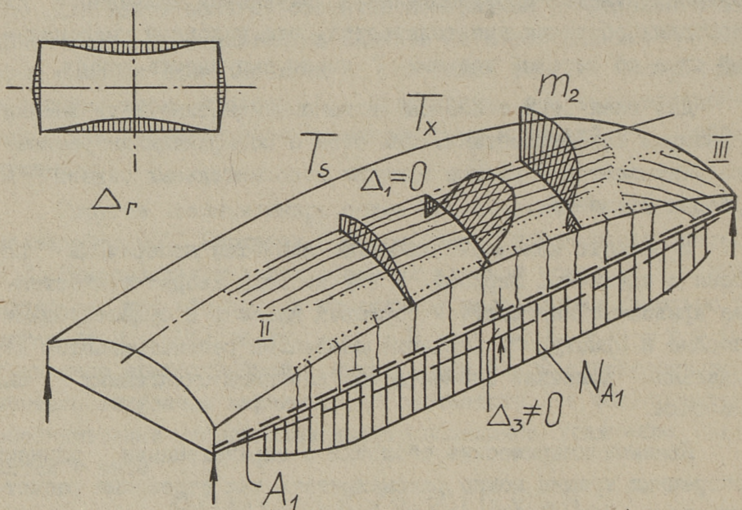
В расчете конечной полоской является поперечная полоска с единичной шириной. В эту полоску входят тонкостенная криволинейная часть и бортовой элемент с существующими опорами и арматурой. Торцевые диафрагмы рассматриваются как отдельные конечные элементы под влиянием сдвигающих сил оболочки.

Квазицилиндрические оболочки с определенными длинами поперечных трещин можно рассматривать как отдельные расчетные схемы. Для всех этих схем параметры приращения сдвигающих сил определяются при помощи минимизации общей потенциальной энергии.

Для сравнения разных расчетных схем можно применить теорему Лагранжа-Дирихле. Таким образом, для дальнейшего образования поперечных трещин требуется, чтобы $\frac{\partial П}{\partial l_{тр}} \leq 0$. В оболочках положительной кривизны поперечные трещины имеют возможность развиться максимально до верха бортового элемента. Образующаяся сжатая зона продольных нормальных сил препятствует развитию поперечных трещин в криволинейную часть. Нейтральная линия и точка максимального сжатия находятся рядом друг с другом.

Под действием нагрузки поперечные сечения квазицилиндрических оболочек, в том числе и торцевые, могут изменять свою форму. Контур поперечного сечения из плоской кривой линии превратится в пространственную. Это говорит о том, что в оболочках имеются существенные поперечные изгибающие моменты. Депланация сечения свидетельствует о том, что оболочка не подчиняется закону Навье, а следовательно, продольные нормальные усилия изменяются не по линейному закону (см.

фиг. I). По этой же причине изменение сдвигающих усилий не подчиняется формуле Журавского.

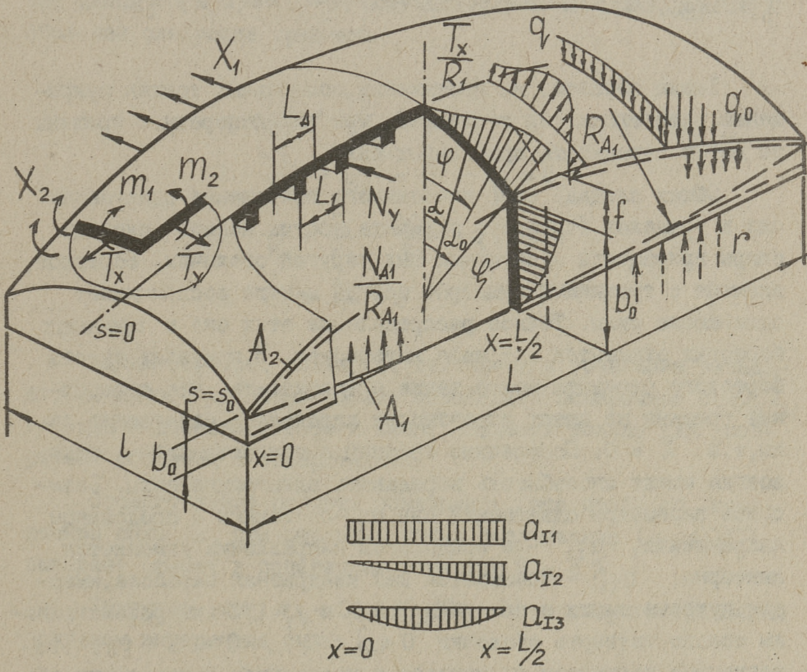


Фиг. 1. Принципиальное распределение внутренних сил в тонкостенной плите и в продольном арматурном стрингере в квазицилиндрической оболочке с поперечными трещинами. Зоны основных трещин: I - поперечных, II - продольных, III - наклонных.

Центральная величина в расчетах - функция напряжений - приращение сдвигающих сил $\zeta(s,x)=\frac{\partial S}{\partial x}$ аппроксимируется в виде неизвестных параметров. $\zeta(s,x)$ является величиной, которая уравновешивает вертикальные нагрузки в единичных полосках и регулирует изгибающие моменты. В квазицилиндрических оболочках с поперечными трещинами для определения неизвестных параметров имеются только статические условия вертикального равновесия единичной полоски. Остальные уравнения получаются вариационным путем. Согласно принципу Кастильяно, действительное, возникающее в оболочке напряженное состояние отличается от всех статически возможных состояний тем, что потенциальная энергия оболочки при этом принимает минимальное значение. Нужно найти минимум функционала П зависящего от восьми неизвестных $T_x, T_y, S, m_1, m_2, m_{12}, Q_1$ и Q_2.

Отметим, что мы могли бы подвергнуть вариации не приращение сдвигающих сил $\zeta(x,s)$, а любое внутреннее усилие. Но оказывается, что варьировать приращением сдвигающих сил более целесообразно, так как через $\zeta(x,s)$ можно в удобной форме выразить все остальные внутренние усилия.

Приращение сдвигающих сил $\zeta(x,s)$ аппроксимируется в зоне без поперечных трещин (в пределах угла $\alpha < \varphi$ и в зоне с поперечными трещинами (в пределах угла $\alpha > \varphi$) в виде (см. фиг. 2).



Фиг. 2. Основные геометрические величины, расчетная схема, аппроксимация приращения сдвигающих сил.

$$\zeta(x,s) = C_1\Big\{C_3\sum_{i=1}^{n}\sin\frac{i\alpha\pi}{\varphi}a_i + C_3\frac{\alpha}{\varphi}\Big[a_{I1} + \frac{2x}{L}a_{I2} +$$

$$+\frac{16x}{L^2}(L/2-x)a_{I3}\Big] + C_4\Big[a_{I1} + \frac{2x}{L}a_{I2} + \frac{16x}{L^2}(L/2-x)a_{I3}\Big]\Big\} +$$

$$+ C_2\Big[a_{I1} + \frac{2x}{L}a_{I2} + \frac{16x}{L^2}(L/2-x)a_{I3}\Big].$$

Для криволинейной части $\quad C_I=I,\ C_2=0,$

для бортового элемента $\quad C_I=0,\ C_2=I,$

для упругой зоны $\quad \alpha < \varphi \quad C_3=I,\ C_4=0,$

для зоны с трещинами $\quad \alpha > \varphi \quad C_3=0,\ C_4=I.$

Из первого статического уравнения

$\frac{\partial T_x}{\partial x}+\frac{\partial S}{\partial s}+q_x=0$ при $q_x=0$ вытекает, что $T_x=\frac{\partial \zeta}{\partial s}$.

Таким образом, на протяжении поперечных трещин приращение сдвигающих сил постоянно, так как поперечные трещины не могут передавать продольных сил.

Общая площадь эпюр постоянного приращения сдвигающих сил в пределах бортового элемента всегда меньше площади эпюры приращения сдвигающих сил упругой оболочки. Бортовой элемент с трещинами суммарно всегда меньше воспринимает сдвигающие силы. Точное распределение этих сил в пределах бортовых элементов нас мало интересует. В пределах высоты бортового элемента можно также предполагать, что поперечные трещины не имеют способности передавать сдвигающие силы,т.е. $\xi = 0$. Поперечные трещины в тонкостенной плите всегда имеют способность передавать сдвигающие силы. Зависимые параметры сдвигающих сил a_{I1}-постоянны в продольном направлении, a_{I2} – в продольном направлении изменяется линеарно, a_{I3} – изменяется как квадратная парабола,имеющая нулевые точки в сечениях $x=0$ и $x=L/2$ (мы рассматриваем только четверть оболочки $0 \leqslant x \leqslant L/2$, $0 \leqslant s \leqslant s_0$). Независимые параметры a_i считаем в продольном направлении оболочки постоянными.

Уравнения равновесия теории оболочек для пологих оболочек имеют вид

$$1.\quad \frac{\partial T_x}{\partial x}+\frac{\partial S}{\partial s}-\frac{Q_1}{R_1}+q_x=0,$$

$$2.\quad \frac{\partial T_s}{\partial s}+\frac{\partial S}{\partial x}-\frac{Q_2}{R_2}+q_s=0,$$

$$3.\quad \frac{T_x}{R_1}+\frac{T_s}{R_2}+\frac{\partial Q_2}{\partial s}+\frac{\partial Q_1}{\partial x}+q_z=0,$$

$$4.\quad Q_1-\frac{\partial m_1}{\partial x}+\frac{\partial m_{12}}{\partial s}=0,$$

$$5.\quad Q_2-\frac{\partial m_2}{\partial s}+\frac{\partial m_{12}}{\partial x}=0.$$

Учитывая предпосылки для железобетонных оболочек средней длины $m_1=Q_1=m_{12}=0$, получаем для квазицилиндрических оболочек следующие уравнения

$$1.\quad \frac{\partial T_x}{\partial x}+\frac{\partial S}{\partial s}+q_x=0,$$

$$2.\quad \frac{\partial T_s}{\partial s}+\frac{\partial S}{\partial x}-\frac{Q_2}{R_2}+q_s=0,$$

$$3.\quad \frac{T_x}{R_1}+\frac{T_s}{R_2}+\frac{\partial Q_2}{\partial s}+q_z=0,$$

$$5.\quad Q_2-\frac{\partial m_2}{\partial s}=0.$$

Таким образом, четвертое статическое уравнение отпадает. Из пятого уравнения можно определить поперечные силы Q_2, которые в действительности имеют значения только для ребристых оболочек с отверстиями.

Сравнительные расчеты показывают, что отказ от поперечной силы Q_2 при реальных углах раскрывания ($\alpha_0 \leq 35°$) вызывает ошибку в поперечных моментах 2 - 3 %.

Учитывая, что $q_s=0$ и $Q_2/R_2 \to 0$, из второго уравнения получаем внутренние силы T_s.

Из первого статического уравнения при $q_x=0$

$$\frac{\partial T_x}{\partial x}+\frac{\partial S}{\partial s}=0,$$

из чего следует, что

$$\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2}=-\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)=-\frac{\partial}{\partial s}\zeta(x,s).$$

Третье уравнение в настоящем виде не применяется. Применяется условие вертикального равновесия единичной полоски.

Для цилиндрических оболочек [4] были приняты следующие предположения: I) нагрузки от оболочки на торцевые диафрагмы передаются исключительно за счет сдвигающих сил S; 2) в средних зонах

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}=\frac{\partial^3 T_x}{\partial x^3}=\frac{\partial m_2}{\partial x}=\frac{\partial T_y}{\partial x}=0.$$

Эти предположения можно распространить на всю поверхность оболочки [5], что несколько идеализирует работу конструкции, однако не может существенно повлиять на точность получаемого решения.

Для железобетонных оболочек предпосылка $\frac{\partial m_2}{\partial x}=0$ хорошо оправдывается, так как эти оболочки не в состоянии воспринять крутящих моментов.

Для квазицилиндрических оболочек эти предпосылки недействительны. На внутренние силы влияют изменяющие в продольном направлении приращения сдвигающих сил $\zeta(x,s)$, нагрузка и силы T_x / R_1.

В квазицилиндрических оболочках нагрузка передается на торцевые угловые опоры еще при помощи влияния кажущейся продольной четырехопорной арки с затяжками.

В соответствии с принципом работы пространственных конструкций рассматриваемого типа основная часть нагрузки от криволинейной части передается на торцевые диафрагмы при помощи сдвигающих сил.

В оболочках положительной кривизны добавляется еще влияние продольной четырехопорной арки с затяжками.

Торцевые диафрагмы обычно имеют вид стенки-балки с высокой жесткостью или вид двушарнирной арки с затяжкой. При первом варианте диафрагмы вертикальные перемещения незначительные и существенно не влияют на распределение внутренних сил. Влияние деформации торцевых диафрагм в виде арки учитывается при помощи потенциальной энергии.

Продольный бортовой элемент может иметь вид: I) балки с криволинейным верхним поясом, 2) двушарнирной арки с затяжкой, 3) криволинейного бруса. Бортовые элементы нагружаются в основном сдвигающими усилиями от тонкостенной плиты.

Все эти варианты могут иметь разные дополнительные связи, которые могут действовать отдельно или все вместе: 1) вертикальное опирание бортового элемента; 2) горизонтальное опирание продольных бортовых элементов; 3) восприятие изгибающих поперечных моментов.

Важное значение для расчета имеет вариант с вертикальным опиранием продольных бортовых элементов на промежуточные опоры. При этом вертикальные перемещения продольных краев равняются нулю, горизонтальные перемещения бортовых элементов не имеют препятствий. В расчетах одной неизвестной является реакция промежуточных опор $r(x)$ на бортовые элементы, которая должна быть такой, чтобы бортовой элемент не искривлялся в вертикальном направлении. Это условие означает, что в продольных бортовых элементах по всей высоте $b_0(x)$ развиваются постоянные продольные растягивающие усилия T_x.

При расчете квазицилиндрической оболочки с продольным бортовым элементом в виде арки с затяжкой или с нулевыми поперечными трещинами ($\zeta = 0$), в пределах высоты бортовых балок, дополнительным условием является условие равновесия всех изгибающих моментов относительно поперечной горизонтальной оси. Можно также предполагать, что продольный бортовой элемент имеет вид криволинейного бруса. В том случае силы T_x/R_1 в вертикальных сечениях уравновешиваются. Влияние сил T_x/R_1 учитывается в выражениях поперечных изгибающих моментов.

Добавочные условия для определения параметров приращения сдвигающих сил можно получить от изгибающих моментов в трещинах-шарнирах.

Причиной образования продольных трещин (см. фиг. 1) являются отрицательные поперечные изгибающие моменты, которые имеют максимум в зонах у конька оболочки (ширина зоны около s_0). В этой зоне могут образоваться у верхней поверхности продольные трещины, которые в некоторой мере работают как шарниры. Передача изгибающих моментов зависит от величины и эксцентриситета поперечной нормальной силы T_s. Образование продольных трещин от отрицательных моментов не доводит оболочки до разрушения.

В дальнейшем рассматриваем задачу, когда в сечении имеется линейный шарнир текучести. Обычно линейные продольные шарниры образуются после образования поперечных трещин в пределах высоты бортового элемента. В соответствии с этим нужно пользоваться уравнениями для оболочек с поперечными трещинами. В зависимости от предельных поперечных изгибающих моментов $m_{пр}$ можно получить ряд дополнительных условий.

Во внутренних волнах многоволнового перекрытия на продольных краях оболочек (в дополнительных связях) при нагружении возникают статически неопределимые внутренние усилия, постоянные в продольном направлении. Как и в методе сил, лишними неизвестными являются горизонтальные силы X_1 и опорные моменты X_2 на единицу длины оболочки.

Независимые параметры приращения сдвигающих сил a_i определяем в соответствии с вариационным методом Кастильяно-Ритца из условия минимума потенциальной энергии всей системы.

Общее уравнение потенциальной энергии состоит из энергии внутренних сил и работы внешней нагрузки W

$$П = П_1 + П_2 + П_3 - W,$$

где энергия внутренних сил криволинейной тонкостенной части

$$П_1 = П_и + П_{ср},$$

здесь $П_и = П_{m_1} + П_{m_2}$ - энергия изгиба,

$П_{ср} = П_x + П_y + П_s$ - энергия деформации срединной поверхности ($П_x$ от T_x, $П_y$ от T_s, $П_s$ от S);

$П_2$ - энергия внутренних сил продольных бортовых элементов;

$П_3$ - энергия внутренних сил поперечных бортовых элементов.

За счет симметрии конструкции и нагрузки можно ограничиться потенциальной энергией четверти оболочки. Таким образом,

$$П_и = \int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0} \frac{m_2^2(x,s)}{2EJ} ds + \int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0} \frac{m_1^2(x,s)}{2EJ} ds.$$

Учитывая, что для оболочек средней длины предполагают $m_1=0$, второй член отпадает. Энергия деформации срединной поверхности

$$П_{ср} = \int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0+b_0} \frac{T_x^2(x,s)}{2EJ} ds + \int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0} \frac{T_s^2(x,s)}{2E\delta} ds + \int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0} \frac{S^2(x,s)}{2G\delta} ds.$$

В первом члене учитывается влияние продольного бортового элемента и продольных тяжей $П_2$. По предложению В.З. Власова считается, что $\varepsilon_2=0$. С другой стороны, (см. фиг. I) $T_s \ll T_x$ и влияние второго члена можно не учитывать. Влияние сдвигающих сил $S(x,s)$ в общем считается незначительным (по предложению В.З. Власова $\gamma = 0$). Но у нас имеется поперечное тонкостенное сечение, имеющее относительно сдвигающих сил высоту s_0, которая почти равняется длине оболочки L. Можно предполагать, что сдвигающие силы влияют на распределение внутренних сил.

Влияние поперечных бортовых элементов получает вид

$$П_3 = \int_0^{s_0} \frac{M_д^2(s)}{2EJ_д} ds + \int_0^{s_0} \frac{N_д^2(s)}{2EF_д} ds + \int_0^{l/2} \frac{N_a^2(s)}{2E_aF_a} ds.$$

Внутренние силы и потенциальная энергия в торцевой диафрагме зависят от расположения плиты оболочки относительно арки [6]. При нежестких арочных диафрагмах этот член может оказать значительное влияние на распределение внутренних сил всей конструкции. Этот член не влияет в диафрагмах в виде балки-стенки.

Выражение для работы внешней нагрузки имеет вид

$$W = \int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0} \bar{q}\, W(x,s)\, ds,$$

где $W(x,s)$ – вертикальные перемещения оболочки;

$\bar{q} = q s_0 + q_0$ – нагрузка на конечную полоску единичной шириной.

Так как нагрузка на торцевые диафрагмы передается в основном при помощи сдвигающих сил, то не учитывается работа внешней нагрузки.

Максимальные вертикальные перемещения определяются в сечении $x = L/2$ при помощи формулы Максвелла-Мора, учитывая только моментные члены, связывая их с независимыми параметрами приращения сдвигающих сил a_i. В продольном направлении вертикальные перемещения изменяются по квадратной параболе.

Для оболочек рассматриваемых типов имеются две принципиально разные схемы вертикальных перемещений: I) при первой схеме конек оболочки перемещается вниз меньше (или даже поднимается вверх), чем бортовой элемент, 2) при второй схеме конек перемещается вниз, больше, чем бортовой элемент.

При определении жесткостей в тонкостенной плите предполагаем, что оболочка работает без продольных трещин, в пределах бортовых элементов учитываем влияние поперечных трещин. Надо принять во внимание, что для потенциальной энергии не действителен принцип суперпозиции.

Внутренние силы определяются при помощи приращения сдвигающих сил. Из первого уравнения равновесия получили, что

$$\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial s}\zeta(x,s).$$

Интегрируя два раза в продольном направлении x для постоянных параметров в продольном направлении типа a_{I1} и a_i

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} = -\frac{\partial \zeta}{\partial s}x + C_1, \quad T_x = -\frac{\partial \zeta}{\partial s}\frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

и учитывая краевые условия $x = 0 \longrightarrow T_x = 0$

$$x = L/2 \longrightarrow \frac{\partial T_x}{\partial x} = 0$$

получаем выражение для продольной нормальной силы

$$T_x = \frac{x}{2}(L-x)\frac{\partial \zeta}{\partial s}.$$

Для параметров типа a_{I2} выражение получает вид

$$T_x = \frac{xL}{4}\left(1 - \frac{4}{3}\frac{x^2}{L^2}\right)\frac{\partial\zeta}{\partial s},$$

для параметров типа a_{I3}

$$T_x = \frac{xL}{3}\left(1 - 4\frac{x^2}{L^2} + 4\frac{x^3}{L^3}\right)\frac{\partial\zeta}{\partial s}.$$

Для определения поперечных нормальных сил $T_s(x,s)$ для единичной полоски в определенных точках α поперечного сечения применяются условия равновесия в направлении касательной. Общие формулы для расчета поперечных нормальных сил T_s для всех случаев представлены в [7].

Несмотря на незначительную горизонтальную жесткость продольного бортового элемента у бортового элемента развиваются поперечные нормальные силы T_s. Эти усилия вместе с поперечными силами в плите криволинейной части дают результирующую силу в вертикальном направлении.

Самое благоприятное распределение сжимающих поперечных нормальных сил имеет место в сечениях у конька оболочки, где они в широкой зоне почти постоянные. В направлении бортового элемента сжимающие усилия уменьшаются.

Сдвигающие силы в любом поперечном сечении x определяются при помощи формулы

$$S(x,s) = C_3\cdot\frac{\alpha}{\varphi}\left[\left(\frac{L}{2} - x\right)a_{I1} + \frac{L}{4}\left(1 - 4\frac{x^2}{L^2}\right)a_{I2} + \right.$$
$$\left. + \frac{L}{3}\left(1 - 12\frac{x^2}{L^2} + 16\frac{x^3}{L^3}\right)a_{I3}\right] + C_3\left(\frac{L}{2} - x\right)\sum_{i=1}^{n}\sin\frac{i\alpha\pi}{\varphi}a_i +$$
$$+ C_4\left[\left(\frac{L}{2} - x\right)a_{I1} + \frac{L}{4}\left(1 - 4\frac{x^2}{L^2}\right)a_{I2} + \frac{L}{3}\left(1 - 12\frac{x^2}{L^2} + 16\frac{x^3}{L^3}\right)a_{I3}\right].$$

Компоненты поперечных изгибающих моментов от параметров сдвигающих сил получаются интегрированием уравнения $\zeta(x,s)$ один раз в направлении s и они связаны с увеличением точности.

Действительные поперечные изгибающие моменты $m_2(x,s)$ определяются при помощи формулы (в пределах $0 \leq x \leq L/2$)

$$m(x,\alpha) = M_0(x) + \left(a_{I1} + \frac{2x}{L} a_{I2} + \frac{4x(L/2-x)}{L^2/4} a_{I3}\right) m_I +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} m_i a_i + \frac{1}{R_1}\left[\frac{xL}{2}\left(1 - \frac{x}{L}\right) a_{I1} + \frac{Lx}{4}\left(1 - \frac{4}{3}\frac{x^2}{L^2}\right) a_{I2} + \frac{Lx}{2}\left(1 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - 4\frac{x^2}{L^2} + 4\frac{x^3}{L^3}\right) a_{I3}\right] m_{IR} + \frac{1}{R_1}\frac{xL}{2}\left(1 - \frac{x}{L}\right)\sum_{i=1}^{n} m_{iR} a_i .$$

Формулы для расчета m_I, m_{IR}, m_i, m_{iR} и M_0 представлены в [8].

В выражениях приращений сдвигающих сил $\zeta(x,s)$ имеются n независимых параметров a_i $(i = 1 \div n)$ и 3 зависимых параметра a_{I1}, a_{I2}, a_{I3}. Последние исключаются вследствие трех условий вертикального равновесия конечных полосок единичной ширины в поперечных сечениях $x = L/2,\ L/4,\ 0 + \Delta x$.

Условия вертикального равновесия единичной полоски выписываются для любого поперечного сечения в виде (после вычисления интегралов):

$$R_2 \alpha_0 q + q_0(x) + R_2 \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^{i+1}\sin\varphi}{\frac{i\pi}{\varphi} - \frac{\varphi}{i\pi}} a_i +$$

$$+ \left[k_1 b_0(x) + R_2(1 - \cos\alpha_0) - R_2(1 - \cos\varphi) + R\left(\frac{\sin\varphi}{\varphi} - \cos\varphi\right)\right] \cdot$$

$$\cdot \left[a_{I1} + \frac{2x}{L} a_{I2} + \frac{4x(L/2-x)}{L^2/4} a_{I3}\right] + \frac{\sin\varphi}{R_1\varphi}\left[\frac{xL}{2}\left(1 - \frac{x}{L}\right) a_{I1} + \right.$$

$$\left. + \frac{Lx}{4}\left(1 - \frac{4}{3}\frac{x^2}{L^2}\right) a_{I2} + \frac{Lx}{3}\left(1 - 4\frac{x^2}{L^2} + 4\frac{x^3}{L^3}\right) a_{I3}\right] = 0 .$$

Из условий равновесия составим систему уравнений

$$\sum_{p=1}^{3} D_p(x) a_{Ip} + \sum_{i=1}^{n} D_i(x) a_i + D_0(x) = 0, \quad x = L/2,\ L/4,\ 0 + \Delta x .$$

Из системы уравнений выразим зависимые параметры a_{Ip} через независимые a_i

$$a_{Ip} = \sum_{i=1}^{n} k_{pi} a_i + K_p, \quad p = 1 \div 3.$$

Для определения независимых параметров приращения сдвигающих сил a_i необходимо внутренние силы T_x, T_s, S и m_2 выразить только через эти параметры

$$T_x(x) = \bar{T}_0(x) + \sum_{i=1}^{n} \bar{T}_{xi}(x)\, a_i,$$

$$T_s(x) = \sum_{i=1}^{n} \bar{T}_{si}(x)\, a_i,$$

$$S(x) = \sum_{i=1}^{n} \bar{S}_i(x)\, a_i,$$

$$m_2(x) = \bar{M}_0(x) + \sum_{i=1}^{n} \bar{m}_i(x) a_i.$$

Независимые параметры a_i определяются в соответствии с вариационным методом Кастильано-Ритца из условия минимума потенциальной энергии. Условие порядка k минимума потенциальной энергии имеет вид

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_k} = 0.$$

Члены, выражающие поперечные изгибающие моменты в энергетических выражениях, определяются интегрированием этих выражений в поперечных и в продольных направлениях. Член в i-ом условии минимума потенциальной энергии внутренних сил, выражающий влияние поперечных изгибающих моментов, получается в виде

$$\frac{6}{\delta^3}\int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0} m \frac{\partial m}{\partial a_i}\, ds = A_i + \sum_{i=1}^{n} A_{ik} a_i.$$

Члены, выражающие продольные нормальные силы в энергетических выражениях, получаются в виде

$$\frac{1}{\delta}\int_0^{L/2} dx \int_0^{s_0+b_0(x)} T_x \frac{\partial T_x}{\partial a_i}\, ds = B_i + \sum_{i=1}^{n} B_{ik} a_i.$$

Величины A_i, A_{ik}, B_i и B_{ik} получаются при помощи численного интегрирования методом Симпсона в двух направлениях. Для уменьшения расчетных работ внутренние силы можно определять только в середине продольного пролета $x = L/2$, а интегрирование в продольном направлении производится при помощи специальных коэффициентов. Аналогично можно определить величины C_i и C_{ik} для сдвигающих сил и члены, учитывающие влияние торцевых диафрагм D_i и D_{ik}.

Независимые параметры a_i определяются из системы линейных уравнений

$$\sum_{k=1}^{n}(A_{ik}+B_{ik}+C_{ik}+D_{ik})a_k-(A_i+B_i+C_i+D_i)=0, \qquad i=1\div n.$$

Настоящая система линейных уравнений довольно "чувствительна". Вследствие этого, члены в системе, выражающие влияние продольных (B_{ik}, B_i) и сдвигающих (C_{ik}, C_i) сил и несмотря на их исключительную малость по сравнению с членами моментов (A_{ik}, A_i), часто имеют решающее значение на результаты. Члены (D_{ik} и D_i), выражающие влияние торцевых диафрагм зависят от конструкции и упругих свойств диафрагм. В некоторых случаях эти члены незначительно влияют на параметры сдвигающих сил.

Важным вопросом для продольных бортовых элементов с поперечными трещинами является учет влияния бетона между трещинами на жесткость продольного арматурного стрингера. В продольной арматуре в виде стрингера можно предполагать постоянные в продольном направлении усилия растяжения.

В квазицилиндрических оболочках в пределах бортовых элементов существует моментное состояние или центральное растяжение. Для определения напряженного состояния в арматуре можно пользоваться традиционной методикой. Для расчета применяется приведенная площадь арматуры $F_{A\,пр} = \frac{F_A}{\psi_a}$, т.е. $F_{A\,пр} > F_A$. Коэффициент ψ_a учитывает работу растянутого бетона на участках между трещинами. Таким образом,

$$\psi_a = \frac{\sigma_{a.c.}}{\sigma_a},$$

где $\sigma_{a.c.}$ - среднее напряжение в арматуре;

σ_a - напряжение в арматуре в сечении с трещиной.

Явно, что $\sigma_{a.c.} < \sigma_a$. Величина коэффициента ψ_a меняется от возможного минимума ($\psi_a < 1$) [9] с появлением трещин до значения, близкого к единице, при увеличении напряжений в арматуре в условиях длительного приложения нагрузки. При многократно повторных нагрузках величина коэффициента ψ_a приближается к единице. Как показывают сравнительные расчеты и эксперименты, последние величины дают более вероятные распределения внутренних сил.

Полученные результаты достоверные в средних зонах оболочек, в непосредственной близости угловых зон напряженное состояние остается неясным [10].

Литература

1. Бартенев В.С., Болдышев А.М. Расчет железобетонных покрытий в виде ортотропных оболочек двоякой кривизны. - Пространственные конструкции. - Научные труды Красн. ПИ, Ирк. ПИ, Сиб. ТИ. М., Высшая школа, 1967.

2. Милейковский И.Е., Кашаев Р.И. Исследование несущей способности сводов-оболочек средней длины при различных граничных условиях. - В кн.: Пространственные конструкции зданий и сооружений. Вып. 2, 1975.

3. Лаул Х.Х. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, 1953, № 50.

4. Ржаницын А.Р. Пологие оболочки и волнистые настилы (некоторые вопросы теории и расчета). Научное сообщение ЦНИИСК АС и А СССР, вып. 14, Госстройиздат, 1960.

5. Милейковский И.Е., Райзер В.Д., Достанова С.Х., Кашаев Р.И. Нелинейные задачи расчета оболочек-покрытий. - М., Стройиздат, 1976.

6. Лаул Х.Х., Тярно Ю.А. О расчете арочных диафрагм оболочек. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1976, № 410.

7. Тярно Ю.А. Определение уравновешивающих поперечных моментов в продольных трещинах-шарнирах в оболочках средней длины. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1979, № 468.

8. Т я р н о Ю.А. Расчет квазицилиндрических оболочек средней длины. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1974, № 357.

9. К и с и н Б.С. О расчете железобетонных и армоцементных оболочек двоякой кривизны по деформациям. - Пространственные конструкции. Научные труды Красн. ПИ, Ирк. ПИ, Сиб. ТИ. М., Высшая школа, 1967.

10. Т я р н о Ю.А. О напряженном состоянии в угловых зонах цилиндрических оболочек средней длины с трещинами. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1981, № 507.

Ü. Tärno

The Stress State in the Positive Gaussian Curvature Shells

Summary

Among the various roofing shells of industry buildings on some rectangular plan (with sides $L > 1$) those formed as some translatory surface are widely used. In the longitudinal direction those shells have been designed to be more flat and stretched out than in the transversal direction, so that $R_1 > R$. The real edge conditions of the so called quasicylindrical shell will be influenced by the differences of the radii of curvature in both directions and of the length. On the transverse edges the edge conditions by Navier' are assumed, whereas on the longitudinal edges the real edge conditions with vertical and horisontal support forces and bending moments are considered. The behaviour of a quasicylindrical shell resembles that of the cylindrical shell. But still there is no probability of forming the zones with negative Gaussian curvature which is the peculiarity of a cylindrical shell. The paper deals with a design method for computing the quasicylindrical positive curvature shells with various qualities of materials. The modified method of approximation of shear forces has been used taking into account the direction change of the membrane longitudinal forces. It is possible to use the same equations with various coefficients for various shells. There are some modifications for the equations taking into account the additional conditions on the edge beams. It is possible to use the basic computing scheme for the shells with different materials and cross-sections.

Содержание

Таллинский политехнический институт
Труды ТПИ № 532
СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА
СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ, ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК
Строительная механика XIII
Редактор У. Раукас
Техн. ред. В. Ранник
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 10.03.82
Подписано к печати 29.06.82
Бумага 60x90/16. Печ. л. 3,75 + 0,25 приложение
Уч.-изд. л. 4,05. Тираж 300. МВ-08306
Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9
Зак. № 381
Цена 60 коп.

Цена 60 коп.