TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов

XIII

ТАЛЛИН 1976

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 398 1976

УДК 621.318

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов XIII

Под общей редакцией докт. техн. наук, академика АН ЭССР, проф. А.И.Вольдека

Таллин 1976

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398 1976

УДК 621.313.333:621.3.012.1

Х.И. Янес

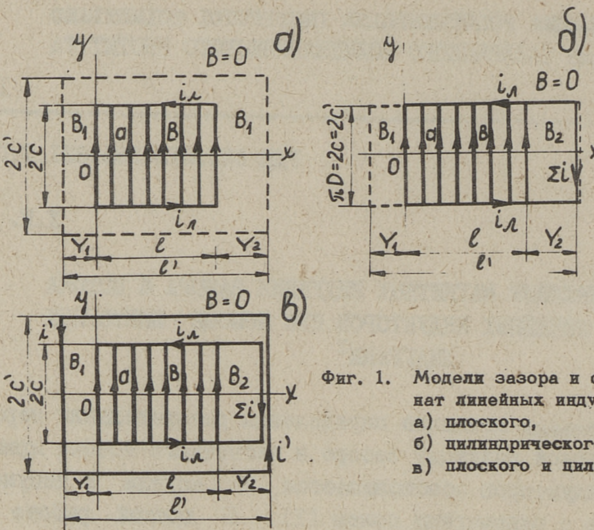
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНЫХ ИНДУКЦИЙ ЗАЗОРА И ПОТОКА ЯРМА ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКТОРОВ ПРИ ПОМОЩИ ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ[x]

Излагаемая методика определения распределения первичных магнитной индукции зазора и магнитного потока ярма линейных индукторов обосновывается на модели и допущениях индуктора с одномерным полем [1]. В данной работе токи считаются сосредоточенными около осей пазов в виде поверхностных токов, распределенных по толщине зазора. Учитывается схема обмотки и определяется суммарное по пространственным гармоникам магнитное поле.

Теоретические основы метода

Пусть магнитное поле плоского индуктора сосредоточено аналогично [2] в прямоугольную область размерами $l' \cdot 2c' \cdot \delta$ (фиг. 1,а), где l' - эквивалентная длина магнитопровода, или ярма, учитывающая продольное шунтирование, $2c'$ - эквивалентная ширина магнитопровода, или ярма, учитывающая поперечное шунтирование со стороны спинок, δ - эквивалентная толщина зазора, учитывающая зубчатость магнитопровода. Если дискретно распределенная линейная токовая нагрузка a занимает соответственно область $l \cdot 2c \cdot \delta$, где участок $x = 0$ до $x = l$ включает исключительно все токи линейной токовой нагрузки, то на основе закона полного тока и принципа непрерывности магнитного потока можем для индукции B внутри и B_1 вне этой токовой области написать систему уравнений:

---
[x] Основные положения данной статьи изложены в тезисах докладов VIII Рижского совещания по магнитной гидродинамике. МГД-машины, Рига, "Зинатне", 1975.



Фиг. 1. Модели зазора и оси координат линейных индукторов:
а) плоского,
б) цилиндрического,
в) плоского и цилиндрического.

$$\left.\begin{aligned} B &= -\frac{\mu_0}{\delta}\int_0^x a\,dx + B_1, \\ 2c\int_0^l B\,dx &+ B_1\,2(c'l' - cl) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

Из этой системы

$$B_1 = \frac{\mu_0 c}{\delta c' l'}\int_0^l\int_0^x a\,dx\,dx. \qquad (2)$$

Сосредоточивая магнитное поле цилиндрического линейного индуктора с диаметром D, при $D \gg \delta$, аналогичным образом в эквивалентный плоский зазор (фиг. I,б), выясняется, что кроме отсутствия бокового шунтирования ($c' = c$) следует для суммы всех токов линейной токовой нагрузки $\int_0^l a\,dx = \Sigma i$, если она не равна нулю, предвидеть обратный путь на одном (например, на конечном, фиг. I, б) торце зазора. На основе того же закона и принципа индукция B внутри токовой области и индукция начальной и конечной шунтирующих областей B_1 и B_2 связаны системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} B &= -\frac{\mu_0}{\delta}\int_0^x a\,dx + B_1, \\ B_2 - B_1 &= -\frac{\mu_0}{\delta}\int_0^l a\,dx, \\ \int_0^l B\,dx &+ Y_1 B_1 + Y_2 B_2 = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Из этой системы

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0}{\delta l'}\int\limits_0^l\int\limits_0^x a\,dx\,dx + \frac{\mu_0 Y_2}{\delta l'}\int\limits_0^l a\,dx\,, \\ B_2 &= \frac{\mu_0}{\delta l'}\int\limits_0^l\int\limits_0^x a\,dx\,dx - \frac{\mu_0}{\delta l'}(l'-Y_2)\int\limits_0^l a\,dx\,. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Системы (I) и (3) и выражения (2) и (4) приравниваются между собою ($B_1 = B_2$), если $c' = c$ и $\int\limits_0^l a\,dx = \Sigma i = 0$, так как $l' - l = Y_1 + Y_2$ (фиг. I), что дает возможность рассматривать оба случая по единым общим зависимостям, которым соответствует обобщенная модель фиг. I,в.

Выражения индукции (I) – (4) представим в следующем обобщенном виде:

$$B = \frac{\mu_0}{\delta}(F + i'), \qquad (5)$$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{\delta}\, i', \qquad (6)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{\delta}(i' - \Sigma i). \qquad (7)$$

В этих выражениях

$$F = i_л = -\int\limits_0^x a\,dx = \int\limits_x^l a\,dx - \Sigma i \qquad (8)$$

– магнитодвижущая сила (м.д.с) токов линейной токовой нагрузки (расчетный лобовой ток), где сумма всех токов линейной токовой нагрузки

$$\Sigma i = \int\limits_0^l a\,dx = -F(l) \qquad (9)$$

и

$$i' = -\frac{c}{c'l'}\int\limits_0^l F\,dx + \frac{cY_2}{c'l'}\,\Sigma i = -\frac{c}{c'}F_{ср} \qquad (10)$$

– охватывающий весь зазор расчетный ток (фиг. I,в), где средняя по длине l' м.д.с. (средний расчетный лобовой ток)

$$F_{ср} = i_{лср} = \frac{1}{l'}\int\limits_0^{l+Y_2} F\,dx = -i'\,\frac{c'}{c}. \qquad (11)$$

Из общей теории электрических машин известное понятие м.д.с. в рассматриваемом случае при заданном x равняется, согласно (8), сумме всех токов линейной токовой нагрузки (включая и $-\Sigma i$), находящихся на начальной или на конечной (считая от плоскости $x = \text{const.}$) сторонах расчетной модели. При плоском индукторе эта величина равняется сумме токов всех лобовых соединений реальной обмотки на одной боковой стороне ($y<0$, фиг. I,а), пронизывающих плоскость $x=\mathrm{const}$. Этот ток может быть назван расчетным лобовым током модели $i_л$.

Охватывающий весь зазор расчетный ток i' (I0), как выясняется из анализа (8) – (II), определяется из условия, что сумма магнитных моментов (произведений токов на охватываемые площади) всех токов, включая i' , равняется нулю. Ток i' целесообразно называть уравновешивающим током модели. В самом деле, согласно (I0),

$$2c'l'i' + 2c\int^{l} i_л\,dx - 2cY_2\sum i = 0.$$

Согласно (5), (6) и (7) и фиг. I,в, индукция при заданном x пропорциональна сумме исключительно всех токов как линейной токовой нагрузки, так и уравновешивающего тока i' и $\sum i$, находящихся на начальной или на конечной сторонах расчетной модели.

Магнитный поток ярма (на ширину $2c'$) определяется результатом интегрирования индукции зазора:

для начальной шунтирующей области $-Y_1 \leqslant x \leqslant 0$.

$$\Phi_{я1} = 2c'(x+Y_1)B_1 = -\frac{2c\mu_0}{\delta}(x+Y_1)F_{ср}, \qquad (I2)$$

для токовой области $0 \leqslant x \leqslant l$

$$\begin{aligned}\Phi_{я} &= 2c'(x+Y_1)B_1 + \frac{2c\mu_0}{\delta}\int_0^x F\,dx = \\ &= \frac{2c\mu_0}{\delta}\left[\int_0^x F\,dx - (x+Y_1)F_{ср}\right] = \\ &= \frac{2c\mu_0}{\delta}\left[\int_0^x (F-F_{ср})\,dx - Y_1 F_{ср}\right],\end{aligned} \qquad (I3)$$

для конечной шунтирующей области $l \leqslant x \leqslant l+Y_2$

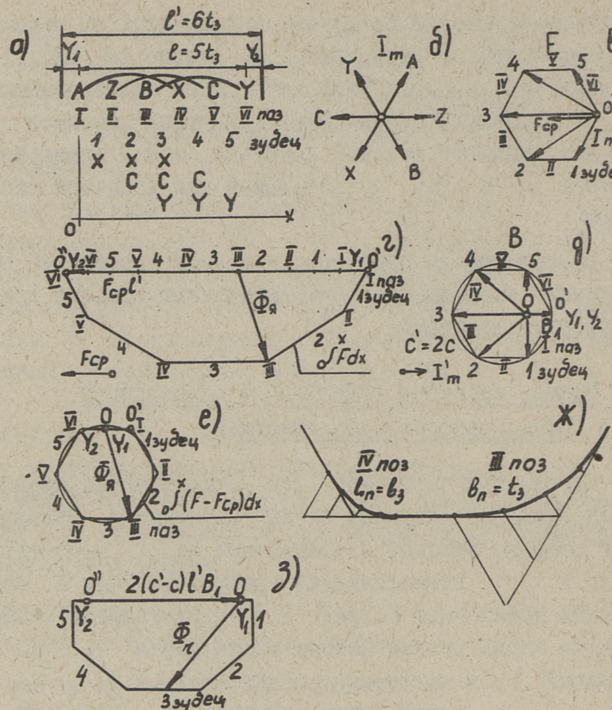
$$\Phi_{я2} = -2c'(l+Y_2-x)B_2 = \frac{2c\mu_0}{\delta}(l+Y_2-x)\left[F_{ср}-F(l)\right]. \qquad (I4)$$

Можно заключить, что поток ярма на шунтирующих областях изменяется линейно от нулевого значения при $x=-Y_1$ и $x=l+Y_2$ до значений, которые поток имеет на границах токовой области $x=0$ и $x=l$. Следовательно, поток ярма определяется по существу полностью выражением (I3). Если трактовать м.д.с. как лобовой ток и иметь в виду, что $2c\int_0^x i_л\,dx$ представляет собой магнитный момент токов линейной токовой нагрузки, находящихся на начальной части индуктора до координаты x, можно из (I2), (I3) и (I4) увидеть, что магнитный поток ярма при заданном значении x пропорционален сумме магнитных моментов всех токов как линейной токовой нагрузки, так и уравновешивающего тока $\dot{i}'$ и $\Sigma \dot{i}$ на начальной или конечной части индуктора.

Рассмотрим на некоторых примерах применение представленных зависимостей для дискретных обмоток при помощи векторных диаграмм.

Пример плоского индуктора с однослойной некорригированной обмоткой

На верхней части фиг. 2,а схематически представлено распределение токов по пазам однослойной некорригированной сосредоточенной элементарной ($p=1$) обмотки. Буквы A, X, B, Y, C, Z символизируют трехфазные токи с соответствующими индексами. На фиг. 2,б представлена векторная диаграмма симметричных полных токов пазов $\dot{i}_A$, $\dot{i}_B$, $\dot{i}_C$ с амплитудой I_m и их отрицательных величин $\dot{i}_X = -\dot{i}_A$, $\dot{i}_Y = -\dot{i}_B$ и $\dot{i}_Z = -\dot{i}_C$ в некотором масштабе m_i. Если при бесконечно узком пазе иметь в виду, что индуктор начинается и кончается полузубцами и отсутствует дополнительное продольное шунтирование, то $Y_1 = Y_2 = t_з/2$ и $l = 5t_з$ ($t_з$ – – зубцовый шаг). Геометрическим местом конца диаграммного вектора для м.д.с. F или лобового тока $\dot{i}_л$ (8) будет в том же масштабе $m_i = m_F$ шестиугольник фиг. 2,в, если началом векторов считать $0'$. Шестиугольная диаграмма получается суммированием всех токов пазов, начиная от последнего паза до первого (УI-I) или от первого до последнего, принимая отрицательный знак. М.д.с. около всех зубцов равняется сумме лобовых токов, обозначенных буквами под каждым зубцом на нижней части фиг. 2,а или векторами фиг. 2,в. Суммированием м.д.с. около всех зубцов по очереди получаем на фиг. 2,г ломаную линию, которая в масштабе $m_{Fx} = m_i t_з$ представляет геометрическое место конца диаграммного вектора или сокращенно век-



Фиг. 2. Определение индукции и потока плоского индуктора с однослойной обмоткой: а) схема и распределение м.д.с., б) векторная диаграмма токов пазов, в) векторная диаграмма м.д.с., г) концевые линии векторов потока ярма, д) векторная диаграмма индукций зазора, е) начальная точка и конечная линия векторов потока ярма, ж) определение влияния ширины паза, з) начальная точка и конечная линия векторов потока зазора.

тора[x] для $\int_0^x Fdx$, если началом вектора считать $0'$. Замыкающая этой линии $0'0''$ представляет согласно (II) вектор для $F_{cp}l'$ и его $t_з / l' = I/6$ доля будет вектором

---

[x] Далее в данной работе диаграммные векторы во времени синусоидально изменяющихся скалярных или векториальных величин будут называться, с целью сокращения, векторами этих величин: подразумеваются графически изображенные векторы.

для F_{cp}. В рассматриваемом случае $F_{cp} = i_c$. Вектор $\dot{I}'_m$ уравновешивающего тока i' будет согласно (I0) $\dot{I}'_m = -\frac{c}{c'}\dot{F}_{cp} = \frac{c}{c'}\dot{I}_{mz}$. На фиг. 2,д представлена в масштабе $m_B = \frac{\mu_0}{\delta} m_F$ векторная диаграмма индукций зубцов и шунтирующих областей согласно (5) и (6) при $c' = 2c$. По существу конец вектора для B лежит на шестиугольнике F, только начало вектора сдвинуто от $0'$ на 0.

Магнитный поток ярма в масштабе $m_\Phi = 2ct_3 m_B$ изображается согласно (I3) на фиг. 2,г вектором, начало и конец которого перемещаются соответственно на векторе для $F_{cp} l'$ и на линии для $\int_0^x F dx$. В самом деле, член $-\frac{x+Y_1}{l'} F_{cp} l'$ в квадратных скобках среднего выражения (I3) представляет такую долю от $F_{cp} l'$, какую составляет расстояние от начала магнитопровода (зазора) до рассматриваемой точки x от длины магнитопровода (зазора). Для удобного определения этого члена в зависимости от x на векторе для $F_{cp} l'$ нанесены отметки, соответствующие зубцам и пазам. Для определения вектора потока ярма следует на ломаной линии и на ее замыкающей соединить соответствующие точки. Для шунтирующих концевых областей Y_1 и Y_2 конец вектора фиксируется на точках $0'$ и $0''$. На фиг. 2,г показан вектор потока для сечения ярма около паза Ш.

Следует отметить, что $F_{cp} = i_{лср}$ легко определить и аналитически, путем суммирования всех лобовых токов около зубцов с последующим делением этой суммы на длину магнитопровода в зубцовых делениях. Согласно нижней части фиг. 2,а $F_{cp} = \frac{1}{6}(3i_x + 3i_c + 3i_Y) = i_c$. При известном значении F_{cp} основой геометрического конструирования векторов для $\Phi_я$ слудует выбрать последнее выражение (I3). На фиг. 2,е геометрическим местом конца вектора для $\int_0^x (F - F_{cp}) dx$ является шестиугольник, если началом векторов считать $0'$. Так как отрезок $0 \; 0'$ соответствует $-Y_1 F_{cp}$, то, начиная от точки 0, можем определить в вышеуказанном масштабе вектор потока, как указано в качестве примера для паза Ш.

Из приведенного выясняется, что при бесконечно узких пазах им соответствуют: на ломаной линии фиг. 2,г – углы, на шестиугольнике фиг. 2,е – углы и на шестиугольнике фиг. 2,в и д – стороны. При ненулевой ширине пазов, как можно убедиться по принципу интегрирования, прямоугольные участки зубцов на линиях фиг. 2,г и е укорачиваются и пазам будут соответствовать вместо углов плавные переходы. На фиг. 2,ж эти плавные переходы сконструированы в увеличенном масштабе с определением точек через каждое $b_з/4$ для паза IУ, если $b_п = t_з/2$ и для паза Ш, если $b_п = t_з$. Доля данного паза при интегрировании в его пределах прибавляется по квадратичной зависимости. В это время конец вектора индукции для точек в пределах паза перемещается равномерно по стороне шестиугольника фиг. 2,д. Однако для практических расчетов при сравнительной оценке свойств обмоток достаточно вести анализ в упрощенном виде, то есть при $b_з = 0$.

Для определения полезного потока Φ в зазоре, ограничиваясь при определении потока площадью шириной $2c$, следует провести графическое интегрирование по векторам индукции фиг. 2,д, как показано на фиг. 2,з. Замыкающим $0''\,0$ ломаной линии со всеми отрезками является согласно (I) вектор потока поперечных шунтирующих областей $2(c'-c)\,l'B_1$. Соединив между собой прямой линией две точки ломаной линии, соответствующие координатам x_1 и x_2, получим вектор потока $2c\int_{x_1}^{x_2} B\,dx$. В качестве примера на фиг. 2,з представлен вектор потока зазора одного полюсного деления

$$\Phi_\tau = 2c\int_{-Y_1}^{\tau-Y_1} B\,dx.$$

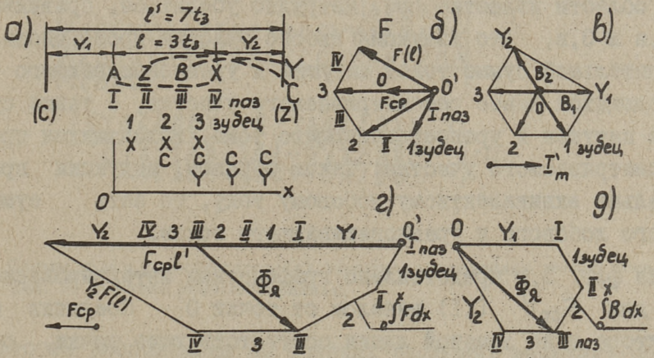
Из центров шестиугольников фиг. 2,д и е вырисованы окружности с радиусами, равными амплитудам основных гармоник бегущих составляющих

$$B_{m1} = \frac{\mu_0}{\delta}\,\frac{3}{\pi}\,I_m \quad \text{и} \quad \Phi_{m1} = \frac{\mu_0}{\delta}\,\frac{9}{\pi^2}\,t_з\,2c\,I_m.$$

Из фиг. 2,ж выясняется, что плавная кривая при $b_п = t_з$ практически тоже окружность и, естественно, совпадает с окружностью с радиусом Φ_{m1}, если учесть коэффициент открытия паза 0,955.

Пример цилиндрического индуктора с некорригированной обмоткой

Для выяснения влияния увеличенных продольных шунтирующих участков и неравенства длины обмотанной части индуктора к целому числу волн рассмотрим фиг. 3.



Фиг. 3. Определение индукции и потока цилиндрического индуктора с однослойной обмоткой: а) схема и распределение м.д.с., б) векторная диаграмма м.д.с., в) векторная диаграмма индукций зазора, г) концевые линии векторов потока, д) начальная точка и конечная линия векторов потока.

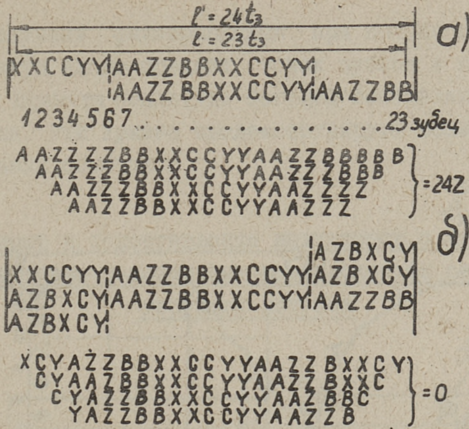
Представлено определение магнитных индукции зазора и потока ярма цилиндрического индуктора с сосредоточенной обмоткой, у которого обмотанная часть имеет длину лишь в одно полюсное деление. На фиг. 3,а представлено схематическое распределение токов по пазам индуктора и распределение м.д.с. или расчетного лобового тока. Величина м.д.с. получена суммированием всех токов пазов, находящихся левее рассматриваемой точки с приписанием отрицательного знака. Для шунтирующего участка Y_2 получается $F(l) = i_Y + i_C$ (9). Соответствующий ток указан буквами Y и C на правом конце магнитопровода с обозначением условных лобовых соединений. Средняя м.д.с., с учетом что $Y_1 = Y_2 = 2t_3$, будет $F_{cp} = \frac{1}{7}(4i_C + 3i_X + 3i_Y) = i_C$. Следовательно, уравновешивающий ток $i' = i_Z$ (10). Соответствующие буквы (C) и (Z) также указаны около концов магнитопровода. На фиг. 3,б представлена векторная диаграмма м.д.с. зубцов, $F(l)$ и F_{cp} от точки $0'$, то есть векторы токов фиг. 2,б. На фиг. 3,в представлены векторы индукции зубцов и шунтирующих участков. При рассматриваемой длине шунтирующих участков точка начала векторов индукции 0 совпадает с центром неполного шестиугольника и индукция зазора не содержит пульсирующей составляющей. Эта возможность компенсировать пульсирующие составляющие выбором длины токовой области известна [3]. Нетрудно убедиться, сравнивая фиг. 3,а и 3,в, что индукция любого участка пропорциональна отрицательной сумме токов катушек и уравновешивающего тока, находящихся левее рассматриваемого участка, а также сумме токов катушек и уравновешивающего тока, находящихся правее рассматриваемого участка. Таким образом, индукция пропорциональна эквивалентному лобовому току, то есть сумме расчетного лобового и уравновешивающего токов.

На фиг. 3,г представлено графическое интегрирование вектора для $F_{cp}l'$ (II) началом от точки $0'$. Соединив на этом векторе и на ломаной линии соответствующие точки, получим, согласно среднему выражению (I3), вектор потока ярма, как показано для паза Ш. Непосредственным графическим интегрированием по индукциям фиг. 3,в представлен поток ярма на фиг. 3,д. Нетрудно убедиться, что поток пропорционален отрицательной сумме произведений токов пазов и уравновешивающего тока одной стороны индуктора на их рассятояния до рассматриваемой точки. Например, поток около паза Ш пропорционален величине $-(4\dot{i}_C+2\dot{i}_A+\dot{i}_Z)t_3=(2\dot{i}_B+\dot{i}_Z)t_3$.

Пример и сопоставление индукторов с некорригированной двухслойной и комбинированной обмотками

На фиг. 4,а представлено распределение токов м.д.с. около зубцов для двухслойной некорригированной обмотки, то есть обмотки с полупустыми пазами на крайних полюсных делениях. Пренебрегая шунтированием $F_{cp}=\frac{1}{24}(16\dot{i}_A+8\dot{i}_X+16\dot{i}_B+$ $+8\dot{i}_Y+24\dot{i}_Z+8\dot{i}_C)=\dot{i}_Z$ и уравновешивающий ток $\dot{i}''=\dot{i}_C$.

На фиг. 4,б представлено то же самое для комбинированной обмотки [4], которая состоит из основной обмотки (фиг. 4,а) и из двух дополнительных однослойных некорригированных обмо-



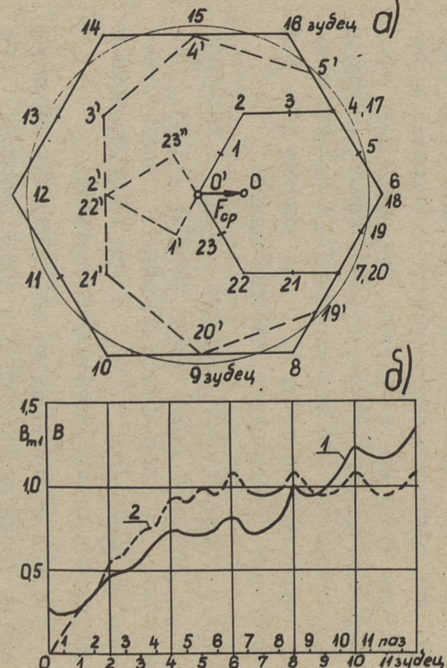
Фиг. 4. Схемы и м.д.с. индукторов: а) обмотка двухслойная некорригированная, б) обмотка комбинированная.

ток, которые расположены на крайних полюсных делениях основной обмотки. Катушки дополнительных обмоток имеют двукратное число витков в сравнении с катушками основной обмотки. Нетрудно убедиться, что у этой комбинированной отмотки $F_{cp} = -i' = 0$. Индуктор с такой отботкой можно называть уравновешенным.

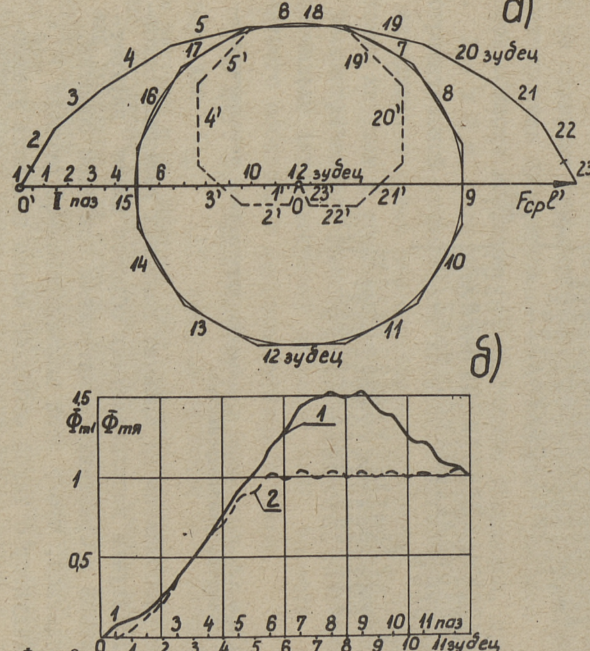
На рис. 5,а сконструированы от точки 0' ломаные линии, которые служат местом концов векторов для F и B обеих обмоток. В основной части (начиная от участка зубца 6 по участок зубца I8) эти линии для обеих обмоток совпадают, а начальные и конечные части их расходятся. Эти части для комбинированной обмотки указаны прерывистыми линиями, а номера зубцов отмечены штрихами. Для обмотки фиг. 4,а следует векторы индукции определить из точки 0, а для обмотки фиг. 4,б, благодаря отсутствию i', от центра шестиугольника 0'.

На фиг. 6,а суммированием векторов м.д.с. в масштабе $m_\Phi = 4ct_з m_B$ получены линии конца вектора потока. Начало вектора потока для двухслойной обмотки с полупустыми пазами движется по замыкающей $i'F_{cp}$, а для комбинированной обмотки фиксируется в центре двенадцатиугольника.

На фиг. 5,б и 6,б сопоставлен ход изменения амплитуд индукции и потока обоих индукторов для одной половины. Эти



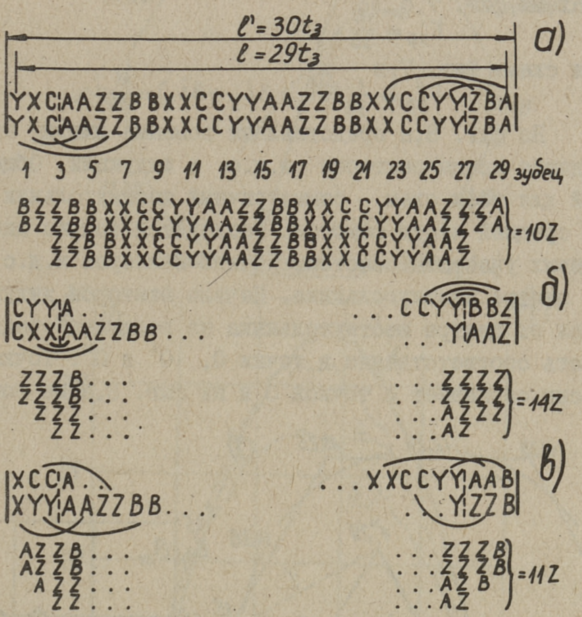
Фиг. 5.
Определение индукции индукторов с двухслойной некорригированной и комбинированной обмотками: а) начальные точки и конечные линии векторов м.д.с. и индукции зазора, б) амплитудное распределение индукции: 1 – некорригированная обмотка, 2 – комбинированная обмотка.



Фиг. 6.
Определение потока индукторов с двухслойной некорригированной и комбинированной обмотками: а) начальные линия и точка и конечные линии векторов потока, б) амплитудное распределение потока: 1 – некорригированная обмотка; 2 – комбинированная обмотка.

кривые получены фиксированием при помощи циркуля значений амплитуд около средних точек зубцов и пазов. За единицу на оси принята амплитуда бегущей составляющей индукции или потока. Эти кривые продемонстрируют полезную роль дополнительных обмоток.

Пример и сопоставление индукторов с двухслойными обмотками с различным расположением сторон корригирующих катушек



Фиг. 7. Схемы и м.д.с. корригированных обмоток индукторов насосов: а) ЭМН-7, б) ЭМН-6, в) ЭМН-5.

На фиг. 7-9 определяется и сравнивается распределение индукции и потока трех двухслойных обмоток, отличающихся различным расположением корригирующих сторон катушек в нормальных полностью заполненных пазах. Оказывается, что при двух пазах на полюс и фазу ($q = 2$) возможных различных расположений теоретически 2I. Для рассмотрения выбраны наиболее часто применяемые схемы. На фиг. 7,а,б,в представлены схемы обмоток и распределение м.д.с. индукторов индукционных насосов соответственно ЭМН-7, -6 и -5 [5,6]. Средние четырехполюсные части у этих обмоток идентичны. Отличаются схемы и распределения м.д.с. только концевых частей. Средняя м.д.с. обмотки в этом случае также определяется только концевыми участками, так как двухслойная обмотка с целым числом пар полюсных делений не создает результирующего магнитного момента. Следовательно, для схемы фиг. 7,а

$$F_{cp} = \frac{1}{30}(2\dot{i}_B + 8\dot{i}_Z + 2\dot{i}_A) = \frac{1}{3}\dot{i}_Z ,$$

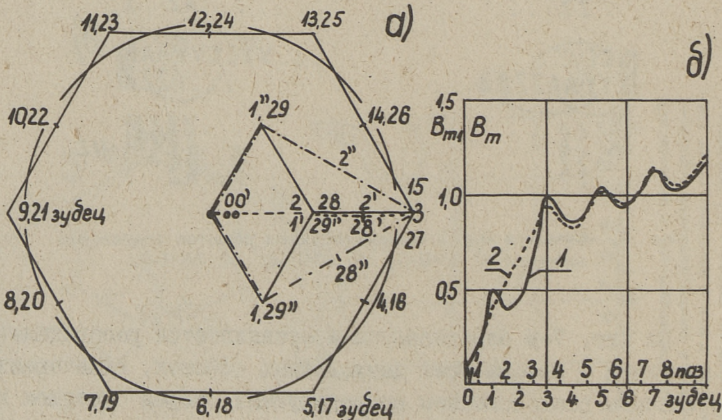
для схемы фиг. 7,б

$$F'_{cp} = \frac{14}{30}\dot{i}_Z$$

и для схемы фиг. 7,в

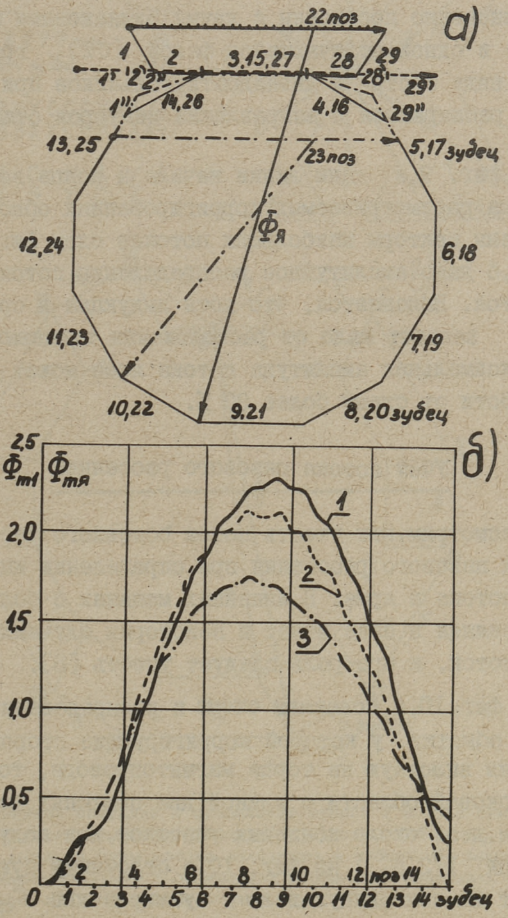
$$F''_{cp} = \frac{1}{30}(3\dot{i}_A + 8\dot{i}_Z + 3\dot{i}_B) = \frac{11}{30}\dot{i}_Z .$$

На фиг. 8,а представлены ломаные линии, на которых находятся концы векторов м.д.с. и индукции. Общая часть линий для всех схем - симметричный шестиугольник - относится к средней части обмоток. Расходятся только линии для концевых участков обмоток. Начало векторов м.д.с. находится в центре шестиугольника. Начало векторов индукции сдвигается от центра шестиугольника на величину средней м.д.с., то есть соответственно в точки 0, 0' и 0". Точка 0" практически совпадает с точкой 0 и на фиг. 8,а не показана.



Фиг. 8. Определение индукции индукторов с корригированными обмотками: а) начальные точки и конечные линии векторов м.д.с. и индукции зазора, б) амплитудное распределение индукции. Сплошная линия, 1 - обмотка фиг. 7,а; прерывистая линия, 2 - обмотка фиг. 7,б; штрихпунктирная линия - обмотка фиг. 7,в.

На фиг. 8,б для схем фиг. 7,а и б представлен ход изменения амплитуд индукции. Прерывистая линия качественно, то есть по характеру волнистости совпадает с экспериментальной кривой 5 на фиг. II [7], которая получена для симметричных токов. Для количественного совпадения расчетных и экс-



Фиг. 9. Определение потока индукторов с корригированными обмотками: а) концевые линии векторов потока. б) амплитудное распределение потока. Сплошная линия, 1 – обмотка фиг. 7,а; прерывистая линия, 2 – обмотка фиг. 7,б; штрихпунктирня линия, 3 – обмотка фиг. 7,в.

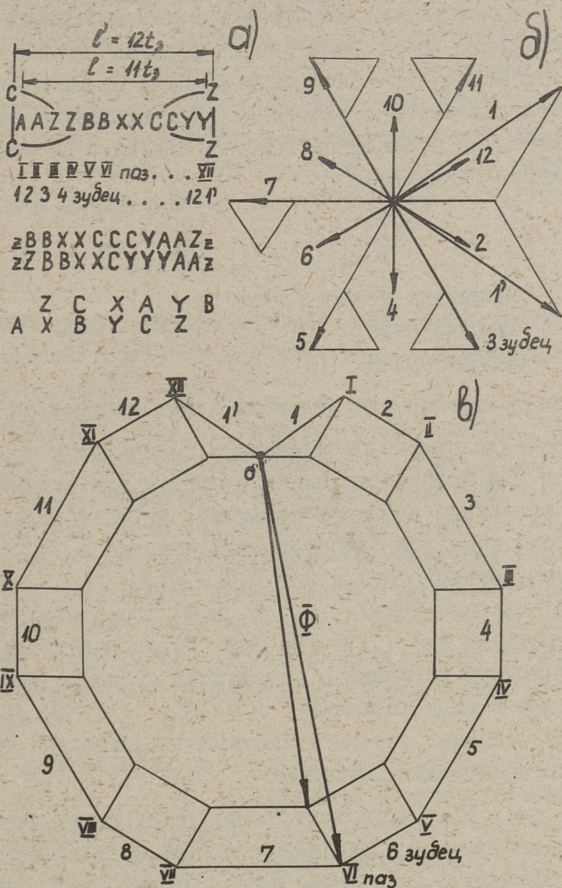
периментальных кривых следует при конструировании учесть реально существующее боковое шунтирование и ввести отношение $\frac{c'}{c}$ = I,75. Большинство экспериментов проведено на практике при симметричной системе напряжений, например,распределение поля насоса ЭМН-7 на фиг. 5-I4 [I]. В этом случае в основу рассматриваемого графического построения следует брать реальную систему токов. В связи с тем, что индукторы обыкновенно построены с двумя одинаковыми фазами (AX и BY) и одной отличающейся фазой (CZ), графические фигуры в виде шести- и двенадцатиугольников при этом сжимаются или расширяются в направлении векторов отличающейся фазы (CZ).

На фиг. 9,а даны линии начала и конца векторов для потока ярма рассматриваемых корригированных обмоток. Там же представлены векторы наибольших потоков схем фиг. 7,а и в. На фиг. 9,б дано амплитудное распределение потока ярма для трех обмоток. Выясняется, что хотя индукция в средней части индуктора зависит мало от расположения концевых частей обмоток, максимальная амплитуда потока ярма может изменяться в зависимости от схемы более 30 %.

Учет потока пазового рассеяния

Рассмотрим,как учесть поток основного рассеяния, то есть поток пазового рассеяния при определении индукции в зубцах и потока в ярме. В линейных машинах с большим зазором поток рассеяния в пазе может в некоторых случаях превзойти полезный поток, и его роль следует учесть [8].

На фиг.I0,а показаны схема и распределение м.д.с. однослойной обмотки, у которой корригирующие стороны катушек расположены вплотную на торце магнитопровода, то есть на границе токовой области с длиной два полюсных деления.Обозначение м.д.с. около концевых участков,или полузубцов I и I' (шириной I/2 $b_з$) на фиг. I0,а строчными буквами символизирует их половинную долю в суммировании F_{cp} (II). В данном случае $F_{cp} = -i'' = 0$, то есть индуктор уравновешенный. В нижней части той же фигуры символически показаны фазы потоков рассеяния в зубцах и концевых участках магнитопровода. Любой ток в пазе вызывает противофазные потоки рассеяния в смежных зубцах. Зубцы 2, 4, 6 и т.д., находящиеся



Фиг. 10. Определение индукции в основаниях зубцов и потока ярма индуктора с учетом пазового рассеяния: а) схема обмотки, распределение м.д.с. и фазы потока рассеяния в зубцах, б) векторная диаграмма индукций в основаниях зубцов, в) начальная точка и конечная линия векторов потока ярма.

между ранвми токами, продольным потоком рассеяния не нагружены. Зубцы 3, 5-II нагружены продольным потоком рассеяния от токов смежных пазов. Концевые участки нагружены потоком рассеяния одного паза. Если учесть фазовый сдвиг, то выясняется, что все зубцы и концевые участки пронизываются по значению равным потоком рассеяния. При открытом равномерно заполненном пазе упомянутый поток и индукция от него в основании зубца следующие:

$$\Phi_n = \frac{\mu_0 2ch_n}{2b_n} I_m, \quad B_n = \frac{\mu_0 h_n}{2b_n b_з} I_m,$$

где I_m - амплитуда полного тока паза,

h_n - глубина паза,

$b_з$ - ширина зубца.

Если масштабом для индукции зубца выбирать $m_{Bз} = m_B t_з / b_з$ и масштабом для потока пользоваться по-прежнему $m_\Phi = m_B 2ct_з$, то векторы для потока рассеяния в ярме и для индукции рассеяния в основании зубца имеют длину, которая больше длины вектора тока паза при односторонней обмотке в $h_n\delta / 2b_n t_з$ и при двусторонней обмотке в $h_n\delta / 4b_n t_з$ раз. Для рассмотренных насосов ЭМН-7, -6, -5 [5,6] это отношение находится в пределах I,2...I,5. На фиг. I0,б представлена векторная диаграмма индукций в основаниях зубцов с учетом рассеяния, имея в виду отношение $h_n\delta / 4b_з t_з$ = I,33. Доля рассеяния для концевых участков составляет благодаря их меньшей ширине двукратную величину.

На рис. I0,в сконструирована линия конца вектора потока с учетом пазового рассеяния той же интенсивности. Фаза потока рассеяния в ярме около паза и около зубца, находящегося между пазами с равными токами, совпадает с фазой тока соответствующего паза. Следовательно, во всех сечениях ярма около зубцов 2, 4, 6 по I2 дополнительный поток от рассеяния совпадает по фазе с токами смежных пазов и рассматриваемые участки ломаной линии проходят параллельно сторонам двенадцатиугольника. С передвижением рассматриваемого сечения ярма около зубцов 3, 5, 7, 9 и II, которые находятся между пазами разных токов, составляющая потока рассеяния предыдущего паза уменьшается и составляющая потока рассеяния следующего паза увеличивается. В конечном счете конец вектора для потока ярма все же расположится на параллельные к сторонам двенадцатиугольника отрезки.

Сравнивая фиг. I0,б и в между собою, можем заключить, что увеличение индукции от потока рассеяния в основаниях зубцов больше, чем увеличение потока ярма. Индукция половины зубцов в рассматриваемом примере увеличится в I,67 раза, а в концевых участках даже в 2 раза. В это время поток ярма около паза УI увеличится лишь на I,I7 раза.

Заключение

Подытоживая вышеизложенное, можем графическую процедуру определения векторов индукции зазора и потока ярма заключить в следующие этапы.

I. Суммированием по очереди отрицательных векторов токов сторон катушек плоского индуктора (фиг. 2,в; 5,а;8,а) или токов катушек цилиндрического индуктора (фиг. 3,б) образуется ломаная линия (полигон), которая служит конечной линией векторов м.д.с. и векторов индукции зазора. Углам этой ломаной линии токов соответствуют зубцы и сторонам пазы. Замыкающая этой линии определяет м.д.с. около конечного шунтирующего участка цилиндрического индуктора (фиг. 3,б). Началом векторов м.д.с. служит начальная точка той же ломаной линии.

2. Суммированием по очереди взвешенных векторов м.д.с., то есть векторов м.д.с., умноженных на относительную эквивалентную длину (или даже площадь) относящих им участков магнитопровода, образуется ломаная линия (фиг. 2,г; 3,г;6,а; 9,а). Базисной длиной целесообразно выбрать $t_з$ (фиг. 2,г; 3,г) или $2t_з$ (фир. 6,а; 9,а). Эта линия служит конечной линией векторов потока ярма или при отсутствии бокового шунтирования также векторов потока зазора. Углам этой ломаной линии соответствут пазы и сторонам - зубцы. Замыкающая этой линии является начальной линией векторов потока. Определение вектора потока для заданного сечения ярма происходит соединением соответствующих этому сечению точек на этих концевых (начальной и конечной) линиях. Начальная точка фиксируется относительно концов замыкающей пропорционально расстояниям сечения ярма от концов эквивалентного магнитопровода.

3. Деление замыкающей ломаной линии м.д.с. на относительную эквивалентную длину ярма дает вектор средней по длине ярма м.д.с. Сдвиг начальной точки векторов индукции зазора от начальной точки векторов м.д.с. равняется этому вектору средней м.д.с. при отсутствии бокового шунтирования (фиг. 3,б; 5,а; 8,а). При наличии бокового шунтирования следует упомянутый сдвиг уменьшить на $\frac{c}{c'}$ раз (фиг.2,д). При совпадении начальной и конечной точек ломаной линии м.д.с. при уравновешенном индукторе (фиг. 4,б; 10,а) начала векторов индукции и м.д.с. совпадают, и начало векторов потока ярма совпадает с началом ломаной линии м.д.с. (фиг. 6,а; 10,в).

4. Суммированием по очереди взвешенных векторов индукции зазора, т.е. векторов индукции зазора, умноженных на относительную длину относящихся им участков магнитопровода, образуется ломаная линия (фиг. 2,з; 3,д), которая служит конечной линией для векторов потока зазора. Углам этой ломаной линии индукции соответствуют пазы и сторонам зубцы. Началом векторов потока зазора, то есть потока через зазор от начала магнитопровода до рассматриваемого сечения зазора, служит начальная точка той же ломаной линии. Переставлением начальной точки вектора потока зазора на определенную точку ломаной линии индукции определяется вектор потока через зазор, начиная от соответствующего этой точке сечения зазора. Для уравновешенных индукторов ломаная линия индукции и ломаная линия м.д.с. совпадают.

Небезынтересно отметить, что существует аналогия между рассматриваемыми магнитными характеристиками линейного индуктора и механическими характеристиками палки на двух опорах. Аналогичными величинами плоского индуктора с токовыми катушками и палки, которую нагружают силовые пары, будут: сторона катушки с током и сила; катушки с током и силовая пара; уравновешивающие токи на концах зазора и реакции опор, определяющиеся из условия равновесия магнитных и силовых моментов; магнитная индукция в зазоре и поперечная сила, определяющиеся как суммы токов или сил, находящихся на одной стороне индуктора или палки до рассматриваемого сечения; магнитный поток ярма и изгибающий момент, определяющиеся как суммы произведений токов или сил на их расстояния до рассматриваемого сечения, то есть как суммы магнитных и механических моментов.

Рассмотренные примеры в целом показывают удобство данного метода определения магнитных индукций зазора и потока ярма при анализе и сравнении различных обмоток линейных индукторов, их комбинаций и способов корригирования. Дано простое объяснение экспериментально установленной волнистости кривых распределения поля. Указывается путь учета влияния пазового рассеяния на магнитные нагрузки магнитопровода. Выведенные концевые линии и точки векторов индукции и потока со своей наглядностью намного облегчают понимание физических процессов, происходящих в линейных индукторах.

Литература

I. Вольдек А.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л., "Энергия", 1970.

2. Янес Х.И. Модель линейной индукционной машины с объемными и поверхностными токами в немагнитном зазоре. -"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1974, № 363.

3. Валдманис Я.Я., Лиелпетер Я.Я. Структура магнитного поля в рабочем зазоре линейной МГД-машины при произвольном числе полюсов и конечной длине магнитопровода. "Магнитная гидродинамика", 1967, № I.

4. Ветохин В.И., Янес Х.И. Многофазная двухслойная обмотка для линейных индукционных машин. Авторское свидетельство № 298998 от II.II.1968 г.

5. Валдур Л.В., Конт А.В., Янес Х.И. Формуляр контрольного расчета линейного плоского индукционного насоса. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1974, № 363.

6. Янес Х.И., Таммемяги Х.А., Конт А.В. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1962, серия А, № 197.

7. Янес Х.И., Тийсмус Х.А., Веске Т.А., Лийн Х.А., Таммемяги Х.А. Экспериментальное ис-

следование плоских индукционных насосов. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1962, серия А, № 197.

8. К о н т А.В., Я н е с Х.И. Потери в стали плоского линейного индукционного насоса с учетом пазового рассеяния и разомкнутости магнитопровода. - Техническая электромагнитная гидродинамика, Труды № 6, М., "Металлургия", 1967.

H. Jänes

The Determination of the Magnetic Induction in the Air-Gap and the Flux of the Core of the Linear Inductors by means of Vector Diagrams

Summary

The calculating model of the linear inductor and the dependence of the induction in the air-gap and the flux in the core on the distribution of the currents of the winding and on the dimensions of the magnetic circuit are presented. The distribution of the magnetic field by means of vector diagrams on samples of the flat and annular inductors with different windings are investigated. The possibility of taking into account the slot leakage is shown.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398 1976

УДК 621.313.333:621.3.017.3

Х.И. Янес

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ МОЩНОСТЕЙ МАГНИТНЫХ ПОТЕРЬ ПО ФАЗАМ ТРЕХФАЗНОГО ЛИНЕЙНОГО ИНДУКТОРА

В принципе точное определение магнитных потерь или потерь в стали в электрических машинах, особенно в их ярмах, представляет весьма сложную задачу [1]. В практических расчетах ограничиваются прикидочным определением потерь. Задача осложняется дополнительно при индукторах линейных индукционных машин благодаря их пофазной несимметрии [2]. При некоторых предлагаемых обмотках, не имеющих полного числа пар полюсных делений [3], несимметрия может существенно увеличиваться и возникает вопрос, какую долю обычным методом определяемых мощностей потерь следует отнести к конкретной фазе трехфазного индуктора. В данной работе делается попытка решить эту задачу на уровне общепринятого допущения, что контуры потерь (вихревых токов) в стали не обладают индуктивностью [4]. При решении примеров пользуются векторными диаграммами индукций зубцов и потоков в сечениях ярма [5]. При конструировании векторных диаграмм потоков пренебрегается шириной паза индуктора.

Теоретические основы

На фиг. 1 представлена схема трехфазного индуктора с указанием двух контуров потерь, которых, однако, может быть много. Взаимные индуктивности указаны для одного контура потерь. Для других контуров они обозначены штрихами. Если предполагать, что $r_4 \gg \omega L_4$, $r_4' \gg \omega L_4'$, $r_4'' \gg \omega L_4''$ и т.д., то можем, пренебрегая индуктивностями и взаимным магнитным влиянием контуров потерь, написать [4]:

$$\left.\begin{aligned}
\dot U_1 &= \dot I_1 j\omega L_1 + \dot I_2 j\omega M_{12} + \dot I_3 j\omega M_{13} + \dot I_4 j\omega M_{14} + \dot I'_4 j\omega M'_{14} + \ldots,\\
\dot U_2 &= \dot I_1 j\omega M_{12} + \dot I_2 j\omega L_2 + \dot I_3 j\omega M_{23} + \dot I_4 j\omega M_{24} + \dot I'_4 j\omega M'_{24} + \ldots,\\
\dot U_3 &= \dot I_1 j\omega M_{13} + \dot I_2 j\omega M_{23} + \dot I_3 j\omega L_3 + \dot I_4 j\omega M_{34} + \dot I'_4 j\omega M'_{34} + \cdots,\\
0 &= \dot I_1 j\omega M_{14} + \dot I_2 j\omega M_{24} + \dot I_3 j\omega M_{34} + \dot I_4 r_4,\\
0 &= \dot I_1 j\omega M'_{14} + \dot I_2 j\omega M'_{24} + \dot I_3 j\omega M'_{34} + \dot I'_4 r'_4,\\
&\text{- -}
\end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{I})$$

В связи с тем, что $M_{mn} = M_{nm}$ [4], в (I) и дальше все двойные индексы написаны в очередности их увеличения.

Токи контуров потерь будут:

$$\left.\begin{aligned}
\dot I_4 &= \frac{\dot U_4}{r_4} = -\frac{1}{r_4}(\dot I_1 j\omega M_{14} + \dot I_2 j\omega M_{24} + \dot I_3 j\omega M_{34}),\\
\dot I'_4 &= \frac{\dot U'_4}{r'_4} = -\frac{1}{r'_4}(\dot I_1 j\omega M'_{14} + \dot I_2 j\omega M'_{24} + \dot I_3 j\omega M'_{34}),\\
&\text{- -}
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Для приложенных напряжений из (I) получаем

$$\left.\begin{aligned}
\dot U_1 &= \dot I_1(j\omega L_1 + r_{11}) + \dot I_2(j\omega M_{12} + r_{12}) + \dot I_3(j\omega M_{13} + r_{13}),\\
\dot U_2 &= \dot I_1(j\omega M_{12} + r_{12}) + \dot I_2(j\omega L_2 + r_{22}) + \dot I_3(j\omega M_{23} + r_{23}),\\
\dot U_3 &= \dot I_1(j\omega M_{13} + r_{13}) + \dot I_2(j\omega M_{23} + r_{23}) + \dot I_3(j\omega L_3 + r_{33}),
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где активные сопротивления, определяющие потребление магнитных потерь от первичной сети, будут

$$\left.\begin{aligned}
r_{11} &= \omega^2\left(\frac{M_{14}^2}{r_4} + \frac{M'^2_{14}}{r'_4} + \ldots\right),\\
r_{22} &= \omega^2\left(\frac{M_{24}^2}{r_4} + \frac{M'^2_{24}}{r'_4} + \ldots\right),\\
r_{33} &= \omega^2\left(\frac{M_{34}^2}{r_4} + \frac{M'_{34}}{r'_4} + \cdots\right),\\
r_{12} &= \omega^2\left(\frac{M_{14}M_{24}}{r_4} + \frac{M'_{14}M'_{24}}{r'_4} + \ldots\right),
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$r_{13} = \omega^2\left(\frac{M_{14}M_{34}}{r_4} + \frac{M'_{14}M'_{34}}{r'_4} + \cdots\right),$$

$$r_{23} = \omega^2\left(\frac{M_{24}M_{34}}{r_4} + \frac{M'_{24}M'_{34}}{r'_4} + \cdots\right).$$

Назовем эти сопротивления собственными r_{11}, r_{22}, r_{33} (они положительны) и взаимными r_{12}, r_{13}, r_{23} (они могут быть как положительными, так и отрицательными) фазными сопротивлениями магнитных потерь.

Комплексные мощности фаз

$$\left.\begin{aligned}
\dot U_1 \overset{*}{I}_1 &= j\omega \overset{*}{I}_1 (L_1 \dot I_1 + M_{12}\dot I_2 + M_{13}\dot I_3) + \overset{*}{I}_1 (r_{11}\dot I_1 + r_{12}\dot I_2 + r_{13}\dot I_3),\\
\dot U_2 \overset{*}{I}_2 &= j\omega \overset{*}{I}_2 (M_{12}\dot I_1 + L_2 \dot I_2 + M_{23}\dot I_3) + \overset{*}{I}_2 (r_{12}\dot I_1 + r_{22}\dot I_2 + r_{23}\dot I_3),\\
\dot U_3 \overset{*}{I}_3 &= j\omega \overset{*}{I}_3 (M_{13}\dot I_1 + M_{23}\dot I_2 + L_3 \dot I_3) + \overset{*}{I}_3 (r_{13}\dot I_1 + r_{23}\dot I_2 + r_{33}\dot I_3).
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

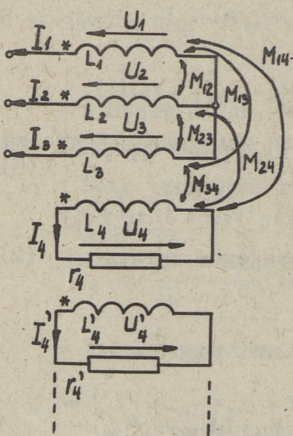
Суммарная активная мощность магнитных потерь по (2) будет

$$\begin{aligned}
P_{cm} &= I_4^2 r_4 + I_4'^2 r'_4 + \cdots = \dot I_4 \overset{*}{I}_4 r_4 + \dot I'_4 \overset{*}{I}{}'_4 r'_4 + \ldots = \dot U_4 \overset{*}{I}_4 + \dot U'_4 \overset{*}{I}{}'_4 + \ldots =\\
&= -(\dot I_1 j\omega M_{14} + \dot I_2 j\omega M_{24} + \dot I_3 j\omega M_{34})\frac{j\omega}{r_4}(\overset{*}{I}_1 M_{14} + \overset{*}{I}_2 M_{24} + \overset{*}{I}_3 M_{34}) -\\
&- (\dot I_1 j\omega M'_{14} + \dot I_2 j\omega M'_{24} + \dot I_3 j\omega M'_{34})\frac{j\omega}{r'_4}(\overset{*}{I}_1 M'_{14} + \overset{*}{I}_2 M'_{24} + \overset{*}{I}_3 M'_{34}) =\\
&= \overset{*}{I}_1 (r_{11}\dot I_1 + r_{12}\dot I_3 + r_{13}\dot I_3) + \overset{*}{I}_2 (r_{12}\dot I_1 + r_{22}\dot I_2 + r_{23}\dot I_3) +\\
&+ \overset{*}{I}_3 (r_{13}\dot I_1 + r_{23}\dot I_2 + r_{33}\dot I_3).
\end{aligned} \quad (6)$$

Следовательно, сумма вторых частей комплексных мощностей выражений (5) вещественная и представляет суммарную активную мощность магнитных потерь. Вторые части выражений (5) в отдельности представляют комплексные мощности фаз от магнитных потерь. Активные мощности от магнитных потерь по фазам в сумме будут:

$$P_{cm1} = I_1^2 r_{11} + I_1 I_2 r_{12}\cos(\psi_2 - \psi_1) + I_1 I_3 r_{13}\cos(\psi_3 - \psi_1),$$

$$\left.\begin{aligned}
P_{cm2} &= I_2^2 r_{22} + I_1 I_2 r_{12}\cos(\psi_1-\psi_2) + I_2 I_3 r_{23}\cos(\psi_3-\psi_2),\\
P_{cm3} &= I_3^2 r_{33} + I_1 I_3 r_{13}\cos(\psi_1-\psi_3) + I_2 I_3 r_{23}\cos(\psi_2-\psi_3),\\
P_{cm} &= I_1^2 r_{11} + I_2^2 r_{22} + I_3^2 r_{33} + 2I_1 I_2\cos(\psi_1-\psi_2) +\\
&\quad + 2I_1 I_3 r_{13}\cos(\psi_1-\psi_3) + 2I_2 I_3 r_{23}\cos(\psi_2-\psi_3),
\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$



Фиг. 1. Схема трехфазной цепи с контурами потерь.

где ψ_1, ψ_2 и ψ_3 - начальные фазы токов.

Из (7) видно, что в однофазных режимах магнитные потери определяются через собственные сопротивления:

$$P_{cm01} = I^2 r_{11}, \quad P_{cm02} = I^2 r_{22},$$

$$P_{cm03} = I^2 r_{33}. \qquad (7\text{-а})$$

Собственные сопротивления потерь могут быть введены согласно (3) в схему трехфазной цепи, аналогично активным сопротивлениям фаз.

Для однофазных режимов с последовательным соединением двух фаз получим из (7):

$$\left.\begin{aligned}
&P'_{cm} = I^2(r_{11} + r_{22} \pm 2r_{12}),\\
&\text{если}\quad \dot I_2 = \dot I_1 = \dot I \quad \text{или} \quad \dot I_2 = -\dot I_1 = -\dot I,\\
&P''_{cm} = I^2(r_{11} + r_{33} \pm 2r_{13}),\\
&\text{если}\quad \dot I_3 = \dot I_1 = \dot I \quad \text{или} \quad \dot I_3 = -\dot I_1 = -\dot I,\\
&P'''_{cm} = I^2(r_{22} + r_{33} \pm 2r_{23}),\\
&\text{если}\quad \dot I_3 = \dot I_2 = \dot I \quad \text{или} \quad \dot I_3 = -\dot I_2 = -\dot I.
\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{-б})$$

То обстоятельство, что выражения в скобках (7-б) аналогичны выражениям эквивалентных индуктивностей последовательных соединений двух фаз с взаимной индуктивностью, и структура выражений (3) показывают, что взаимные сопротивления потерь следует рассматривать как мнимые части взаимных индуктивностей фаз. В расчет несимметричной трехфазной цепи [6] следует вместо $j\omega M_{mn}$ внести

$$Z_{mn} = j\omega\left(M_{mn} - \frac{jr_{mn}}{\omega}\right) = r_{mn} + j\omega M_{mn}.$$

Выражения суммарных мощностей потерь однофазных режимов (7-а) и (7-б) являются основой для расчетного или экспериментального определения собственных и взаимных сопротивлений магнитных потерь. Взаимные сопротивления определяются через разности суммарных потерь последовательных соединений и однофазных режимов.

При симметричной трехфазной системе токов прямой последовательности $\dot I_1 = \dot I$, $\dot I_2 = a^2\dot I$ и $\dot I_3 = a\dot I$ [4], где $a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, из (7) получаем:

$$\left.\begin{aligned} P_{cm1} &= I^2\left(r_{11} - \frac{r_{12}}{2} - \frac{r_{13}}{2}\right),\\ P_{cm2} &= I^2\left(r_{22} - \frac{r_{12}}{2} - \frac{r_{23}}{2}\right),\\ P_{cm3} &= I^2\left(r_{33} - \frac{r_{13}}{2} - \frac{r_{23}}{2}\right),\\ P_{cm} &= I^2\left(r_{11} + r_{22} + r_{33} - r_{12} - r_{13} - r_{23}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Из этих выражений следует, что взаимные сопротивления потерь должны быть в сумме отрицательными. Это согласуется с (4), так как взаимные индуктивности фаз трехфазных машин обыкновенно отрицательные [2].

Судя по структуре выражений (4) - (8), можно мощности магнитных потерь по фазам определить в отдельности для всех участков магнитопроводов и результаты просуммировать. Это возможно, видимо, потому, что взаимным влиянием между контурами потерь пренебрегаются.

В связи с тем, что при расчете магнитопроводов машин всегда определяются индукции или потоки отдельных участков магнитопровода,целесообразно связывать расчет потерь именно этими величинами. Пусть потоки этих участков индуктируют э.д.с. и напряжения в эквивалентных контурах потерь, которые предполагаем окружающими в виде проводящих гильз все зубцы и участки ярма магнитопровода. Представим мощность потерь одного такого участка через индуктированное потоком этого участка напряжение (2):

$$P_{cm} = \frac{U_4^2}{r_4} = \frac{\dot U_4 \overset{*}{U}_4}{r_4} = \frac{\dot U_4}{r_4}(\overset{*}{I}_1 j\omega M_{14} + \overset{*}{I}_2 j\omega M_{24} + \overset{*}{I}_3 j\omega M_{34}) =$$

$$= \frac{\dot U_4}{r_4}(\overset{*}{U}_{41} + \overset{*}{U}_{42} + \overset{*}{U}_{43}) = \mathrm{Re}\left(\frac{\dot U_4 \overset{*}{U}_{41}}{r_4} + \frac{\dot U_4 \overset{*}{U}_{42}}{r_4} + \frac{\dot U_4 \overset{*}{U}_{43}}{r_4}\right) = \tag{9}$$

$$= \frac{U_4 U_{41}}{r_4}\cos(\psi_4 - \psi_{41}) + \frac{U_4 U_{42}}{r_4}\cos(\psi_4 - \psi_{42}) + \frac{U_4 U_{43}}{r_4}\cos(\psi_4 - \psi_{43}).$$

Здесь $\dot U_{41} = U_{41} e^{j\psi_{41}}$, $\dot U_{42} = \dot U_{42} e^{j\psi_{42}}$ и $\dot U_{43} = U_{43} e^{j\psi_{43}}$

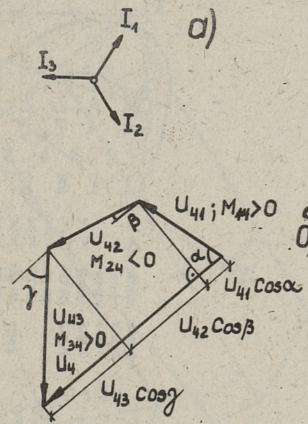
комплексные составляющие напряжения $\dot U_4 = U_4 e^{j\psi_4}$ в контуре потерь, обусловленные взаимоиндуктивной связью с фазами трехфазной **обмотки**.

Сравнивая выражения (2), (6) и (9), можем убедиться, что каждый член последнего выражения (9) равняется вещественной части соответствующего члена последнего выражения (6), если сопротивления потерь (4) будут определены для одного контура потерь.

Если суммарные потери известны, то есть они определены по результирующему потоку, а разделить следует их лишь по отдельным фазам, то относительные фазные составляющие потерь будут:

$$\left.\begin{aligned} \frac{P_{cm1}}{P_{cm}} &= \frac{U_{41}}{U_4}\cos(\psi_4 - \psi_{41}), \\ \frac{P_{cm2}}{P_{cm}} &= \frac{U_{42}}{U_4}\cos(\psi_4 - \psi_{42}), \\ \frac{P_{cm3}}{P_{cm}} &= \frac{U_{43}}{U_4}\cos(\psi_4 - \psi_{43}). \end{aligned}\right\} \tag{I0}$$

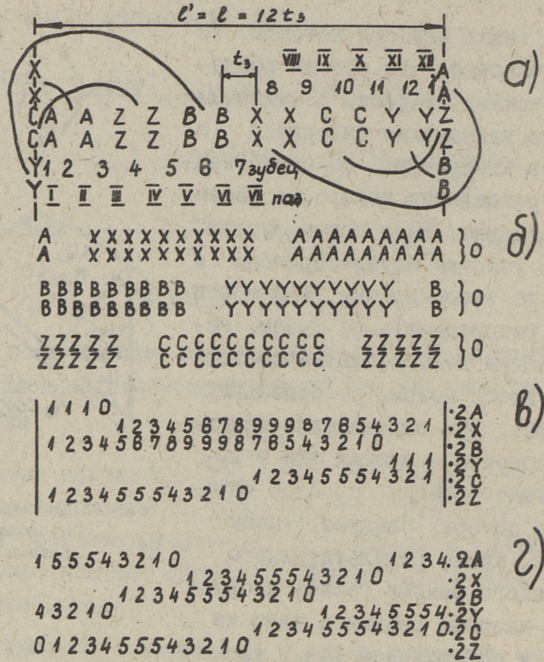
Правые стороны (I0) представляют собой проекции векторов составляющих напряжения контура потерь на вектор этого напряжения. На фиг. 2,а представлена векторная диаграмма трехфазных токов и на фиг. 2,б **векторы индуктированных ими** составляющих напряжений, которые в сумме дают вектор напряжения в контуре потерь. Там же показаны проекции векторов этих составляющих на вектор результирующего напряжения. Этим векторам напряжений пропорциональны векторы потокосцеплений или, если иметь в виду одновитковые контуры потерь, также векторы потоков. То обстоятельство, что потоки совпадают с токами по фазе, а индуктированные напряжения находятся с токами в квадратуре, не существенно при разделении потерь по фазам. Следовательно, зная поток определенного участка магнитопровода и потери от этого потока, можем эти потери распределить по фазам, если известны векториальные составляющие этого потока от отдельных токов фаз. При определении индукций и потоков в зубцах или в ярмах магнитопровода, с целью определения потерь, следует, таким образом, кроме результирующего трехфазного режима решить и однофазные частные режимы с теми же токами и соблюдением фаз, какие имеют место в трехфазном результирующем режиме. По проекциям составляющих вектора потока на вектор результирующего потока участка магнитопровода можем мощности магнитных потерь разделить по фазным долям и суммировать их для всех участков. Рассморим этот процесс на конкретных примерах, применяя для определения индукций и потоков методику и обозначений [5].



Фиг. 2. Векторные диаграммы а) токов, б) индуктированных напряжений.

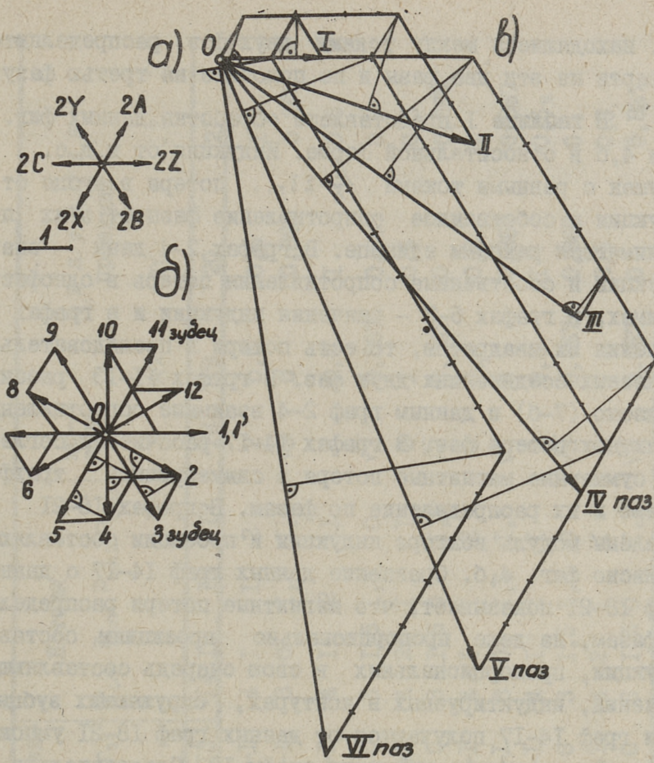
Распределение магнитных потерь индуктора с двухслойной корригированной обмоткой

На фиг. 3,а представлена схема расположения сторон катушек двухслойной корригированной обмотки в пазах магнитопровода с корригирующими сторонами катушек на торцах магнитопровода. В данном случае шунтированием пренебрегается и крайние зубцы I и I$'$ имеют половинную ширину. Пазы предполагаются бесконечно узкими. Применена символика, что вместо $\dot{i}_1 = \dot{i}_A$ написано A, вместо $\dot{i}_2 = \dot{i}_B$ – B, вместо $\dot{i}_3 = \dot{i}_C$ – C, вместо $-\dot{i}_1$ X, вместо $-\dot{i}_2$ Y и вместо $-\dot{i}_3$ Z. На фиг. 3,б изображены теми же буквами фаза и значение рас-



Фиг. 3. Определение индукции и потока индуктора с двухслойной корригированной обмоткой: а) схема, б) распределение м.д.с. или индукции фаз, в) распределение фазных составляющих потока ярма при разомкнутом магнитопроводе, г) распределение фазных составляющих потока ярма при замкнутом магнитороводе.

четного лобового тока $i_л$, то есть значение м.д.с. F, через каждую половину зубцового деления $t_з/2$ в отдельности для всех фаз около всех участков магнитопровода. Две одинаковые буквы обозначают, что данный участок магнитопровода окружен лобовым током двух катушек. Выясняется, что для всех фаз в отдельности сумма м.д.с. около всех полузубцовых делений и, следовательно, средняя м.д.с. $F_{ср}$ равняется нулю, то есть все фазы индуктора в отдельности и индуктор в целом уравновешены [5]. Индукция в зубцах в этом случае пропорциональна сумме лобовых токов или сумме м.д.с. всех фаз. Следует отметить, что идеально корригированная однослойная обмотка в целом уравновешенная, но фазы в отдельности неуравновешенны. Следовательно, при определении индукции или потока по фазам следует учесть уравновешивающие токи и средние м.д.с. фаз.



Фиг. 4. Векторные диаграммы а) токов, б) индукций и в) потоков ярма индуктора с двухслойной корригированной обмоткой при разомкнутом магнитопроводе.

На фиг. 4,б нарисованы от точки 0 векториальные суммы лобовых токов фаз около всех зубцов индукторов фиг. 3,а. Номера зубцов указаны около всех концов векторов сумм. Направления векторов и масштаб соответствуют векторной диаграмме токов фиг. 4,а. Выясняется, что индукция в зубцах с нечетным порядковым числом больше на $2/\sqrt{3}$ раза в сравнении с индукцией зубцов с четным порядковым числом. Соответствующие зубцовые потери имеют, следовательно, отношение 4:3. Для зубцов 2–5 указаны проекции векторов отдельных слагаемых индукции на результирующий вектор индукции с целью определения потерь по фазам. По этим проекциям можно судить, что потери в зубцах с четным порядковым числом, находящиеся между токами одной фазы, делятся пополам на две остальные фазы. Потери в зубцах с нечетным порядковым чис–

лом, находящиеся между токами двух фаз, распределяются по четверти на эти две фазы и по половине на третью фазу.

В таблице I представлена обработка данных фиг. 3,а, б и 4,б в относительной форме. Индукция от м.д.с. двух катушек с равными токами $\frac{\mu_0}{\delta} 2 I_m$, потери в зубце от этой индукции и собственное сопротивление фазы от этих потерь принимаются равными единице. В графах 2-4 даны значения индукции и собственные сопротивления потерь в однофазных режимах, в графах 5-7 - значения индукции и в графах 8-I0 - значения их квадратов, то есть потери в последовательных согласных соединениях двух фаз. В графах II-I3 рассчитаны согласно (7-б) и данным граф 2-4 взаимные сопротивления магнитных потерь фаз. В графах I4-I7 рассчитаны согласно (8) суммарные магнитные потери в симметричном трехфазном режиме и их распределение по фазам. В графах I8-2I представлены модуль вектора индукции и проекции составляющих согласно фиг. 4,б. Сравнение данных граф I4-I7 с данными граф I8-2I показывает, что магнитные потери распределяются по фазам, на деле пропорционально проекциям составляющих индукции, пропорциональных в свою очередь составляющим напряжений, индуктируемых в контурах, окружающих зубцы. Потери граф I4-I7 получаются от данных граф I8-2I умножением последних на модуль индукции графы I8. Следовательно, относительные магнитные потери и их распределение по фазам могут быть полностью определены векторной диаграммой. Такой путь особенно удобный при несимметричной системе токов.

На сводной строке таблицы I представлены потери и сопротивления потерь всех зубцов в сумме. Выясняется, что магнитные потери во всех зубцах в сумме распределяются в данном случае по фазам равномерно. Собственные сопротивления магнитных потерь всех фаз равны ($r_{11} = r_{22} = r_{33}$), а также равны взаимные сопротивления всех пар ($r_{12} = r_{13} = r_{23}$). Это весьма логично, если учитывать симметрию обмотки по индуктивностям и равномерное распределение индукции. То обстоятельство, что потери в отдельных зубцах покрываются полностью или преимущественно из тех фаз, токи которых отсутствуют в смежных пазах рассматриваемых зубцов, объясняется тем, что линейная нагрузка и индукция в данном сечении индуктора по основным гармоникам находятся в квадратуре. Важ-

Т а б л и ц а I

Магнитные индукция и потери в зубцах индуктора с двусторонней корригированной обмоткой

Зубцы	Сопротивления			Индукция			Потери			Сопротивления			Потери				модуль	Индукция проекции		
	r_{11}	r_{22}	r_{33}	B=A	C=A	C=B	P'_{cm} B=A	P''_{cm} C=A	P'''_{cm} C=B	r_{12}	r_{13}	r_{23}	P_{cm}	P_{cm1}	P_{cm2}	P_{cm3}		AX	BY	CZ
I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	20	2I
I,I'	I	I	I	2	0	0	4	0	0	I	-I	-I	4	I	I	2	2	0,5	0,5	I
2	0	I	I	I	I	0	I	I	0	0	0	-I	3	0	I,5	I,5	$\sqrt{3}$	0	0,867	0,867
3	I	I	I	0	2	0	0	4	0	-I	I	-I	4	I	2	I	2	0,5	I	0,5
4	I	I	0	0	I	I	0	I	I	-I	0	-0	3	I,5	I,5	0	$\sqrt{3}$	0,867	0,867	0
5	I	I	I	0	0	2	0	0	4	-I	-I	+I	4	2	I	I	2	I	0,5	0,5
6	I	0	I	I	0	I	I	0	I	0	-I	0	3	I,5	0	I,5	$\sqrt{3}$	0,867	0	0,867
7	I	I	I	2	0	0	4	0	0	I	-I	-I	4	I	I	2	2	0,5	0,5	I
8	0	I	I	I	I	0	I	I	0	0	0	-I	3	0	I,5	I,5	$\sqrt{3}$	0	0,867	0,867
9	I	I	I	0	2	0	0	4	0	-I	+I	-I	4	I	2	I	2	0,5	I	0,5*
I0	I	I	0	0	I	I	0	I	I	-I	0	0	3	I,5	I,5	0	$\sqrt{3}$	0,867	0,867	0
II	I	I	I	0	0	2	0	0	4	-I	-I	+I	4	2	I	I	2	I	0,5	0,5
I2	I	0	I	I	0	I	I	0	I	0	-I	0	3	I,5	0	I,5	$\sqrt{3}$	0,867	0	0,867
Все	I0	I0	I0	-	-	-	I2	I2	I2	-4	-4	-4	42	I4	I4	I4	-	-	-	-

но отметить, что отношение взаимных и собственных сопротивлений магнитных потерь, определяемых по потерям в зубцах, совпадает с отношением взаимных и собственных индуктивностей фаз, определяемых по результирующему магнитному полю в зазоре. Для данного случая $r_{12}/r_{11} = M/L = -0{,}4$ [7].

На фиг. 3,в просуммированы около всех участков магнитопровода символизирующие индукцию буквы фиг. 3,б от начала (левого конца) магнитопровода. Например, около паза IУ написано 3.2 X, 7,2B и 5.2 Z. Это означает, что через зазор от начала до паза IУ поступает благодаря токам фазы AX отрицательный поток трех полузубцовых делений $2(1A+$ $+4X) = 3.2X$, благодаря токам фазы BY – положительный поток семи полузубцовых делений и благодаря токам CZ – отрицательный поток пяти полузубцовых делений. При этом каждый поток полузубцового деления является результатом м.д.с. двух катушек. Сумма этих потоков, то есть $2(3X +$ $+ 7B + 5Z)$, проходит через поперечное сечение ярма около паза IУ. Этим потоком можно определить магнитные потери ярма в участке от оси зубца 4 по оси зубца 5. На фиг. 4,в представлены эти потоки через сечение ярма около I – IУ пазов в виде суммы трех фазных составляющих фиг. 3,в. На векторы этих суммарных потоков спроектированы перпендикулярами их фазные составляющие. На фиг. 4,б,в и дальше векторы фазных составляющих индукции и потока указаны с целью ясности фигур без стрелочных окончаний. Со стрелочными окончаниями изображены лишь векторы результирующих величин.

В таблице 2 представлена обработка данных фиг. 3,в и 4,в в относительной форме. Поток от индукции полузубца по м.д.с. двух катушек, потери в ярме на длину зубцового деления $t_з$ от этого потока и собственное сопротивление фазы от этих потерь приняты равными единице. Цифровые значения потока граф 2–4 равняются цифровым значениям фиг. 3,в. В графах 5–7 написаны квадраты этих цифровых значений, которые представляют потери и собственные сопротивления потерь в однофазном режиме. Наличие отдельных граф для однофазных потоков и потерь является единственным различием в системах таблиц I и 2. В графах I7–20 представлены суммарные магнитные потери и их распределение по отдельным фазам, рассчитанные по сопротивлениям потерь (графы 5–7 и I4–I6). В графах

Т а б л и ц а 2

Магнитные поток и потери в ярме индуктора с двухслойной корригированной обмоткой

Пазы	Поток AX	Поток BY	Поток CZ	Сопротивления r_{11}	r_{22}	r_{33}	Поток B=A	C=A	C=B	Потери P'_{cm} B=A	P''_{cm} C=A	P'''_{cm} C=B	Сопротивления r_{12}	r_{13}	r_{23}	Потери P_{cm}	P_{cm1}	P_{cm2}	P_{cm3}	Поток $\Phi_я$ модуль	проекции AX	BY	CZ
I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	20	2I	22	23	24
I	I	I	I	I	I	I	2	0	0	4	0	0	I	-I	-I	4	I	I	2	2	0,50	0,50	I,00
II	I	3	3	I	9	9	4	2	0	I6	4	0	3	-3	-9	28	I	I2	I5	$\sqrt{28}$=5,29	0,I9	2,27	2,83
III	I	5	5	I	25	25	4	6	0	I6	36	0	-5	5	-25	76	I	40	35	$\sqrt{76}$=8,72	0,II	4,59	4,02
IУ	3	7	5	9	49	25	4	8	2	I6	64	4	-2I	I5	-35	I24	I2	77	35	$\sqrt{I24}$=II,I4	I,08	6,92	3,I4
У	5	9	3	25	8I	9	4	8	6	I6	64	36	-45	I5	-27	I72	40	II7	I5	$\sqrt{I72}$=I3,II	3,05	8,92	I,I4
УI	7	9	I	49	8I	I	2	8	8	4	64	64	-63	7	-9	I96	77	II7	2	I4	5,50	8,36	0,I4
УII	9	7	I	8I	49	I	2	8	8	4	64	64	-63	-9	7	I96	II7	77	2	I4	8,36	5,50	0,I4
УIII	9	5	3	8I	25	9	4	6	8	I6	36	64	-45	-27	I5	I72	II7	40	I5	$\sqrt{I72}$=I3,II	8,92	3,05	I,I4
IX	7	3	5	49	9	25	4	2	8	I6	4	64	-2I	-35	I5	I24	77	I2	35	$\sqrt{I24}$=II,I4	6,92	I,08	3,I4
X	5	I	5	25	I	25	4	0	6	I6	0	36	-5	-25	5	76	40	I	35	$\sqrt{76}$=8,72	4,59	0,II	4,02
XI	3	I	3	9	I	9	4	0	2	I6	0	4	3	-9	-3	28	I2	I	I5	$\sqrt{28}$=5,29	2,27	0,I9	2,83
XII	I	I	I	I	I	I	2	0	0	4	0	0	I	-I	-I	4	I	I	2	2	0,50	0,50	I,00
все	-	-	-	332	332	I40	-	-	-	I44	336	336	-260	-68	-68	I200	496	496	208	(I08,52)	(4I,99)	(4I,99)	(24,54)

2I–24 представлены модуль вектора потока ярма и проекции составляющих потока на вектор потока, определенные с векторной диаграммы на фиг. 4,в, которая изображена для одной половины симметричного индуктора. Потери граф I7–20 получаются от данных граф 2I–24 умножением последних на модуль потока. В сводной строке даны суммарные относительные потери и сопротивления потерь всего ярма. Выясняется, что по 4I,35 % от магнитных потерь ярма покрывается из так называемых крайних фаз [2] AX и BY и только I7,3 % из так называемой средней фазы CZ, катушки которой расположены симметрично относительно магнитопровода. Таким образом, неравенство фаз по магнитным потерям в ярме даже при идеально корригированной обмотке значительно.

Если иметь в виду распределение потока согласно фиг. 3,г, которое относится к машине с замкнутым магнитопроводом, то, составив таблицу, аналогичную таблице 2, получим

$$r_{11} = r_{22} = r_{33} = 140 \quad и \quad r_{12} = r_{13} = r_{23} = -68.$$

Это соответствует общеизвестному равномерному распределению потерь по фазам. Однако отношение $r_{12}/r_{11} = -0{,}485$ по потерям в ярме не равняется тому же отношению по потерям в зубцах. Характер полей различен.

Для того, чтобы определить распределение магнитных потерь всего индуктора, следует выяснить отношение базисных единичных потерь в зубцах и ярме для конкретного индуктора. Если индукция в крайнем (полу)зубце I (фиг. 3,а) равна $B_з$, то поток и индукция в ярме около паза 1 будут $B_з 2c b_з/2$ и $B_з b_з/2h_я$, где $h_я$ – высота ярма. Так как относительные потери в зубце приняты равными единице, то относительные потери в одном ярме на длину $t_з$ будут $b_з t_з/4h_я h_п$, где $h_п$ – глубина паза. Для двусторонних индукторов насосов ЭМН-5, -6 и -7 [8,9] отношение $\frac{h_я h_п}{b_з t_з}$ равно соответственно I5,9; 20,4 и 22. Если принять для расчетного примера $\frac{h_я h_п}{b_з t_з} = 20$, то единичные потери в ярме равняются I/80 от единичных потерь в зубцах. Следовательно, сводные данные граф I7–20 таблицы 2 с учетом этого отношения будут I5, 6,2, 6,2 и 2,6. Так как из суммарных потерь (42 + I5 = = 57 единиц) потери в ярмах составляют только 26,3 %, то неравенство фаз по потреблению магнитных потерь в целом будет небольшим: по 35,4 % (20,2 единицы) из крайних фаз и

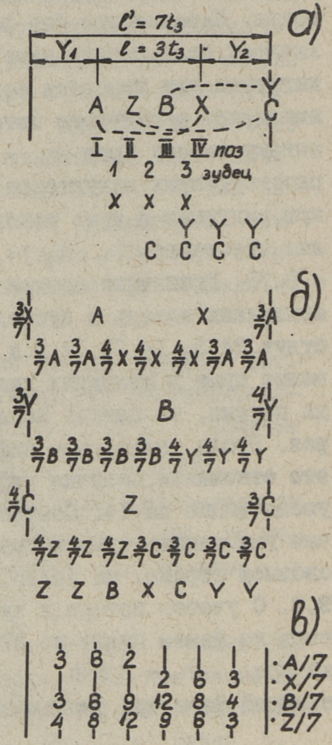
29,2 % (I6,6 единиц) из средней фазы. Следует добавить, что это отношение не зависит от числа пар полюсных делений обмотки. Неравенство фаз по потреблению магнитных потерь увеличится, если высоту ярма выбрать из условия максимальной нагрузки или изменить ее по длине индуктора в зависимости от амплитуды магнитного потока. Выбирая согласно максимальному потоку высоту ярма $h_я = 3,5\, b_з$ (вместо 7,5...8,6 $b_з$ у рассмотренных индукторов), которая приравнивает максимальную индукцию в ярме максимальной индукции в зубце, и оставляя отношение $h_п / t_з = 2,5$ прежним, получим $h_я h_п / b_з t_з = 8,75$. Единичные потери в ярме равняются тогда I/35 от единичных потерь в зубцах. Потери в ярме и их фазные доли будут 34,3; I4,2; I4,2 и 5,9. Если в добавок уменьшить сечение ярма в концевых участках согласно уменьшению амплитуды потока, то потери концевых участков увеличатся на $I4/\Phi_{тя}$ раз. После умножения цифровых значений в графах I7-20 на это отношение, получим цифровые значения в графах 2I - 24, увеличенные на I4. Соответствующие потери всего ярма получим умножением сумм в графах 2I-24 (указаны в скобках на сводной строке) на I4/35, которые будут 43,4; I6,8; I6,8 и 9,8. С учетом потерь в зубцах распределение суммарных потерь по фазам будет по 37 % из крайних и 26 % из средней фазы при $h_я = 3,5\, b_з$ и по 36 % из крайних и 28 % из средней фазы при уменьшении сечений концевых участков ярма.

Распределение магнитных потерь цилиндрического индуктора с некорригированной обмоткой

На фиг. 5,а представлена схема распределения по пазам цилиндрического магнитопровода катушек однослойной концентрической обмотки, которая имеет длину, равную одному полюсному делению, считая пазы бесконечно узкими. Если шунтирующие участки имеют длину $Y_1 = Y_2 = 2t_з$, то согласно [3] такой индуктор имеет в зазоре чисто бегущее поле. На нижней части фиг. 5,а представлены расчетные лобовые токи по фазам при условии, что обратные токи плоской модели фаз BY и CZ представлены протекающими по торцу зазора [5]. Средние м.д.с. по фазам будут $F_{cpA} = \frac{3}{7} i_X$, $F_{cpB} = 3/7\, i_Y$ и $F_{cpC} = \frac{4}{7} i_C$. Следовательно, уравновешивающие токи, протекающие по торцам зазора, будут $i'_A = \frac{3}{7} i_A$,

$$i'_B = \frac{3}{7} i_B \quad \text{и} \quad i'_C = \frac{4}{7} i_Z .$$

На фиг. 5,б представлено распределение результирующих эквивалентных токов фаз с учетом уравновешивающих фазных токов. Под каждым фазным токовым распределением около всех участков магнитопровода с длиной $t_з$ показан эквивалентный фазный лобовой ток, полученный суммированием всех токов данной фазы, включая уравновешивающий, которые находятся правее данного участка. Фазная составляющая индукции в зубцах или в шунтирующих участках пропорциональна эквивалентному лобовому току [5]. Результирующая по всем фазам индукция в зубцах и шунтирующих участках пропорциональна сумме эквивалентных лобовых токов фаз, то есть пропорциональна эквивалентному лобовому току, который указан на нижней строке фиг.5,б.



Фиг. 5.
Определение индукции и потока цилиндрического индуктора с некорригированной обмоткой: а) схема и распределение м.д.с. фаз, б) эквивалентная схема обмотки и распределение эквивалентных лобовых токов или индукций фаз и сумма эквивалентных лобовых токов или индукций фаз, в) распределение фазных составляюших потока ярма.

На фиг. 6,а представлены от точки 0 векториальные суммы эквивалентных лобовых токов фаз около трех зубцов и двух шунтирующих участков согласно фиг. 5,б в направлениях и в масштабе, соответствующих векторной диаграмме фиг. 6,б. Векторы эквивалентных лобовых фазных токов спроектированы перпендикулярами на результирующие векторы, которые все равны по длине.

В таблице 3 представлена обработка данных фиг. 5,а,б и 6,а в относительной форме. В графах 2–4 даны значения индукции в однофазных режимах, если индукция от м.д.с. од-

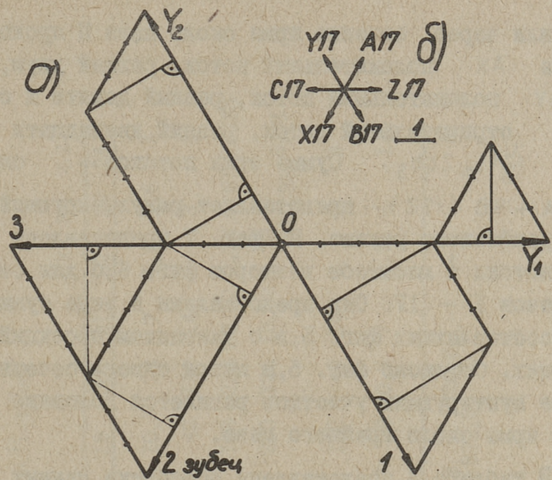
Таблица 3

Магнитные индукция и потери в зубцах и шунтирующих участках цилиндрического индуктора с некорригированной обмоткой

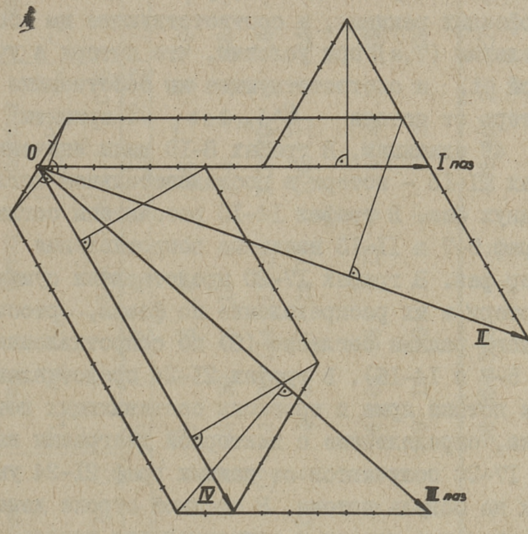
Участок	Индукция			Сопротивления			Индукция			Потери			Сопротивления			Потери				модуль	Индукция проекции		
	AX	BY	CZ	r_{11}	r_{22}	r_{33}	B=A	C=A	C=B	P'_{cm} B=A	P''_{cm} C=A	P'''_{cm} C=B	r_{12}	r_{13}	r_{23}	P_{cm}	P_{cm1}	P_{cm2}	P_{cm3}		AX	BY	CZ
I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	20	2I	22	23	24
Y_1	3	3	4	I8	I8	32	6	I	I	72	2	2	I8	-24	-24	98	2I	2I	56	7	I,5	I,5	4
з.I	4	3	4	I6	9	I6	I	8	I	I	64	I	-I2	+I6	-I2	49	I4	2I	I4	7	2	3	2
з.2	4	3	3	I6	9	9	I	I	6	I	I	36	-I2	-I2	+9	49	28	I0,5	I0,5	7	4	I,5	I,5
з.3	4	4	3	I6	I6	9	8	I	I	64	I	I	+I6	-I2	-I2	49	I4	I4	2I	7	2	2	3
Y_2	3	4	3	I8	32	I8	I	6	I	2	72	2	-24	+I8	-24	98	2I	56	2I	7	I,5	4	I,5
все	-	-	-	84	84	84	-	-	-	I40	I40	42	-I4	-I4	-63	343	98	I22,5	I22,5	-	-	-	-

ной катушки, то есть $\frac{\mu_0}{\delta} I_m$, принята с целью удобства равной 7 единицам. Согласно этому переписаны числители дробных значений эквивалентных лобовых фазных токов. В графах 5-7 представлены относительные магнитные потери участков в однофазных режимах и соответствующие им собственные сопротивления (7,а), если потери в зубце и соответствующие им сопротивления от индукции $\frac{\mu_0}{\delta} I_m$ приняты равными 7^2, то есть 49 единицам. Учтено, что длина шунтирующих участков равна ширине двух зубцов. В графах 8-10 даны значения индукции и в графах 11-13 - потери в последовательном согласном соединении двух фаз. В графах 14-16 рассчитаны согласно (7,б) из граф 5-7 и 11-13 взаимные сопротивления потерь отдельных пар фаз. В графах 17-20 рассчитаны согласно (8) магнитные потери в трехфазном режиме и распределение их по фазам. В графах 21-24 представлены модуль вектора индукции и проекции векторов составляющих индукции на вектор результирующей индукции согласно фиг. 6,а. Потери в графах 17 -20 могут быть получены непосредственно умножением графических данных, представленных в графах 21-24, на модуль индукции графы 21. На сводной стороне таблицы 3 представлены потери и сопротивления потерь всех зубцов и обоих шунтирующих участков в виде суммы соответствующих величин участков. Выясняется, что 28,6 % от рассматриваемых магнитных потерь покрывается из средней фазы AX, расположенной симметрично относительно магнитопровода и имеющей две катушки, в то время как остальные крайние фазы, имеющие фактически по одной катушке, покрывают по 35,7 %. Отношения полученных фазных сопротивлений магнитных потерь в зубцах совпадают с отношениями взаимных и собственных индуктивностей фаз, определяемых согласно [2]: $r_{12}/r_{11} = M_{AB}/L = -1/6$ ($r_{12} = r_{13}$ и $r_{11} = r_{22} = r_{33}$) и $r_{23}/r_{22} = M_{BC}/L = -3/4$

На фиг. 5,в просуммированы все символические обозначения эквивалентных лобовых токов от начала магнитопровода с выписыванием сумм через каждый t_3. Так как эквивалентные лобовые фазные токи пропорциональны фазным составляющим индукции, то этими промежуточными суммами определяются фазные потоки через сечения ярма. Например, около паза II написано 2A/7, 9B/7, 12Z/7. Это означает, что через зазор до



Фиг. 6. Векторные диаграммы а) индукций и б) токов цилиндрического индуктора с некорригированной обмоткой .



Фиг. 7. Векторная диаграмма потоков ярма цилиндрического индуктора с некорригированной обмоткой.

паза II или через сечение ярма около паза II проходит от токов фазы AX положительный поток, равный двум, от токов фазы BY положительный поток, равный девяти и от токов фазы CZ отрицательный поток, равный двенадцати седьмых от потока $\frac{\mu_0}{\delta} I_m 2cb_з$. Сумма этих потоков - символически I/7 (2A + 9B + 12Z) - представляет результирующий суммарный поток трехфазного режима. На фиг. 7 представлены эти суммарные потоки в масштабе векторов фиг. 6,б для сечений ярма около пазов I - IУ. Они представлены в виде суммы трех фазных составляющих фиг. 5,в с указанием проекций этих составляющих. Согласно фиг. 5,в поток сквозь сечение ярма в середине шунтирующих участков равняется половине от потока сечения ярма около крайнего паза.

В таблице 4 представлена обработка данных фиг. 5,в и 7 в относительной форме. Поток от индукции зубца по м.д.с. катушки $\frac{\mu_0}{\delta} I_m 2cb_з$ принят равным 7 единицам. В графах 2-4 даны значения потока ярма в однофазных режимах согласно фиг. 5,в. В графах 5-7 представлены относительные магнитные потери участков ярма с длиной, равной зубцовому делению $t_з$ в однофазных режимах, и соответствующие им собственные сопротивления (7,а) при условии, что потери в участке ярма с длиной $t_з$ и соответствующие им собственные сопротивления потерь от потока $\frac{\mu_0}{\delta} I_m 2cb_з$ приняты равными 7^2, то есть 49 единицам. В графах 8-I0 даны значения потока и в графах II-I3 - потери в последовательном согласном соединении двух фаз. В графах I4-I6 рассчитаны согласно(7,б) из данных граф 5-7 и II-I3 взаимные сопротивления потерь отдельных пар фаз. В графах I7-20 представлены суммарные магнитные потери и их распределение по фазам, рассчитанные для трехфазного режима согласно (8) по сопротивлениям потерь (графы 5-7 и I4-I6). В графах 2I-24 представлены модуль вектора потока ярма и проекции составляющих потока на вектор потока, определенные с векторной диаграммы на фиг.7. Потери граф I7-20 получаются от данных граф 2I-24 умножением последних на модуль потока. В сводной строке даны суммарные относительные потери и сопротивления потерь от все) ярма. Выясняется, что только I0,I % (II9 от II76) магнитных потерь в ярме в трехфазном режиме покрывается из средней фазы AX. Из крайних фаз BY и CZ это потребление состав-

Т а б л и ц а 4

Магнитные поток и потери в ярме цилиндрического индуктора с некорригированной обмоткой

Участок	Поток			Сопротивления			Поток			Потери			Сопротивления			Потери				модуль	Поток проекции		
				r_{11}	r_{22}	r_{33}		C=A		P'_{cm}	P''_{cm} C=A	P''_{cm}	r_{12}	r_{13}	r_{23}	P_{cm}	P_{cm1}	P_{cm2}	P_{cm3}				
	AX	BY	CZ				B=A		C=B	B=A		C=B									AX	BY	CZ
I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	20	2I	22	23	24
Y_1	3	3	4	9	9	I6	6	I	I	36	I	I	9	-I2	-I2	49	I0,5	I0,5	28	7	I,5	I,5	4
I	6	6	8	36	36	64	I6	2	2	I44	4	4	36	-48	-48	I96	42	42	II2	I4	3	3	8
II	2	9	I2	4	8I	I44	II	I0	3	I2I	I00	9	I8	-24	-I08	343	7	I26	2I0	I8,52	0,38	6,8I	II,33
III	2	I2	9	4	I44	8I	I0	II	3	I00	I2I	9	-24	I8	-I08	343	7	2I0	I26	I8,52	0,38	II,33	6,8I
IУ	6	8	6	36	64	36	2	I2	2	4	I44	4	-48	36	-48	I96	42	II2	42	I4	3	8	3
Y_2	3	4	3	9	I6	9	I	6	I	I	36	I	-I2	9	-I2	49	I0,5	28	I0,5	7	I,5	4	I,5
в с е	-	-	-	98	350	350	-	-	-	406	406	28	-2I	-2I	-336	II76	II9	528,5	528,5	-	-	-	-

ляет по 44,9 %. Весьма логично, что крайние фазы имеют равные доли, однако различие между потерями в средней и крайней фазах в 4,4 раза заслуживает внимания.

Для того, чтобы определить распределение магнитных потерь всего индуктора, следует определить отношение базисных потерь в зубце и ярме для данного индуктора. Если индукция в зубце $B_з$ и поток зубца $B_з 2c b_з$, то индукция в ярме от этого потока $B_з b_з / h_я$. Если потери в зубце, которые пропорциональны $B_з^2 h_п b_з 2c$, принимать равными единице, то потери в ярме на длину $t_з$ будут $b_з t_з / h_я h_п$ единиц. Отношение $b_з / h_я$ должно принципиально равняться отношению максимальных потоков зубца и ярма. В рассматриваемом случае в трехфазном режиме это отношение $7/\sqrt{343} \approx 0,38$. Отношение $t_з / h_п$ может изменяться в широких пределах в зависимости от толщины зазора. У индукторов насосов ЭМН-5, -6, и -7 [8,9] это отношение, например, в пределах 0,47 ... 0,4. Принимаем для расчетного примера $b_з t_з / h_я h_п$ = I/6. Сводные данные граф I7-20 таблицы 4 с учетом этого отношения будут I96; I9,8; 88,I и 88,I. Из суммарных потерь (343+ I96 = 539 единиц) 21,8 % (98 + I9,8 = II7,8 единицы) составляют потери средней фазы AX и по 39,I % (I22,5+88,I=2I0,6 единицы) потери крайних фаз BY и CZ. По потреблению магнитных потерь фазы различаются I,79 раза.

Заключение

Исходя из вышеприведенного, можно заключить, что разработана общая методика, которая применима для определения распределения магнитных потерь по фазам индукционных машин как линейных с разомкнутым магнитопроводом, так и цилиндрических с замкнутым магнитопроводом при любых схемах обмоток. Из однофазных режимов расчетом или экспериментально определяемые фазные сопротивления магнитных потерь могут быть введены в расчет несимметричной цепи: собственные как активные сопротивления и взаимные как мнимые части взаимных индуктивностей. Составляющие этих фазных сопротивлений потерь могут быть определены в отдельности по потерям отдельных участков. Собственные и взаимные сопротивления потерь в зубцах и шунтирующих участках пропорциональны собственным и взаимным главным индуктивностям фаз. По рассмотренным примерам видно, что потребление магнитных потерь любого участка магнитопровода неравномерно по фазам. Однако при симметричной системе токов отрицательных мощностей не наблюдается. Равномерное потребление из фаз мощностей магнитных потерь может иметь место лишь при взаимных компенсациях различных неравномерностей. У линейного индуктора с идеально коррегированной двухслойной обмоткой при двух пазах на полюс и фазу мощности потерь в ярме потребляются из сети неравномерно: только 17,3 % из средней фазы, т.е. из крайних фаз в 2,4 раза больше. Потребление суммарных магнитных потерь по фазам уравнивается благодаря равномерному потреблению потерь в зубцах, однако ощутимая неравномерность остается. Сильная неравномерность распределения потерь по фазам как в зубцах, так и в ярмах имеет место в обмотках, не имеющих четного числа полюсных делений. Зная распределение магнитных потоков и потерь в магнитопроводе, можем более уверенно приступить к определению размеров и конфигураций магнитопроводов по действительной магнитной нагрузке.

Литература

1. Шуйский В.П. Расчет электрических машин. Л., "Энергия", 1970.

2. Янес Х.И. Главные индуктивности электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1961, серия А, № 197.

3. Валдманис Я.Я., Лиелпетер Я.Я. Структура магнитного поля в рабочем зазоре линейной МГД-машины при произвольном числе полюсов и конечной длине магнитопровода. - "Магнитная гидродинамика", 1967, № 1.

4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники, т. I и II. М.-Л.,"Энергия",1966.

5. Янес Х.И. Определение магнитных индукции зазора и потока ярма линейных индукторов при помощи векторных диаграмм. См. наст. сб. с. 3.

6. Янес Х.И., Конт А.В. Расчет режима линейной индукционной машины с учетом несимметрии. - Техническая электромагнитная гидродинамика. М., "Металлургия", 1965.

7. К о н т А.В., Я н е с Х.И. Комбинированный расчет главных индуктивностей трехфазной индукционной машины с разомкнутым магнитопроводом.- "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1964, серия А, № 214.

8. Я н е с Х.И., Т а м м е м я г и Х.А., К о н т А.В. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1962, серия А, № 197.

9. В а л д у р Л.В., К о н т А.В., Я н е с Х.И. Формуляр контрольного расчета линейного плоского индукционного насоса. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1974, № 363.

H. Jãnes

On Determination of the Powers of the Iron Losses in the Phases of the Three-Phase Linear Inductor

Summary

The conception of the self- and mutual resistances of the iron losses for phase windings of the induction machine is introduced. On two samples of the linear inductors the determination of these resistances and the distribution of the iron losses among phase windings in the relative form for three phase symmetrical system of the currents are investigated.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 398 1976

УДК 621.318.38

Т.А. Веске, Х.И. Янес

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МАГНИТОПРОВОДЕ ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ *

До сих пор при исследовании электромагнитных процессов в линейных индукционных машинах в большинстве случаев исходили из допущения, что магнитная проницаемость материала магнитопровода равна бесконечности ($\mu = \infty$) в одном или двух направлениях [1,2,3,4]. Хотя такое допущения оправдано при определении процессов в немагнитном зазоре, оно не дает возможности определить распределения поля в магнитопроводе. От распределения поля в магнитопроводе зависят, разумеется, магнитные потери, которые для линейных индукционных машин рассчитываются пока весьма грубо. Роль этих потерь и, следовательно, потребности к более точному учету их возрастают с увеличением мощности машины.

В данной работе делается попытка определить двухмерное магнитное поле в некоторых участках магнитопровода с конечной постоянной магнитной проницаемостью: в зубце от пазового рассеяния; в ярме от индукции в зазоре, имеющей или косинусоидальное или синусоидальное распределение; в ярме от прямоугольного распределения индукции в зазоре; в ярме от бегущей индукции в зазоре при отсутствии шунтирующих участков.

* Основные положения данной статьи изложены в тезисах докладов УП Совещания по магнитной гидродинамике. МГД-машины и устройства. Рига, "Зинатне", 1972.

Об определении поля в магнитопроводе по заданной индукции на поверхности

Если пренебрегаем токами в магнитопроводе и учитываем, что среда линейная ($B = \mu_a H$), составляющие векторов магнитного поля удовлетворяют уравнению Лапласа. Если производные по ширине магнитопровода (по координате y) принимать равными нулю (плоскопараллельное поле), то

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} = 0. \tag{I}$$

По уравнениям Максвелла

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial x}. \tag{2}$$

Составляющие вектора магнитной индукции B_x и B_z внутри магнитопровода могут быть определены по методу разделения переменных. Представим их в виде

$$B = \sum ZX, \tag{3}$$

где функции

$$Z = A\operatorname{ch}kz + B\operatorname{sh}kz, \quad X = C\cos kx + D\sin kx \tag{4а}$$

или

$$Z = C\cos kz + D\sin kz, \quad X = A\operatorname{ch}kx + B\operatorname{sh}kx. \tag{4б}$$

Все значения постоянных k, A, B, C и D определяются из граничных условий. Аналогично работам для нормальных электрических машин [5,6] в данной работе принимается распределение нормальной составляющей магнитной индукции заданным на одной поверхности магнитопровода или на одной поверхности одного участка магнитопровода. Нормальная составляющая вектора магнитной индукции на других поверхностях приравнивается нулю.

Поле в зубце от пазового рассеяния

При однородном распределении тока в пазу индукционн" машины нормальная составляющая магнитной индукции на боковой поверхности зубца (фиг. I) равна

$$B_x\big|_{x=0} = B_m\left(1 - \frac{z}{h_n}\right). \tag{5}$$

Следовательно,

$$\left.\frac{\partial B_x}{\partial z}\right|_{x=0} = -\frac{B_m}{h_n}. \qquad (6)$$

Здесь h_n – глубина паза и высота зубца.

Представим B_z в виде (3) и (4б). Согласно нулевым значениям для

$$B_z\Big|_{z=0}, \quad \left.\frac{\partial B_z}{\partial x}\right|_{z=0} \text{ и } \left.\frac{\partial B_z}{\partial x}\right|_{x=b_3}$$

(b_3 – толщина зубца) получим

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\sum kAD\,\frac{\operatorname{sh}k(b_3-x)}{\operatorname{sh}kb_3}\sin kz.$$

Согласно (2) и (6) в пределах $0 < z < h_n$

$$-\sum kAD\operatorname{th}kb_3\cdot\sin kz = -\frac{B_m}{h_n} = -\frac{4B_m}{\pi h_n}\sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{1}{\nu}\sin\frac{\nu\pi z}{2h_n}. \qquad (7)$$

Здесь разложена в ряд функция

$$f(z) = \begin{cases} +1, & \text{если } 0 < z < 2h_n \\ -1, & \text{если } -2h_n < z < 0. \end{cases}$$

Следовательно,

$$K_\nu = \frac{\nu\pi}{2h_n} \quad \text{и} \quad (AD)_\nu = \frac{8B_m}{\pi^2\nu^2}\,\frac{1}{\operatorname{th}\frac{\nu\pi}{2h_n}b_3}.$$

Окончательно

$$B_z = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{8B_m}{\pi^2\nu^2}\,\frac{\operatorname{ch}\frac{\nu\pi}{2h_n}(b_3-x)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{2h_n}b_3}\sin\frac{\nu\pi}{2h_n}z. \qquad (8)$$

Средняя индукция в сечении зубца

$$B_{z\,cp} = \frac{1}{b_3}\int_0^{b_3} B_z\,dx = \frac{B_m 2h_n}{b_3\pi^2}\,\frac{8}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{1}{\nu^3}\sin\frac{\nu\pi}{2h_n}z =$$

$$= \frac{B_m}{b_3}z\left(1-\frac{z}{2h_n}\right) = \frac{1}{b_3}\int_0^z B_x\Big|_{x=0}dz. \qquad (9)$$

Здесь имеется в виду, что при $0 < z < 2h_n$

$$\frac{z\pi}{2h_n}\left(\pi - \frac{z\pi}{2h_n}\right) = \frac{8}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\dots} \frac{1}{\nu^3}\sin\frac{\nu\pi}{2h_n}z. \qquad (10)$$

Если $h_n >> b_3$ и в (8) вместо $\operatorname{sh}\frac{\nu\pi b_3}{2h_n}$ можем написать $\frac{\nu\pi b_3}{2h_n}$, а $\operatorname{ch}\frac{\nu\pi}{2h_n}(b_3 - x)$ приравнять к единице, то

$$B_z = B_{z\,cp} = \frac{B_m}{b_3}z\left(1 - \frac{z}{2h_n}\right). \qquad (11)$$

Представим B_x в виде (3) и (4б). Согласно нулевым значениям для

$$\left.\frac{\partial B_x}{\partial z}\right|_{z=0}, \quad \left.B_x\right|_{x=b_3} \quad \text{и} \quad \left.\frac{\partial B_x}{\partial z}\right|_{x=b_3}$$

получим

$$B_x = \sum AC\,\frac{\operatorname{sh}k(b_3 - x)}{\operatorname{sh}kb_3}\cos kz.$$

Согласно (5)

$$\sum AC\cos kz = B_m\left(1 - \frac{z}{h_n}\right) = \frac{8B_m}{\pi^2}\sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{1}{\nu^2}\cos\frac{\nu\pi}{2h_n}z. \qquad (12)$$

Здесь разложена в ряд функция $1 - \frac{z}{h_n}$, которая представляет для нас интерес в пределах $0 < z < 2h_n$.

Следовательно,

$$k_\nu = \frac{\nu\pi}{2h_n} \quad \text{и} \quad (AC)_\nu = \frac{8B_m}{\pi^2\nu^2}.$$

Окончательно

$$B_x = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{8B_m}{\pi^2\nu^2}\cdot\frac{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{2h_n}(b_3 - x)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{2h_n}b_3}\cos\frac{\nu\pi}{2h_n}z. \qquad (13)$$

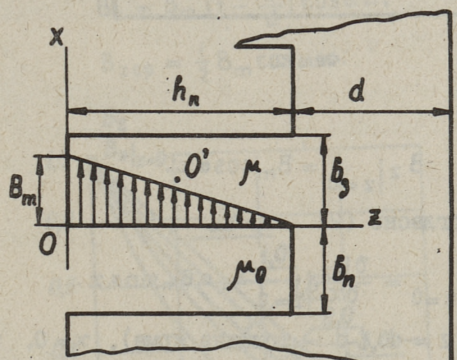
Средняя по сечению зубца тангенциальная составляющая индукции

$$B_{x\,cp} = \frac{1}{b_3}\int_0^{b_3}B_x\,dx = \frac{16B_m h_n}{\pi^3 b_3}\sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{1}{\nu^3}\operatorname{th}\frac{\nu\pi b_3}{4h_n}\cos\frac{\nu\pi}{2h_n}z. \qquad (14)$$

Если $h_n >> b_3$ и гиперболические синусы и тангенсы можем заменить их аргументами, то

$$B_x = B_m\left(1-\frac{z}{h_n}\right)\left(1-\frac{x}{b_3}\right), \qquad (15)$$

$$B_{x\,cp} = \frac{B_m}{2}\left(1-\frac{z}{h_n}\right). \qquad (16)$$

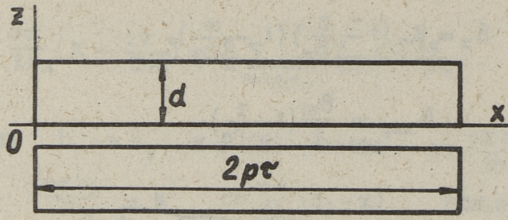


Фиг. 1.

О **применимости** приближенных выражений (11),(15) и (16) можно добавить следующее: в практике **отношение** b_3/h_n всегда меньше, чем 0,4 $\approx 1{,}2/\pi$. Расчет при $\frac{\pi b_3}{2h_n}$ =0,6, например, для средней точки зубца (O' на фиг. 1) показал, что B_z по (8) будет 0,97 B_m, а по (11) 0,98 B_m; а B_x по (13) или (15) 0,25 B_m. Как выясняется из хода **расчета**, такое хорошее совпадение обусловлено обратно пропорциональностью членов рядов на квадрат порядкового числа и тем обстоятельством, что с увеличением порядкового числа ν отношения гиперболических функций в (8) и (13) приближаются к $e^{-\frac{\nu\pi x}{2h_n}}$.

Поле в ярме от косинусоидально распределенной индукции зазора

Рассмотрим модель плоского индуктора с токами в зазоре при длине токовой области $l = 2p\tau$ и при отсутствии шунтирующих участков магнитопровода, то есть ярма (фиг. 2). Пусть магнитная индукция зазора и нормальная составляющая индукции на поверхности ярма имеют выражение



Фиг. 2.

$$B_z\big|_{z=0} = B_m \cos\alpha x. \tag{17}$$

Следовательно, согласно (2)

$$\frac{\partial B_x}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{\partial B_z}{\partial x}\Big|_{z=0} = -\alpha B_m \sin\alpha x. \tag{18}$$

На поверхностях $z = d$ (d – толщина ярма), $x = 0$, $x = 2p\tau$ нормальная составляющая индукции и ее тангенциальные производные приравниваем к нулю.

Представим B_z в виде (3) и (4а). Согласно нулевым значениям для

$$\frac{\partial B_z}{\partial x}\Big|_{x=0}, \quad B_z\big|_{z=d} \quad \text{и} \quad \frac{\partial B_z}{\partial x}\Big|_{z=d}$$

получим

$$B_z = \sum AC \frac{\operatorname{sh} k(d-z)}{\operatorname{sh} kd} \cos kx. \tag{19}$$

Согласно нулевому значению для

$$\frac{\partial B_z}{\partial x}\Big|_{x=2p\tau}$$

постоянная k может иметь значения:

$$k = \frac{\alpha}{2p}; \quad \frac{2\alpha}{2p}; \quad \frac{3\alpha}{2p}; \quad \dots ; \quad \frac{\nu\alpha}{2p}; \dots \tag{20}$$

Сопоставляя (17), (19) и (20), получим

$$(AC)_{\nu=2p} = B_m, \quad (AC)_{\nu\neq 2p} = 0 \quad \text{и} \quad k_{\nu=2p} = \alpha.$$

Окончательно по (19)

$$B_z = B_m \frac{\operatorname{sh}\alpha(d-z)}{\operatorname{sh}\alpha d} \cos\alpha x. \tag{21}$$

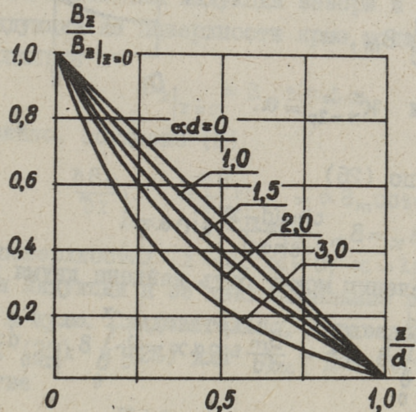
Средняя по сечению ярма тангенциальная составляющая индукции

$$B_{zcp} = \frac{1}{d}\int_0^d B_z dz = \frac{B_m}{\alpha d} th \frac{\alpha d}{2} \cos\alpha x . \qquad (22)$$

Если $d \ll \tau$ и гиперболические синусы и тангенсы можем заменить их аргументами, то

$$B_z = B_m \left(1 - \frac{z}{d}\right) \cos\alpha x , \qquad (23)$$

$$B_{zcp} = \frac{1}{2} B_m \cos\alpha x . \qquad (24)$$



Фиг. 3.

Для иллюстрации B_z по (2I) на фиг. 3 представлено отношение $B_z / B_z|_{z=0}$ в зависимости от z/d при различных αd. Зависимость средней индукции B_{zcp} по (22) от αd показана на фиг. 4 в виде отношения $B_{zcp} / B_z|_{z=0}$. Так как на практике $\alpha d = \pi \frac{d}{\tau}$ немного отличается от I,5, то можно заключить, что в середине поперечного сечения ярма тангенциальная индукция составляет около 40 % от ее значения на поверхности зазора, а средняя тангенциальная индукция по сечению - около 43 % от того же значения.

Представим B_x в виде (3) и (4а). Согласно нулевым значениям для $B_x|_{x=0}$, $\frac{\partial B_x}{\partial z}\Big|_{x=0}$ и $\frac{\partial B_x}{\partial z}\Big|_{z=d}$ получим

$$B_x = \sum AD \frac{ch\,k(d-z)}{ch\,kd} \sin kx , \qquad (25)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial z}=\sum -\kappa AD\frac{sh\kappa(d-z)}{ch\kappa d}\sin\kappa x. \quad (26)$$

Согласно нулевым значениям для

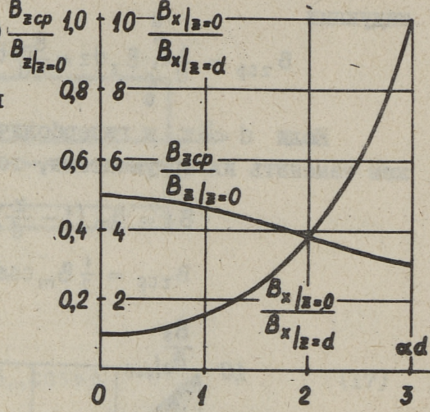
$$B_x\Big|_{x=2p\tau} \quad и \quad \frac{\partial B_x}{\partial z}\Big|_{x=2p\tau}$$

постоянная κ может иметь те же значения (20).

Сопоставляя (I8), (20) и (26), получим

$$(AD)_{\nu=2p}=\frac{ch\alpha d}{sh\alpha d}B_m,$$

$$(AD)_{\nu\neq 2p}=0 \quad и \quad K_{\nu=2p}=\alpha.$$



Фиг. 4.

Окончательно по (25)

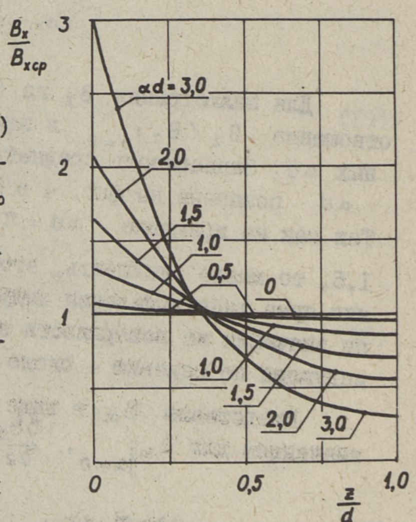
$$B_x=B_m\frac{ch\alpha(d-z)}{sh\alpha d}\sin\alpha x. \qquad (27)$$

Средняя по сечению может быть найдена двумя путями:

$$B_{xcp}=\frac{1}{d}\int_0^d B_x dz=\frac{B_m}{\alpha d}\sin\alpha x=\frac{1}{d}\int_0^x B_z\Big|_{z=0}dx. \qquad (28)$$

Если $d<<\tau$ и гиперболический синус может быть приравнен к своему аргументу, а косинус к единице, то $B_x=B_{xcp}$.

Для иллюстрации B_x по (27) и B_{xcp} по (28) на фиг. 5 представлено их отношение B_x/B_{xcp} в зависимости от z/d при различных αd. Как видно по кривым, продольная составляющая индукции изменяется в пределах поперечного сечения ярма существенно даже при относительно малых αd. При αd = I,5 B_x изменяется от 0,7 B_{xcp} до I,66 B_{xcp}, то есть в 2,35 раза. Эта неравномерность продольной составляющей индукции в поперечном сечении ярма характеризуется отношением



Фиг. 5.

$$\frac{B_x|_{z=0}}{B_x|_{z=d}} = \operatorname{ch}\alpha d. \tag{29}$$

Это отношение в зависимости от αd представлено на фиг.4.

Поле в ярме от синусоидального распределения индукции зазора

Пусть магнитная индукция зазора и нормальная составляющая индукции на поверхности ярма модели индуктора фиг.2 имеет выражение

$$B_z\Big|_{z=0} = B_m \sin\alpha x. \tag{30}$$

Следовательно, согласно (2)

$$\frac{\partial B_x}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{\partial B_z}{\partial x}\Big|_{z=0} = \alpha B_m \cos\alpha x. \tag{31}$$

На поверхностях $z=d$, $x=0$, $x=2p\tau$ нормальная составляющая индукции и ее тангенциальные производные приравниваем к нулю. Следовательно, справедливы также (I9) для B_z, (20), (25) и (26) для B_x. Для того, чтобы определить из равенства

$$\sum AC\cos kx = B_m \sin\alpha x, \tag{32}$$

которое составлено по (I9) и (30), все отличные от нуля постоянные $(AC)_\nu$ разложим $\sin\alpha x$ в пределах $x = 0...2p\tau$ в ряд по $\cos\frac{\nu\alpha}{2p}x$, где ν = I, 3, 5... . Четные ν отсутствуют, потому что разлагаемая функция $\pm\sin\alpha x$, симметрична (применяем знак "+", если $2n.2p\tau < x < (2n+1)2p\tau$, а знак "-", если $(2n-1)2p\tau < x < 2n2p\tau$, где n - целое число). Амплитуда ν-го члена ряда

$$\frac{2.4}{4p\tau}\int_0^{p\tau} \sin\alpha x.\cos\frac{\nu\alpha x}{2p}dx = \frac{8}{\pi}\cdot\frac{p}{4p^2-\nu^2}.$$

Следовательно,

$$\sin\alpha x = \sum_{\nu=1,3,5,...}\frac{8}{\pi}\cdot\frac{p}{4p^2-\nu^2}\cos\frac{\nu\alpha x}{2p} \tag{33}$$

и согласно (32)

$$(AC)_\nu = \frac{8pB_m}{\pi(4p^2-\nu^2)}.$$

Окончательно по (I9)

$$B_z = \frac{8pB_m}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5\ldots}\frac{1}{4p^2-\nu^2}\cdot\frac{\operatorname{sh}\frac{\nu\alpha}{2p}(d-z)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\alpha d}{2p}}\cos\frac{\nu\alpha x}{2p}. \qquad (34)$$

Средняя по сечению ярма тангенциальная составляющая индукции

$$B_{z\,cp} = \frac{1}{d}\int_0^d B_z dz = \frac{16p^2B_m}{\pi\alpha d}\sum_{\nu=1,3,5,\ldots}\frac{1}{\nu(4p^2-\nu^2)}\operatorname{th}\frac{\nu\alpha d}{4p}\cos\frac{\nu\alpha x}{2p}. \qquad (35)$$

Если $d \ll \tau$ и гиперболические синусы в (34) и гиперболический тангенс в (35) можем заменить их аргументами, то

$$B_z = B_m\left(1-\frac{z}{d}\right)\sin\alpha x, \qquad (36)$$

$$B_{z\,cp} = \frac{B_m}{2}\sin\alpha x. \qquad (37)$$

Сопоставляя (26) и (3I), получим для определения постоянных выражения B_x равенство

$$\sum -kAD\operatorname{th}kd\sin kx = \alpha B_m\cos\alpha x, \qquad (38)$$

которое требует разложения $\cos\alpha x$ в пределах $x = 0\ldots 2p\tau$ в ряд по $\sin\frac{\nu\alpha x}{2p}$, так как для k справедливо (20).

Амплитуда ν-го члена ряда

$$\frac{2.4}{2p\tau}\int_0^{p\tau}\cos\alpha x . \sin\frac{\nu\alpha x}{2p}dx = \frac{4\nu}{\pi(\nu^2-4p^2)}.$$

Следовательно,

$$\cos\alpha x = \sum_{\nu=1,3,5,\ldots}\frac{4\nu}{\pi(\nu^2-4p^2)}\sin\frac{\nu\alpha x}{2p} \qquad (39)$$

и согласно (38)

$$(AD)_\nu = \frac{8pB_m}{\pi(4p^2-\nu^2)}\frac{\operatorname{ch}\frac{\nu\alpha d}{2p}}{\operatorname{sh}\frac{\nu\alpha d}{2p}}.$$

Окончательно по (25)

$$B_x = \frac{8pB_m}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\ldots}\frac{\operatorname{ch}\frac{\nu\alpha}{2p}(d-z)}{(4p^2-\nu^2)\operatorname{sh}\frac{\nu\alpha d}{2p}}\sin\frac{\nu\alpha}{2p}x. \qquad (40)$$

Средняя по сечению ярма нормальная составляющая индукции может быть найдена двумя путями:

$$B_{x\,cp} = \frac{1}{d}\int_0^d B_x dz = \frac{B_m}{\alpha d}(1-\cos\alpha x) = \frac{1}{d}\int_0^x B_z\Big|_{z=0} dx. \quad (4I)$$

Из выражений (40) и (4I) можно сделать заключение, что магнитное поле замыкается в пределах каждого 2τ. Следовательно, поле может быть определено для каждой элементарной машины (p = I) в отдельности.

Если αd (или d/τ) столь малая величина, что в (40) гиперболический синус может быть заменен своим аргументом и косинус единицей, то $B_x = B_{x\,cp}$.

При больших значениях αd, когда

$$\mathrm{ch}\frac{\nu\alpha d}{2p} \approx \mathrm{sh}\frac{\nu\alpha d}{2p} \approx \frac{1}{2}e^{\frac{\nu\alpha d}{2p}},$$

выражения для B_z и B_x (34) и (40) приобретают одинаковые виды:

$$B_z = \frac{8pB_m}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{e^{-\frac{\nu\alpha z}{2p}}}{4p^2-\nu^2}\cos\frac{\nu\alpha x}{2p}, \quad (42)$$

$$B_x = \frac{8pB_m}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\dots}\frac{e^{-\frac{\nu\alpha z}{2p}}}{4p^2-\nu^2}\sin\frac{\nu\alpha x}{2p}. \quad (43)$$

Для ν-ых членов рядов получим

$$\frac{B_{z\nu}}{B_{z\nu}\big|_{z=0}} = \frac{B_{x\nu}}{B_{x\nu}\big|_{z=0}} = e^{-\frac{\nu\alpha z}{2p}}. \quad (44)$$

Если $\frac{\alpha d}{2p} > 2$, то погрешность расчетов по (42) и (43) не превышает соответственно +2 % и –4 %.

Изменение составляющих индукции от z качественно характеризуется кривыми фиг. 3–5, которые применимы для ν-го члена. Разница лишь в том, что вместо αd следует иметь в виду $\frac{\nu\alpha d}{2p}$ или $\frac{\nu\alpha d}{2}$.

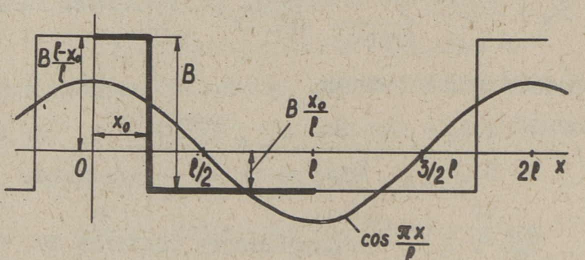
В заключение отметим, что магнитное поле в ярме от синусоидального распределения нормальной составляющей индукции, имеющего ненулевую начальную фазу ψ, то есть

$$B_z\Big|_{z=0} = B_m \sin(\alpha x + \psi) =$$
$$= B_m \sin\psi \cos\alpha x + B_m \cos\psi \sin\alpha x, \qquad (45)$$

может быть определено принципом наложения.

Поле в ярме от прямоугольного распределения индукции зазора

Из результатов предыдущих пунктов можно получить принципом наложения или непосредственным интегрированием распределение магнитного поля в ярме от различных прямоугольных распределений магнитной индукции в зазоре, свойственных полям сосредоточенных обмоток. Основным при этом является определение поля в ярме от идеализированного распределения поля единственного тока i в зазоре, который находится на расстоянии x_0 от начала ярма длиной l. При отсутствии шунтирования на поверхности ярма нормальная составляющая индукции (фиг. 6)



Фиг. 6.

$$B_z\Big|_{z=0} = \begin{cases} B\dfrac{l-x_0}{l}, & \text{если} \quad 0 < x < x_0, \\ -B\dfrac{v_0}{l}, & \text{если} \quad x_0 < x < l, \end{cases} \qquad (46)$$

где $B = \frac{\mu_0 i}{\delta}$. Здесь δ – толщина немагнитного зазора.

Разложение в ряд по $\cos\frac{\nu\pi x}{l}$ дает для амплитуды ν-го члена

$$\frac{2\cdot 2}{2l}\int_0^l B_z\Big|_{z=0}\cos\frac{\nu\pi x}{l}dx = \frac{2B}{\nu\pi}\sin\frac{\nu\pi x_0}{l}.$$

Следовательно, в пределах

$$B_z\Big|_{z=0} = \frac{2B}{\pi}\sum_{\nu=1,2,3,4\ldots}\frac{1}{\nu}\sin\frac{\nu\pi x_0}{l}\cos\frac{\nu\pi x}{l}. \tag{47}$$

По аналогии с выражениями (2I) и (27) можем написать для составляющих индукции в ярме:

$$B_z = \frac{2B}{\pi}\sum_{\nu=1,2,3,\ldots}\frac{\sin\frac{\nu\pi x_0}{l}}{\nu}\cdot\frac{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{l}(d-z)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{l}d}\cos\frac{\nu\pi x}{l}, \tag{48}$$

$$B_x = \frac{2B}{\pi}\sum_{\nu=1,2,3,\ldots}\frac{\sin\frac{\nu\pi x_0}{l}}{\nu}\cdot\frac{\operatorname{ch}\frac{\nu\pi}{l}(d-z)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{l}d}\sin\frac{\nu\pi x}{l}. \tag{49}$$

Средние по сечению составляющие индукции

$$B_{z\,cp} = \frac{2Bl}{\pi^2 d}\sum_{\nu=1,2,3,\ldots}\frac{\sin\frac{\nu\pi x_0}{l}}{\nu^2}\operatorname{th}\frac{\nu\pi d}{2l}\cos\frac{\nu\pi}{l}x, \tag{50}$$

$$B_{x\,cp} = \begin{cases} B\,\dfrac{x(l-x_0)}{ld}, & \text{если} \quad 0 < x < x_0, \\ B\,\dfrac{x_0(l-x)}{ld}, & \text{если} \quad x_0 < x < l. \end{cases} \tag{5I}$$

В частном случае, если $x = \frac{l}{2}$, в выражениях (47)-(50) при $\nu = 2, 4, 6, \ldots$ $\sin\frac{\nu\pi x_0}{l} = 0$ и при $\nu = $ I, 3, 5, ... $\sin\frac{\nu\pi x_0}{l} = (-1)^{\frac{\nu-1}{2}}$. Если в место $\frac{\pi}{l}$ написать $\frac{\pi}{2x_0}$, то получаем:

$$B_z = \frac{2B}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\ldots}\frac{(-1)^{\frac{\nu-1}{2}}}{\nu}\cdot\frac{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{2x_0}(d-z)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{2x_0}d}\cos\frac{\nu\pi x}{2x_0}, \tag{52}$$

$$B_x = \frac{2B}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\ldots}\frac{(-1)^{\frac{\nu-1}{2}}}{\nu}\cdot\frac{\operatorname{ch}\frac{\nu\pi}{2x_0}(d-z)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\pi}{2x_0}d}\sin\frac{\nu\pi x}{2x_0}. \tag{53}$$

Изменение составляющих индукции по (48) и (49) в пределах поперечного сечения ярма характеризуется качественно кривыми фиг. 3-5, которые применимы для ν-го члена. Вместо αd следует иметь в виду $\frac{\nu\pi d}{l}$. В линейных машинах

$l \geqslant 2p\tau$ и $\pi \frac{d}{l} \leqslant \frac{\pi d}{2p\tau} = \frac{\alpha d}{2p}$. Так как $\alpha d \approx 1,5$, следовательно, при $p = 1$ $\frac{\pi d}{l} \approx 0,75$, и расчеты членов бесконечных рядов (48) и (49), начиная с $\nu = 3$, целесообразно провести экспоненциальными зависимостями

$$B_{z\nu} = \frac{2B}{\pi\nu} \sin\frac{\nu\pi x_0}{l} e^{-\frac{\nu\pi z}{l}} \cos\frac{\nu\pi x}{l}, \tag{54}$$

$$B_{x\nu} = \frac{2B}{\pi\nu} \sin\frac{\nu\pi x_0}{l} e^{-\frac{\nu\pi z}{l}} \sin\frac{\nu\pi x}{l}. \tag{55}$$

При весьма малых $\pi d/l$ (больших p), когда гиперболические синус и тангенс можем заменить их аргументами и косинус приравнять к единице, получим вместо (48) – (51) выражения

$$B_z = \left(1 - \frac{z}{d}\right) B_z\Big|_{z=0}, \tag{56}$$

$$B_x = B_{x\,cp} = \begin{cases} \frac{x}{d} B_z\Big|_{z=0}, & \text{если } 0 < x < x_0, \\ -\frac{l-x}{d} B_z\Big|_{z=0}, & \text{если } x_0 < x < l, \end{cases} \tag{57}$$

$$B_{z\,cp} = \frac{1}{2} B_z\Big|_{z=0}. \tag{58}$$

Поле в ярме от бегущей индукции зазора

Рассматривается модель индуктора, не имеющего шунтирующих участков и длина ярма которого равна $2p\tau$ (фиг. 2).

Пусть магнитная индукция зазора и нормальная составляющая индукции на прилегающей к немагнитному зазору поверхности ярма бегущая синусоидальная и описывается выражением:

$$\begin{aligned} B_z\Big|_{z=0} &= B_m \sin(\omega t - \alpha x) = \\ &= B_m \cos\alpha x \sin\omega t - B_m \sin\alpha x \cos\omega t. \end{aligned} \tag{59}$$

Применяя результаты предыдущих пунктов и, в частности, (45), получим для составляющих индукции ярма:

$$B_z = B_m \frac{\operatorname{sh}\alpha(d-z)}{\operatorname{sh}\alpha d} \cos\alpha x \sin\omega t - \tag{60}$$

$$- \frac{8B_m}{\pi} \sum_{\nu=1,3,5,\ldots} \frac{1}{4-\nu^2} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{\nu\alpha}{2}(d-z)}{\operatorname{sh} \frac{\nu\alpha d}{2}} \cos \frac{\nu\alpha x}{2} \cos\omega t ,$$

$$B_x = B_m \frac{\operatorname{ch}\alpha(d-z)}{\operatorname{sh}\alpha d} \sin\alpha x \sin\omega t -$$

$$- \frac{8B_m}{\pi} \sum_{\nu=1,3,5,\ldots} \frac{1}{4-\nu^2} \cdot \frac{\operatorname{ch} \frac{\nu\alpha}{2}(d-z)}{\operatorname{sh} \frac{\nu\alpha d}{2}} \sin \frac{\nu\alpha x}{2} \cos\omega t . \qquad (6I)$$

Эти выражения написаны для элементарной машины (p = I, $x = 0 \ldots 2p\tau$).

Средние по сечению ярма составляющие индукции

$$B_{z\,cp} = \frac{B_m}{\alpha d} \operatorname{th}\frac{\alpha d}{2} \cos\alpha x \sin\omega t - \frac{16 B_m}{\pi\alpha d} \times$$

$$\times \sum_{\nu=1,3,5,\ldots} \frac{\operatorname{th}\frac{\nu\alpha d}{4}}{\nu(4-\nu^2)} \cos\frac{\nu\alpha x}{2} \cos\omega t , \qquad (62)$$

$$B_{x\,cp} = \frac{B_m}{\alpha d} \left[\cos(\omega t - \alpha x) - \cos\omega t\right]. \qquad (63)$$

Изменение составляющих индукции от координаты z характеризуется кривыми фиг. 3–5, которые относятся к ν-му члену. Так как первые множители членов сумм (60) и (6I) $\frac{8}{\pi} \cdot \frac{1}{3} \approx 0{,}85$ и $\frac{8}{\pi} \cdot \frac{1}{5} \approx 0{,}51$ по порядку не отличаются от единицы и вместо α в аргументах гиперболических и тригонометрических функций у них $\frac{\alpha}{2}$ и $\frac{3}{2}\alpha$, то приближенный качественный характер изменения составляющих индукции на поперечном сечении ярма характеризуется упомянутыми кривыми при αd =I,5. Для примера составляющие индукции при $z = \frac{d}{2}$ будут:

$$B_z \approx B_m \Big[0{,}387 \cos\alpha x \sin\omega t - \Big(0{,}397 \cos\frac{\alpha x}{2} - 0{,}15 \cos\frac{3\alpha x}{2} -$$

$$- 0{,}018 \cos\frac{5\alpha x}{2} - 0{,}0058 \cos\frac{7\alpha x}{2} - \ldots\Big) \cos\omega t\Big],$$

$$B_x \approx B_m \Big[0{,}608 \sin\alpha x \sin\omega t - \Big(1{,}108 \sin\frac{\alpha x}{2} - 0{,}185 \times$$

$$\times \sin\frac{3\alpha x}{2} - 0{,}019 \sin\frac{5\alpha x}{2} - 0{,}0058 \sin\frac{7\alpha x}{2} - \dots) \times \cos\omega t] .$$

По приведенному примеру выясняется, что полученные ряды плохо сходятся. Член, у которого порядковый номер $\nu = 7$, составляет в выражении B_z 1,5 % от первого члена ряда. При расчете членов ряда $\nu = 7$ и больше достаточно пользоваться приближенными экспоненциальными выражениями (42) и (43).

Определим для примера величины составляющих в двух точках $x = \tau/2$ и $x = \tau$ (средняя точка ярма). При $x = \tau/2$ $B_z \approx -0{,}396 B_m \cos\omega t$, $B_x \approx B_m$ $(0{,}608 \sin\omega t - 0{,}671 \cos\omega t) = 0{,}905\ B_m \sin(\omega t - 47^\circ 16')$. При $x = \tau$ $B_z \approx -0{,}387 B_m \sin\omega t$, $B_x \approx -1{,}28\ B_m \cos\omega t$.

Если бы величина αd была столь малая, чтобы гиперболические тангенс и синус можно было заменить их аргументами и косинус приравнять к единице, то согласно (23),(24),(28), (36) и (41) получим

$$B_z = \left(1 - \frac{z}{d}\right) B_m \sin(\omega t - \alpha x), \tag{64}$$

$$B_x = B_{xcp} = \frac{B_m}{\alpha d}\left[\cos(\omega t - \alpha x) - \cos\omega t\right], \tag{65}$$

$$B_{zcp} = \frac{1}{2} B_m \sin(\omega t - \alpha x). \tag{66}$$

Если подставим в эти выражения $z = \frac{d}{2}$ и $\alpha d = 1{,}5$, то получим при $x = \frac{\tau}{2}$ $B_z = B_{zcp} = -0{,}5\ B_m \cos\omega t$ и

$B_x = B_{xcp} = 0{,}942 \sin(\omega t - 45^\circ)$ и при $x = \tau$ $B_z = B_{zcp} = -0{,}5\ B_m \sin\omega t$ и $B_x = B_{xcp} = -1{,}333\ B_m \cos\omega t$. Сравнение полученных результатов с результатами, полученными по (60) и (61), показывает, что в середине поперечного сечения ярма нормальная составляющая индукции B_x рассчитывается по формуле средней индукции (65) со сравнительно высокой точностью (4 %). Хотя расчет тангенциальной, в отношении поперечного сечения ярма, составляющей индукции ' по формуле, пригодной для тонкого ярма (64), дает правильные результаты при $z = 0$ и d, все же для индукции средней точки поперечного сечения ярма она дает весьма грубые результаты (погрешность 29 %!).

Разработанная методика позволяет легко определить поле также при $p \neq 1$ и поле от бегущих высших пространственных гармоник немагнитного зазора. Приводим здесь выражения B_z и B_x в ярме, соответствующие первой гармонике бегущего магнитного поля немагнитного зазора при $p \neq 1$:

$$B_z = B_{m1}\frac{\operatorname{sh}\alpha(d-z)}{\operatorname{sh}\alpha d}\cos\alpha x \sin\omega t -$$

$$-\frac{8pB_{m1}}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\ldots}\frac{1}{4p^2-\nu^2}\,\frac{\operatorname{sh}\frac{\nu\alpha}{2p}(d-z)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\alpha d}{2p}}\cos\frac{\nu\alpha x}{2p}\cos\omega t, \qquad (67)$$

$$B_x = B_{m1}\frac{\operatorname{ch}\alpha(d-z)}{\operatorname{sh}\alpha d}\sin\alpha x\cdot\sin\omega t -$$

$$-\frac{8pB_{m1}}{\pi}\sum_{\nu=1,3,5,\ldots}\frac{1}{4p^2-\nu^2}\,\frac{\operatorname{ch}\frac{\nu\alpha}{2p}(d-z)}{\operatorname{sh}\frac{\nu\alpha d}{2p}}\sin\frac{\nu\alpha x}{2p}\cos\omega t. \qquad (68)$$

Расчет магнитных потерь ярма разомкнутого индуктора по полученным общим выражениям составляющих индукции от гармоник поля представляет собой задачу, доступную только для ЭЦВМ. Практическое применение могут находить также различные упрощенные формулы расчета.

Литература

I. Штурман Г.И. Индукционные машины с разомкнутым магнитопроводом. - "Электричество", 1946, № 10.

2. Охременко Н.М. Основы теории и проектирования линейных индукционных насосов для жидких металлов. М., "Атомиздат", 1968.

3. Вольдек А.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л., "Энергия", 1970.

4. Квасневский И.П., Кирштейн Г.Х., Лиелпетер Я.Я. Пульсирующая компонента первичного магнитного поля в линейных трехфазных индукторах. - "Магнитная гидродинамика", 1969, № 4.

5. Рихтер Р. Электрические машины, т. I. ОНТИ, 1935.

6. Шуйский В.П. Расчет электрических машин. Л., "Энергия", 1968.

7. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., "Физматгиз", 1963.

T. Veske, H. Jänes

About the Distribution of Magnetic Field in the Magnetic Core of the Linear Induction Machine

Summary

The paper deals with the problem of distribution of the two-dimensional magnetic field in some sections of the magnetic core of the linear induction machine, if $\mu \neq \infty$: in the tooth from slot leakage, in the yoke from pulsating induction of constant amplitude in the gap and in the yoke from travelling induction in case there are no shunting sections.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398 1976

УДК 621.318.38

Э.Г.Кюльм, В.А.Сиймар, Х.И. Янес

ВЫСШИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ГАРМОНИКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ ЛИНЕЙНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО БЕССЕРДЕЧНИКОВОГО ИНДУКТОРА

Расчет электромагнитного поля линейного цилиндрического бесконечно длинного индуктора при наличии зубчатости рассматривался в [1,2], где имеется в виду, что число пазов на полюс и фазу равняется единице. В [1] электромагнитное поле индуктора решается для случая, когда в зазоре индуктора находятся один электропроводящий и два непроводящих слоя при наличии внутреннего магнитопровода. Решение поля в [1] представлено в виде бесконечной системы алгебраических уравнений, на основе которой могут быть рассчитаны коэффициенты C_k векторного потенциала A. Определение коэффициентов C_k в общем случае представляет большие расчетные трудности, если даже использовать ЭЦВМ. В [2] упомянутая система решалась для наиболее простейшего индуктора, когда внутренний магнитопровод и вторичная система отсутствуют, то есть при пустом зазоре индуктора. На основе коэффициентов C_k в этой работе определялись также относительные гармоники аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора.

В настоящей работе исследуется случай, когда в немагнитном зазоре индуктора располагается вторичная система в виде сплошного круглого цилиндра. В таком случае система алгебраических уравнений, определяющая коэффициенты C_k, имеет такую же форму, как в [1, 2]:

$$\sum_{k=0}^{\infty} C_k \Theta_{lk} = \frac{2\mu_0 I_m w_n \sin\pi\varepsilon_l}{\pi b_n \varepsilon_l}. \qquad (1)$$

По сравнению с системой (1) из [2] здесь множители Θ_{lk} комплексны, в то время как в [2] они вещественны. Выше использованы следующие обозначения:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\Theta_{lk} = \frac{\tau}{b_n} T_{3l} \cdot \delta_{lk} - P_{3k}(\alpha_k r_4) \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{4T_j(\lambda_j)\alpha_{jk} \cdot \alpha_{jl}}{P_j(\lambda_j)} + \frac{2T_j(\frac{1}{2}\lambda_j) \cdot \beta_{jk}\beta_{jl}}{P_j(\frac{1}{2}\lambda_j)} \right\}, \\
&T_{3l} = \frac{\alpha_l^2}{\gamma_l} \left[M_{2l}(r_3) \cdot I_0(\alpha_l r_4) - M_{3l}(r_3) \cdot K_0(\alpha_l r_4) \right], \\
&P_{3k}(\alpha_k r) = \frac{\alpha_k}{\gamma_k} \left[M_{2k}(r_3) \cdot I_1(\alpha_k r) + M_{3k}(r_3) \cdot K_1(\alpha_k r) \right], \\
&M_{2k}(r_3) = r_3 \left[\alpha_k I_1(\gamma_k r_3) \cdot K_0(\alpha_k r_3) + \gamma_k \cdot I_0(\gamma_k r_3) \cdot K_1(\alpha_k r_3) \right], \\
&M_{3k}(r_3) = r_3 \left[\alpha_k I_1(\gamma_k r_3) \cdot I_0(\alpha_k r_3) - \gamma_k \cdot I_0(\gamma_k r_3) \cdot I_1(\alpha_k r_3) \right],
\end{aligned}
\right\} \qquad (2)
$$

$\gamma_k = \sqrt{\alpha_k^2 + i \mu_0 \gamma s \omega}$,

s – скольжение,

γ – удельная проводимость материала вторичной системы,

r_3 – радиус сплошного проводящего цилиндра (вторичной системы).

Все остальные обозначения, которые здесь не приведены, те же, что были приняты в [2].

Гармоники аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора $(r = r_4)$ будут:

$$B_{z(2k+1)} = C_k \cdot T_{3k}, \qquad (3)$$

или в безразмерной форме:

$$B_{z(2k+1)*} = \frac{C_k \cdot T_{3k} \cdot \tau}{3 \mu_0 I_m w_n}. \qquad (4)$$

Относительные гармоники (4) определяются решением бесконечной системы алгебраических уравнений:

$$\sum_{k=0}^{\infty} B_{z(2k+1)*} \cdot \Theta_{lk*} = \frac{4 \sin \pi \varepsilon_l}{\pi b_{n*}(2l+1)}, \qquad (5)$$

где

$$\Theta_{lk*} = \delta_{lk} - R_k \cdot \frac{I_1(\alpha_k r_4)}{\pi^2 (2l+1) \cdot I_0(\alpha_k r_4)} \left[K_{lk} + L_{lk} + M_{lk} \right]. \qquad (6)$$

$$R_k = \frac{1 + \dfrac{M_{3k}(r_3)}{M_{2k}(r_3)} \cdot \dfrac{K_1(\alpha_k r_4)}{I_1(\alpha_k r_4)}}{1 - \dfrac{M_{3k}(r_3)}{M_{2k}(r_3)} \cdot \dfrac{K_0(\alpha_k r_4)}{I_0(\alpha_k r_4)}}. \qquad (7)$$

Полученное здесь выражение (5) совпадает с выражением (6) из [2], а выражение (6) для Θ_{ik*} отличается от соответствующего выражения (7) из [2] только комплексным множителем R_k.

Из вышеизложенного вытекает, что относительные гармоники аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора $B_{z(2k+1)*}$ при наличии зубчатости индуктора и вторичной системы в виде сплошного проводящего цилиндра являются функциями от пяти безразмерных величин:

$$b_{n*} = \frac{3b_n}{\tau}, \quad \omega_* = \mu\gamma s \omega r_3^2,$$

$$r_{3*} = \frac{\pi r_3}{\tau}, \quad r_{4*} = \frac{\pi r_4}{\tau}, \quad r_{5*} = \frac{\pi r_5}{\tau}.$$

В настоящей работе система (5) решалась на ЭЦВМ, ограничиваясь рассмотрением системы из десяти уравнений, при различных комбинациях величин $b_{n*}, \omega_*, r_{3*}, r_{4*}$ и r_{5*}. Так как между радиусами r_{3*}, r_{4*} и r_{5*} существует связь:

$$r_{3*} < r_{4*} < r_{5*},$$

то при расчетах вместо величин r_{4*} и r_{5*} были введены новые независимые безразмерные величины:

$$r_{43*} = \frac{\pi(r_4 - r_3)}{\tau}, \qquad r_{54*} = \frac{\pi(r_5 - r_4)}{\tau},$$

где r_{43*} – относительная разница радиусов, практически толщина тепловой изоляции,

r_{54*} – относительная глубина паза.

При этом $r_{4*} = r_{3*} + r_{43*}$ и $r_{5*} = r_{3*} + r_{43*} + r_{54*}$.

Введение новых независимых переменных r_{43*} и r_{54*} упрощает анализ расчетных результатов.

При расчетах рассматривались следующие диапазоны изменения независимых величин $b_{n*}, \omega_*, r_{3*}, r_{43*}$ и r_{54*}:

$$0{,}3 \leqslant b_{n*} \leqslant 0{,}8,$$

$$1{,}0 \leqslant \omega_* \leqslant 20{,}0,$$

$$0{,}5 \leqslant r_{3*} \leqslant 2{,}0,$$

$$0{,}0 \leqslant r_{43*} \leqslant 1{,}5,$$

$$0{,}1 \leqslant r_{54*} \leqslant 4{,}0.$$

В этой области относительные гармоники аксиальной составляющей магнитной индукции рассчитывались при 27 комбинациях этих независимых величин. Исходные данные и результаты расчета представлены в таблице I.

Таблица I

№ п.п.	b_{n*}	ω_*	r_{3*}	r_{43*}	r_{54*}	B'_{z1*}	B'_{z5*}	B'_{z7*}
I	0,8	20,0	2,0	I,5	4,0	0,994	0,767	0,642
2	0,3	I,0	2,0	I,5	4,0	0,999	0,966	0,930
3	0,3	20,0	0,5	0,0	0,I	0,999	0,976	0,950
4	0,8	I,0	0,5	0,0	0,I	0,997	0,888	0,269
5	0,3	20,0	0,5	I,5	4,0	0,999	0,967	0,93I
6	0,8	I,0	0,5	I,5	4,0	0,994	0,784	0,5I8
7	0,8	20,0	2,0	0,0	0,I	0,996	0,85I	0,I76
8	0,3	I,0	2,0	0,0	0,I	0,999	0,968	0,932
9	0,3	20,0	2,0	I,5	0,I	0,999	0,967	0,93I
I0	0,8	I,0	2,0	I,5	0,I	0,995	0,8I0	0,287
II	0,8	20,0	0,5	0,0	4,0	0,997	0,908	0,465
I2	0,3	I,0	0,5	0,0	4,0	0,999	0,97I	0,940
I3	0,3	20,0	2,0	0,0	4,0	0,999	0,968	0,932
I4	0,8	I,0	2,0	0,0	4,0	0,994	0,784	0,5I8
I5	0,8	20,0	0,5	I,5	0,I	0,995	0,826	0,I79
I6	0,3	I,0	0,5	I,5	0,I	0,999	0,968	0,932
I7	0,55	I0,5	I,25	0,75	2,05	0,997	0,904	0,764
I8	0,8	I0,5	I,25	0,75	2,05	0,994	0,789	0,482
I9	0,3	I0,5	I,25	0,75	2,05	0,999	0,967	0,93I
20	0,55	20,0	I,25	0,75	2,05	0,997	0,905	0,765
2I	0,55	I,0	I,25	0,75	2,05	0,997	0,903	0,76I
22	0,55	I0,5	2,0	I,5	2,05	0,997	0,899	0,75I
23	0,55	I0,5	0,5	0,75	2,05	0,997	0,9I0	0,777
24	0,55	I0,5	I,25	I,5	2,05	0,997	0,90I	0,755
25	0,55	I0,5	I,25	0,0	2,05	0,997	0,9I3	0,785
26	0,55	I0,5	I,25	0,75	4,0	0,997	0,904	0,764
27	0,55	I0,5	I,25	0,75	0,I	0,997	0,9I3	0,786

В этой таблице B'_{z1*}, B'_{z5*} и B'_{z7*} – первая, пятая и седьмая гармоники, рассчитанные по (5) и разделенные на соответствующие гармоники при гладкой поверхности индуктора [2]. Гармоники при гладкой поверхности индуктора определены также по (5), принимая $\Theta_{lk*} = \delta_{lk}$.

Как видно из таблицы I, первая гармоника аксиальной составляющей на внутренней поверхности индуктора, рассчитанная с учетом зубчатости магнитопровода, практически не отличается от соответствующего значения, рассчитанного для гладкого индуктора $(B'_{z1*} \approx 1)$. Высшие гармоники пятая, седьмая и т.д., однако, отличаются от соответствующих значений для гладкого индуктора.

Для практического расчета целесообразно функции относительных гармоник магнитной индукции от вышеотмеченных пяти независимых переменных (табл. I) разложить в кратные ряды Тейлора. Это позволяет представить действительные значения индукции как значения гармоник при гладкой поверхности индуктора, умноженные на соответствующие поправочные коэффициенты $B'_{z\nu*}$, учитывающие зубчатость магнитопровода и наличие вторичной системы.

Поправочные коэффициенты для пятой и седьмой гармоник B'_{z5*} и B'_{z7*}, как показали расчеты, могут быть определены в рассмотренном диапазоне изменения величин b_{n*}, ω_*, r_{3*}, r_{43*} и r_{54*} рядами:

$$B'_{z\nu*} = b_0 + \sum_{i=1}^{5} b_i x_i + \sum_{i=1;\, j>i}^{5} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{5} b_{ii} x_i^2 . \qquad (8)$$

Значения коэффициентов b_0, b_i, b_{ij} и b_{ii} представлены в таблице 2, а переменные x_i определены по формулам

$$x_1 = \frac{b_{n*} - 0{,}55}{0{,}25}, \quad x_2 = \frac{\omega_* - 10{,}5}{9{,}5}, \quad x_3 = \frac{r_{3*} - 1{,}25}{0{,}75},$$

$$x_4 = \frac{r_{43*} - 0{,}75}{0{,}75}, \quad x_5 = \frac{r_{54*} - 2{,}05}{1{,}95}.$$

Таблица 2

	B'_{z5*}	B'_{z7*}		B'_{z5*}	B'_{z7*}		B'_{z5*}	B'_{z7*}
b_0	0,90I	0,778	b_{13}	–0,0II	0,0I4	b_{35}	–0,005	0,0II
b_1	–0,073	–0,27I	b_{14}	–0,0I4	0,0I4	b_{45}	–0,002	0,0I0
b_2	0,005	–0,006	b_{15}	–0,008	0,078	b_{11}	–0,023	–0,070
b_3	–0,0I2	0,007	b_{23}	–0,003	0,009	b_{22}	0,003	–0,0I4
b_4	–0,0I5	0,006	b_{24}	–0,006	0,009	b_{33}	0,002	–0,0I5
b_5	–0,008	0,066	b_{25}	0,007	0,0I5	b_{44}	0,009	–0,0I9
b_{12}	0,005	–0,009	b_{34}	0,009	0,0I7	b_{55}	0,007	–0,002

Погрешность представления B'_{z5*} и B'_{z7*} рядами (8) в настоящем случае не превышает соответственно 2 и 10 % от точных значений, рассчитанных согласно (5) и таблице I, что достаточно для проектировочных расчетов.

Литература

I. Микельсон Ю.Я., Сермонс Г.Я. Влияние зубчатой поверхности цилиндрического индуктора на распределение электромагнитного поля в проводящем цилиндрическом слое - Известия АН Латв. ССР, сер. физ. и техн. наук, 1967, № I.

2. Кюльм Э.Г., Янес Х.И. Влияние зубчатости внешнего магнитопровода на магнитное поле линейного бессердечникового цилиндрического индуктора - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1970, серия А, № 284.

E. Külm, V. Siimar, H. Jänes

Higher Space Harmonics of the Magnetic Field in the Non-magnetic Gap of the Linear Cylindrical Inductor without Inside Core

Summary

The paper deals with the investigation of the influence of the teeth of the outside magnetic core and of the secondary system to the higher space harmonics of the magnetic field. It is determined that this influence to the value of the first harmonic is trivial, but the influence to the values of the fifth and seventh harmonics may be taken into account by the respective correcting coefficients. These coefficients depend on the five relative factors and may be calculated by the simple formulas.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398 1976

УДК 621.318.38

Л.В. Валдур

РАСЧЕТНОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРАЩАЮЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ИНДУКТОРА С БОЛЬШИМ ЗАЗОРОМ

В настоящей работе сопоставляются результаты расчета составляющих напряженности магнитного поля по статье [I] с опытными результатами.

Основные данные индуктора, использованные при расчете, следующие: обмотка – трехфазная однослойная концентрическая с числом пазов на полюс и фазу $q = 4$, число пар полюсов $p = I$, длина вылета лобовых частей $b = 7$ см, ширина открытия паза $b_n = 0{,}25$ см, длина индуктора $l_c = I6$ см, радиус расточки индуктора $\rho_c = 4{,}55$ см. Использован внутренний сердечник радиусом $\rho_i = 3{,}3$ см и длиной $l_i = I7{,}4$ см.

При расчете не учитывалась зубчатость индуктора, так как коэффициент Картера по [2] имеет малое значение. Полупериод чередования индукторов [I, фиг. I-4] принят равным $g = l_c + 2b$ и $g = l_c + 4b$.

Два варианта систем токовых полос по методике [5], которые могли бы заменить реальную трехфазную обмотку, приведены на фиг. I и 2 для фазы А. На основе приведенных в [I] допущений токи пазов заменены токовыми полосами I $(z \leq l_c/2)$ и токи лобовых частей – полосами 2.

Амплитудные значения z- и α- составляющих токовой нагрузки на полосах I определяются по следующим выражениям:

$$A_{m\alpha} = 0, \quad A_{mz} = \frac{I_m}{b_n}, \tag{I}$$

где I_m – амплитудное значение тока паза.

Дискретное распределение токовой нагрузки можно представить в виде ряда гармоник. Магнитное поле в немагнитном зазоре можно определить наложением магнитных полей от каждой гармоники по [4] . Выбираем начало координатной системы в середине фазовой зоны (фиг. I и 2). Используя приведенное в [4] разложение z-составляющей токовой нагрузки (I) трехфазной обмотки $(z \leqslant l_c/2)$ в ряд, получим:

$$A_z = \sum_{\nu=1,5,7,\dots} A_{mz\nu} \cos \nu\alpha, \tag{2}$$

где

$$A_{mz\nu} = \frac{6 A_{mz} \sin \frac{\nu\pi b_n}{2\tau} \sin \frac{\nu\pi}{6}}{\tau \frac{\nu\pi}{\tau} \sin \frac{\nu\pi}{24}},$$

τ – полюсное деление.

При определении магнитного поля по расчетным моделям статьи [I] предлагается заменить реальную конфигурацию лобовых частей обмотки нижеприведенными упрощенными формами.

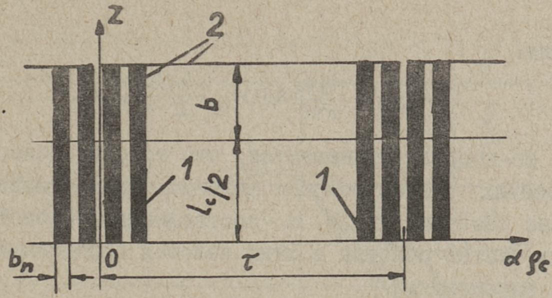
Во-первых, принимается (фиг. I), что токовые полосы лобовых частей обмотки направлены по оси z при $l_c/2 \leqslant z < l_c/2 + b$. Ток в направлении оси α течет по бесконечно узкой полосе при $z = l_c/2 + b$. z-составляющая токовой нагрузки лобовых частей трехфазной обмотки в интервале $l_c/2 \leqslant z < l_c/2 + b$ определяется выражением (2). Ток ν-ой гармоники токовой нагрузки в направлении оси α $(z = l_c/2 + b)$ определяется из условия непрерывности тока

$$\dot{I}_{m\alpha\nu} = -j\varrho_c \frac{A_{mz\nu}}{\pm\nu}. \tag{3}$$

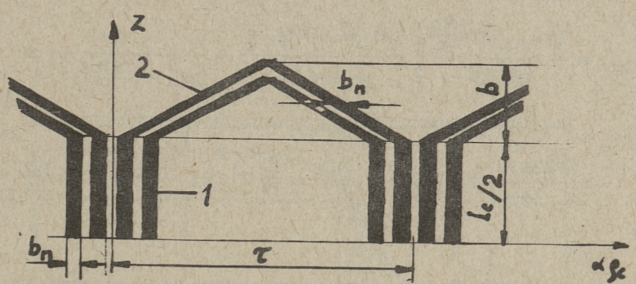
Здесь и в следующих выражениях знак "+" принимается при ν = I, 7, I3, ..., знак "–" при ν = 5, II...

Так как выражения составляющих комплексных амплидут напряженности магнитного поля в области I [I, фиг. I-4] представлены в виде рядов по $\cos \varkappa_n z$ и $\sin \varkappa_n z$ $(\varkappa_n = n\pi/g)$, целесообразно представить амплитудные значения ν-ой гармоники z- и α-составляющих токовой нагрузки в виде аналогичных рядов:

$$\dot{A}_{mz\nu} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} A_{zn\nu} \cos \varkappa_n z, \quad \dot{A}_{m\alpha\nu} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} A_{\alpha n\nu} \sin \varkappa_n z, \tag{4}$$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

где $$A_{\alpha n \nu} = \frac{-\rho_c \varkappa_n}{\pm \nu} A_{zn\nu}.$$

После разложения амплитудного значения ν-ой гармоники z-составляющей токовой нагрузки (2) в ряд по $\cos \varkappa_n z$, получим:

$$A_{zn\nu} = \frac{4 A_{mz\nu} \sin \varkappa_n \frac{l_c + 2b}{2}}{g \varkappa_n}. \qquad (5)$$

После разложения амплитудного значения ν-ой гармоники α-составляющей токовой нагрузки (3) в ряд по $\sin \varkappa_n z$

получим:

$$A_{\alpha n\nu}=\frac{-4j\rho_c}{\pm\nu g}\sin\varkappa_n\frac{l_c+2b}{2}A_{mz\nu}\,. \qquad (6)$$

Во-вторых, принимается, что токовые полосы 2 (на фиг. 2) лобовых частей обмотки являются прямолинейными. Амплитудные значения z- и α-составляющих токовой нагрузки лобовых частей обмотки в этих полосах определяются по следующим выражениям:

$$A_{m\alpha}=\frac{11\tau I_m}{24 b\, b_n}\,, \qquad A_{mz}=\frac{I_m}{b_n}\,. \qquad (7)$$

Разлагая амплитудные значения ν-ой гармоники z- и α-составляющих в ряд по $\cos\varkappa_n z$ и $\sin\varkappa_n z$, получим:

$$A_{zn\nu}=\frac{24A_{mz}\sin\frac{\nu\pi b}{2\tau}}{g\tau\frac{\nu\pi}{\tau}}\left\{\frac{\sin\frac{\nu\pi}{6}\sin\varkappa_n\frac{l_c}{2}}{\varkappa_n\sin\frac{\nu\pi}{24}}+\frac{2}{\varkappa_n^2-\left(\frac{\nu\pi 11}{24b}\right)^2}\times\right.$$

$$\times\left[\frac{-22\nu\pi}{24b}\sin\frac{\nu\pi}{2}\cos\varkappa_n\left(\frac{l_c}{2}+\frac{10}{11}b\right)\cos\frac{\varkappa_n b}{2}+2\cos\frac{\nu\pi}{24}\times\right. \qquad (8)$$

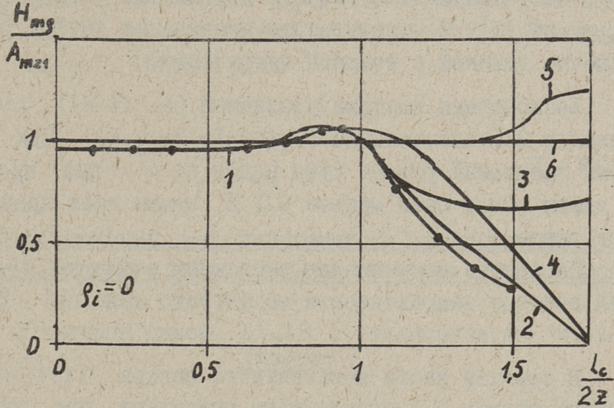
$$\left.\left.\times\left(\frac{11}{24b}\sin\frac{\nu\pi}{12}\cos\varkappa_n\frac{l_c}{2}-\varkappa_n\cos\frac{\nu\pi}{12}\sin\varkappa_n\frac{l_c}{2}\right)\right]\right\}.$$

$A_{\alpha n\nu}$ определяется выражением (4) из (8).

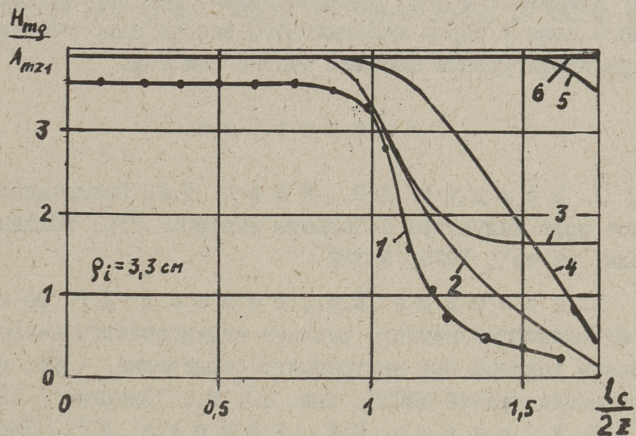
Чтобы получить одинаковые выражения этих коэффициентов Фурье для всех n и ν, введено дополнительное условие: $\varkappa_n \neq 11\nu\pi/24b$.

Измерение распределения магнитного поля в немагнитном зазоре и вне его производилось зондированием при помощи цилиндрической катушки диаметром 5 мм. Измеренные амплитудные значения ρ-составляющей (радиальной составляющей) напряженности магнитного поля пересчитаны на A_{mz1} = = I А/м (амплитудное значение первой гармоники z-составляющей токовой нагрузки).

По результатам измерения при разных $\alpha\rho$ определены значения первой гармоники ρ-составляющей напряженности поля по статье [4]. При этом приняты высшие гармоники начиная с ν = I7 равными нулю.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

На фиг. 3 и 4 приведены кривые амплитуд **первой** гармоники ρ -составляющей напряженности магнитного поля. Номера кривых на этих фигурах имеют следующие обозначения: I - расчетные результаты по опытным данным; 2 - расчетные результаты по [I], где постоянная интегрирования A_n определена по [I,(4-4)] и A_{zn1} по (8); 3 - результаты расчета по [I] , где A_n - по [I, (4-4)] и A_{zn1} по (5); 4 - результаты расчета по [I], где A_n - по [I, (4-5)] и A_{zn1} -

по (8); 5 – результаты расчета по [I], где A_n – по [I,(4-5)] и A_{zn1} – по (5); 6 – результаты расчета по [2,3] (индуктор бесконечно длинный с токовой нагрузкой).

Бесконечная система уравнений [I, (4-4)] решена как конечная с 20 неизвестными A_n (n =I; 3;...I9). При решении системы уравнений расчет сумм рядов по k был прекращен, если члены рядов были меньше 0,I % суммы всех предыдущих членов рядов.

На основе сравнивания расчетных амплитуд ρ-составляющей вектора напряженности магнитного поля при $e = b$ и $e = 2b$ в интервале $z < l_c/2$ можно принимать $e = b$.

В средней части немагнитного зазора ($2z/l_c < 0,6$) расчетные кривые 2-6 практически совпадают. При увеличении отношения $2z/l_c$ расхождение между кривыми I и 2-6 увеличивается. Но расхождение между кривыми I и 2 меньше, чем между кривыми I и 3-6. Следовательно, при определении магнитного поля у торца немагнитного зазора надо учитывать реальную конфигурацию лобовых частей обмотки.

Литература

I. Валдур Л.В., Янес Х.И. Вращающееся магнитное поле индуктора с большим зазором.–"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975, № 382.

2. Кескюла В.Ф., Реймал Л.Р. Об особенностях электромагнитного расчета индукционного насоса с винтовым каналом без внутреннего сердечника. – Сб. научно-технических статей НИПТИ, вып. I3. М., "Энергия", I97I.

3. Кескюла В.Ф., Реймал Л.Р. Учет краевых эффектов и электромагнитных процессов во вторичной системе высокотемпературного насоса с винтовым каналом. – Сб. научно-технических статей НИПТИ, вып. I5, Таллин, I97I.

4. Кюльм Э.Г., Сиймар В.А., Янес Х.И. Расчет распределения составляющих магнитной индукции в немагнитном зазоре цилиндрического бессердечникового индуктора.– "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1972, № 3I5.

5. Валдур Л.В., Янес Х.И. Определение электромагнитного поля плоского линейного двустороннего индук-

тора на модели с одномерным чередованием индукторов с учетом длины вылета лобовых частей обмотки. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1973, № 336.

L. Valdur

The Calculational and Experimental Determination of Rotating Magnetic Field of Inductor with a Large Air-Gap

Summary

The paper presents the determination of an electromagnetic field in an air-gap and outside an air-gap in the shape of Fourier rows. At the same time the current of the end-windings and axial length of end-winding is taken into account.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398 1976

УДК 621.318.38

Т.А. Веске

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА С КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ КАТУШКАМИ ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕГО КАНАЛА

В работе [2] исследовалось электромагнитное поле в немагнитном зазоре индукционного насоса с концентрическими катушками без электропроводящего канала. Настоящая работа является продолжением [2], где при анализе учитывается и влияние стенок канала.

Схематически насос изображен на фиг. 1. Магнитопровод 1 насоса состоит из двух дискообразных пластин бесконечного диаметра ($\mu = \infty$). На поверхностях магнитопровода, прилегающих к немагнитному зазору, находится трехфазная обмотка с концентрическими катушками 2. Обмотка создает слой поверхностного тока в виде бегущей волны:

$$\sqrt{2}\,A\sin\left[\omega t + (r - r_1)\alpha\right] = Jm\sqrt{2}\,\dot{A}e^{j\omega t}, \tag{1}$$

где

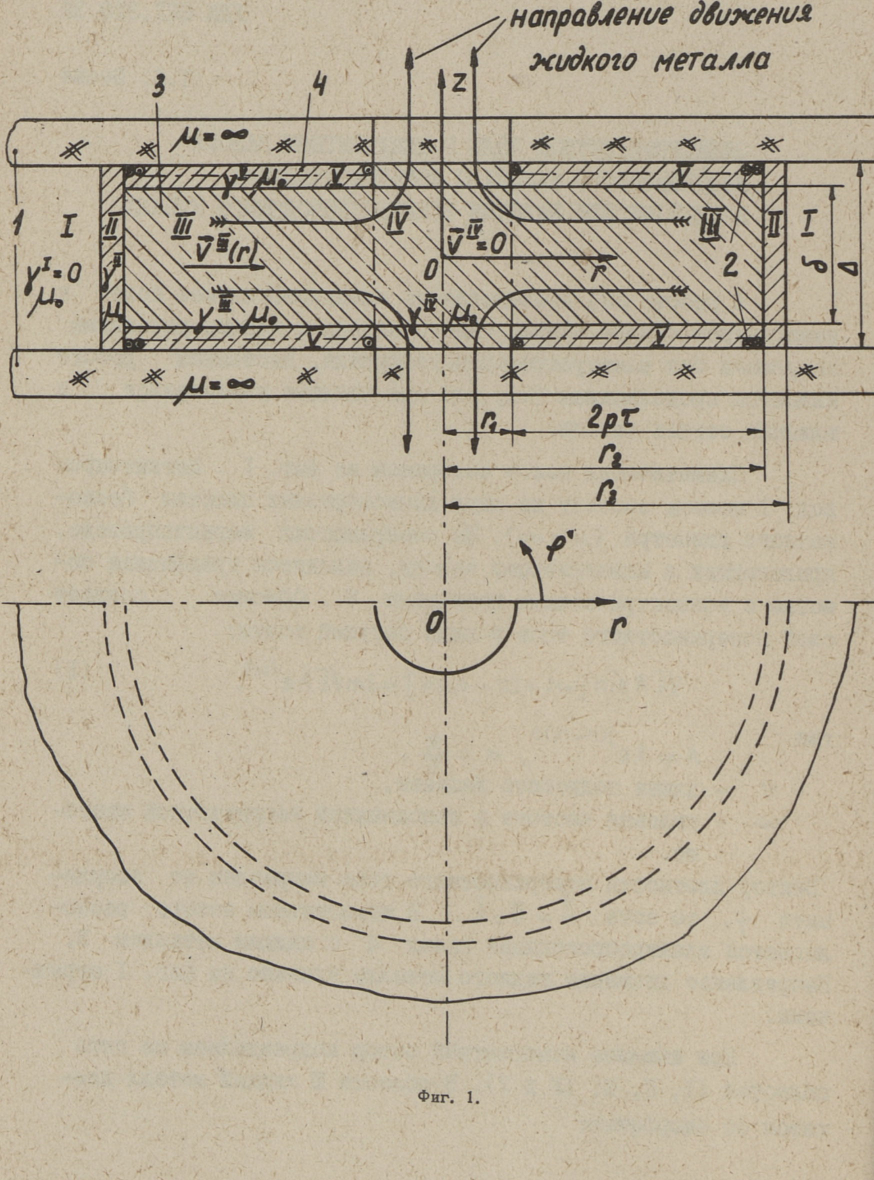
$$\dot{A} = Ae^{j(r-r_1)\alpha}, \quad \alpha = \frac{\pi}{\tau},$$

τ - длина полюсного деления,

ω - угловая частота в неподвижной координатной системе.

Вектор плотности поверхностного тока направлен по координате φ, то есть $\vec{A} = \vec{e}_\varphi \dot{A}$. В немагнитном зазоре располагается электропроводящий канал 4 с жидким металлом 3. Направление движения жидкого металла указано на фиг. 1 стрелками.

При анализе немагнитный зазор подразделяем на пять областей (I, II, III, IV и V). В области III жидкий металл движется со скоростью:



Фиг. 1.

$$\vec{v}^{III}(r) = -\vec{e}_r v^{III}(r_1)\frac{r_1}{r} = -\vec{e}_r v^{III}(r). \qquad (2)$$

Здесь $v^{III}(r_1)$ – скорость движения металла при $r = r_1$. Для упрощения анализа принимаем, как в [2],

$$\vec{v}^{IV}(r) = -\vec{e}_r v^{IV}(r) = 0 \qquad (3)$$

и предполагаем, что в области выхода жидкого металла из немагнитного зазора имеется ферромагнитный магнитопровод (решетка из ферромагнитного метериала).

Электромагнитное поле определяем в неподвижной системе координат. Аналогично [2] предполагаем, что все производные по координате φ равны нулю и $\dot{H}_\varphi = \dot{B}_\varphi = 0$. Тогда из уравнений Максвелла следует, что $\dot{E}_z = 0$, $\dot{\delta}_z = 0$, $\dot{E}_r = 0$ и $\dot{\delta}_r = 0$. Уравнения Максвелла при этом упрощаются и принимают вид (4), (5), (6), (7) и (8) [2]. Так как конструкция насоса относительно плоскости $z = 0$ симметричная, можем считать $\dot{E}_\varphi, \dot{H}_z$ и $\dot{B}_z$ четными функциями от z. Для упрощения решения принимаем, как и в [2], что $\dot{E}_\varphi, \dot{H}_z$ и $\dot{B}_z$ в пределах каждой области I, П, Ш, IУ и У вообще не зависят от z (учитывается только их постоянная составляющая по z) и поэтому выполняются только те уравнения Максвелла, которые не содержат производную по z от четных функций [I]. При этом окажутся невыполненными уравнения (4) и (7) из [2].

Кроме того, принимаем, что между областями Ш и У имеется полный электрический контакт. Это приводит к равенству составляющих $\dot{E}_\varphi$ на границе областей

$$\dot{E}^{III}_\varphi(r)\Big|_{z=\frac{\delta}{2}} = \dot{E}^{V}_\varphi(r)\Big|_{z=\frac{\delta}{2}}$$

и при сказанном выше – к независимости $\dot{E}_\varphi$ от координаты z:

$\dot{E}^{III}_\varphi(r) = \dot{E}^{V}_\varphi(r)$. Значения $\dot{H}_z$ и $\dot{H}_r$ непрерывны на границе

областей Ш и У при любых условиях контакта между ними.

Вводим следующие обозначения:

I. Для областей I, П и IУ:

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{\frac{\Delta}{2}} \dot{H}_z^{\kappa} dz = \dot{H}_z^{\kappa}\frac{\Delta}{2} = \dot{\underline{H}}_z^{\kappa}, \quad \dot{\underline{B}}_z^{\kappa} = \mu_0 \dot{\underline{H}}_z^{\kappa}, \quad \int_0^{\frac{\Delta}{2}} \dot{E}_{\varphi}^{\kappa} dz = \dot{E}_{\varphi}^{\kappa}\frac{\Delta}{2} = \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{\kappa}, \\ &\dot{\underline{\delta}}_{\varphi}^{\kappa} = \gamma^{\kappa}\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{\kappa}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Здесь индекс κ может принимать значения I, П или IУ. По фиг. I видно, что $\gamma^{III} = \gamma^{IV}$ (удельная проводимость жидкого металла) и при предположении, что канал изготовлен из одного материала $\gamma^{II} = \gamma^{V}$

2. Для областей Ш и У:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{H}_z^{III}(r) = \dot{H}_z^{V}(r), \quad \dot{E}_{\varphi}^{III}(r) = \dot{E}_{\varphi}^{V}(r), \\ &\int_0^{\frac{\delta}{2}} \dot{H}_z^{III} dz = \dot{H}_z^{III}\frac{\delta}{2} = \dot{\underline{H}}_z^{III}, \quad \int_0^{\frac{\delta}{2}} \dot{E}_{\varphi}^{III} dz = \dot{E}_{\varphi}^{III}\frac{\delta}{2} = \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{III}, \\ &\dot{\underline{B}}_z^{III} = \mu_0 \dot{\underline{H}}_z^{III}, \quad \dot{\underline{\delta}}_{\varphi}^{III} = \gamma^{III}(\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{III} + v^{III}(r)\,\dot{\underline{B}}_z^{III}), \\ &\int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \dot{H}_z^{V} dz = \dot{H}_z^{V}\left(\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2}\right) = \dot{\underline{H}}_z^{V}, \quad \int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \dot{E}_{\varphi}^{V} dz = \dot{E}_{\varphi}^{V}\left(\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2}\right) = \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{V}, \\ &\dot{\underline{B}}_z^{V} = \mu_0 \dot{\underline{H}}_z^{V}, \quad \dot{\underline{\delta}}_{\varphi}^{V} = \gamma^{V}\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{V}, \quad \dot{\underline{H}}_z^{IIIV}(r) = \dot{\underline{H}}_z^{III}(r) + \dot{\underline{H}}_z^{V}(r), \\ &\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{IIIV}(r) = \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{III}(r) + \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{V}(r), \quad \dot{\underline{\delta}}_{\varphi}^{IIIV}(r) = \dot{\underline{\delta}}_{\varphi}^{III}(r) + \dot{\underline{\delta}}_{\varphi}^{V}(r). \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Используя (5), (6) и (8) из [2], можем аналогично [2] вывести уравнения составляющих векторов поля $\dot{\underline{E}}_{\varphi}$ и $\dot{\underline{H}}_z$ для областей I по У:

I) Область I ($r \geqslant r_3$):

$$\frac{d^2\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{I}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{I}}{dr} - \frac{1}{r^2}\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{I} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{d\dot{\underline{H}}_z^{I}}{dr} = 0. \quad (7)$$

2) Область П ($r_2 \leqslant r \leqslant r_3$):

$$\frac{d^2\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{II}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{II}}{dr} - \left((\lambda^{II})^2 + \frac{1}{r^2}\right)\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{II} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d^2\underline{\dot{H}}_z^{II}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\underline{\dot{H}}_z^{II}}{dr}-(\lambda^{II})^2\underline{\dot{H}}_z^{II}=0, \tag{9}$$

где $(\lambda^{II})^2=j\omega\mu_0\gamma''$.

3) Области Ш и У ($r_1 \leqslant r \leqslant r_2$).

Проинтегрируем уравнение (6) из [2] по z от 0 до $\frac{\Delta}{2}$. С учетом непрерывности H_r при $z=\frac{\delta}{2}$, получим

$$\dot{H}_r^{V}\Big|_{z=\frac{\Delta}{2}}-\dot{H}_r^{III}\Big|_{z=0}-\frac{d\underline{\dot{H}}_z^{III}}{dr}-\frac{d\underline{\dot{H}}_z^{V}}{dr}=\underline{\dot{\delta}}_\varphi^{III}+\underline{\dot{\delta}}_\varphi^{V}. \tag{10}$$

С учетом (5), граничного условия $\dot{H}_r^{V}\Big|_{z=\frac{\Delta}{2}}=-\dot{A}$ и по соображениям симметрии $\dot{H}_r^{III}\Big|_{z=0}=0$ можем (I0) переписать в следующем виде:

$$-Ae^{j(r-r_1)\alpha}-\frac{d\underline{\dot{H}}_z^{IIIV}}{dr}=\frac{\gamma^{III}\delta+\gamma^{V}(\Delta-\delta)}{\Delta}\underline{\dot{E}}_\varphi^{IIIV}+$$
$$+v^{III}(r)\mu_0\gamma^{III}\frac{\delta}{\Delta}\underline{\dot{H}}_z^{IIIV}. \tag{11}$$

Интегрируя уравнения (5) из [2], получим:

$$\frac{1}{r}\underline{\dot{E}}_\varphi^{IIIV}+\frac{d\underline{\dot{E}}_\varphi^{IIIV}}{dr}=-j\omega\mu_0\underline{\dot{H}}_z^{IIIV}. \tag{12}$$

Уравнения (II) и (I2) дают возможность написать отдельно уравнения для $\underline{\dot{E}}_\varphi^{IIIV}$ и $\underline{\dot{H}}_z^{IIIV}$:

$$\frac{d^2\underline{\dot{E}}_\varphi^{IIIV}}{dr^2}+\frac{T_1}{r}\frac{d\underline{\dot{E}}_\varphi^{IIIV}}{dr}-\left((\lambda^{IIIV})^2+\frac{T_2}{r^2}\right)\underline{\dot{E}}_\varphi^{IIIV}=j\omega\mu_0Ae^{j(r-r_1)\alpha}, \tag{13}$$

$$\frac{d^2\underline{\dot{H}}_z^{IIIV}}{dr^2}+\frac{T_1}{r}\frac{d\underline{\dot{H}}_z^{IIIV}}{dr}-(\lambda^{IIIV})^2\underline{\dot{H}}_z^{IIIV}=-Ae^{j(r-r_1)\alpha}\left(\frac{1}{r}+j\alpha\right), \tag{14}$$

где

$$T_1=1+v^{III}(r_1)\mu_0\gamma^{III}\frac{\delta}{\Delta}r_1,\qquad T_2=1-v^{III}(r_1)\mu_0\gamma^{III}\frac{\delta}{\Delta}r_1,$$

$$\gamma^{IIIV}=\frac{\gamma^{III}\delta+\gamma^{II}(\Delta-\delta)}{\Delta}\quad \text{и}\quad (\lambda^{IIIV})^2=j\omega\mu_0\gamma^{IIIV}.$$

4) Область IУ $(r \leqslant r_1)$:

$$\frac{d^2\dot{\underline{E}}_\varphi^{IV}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\dot{\underline{E}}_\varphi^{IV}}{dr}-((\lambda^{IV})^2+\frac{1}{r^2})\dot{\underline{E}}_\varphi^{IV}=0, \tag{I5}$$

$$\frac{d^2\dot{\underline{H}}_z^{IV}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\dot{\underline{H}}_z^{IV}}{dr}-(\lambda^{IV})^2\dot{\underline{H}}_z^{IV}=0, \tag{I6}$$

где
$$(\lambda^{IV})^2=j\omega\mu_0\gamma^{IV}=j\omega\mu_0\gamma^{III}.$$

Рассмотрим далее общие решения уравнений (6),(7),(8) (9), (I3), (I4), (I5) и (I6).

Общие решения уравнений (6) и (7) могут быть написаны, аналогично [2], в виде

$$\dot{\underline{E}}_\varphi^{I}=C_1 r+\frac{C_2}{r}, \tag{I7}$$

$$\dot{\underline{H}}_z^{I}=C_3, \tag{I8}$$

где $C_1=0$, так как при $r\to\infty$ $\dot{\underline{E}}_\varphi^{I}$ должен оставаться конечным.

Для уравнений (8) и (9) можем, аналогично области III фиг. I [2], написать:

$$\dot{\underline{E}}_\varphi^{II}=C_4 I_1(\lambda^{II}r)+C_5 K_1(\lambda^{II}r), \tag{I9}$$

$$\dot{\underline{H}}_z^{II}=C_6 I_0(\lambda^{II}r)+C_7 K_0(\lambda^{II}r). \tag{20}$$

Для уравнений (I3) и (I4) можем, аналогично области II фиг. I [2], написать:

$$\dot{\underline{E}}_\varphi^{III\,IV}=r^\beta[C_8 I_{\beta+1}(\lambda^{III\,V}r)+C_9 K_{\beta+1}(\lambda^{III\,V}r)+$$
$$+w_1(r)I_{\beta+1}(\lambda^{III\,IV}r)+w_2(r)K_{\beta+1}(\lambda^{III\,IV}r)], \tag{2I}$$

$$\dot{\underline{H}}_z^{III\,IV}=r^\beta[C_{10}I_\beta(\lambda^{III\,V}r)+C_{11}K_\beta(\lambda^{III\,V}r)+$$
$$+w_1'(r)I_\beta(\lambda^{III\,V}r)+w_2'(r)K_\beta(\lambda^{III\,V}r)], \tag{22}$$

где $\beta = \frac{1-T_1}{2}$.

Функции w_1, w_2, w'_1 и w'_2 определяем с помощью следующих интегралов:

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= \int j\omega\mu_0 A e^{j(r-r_1)\alpha} r^{1-\beta} K_{\beta+1}(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\,dr, \\ w_2 &= -\int j\omega\mu_0 A e^{j(r-r_1)\alpha} r^{1-\beta} I_{\beta+1}(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\,dr, \\ w'_1 &= -\int A e^{j(r-r_1)\alpha} \frac{1+jr\alpha}{r^\beta} K_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\,dr, \\ w'_2 &= \int A e^{j(r-r_1)\alpha} \frac{1+jr\alpha}{r^\beta} I_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\,dr. \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Для уравнений (I5) и (I6) можем общие решения, аналогично области Ш фиг. I [2], написать

$$\dot{\underline{E}}{}^{\text{IV}}_\varphi = C_{12} I_1(\lambda^{\text{IV}} r) + C_{13} K_1(\lambda^{\text{IV}} r), \tag{24}$$

$$\dot{\underline{H}}{}^{\text{IV}}_z = C_{14} I_0(\lambda^{\text{IV}} r) + C_{15} K_0(\lambda^{\text{IV}} r). \tag{25}$$

Так как $\dot{\underline{E}}{}^{\text{IV}}_\varphi$ и $\dot{\underline{H}}{}^{\text{IV}}_z$ не могут быть бесконечными при $r \to 0$, то $C_{13} = C_{15} = 0$.

Дополнительные соотношения между постоянными интегрирования в общих решениях (I7), (I8), (I9), (20), (2I), (22), (24) и (25) можем найти следующим образом:

I) Подстановкой (I7) и (I8) в проинтегрированное от 0 до $\frac{\Delta}{2}$ уравнение (5) из [2], то есть в уравнение

$$\frac{1}{r}\dot{\underline{E}}{}^{\text{I}}_\varphi + \frac{d\dot{\underline{E}}{}^{\text{I}}_\varphi}{dr} = -j\omega\mu_0 \dot{\underline{H}}{}^{\text{I}}_z,$$

получаем, что

$$\dot{H}{}^{\text{I}}_z = C_3 = 0. \tag{26}$$

2) Подстановкой (I9) и (20) в проинтегрированные от 0 до $\frac{\Delta}{2}$ уравнения (5) и (6) из [2], то есть в

$$\frac{1}{r}\dot{\underline{E}}{}^{\text{II}}_\varphi + \frac{d\dot{\underline{E}}{}^{\text{II}}_\varphi}{dr} = -j\omega\mu_0 \dot{\underline{H}}{}^{\text{II}}_z$$

и

$$-\frac{d\dot{\underline{H}}_z^{\text{II}}}{dr} = \gamma^{\text{II}}\dot{\underline{E}}_\varphi^{\text{II}},$$

получаем

$$C_6 = -C_4\,\frac{\lambda^{\text{II}}}{j\omega\mu_0}, \quad C_7 = C_5\,\frac{\lambda^{\text{II}}}{j\omega\mu_0}. \tag{27}$$

3) Однородным уравнениям, которые получаются из (II) и (I2) соответственно (I3) и (I4), если в них принимать А= = 0, соответствуют общие решения (2I) и (22), если в них принимаем $w_1(r) = w_2(r) = w_1'(r) = w_2'(r) = 0$:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\underline{E}}_{\varphi 0}^{\text{III}\,\text{V}} &= r^\beta\left[C_8 I_{\beta+1}(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r) + C_9 K_{\beta+1}(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\right], \\ \dot{\underline{H}}_{z0}^{\text{III}\,\text{V}} &= r^\beta\left[C_{10} I_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r) + C_{11} K_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\right]. \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Подставляя (28) в (II) и (I2) при А = 0, получаем, что

$$C_{10} = -C_8\,\frac{\lambda^{\text{III}\,\text{V}}}{j\omega\mu_0} \quad \text{и} \quad C_{11} = C_9\,\frac{\lambda^{\text{III}\,\text{V}}}{j\omega\mu_0}. \tag{29}$$

Неоднородным уравнениям (I3) и (I4) соответствуют частные решения, которые получаются из выражений (2I) и (22)

$$\left.\begin{aligned} \dot{\underline{E}}_{\varphi r}^{\text{III}\,\text{V}} &= r^\beta\left[w_1(r) I_{\beta+1}(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r) + w_2(r) K_{\beta+1}(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\right], \\ \dot{\underline{H}}_{zr}^{\text{III}\,\text{V}} &= r^\beta\left[w_1'(r) I_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r) + w_2'(r) K_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r)\right]. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Подстановка (30) в (II) и (I2) показывает, что $w_1(r)$ и $w_1'(r)$, а также $w_2(r)$ и $w_2'(r)$ связаны соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} w_1(r)\lambda^{\text{III}\,\text{V}} + j\omega\mu_0 w_1'(r) &= -\frac{A e^{j(r-r_1)\alpha}\, j\omega\mu_0}{r^{\beta-1}} K_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r), \\ w_2(r)\lambda^{\text{III}\,\text{V}} - j\omega\mu_0 w_2'(r) &= -\frac{A e^{j(r-r_1)\alpha}\, j\omega\mu_0}{r^{\beta-1}} I_\beta(\lambda^{\text{III}\,\text{V}} r). \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Следовательно, при наличии канала, как и при его отсутствии [2], нам надо определить, например, $w_1(r)$ и $w_2(r)$, а $w_1'(r)$ и $w_2'(r)$ определяем по выражению (3I).

4) Подстановкой выражений (24) и (25) в проинтегрированные от 0 до $\frac{\Delta}{2}$ уравнения (5) и (6) из [2] можем, аналогично тому как и для уравнений (I9) и (20) в п. 2, найти соотношение:

$$C_{14} = -C_{12}\frac{\lambda^{IV}}{j\omega\mu_0}. \tag{32}$$

Постоянные интегрирования в выражениях (I7), (I8), (I9), (20), (2I), (22), (24) и (25) определяем из условия непрерывности электрического и магнитного полей на границах областей:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\underline{E}}^{I}_{\varphi}(r_3) = \dot{\underline{E}}^{II}_{\varphi}(r_3), \quad \dot{\underline{H}}^{I}_{z}(r_3) = \dot{\underline{H}}^{II}_{z}(r_3) = 0,\\
&\dot{\underline{E}}^{II}_{\varphi}(r_2) = \dot{\underline{E}}^{III\,V}_{\varphi}(r_2), \quad \dot{\underline{H}}^{II}_{z}(r_2) = \dot{\underline{H}}^{III\,V}_{z}(r_2),\\
&\dot{\underline{E}}^{III\,V}_{\varphi}(r_1) = \dot{\underline{E}}^{IV}_{\varphi}(r_1), \quad \dot{\underline{H}}^{III\,V}_{z}(r_1) = \dot{\underline{H}}^{IV}_{z}(r_1)
\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

и условий (26), (27), (29) и (32).

В результате решения системы уравнений (33) получаем следующие выражения для C_2, C_4, C_5, C_8, C_9 и C_{12} ($C_1 = C_{13} = C_{15} = 0$), а C_3, C_6, C_7, C_{10}, C_{11} и C_{14} определяются по условиям (26), (27), (29) и (32):

$$\left.\begin{aligned}
&C_2 = \frac{r_2^{\beta}[(C_8 + w_1(r_2))I_{\beta+1}(\lambda^{III\,V} r_2) + (C_9 + w_2(r_2))K_{\beta+1}(\lambda^{III\,V} r_2)]}{\lambda^{II} A_4 K_0(\lambda^{II} r_3)},\\
&C_4 = \frac{r_2^{\beta}[(C_8 + w_1(r_2))I_{\beta+1}(\lambda^{III\,V} r_2) + (C_9 + w_2(r_2))K_{\beta+1}(\lambda^{III\,V} r_2)]}{A_4},\\
&C_5 = \frac{r_2^{\beta} I_0(\lambda^{II} r_3)[(C_8 + w_1(r_2))I_{\beta+1}(\lambda^{III\,V} r_2) + (C_9 + w_2(r_2))K_{\beta+1}(\lambda^{III\,V} r_2)]}{A_4 K_0(\lambda^{II} r_3)},\\
&C_8 = \frac{[-w_1(r_1)A_1 - w_2(r_1)A_2][\lambda^{II} K_{\beta+1}(\lambda^{III\,V} r_2)A_3 - \lambda^{III\,V} K_{\beta}(\lambda^{III\,V} r_2)A_4] -}{D}\rightarrow\\
&\rightarrow\frac{-A_2[-\lambda^{II} A_5 A_3 + \lambda^{III\,V} A_6 A_4]}{},
\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

$$C_9 = \frac{\left[w_1(r_1)A_1 + w_2(r_1)A_2\right]\left[\lambda^{II} I_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_2)A_3 + \lambda^{IIIV} I_\beta(\lambda^{IIIV} r_2)A_4\right] + A_1\left[-\lambda^{II} A_5 A_3 + \lambda^{IIIV} A_6 A_4\right]}{D},$$

$$C_{12} = \frac{r_1^\beta\left[(C_8 + w_1(r_1))\, I_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_1) + (C_9 + w_2(r_1))\, K_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_1)\right]}{I_1(\lambda^{IV} r_1)}.$$

В выражениях (34) коэффициенты $A_1 - A_6$ и D можно написать в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
A_1 &= -\lambda^{IV} I_0(\lambda^{IV} r_1)\, I_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_1) + \lambda^{IIIV} I_1(\lambda^{IV} r_1)\, I_\beta(\lambda^{IIIV} r_1),\\
A_2 &= -\lambda^{IV} I_0(\lambda^{IV} r_1)\, K_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_1) - \lambda^{IIIV} I_1(\lambda^{IV} r_1)\, K_\beta(\lambda^{IIIV} r_1),\\
A_3 &= -I_0(\lambda^{II} r_2) + \frac{I_0(\lambda^{II} r_3)}{K_0(\lambda^{II} r_3)} K_0(\lambda^{II} r_2),\\
A_4 &= I_1(\lambda^{II} r_2) + \frac{I_0(\lambda^{II} r_3)}{K_0(\lambda^{II} r_3)} K_1(\lambda^{II} r_2),\\
A_5 &= w_1(r_2)\, I_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_2) + w_2(r_2)\, K_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_2),\\
A_6 &= w_2(r_2)\, K_\beta(\lambda^{IIIV} r_2) - w_1(r_2)\, I_\beta(\lambda^{IIIV} r_2),\\
D &= A_1\left[\lambda^{II} K_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_2)A_3 - \lambda^{IIIV} K_\beta(\lambda^{IIIV} r_2)A_4\right] -\\
&\quad - A_2\left[\lambda^{II} I_{\beta+1}(\lambda^{IIIV} r_2)A_3 + \lambda^{IIIV} I_\beta(\lambda^{IIIV} r_2)A_4\right].
\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

В заключение следует отметить, что приведенные в работе выражения составляющих векторов электромагнитного поля при отсутствии канала совпадают с выражениями [2], если в выражениях настоящей работы принимать $\delta = \Delta$, $r_3 = r_2$ и $\gamma^{III} = \gamma^{IV} = \gamma$.

Как в [2], так и в настоящей работе выражения составляющих векторов электромагнитного поля имеют довольно приближенный характер, так как при решении учтены только постоянные составляющие по z $\dot{E}_\varphi$, $\dot{H}_z$ и $\dot{\delta}_\varphi$ и не совсем точно учтены граничные условия и профиль скоростей жидкого металла [2].

Литература

I. Вилнитис А.Я. Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с учетом стенок канала и короткозамыкающих шин. Приближенное решение в элементарных функциях. - "Магнитная гидродинамика", 1970, № 3, (Рига).

2. Веске Т.А. Электромагнитное поле в немагнитном зазоре индукционного насоса с концентрическими катушками. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1974, № 363.

T. Veske

The Electromagnetic Field in the Nonmagnetic Gap of the Induction Pump with Concentric Windings and Conductive Canal

Summary

The paper deals with an electromagnetic field in the nonmagnetic gap of the induction pump with concentric windings and a conductive canal. The expressions of the complex vectors of the electromagnetic field are deduced.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 398 1976

УДК 621.318.38

В.Ф. Кескюла, И.Р. Тергем

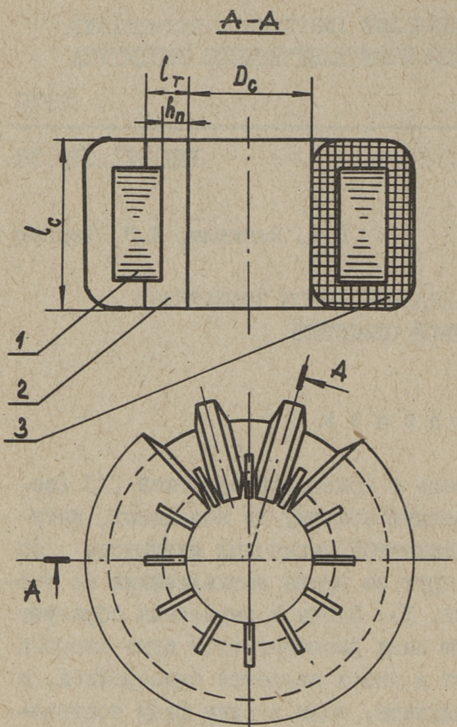
ПАЗОВОЕ РАССЕЯНИЕ ИНДУКЦИОННОГО ВРАЩАТЕЛЯ С КОЛЬЦЕВОЙ ОБМОТКОЙ

Введение

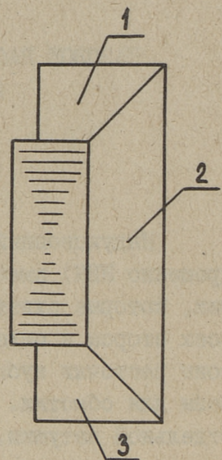
Индукционный вращатель с кольцевой обмоткой [1] (сокращенно ИВК) имеет трехфазную обмотку из кольцевых катушек, которые охватывают замкнутый сердечник индуктора со всех сторон и отделяются друг от друга вставляемыми со стороны расточки зубцами (фиг. 1). Зубцы и сердечник образуют пазы для обмотки. В каждом пазу располагается одна сторона отдельной катушки. Обмотка в пазах является однослойной, с расчетным шагом, равным единице, если в одну фазу соединяются катушки, сдвинутые на полюсное деление.

Обмотка ИВК отличается от обмоток обычных статоров машин переменного тока по частям, расположенным вне рабочей зоны индуктора. Обмотка ИВК не имеет длинных лобовых частей, а на торцах индуктора частично располагается между зубцами и замыкается через спинку индуктора в воздухе по кратчайшему пути (фиг. 1). Торцовые участки зубцов вместе с сердечником статора образуют своеобразные торцовые пазы, являясь как бы отогнутым продолжением внутренних пазов, расположенных в расточке индуктора.

Магнитное поле рассеяния ИВК сильно отличается от поля рассеяния индукционных вращателей других типов и требует отдельного рассмотрения. В данной работе определяется пазовое рассеяние ИВК, которое охватывает рассеяние между зубцами как внутри расточки, так и на торцах индуктора.



Фиг. 1.
Индуктор ИВК. 1 – сердечник,
2 – зубец, 3 – обмотка.



Фиг. 2.
Разделение зубца на три участка.

Расчетная модель паза

Каждый зубец разделим на три участка (фиг. 2), из которых участки I и 3 образуют боковые стенки торцовых пазов и участок 2 – боковую стенку внутреннего паза.

Предположим, что проводники катушечной стороны в пазах прямолинейны, параллельны друг другу и меняют направление на 90° на диагональных линиях раздела участков I-2 и 2-3. Принимаем, что линии магнитной индукции пересекают паз прямолинейно, перпендикулярно плоскости симметрии паза, и замыкаются через стенки паза и сердечник индуктора.

Магнитную проницаемость стали принимаем $\mu_c = \infty$, насыщением ее пренебрегаем.

Расчет проводим отдельно для внутреннего и торцового пазов.

Относительная магнитная проводимость рассеяния внутреннего паза λ_{nb}

В теории электрических машин составляющие индуктивного сопротивления рассеяния выражаются через относительные проводимости рассеяния λ, которые можно рассчитать на основе закона полного тока [2].

Эскиз внутреннего паза с указанием координатных осей и обозначениями размеров приведен на фиг. 3. Паз является трапецеидальным в двух плоскостях – xOy и xOz. Катушечная сторона обмотки с числом витков w_k и током проводника i_k занимает паз до высоты h_1. Для общности принимаем, что верхняя часть паза на отрезке h_2 обмоткой не занята. Магнитный поток паза учитываем до уровня воздушного зазора.

Определим сначала проводимость паза в области h_1. Следуя [2], найдем последовательно напряженность магнитного поля H_x, элементарные поток $d\Phi_x$ и потокосцепление $d\Psi_x$ на высоте x, которые приводят к выражению полного потокосцепления

$$\Psi_1 = \mu_0 w_k^2 i_k \int_0^{h_1} \frac{s_x^2}{s_1^2} \frac{l_x}{b_x} dx, \qquad (I)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, равная $4\pi\cdot 10^{-7}$ Г/м,

s_1 – площадь полного поперечного сечения обмотки в пазу,

s_x – площадь обмотки ниже уровня x,

l_x и b_x – соответственно длина и ширина паза на уровне x.

С другой стороны, Ψ_1 выражается через относительную магнитную проводимость рассеяния [2] формулой

$$\Psi_1 = \mu_0 w_k^2 i_k l_c \lambda_{nb1}, \qquad (2)$$

где l_c – длина зубца на уровне изоляционного зазора (длина расточки),

λ_{nb1} – отнесенная к длине l_c относительная магнитная проводимость рассеяния внутреннего паза в области, занятой током.

Сопоставляя (2) с (I), найдем

$$\lambda_{nb1} = \frac{1}{l_c}\int_0^{h_1} \frac{s_x^2}{s_1^2}\,\frac{l_x}{b_x}\,dx . \qquad (3)$$

Интегрируя (3), получим

$$\lambda_{nb1} = \frac{h_1}{3b_n}\,\varkappa_{nb1} , \qquad (4)$$

где b_n – ширина паза на уровне воздушного зазора,

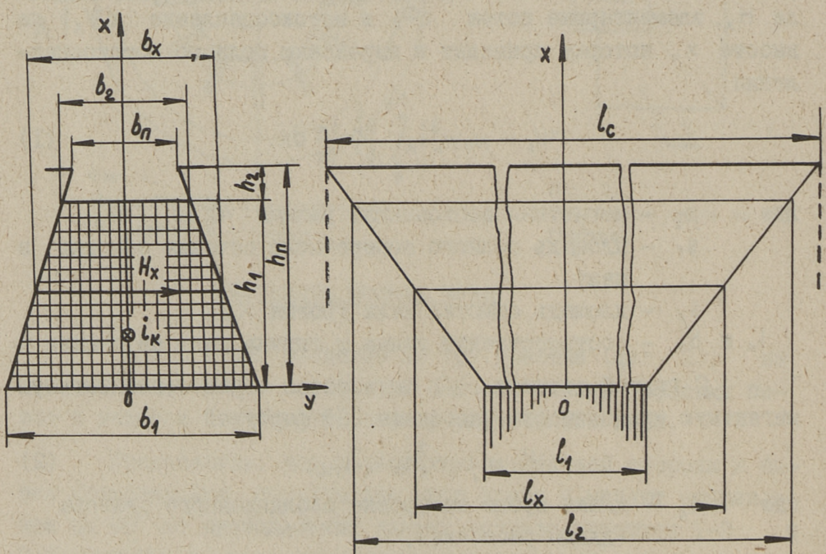
$\varkappa_{nb1}$ – поправочный коэффициент, зависящий от геометрических размеров паза:

$$\varkappa_{nb1} = \frac{l_1}{l_c}\,\frac{b_n}{b_2}\,\frac{3\alpha}{(1+\alpha)^2}\left\{\left(\frac{l_2}{l_1}-1\right)\left[\frac{R-\frac{4}{3}}{1-\alpha}+1-\frac{1-\alpha}{5}\right]+R\right\}, \qquad (5)$$

где l_1 – длина паза на уровне $x = 0$,

l_2 – то же, на уровне $x = h_1$,

$\alpha = b_2/b_1$ – отношение ширин паза при $x = h_1$ и $x = 0$ соответственно (фиг. 3),



Фиг. 3. Внутренний паз с обмоткой.

а параметр R определяется формулой [3]

$$R = 1 - \frac{1-\alpha}{4} - \frac{1}{2(1-\alpha)} - \frac{1}{(1-\alpha)^2} - \frac{\ln\alpha}{(1-\alpha)^3}. \qquad (6)$$

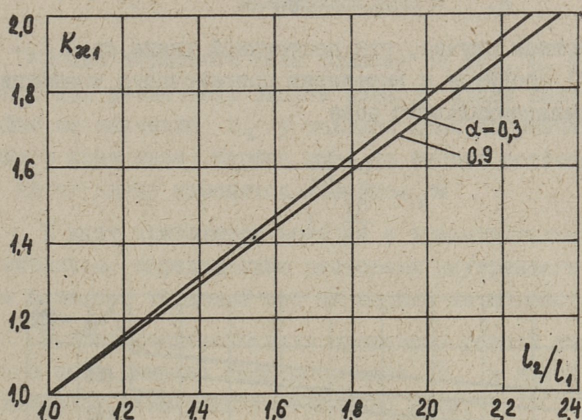
Коэффициент $\varkappa_{nb1}$ **представляется** в виде произведения

$$\varkappa_{nb1} = \frac{l_1}{l_c}\frac{b_n}{b_2} k_{\varkappa 1}\varkappa_1, \qquad (7)$$

где

$$\varkappa_1 = \frac{3\alpha}{(1+\alpha)^2} R \qquad (8)$$

является поправочным коэффициентом обычного трапецеидального паза [3] с постоянной длиной $l_c = l_1$, а $k_{\varkappa 1}$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от α и соотношения l_2/l_1.



Фиг. 4. Зависимость коэффициента $k_{\varkappa 1}$ от параметров внутреннего паза α и l_2/l_1.

На фиг. 4 представлены кривые $k_{\varkappa 1}$, рассчитанные по (7) при постоянных l_1/l_c и b_2/b_n с использованием (5), (6) и (8). Кривые $k_{\varkappa 1}$ являются отрезками прямых, которые при $0,3 \leqslant \alpha \leqslant 0,9$ от α практически на зависят и аппроксимируются простой формулой

$$k_{\varkappa 1} = 1 + 0,75\left(\frac{l_2}{l_1} - 1\right). \qquad (9)$$

Расчет $\varkappa_{nb1}$ по (5) и (7) с использованием (9) дает значения, отличающиеся менее I %.

Аналогичный расчет для области паза высотой h_2, не занятой током, дает для относительной магнитной проводимости рассеяния выражение

$$\lambda_{nb2} = \frac{1}{l_c} \int_{h_1}^{h_1+h_2} \frac{l_x}{b_x} dx . \tag{10}$$

Интегрируя (10), получим

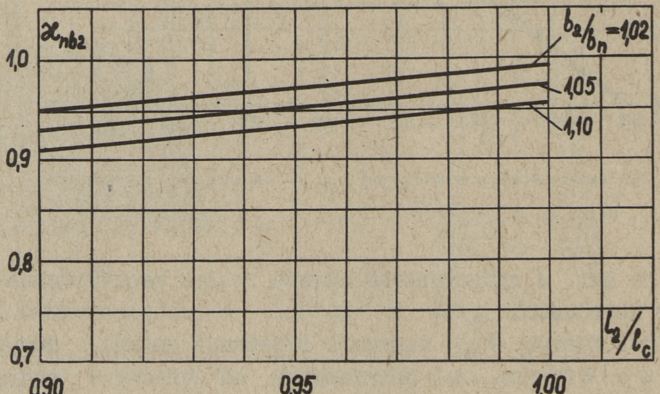
$$\lambda_{nb2} = \frac{h_2}{b_n} \varkappa_{nb2} , \tag{11}$$

где коэффициент

$$\varkappa_{nb2} = \frac{1}{\frac{b_2}{b_n} - 1} \left[\left(\frac{l_2}{l_c} - 1 \right) \left(1 - \frac{\ln \frac{b_2}{b_n}}{\frac{b_2}{b_n} - 1} \right) + \ln \frac{b_2}{b_n} \right] . \tag{12}$$

В частном случае, при постоянной длине паза $l_c = l_2$, формула (12) сводится к выражению поправочного коэффициента обычного трапецеидального паза

$$\varkappa_2 = \frac{\ln \frac{b_2}{b_n}}{\frac{b_2}{b_n} - 1} . \tag{13}$$



Фиг. 5. Зависимости коэффициента $\varkappa_{nb2}$ от параметров внутреннего паза b_2/b_n и l_2/l_c.

На фиг. 5 приведены зависимости $\varkappa_{nb2}$ от отношения l_2/l_c при разных $b_2/b_n = const$. Кривые $\varkappa_{nb2}$ являются отрезками прямых, которые аппроксимируются выражением

$$\varkappa_{nb2} = 0{,}49 + \left(0{,}80 + 0{,}30\,\frac{b_2}{b_n}\right)\frac{l_2}{l_c}. \tag{I4}$$

Расчет $\varkappa_{nb2}$ по (I2) и (I4) дает значения, отличающиеся менее I,5 % в диапазонах $1{,}0 \leqslant b_2/b_n \leqslant 1{,}1$ и $0{,}9 \leqslant l_2/l_c \leqslant 1{,}0$.

Полная относительная магнитная проводимость рассеяния внутреннего паза

$$\lambda_{nb} = \lambda_{nb1} + \lambda_{nb2} = \frac{h_1}{3b_n}\varkappa_{nb1} + \frac{h_2}{b_n}\varkappa_{nb2}. \tag{I5}$$

Относительная магнитная проводимость рассеяния торцового паза

Эскиз торцового паза показан на фиг. 6. Форма паза сложна. При увеличении высоты паза z длина паза возрастает линейно от значения h_3 у нижнего края до значения $l_т$ у верхнего края паза. Ширина паза по высоте остается постоянной, но по длине изменится линейно.

В пазу приходится обмотка с трапецеидальным поперечным сечением, определенным размерами внутреннего паза. Обмотка занимает торцовый паз по ширине не полностью.

Высоту торцового паза принимаем равной высоте внутреннего паза. Ширина торцового паза b_x в любой точке (x,z) определяется размерами внутреннего паза.

Если рассматривать торцовый паз как отогнутое расширяющееся продолжение внутреннего паза, то полное потокосцепление торцового паза целесообразно выразить не через длину торцового паза $l_т$, а через длину внутреннего паза l_c. Это позволяет сравнить и сложить проводимости обоих пазов непосредственно.

Полное потокосцепление в области торцового паза высотой h_1, где располагается обмотка:

$$\Psi_{т1} = \int_0^{h_1}\int_{-h_3}^{z} \mu_0 w_к^2 i_к \frac{S_z^2}{S_1^2}\frac{1}{b_x}\,dx\,dz = \mu_0 w_к^2 i_к l_c \lambda_{пт1}, \tag{I6}$$

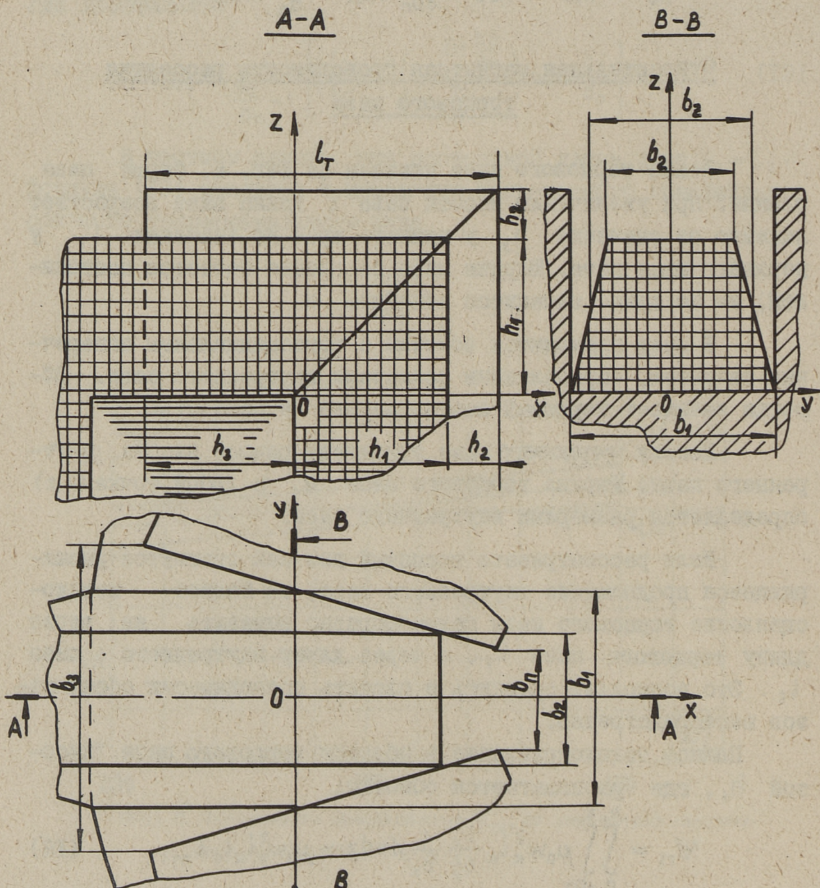
где S_z – площадь поперечного сечения обмотки ниже уровня z,

$\lambda_{пт1}$ – отнесенная к длине l_c относительная магнитная проводимость рассеяния **торцового** паза в области, высотой h_1:

$$\lambda_{пт1}=\frac{1}{l_c}\int_0^{h_1}\int_{-h_3}^{z}\frac{S_z^2}{S_1^2}\frac{1}{b_x}\,dx\,dz\,. \tag{I7}$$

Интегрируя (I7), получим

$$\lambda_{пт1}=\frac{h_1}{3b_n}\varkappa_{пт1}\,, \tag{I8}$$



Фиг. 6. Торцовый паз с обмоткой.

где коэффициент

$$\varkappa_{пт1} = \frac{l_т}{l_c}\,\frac{1}{\frac{b_3}{b_п}-1}\,\frac{3}{(1+\alpha)^2}\Bigg\{\frac{1}{5}\Bigg[\frac{(1-\alpha)^2}{5}-(1-\alpha)+$$

$$+\frac{8}{3}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2(1-\alpha)}+\frac{1}{(1-\alpha)^2}\right)\Bigg]+\Bigg[\frac{(1-\alpha)^2}{5}-(1-\alpha)+ \qquad (19)$$

$$+\frac{4}{3}\left(1-\frac{2}{5(1-\alpha)^3}\right)\Bigg]\ln\frac{1}{\alpha}+\left[\frac{(1-\alpha)^2}{5}-(1-\alpha)+\frac{4}{3}\right]\ln\frac{b_3}{b_1}\Bigg\},$$

где b_3 – ширина паза при $x = -h_3$.

В частном случае, когда боковые стенки паза параллельны и ширина обмотки равняется ширине паза, формула (19) сводится к выражению

$$\varkappa_{пт1} = \frac{h_1}{l_c}\left(\frac{h_3}{h_1}+\frac{3}{4}\right). \qquad (20)$$

На фиг. 7 показаны кривые приведенного поправочного коэффициента

$$\varkappa'_{пт1} = \frac{\varkappa_{пт1}}{3l_т/l_c(b_3/b_п-1)}, \qquad (21)$$

рассчитанные по (19) как функция от отношения b_3/b_1 при разных $b_2/b_1 = \mathrm{const}$. Эти кривые можно аппроксимировать отрезками параллельных прямых, описываемых формулой

$$\varkappa'_{пт1} = 0{,}20 - 0{,}49\frac{b_2}{b_1} + 0{,}26\frac{b_3}{b_1}. \qquad (22)$$

Расчет $\varkappa'_{пт1}$ по (22) и (21) с использованием (19) дает значения, отличающиеся менее 5 % в диапазонах

$$0{,}4 \leqslant b_2/b_1 \leqslant 0{,}8 \quad и \quad 1{,}2 \leqslant b_3/b_1 \leqslant 2{,}0.$$

В верхней части торцового паза высотой h_2, не занятой обмоткой, относительная магнитная проводимость рассеяния

$$\lambda_{пт2} = \frac{h_2}{b_п}\varkappa_{пт2}, \qquad (23)$$

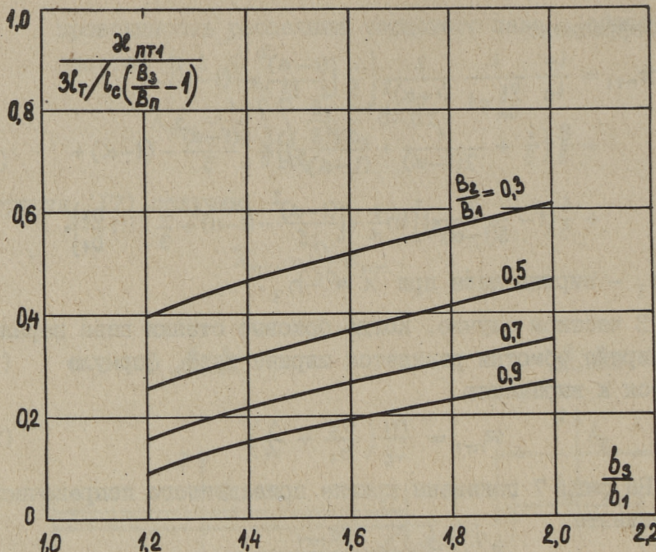
где коэффициент

$$\varkappa_{пт2} = \frac{l_т}{l_c}\,\frac{1}{\frac{b_3}{b_п}-1}\left(1+\ln\frac{b_3}{b_п}-\frac{\frac{b_2}{b_п}\ln\frac{b_2}{b_п}}{\frac{b_2}{b_п}-1}\right). \qquad (24)$$

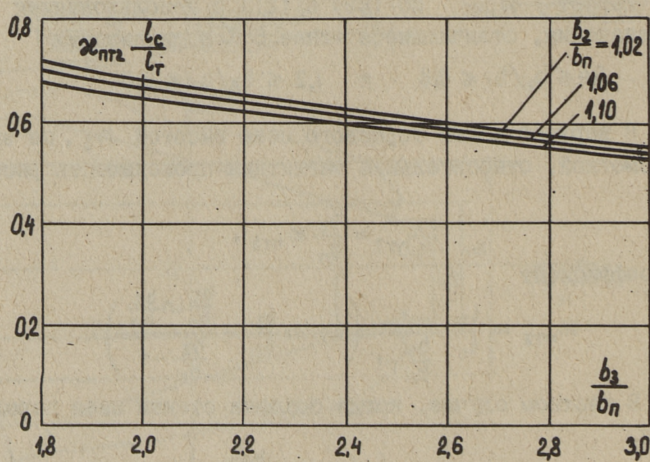
В частном случае, когда боковые стенки паза параллельны,

$$\varkappa_{пт2} = \frac{1}{l_c}\left(l_т + \frac{h_2}{2}\right). \qquad (25)$$

На фиг. 8 показаны зависимости приведенного коэффициента



Фиг. 7. Зависимости приведенного коэффициента $\varkappa'_{пт1} = \dfrac{\varkappa_{пт1}}{3l_т/l_c(b_3/b_п-1)}$ от параметров торцового паза b_3/b_1 и b_2/b_1.



Фиг. 8. Зависимости приведенного коэффициента $\varkappa'_{пт2}=\varkappa_{пт2}/(l_т/l_c)$ от параметров торцового паза $b_3/b_п$ и $b_2/b_п$.

$$\varkappa'_{пт2} = \frac{\varkappa_{пт2}}{l_т / l_c} \qquad (26)$$

от отношения $b_3/b_п$ при разных $b_2/b_п = \mathrm{const}$, рассчитанные по (24). Указанные кривые аппроксимируются выражением

$$\varkappa'_{пт2} = 1{,}44 - 0{,}50\,\frac{b_2}{b_п} - 0{,}13\,\frac{b_3}{b_п}. \qquad (27)$$

Расчет $\varkappa'_{пт2}$ по (26), с использованием (24) и (27), дает значения, отличающиеся менее 5 % в диапазонах

$$1{,}02 \leqslant b_2/b_п \leqslant 1{,}10 \quad и \quad 1{,}8 \leqslant b_3/b_п \leqslant 3{,}0.$$

Полная магнитная проводимость рассеяния торцового паза

$$\lambda_{пт} = \lambda_{пт1} + \lambda_{пт2} = \frac{h_1}{3b_п}\varkappa_{пт1} + \frac{h_2}{b_п}\varkappa_{пт2}. \qquad (28)$$

Заключение

Полная пазовая проводимость $\lambda_п$, отнесенная к длине расточки l_c, складывается из проводимости внутреннего паза и двух торцовых пазов и может быть выражена в такой же форме, как пазовая проводимость в теории электрических машин с помощью соответствующих поправочных коэффициентов:

$$\lambda_п = \lambda_{пb} + 2\lambda_{пт} = \frac{h_1}{3b_п}(\varkappa_{пb1} + 2\varkappa_{пт1}) + \frac{h_2}{b_п}(\varkappa_{пb2} + 2\varkappa_{пт2}). \qquad (29)$$

Литература

1. Кескюла В.Ф., Ристхейн Э.М. Возможные системы магнитопровода и обмоток индукционных вращателей. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1965, серия А, №231.

2. Вольдек А.И. Электрические машины. Л., "Энергия", 1974.

3. Шуйский В.П. Расчет электрических машин. Пер. с нем., Л., "Энергия", 1968.

V. Keskũla, I. Tergem

The Slot Leakage of the Ring Winding Induction Rotator

Summary

The paper deals with the investigation of components of the slot leakage magnetic admittance of the ring winding induction rotator. Analytical expressions of the admittances have been derived on the basis of the total current law by integrating the flux linkage in Descartes coordinates. The admittance is presented by the correction coefficients in form accepted by the theory of electrical machines. The complicated expressions of coefficients are approximated by simple formulae.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398 1976

УДК 621.318.38

Х.А.Саккос

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МГД-ПРИВОДА

Для исследования процессов в сложных нелинейных системах, к которым относятся и МГД-приводы, с успехом может быть применено их математическое моделирование на аналоговых вычислительных машинах (АВМ). Это позволяет более точно учитывать все факторы, оказывающие влияние на работу реального МГД-привода: нелинейность передаточных характеристик регуляторов, несинусоидальность напряжения питания и т.д.

Составлять математическую модель МГД-привода можно либо на основе общего уравнения движения системы, либо на основе передаточных функций отдельных звеньев системы. Для определения общих закономерностей работы МГД-привода в динамических режимах больше подходит первый способ, а для моделирования работы реальных МГД-приводов целесообразнее использовать второй способ.

Исходным уравнением для составления математической модели МГД-привода на базе индукционного МГД-двигателя с разомкнутой системой управления без учета упругих звеньев в гидротракте является общее уравнение движения МГД-привода [I]:

$$\frac{dQ_*}{dt_*} = -k_{г*} Q_*^2 \operatorname{sign} Q_* - K_Q U_*^2 Q_* + U_*^2 \operatorname{sign} U_* - p_{co*} - k_{гс*} \int_0^{t_*} Q_* dt_*, \qquad (I)$$

где Q_* – относительная подача МГД-привода;

t_* – относительное время;

$k_{г*}$ – относительный коэффициент гидравлических потерь;

$\operatorname{sign} Q_*$ – функция, отражающая реактивный характер давления гидравлических потерь;

K_Q – коэффициент линеаризации внутренней гидромеханической характеристики [I];

U_* – относительное напряжение питания;

$\mathrm{sign}\,U_*$ – функция, формально учитывающая последовательность фаз;

p_{co*} – начальное гидростатическое давление;

$k_{гс*}$ – относительный коэффициент изменения гидростатического давления.

В качестве базовых величин для (I) выбраны: номинальное напряжение питания $U_н$, подача идеального холостого хода Q_0, гидромеханическая постоянная времени T и номинальное пусковое давление $p_{пн}$.

Под подачей идеального холостого хода подразумевается расчетная величина подачи, при которой средняя скорость движения токопроводящей жидкости в канале МГД-двигателя принимается равной скорости бегущего магнитного поля (синхронной скорости).

Гидромеханическая постоянная времени

$$T = \frac{mQ_0}{F_к^2 p_{пн}}, \tag{2}$$

где m – приведенная к поперечному сечению канала МГД-двигателя масса перемещаемой токопроводящей жидкости;

$F_к$ – поперечное сечение канала МГД-двигателя.

Гидромеханическую постоянную времени аналогично механической постоянной времени в теории классического электропривода [2] можно трактовать как время разгона МГД-двигателя до установившегося значения подачи, если начальная величина динамического давления сохранялась бы в процессе разгона неизменной.

Переход от исходного уравнения к моделирующему на АВМ уравнению в машинных переменных осуществляется через соответствующие масштабные коэффициенты подачи M_Q, напряжения питания M_U, давления M_p и времени M_t:

$$M_Q = \frac{Q_*}{\bar{Q}_*}, \quad M_U = \frac{U_*}{\bar{U}_*}, \quad M_p = \frac{p_*}{\bar{p}_*}, \quad M_t = \frac{t_*}{\bar{t}_*},$$

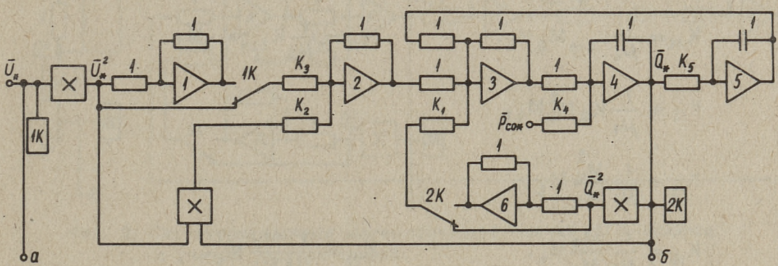
где $\bar{Q}_*, \bar{U}_*, \bar{p}_*$ и $\bar{t}_*$ обозначают соответствующие реальным физическим переменным машинные переменные.

Выражая в (I) физические переменные через машинные, после преобразования получаем:

$$\frac{d\bar{Q}_*}{d\bar{t}_*} = -K_1\bar{Q}_*^2 \operatorname{sign}\bar{Q}_* - K_2\bar{U}_*^2\bar{Q}_* + K_3\bar{U}_*^2 \operatorname{sign}\bar{U}_* - K_4\bar{p}_{co*} - K_5\int\limits_0^{\bar{t}_*}\bar{Q}_* d\bar{t}_*, \quad (3)$$

где

$$K_1 = k_{г*}M_Q M_t,\ K_2 = K_Q M_U^2 M_t,\ K_3 = \frac{M_U^2}{M_Q}M_t,\ K_4 = \frac{M_P}{M_Q}M_t,\ K_5 = k_{гс*}M_t^2.$$



Фиг. 1. Структурная схема математической модели МГД-привода без учета упругих связей.

Построенная на основе (3) структурная схема математической модели МГД-привода показана на фиг. I. Здесь и в последующих схемах набора моделей на АВМ МН-I8 для воспроизведения функций $\operatorname{sign}\bar{U}_*$ и $\operatorname{sign}\bar{Q}_*$ использованы операционные реле машины.

В общем случае все элементы гидравлической системы МГД-привода (гидротракт, канал МГД-двигателя), находящиеся под воздействием давления протекающей в них токопроводящей жидкости, деформируются, причем наибольшие деформации можно ожидать в стенках тонкостенного плоского канала МГД-двигателя, так что в первом приближении МГД-привод можно рассматривать как двухмассовое звено с одним упругим элементом [3].

При составлении математической модели МГД-привода с учетом упругих связей исходим из системы уравнений, приведенной в [3], которая после перехода на относительные величины и введения соответствующих масштабных коэффициентов и машинных переменных преобразуется к следующему виду:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\bar{Q}_{1*}}{dt_*} &= -K_{11}\bar{Q}^2_{1*}\operatorname{sign}\bar{Q}_{1*} - K_{12}\bar{U}^2_*\bar{Q}_{1*} + K_{13}\bar{U}^2_*\operatorname{sign}\bar{U}_* - K_{14}\bar{p}_{co1*} - \\ &\quad - \int_0^{t_*}(K_{15}\bar{Q}_{1*} - K_{16}\bar{Q}_{2*})\,dt_*, \\ \frac{d\bar{Q}_{2*}}{dt_*} &= -K_{21}\bar{Q}^2_{2*}\operatorname{sign}\bar{Q}_{2*} - K_{24}\bar{p}_{co2*} + \int_0^{t_*}(K_{25}\bar{Q}_{2*} - K_{26}\bar{Q}_{2*})\,dt_*,\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

в котором индексы I и 2 определяют физические переменные соответственно до и после упругого элемента. При этом

$$K_{11} = \frac{1}{\mu_1}k_{г1*}M_Q M_t, \qquad K_{21} = \frac{1}{\mu_2}k_{г2*}M_Q M_t,$$

$$K_{12} = \frac{1}{\mu_1}K_Q M_U^2 M_t,$$

$$K_{13} = \frac{1}{\mu_1}\frac{M_U^2}{M_Q}M_t,$$

$$K_{14} = \frac{1}{\mu_1}\frac{M_p}{M_Q}M_t, \qquad K_{24} = \frac{1}{\mu_2}\frac{M_p}{M_Q}M_t,$$

$$K_{15} = \frac{1}{\mu_1}(k_{гc1*} + C_*)M_t^2, \qquad K_{25} = \frac{1}{\mu_2}C_* M_t^2,$$

$$K_{16} = \frac{1}{\mu_1}C_* M_t^2, \qquad K_{26} = \frac{1}{\mu_2}(k_{гc2*} + C_*)M_t^2,$$

где C_* – коэффициент жесткости упругого элемента,
μ_1 и μ_2 – коэффициенты распределения масс перемещаемой жидкости на отдельных участках гидротракта.

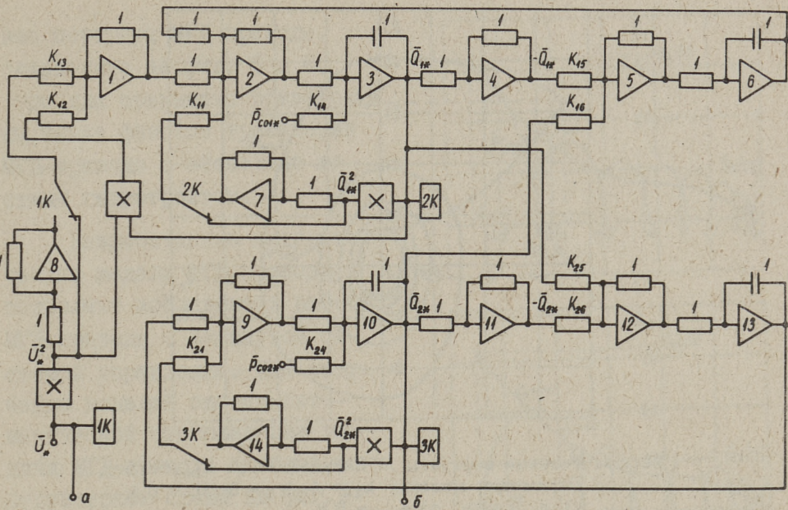
Коэффициенты распределения масс

$$\mu_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}, \qquad \mu_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

где m_1 и m_2 – соответственно приведенные к сечению канала МГД-двигателя массы перемещаемой жидкости на участках гидротракта до и после упругого элемента (канала МГД-двигателя).

Структурная схема математической модели МГД-привода как двухмассового звена с одним упругим элементом, составленная на основе (3), показана на фиг. 2.

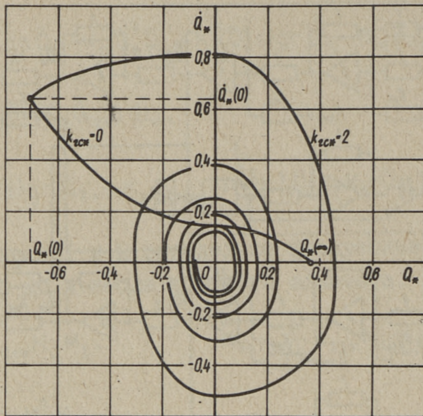
В качестве примера на фиг. 3 и 4 показаны фазовые портреты МГД-привода с разомкнутой системой управления при



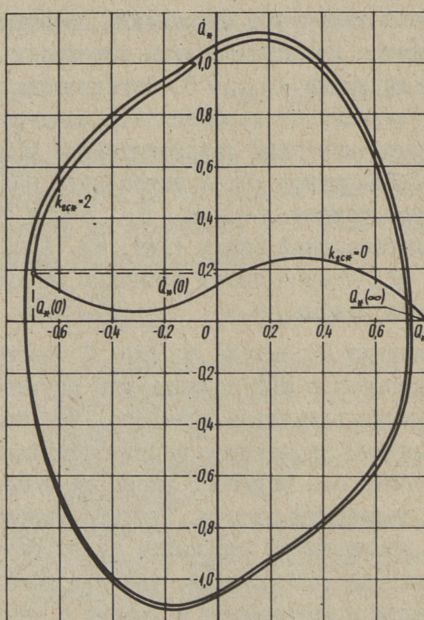
Фиг. 2. Структурная схема математической модели МГД-привода с учетом упругих связей.

скачкообразном изменении напряжения питания. Как видно, при изменяющемся пропорционально интегралу подачи гидростатическом давлении ($k_{гс*} \neq 0$) статическая устойчивость МГД-привода зависит от коэффициента линеаризации внутренней гидромеханической характеристики МГД-привода K_Q. При $K_Q \geq 0$ МГД-привод имеет устойчивую рабочую точку в установившемся режиме ($Q_*(\infty) = 0$), а при $K_Q < 0$ он входит в атоколебательный режим (фиг. 4). В частном случае, при $k_{гс*} = 0$, МГД-привод имеет отличную от нуля подачу в установившемся режиме.

Исследование на модели по фиг. 2 гидромеханических переходных процессов МГД-привода как двухмассового звена с одним упругим элементом показало, что они, в общем, имеют аналогичный характер с соответствующими процессами в МГД-приводе без упругого звена за исключением наличия упругих колебаний подачи. Частота наложенных упругих колебаний с увеличением жесткости гидротракта увеличивается, а амплитуда уменьшается, так что режим работы МГД-привода в целом приближается к режиму с абсолютно жестким гидротрактом. Об этом наглядно свидетельствуют фазо-



Фиг. 3. Фазовые портреты МГД-привода при $k_{гс*}$ = var. Параметры модели: $k_{г*}$ = 1; K_Q = 0; U_* = 0,8; а) p_{co*} = 0; б) p_{co*} = 0,5.

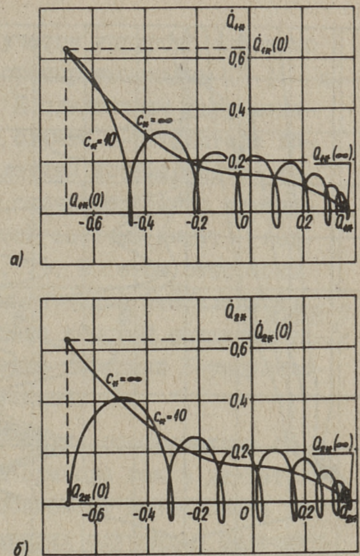


Фиг. 4. Фазовые портреты МГД-привода при $k_{гс*}$ = var. Параметры модели: $k_{г*}$ = 1; K_Q = -1; U_* = 0,8; p_{co*} = 0,5.

вые портреты МГД-привода, показанные на фиг. 5 и 6, где для сравнения приведены также фазовые траектории МГД-привода с абсолютно жестким гидротрактом.

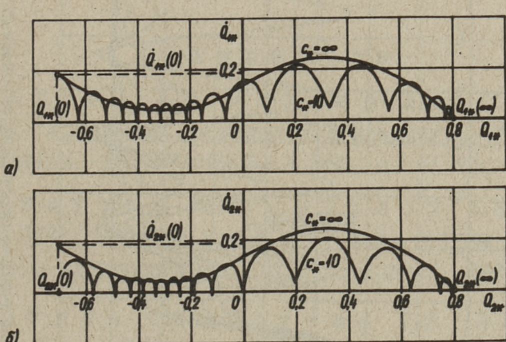
Разработанные математические модели МГД-привода позволяют исследовать работу МГД-привода с замкнутой системой управления. Для получения моделей систем автоматической стабилизации подачи МГД-привода необходимо структурные схемы на фиг.I и 2 охватить отрицательной обратной связью, подключив к зажимам а и б соответствующий регулятор.

В качестве примера на фиг. 7 и 8 показаны кривые гидромеханических переходных процессов систем ста-

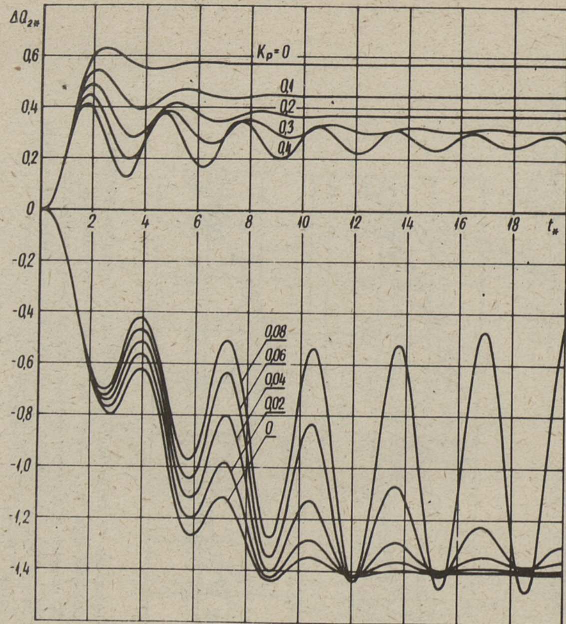


Фиг. 5.

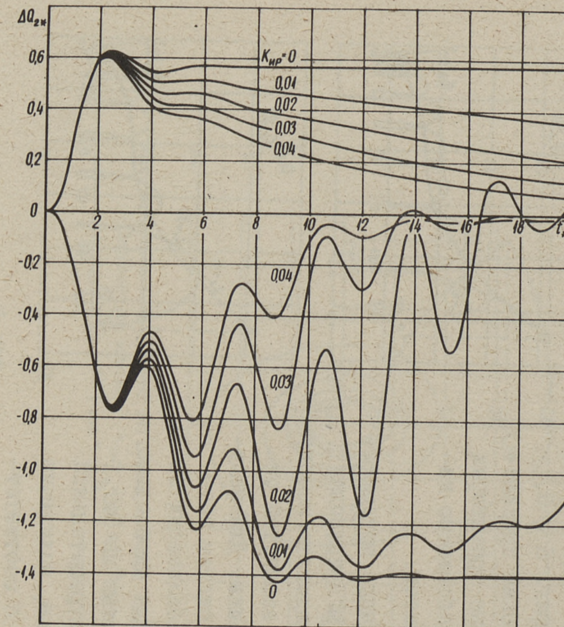
Фазовые портреты МГД-привода с учетом упругих связей при $C_* = var$: а) до упругого звена, б) после упругого звена. Параметры модели: $U_* = 0{,}8$; $k_{z1*} = k_{z2*} = 0{,}5$; $K_Q = 0$; $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}5$; $p_{co1*} = p_{co2*} = 0{,}25$; $k_{zc1*} = k_{zc2*} = 1$.



Фиг. 6. Фазовые портреты МГД-привода с учетом упругих связей при $C_* = var$: а) до упругого звена, б) после упругого звена. Параметры модели: $k_{z1*} = k_{z2*} = 0{,}5$; $K_Q = -1$; $U_* = 0{,}8$; $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}5$, $p_{co1*} = p_{co2*} = 0.25$, $k_{zc1*} = k_{zc2*} = 1$.



Фиг. 7. Кривые гидромеханических переходных процессов статической САСП МГД-привода с учетом упругих связей при скачкообразном изменении напряжения питания. Параметры модели: $U_* = 0,8$, $\Delta U_* = \pm 0,2$; $k_{21*} = k_{22*} = 0,5$; $K_Q = -1$; $p_{c01*} = p_{c02*} = 0,25$; $c_* = 1$.



Фиг. 8. Кривые гидромеханических переходных процессов астатической САСП МГД-привода с учетом упругих связей при скачкообразном изменении напряжения питания. Параметры модели: $k_{21*} = k_{22*} = 0,5$; $K_Q = 1$; $p_{c01*} = p_{c02*} = 0,25$; $U_* = 0,8$; $\Delta U_* = 0,2$; $c_* = 1$.

билизации подачи МГД-привода с учетом упругого элемента в гидротракте соответственно с пропорциональным (П-) и интегральным (И-) регуляторами. Исследование гидромеханических переходных процессов в случае П-регулятора показало, что в зависимости от величины коэффициента передачи регулятора и направления скачкообразного изменения возмущения, в работе замкнутой системы могут возникать неустойчивые режимы (фиг. 7). В этом отношении выгодно отличается система автоматической стабилизации подачи на базе И-регулятора, работа которой остается устойчивой независимо от коэффициента передачи И-регулятора и направления изменения возмущения.

Полученные математические модели, отображающие основные закономерности работы МГД-привода как в двигательном, так и в тормозном режимах, позволяют исследовать работу МГД-привода в широком, во многих случаях в недоступном при исследовании реальных МГД-приводов диапазоне изменения параметров. Поэтому они являются полезными при дальнейших исследованиях динамических процессов автоматизированных МГД-приводов с более сложными системами управления, как например, автоматизированные МГД-дозаторы непрерывного и дискретного действий, системы автоматической стабилизации уровня перемещаемой жидкости в промежуточных резервуарах и т.д.

Литература

1. Саккос Х.А., Лехтла Т.В., Тийсмус Х.А. Уравнения движения МГД-привода. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975, № 382, с. 61-73.

2. Чиликин М.Г., Соколов М.М., Терехов В.М., Шинянский А.В. Основы автоматизированного электропривода. М., "Энергия", 1974, 567 с.

3. Лаугис Ю.Я., Лехтла Т.В., Лойгом В.В., Саккос Х.А., Тийсмус Х.А. МГД-привод как объект автоматического регулирования. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1971, серия А, № 315, с. 35-46.

H. Sakkos

Mathematical Models of MHD-drive

Summary

The paper introduces the mathematical models of the MHD-drive for two cases: when taking into account and leaving out of account the elasticity of the parts of the hydrocanal. These models provide a useful mathematical tool for studying the dynamic processes of the MHD-drive operating in motor or braking conditions.

С о д е р ж а н и е

Таллинский политехнический институт. Труды ТПИ № 398
Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов XIII
Редактор Э. Пуусепп. Техн.ред. Л. Лоопер
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 9 марта 1976 года
Подписано к печати 29 сент. 1976 г. Бумага 60x90/16
Печ.л. 7,25+0,25 прил. Уч.-изд.л. 6,0. Тираж 300. МВ-07331
Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № 1034

Цена 60 коп.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 398 1976

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов

XIII

УДК 621.313.333:621.3.012.1

Определение магнитных индукции зазора и потока ярма линейных индукторов при помощи векторных диаграмм. Янес Х.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 3-24.

Даны расчетная модель линейного индуктора и зависимость индукции зазора и потока ярма от распределения токов обмотки и размеров магнитопровода. Рассматривается распределение магнитного поля при помощи векторных диаграмм на примерах плоского и цилиндрического индукторов при различных обмотках. Указывается на возможность учета потока пазового рассеяния.

Фигур - 10, библ. названий - 8.

УДК 621.313.333:621.3.017.3

Об определении мощностей магнитных потерь по фазам трехфазного линейного индуктора. Янес Х.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 25-48.

Введено понятие собственных и взаимных сопротивлений магнитных потерь разных обмоток индукционной машины. Рассматривается на двух примерах линейных индукторов определение этих сопротивлений и распределение магнитных потерь по фазам обмотки в относительной форме при трехфазной симметричной системе токов.

Таблиц - 4, фигур - 7, библ. названий - 9.

УДК 621.318.38

<u>О распределении магнитного поля в магнитопроводе линейной индукционной машины</u>. Веске Т.А., Янес Х.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 49-66.

В статье рассматривается распределение двухмерного магнитного поля в некоторых участках магнитопровода линейной индукционной машины при $\mu=\infty$: в зубце от пазового рассеяния, в ярме от постоянной по амплитуде пульсирующей индукции в зазоре и в ярме от бегущей индукции при отсутствии шунтирующих участков.

Фигур - 6, библ. названий - 7.

УДК 621.318. 38

<u>Высшие пространственные гармоники магнитного поля в немагнитном зазоре линейного цилиндрического бессердечникового индуктора</u>. Кюльм Э.Г., Сиймар В.А., Янес Х.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 67-72.

Высшие пространственные гармоники относительной аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности линейного цилиндрического индуктора при наличии вторичной системы и пазов внешнего магнитопровода определяются решением системы десяти алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами в зависимости от пяти безразмерных величин. Полученные первая, пятая и седьмая гармоники сравниваются с гармониками магнитной индукции, определяемые при гладкой поверхности индуктора. Влияние пазов и вторичной системы на первую гармонику не существенно, а влияние на пятую и седьмую гармоники можно учесть соответствующими поправочными коэффициентами. Приводятся простые выражения, по которым можно рассчитать эти коэффициенты в зависимости от пяти величин.

Таблиц – 2, библ. названий – 2.

УДК 621.318.38

Расчетное и экспериментальное определение вращающего магнитного поля индуктора с большим зазором. Валдур Л.В. "Труды Таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 73–79.

Определяется магнитное поле в немагнитном зазоре и за его пределами с учетом длины вылета и конфигурации лобовых частей обмотки. Результаты расчета сопоставляются с опытными результатами.

Фигур – 4, библ. названий – 5.

УДК 621.318.38

Электромагнитное поле в немагнитном зазоре индукционного насоса с концентрическими катушками при наличии электропроводящего канала. Веске Т.А. "Труды Таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 81-91.

В статье рассматривается распределение электромагнитного поля в немагнитном зазоре индукционного насоса с концентрическими катушками при наличии электропроводящего канала. Выводятся выражения составляющих комплексных векторов электромагнитного поля.

Фигур – 1, библ. названий – 2.

УДК 621.318.38

Пазовое рассеяние индукционного вращателя с кольцевой обмоткой. Кескюла В.Ф., Тергем И.Р. "Труды Таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 93-104.

В статье определяются составляющие относительной магнитной проводимости пазового рассеяния индукционного вращателя с кольцевой обмоткой. Аналитические выражения проводимостей выводятся из закона полного тока интегрированием потокосцепления в декартовых координатах. Проводимости представляют в принятой в теории электрических машин форме с помощью поправочных коэффициентов. Сложные выражения поправочных коэффициентов аппроксимируются простыми формулами.

Фигур - 8, библ. названий - 3.

УДК 621, 318.38

Математические модели МГД-привода. Саккос Х.А. "Труда таллинского политехнического института", 1976, № 398, с. 105-114.

Рассматриваются математические модели МГД-привода с учетом и без учета упругости элементов гидротракта, позволяющие исследовать динамические режимы МГД-привода как в дивгательном, так и в тормозном режимах работы.

Фигур - 8, библ. названий 3.

Цена 60 коп.