

Er 6.7

Х. Х. ЛАУЛ

I. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ОБОЛОЧКИ  
С ТРЕЩИНАМИ В РАСТЯНУТОЙ ЗОНЕ

II. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ОБОЛОЧКИ  
С ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ АРМАТУРОЙ

ENSV Tööstuse Akadeemia  
Keskmääratukogu

P. 14731



ЭСТОНСКОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИН, 1953





# 1. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ОБОЛОЧКИ С ТРЕЩИНАМИ В РАСТЯНУТОЙ ЗОНЕ.

## 1. Общие замечания

Обычно при расчете железобетонных цилиндрических оболочек предполагают, что материал оболочки однородный, изотропный и одинаково подчиняется закону Гука как в растянутой, так и в сжатой зонах. В действительности же в растянутой зоне (или в растянутых зонах) в оболочках могут образоваться большие или меньшие трещины, если возникающие растягивающие напряжения превышают прочность бетона при растяжении  $R_p$  и предельная растяжимость бетона  $i_p$  исчерпана. Расчет оболочек с учетом влияния трещин по точным методам еще не разработан.

В данной работе применяется метод аппроксимации приращения сдвигающих сил [Л. 1], [Л. 2].

При решении поставленной задачи мы вынуждены допустить некоторые дополнительные правдоподобные предпосылки, чтобы можно было осуществить расчет.

Задача в общем нелинейная. Для каждой степени нагрузки соответствует своя картина трещин, вследствие чего зависимости между нагрузками и усилиями оказываются нелинейными. Условия минимума потенциальной энергии внутренних сил  $\Pi$  нужно было бы заменить условиями минимума дополнительной энергии  $R$  [Л. 3]. Но таким путем решение до численных результатов практически невозможно.

Поэтому расчет произведен по следующей схеме:

Предполагается, что трещины развивались начиная с растянутого края до некоторого расстояния (определенного, например, центральным углом  $\varphi_0$  — рис. 1).

Предполагаем, что такое поперечное сечение с фиксированной трещиной проходит по всей длине оболочки. Причем, в протяжении трещины сечение не работает для восприятия продольных сил (за исключением стрингера).

Оболочка с фиксированной трещиной при возрастающих нагрузках от  $0$  до  $q$  работает в соответствии с линейными зависимостями, и здесь, таким образом, применимы условия минимума потенциальной энергии внутренних сил.

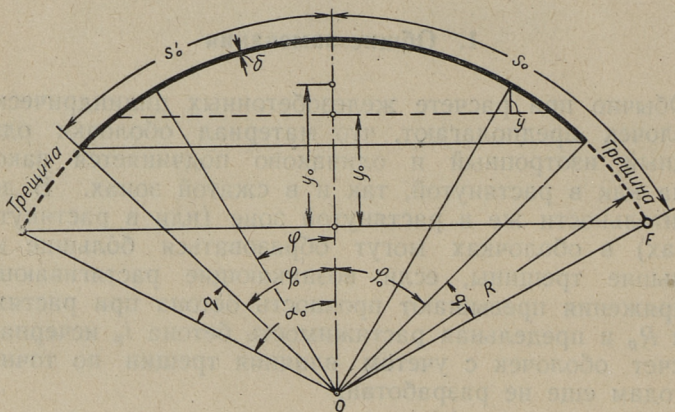


Рис. 1.

При указанных допущениях полученное напряжение у конца трещины ( $\varphi = \varphi_0$ ) принимаем равным прочности бетона при растяжении  $R_p$ . Таким образом, полученное условие определяет нагрузку  $q^*$ , при которой уже ранее фиксированная трещина будет развиваться дальше.

Предлагаемый путь решения оказывается точным при повторном нагружении оболочки (если фиксированная трещина уже существует до нагружения), и разумеется, предлагаемый путь решения можно рассматривать как хорошее приближение, если нагрузка впервые действует от  $0$  до  $q$ .

В настоящей работе мы будем рассматривать случай, когда нагрузка в поперечном сечении симметрична и постоянна вдоль оболочки.



## 2. Расчетная схема

Ход решения показан на конкретном примере оболочки со стрингерами (рис. 1 и 2). Поперечное сечение этой оболочки — окружность.

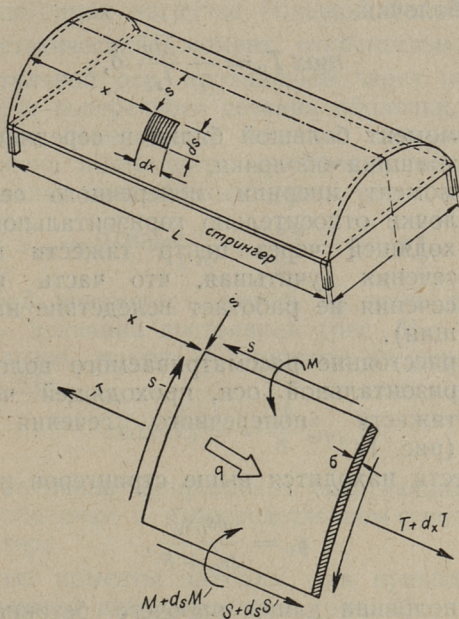


Рис. 2.

До возникновения трещин стрингеры образуются арматурой и окружающим ее бетоном в бортовом элементе. После возникновения трещин приходится считаться только с арматурой, причем площадь последней приводится на бетон при помощи величины « $n$ » (соотношение между модулем упругости арматуры и бетона).

Общая схема и учитываемые усилия показаны на рис. 2.

а) Усилия в начальной задаче находим, решая задачу о большой балке (соответствующие усилия обозначены индексом « $o$ »).

Отметим, что Л. С. Гильман еще в 1938 г. опубликовал статью [Л. 4], где рассматривал расчет железобетонной

тонных оболочек с трещинами. Он воспользовался предположениями, что продольные деформации распределяются в вертикальном направлении линейно. Поэтому мы можем рассматривать решение Л. С. Гильмана как начальную задачу нашего решения.

Из курса сопротивления материалов известно, что в середине оболочки

$$\max T_0 = - \frac{\bar{M}y}{I_{zz}} \delta,$$

где  $\bar{M}$  — момент большой балки в середине оболочки,

$\delta$  — толщина оболочки,

$I_{zz}$  — момент инерции поперечного сечения оболочки относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести поперечного сечения (учитывая, что часть поперечного сечения не работает вследствие наличия трещин).

$y$  — расстояние рассматриваемого волокна до горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести поперечного сечения оболочки (рис. 1).

Центр тяжести находится выше стрингеров на величину

$$y_0 = \frac{\delta s'_0 y'_0}{\delta s'_0 + F},$$

где  $s'_0$  — половина длины рабочего бетонного сечения оболочки (см. рис. 1).

$F$  — приведенная площадь стрингера.

$y'_0$  — высота центра тяжести работающего сечения над стрингерами (рис. 1):

$$y'_0 = R \left[ \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} - \cos \alpha_0 \right].$$

Момент инерции поперечного сечения

$$I_{zz} = I_0 + 2\delta s'_0 (y'_0 - y_0)^2 + 2F y_0^2,$$

где  $I_0$  — момент инерции рабочего сечения оболочки относительно горизонтальной оси, проходящей через собственный центр тяжести:

$$I_0 \cong 0,0445 \varphi_0^5 \delta R^3 (1 - 0,146 \varphi_0^2).$$



Приращение сдвигающих сил  $\zeta_0 = \frac{\partial S}{\partial x}$  находится по формуле

$$\zeta_0 = -\frac{\bar{q}S_{0\varphi}}{2I_{zz}}, \quad (2)$$

где  $\bar{q}$  — погонная нагрузка большой балки.

$S_{0\varphi}$  — статический момент относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести поперечного сечения оболочки, в той части поперечного сечения которая расположена выше рассматриваемого волокна (определен центральным углом  $\varphi$ ):

$$S_{0\varphi} = 2R^2\delta\varphi \left[ \frac{y}{R} + \frac{\sin\varphi}{\varphi} - \cos\varphi \right].$$

Само собой разумеется, что  $\zeta_0$  на всём протяжении трещины — величина постоянная (рис. 3).

Максимальное усилие в стрингере (в середине оболочки) [Л. 2]:

$$\max N_0 = -\frac{L^2}{8} \zeta_{0I}, \quad (3)$$

где  $\zeta_{0I}$  — величина приращения сдвигающих сил  $\zeta_0$  в оболочке в непосредственном соседстве стрингера.

Поперечные моменты находим, как правило, при помощи численного интегрирования (рис. 3):

$$M_{0\varphi} = -\int_{\varphi}^{\alpha_0} (\zeta_0 h_{\zeta} + q h_q) R d\psi. \quad (4)$$

б) *Поправка внутренних сил, найденных в начальной задаче.*

Избираем дополнительную эпюру для  $\zeta_0$  в виде

$$\Delta\zeta = a_I \text{ (если } \varphi \geq \varphi_0)$$

и

$$\Delta\zeta = a_I \frac{s}{s_0} + \sum_{1,2,3\dots} a_n \sin \frac{n\pi s}{s_0} = a_I \Delta\zeta_I + \sum_{1,2,3\dots} a_n \Delta\zeta_n \quad (5)$$

(если  $\varphi > \varphi_0$ ),

где  $a_1, a_n$  — пока-что неопределенные параметры. Таким образом, предполагается, что  $\Delta\zeta$  не зависит от  $x$  [Л. 2].

Дополнительная эпюра должна быть уравновешена в вертикальном направлении, откуда

$$\int_0^{\alpha_0} \Delta\zeta \sin \varphi R d\varphi = 0. \quad (6)$$

Это условие идентично с требованием, что результирующий момент дополнительных продольных сил  $\Delta T$

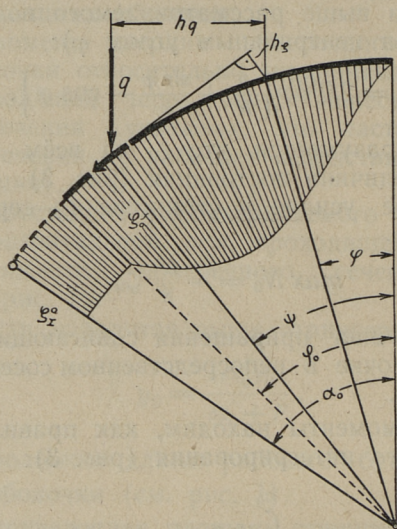


Рис. 3.

(обусловленный дополнительной эпюрой  $\Delta\zeta$ ) относительно любой горизонтальной оси равен нулю [Л. 1], [Л. 2]. Из условия (6), учитывая (5), получаем:

$$a_1 \left[ \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} - \cos \alpha_0 \right] + \sum_{1,2,3,\dots} a_n \frac{(-1)^{n+1} \sin \varphi_0}{\frac{n\pi}{\varphi_0} - \frac{\varphi_0}{n\pi}} = 0 \quad (6')$$

Формула (6') дает возможность выразить один параметр (например,  $a_1$ ) через остальные.

Если трещина находится в стрингере и еще не распространена в оболочке, то продольные деформации



в стрингере и в соседних волокнах оболочки должны быть одинаковыми. Отсюда получаем еще одно условие для определения другого параметра через остальные [Л. 2]:

$$-\frac{\Delta\zeta_I}{F} = \frac{1}{\delta} \left( \frac{\partial}{\partial s} \Delta\zeta \right)_I, \quad (7)$$

или после некоторых преобразований

$$a_I = \frac{\pi F}{F + \delta s'_0} \sum_{1,2,3,\dots} n a_n (-1)^{n+1}. \quad (7')$$

Разумеется, если трещина распространяется также и в оболочке, то (7') не применимо.

Дополнительная эпюра  $\Delta\zeta_I$  вызывает в оболочке поперечные моменты (если  $a_I = 1$ ):

$$m_{\varphi I} = -R^2 [(\alpha_0 - \varphi) - \sin(\alpha_0 - \varphi)], \quad \text{если } \varphi > \varphi_0 \text{ и} \quad (8)$$

$$m_{\varphi I} = -R^2 \left[ \alpha_0 - \sin(\alpha_0 - \varphi) - \frac{1}{\varphi_0} \cos(\varphi_0 - \varphi) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\varphi_0} - \frac{\varphi^2}{2\varphi_0} - \frac{\varphi_0}{2} \right], \quad \text{если } \varphi < \varphi_0.$$

Дополнительная эпюра  $\Delta\zeta_n$  обуславливает в оболочке поперечные моменты (если  $a_n = 1$ ):

$$m_{\varphi n} = \frac{R^2}{m^2 - 1} \left[ (-1)^n \left( m - \frac{1}{m} \right) + m (-1)^{n+1} \cos(\varphi_0 - \varphi) + \right. \\ \left. + \frac{1}{m} \cos m\varphi \right], \quad \text{если } \varphi < \varphi_0 \quad (9)$$

где  $m = \frac{n\pi R}{s'_0}$ .

Продольные силы  $\Delta T$ , вызванные дополнительной эпюрой, в середине оболочки [Л. 1], [Л. 2]:

$$\max \Delta T = \frac{L^2}{8} \frac{\partial}{\partial s} (\Delta\zeta) = \frac{L^2}{8} \left( \frac{a_I}{s'_0} + \sum a_n \frac{n\pi}{s'_0} \cos \frac{n\pi s}{s'_0} \right),$$

если  $\varphi \leq \varphi_0$ . (10)

Соответствующее изменение усилия в стрингере в середине оболочки [Л. 2]:

$$\max \Delta N = -\frac{L^2}{8} \Delta\zeta_I = -\frac{L^2}{8} a_I. \quad (11)$$

Действительные усилия в оболочке получаем, суммируя усилия, найденные в задаче о большой балке (2), с усилиями, полученными вследствие  $\Delta\zeta$ .

Таким образом, продольные силы в середине оболочки

$$\max T = \max T_0 + \frac{L^2}{8} \left[ \frac{a_1}{s_0} + \sum a_n \frac{n\pi}{s_0} \cos \frac{n\pi s}{s_0} \right]. \quad (12)$$

Поперечные моменты

$$M_\varphi = M_{0\varphi} + a_1 m_{\varphi 1} + \sum a_n m_{\varphi n}. \quad (13)$$

Приращение сдвигающих сил

$$\zeta = \zeta_0 + \Delta\zeta. \quad (14)$$

Усилие в стрингере в середине оболочки

$$\max N = \max N_0 - \frac{L^2}{8} a_1 = -\frac{L^2}{8} [\zeta_{01} + a_1]. \quad (15)$$

Отметим, что в формулах (12)–(15) один или два параметра можно выразить через остальные путем формул (6') и (7').

Остальные параметры определяем из условий минимума потенциальной энергии внутренних сил [Л. 1], [Л. 2]:

$$\begin{aligned} \frac{6}{\delta^2} \int M \frac{\partial M}{\partial a_i} ds + 0,267 \int \max T \frac{\partial (\max T)}{\partial a_i} ds - \\ - \frac{L^4 \delta}{240F} [\zeta_{01} + a_1] \frac{\partial a_1}{\partial a_i} = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где — интегралы взяты по половине поперечного сечения,

$\delta$  — толщина оболочки,

$F$  — площадь стрингера, приведенная на бетон, притом площадь арматуры умножена на  $n = E_a/E_\sigma$  ( $\approx 10$ ),

$L$  — пролет оболочки в продольном направлении.

Посредством формул (6'), (7') и (16) определяются все параметры, а из формул (12)–(15) — все усилия.

### 3. Оболочки с отрицательными поперечными моментами

Отрицательные моменты — это такие моменты [Л. 1], которые вызывают в верхней поверхности оболочки растягивающие напряжения.



Отметим, что одиночно стоящие оболочки, опертые только торцевыми диафрагмами и нагруженные сплошной нагрузкой (особенно в том случае, если существуют дополнительные нагрузки в районе бортового элемента), имеют, как правило, отрицательные поперечные моменты.

Разберем пример, представленный на рис. 4.

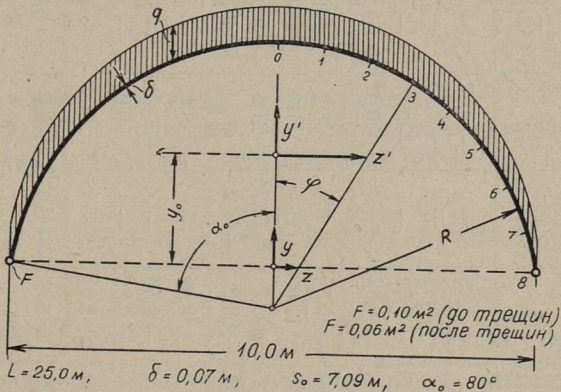


Рис. 4.

Если трещины еще не возникли, то

$$y_0 = 2,24 \text{ м},$$

$$J_{zz} = 2,84 \text{ м}^4.$$

На основе вышесказанного, из задачи о большой балке, находим внутренние силы  $T_0$ ,  $M_0$ ; они приведены в таблице 1:

Назначим

$$\Delta \zeta = a_1 \frac{s}{s_0} + a_1 \sin \frac{\pi s}{s_0} + a_2 \sin \frac{2\pi s}{s_0}.$$

Из условия неразрывности деформации у стрингера (7'):

$$a_1 = 0,527a_1 - 1,152a_2.$$

Из условия равновесия в вертикальном направлении (6'):

$$a_1 = -1,020a_2 + 0,431a_3.$$

Таблица 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$M_0$	-3,03	-	-2,57	-	-1,40	-	-0,37	-	0
$m_1$	-7,82	-	-3,78	-	-1,25	-	-0,13	-	0
$m_1$	-6,16	-	-2,31	-	-0,52	-	-0,01	-	0
$m_2$	+4,96	-	+2,72	-	0,82	-	0,07	-	0
$max T_0$	-53,40	-51,4	-45,0	-34,8	-20,8	-3,9	16,2	38,0	61,3
$max \Delta T_1$	11,00	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0
$max \Delta T_1$	34,60	32,0	24,5	13,2	0	-13,20	-24,5	-32,0	-34,6
$max \Delta T_2$	69,20	49,0	0	-49,0	-69,2	-49,2	0	49,0	69,2
-0,55 $m_1$	4,31	-	2,08	-	0,69	-	0,07	-	0
0,96 $m_1$	-5,92	-	-2,22	-	-0,50	-	-0,01	-	0
$m_2$	4,96	-	2,72	-	0,82	-	0,07	-	0
$\Sigma = m_2'$	3,35	-	2,58	-	1,01	-	0,13	-	0
-0,55 $max \Delta T_1$	-6,00	-6,0	-6,0	-6,0	-6,0	-6,0	-6,0	-6,0	-6,0
0,96 $max \Delta T_1$	33,20	30,7	23,5	12,7	0	-12,7	-23,5	-30,7	-33,2
$max \Delta T_2$	69,20	49,0	0	-49,0	-69,0	-49,0	0	49,0	69,2
$\Sigma = max \Delta T_2'$	96,40	73,7	17,5	-42,3	-75,0	-67,7	-29,5	13,7	30,0



Посредством этих выражений определяем

$$a_1 = -0,55a_2,$$

$$a_1 = 0,96a_2.$$

Усилия можно теперь определить посредством одного параметра. Например, поперечный изгибающий момент:

$$M_\varphi = M_{0\varphi} - 0,55 a_2 m_{\varphi 1} + 0,96 a_2 m_{\varphi 1} + m_{\varphi 2} a_2 =$$

$$= M_{0\varphi} + a_2 m'_{\varphi 2}.$$

Аналогично поступаем и при  $\max T$ .

В таблице 1 представлены необходимые величины.

Условие минимума потенциальной энергии

$$\frac{6}{\delta^2} \int_0^{s_0} (M_0 + m'_2 \cdot a_2) m'_2 ds + 0,267 \int_0^{s_0} (\max T_0 +$$

$$+ \max \Delta T_2) \max \Delta T_2 ds + \frac{L^4 \delta}{240F} [\xi_{0;8} + \Delta \xi_{2;8} a_2] \Delta \xi'_{2;8} = 0.$$

Из условия минимума потенциальной энергии получаем:

$$a_2 = 0,82q.$$

В таблице 2 показаны действительные усилия, полученные путем суммирования.

Таблица 2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\max T$	24,6	8,9	-30,7	-69,5	-82,3	-59,3	-8,0	49,2	85,9
$M$	-0,29	—	-0,39	—	-0,47	—	-0,26	—	0

Таким образом, в стрингере возникает напряжение (в середине оболочки):

$$\max \sigma = \frac{\max T_8}{\delta} = \frac{85,9}{0,07} q = 1230q.$$

Нагрузка, вызывающая напряжение  $R_p = 150 \text{ т/м}^2$  ( $= 15 \text{ кг/см}^2$  — прочность бетона при растяжении):

$$q^* = \frac{150}{1230} = 0,122 \text{ т/м}^2.$$

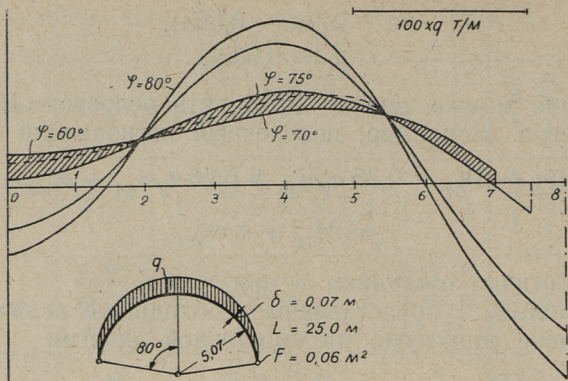


Рис. 5.

Оказывается, что трещины в стрингере возникают уже при собственном весе.

Дальше рассчитана оболочка при разных протяжимо-стях трещин.

Найденные продольные силы показаны на рис. 5, поперечные моменты на рис. 6.

Отметим, что условие непрерывности деформации (7') в данном случае отпадает и при назначенной эпюре  $\Delta\zeta$  (три параметра) приходится составлять 2 условия минимума потенциальной энергии.

Из рис. 5 вытекает: если трещина возникла, то она распространяется тотчас в оболочку, но быстро затухает. При образовании трещины даже только на протяжении  $10^\circ$  ( $\varphi_0 = 70^\circ$ ), у края трещины возникают сжимающие напряжения. Это означает, что если напряжение арматуры не достигло пре-

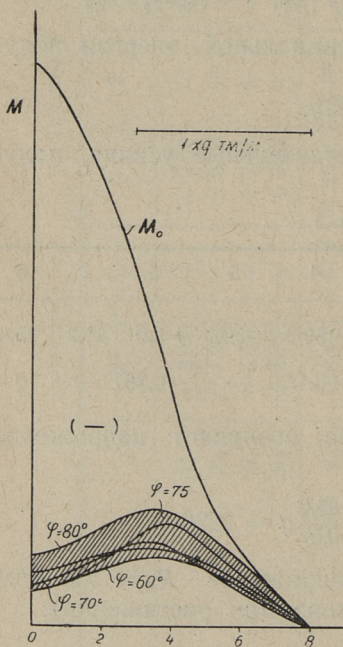


Рис. 6.



дела текучести, то дальнейшее развитие трещины невозможно.

Дальше из рис. 5 следует, что под влиянием трещин распределение продольных сил в сжатой зоне оказывается значительно «спокойнее», причем результирующая сила растянутой зоны уменьшилась примерно на 10%. Поперечные моменты уменьшаются, как вытекает из рис. 6, но не подвергаются большим изменениям.

#### 4. Оболочки, имеющие положительные поперечные моменты

Положительными моментами растянута внутренняя поверхность оболочки. Такой случай мы встречаем, если действующие нагрузки сосредоточены более к гребню оболочки. (В нашем примере верхняя половина оболочки нагружена — рис. 7).

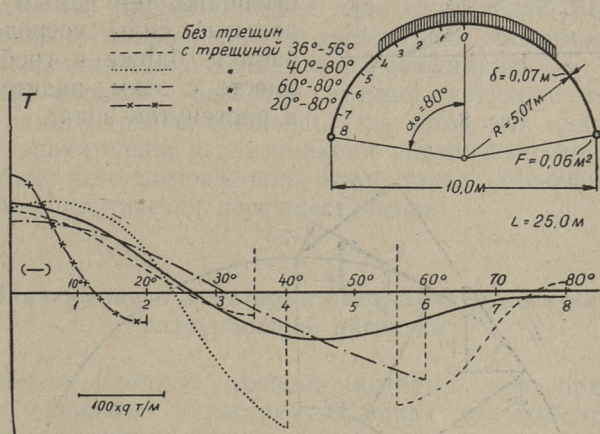


Рис. 7.

Рассматривая задачу без учета влияния трещины, получаем эпюры макс  $T$  и  $M$ , как они представлены на рис. 7 и 8 сплошной линией.

Как видно, растянутая зона поднимается значительно выше. Это обстоятельство легко объяснить (рис. 9).

Части  $\zeta$  — эпюры, расположенные ближе к гребню, дают вертикальные проекции сил, меньшие по сравне-

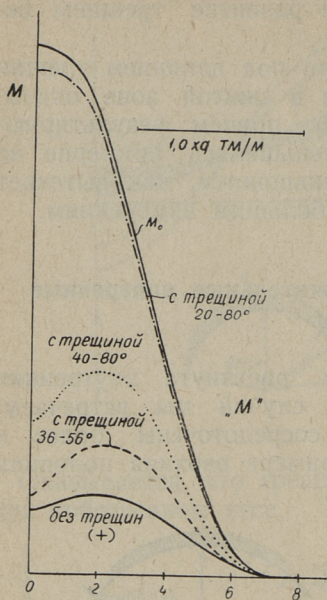


Рис. 8.

нию с проекциями, которые дают части  $\zeta$  — эпюры, расположенные ближе к бортовому элементу. Но внутренние плечи, определяющие величины поперечных моментов, уменьшаются вблизи гребня гораздо быстрее, чем соответствующие вертикальные проекции. Таким образом становится возможным уменьшение положительных поперечных моментов начальной задачи, не нарушая условия равновесия в вертикальном направлении, если  $\zeta$  — эпюру сосредоточить поближе к гребню. Очевидно, тем самым и продольные силы сосредоточиваются ближе к гребню, а вместе с этим поднимается и растянутая зона.

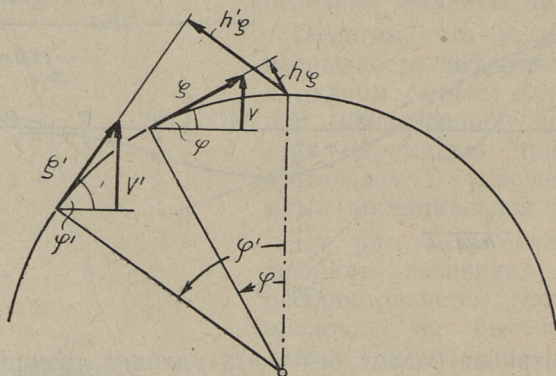


Рис. 9.

Рассматривая настоящий пример, видим, что первоначально трещина развивается не у стрингера, а примерно в промежутке центральных углов от  $\varphi = 36^\circ$  до



$\varphi = 56^\circ$  (если допустить, что главная часть арматуры находится в районе стрингера).

Впоследствии рассмотрим случай, когда поперечные сечения имеют трещины в протяжении от  $\varphi = 36^\circ$  до  $\varphi = 56^\circ$ .

Найденные усилия представлены на рис. 7 и 8. При этом усилие в стрингере оказывается сжимающим:

$$\max N = -18,0T.$$

На рис. 7 видим, что трещины должны развиваться ниже предполагаемой трещины и, очевидно, до стрингера.

В дальнейшем проведены расчеты в случаях:

а) Протяженность трещины от  $\varphi = 40^\circ$  до  $\varphi = 80^\circ$  (до стрингера). На рис. 7 видно, что в оболочке развивается новая растянутая зона и тем самым новая трещина возникает выше принятой трещины.

б) Протяженность трещины  $\varphi = 20^\circ$  до  $\varphi = 80^\circ$ . Оказывается, что трещина имеет еще стремление распространиться в направлении к гребню, но максимальные растягивающие напряжения уже уменьшились.

Таким образом, развитие трещин затухает только около самого гребня оболочки. При этом, как видим на рис. 8, значительно увеличиваются поперечные моменты, вследствие чего димензионирование таких оболочек оказывается практически неосуществимым.

## 5. Заключение и некоторые замечания относительно разрушающей нагрузки

Учитывая влияние трещин, которые, как правило, всегда возникают в растянутых зонах железобетонных оболочек, получаем результаты, иногда значительно отличающиеся от результатов обыкновенного расчета, особенно у одиночных оболочек или у крайней волны многоволновых оболочек.

Если нагрузка обуславливает в оболочке отрицательные поперечные моменты (соответствующая растянутая зона находится наверху), то отличие не очень ощутительное. Поперечные моменты практически не изменяются. Результирующая сила растянутой зоны уменьшается приблизительно на 10% (в соответствии с чем име-

ется возможность экономии арматуры). Распределение напряжений в сжатой зоне оказывается «спокойнее».

Совсем иначе ведет себя оболочка, если нагрузка обуславливает положительные поперечные моменты (растянутой оказывается теперь нижняя поверхность оболочки).

Для достижения состояния минимума потенциальной энергии внутренних сил должны значительно уменьшаться положительные поперечные моменты, найденные в начальной задаче. Это возможно, уменьшая  $\zeta = \frac{\partial S}{\partial x}$  в районах стрингеров. Так как вертикальная результирующая сила  $\zeta$  — эпюры должна уравнивать внешние вертикальные нагрузки на поперечной полоске (то есть она не изменяется), то ординаты  $\zeta$  — эпюры в средних частях поперечного сечения должны увеличиваться, вследствие чего поднимается растянутая зона. Так как главная растянутая арматура находится ниже (в стрингерах, в бортовых элементах), то трещины неизбежны в средних районах таких оболочек. Как показывают расчеты, возникающие трещины, если они вообще затухают, то затухают в непосредственной близости гребня оболочки. При этом поперечные моменты увеличены примерно в 10 раз по сравнению с результатами обыкновенного расчета. Таким образом, одиночная цилиндрическая оболочка практически не в состоянии нести нагрузки, обуславливающие в оболочке положительные моменты. Мы пришли к аналогичным выводам, рассматривая оболочки с бортовыми элементами и оболочки с эллиптическими поперечными сечениями.

Возможно, что применение ряда предпосылок и пренебрежение влиянием пластических деформаций бетона воздействует на результаты в пессимистическом направлении. Но несомненно, что, в основном, поведение таких оболочек вполне охарактеризовано изложенными соображениями.

Таким образом, мы должны быть особенно осторожны при нагружении оболочек большими нагрузками вблизи гребня.

Отсюда еще один шаг к определению разрушающей нагрузки оболочки.

Учитывая вышеизложенное, можно сказать, что разрушающими нагрузками у оболочек с *положительными*



поперечными моментами являются нагрузки, при которых возникают первые трещины (если особая арматура выше бортового элемента не предусмотрена).

В оболочках с отрицательными поперечными моментами напряжения в арматуре (стрингере) достигают предела текучести сначала в одном поперечном сечении, при этом трещины не имеют большого протяжения в поперечном сечении.

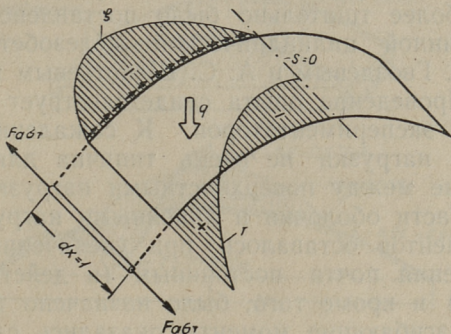


Рис. 10.

Если же в двух соседних сечениях напряжения в арматуре достигли предела текучести  $\sigma_T$  (рис. 10), то в протяжении возникающей трещины исчезает сперва  $\zeta$  — эпюра. Это обстоятельство имеет следующие следствия (рис. 10):

а) так как  $\zeta$  — эпюра имеет теперь 2 нулевые точки, производная  $\left(\frac{\partial \zeta}{\partial s}\right)$  должна изменить свой знак. Таким образом выше трещины возникает новая растянутая зона и трещина развивается в направлении гребня. Вследствие этого, в свою очередь, происходит затухание новой части  $\zeta$  — эпюры;

б) исчезновение части  $\zeta$  — эпюры в нижних районах оболочки вызывает резкое увеличение отрицательных поперечных моментов, так как именно нижние части  $\zeta$  — эпюры дали главную часть уравновешивающих положительных поперечных моментов.

Итак, разрушающей нагрузкой при оболочках с отрицательными поперечными моментами можно считать

нагрузки, обуславливающие в арматуре (стрингере) напряжение, равное пределу текучести. Дальнейшее возрастание нагрузки вследствие увеличения внутреннего плеча (как это наблюдается в железобетонных балках), немислимо.

Здесь было бы уместно рассмотреть опыты с железобетонными цилиндрическими оболочками. В литературе имеется очень мало сведений о таких испытаниях, еще реже можно найти исчерпывающие результаты испытаний. Наиболее тщательно было поставлено испытание модели длинной цилиндрической железобетонной оболочки А. А. Гвоздевым и А. С. Шепотьевым в ЦНИПС'е [Л. 5]. Проведение опыта свидетельствует о большом мастерстве экспериментаторов. К сожалению, выбранная схема нагрузки не очень типична для оболочек. Соотношение между поверхностными нагрузками криволинейной части оболочки и линейными нагрузками бортовых элементов оставалось при увеличении нагрузки до разрушения почти постоянным (в действительности это не так) и кроме того, было назначено так, что поперечные изгибающие моменты оказались слишком маленькими. В силу этого оболочка работала до разрушения почти как балка, т. е. продольные усилия были по вертикали распределены линейно.

Тем не менее, этот опыт подтверждает наши выводы. Оболочка работала, в основном, под отрицательным поперечным изгибающим моментом, вследствие чего:

а) трещины не развивались очень далеко от бортового элемента,

б) разрушение произошло в результате достижения предела текучести напряжения арматуры в растянутой зоне и, как свидетельствует картина трещин, довольно внезапно.

Поперечные моменты в данном случае при разрушении особой роли не играли, вследствие (как уже отмечено) удачной нагрузки и довольно большой относительной толщины оболочки.

Также при опытах, проведенных Г. Л. Зоделова [Л. 6] в Тбилисском Научно-Исследовательском институте, в моделях оболочек возникли сравнительно небольшие отрицательные поперечные моменты. Картина трещин поэтому здесь аналогична картине, полученной Гвоздевым-Шепотьевым.



Опыты с оболочками, где нагрузка обуславливала бы сравнительно большие отрицательные моменты (нагрузка сосредоточена более к бортовым элементам, как это бывает обычно у оболочек после распалубливания), не проведены. Также нет в литературе никаких данных относительно испытаний оболочек, получивших положительные поперечные моменты.

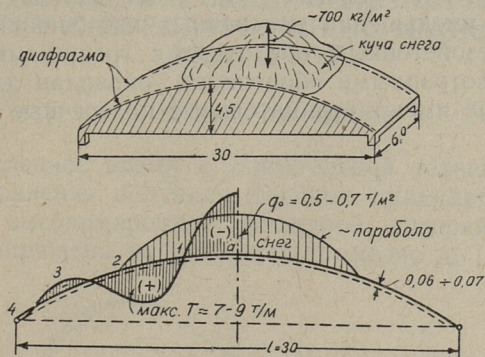


Рис. 11.

Исходя из этого, считаем предложение — рассчитывать железобетонные оболочки формально как железобетонные балки по разрушающим нагрузкам, не вникая в характер поперечного распределения нагрузки [Л. 6], [Л. 7] — преждевременным.

Хотя такой подход часто дает удовлетворительные результаты, не исключены и такие случаи, где поперечное распределение нагрузки искажает картину внутренних сил так, что рекомендуемый элементарный способ расчета становится неприемлемым. Особенная осторожность требуется при наличии сосредоточенных нагрузок в районах гребня оболочки. Так, нам известен случай разрушения одной короткой оболочки (рис. 11), где вследствие сосредоточенной нагрузки снега возникли положительные поперечные моменты. Приближенный расчет (так как точную нагрузку трудно установить), произведенный по нашему методу, показывает (рис. 11), что работать будет, в основном, часть оболочки, находящаяся непосредственно под нагрузкой. При том растянутая зона сильно поднималась и так как в продольном

направлении там была только конструктивная арматура, то возникающие максимальные растягивающие продольные силы (7—9 т/м) были в состоянии вызвать трещины. При этом трещины в растянутой зоне совсем не затухали и оболочка рухнула вследствие больших поперечных моментов и чрезмерно уменьшенной сжатой зоны.

В заключении отметим, что тезис Л. С. Гильмана [Л. 4] об уменьшении поперечных изгибающих моментов в железобетонных оболочках с трещинами сравнительно с изотропными оболочками, оправдан для оболочек, которые имеют отрицательные поперечные моменты.



## II. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ОБОЛОЧКИ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ АРМАТУРОЙ.

### 1. Общие замечания

За последнее время в строительной технике широкое распространение получили длинные цилиндрические оболочки с высокомарочной арматурой, которая предварительно напряжена напряжением примерно до  $10000 \text{ кг/см}^2$ .

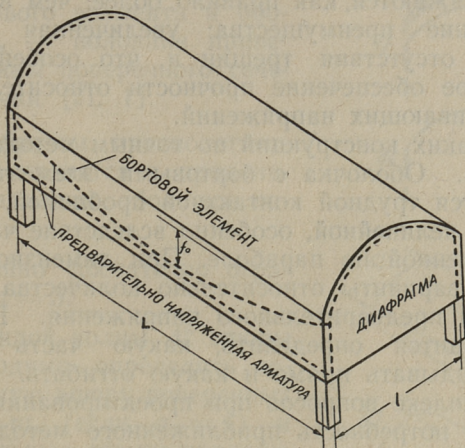


Рис. 12.

Арматура, как правило, укладывается после отвердения бетона в особых пустотах в бортовых элементах. Арматура натягивается посредством гидравлических прессов, а измеряемое предварительное напряжение ( $\sigma_{ак}$ ) определяется после обжатия бетона.

Оболочка во время натягивания арматуры поднимается (или почти поднимается) с опалубкой и оказыва-

ется сразу нагруженной собственным весом (часто даже с изоляциями).

Таким образом обеспечивается трещиностойкость при любой высокой марке стали. Так как оболочка в продольном направлении не имеет существенной арматуры, кроме предварительно-напряженной арматуры, то предварительное напряжение должно быть выбрано так, чтобы растягивающие напряжения не возникали ни при какой комбинации нагрузок (во всяком случае, не больше допускаемых растягивающих напряжения для бетона  $R_p/k$ ).

Предварительно-напряженная арматура располагается в бортовом элементе частично по прямой и частично отогнутой по параболе или по нескольким параболам (рис. 12).

Экономичность такой конструкции очевидна, так как количество арматуры уменьшается до 8 раз, а денежные расходы снижаются, как правило, более, чем в два раза.

Дальнейшие преимущества: увеличенная жесткость вследствие отсутствия трещин и, что особенно важно, более легкое обеспечение прочности относительно главных растягивающих напряжений.

Расчет таких конструкций по точным методам — трудная задача. Оболочка с бортовыми элементами сама уже является трудной контактной проблемой. Проблема становится нелинейной, особенно вследствие части арматуры, уложенной по параболе. При димензионировании возникают варианты относительно количества арматуры и величины предварительного напряжения. В дополнение приходится определить, какую часть арматуры нужно укладывать прямо и какую отгибать.

Весь комплекс вопросов при проектировании довольно сложный и потребность приближенного метода расчета, который после разумной вычислительной работы дал бы практически приемлимые результаты, очевидна. Ход расчета должен обеспечить легкое сравнение некоторых вариантов расположения арматуры и величины предварительного напряжения.

Ниже приводится решение задачи по методу аппроксимации приращения сдвигающих сил [Л. 1]. Предполагаемая нагрузка постоянна вдоль оболочки, нагрузка поперек оболочки — любая, но симметричная относительно гребня оболочки.



## 2. Описание метода расчета

Рассмотрим ряд задач, которые в дальнейшем будут необходимы (рис. 13).

а) Оболочка нагружена собственным весом без предварительно-напряженной арматуры (рис. 13а). Эта задача решается представленным в [Л. 1] способом. Усилия в начальной задаче найдем из задачи большой балки. Дополнительную эпюру представим в виде

$$\Delta\zeta = \sum a_n \sin \frac{n\pi}{s_{on}}, \quad (\text{в части оболочки})$$

$$\Delta\zeta = (1 - \alpha) \sum a_n \sin \frac{n\pi(s_0 - b)}{s_{on}} + \alpha \sum a_n \sin \frac{n\pi s}{s_{0n}}, \quad (17)$$

(в части бортового элемента), где  $\alpha = \delta_0/\delta$  (соотношение толщин бортового элемента и оболочки),  $s_{on}$  — половина приведенной длины поперечного сечения оболочки [Л. 1].

Таким образом, предполагается, что  $\Delta\zeta$  является в продольном направлении оболочки постоянным.

Совершенно достаточно ограничиться  $n = 3$ .

Для каждой волны  $\Delta\zeta$  эпюры  $\Delta\zeta_n$  необходимо определить дополнительную эпюру поперечных моментов  $m_n$  (если  $a_n = 1$ ) и дополнительную эпюру продольных сил в среднем сечении оболочки  $\max \Delta T_n$  (если  $a_n = 1$ ) [Л. 1].

Из условия равновесия в вертикальном направлении получаем уравнение для определения одного параметра, например,  $a_1$ , посредством остальных двух [Л. 1].

Все эти расчеты с дополнительными эпюрами приме-

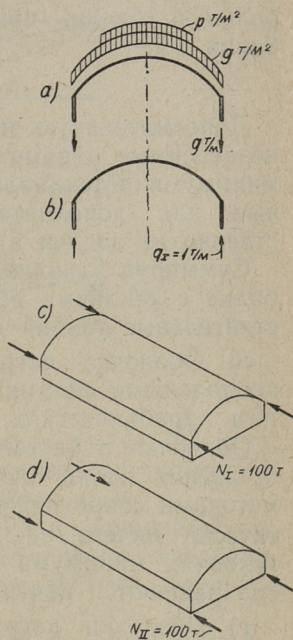


Рис. 13.

няются без изменения и при следующих задачах и при сравнении вариантов арматуры.

Используя два условия минимума потенциальной энергии внутренних сил, найдем независимые параметры  $a_2$  и  $a_3$  по методу Кастильяно-Ритца. Далее определяем усилия, суммируя усилия из задачи большой балки с усилиями, обусловленные дополнительной эпюрой. Продольные силы имеют в части бортового элемента сильно растянутую зону (рис. 17 — сплошная линия).

б) Оболочка нагружена вертикальными нагрузками над бортовыми элементами  $q_1 = 1$  т/м — постоянным вдоль оболочки (рис. 13б).

Нагрузка в таком виде обуславливается предварительно напряженной арматурой, отогнутой по параболе.

Предварительные усилия опять найдены из задачи большой балки, притом погонная нагрузка большой балки

$$\bar{q} = 2,0 \text{ т/м.}$$

Дополнительную эпюру избираем в виде (17), причем независимые параметры  $a_2$  и  $a_3$  определяем из условий минимума потенциальной энергии внутренних сил. Данные для дополнительных эпюр получаем непосредственно из задачи а).

Суммируя усилия, найденные из задачи большой балки с усилиями дополнительных эпюр, получаем действительные усилия для этой задачи.

в) Оболочка нагружена четырьмя горизонтальными продольными силами  $N_I = 100$  т, приложенными к концам параболических арматур (рис. 13, с).

Оболочка в целом внецентро сжата. Продольные напряжения вдоль оболочки постоянные и определяются методами сопротивления материалов. Поправка  $\Delta\zeta$  практически ничего не дает, так как свободные члены в условиях минимума потенциальной энергии внутренних сил равняются почти нулю.

г) Оболочка нагружена четырьмя горизонтальными силами  $N^{II} = 100$  т, приложенными к концам прямых арматур (рис. 13, d).

Замечание, сделанное относительно в), действует и здесь.

Заданием арматуры и величины предварительного



напряжения даются  $N_I$  и  $N_{II}$ , и посредством их из задач в) и г) находим соответствующие усилия в оболочке.

Параболическая арматура дает над бортовыми элементами вдоль оболочки постоянную нагрузку, направленную вверх:

$$q_I = \frac{8N_I f_0}{L^2}, \quad (18)$$

для которой соответствующие внутренние усилия определяются из задачи б).

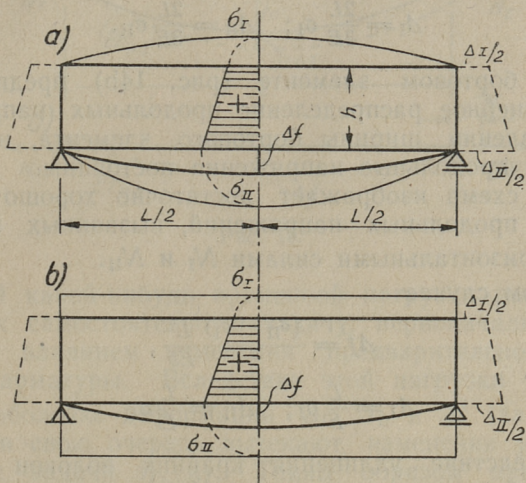


Рис. 14.

Суммируя результаты решений задач а), б), в) и г), находим усилия в оболочке с предварительно-напряженной арматурой вследствие собственного веса.

Перед тем как рассматривать влияние временной нагрузки, найдем выражения для изменения предварительного напряжения в арматуре вследствие деформации оболочки.

е) В бортовом элементе (рис. 14а) предполагаем линейное распределение продольных напряжений в направлении ширины бортового элемента. Вдоль оболочки изменяются продольные напряжения по параболе, с максимальной величиной в середине оболочки. Такая схема распределения продольных напряжений доста-

точно хорошо описывает действительное распределение продольных напряжений в бортовом элементе, вследствие временной нагрузки.

В таком случае:

Прогиб бортового элемента в середине пролета (рис. 14а):

$$\Delta f = \frac{5}{48} (\sigma_{II} - \sigma_I) \frac{L^2}{Eb}. \quad (19)$$

Удлинения крайних волокон бортового элемента:

$$\Delta I = \frac{2L}{3E} \sigma_I; \quad \Delta II = \frac{2L}{3E} \sigma_{II}. \quad (20)$$

ж) В бортовом элементе (рис. 14б) предполагаем опять линейное распределение продольных напряжений в направлении ширины бортового элемента, но вдоль оболочки продольные напряжения постоянны.

Такая схема изображает достаточно хорошо распределение продольных напряжений, вызванных продольными горизонтальными силами  $N_I$  и  $N_{II}$ .

В таком случае

$$\Delta f = \frac{(\sigma_{II} - \sigma_I) L^2}{8 Eb}, \quad (21)$$

$$\Delta I = \frac{L}{E} \sigma_I; \quad \Delta II = \frac{L}{E} \sigma_{II}. \quad (22)$$

з) Вследствие удлинения крайних волокон ( $\Delta I$ ) и прогиба бортовых элементов  $\Delta f$  получаем изменение усилия в параболической арматуре (рис. 15, а):

$$\Delta N_I \cong \frac{EF_{aI}}{L} \left[ \Delta I + \frac{16}{3} \frac{f_0 \Delta f}{L} \right]. \quad (23)$$

Это изменение вызывает в свою очередь изменение вертикальной нагрузки над бортовыми элементами:

$$\Delta q_I = \frac{8}{L^2} [N_I \Delta f + f_0 \Delta N_I]. \quad (24)$$

и) Усилия прямой арматуры изменяются практически только вследствие удлинения нижних волокон бортового элемента (рис. 15, б):

$$\Delta N_{II} = \frac{EF_{aII}}{L} \Delta II.$$



Решениями задач е), ж), з) и и) можно пользоваться для исправления результатов решения (в случае надобности), учитывая изменения усилий арматуры вследствие деформации оболочки. Обычно эти изменения незначительны и, как правило, решения задач е), ж), з) и и) нужны лишь для того, чтобы убедиться в этом.

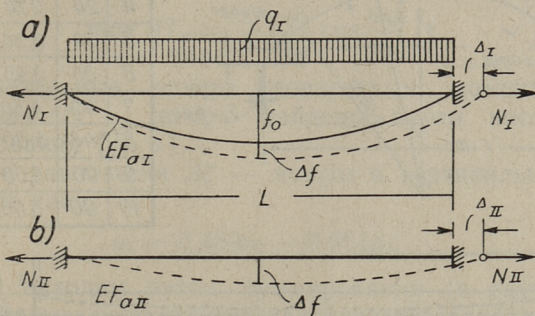


Рис. 15.

Случай какой-нибудь временной нагрузки рассматриваем как самостоятельную задачу, первоначально пренебрегая влиянием изменения предварительно напряженной арматуры. Вследствие этой нагрузки вызываются в оболочке деформации  $\Delta I$ ,  $\Delta II$  и  $\Delta f$  (задача в). Из них в свою очередь вытекают изменения усилия в арматуре задачи з), и). Таким образом приходится суммировать еще усилие, вследствие  $\Delta N_I$ ,  $\Delta N_{II}$  и  $\Delta q_I$ . Такое, т. н. последовательное приближение мы вынуждены применять только в исключительных случаях (относительно низкие марки стали и мощные площади арматуры).

### 3. Численный пример

Оболочка, изображенная на рис. 16 имеет нагрузки: собственный вес в части оболочки  $g = 0,32$  т/м<sup>2</sup>;

в части бортового элемента  $g_I = 1,0$  т/м;

временная нагрузка в части оболочки  $p = 0,10$  т/м<sup>2</sup>.

Момент инерции поперечного сечения оболочки относительно оси  $z-z$  (проходящей через центр тяжести поперечного сечения)  $I_b = 2,74$  м<sup>4</sup>.

	$\varphi^\circ$	$x$	$y$
	0	0	1,915
	1	0,70	1,875
	2	1,40	1,765
	3	2,08	1,575
	4	2,74	1,335
	5	3,36	1,015
	6	3,95	0,625
	7	4,50	0,195
	8	5,00	-0,305
	9	5,00	-1,205
	10	5,00	-2,105

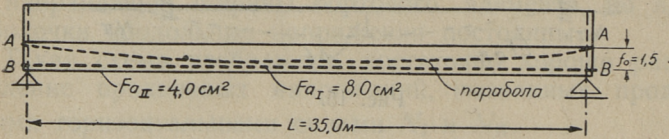
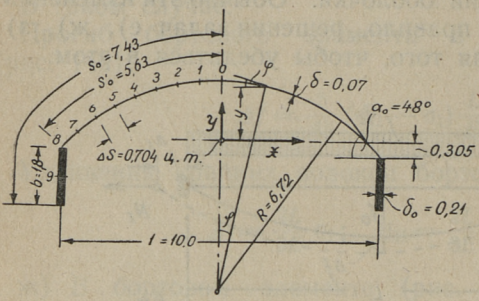


Рис. 16.

Площадь поперечного сечения  $F_b = 0,772 \text{ м}^2$ .

$\Delta\zeta$  — эюра избрана в форме:

$$\Delta\zeta = a_1 \sin \frac{\pi s}{s_{01}} + a_2 \sin \frac{2\pi s}{s_{02}} + a_3 \sin \frac{4\pi s}{s_{03}}$$

(в части оболочки).

$$\Delta\zeta = (1 - a) \left( a_1 \sin \frac{\pi s'_0}{s_{01}} + a_2 \sin \frac{2\pi s'_0}{s_{02}} + a_3 \sin \frac{3\pi s'_0}{s_{03}} \right) + a \left[ a_1 \sin \frac{\pi s}{s_{01}} + a_2 \sin \frac{2\pi s}{s_{02}} + a_3 \sin \frac{3\pi s}{s_{03}} \right]$$

(в части бортового элемента).

$$s_{0n} = s_0 + \xi_n, \text{ где}$$

$$\xi_n \approx \frac{\sin \frac{n\pi b}{s_0}}{\frac{\alpha}{\alpha - 1} - \cos \frac{n\pi b}{s_0}} \frac{s_0}{n\pi},$$

$$\alpha = \frac{\delta_0}{\delta} = \frac{0,21}{0,07} = 3$$



В рассматриваемом примере

$$\xi_1 = 2,10 \text{ м}; s_{01} = 9,53 \text{ м.}$$

$$\xi_2 = 0,86 \text{ м}; s_{02} = 8,29 \text{ м.}$$

$$\xi_3 = 0,30 \text{ м}; s_{03} = 7,73 \text{ м.}$$

Максимальные дополнения продольных сил (если  $a_n = 1$ ):

$$\max \Delta T_n = \frac{L^2}{8} \frac{n\pi}{s_{0n}} \cos \frac{n\pi s}{s_{0n}}.$$

Дополнительные эпюры поперечных моментов  $m_n$  вследствие  $\Delta \zeta_n$  — эпюры найдены путем численного интегрирования [Л. 1].

Условие равновесия  $\Delta \zeta$  — эпюры в вертикальном направлении дает

$$a_1 = 0,459a_2 - 0,661a_3.$$

Усилия находим путем суммирования (в случае без предварительно-напряженной арматуры). Например, максимальные продольные силы в среднем сечении оболочки

$$\max T = \max T_0 + a_1 \max \Delta T_1 + a_2 \max \Delta T_2 + a_3 \max \Delta T_3.$$

Заменяя  $a_1$  через параметры  $a_2$  и  $a_3$ , получаем:

$$\begin{aligned} \max T = \max T_0 + a_2 (0,459 \max \Delta T_1 + \max \Delta T_2) + \\ + a_3 (-0,661 \max \Delta T_1 + \max \Delta T_3) = \max T_0 + \\ + a_2 \max \Delta T'_2 + a_3 \max \Delta T'_3. \end{aligned}$$

В таблице (3) собраны все данные  $\Delta \zeta$  — эпюры, которые мы в дальнейшем применим несколько раз.

Далее найдем усилия оболочки, рассматривая ее как идеально упругое тело без арматуры.

Нагрузка большой балки

$$\bar{q} = 2(1,0 + 5,63 \cdot 0,32) = 5,60 \text{ т/м.}$$

Максимальный момент в середине оболочки большой балки

$$\max \bar{M} = \frac{\bar{q}L^2}{8} = 859 \text{ т/м.}$$

Усилия  $T_0$  и  $M_0$ , найденные из задачи о большой балке, представлены в таблице 4.

Таблица 3.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10
$A\zeta_1$	0	0,230	0,447	0,641	0,800	0,914	0,984	0,999	0,961	0,961	0,590	0
$A\zeta_2$	0	0,508	0,876	1,000	0,845	0,454	0,063	—0,563	—0,904	—0,904	—1,107	0
$A\zeta_3$	0	0,757	0,989	0,533	—0,284	—0,912	—0,901	—0,260	0,545	0,545	1,89	0
$\max AT_1$	50,4	49,1	45,0	38,5	29,9	19,7	8,4	—3,3	—14,8	—44,6	—82,7	—116,4
$\max AT_2$	116,0	99,9	56,0	—3,4	—61,9	—103,1	—115,8	—96,3	—49,9	—149,7	80,1	275,0
$\max AT_3$	186,6	120,0	—27,5	—157,5	—178,8	—76,3	78,8	179,5	155,8	467,5	—59,2	—523,0
$m_1$	—8,85	—	—5,30	—	—2,77	—	—1,10	—	0			
$m_2$	8,37	—	6,28	—	3,91	—	1,73	—	0			
$m_3$	—10,48	—	—8,01	—	—5,31	—	—2,55	—	0			
0,459 $\max AT_1$	23,1	22,6	20,7	17,7	13,7	9,1	3,9	—1,5	—6,8	—20,5	—39,0	—53,5
$\max AT_2$	116,0	99,9	36,0	—3,4	—61,9	—103,1	—115,8	—96,3	—49,9	—149,7	80,1	275,0
$\Sigma = \max AT_2$	139,1	122,5	76,7	14,3	—48,2	—94,0	—111,9	—97,8	—56,7	—170,2	41,1	221,2
—0,661 $\max AT_1$	—33,3	—32,4	—29,7	—25,4	—19,8	—13,0	—5,5	2,2	9,8	29,5	54,6	77,0
$\max AT_3$	186,6	120,0	—27,5	—157,5	—178,1	—76,3	78,8	179,5	155,8	467,5	—59,2	—523,0
$\Sigma = \max AT_3$	153,3	87,6	—57,2	—182,9	—197,9	—89,3	73,3	181,7	165,6	497,0	—4,6	—446,0
0,459 $m_1$	—4,50	—	—2,43	—	—1,27	—	—0,51	—	0			
$m_2$	8,37	—	6,28	—	3,91	—	1,73	—	0			
$\Sigma = m_2$	3,87	—	3,85	—	2,64	—	1,22	—	0			
—0,661 $m_1$	5,85	—	3,50	—	1,83	—	0,66	—	0			
$m_3$	—10,48	—	—8,01	—	—5,31	—	—2,55	—	0			
$\Sigma = m_3$	—4,63	—	—4,51	—	—3,48	—	—1,89	—	0			



Таблица 4.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10
$M_0$	-0,98		-0,80		-0,47		-0,14		0			
$0,115 m'_2$	0,44		0,44		0,30		0,14		0			
$0,048 m'_3$	0,20		0,19		0,15		0,08		0			
$\Sigma = M_g$	-0,34		-0,17		-0,02		0,08		0			
$\max T_0$	-42,1	-41,2	-38,8	-34,6	-29,3	-22,3	-13,7	-4,3	+6,7	20,1	79,5	138,6
$0,115 \max AT'_2$	16,0	14,1	8,8	1,6	-5,6	-10,8	-12,8	-11,3	-6,5	-19,6	4,7	25,5
$-0,043 \max AT'_3$	-6,6	-3,8	2,5	7,8	8,5	3,8	-3,1	-7,8	-7,1	-21,4	0,2	19,2
$\Sigma = \max T_g$	-32,7	-31,9	-27,5	-25,2	-26,4	-29,3	-29,6	-23,4	-6,9	-20,8	84,4	183,3

Таблица 5.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10
$\max T_0$	15,0	14,7	13,8	12,3	10,5	8,0	4,9	1,5	-2,4	-7,2	-28,4	-49,6
$-0,241 \max AT'_2$	-33,6	-29,6	-18,5	-3,4	11,6	22,6	27,0	23,6	13,7	41,1	-9,9	-53,5
$0,109 \max AT'_3$	16,7	9,5	6,2	-19,9	-21,6	-9,8	8,0	19,8	18,1	54,3	-0,5	48,7
$\Sigma = \max T_{q1}$	-1,9	-5,4	-10,9	-11,0	0,5	20,8	39,9	44,9	29,4	88,2	-38,8	-151,8
$M_0$	1,86		1,68		1,24		0,64		0			
$-0,241 m'_2$	-0,93		-0,93		-0,64		-0,26		0			
$0,109 m'_3$	-0,51		-0,49		-0,38		-0,21		0			
$\Sigma = M_{q1}$	0,42		0,26		0,22		0,14		0			

10 интегралов по половине поперечного сечения, встречающиеся в условиях минимума потенциальной энергии внутренних сил [Л. 1], получены численным путем:

$$\int M_0 m'_2 ds = -9,05; \quad \int M_0 m'_3 ds = 10,92;$$

$$\int \max T_0 \cdot \max \Delta T'_2 ds \approx \int \max T_0 \cdot \max \Delta T'_3 ds \approx 0;$$

$$\int (m'_2)^2 ds = 44,1; \quad \int (m'_3)^2 ds = 66,3; \quad \int (m'_2 m'_3) ds = -54,0;$$

$$\int (\max \Delta T'_2)^2 ds = 5,57 \cdot 10^4; \quad \int (\max \Delta T'_3)^2 ds = 12,16 \cdot 10^4;$$

$$\int (\max \Delta T'_2 \cdot \max \Delta T'_3) ds = -2,74 \cdot 10^4.$$

Последние 6 интегралов остаются без изменений при всех вариантах нагрузок и армирования.

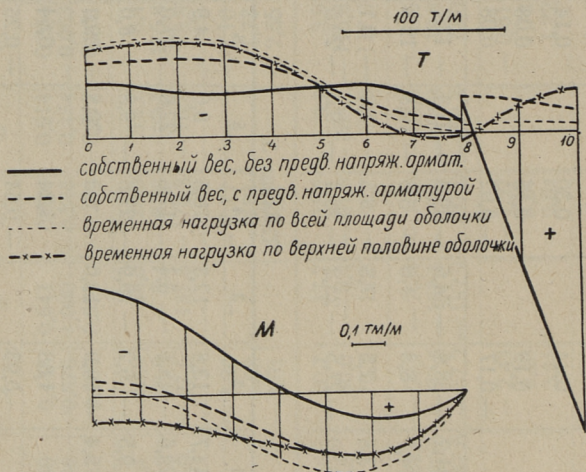


Рис. 17.

Условия минимума потенциальной энергии внутренних сил следующие [Л. 1]:

$$\frac{6}{0,07^2} [-9,05 + 44,1a_2 - 54,0a_3] + 0,267 [5,57 \cdot 10^4 a_2 - 2,74 \cdot 10^4 a_3] = 0,$$

$$\frac{6}{0,07^2} [10,92 + 66,3a_3 - 54,0a_2] + 0,267 [12,16 \cdot 10^4 a_3 - 2,74 \cdot 10^4 a_2] = 0,$$



откуда получаем

$$a_2 = 0,115; a_3 = -0,043.$$

Суммируя, найдем усилия в оболочке, в случае собственного веса, без учета влияния предварительно-напряженной арматуры (таблица 4 рис. 17 — сплошная линия).

Аналогично решаем задачу б) — оболочка нагружена вертикальными, постоянными вдоль оболочки нагрузками над бортовыми элементами  $q_1 = 1$  (рис. 13б).

Приходится снова находить внутренние силы оболочки  $T_0$ ,  $\zeta_0$  и  $M_0$ . Кроме того, необходимо найти еще только два существенных интеграла:

$$\int M_0 m'_2 ds = 20,1; \int M_0 m'_3 ds = 24,6.$$

Из условия минимума потенциальной энергии получаем

$$a_2 = -0,241; a_3 = 0,109.$$

В таблице 5 показаны усилия оболочки в рассматриваемом случае.

( $\max \Delta T'_2$  и т. д. представлены в таблице 3).

Внутренние силы, обусловленные горизонтальными силами  $N_I = 100$  т и  $N_{II} = 100$  т, действующие соответственно в точках А и В (рис. 13, с), найдены приемами сопротивления материалов и показаны в таблице 6.

Поперечных моментов этот вид нагрузки практически не даст.

Параболическую арматуру ( $F_{aI} = 8,0$  см<sup>2</sup>) и прямую арматуру ( $F_{aII} = 4,0$  см<sup>2</sup>) натягивают после отвердения бетона, но до раскружаливания. Вследствие предварительного напряжения арматуры опалубки освобождаются целиком или почти целиком. Таким образом нет оснований ожидать больших изменений предварительного напряжения вследствие собственного веса оболочки.

До нагружения временной нагрузкой предварительное напряжение в арматуре

$$\sigma_{aI} = \sigma_{ak} - \sigma_n,$$

где  $\sigma_{ak}$  — контрольное предварительное напряжение,  
 $\sigma_n$  — потеря вследствие усадки, ползучести и податливости анкеров арматурных пучков.

Таблица 6.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10
$N_I = 100 t$	$T_I$	-14,1	-14,6	-15,0	-15,4	-16,0	-16,8	-17,8	-18,8	-56,4	-61,8	-67,6
$N_{II} = 100 t$	$T_{II}$	1,6	1,0	2,2	4,6	7,8	11,8	16,2	21,4	-64,2	-91,4	-119,2

Таблица 7.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10
$max T_g$	-32,7	-30,9	-27,5	-25,2	-26,4	-29,3	-29,6	-23,4	-6,9	-20,7	84,4	183,3
$0,7 max T_{q1}$	-1,3	-3,8	-7,6	-7,7	0,3	14,6	27,9	31,4	20,6	61,8	-27,2	-106,3
$0,72 T_I$	-10,1	-10,3	-10,5	-10,8	-11,1	-11,5	-12,1	-12,8	-13,5	-40,5	-44,4	-48,6
$0,36 T_{II}$	0,6	0,4	0	0,8	1,6	2,8	4,2	5,8	7,6	-22,8	-32,8	-42,8
$\Sigma = max T$	-43,5	-44,6	-45,6	-44,5	-38,8	-29,0	-18,0	-10,6	-7,4	-22,2	-20,0	-14,4
$M_g$	-0,34	-0,17			-0,02		0,08		0			см. Т. 4
$0,7 M_{g1}$	0,29	0,18			0,15		0,10		0			см. Т. 5
$\Sigma = M$	-0,05	0,01			0,13		0,18		0			см. Т. 6



Таблица 8.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10
$\max T_0$	— 8,5	— 8,3	— 7,8	— 7,0	— 5,9	— 4,5	— 2,8	— 0,9	1,4	4,1	16,0	27,9
— 0,041 $\max \Delta T'_2$	— 5,7	— 5,0	— 3,1	— 0,6	2,0	3,8	4,6	4,0	2,3	7,0	— 1,7	— 9,1
0,020 $\max \Delta T'_3$	3,1	1,8	— 1,1	— 3,7	— 4,0	— 1,8	1,5	3,6	3,3	9,9	— 0,1	— 8,8
$\Sigma = \max \Delta T_p$	— 11,1	— 11,5	— 12,0	— 11,3	— 7,9	— 2,5	3,3	6,7	7,0	21,0	14,2	10,0
$M_0$	0,28		0,28		0,25		0,15		0			
— 0,041 $m'_2$	— 0,16		— 0,16		— 0,11		— 0,05		0			
0,020 $m'_3$	— 0,09		— 0,09		— 0,07		— 0,04		0			
$\Sigma = M_p$	0,03		0,01		0,07		0,06		0			

В настоящем примере напряжение  $\sigma_{a1}$  принято равным  $9000 \text{ кг/см}^2$

$$N_I = 8,0 \cdot 9000 = 72000 \text{ кг} = 72 \text{ т},$$

$$N_{II} = 4,0 \cdot 9000 = 36000 \text{ кг} = 36 \text{ т}.$$

$$f_0 = 1,5 \text{ м}.$$

$$q_I = \frac{8 \cdot 72 \cdot 1,5}{35^2} = 0,7 \text{ т/м}$$

Усилия, вызываемые собственным весом, учитывая влияние предварительно напряженной арматуры, даны в таблице 7 и на рис. 17 — прерывающейся линией.

Дальше предполагаем, что оболочка нагружена по всей криволинейной части временной нагрузкой  $p = 0,10 \text{ т/м}^2$ .

Из условий минимума потенциальной энергии получаем  $a_2 = -0,041$ ,  $a_3 = 0,020$  и суммируем усилия, приведенные в таблице 8.

Оценивая изменение предварительного напряжения вследствие деформации оболочки под действием временной нагрузки по задачам е), ж), з) и и), видим, что в данном случае можно пренебречь влиянием изменения предварительного напряжения.

Суммируя усилия собственного веса  $\max T_g, M_g$  (таблица 7) с усилиями  $\max T_p, M_p$  (таблица 8), получаем усилия, которые представлены на рис. 17 пунктиром. Видим, что при такой нагрузке растягивающие напряжения в оболочке не возникают.

Без большой дополнительной вычислительной работы можно найти усилия в случае, если оболочка нагружена временной нагрузкой  $p = 0,1 \text{ т/м}^2$  по верхней половине криволинейной части оболочки. На рис. 17 представлены результаты расчета линией с крестиками. В этом случае в районе соединения оболочки с бортовым элементом уже возникают некоторые растягивающие напряжения, но они, очевидно, менее допускаемых. Отсюда вытекает, что арматура и величина предварительного напряжения назначены целесообразно.

Рассмотрим варианты арматуры.

Вначале предполагаем, что вся арматура расположена в нижнем краю бортового элемента прямой.

$$F_{aII} = 12,0 \text{ см}^2; \sigma_{a1} = 9000 \text{ кг/см}^2.$$



Таким образом

$$N_{II} = 108 \text{ т}; N_I = 0.$$

$\max T$  представлено на рис. 18 прерывающей линией. Видим, что так расположенная арматура не в состоянии исключить растягивающие напряжения в бортовом элементе, где максимальные возникающие напряжения

$$\max \sigma_{бд} = \frac{67100}{2100} = 32 \text{ кг/см}^2$$

очевидно больше допусаемых.

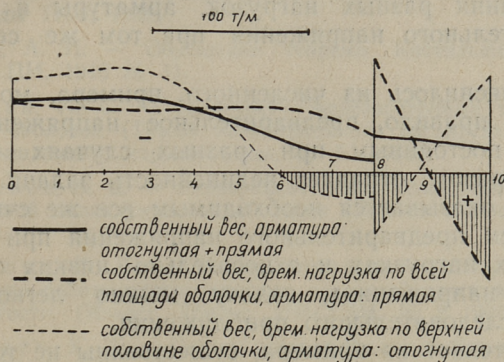


Рис. 18.

Дальше предполагаем, что вся арматура отогнута ( $F_{a1} = 12 \text{ см}^2$ ,  $\sigma_{a1} = 9000 \text{ кг/см}^2$ ) по параболе.

$$N_I = 108 \text{ т}; N_{II} = 0;$$

$$q_I = \frac{8 \cdot 108}{35^2} = 1,06 \text{ т/м.}$$

Если учитывать влияние собственного веса и временной нагрузки  $p = 0,1 \text{ т/м}$  по верхней половине криволинейной части оболочки, то посредством суммирования получаем продольные силы, указанные на рис. 18 пунктиром.

Отсюда вытекает, что только арматура, расположенная по параболе, не в состоянии устранить больших растягивающих напряжений в районе соединения оболочки и бортового элемента.

В настоящем примере возникающие растягивающие напряжения

$$\max \sigma_{bp} = \frac{15400}{700} = 22 \text{ кг/см}^2,$$

очевидно больше допусаемых.

#### 4. Заключение

Предлагаемый метод расчета оболочек с предварительно-напряженной арматурой позволяет легко сравнивать влияния разных нагрузок, арматуры и величины предварительного напряжения при том же сердечнике бетона.

Как выяснилось из численного примера, можно считать, как правило, предварительное напряжение практически постоянным при разных случаях нагрузок. Таким образом, отпадает нелинейность задачи. В случае, если оказывается необходимым все же считаться с изменением предварительного напряжения при больших временных нагрузках и относительно низких предварительных напряжениях, задачу можно легко решить путем последовательного приближения.

Как вытекает из примера, существенны не только количество и величина предварительного напряжения арматуры, а также расположение ее. При расположении всей арматуры по прямой в нижнем краю бортового элемента возникают существенные растягивающие напряжения в нижних волокнах бортового элемента; если же отогнуть всю арматуру по параболе, то получаются большие растягивающие напряжения в районе соединения оболочки с бортовым элементом. Целесообразную арматуру легко определить, используя предлагаемый метод путем сравнения нескольких вариантов арматуры, при этом существенные части расчета не повторяются.

При обыкновенных случаях можно рекомендовать:  $\frac{2}{3}$  арматуры отогнуть по параболам, а  $\frac{1}{3}$  пропускать по прямой в нижних слоях бортового элемента.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Лаул, Х. Х. — Применение метода Кастильяно-Ритца к расчету длинных цилиндрических оболочек (Труды Таллинского политехнического института, 1949).
2. Лаул, Х. Х. — Применение метода Кастильяно-Ритца для расчета длинных цилиндрических оболочек со стрингерами (Труды ТПИ, 1952).
3. Лурье, А. И. — Обобщение теоремы Кастильяно. (Труды Лен. ПИ, 1946 № 1).
4. Гильман, Л. С. — К расчету железобетонных цилиндрических оболочек (Труды Ленинградского института инженеров промышленного строительства, В. 5. 1938).
5. Шепетьев, А. С. — Экспериментальное исследование железобетонной цилиндрической оболочки (Проект и стандарт № 7, 1936).
6. Зоделова, Г. Л. — Экспериментально-теоретическое исследование работы железобетонных сводов-оболочек за пределами упругости. (Извест. Тбилис. НМСГЭИ, № 2 1948).
7. Johansen, K. W. — Critical notes on the calculation and design of cylindrical shells (International association for bridge and structural engineering congress, Liège, 1948).





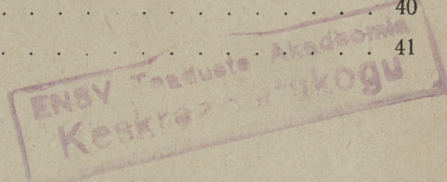
## ОГЛАВЛЕНИЕ

### I. Цилиндрические железобетонные оболочки с трещинами в растянутой зоне

1. Общие замечания . . . . .	3
2. Расчетная схема . . . . .	5
3. Оболочки с отрицательными поперечными моментами . . .	10
4. Оболочки, имеющие положительные поперечные моменты .	15
5. Заключение и некоторые замечания относительно разру- шающей нагрузки . . . . .	17

### II. Цилиндрические железобетонные оболочки с предварительно напряженной арматурой

1. Общие замечания . . . . .	23
2. Описание метода расчета . . . . .	25
3. Численный пример . . . . .	29
4. Заключение . . . . .	40
Литература . . . . .	41



Редактор А. Гаршнек  
Технический редактор Х. Коху  
Корректор Ю. Раттур

Сдано в набор 15. IV 1953. Подписано  
к печати 14. VII 1953. Тираж 800. Бумага  
54 × 84, 1/16. Печатных листов 2,75. По  
формату 60 × 92 печатных листов 2,25.

Учетно-издательских листов 1,75.

МВ-08967. Типография имени Ханса  
Хейдеманна, Тарту, Валликраави 4.  
Заказ № 1773.

Цена руб. 1.25

TKO





