

5.6.7

365

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 365

СБОРНИК СТАТЕЙ
ПО

МАШИНОСТРОЕНИЮ
XI

ТАЛЛИН 1974

УДК 621.882+621.9

**СБОРНИК СТАТЕЙ
 ПО
 МАШИНОСТРОЕНИЮ**

XI

Fig. 6.7

INSTITUT D'ÉTUDES SCIENTIFIQUES
D'ÉTUDES SCIENTIFIQUES D'ÉTUDES SCIENTIFIQUES

1954

СБОРНИК СТАТЕЙ
ПО
МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

IX



1954

УДК 621.882.082.539.413

В.В. Менг, В.И. Стрижак

ВЛИЯНИЕ ПРОФИЛЯ НА ПОДАТЛИВОСТЬ ВИТКОВ РЕЗЬБЫ

При проектировании резьбовых соединений необходимо учитывать влияние профиля нарезки на распределение нагрузки по виткам. В работах [1...3] показано, что чем больше податливость витков резьбы и меньше податливость тел болта и гайки, тем равномернее распределение нагрузки по виткам. Особенно важно это учитывать для тонкостенных резьбовых соединений, изготовленных из материалов с малым модулем упругости, например, из пластмасс.

Податливость витков резьбы зависит от соотношения геометрических параметров профиля нарезки в осевом сечении, т.е. от высоты профиля t_2 , углов скоса граней, отношения ширины основания к шагу резьбы, а также от толщины стенок болта и гайки и схемы нагружения резьбового соединения [4]. Величину осевой податливости витков резьбы, если пренебречь изгибными деформациями стенок болта и гайки, можно представить суммой $\delta' + \delta''$. Смещение δ' возникающее от изгиба и сдвига витков и осевого зазора в результате поперечных деформаций от действия радиальных сил равно

$$\delta' = p \frac{s}{E} \lambda', \quad (I)$$

где λ' — безразмерный коэффициент, характеризующий осевую податливость витка и зависящий от геометрических параметров витка резьбы и всего соединения;

E — модуль упругости;

p — давление на поверхности витка;

s — шаг резьбы.

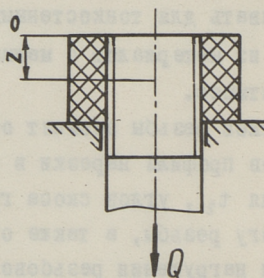
Зазор δ'' появляется в результате поперечных деформаций, вызванных осевыми силами, в телах болта и гайки [4].

Определим значение коэффициента λ' для различных профилей нарезки.

В любом сечении z (фиг.1) осевые смещения витка болта $\delta'_1(z)$ и витка гайки $\delta'_2(z)$ можно представить как сумму

$$\left. \begin{aligned} \delta'_1(z) &= \delta'_{1u}(z) + \delta'_{1c}(z) + \delta'_{1n}(z), \\ \delta'_2(z) &= \delta'_{2u}(z) + \delta'_{2c}(z) + \delta'_{2n}(z), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\delta'_{1u}(z), \delta'_{2u}(z)$ – прогибы от изгиба витков;
 $\delta'_{1c}(z), \delta'_{2c}(z)$ – осевые перемещения от сдвига витков;
 $\delta'_{1n}(z), \delta'_{2n}(z)$ – осевые зазоры от поперечных деформаций, вызванных радиальными силами, в телах болта и гайки.

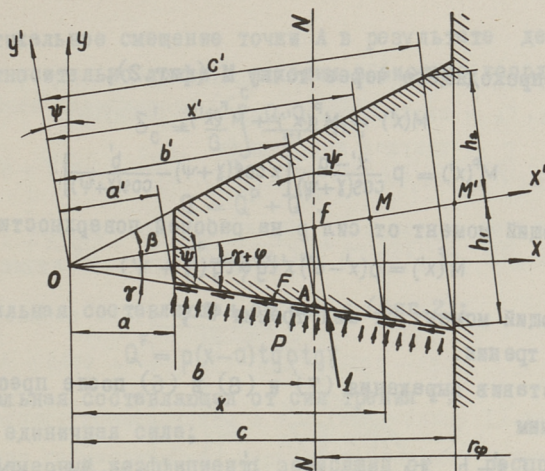


Фиг. 1. Схема исследуемого резьбового соединения.

При определении величин $\delta'_1(z)$ и $\delta'_2(z)$ будем учитывать силы трения на боковой поверхности витка, которые увеличивают изгиб витков и уменьшают радиальные перемещения тел болта и гайки [5...7] и оказывают существенное влияние на распределение нагрузки по виткам [8].

Рассмотрим виток резьбы произвольного несимметричного профиля (фиг.2) с углом скоса рабочей грани витка γ и нерабочей грани – β (для резьб симметричного профиля эти углы равны $\alpha/2$).

Виток резьбы представляет собой короткую защемленную балку, поэтому при определении прогиба необходимо учитывать действие изгибающего момента и поперечных сил.



Фиг. 2. Схема нагружения витка резьбы несимметричного профиля.

При определении изгиба примем гипотезу плоских сечений [9].

Определим величину прогиба витка в точке А, лежащей на середине рабочей поверхности (фиг.2) в направлении $N - N$, параллельном оси соединения. Для упрощения примем систему координат $Y' - X'$, оси которой повернуты на угол $\psi = (\beta - \gamma)/2$ относительно осей X и Y таким образом, чтобы ось X' делила угол заострения профиля витка на две равные части.

Вертикальное смещение точки А вследствие деформации изгиба будет

$$\delta'_u = \delta_u \cdot \cos \psi, \quad (3)$$

где

$$\delta_u = \frac{1}{E} \int_b^{c'} \frac{M(x') \cdot M_0}{J(x')} dx' \quad (4)$$

- величина деформации изгиба в направлении оси Y' , определяемая из интеграла Мора [9];

M_0 - изгибающий момент от единичной силы;

$$J(x') = \frac{1(h_1 + h_2)^3}{12} = \frac{2}{3}(x')^3 \operatorname{tg}^3(\gamma + \psi) \quad (5)$$

- момент инерции сечения витка в плоскости перпендикулярной

оси X' и проходящего через точку M (фиг.2);

$$M(x') = M^P(x') + M^F(x'), \quad (6)$$

$$M^P(x') = p \frac{x' - a'}{\cos(\gamma + \psi)} \left[x' \cos(\gamma + \psi) - \frac{b'}{\cos(\gamma + \psi)} \right] \quad (7)$$

- изгибающий момент от сил p на рабочей поверхности витка;

$$M^F(x') = p(x' - a') x' \operatorname{tg} \varrho \operatorname{tg}(\gamma + \psi) \quad (8)$$

- изгибающий момент от сил трения F ;

ϱ - угол трения.

Подставив выражения (7) и (8) в (6) после преобразований получим

$$M(x') = p \left\{ \frac{x' - b'}{\cos(\gamma + \psi)} \left[x' \cos(\gamma + \psi) - \frac{b'}{\cos(\gamma + \psi)} + (x' - a') \operatorname{tg} \varrho \operatorname{tg}(\gamma + \psi) \right] \right\}. \quad (9)$$

Перемещению точки A в направлении, параллельном оси Y вдоль образующей $N-N$ цилиндра, с радиусом, равным среднему радиусу резьбы r_{cp} , соответствует перемещение точки f , лежащей на пересечении оси X' и $N-N$. Поэтому единичную силу прикладываем в направлении, параллельном оси Y' таким образом, чтобы она проходила через точку f (фиг.2).

Тогда

$$M_o = 1 \cdot f M = OM - Of = x' - \frac{b' \cos \gamma}{\cos(\gamma + \psi) \cos \psi}. \quad (10)$$

Подставив выражения (4), (5), (9), (10) в (3) и производя преобразования, получаем

$$\begin{aligned} \delta'_u = & \frac{3p \cos \psi}{4E \operatorname{tg}^3(\gamma + \psi)} \left\{ \left[2 - \frac{1}{\cos^2(\gamma + \psi)} \right] (c' - b') - \left[2a' + \frac{2b' \cos \gamma}{\cos(\gamma + \psi) \cos \psi} - \right. \right. \\ & - \left. \frac{b' \cos \psi}{\cos^3(\gamma + \psi) \cos \psi} \right] \ln \frac{c'}{b'} + \left[\frac{(a')^2}{\cos^2(\gamma + \psi)} + \frac{2a'b' \cos \gamma}{\cos(\gamma + \psi) \cos \psi} \right] \frac{c' - b'}{c'b'} - \\ & - \left[\frac{(a')^2 b' \cos \gamma}{2 \cos^3(\gamma + \psi) \cos \psi} \right] \frac{(c')^2 - (b')^2}{(c')^2 \cdot (b')^2} + 2 \operatorname{tg} \varrho \operatorname{tg}(\gamma + \psi) [c' - b' - \\ & - \left. \left(a' + \frac{b' \cos \gamma}{\cos(\gamma + \psi) \cos \psi} \right) \ln \frac{c'}{b'} + \frac{a'b' \cos \gamma}{\cos(\gamma + \psi) \cos \psi} \cdot \frac{c' - b'}{c'b'} \right] \right\}, \quad (II) \end{aligned}$$

где

$$a' = \frac{a \cos(\gamma + \psi)}{\cos \gamma}, \quad b' = \frac{b \cos(\gamma + \psi)}{\cos \gamma}, \quad c' = \frac{c \cos(\gamma + \psi)}{\cos \gamma}.$$

Вертикальное смещение точки А в результате деформации сдвига относительно точки М находим в системе координат X-Y.

$$\delta'_c = \frac{K}{G} \int_b^c \frac{Q \cdot Q_0}{F'} dx, \quad (I2)$$

где

$$Q = Q^P + Q^F, \quad (I3)$$

$$Q^P = p(x-a) \quad (I4)$$

- вертикальная составляющая от сил p (фиг.2);

$$Q^F = p(x-a) \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \gamma \quad (I5)$$

- вертикальная составляющая от сил трения F ;

$Q_0 = 1$ - единичная сила;

K - безразмерный коэффициент, зависящий от распределения касательных напряжений в сечении, (принимая $K = 1, 2$, как для призматического стержня [9]),

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (I6)$$

- модуль упругости сдвига;

$$F' = x(\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \beta) \quad (I7)$$

- площадь поперечного сечения клина.

Подставляя последние выражения в формулу (I2) после преобразований получим

$$\delta'_c = \frac{1,2 p 2(1+\mu)}{E(\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \beta)} \left[(c-b - a \ln \frac{c}{b})(1 + \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi) \right]. \quad (I8)$$

Величины δ'_u и δ'_c для витков гайки и болта примем одинаковыми [1].

Величины δ'_{1n} и δ'_{2n} будем искать в зависимости от радиальных перемещений тела болта U_1 и тела гайки U_2 как

$$\delta'_{1n} = U_1 \operatorname{tg} \gamma, \quad \delta'_{2n} = U_2 \operatorname{tg} \gamma. \quad (I9)$$

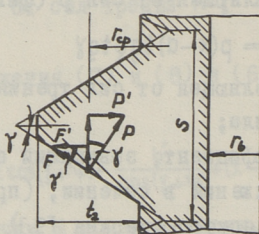
Радиальные упругие перемещения на поверхности эквивалентных (с учётом тела витка резьбы) цилиндров тел гайки и болта найдём, используя решение задачи Ляме для толстостенных труб [9]

$$U = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{p_b r_b^2 - p_n r_n^2}{r_n^2 - r_b^2} r + \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{r_b^2 - r_n^2}{r} \cdot \frac{p_b - p_n}{r_n^2 - r_b^2}, \quad (20)$$

где p_b, p_n - внутреннее и наружное давление;
 r_b, r_n - внутренний и наружный радиусы;
 r - текущая координата.

Для болта: $p_b = 0, r_n = r_{cp}, r = r_{cp}$.

Наружное давление P_n определим, как среднее давление от сил P и F (Фиг.3) на боковой поверхности витка



Фиг. 3. К определению поперечных деформаций от радиальных сил, действующих на рабочую поверхность витка резьбы.

$$p_n = (P' - F') \frac{1}{s}, \quad (21)$$

где $P' = P \sin \gamma = p \frac{t_2}{\cos \gamma} \sin \gamma = p t_2 \operatorname{tg} \gamma,$
 $F' = F \cos \gamma = P \operatorname{tg} \varphi \cos \gamma = p t_2 \operatorname{tg} \varphi,$
 s - шаг резьбы.

Тогда наружное давление p_n равно

$$p_n = p t_2 \frac{1}{s} (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \varphi). \quad (22)$$

Для гайки: $p_n = 0, r_n = r_3, r = r_{cp}, p_b = p t_2 \frac{1}{s} (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \varphi).$

Здесь $r_3 = D_3/2$, где D_3 - эквивалентный по площади поперечного сечения наружный диаметр тела гайки. Учитывая последние зависимости из формулы (20), имеем

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{r_{cp}}{E_1} \left(\frac{r_{cp}^2 + r_b^2}{r_{cp}^2 - r_b^2} - \mu_1 \right) \frac{p t_2}{s} (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \varphi), \\ U_2 &= \frac{r_{cp}}{E_2} \left(\mu_2 + \frac{r_3^2 + r_{cp}^2}{r_3^2 - r_{cp}^2} \right) \frac{p t_2}{s} (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Если тело болта не имеет внутреннего отверстия,

$$U_1 = \frac{r_{cp}}{E_1} (1 - \mu_1) \frac{p t_2}{s} (\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \varphi). \quad (24)$$

Далее, учитывая формулы (2), (II), (I8), (I9), (23) и (24), на основании зависимости (I), получаем

$$\left. \begin{aligned} \lambda'_1 &= A + B \operatorname{tg} \varphi + \frac{r_{\text{cp}} t_2}{s^2} \left(\frac{r_{\text{cp}}^2 + r_b^2}{r_{\text{cp}}^2 - r_b^2} - \mu_1 \right) \operatorname{tg} \chi (\operatorname{tg} \chi - \operatorname{tg} \varphi), \\ \lambda'_2 &= A + B \operatorname{tg} \varphi + \frac{r_{\text{cp}} t_2}{s^2} \left(\frac{r_a^2 + r_{\text{cp}}^2}{r_a^2 - r_{\text{cp}}^2} + \mu_2 \right) \operatorname{tg} \chi (\operatorname{tg} \chi - \operatorname{tg} \varphi) \end{aligned} \right\} (25)$$

и для сплошного болта

$$\lambda'_1 = A + B \operatorname{tg} \varphi + \frac{r_{\text{cp}} t_2}{s^2} (1 - \mu_1) \operatorname{tg} \chi (\operatorname{tg} \chi - \operatorname{tg} \varphi),$$

где постоянные коэффициенты А и В (см. таблицу I) зависят от соотношения геометрических параметров профиля витка и шага резьбы:

для метрической резьбы по ГОСТу II709-66 для деталей из пластмасс; $\chi = \beta = \frac{\alpha}{2} = 30^\circ$, $a = 0,108s$, $b = 0,433s$, $c = 0,757s$; для трапецидальной резьбы по ГОСТу 9498-60:

$\chi = \beta = \frac{\alpha}{2} = 15^\circ$, $a = 0,683s$, $b = 0,933s$, $c = 1,183s$;

для квадратной резьбы: $\chi = \beta = 0^\circ$, $a = 0,5s$, $b = 0,25s$, $c = 0,5s$;

для упорной резьбы по ГОСТу IOI77-62: $\chi = 3^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $a = 0,42s$, $b = 0,8s$, $c = 1,17s$.

Т а б л и ц а I

Коэффициенты А и В для различных профилей резьбы, опделённые для материалов с коэффициентом Пуассона $\mu = 0,3$ и $\mu = 0,45$ (характерных для пластмасс)

| Р е з ь б а | А | | В | |
|----------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| | $\mu = 0,45$ | $\mu = 0,3$ | $\mu = 0,45$ | $\mu = 0,3$ |
| Метрическая | 0,9150 | 0,8328 | 0,5408 | 0,4939 |
| Трапецидальная | 0,6840 | 0,6552 | 0,6811 | 0,4820 |
| Квадратная | 0,9184 | 0,8500 | 0,3129 | 0,3100 |
| Упорная | 1,6087 | 1,4880 | 0,3784 | 0,3722 |

Следует отметить, что у резьб с углом скоса рабочей грани $\chi \leq \varphi$ величина $(\operatorname{tg} \chi - \operatorname{tg} \varphi) \leq 0$, т.е. силы трения будут препятствовать радиальному перемещению тел болта и

гайки. Для таких резьб третий член в формулах (25) следует принять равным нулю. Из формул (25) видно, что особенно большое влияние на податливость витков резьбы силы трения оказывают в резьбах с большим углом скоса рабочей грани витка. Например, для пятивиткового резьбового соединения с резьбой М48Х2 с полым сжатым болтом и растянутой гайкой максимальная нагрузка на виток без учёта сил трения равна 44,6 % общей нагрузки Q на соединение. Если же учитывать силы трения в резьбе, то для материалов с коэффициентами трения $f = 0,1, 0,2$ и $0,3$ эта нагрузка составит 48,0, 50,8 и 55,8 % Q , соответственно. Это можно объяснить тем, что силы трения увеличивают прогиб витков и уменьшают осевой зазор между витками от радиальных деформаций тел болта и гайки.

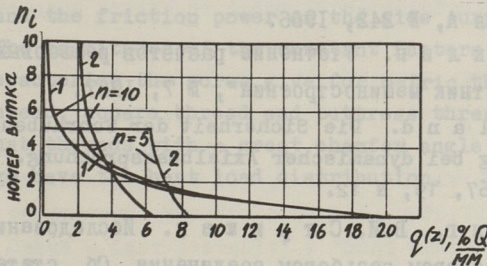
Для сравнения податливости витков в зависимости от профиля были произведены опыты при нагрузке $Q = 139,82$ кгс на отдельный виток резьбы [I0]. Опытные образцы с одним витком резьбы в виде кольца с профилем поперечного сечения, соответствующим метрической (ГОСТ II709-66), упорной (ГОСТ IOI77-62), трапецеидальной (ГОСТ 9484-60) и квадратной резьбам с шагом 3 мм и наружным диаметром резьбы $d_o = 50$ мм были изготовлены механическим способом [II] из предварительно отлитых под давлением заготовок из полиэтилена высокой плотности П4020-ЭФ3. Отклонения основных размеров соответствовали 3 кл. точности по ГОСТу 9253-59. В результате опытов были измерены совместные прогибы витков болта и гайки. Опытные данные, полученные по результатам испытаний 3-х образцов, приведены в таблице 2. Там же приведены расчётные величины прогибов с учётом δ'' [4] при $E = 6053$ кгс/см², $\operatorname{tg} \rho = 0,2$ [8], $\mu = 0,45$.

Из таблицы 2 следует, что большая податливость витков, а следовательно, и лучшее распределение нагрузки по виткам резьбы, наблюдается у метрической резьбы.

Опытные и расчетные прогибы витков болта и гайки
с различным профилем

| Резьба | Рабочая высота профиля t_2 , мм | Удельное давление на виток p , кгс/мм ² | Совместный прогиб витков болта и гайки, мм | |
|-------------|-----------------------------------|--|--|---------|
| | | | расчетный | опытный |
| М 50X3 | 1,62 | 0,496 | 0,3607 | 0,385 |
| Трап 50X3 | 1,50 | 0,583 | 0,0898 | 0,0914 |
| Уп 50X3 | 2,25 | 0,414 | 0,065 | 0,077 |
| Квадр. 50X3 | 1,50 | 0,603 | 0,060 | 0,073 |

На фиг.4 показано распределение нагрузки на единицу длины резьбового соединения $q_i(z)$ для резьб Уп 50X3 и М 50X3 с числом витков $n = 5$ и $n = 10$ с сжатой гайкой и растянутым болтом. При этом нагрузка на наиболее нагруженный



Фиг. 4. Интенсивности распределения осевой нагрузки:

- 1 — для резьбы Уп 50X3,
2 — для резьбы М 50X3.

виток для соединения с упорной резьбой при $n = 5$ составила 45,68 % Q , при $n = 10$ — 43,51 % Q , а для соединения с метрической резьбой соответственно 21,42 % Q и 14,65 % Q . Таким образом, в соединении с упорной резьбой нагрузка на первый виток по сравнению с метрической для $n = 5$ увеличивается более чем в 2 раза и при $n = 10$ — более чем в 3 раза.

Л и т е р а т у р а

1. И.А. Б и р г е р. Расчёт резьбовых соединений. "Оборонгиз", М., 1959.
2. Г.С. П у ч и н я н. Исследование распределения нагрузки в резьбовых соединениях и винтовых механизмах, применяемых в горном деле при бурении шпуров и скважин малого диаметра. Автореферат диссертации. Фрунзе, 1968.
3. Н.Л. К л я ч к и н. Расчёт групповых резьбовых соединений. Приволжское книжное издательство. Ульяновское отделение. Ульяновск, 1972.
4. В.В. М е н г, В.И. С т р и ж а к. Анализ распределения нагрузки по виткам резьбы в пластмассовых резьбовых соединениях. См. наст. сб., стр. 27.
5. В.В. М е н г. Распределение нагрузки в резьбовом соединении типа "стальной болт - пластмассовая гайка". Сб. статей по машиностроению Ш, Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 242, 1966.
6. В.Б. К у к л и н. Уточнение расчётов резьбовых соединений. "Вестник машиностроения", № 7, 1957.
7. E.G. P a l a n d. Die Sicherheit der Schrauben-Muttern-Verbindung bei dynamischer Axialbeanspruchung. "Konstruktion", 1967, 19, N 12.
8. В.В. М е н г, В.И. С т р и ж а к. Исследование трения в пластмассовом резьбовом соединении. Сб. статей по машиностроению УП, Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 306, 1971.
9. В.И. Ф е о д о с ь е в. Соппротивление материалов. "Наука", М., 1967.
10. В.В. М е н г, В.И. С т р и ж а к. Опытная установка для исследования перемещений в пластмассовых резьбовых соединениях при длительном нагружении. Сб. статей по машиностроению У, Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 276, 1969.
- II. Ю.И. К а р а в а н о в, И.Г. Г р и н ч е н к о. Механическая обработка термопластов. Сб. "Обработка пластмасс в машиностроении". "Наука", М., 1968.

The Influence of the Shape on Screw Give

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ ПО ВИТКАМ
РЕЗЬБЫ В ПЛАСТМАССОВЫХ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ
В УСЛОВИЯХ ПОЛУЧЕСТИ

Summary

Для резьбовых соединений из пластмасс, находящихся под статической нагрузкой длительное время, в отличие от метал-

The article deals with the problem of screw give, which influences the distribution of load over the screwing, according to the shape. Formulae are given for defining the sagging of screw of any shape, which take into account the flexular and shear strain, the lateral strain of the bolt and nut and the friction power on the side surface of the screws. The magnitudes of the constant factors are foreseen, which characterize the screw give for metric thread, trapezoidal thread, square thread and buttress thread. It is shown that threads with a great chamfer angle of the leading screw edge have the best load distribution.

резьбовых соединений типа "болт-гайка", нагруженных по схеме "гайка скрута - болт растянут" и "болт скрута - гайка растянута" [3, 4], будут:

$$\Delta_1(\tau) + \Delta_2(\tau) = [\delta_1(z, \tau) + \delta_2(z, \tau)] - [\delta_1(0, \tau) + \delta_2(0, \tau)], \quad (1)$$

где $\Delta_1(\tau), \Delta_2(\tau)$ - полные деформации полноты тела болта и гайки за время τ не учитывая $0 \dots z$, включительно и упругие деформации;

$[\delta_1(z, \tau) + \delta_2(z, \tau)]; [\delta_1(0, \tau) + \delta_2(0, \tau)]$ - совместные прогибы витков болта и гайки за время τ в сечениях 0 и z , включительно и упругие деформации.

1) Индекс 1 здесь и в дальнейшем относится к болту, индекс 2 - к гайке.

УДК 621.882.082.539.434.678.5

В.В. Менг, В.И. Стрижак

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ ПО ВИТКАМ
РЕЗЬБЫ В ПЛАСТМАССОВЫХ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ
В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Для резьбовых соединений из пластмасс, находящихся под статической нагрузкой длительное время, в отличие от металлических, необходимо учитывать временные характеристики материалов: ползучесть, релаксацию, длительную прочность.

После нагружения происходит непрерывное изменение деформаций и напряжений [1,2] у элементов резьбы и резьбовых деталей, которые влекут за собой перераспределение нагрузки по виткам.

Проанализируем изменение распределения нагрузки, для чего воспользуемся кривыми ползучести, отражающими особенности резьбового соединения.

Условие совместности деформаций в перемещениях для резьбовых соединений типа "болт-гайка", нагруженных по схеме "гайка ската - болт растянута" и "болт скат - гайка растянута" [3, 4], будет

$$\Delta_1(\tau) + \Delta_2(\tau) = [\delta_1(z, \tau) + \delta_2(z, \tau)] - [\delta_1(0, \tau) + \delta_2(0, \tau)], \quad (I)$$

где $\Delta_1(\tau), \Delta_2(\tau)$ ¹⁾ - полные деформации ползучести тел болта и гайки за время τ на участке $0 \dots z$, включающие и упругие деформации;

$[\delta_1(z, \tau) + \delta_2(z, \tau)]; [\delta_1(0, \tau) + \delta_2(0, \tau)]$ - совместные прогибы витков болта и гайки за время τ в сечениях 0 и z , включающие и упругие деформации.

1) Индекс 1 здесь и в дальнейшем относится к болту, индекс 2 - к гайке.

Относительные деформации ползучести ε в общем случае можно выразить как функции напряжения σ , времени τ и температуры. Для металлов и пластмасс были предложены различные эмпирические зависимости [5...7], среди которых широкое распространение получили аппроксимации в виде степенных функций

$$\varepsilon = A \sigma^m \tau^n, \quad (2)$$

хорошо описывающие ползучесть различных пластмасс [8...10].

Пусть относительные деформации ползучести при сжатии и растяжении будут

$$\varepsilon_{сж} = A_1 \sigma^{m_1} \tau^{n_1}, \quad \varepsilon_p = A_2 \sigma^{m_2} \tau^{n_2}, \quad (3)$$

где $A_{1,2}, m_{1,2}, n_{1,2}$ - постоянные коэффициенты, зависящие от вязко-упругих характеристик материала и температуры.

Совместный прогиб витков болта и гайки $\delta = \delta_1 + \delta_2$ в любом сечении z можно представить как функцию нагрузки $P(z)$ на единицу длины витка и времени τ

$$\delta = A' P^u(z) \tau^v, \quad (4)$$

где $P(z) = p(z)t_2$, (5)

$p(z)$ - удельное давление на рабочей поверхности витка на уровне z ;

t_2 - рабочая высота профиля витка.

Это выражение можно преобразовать, используя зависимости (5) и (6) [4]

$$p(z) = q_f(z) \frac{s}{f}, \quad (6)$$

где $q_f(z)$ - интенсивность распределения осевой нагрузки, приходящейся на единицу длины резьбового соединения;

$f = \pi d_{ср} t_2$ - проекция боковой поверхности витка на плоскость, перпендикулярную оси соединения;

$d_{ср}$ - средний диаметр резьбы;

s - шаг резьбы;

к виду

$$\delta(z) = \frac{s^u}{d_{ср}^u} B q_f^u(z) \tau^v, \quad (7)$$

где $B = A' \frac{1}{\pi^u}$, u, v - постоянные коэффициенты, зависящие от вязко-упругих свойств материала и геометрии профиля витка резьбы.

Таким образом, выражение (7) даёт возможность использовать данные опытов, полученные на образцах определённых размеров, для пластмассовых резьбовых соединений с любым шагом и средним диаметром резьбы.

Деформации растяжения и сжатия тел болта и гайки на участке $0 \dots z$ через время τ , на основании (3), будут

$$\Delta(\tau) = A\tau^n \int_0^z \sigma^m(z) dz. \quad (8)$$

Подставив зависимости (7) и (8) в условие совместности деформаций (I) для соединения со сжатой гайкой и растянутым болтом, получим

$$A_2 \tau^{n_2} \int_0^z \sigma_1^{m_2}(z) dz + A_1 \tau^{n_1} \int_0^z \sigma_2^{m_1}(z) dz = \frac{S^u}{d_{cp}^u} B \tau^v [q^u(z) - q^u(0)]. \quad (9)$$

Заменяя в выражении (9) напряжения через осевые нагрузки [3]

$$\sigma_1(z) = \frac{Q(z)}{F_1} \quad \text{и} \quad \sigma_2(z) = \frac{Q(z)}{F_2}, \quad (10)$$

где F_1 и F_2 - площади поперечных сечений тел болта и гайки соответственно;

$Q(z)$ - осевая нагрузка, приходящаяся на резьбовое соединение в сечении z ;

и дифференцируя по z , получим

$$\frac{A_2}{F_1^{m_2}} \tau^{n_2} Q^{m_2}(z) + \frac{A_1}{F_2^{m_1}} \tau^{n_1} Q^{m_1}(z) = \frac{S^u}{d_{cp}^u} B \tau^v u q^{u-1}(z) q'(z). \quad (II)$$

В первом приближении для упрощения задачи примем, что в любой момент времени общий характер распределения нагрузки по высоте свинчивания будет подчиняться закону гиперболического косинуса (I2), который хорошо оправдал себя при упругих расчётах [4], заменив в нём коэффициент m , характеризующий соотношение жёсткости витков резьбы и тел болта и гайки, на функцию $m(\tau)$:

$$q(z) = \frac{Q \cdot m(\tau)}{sh[m(\tau)H]} ch[m(\tau)z], \quad (I2)$$

где H - высота свинчивания;
 Q - полная нагрузка на соединение;
 $m(\tau)$ - неизвестная функция времени, отражающая изменение механических характеристик материалов болта и гайки во времени.

Определим $m(\tau)$ из уравнений (II) и (I2) при $z = H$.
 После дифференцирования уравнения (I2) по z получаем при $z = H$

$$q'(H) = Q m^2(\tau). \quad (I3)$$

Подставляя (I2) и (I3) (при $z = H$) в уравнение (II) и учитывая, что $Q(H) = Q$ и $\frac{ch[m(\tau)H]}{sh[m(\tau)H]} \approx 1$ (расчеты показывают, что такое допущение справедливо, если в соединении находится 4...5 и более витков резьбы), определим функцию $m(\tau)$

$$m(\tau) = \left[\frac{d_{cp}^u}{s^u B U} \left(\frac{A_2}{F_1^{m_2}} \tau^{n_2 - \nu} Q^{m_2 - u} + \frac{A_1}{F_2^{m_1}} \tau^{n_1 - \nu} Q^{m_1 - u} \right) \right]^{\frac{1}{u+1}}. \quad (I4)$$

Для резьбового соединения с растянутой гайкой и сжатым болтом получим аналогичное уравнение.

Если уравнения ползучести при растяжении и сжатии одинаковы, т.е. $A_1 = A_2 = A$, $n_1 = n_2 = n$ и $m_1 = m_2 = m$, то для этих соединений

$$m(\tau) = \left[\frac{A d_{cp}^u}{s^u B U} \tau^{n - \nu} Q^{m - u} \left(\frac{1}{F_1^m} + \frac{1}{F_2^m} \right) \right]^{\frac{1}{u+1}}. \quad (I5)$$

Для соединений типа "стяжка" с растянутыми болтом и гайкой условие совместности деформаций в перемещениях будет [3, 4].

$$\Delta_1(\tau) - \Delta_2(\tau) = [\delta_1(z, \tau) + \delta_2(z, \tau)] - [\delta_1(0, \tau) + \delta_2(0, \tau)]. \quad (I6)$$

С учетом выражений (7), (8) и

$$\sigma_1(z) = \frac{Q(z)}{F_1}, \quad \sigma_2(z) = \frac{Q - Q(z)}{F_2} \quad (I7)$$

после дифференцирования по z получим для общего случая, когда болт и гайка изготовлены из разных материалов

$$A_2 \tau^{n_2} \frac{1}{F_1^{m_2}} Q^{m_2}(z) - A_1 \tau^{n_1} \frac{1}{F_2^{m_1}} [Q - Q(z)]^{m_1} = \frac{s^u}{d_{cp}^u} B \tau^\nu u q^{u-1}(z) q'(z). \quad (I8)$$

Как и в предыдущих случаях, для $q(z)$ принимаем известный закон [4], заменив в нем коэффициент m на $m(\tau)$,

$$q(z) = \frac{Q m(\tau)}{\beta \operatorname{sh}[m(\tau)H]} \left\{ \frac{\operatorname{ch}[m(\tau) \cdot z]}{E_1 F_1} + \frac{\operatorname{ch}[m(\tau)(H-z)]}{E_2 F_2} \right\}, \quad (19)$$

где

$$\beta = \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2},$$

E_1 и F_2 - модули упругости материалов болта и гайки.

После подстановки уравнения (19) и его производной по z в уравнение (18) при $z = H$, принимая $\frac{\operatorname{ch}[m(\tau)H]}{\operatorname{sh}[m(\tau)H]} \approx 1$ и пренебрегая величиной $\frac{1}{E_2 F_2 \operatorname{sh}[m(\tau)H]}$ вследствие ее малости, а также учитывая, что $Q - Q(H) = 0$, определим функцию $m(\tau)$ для "стяжки" в виде

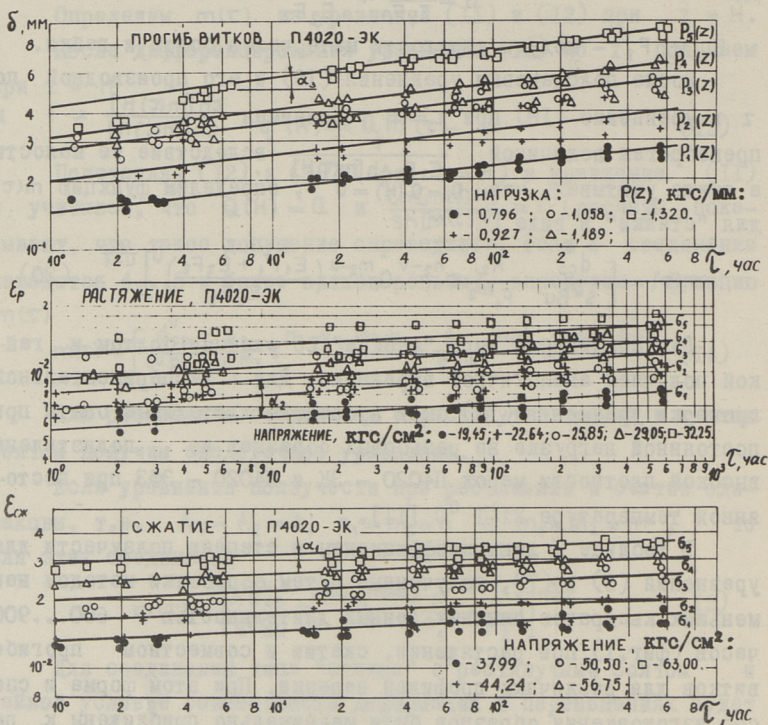
$$m(\tau) = \left[\frac{d_{cp}^u}{s^u B u} \cdot \frac{A_2}{F_1^{m_2}} \tau^{n_2 - v} Q^{m_2 - u} \left(\frac{E_1 F_1 + E_2 F_2}{E_1 F_2} \right)^u \right]^{\frac{1}{u+1}}. \quad (20)$$

Для соединения типа "стойка" со скатыми болтом и гайкой получаем аналогичное выражение. Для экспериментальной проверки уравнения (12) были проведены длительные опыты при постоянной нагрузке на резьбовых образцах из полиэтилена высокой плотности марок П4020 - ЭК и П4020 - ЭФ3 при постоянной температуре 21 ± 1 °C [11].

В таблице I даны коэффициенты и степени ползучести для уравнений (3) и (7), полученные путем обработки методом наименьших квадратов опытных данных длительностью 600...900 часов (фиг. I) при растяжении, сжатии и совместном прогибе витков для различных профилей нарезки. При этом форма и способ изготовления образцов были максимально приближены к реальным. Для исследуемого материала величины, характеризующие сопротивление ползучести при растяжении и сжатии получились одинаковыми, что совпадает с результатами, полученными В.Н.Финдлеем [12]. Для коэффициентов A и B приведены среднеквадратические отклонения \bar{s} и ширина 95-процентного доверительного интервала Δ .

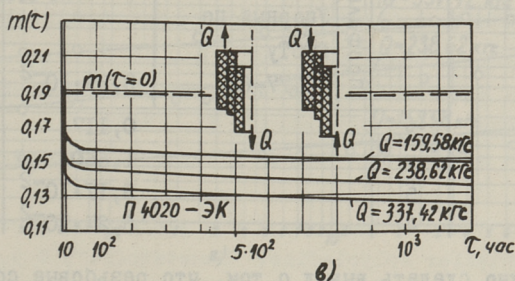
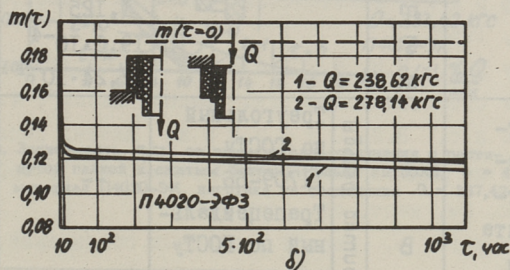
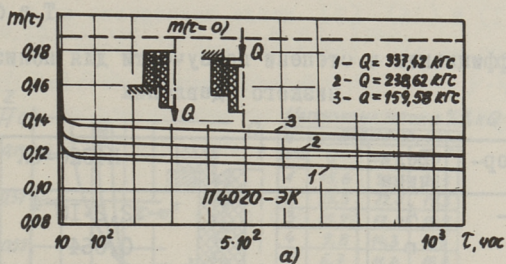
На фиг. 2а и 2б показано изменение функции $m(\tau)$ во времени для резьбовых соединений типа "болт-гайка" из материалов П4020-ЭК и П4020-ЭФ3 с резьбой Уп 50Х3 с числом рабочих витков $n = 4,75$ при различных нагрузках. На фиг. 2в

приведены аналогичные кривые для соединений типа "стяжки" и "стойки".



Фиг. 1. Кривые ползучести полиэтилена П4020-ЭК.

Из этих фигур (фиг.2) видно, что вследствие ползучести функция $m(\tau)$ особенно интенсивно уменьшается (более чем на 30 %) в первые 10 часов после нагружения, что приводит к более равномерному распределению нагрузки для всех схем нагружения, см. формулы (12) и (19). При этом в резьбовом соединении, несущем большую нагрузку, выравнивание нагрузки по виткам происходит быстрее. На этих же фигурах пунктиром показаны величины m при упругой работе (без учёта деформаций ползучести).



Фиг. 2. Зависимость функции $m(\tau)$ от времени.

Представление о перераспределении нагрузки даёт фиг.3, где приведены кривые $q_1(z)$ для различных значений времени, а также нагрузки, приходящиеся на отдельные витки резьбы. Из этой фигуры следует, что нагрузка на наиболее нагруженный виток за I час, вследствие ползучести, падает с 45,6 % Q до 34,6 % Q . В последующие часы снижение нагрузки на этом витке резьбы происходит медленнее. Таким обра-

Т а б л и ц а 1

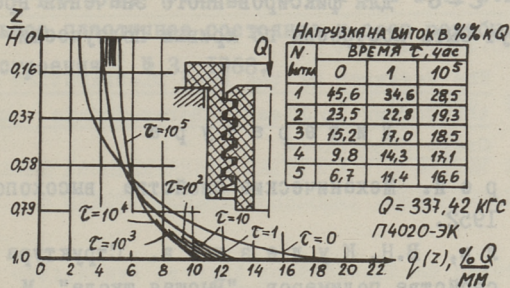
Коэффициенты и степени ползучести для полиэтилена
низкого давления

| Вид деформации | Величина | | | П4020-ЭК | П4020-ЭФЗ |
|--|----------------------|----------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Растяжение, сжатие | A | | | $2,2 \cdot 10^{-4}$ | $6,4 \cdot 10^{-5}$ |
| | n | | | 0,064 | 0,052 |
| | m | | | 1,125 | 1,530 |
| | \bar{s} | | | $19,0 \cdot 10^{-4}$ | $9,58 \cdot 10^{-4}$ |
| | Δ | | | $37,24 \cdot 10^{-4}$ | $18,77 \cdot 10^{-4}$ |
| Совместный прогиб витков болта и гайки | B | Профиль витка резьбы | Треугольный по ГОСТу II709-66 | -- | $11,00 \cdot 10^{-2}$ |
| | | | Трапецеидальный по ГОСТу 9484-60 | -- | $3,64 \cdot 10^{-2}$ |
| | | | Упорный по ГОСТу IOI77-62 | $3,39 \cdot 10^{-2}$ | $2,25 \cdot 10^{-2}$ |
| | | | v | 0,117 | 0,115 |
| | u | 1,660 | 2,236 | | |
| \bar{s} | $3,17 \cdot 10^{-2}$ | $2,22 \cdot 10^{-2}$ | | | |
| Δ | $6,21 \cdot 10^{-2}$ | $4,44 \cdot 10^{-2}$ | | | |

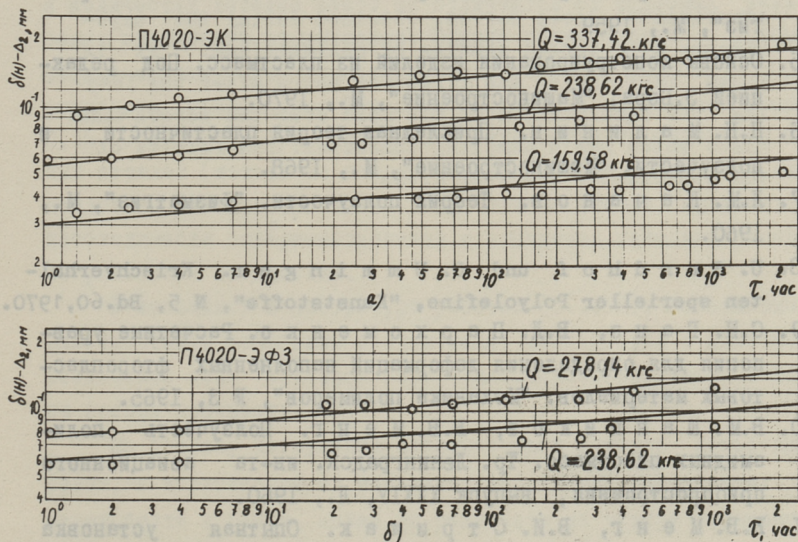
зом, можно сделать вывод о том, что резьбовые соединения из пластмасс, вследствие ползучести, могут нести значительно большие нагрузки, если их прикладывать не сразу, а в течение, например, 10 часов, т.е. по мере реализации деформаций ползучести.

Результаты экспериментальной проверки [II] при постоянных нагрузках приведены на фиг.4, где сплошной линией показаны расчётные значения $[\delta(N) - \Delta_2]$, найденные с помощью уравнения (12). Максимальные отклонения опытных данных от расчётных составили +8,3% и -18,2%.

Более точно закон распределения нагрузки по виткам резьбы $q(z)$ в условиях ползучести можно получить из



Фиг. 3. Зависимость $q(z)$ от времени для соединения с растянутой гайкой и сжатым болтом. Резьба Уп 60X3, $n = 4,75$, материал П4020-ЭК, нагрузка на соединение $Q = 337,42 \text{ кгс}$.



Фиг. 4. Зависимость деформаций элементов резьбы и резьбовых деталей от времени. (Точки - среднее значение для трех образцов).

уравнений (I) и (I6) [3] после приведения их к интегральному виду, по методу, предложенному в работе [13], на основе диаграмм $\epsilon - \delta$ для фиксированного значения времени τ , которые могут быть построены по кривым ползучести любой формы.

Л и т е р а т у р а

- I. Т. А л ф р е й. Механические свойства высокополимеров. М., ИИЛ, 1952.
2. В.Е. Гу л ь, В.Н. Ку л е з н ё в. Структура и механические свойства полимеров. "Высшая школа", М., 1966.
3. В.В. М е н г, В.И. С т р и ж а к. Анализ распределения нагрузки по виткам резьбы в пластмассовых резьбовых соединениях. См. наст. сб., стр. 27.
4. И.А. Б и р г е р. Расчёт резьбовых соединений. "Оборонгиз", М., 1959.
5. Основы конструирования изделий из пластмасс. Под редакцией Э.Бэра. "Машиностроение", М., 1970.
6. Н.Н. М а л и н и н. Прикладная теория пластичности и ползучести. "Машиностроение", М., 1968.
7. Л.М. К а ч а н о в. Теория ползучести. "Физматгиз", М., 1960.
8. U. S a n d h o f und O. U m m i n g e r. Kriechverhalten sperieller Polyolefine, "Kunststoffe", N 5, Bd.60, 1970.
9. С.Н. Г а н з, В.Д. П а р х о м е н к о. Расчетные уравнения для определения деформаций наполненных фторопластовых материалов. "Механика полимеров", № 3, 1965.
10. В.М. Ш а н н и к о в, В.В. М е н г. Ползучесть полиамидных пластмасс. Тр. Ленинградск. ин-та авиационного приборостроения, выпуск XXXIV, Л., 1960.
11. В.В. М е н г, В.И. С т р и ж а к. Опытная установка для исследования перемещений в пластмассовых резьбовых соединениях при длительном нагружении. Сб. статей по машиностроению У. Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 276, 1969.
12. W.N. F i n d l e y. Prediction of performance of Plastics under Long - Term static Loads. "Transaction and Journal

УДК 621.882.539.319.678.5

В.В. Менг, В.И. Стрижак

АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ ПО ВИТКАМ РЕЗЬБЫ
В ПЛАСТМАССОВЫХ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ

Для соединения деталей конструкций из пластмасс широко используются резьбовые соединения, часто являющиеся единственно возможными и определяющие работоспособность конструкции в целом.

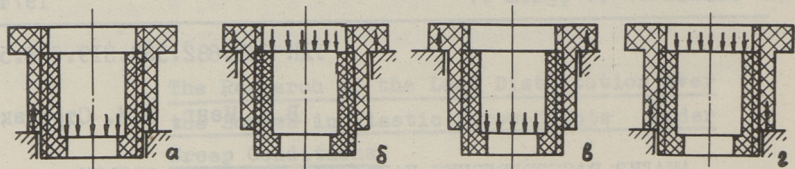
Типы резьбовых соединений из пластмасс по конструкции и количеству деталей часто не отличаются от подобных резьбовых соединений из металлов. Однако наличие ряда особых физико-механических характеристик пластмасс (низкий модуль упругости, коэффициент Пуассона для многих пластмасс равен 0,45...0,5) [1...4] и особенности технологии изготовления из них деталей (детали из пластмасс, получаемые литьем под давлением или прессованием, имеют тонкие стенки) приводят к необходимости совершенствования и уточнения методики расчёта резьбовых соединений.

В имеющихся в литературе работах [5...16], посвящённых пластмассовым резьбовым соединениям, исследуются в основном соединения типа "стальной болт - пластмассовая гайка" с точки зрения прочности.

По способу нагружения пластмассовых деталей резьбовых узлов, в зависимости от сочетания напряжений, действующих в телах болта и гайки, можно их разделить на четыре основных типа:

- а) "болт - гайка-I" (фиг.1а);
- б) "болт - гайка-II" (фиг.1б);
- в) "стяжка" (фиг.1в);
- г) "стойка" (фиг.1г).

Рассмотрим влияние схемы нагружения резьбового соединения на распределение нагрузки по виткам.



Фиг. 1. Схемы нагружений резьбовых соединений.

- а - гайка сжата, болт растянут - "болт - гайка - 1",
 б - гайка растянута, болт сжат - "болт - гайка - 11",
 в - гайка и болт растянуты - "стяжка",
 г - гайка и болт сжаты - "стойка".

При решении этой задачи в основном используются две методики: Н.Е.Жуковского [17] и И.А.Биргера [18,19].

Воспользуемся методикой И.А.Биргера, отличающейся компактностью и дающей возможность наиболее полно выяснить влияние различных конструктивных и геометрических факторов, а также определить напряжения, действующие в любом сечении болта и гайки.

На фиг.2 показаны схемы резьбовых соединений после нагружения.

Условия совместности деформаций в перемещениях будут для резьбовых соединений:

типа "болт - гайка-I" (фиг.2а) и "болт - гайка-II" (фиг.2б)

$$\Delta_1 + \Delta_2 = [\delta_1(z) + \delta_2(z)] - [\delta_1(0) + \delta_2(0)]; \quad (1)$$

типа "стяжка" (фиг.2в) и "стойка" (фиг.2г)

$$\Delta_1 - \Delta_2 = [\delta_1(z) + \delta_2(z)] - [\delta_1(0) + \delta_2(0)], \quad (2)$$

где Δ_1, Δ_2 - деформации тел болта и гайки на участке длиной z , соответственно,

$[\delta_1(z) + \delta_2(z)], [\delta_1(0) + \delta_2(0)]$ - суммы прогибов витков болта и гайки в сечениях z и 0 .

Деформации Δ_1 и Δ_2 равны

$$\Delta_1 = \int_0^z \frac{\sigma_1(z)}{E_1} dz, \quad \Delta_2 = \int_0^z \frac{\sigma_2(z)}{E_2} dz, \quad (3)$$

где $\sigma_1(z), \sigma_2(z)$ - напряжения, действующие в теле болта и в теле гайки в сечении z .

E_1, E_2 - модули упругости материала болта и гайки, соответственно.

Прогибы δ_1 и δ_2 зависят от сил на боковой поверхности витка. Но разность осевых деформаций может компенсироваться не только прогибами витков, но и поперечными деформациями тел болта и гайки. Эти поперечные деформации возникают от сил давления p на боковой поверхности витка и от осевых сил растяжения - сжатия тел болта и гайки (в соответствии с коэффициентом Пуассона μ).

Поэтому можем записать, что

$$\delta_1(z) = \delta'_1(z) + \delta''_1(z), \quad \delta_2(z) = \delta'_2(z) + \delta''_2(z), \quad (4)$$

где

$$\delta'_1(z) = \frac{p(z)s}{E_1} \lambda'_1, \quad (5)$$

$$\delta'_2(z) = \frac{p(z)s}{E_2} \lambda'_2, \quad (6)$$

$$\delta''_1(z) = \frac{\sigma_1(z)}{E_1} \lambda''_1, \quad (7)$$

$$\delta''_2(z) = \frac{\sigma_2(z)}{E_2} \lambda''_2. \quad (8)$$

$\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda''_1, \lambda''_2$ - постоянные коэффициенты, зависящие от геометрических параметров витков резьбы и всего соединения;

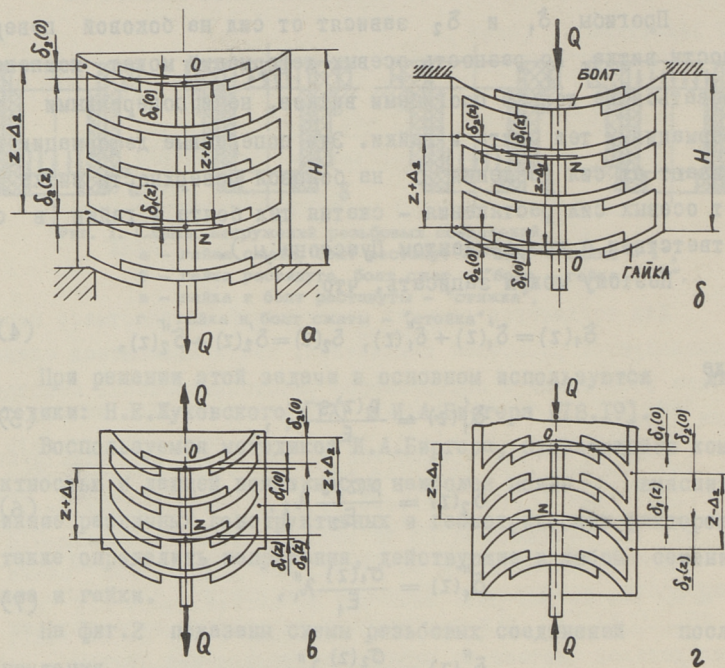
s - шаг резьбы.

Болт и гайку можно рассматривать как толстостенную трубу, подверженную действию наружного и внутреннего давления и осевых сил. Поперечные деформации U_1 и U_2 будем определять по формулам Ламэ для среднего радиуса резьбы [20] в зависимости от положения сечения z [21] (фиг.3):

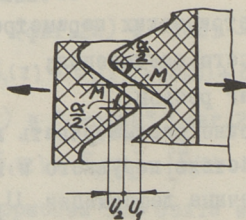
$$U_1 = \mu_1 \frac{\sigma_1(z)}{E_1} r_{cp} \quad \text{и} \quad U_2 = \mu_2 \frac{\sigma_2(z)}{E_2} r_{cp}. \quad (9)$$

Учитывая формулы (7) и (8) и фиг.3 имеем при $\mu_1 = \mu_2 = \mu$

$$|\lambda''_1| = |\lambda''_2| = \psi = \mu r_{cp} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (10)$$



Фиг. 2. Схемы резьбовых соединений после нагружения.



Фиг. 3. К определению осевого зазора от поперечных деформаций тел болта и гайки.

где $\frac{1}{2}\alpha$ - угол скоса рабочей грани витка резьбы.

Будем считать положительными перемещения, приводящие к увеличению осевого зазора между витками болта и гайки, тогда

- а) $\lambda_2'' = +\psi$ (фиг. 1а, г, гайка нагружена сжимающей силой),
 б) $\lambda_2'' = -\psi$ (фиг. 1б, в, гайка нагружена растягивающей силой),
 в) $\lambda_1'' = +\psi$ (фиг. 1а, в, болт нагружен растягивающей силой),
 г) $\lambda_1'' = -\psi$ (фиг. 1б, г, болт нагружен сжимающей силой).

Используя зависимости (5)...(8), (II) условие совместности деформаций (I) для соединения типа, "болт - гайка - I" можем записать в виде

$$\int_0^z \frac{\sigma_1(z)}{E_1} dz + \int_0^z \frac{\sigma_2(z)}{E_2} dz = [p(z) - p(0)] \left(\frac{\lambda_1'}{E_1} + \frac{\lambda_2'}{E_2} \right) s + \\ + [\sigma_1(z) - \sigma_1(0)] \frac{\psi}{E_1} + [\sigma_2(z) - \sigma_2(0)] \frac{\psi}{E_2}. \quad (12)$$

Это уравнение можно упростить, если учесть связь между давлением $p(z)$ на поверхности витка и осевым усилием $q(z)$, приходящимся на единицу длины резьбового соединения

$$p(z) = q(z) \frac{s}{f}, \quad (13)$$

где f - площадь проекции боковой поверхности витка на плоскость, перпендикулярную оси z ;

а также выражения

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1(z) &= \frac{Q(z)}{F_1}, & \sigma_2(z) &= \frac{Q(z)}{F_2}, \\ \sigma_1(0) &= 0, & \sigma_2(0) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где F_1, F_2 - площади поперечных сечений тел болта и гайки;

$Q(z) = \int_0^z q(z) dz$ - осевое усилие в сечении z .

Тогда

$$\left(\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} \right) \int_0^z Q(z) dz = [q(z) - q(0)] \left(\frac{\lambda_1'}{E_1} + \frac{\lambda_2'}{E_2} \right) \frac{s^2}{f} + \\ + \left(\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} \right) \psi Q(z). \quad (15)$$

Введём обозначения

$$\gamma = \left(\frac{\lambda_1'}{E_1} + \frac{\lambda_2'}{E_2} \right) \frac{s^2}{f}, \quad (16)$$

$$\beta = \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2}, \quad (17)$$

Тогда

$$\beta \int_0^z Q(z) dz = [q(z) - q(0)] \gamma + \beta \psi Q(z). \quad (18)$$

Продифференцировав уравнение (18) по z , найдём

$$\beta Q(z) = \gamma q'(z) + \beta \psi q(z) \quad (19)$$

и повторяя операцию, получим

$$q''(z) + m^2 \psi q'(z) - m^2 q(z) = 0, \quad (20)$$

где

$$m^2 = \frac{\beta}{\gamma}. \quad (21)$$

Такое же дифференциальное уравнение (20) получим и для соединения типа "стяжки", учитывая выражения (5)...(8), (II), (I3) и

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1(z) &= \frac{Q(z)}{F_1}, & \sigma_2(z) &= \frac{Q - Q(z)}{F_2} \\ \sigma_1(0) &= \frac{Q(0)}{F_1} = 0, & \sigma_2(0) &= \frac{Q - Q(0)}{F_2} = \frac{Q}{F_2}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Для соединений типа "болт - гайка - П" и "стойка" дифференциальное уравнение будет иметь вид

$$q''(z) - m^2 \psi q'(z) - m^2 q(z) = 0. \quad (23)$$

Таким образом, для четырёх различных схем нагружения условия совместности деформаций, выраженные через интенсивность распределения осевых сил $q(z)$ по высоте свинчивания, можно представить двумя линейными однородными дифференциальными уравнениями второго порядка (20) и (23) с постоянными коэффициентами, решения которых дадут искомые законы распределения нагрузки по виткам резьбы.

Уравнения (20) и (23) имеют общий интеграл

$$q(z) = C_1 e^{k_1 z} + C_2 e^{k_2 z}, \quad (24)$$

где k_1 и k_2 - корни характеристических уравнений

$$k^2 + k \psi m^2 - m^2 = 0$$

- для соединений типа "болт - гайка - I" и "стяжка"

$$k_{1,2} = -\frac{\psi m^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\psi^2 m^4}{4} + m^2},$$

или обозначив

$$\frac{\psi m^2}{2} = a, \quad \sqrt{\frac{\psi^2 m^4}{4} + m^2} = b, \quad (25)$$

имеем

$$k_1 = -a + b, \quad k_2 = -(a + b) \quad (26)$$

и

$$k^2 - k \psi m^2 - m^2 = 0$$

- для резьбовых соединений типа "болт - гайка -П" и "стойка"

$$k_{1,2} = \frac{\psi m^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\psi^2 m^4}{4} + m^2}$$

или, учитывая (25)

$$k_1 = a + b, \quad k_2 = a - b, \quad (27)$$

C_1 и C_2 - постоянные.

Постоянные C_1 и C_2 нетрудно получить из уравнений (19), (20), (23) и граничных условий для тела болта (фиг.2а...2г)

$$\text{при } z = 0 \quad Q(0) = 0,$$

$$\text{при } z = H \quad Q(H) = Q,$$

где H - высота свинчивания.

Определив постоянные C_1 , C_2 и подставив их значения в уравнение (24), получим после преобразований следующие законы распределения нагрузки по виткам резьбы для резьбовых соединений:

типа "болт - гайка-I"

$$q(z) = \frac{Qe^{-az}}{e^{-aH} \operatorname{sh} bH} (b \operatorname{ch} bz - a \operatorname{sh} bz), \quad (28)$$

типа "болт - гайка-II"

$$q(z) = \frac{Qe^{az}}{e^{aH} \operatorname{sh} bH} (b \operatorname{ch} bz + a \operatorname{sh} bz), \quad (29)$$

типа "стяжка"

$$q(z) = \frac{Qe^{-az}}{\gamma} \left[\frac{1}{e^{-aH} 2 \operatorname{sh} bH} \left(\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{e^{(b-a)H}}{E_2 F_2} \right) \left(\frac{e^{bz}}{b+a} + \frac{e^{-bz}}{b-a} \right) - \frac{e^{bz}}{E_2 F_2 (b+a)} \right], \quad (30)$$

типа "стойка"

$$q(z) = \frac{Q e^{\alpha z}}{\gamma} \left[\frac{1}{e^{\alpha H} \operatorname{sh} \beta H} \left(\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{e^{(b+a)H}}{E_2 F_2} \right) \left(\frac{e^{\beta z}}{b-a} + \frac{e^{-\beta z}}{b+a} \right) - \frac{e^{\beta z}}{E_2 F_2 (b-a)} \right]. \quad (31)$$

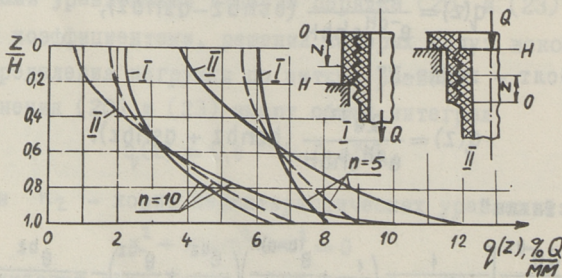
Правильность полученных выражений нетрудно проверить, убедившись в тождестве

$$\int_0^H q(z) dz = Q.$$

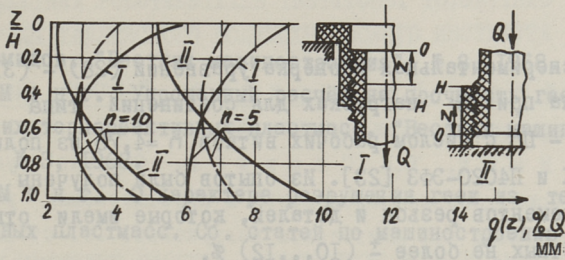
Коэффициенты β , γ , m , a и b могут быть определены по методике [18] или по уточнённой методике [22].

Для примера на фиг.4 и фиг.5 показано влияние схемы нагружения на распределение нагрузки по виткам резьбы М 50Х3 ГОСТ II709-66) с числом рабочих витков $n=5$ и $n=10$. Наружный диаметр гайки равен 57 мм, диаметр внутреннего отверстия в теле болта равен 40 мм, материал резьбовых деталей - полиэтилен высокой плотности П4020 ЭК. Пунктиром показаны кривые без учета поперечных деформаций от действия осевых сил в телах болта и гайки. В таблице I для соединений, фиг.4 и фиг.5 приведены величины нагрузок, приходящихся на первый Q_1 и последний виток Q_n в процентах к общей нагрузке Q , найденных с учётом поперечных деформаций от осевых сил.

Из фиг.4 и фиг.5 видно, что поперечные деформации от действия осевых сил в телах болта и гайки для соединения



Фиг. 4. Интенсивность распределения осевой нагрузки для резьбовых соединений "болт - гайка - 1" и "болт - гайка - 11".



Фиг. 5. Интенсивность распределения осевой нагрузки для резьбовых соединений типа "стяжки" и "стойки".

типа "болт - гайка - I" приводят к более равномерному распределению нагрузки по виткам резьбы, что значительно повышает нагрузочную способность за счёт увеличения количества полезных витков резьбы. В соединении "болт - гайка - II" поперечные деформации от действия осевых сил уменьшают зазоры между витками, что приводит к усилению неравномерности распределения нагрузки по длине соединения. В соединениях типа "стяжки" и "стойки" эти деформации также приводят к менее равномерному распределению нагрузки.

Т а б л и ц а I

Расчетные нагрузки на первый и последний виток резьбы

| № п/п | Схема нагружения | число витков в соединении | $\frac{Q_1}{Q} 100\%$ | $\frac{Q_n}{Q} 100\%$ |
|-------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | "Болт - гайка - I" (фиг.4) | 5 | 21,42 | 19,21 |
| | | 10 | 14,65 | 7,24 |
| 2 | "Болт - гайка - II" (фиг.4) | 5 | 30,34 | 12,30 |
| | | 10 | 24,27 | 2,40 |
| 3 | "Стяжка" (фиг.5) | 5 | 17,25 | 22,86 |
| | | 10 | 9,63 | 14,30 |
| 4 | "Стойка" (фиг.5) | 5 | 25,35 | 15,60 |
| | | 10 | 14,40 | 6,45 |

Экспериментальная проверка уравнений (28) - (31) была проведена при 5 нагрузках для соединений типа "болт - гайка - П" с числом рабочих витков $n = 4,75$ из полиэтилена П4020-ЭК и П4020-ЭФЗ [23]. Из опытов были получены перемещения элементов резьбы и деталей, которые имели отклонения от расчётных не более $\pm (10...12) \%$.

Л и т е р а т у р а

1. В.Д. Б р е х о в а. Исследование коэффициента Пуассона при сжатии некоторых кристаллических полимеров постоянной нагрузкой. "Механика полимеров", № 4, 1965.
2. И.В. Ш а м о в. Исследование коэффициента Пуассона полиэтилена при малых деформациях и длительном пребывании под нагрузкой. "Механика полимеров", № 4, 1965.
3. И.Я. Д з е н е, А.В. П у т а н с. Коэффициент Пуассона полиэтилена при обратной ползучести. "Механика полимеров", № 3, 1968.
4. И.Я. Д з е н е. Изменение коэффициента Пуассона при полном цикле одномерной ползучести. "Механика полимеров", № 2, 1968.
5. Н.Д. М о с к а л ё в. Расчёт на прочность внутренней метрической резьбы в деталях из термореактивных пластмасс. Тр. ЛИАП, вып. 52, Л., 1967.
6. К.Н. К а н, Е.Д. В д о в и н, Н.Д. М о с к а л ё в, С.А. М и х а л ь к о в. Расчёт пластмассовых деталей с внутренней резьбой. Материалы семинара "Конструирование деталей из пластических масс". М.Д.НТП, М., 1966.
7. R. P o e l. Plastics fasteners. "Machine Design", 1965, 37, N 1.
8. K. M ü l l e r. Schrauben aus thermoplastischen Kunststoffen. Teil 1,2,3 "Kunststoffe", 1966, 56, N 4, N 5, N 7.
9. В.М. Ш а н н и к о в, Н.Д. М о с к а л ё в, К.Н. К а н. Расчёт на прочность деталей из термореактивных пластмасс с резьбой и металлической арматурой. ЛДНТП, вып.35, Л., 1963.
10. И.П. З е м л я к о в. К расчёту на прочность гаек из

- полиамидов. "Вестник машиностроения", № 8, 1968.
11. В.В. М е н г. Упрощенный расчёт на прочность гаек из жёстких терморезистивных пластмасс. "Вестник машиностроения", № 3, 1968.
12. В.В. М е н г. О характере разрушения гаек из терморезистивных пластмасс. Сб. статей по машиностроению Ш. Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 242, 1966.
13. В.М. Ш а н н и к о в, К.Н. К а н, Е.Д. В д о в и н. Общий метод расчёта деталей из терморезистивных пластмасс. Тр. ЛИАП, вып. 52, Л., 1967.
14. В.М. Ш а н н и к о в, Н.Д. М о с к а л ё в, С.А. М и х а л ь к о в. Расчёт на прочность резьбовых соединений стальных болтов и гаек из терморезистивных пластмасс. "Вестник машиностроения", № 10, 1968.
15. В.В. М е н г. Расчёт на прочность некоторых пластмассовых резьбовых соединений типа "стальной болт - пластмассовая гайка". Сб. статей по машиностроению Ш. Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 242, 1966.
16. Н.Г. А г а б е к о в, А.Д. М у с т а ф а е в. Прочность резьбовых деталей из пластмасс. "Известия вузов. Нефть и газ", № 10, 1967.
17. Н.Е. Ж у к о в с к и й. Распределение давлений на нарезках винта и гайки. Полн. собр. соч., т. УШ, ОНТИ, М.-Л., 1937.
18. И.А. Б и р г е р. Расчёт резьбовых соединений. "Оборонгиз", М., 1959.
19. Н.Л. К л я ч к и н. Расчёт групповых болтовых соединений. Приволжское книжное издательство, Ульяновское отд., 1972.
20. П.Ф. П а п к о в и ч. Теория упругости. "Оборонгиз", М.-Л., 1939.
21. С.Д. П о н о м а р ё в, В.Л. Б и д е р м а н, К.К. Л и х а р е в, В.М. М а к у ш и н, Н.И. М а л и н и н, В.И. Ф е о д о с ь е в. Расчёты на прочность в машиностроении, т.Ш, "Машиностроение", М., 1958.

22. В.В. Менг, В.И. Стрижак. Влияние профиля на податливость витков резьбы. См. наст. сб., стр. 3.
23. В.В. Менг, В.И. Стрижак. Опытная установка для исследования перемещений в пластмассовых резьбовых соединениях при длительном нагружении. Сб. статей по машиностроению У. Тр. Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 276, 1969.

V. Meng, V. Strizhak

The Analysis of the Load Distribution over the Screws in Plastic Screw Joints

Summary

The article gives the solution of the problem of the load distribution over the screws in plastic screw joints. Four basic schemes of loading are considered. It is shown that the lateral strain due to the influence of axial forces in the bodies of the bolt and nut leads (depending on the sign) to the deterioration or improvement of the load distribution over the screws. The suggested methods can be used for the metal screw-joints calculations.

УДК 621.9.014

А.Р. Янсон

К МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА КОМПОНЕНТОВ СИЛЫ РЕЗАНИЯ

Качество анализа технологических процессов зависит от точности применяемых зависимостей. Чем точнее математическая модель процесса, тем точнее можно определить оптимальные для данных условий параметры процесса, что способствует повышению производительности и экономичности обработки.

Одной из важнейших характеристик процесса резания является величина и направление силы резания. Источниками силы резания являются процесс стружкообразования и контактные процессы на поверхностях лезвия. Исходя из этого, сила резания обычно делится на составляющие, действующие на переднюю и заднюю поверхности лезвия. Анализ многих исследований ([3],[4],[6] и др.), а также эксперименты автора [10] показали, что различные факторы процесса резания по разному действуют на силы на различных поверхностях лезвия, ввиду чего компоненты силы резания следует в общем случае рассчитывать по уравнениям:

$$P_{x,y,z} = P_{xп,yп,zп} + P_{xз,yз,zз} \quad (I)$$

где $P_{xп,yп,zп}$ - составляющие силы на передней поверхности лезвия (компоненты силы стружкообразования);

$P_{xз,yз,zз}$ - составляющие силы на задней поверхности.

Эти составляющие рассчитываются по формулам, полученным либо теоретически, либо экспериментально. По мнению некоторых авторов, главный недостаток эмпирических формул заключается в том, что они не учитывают взаимосвязанности влияния различных факторов на силу резания [5]. Эти уравне-

ния действительно только при тех сочетаниях переменных, при которых они получены. Следует отметить, что это относится к большинству применяемых зависимостей процесса резания, но не является следствием их экспериментального происхождения, а только "традиционной" методики их получения. Применяемые в настоящее время теоретические уравнения для расчета компонентов силы стружкообразования по данным [6] действительно с хорошей точностью для широкого диапазона обрабатываемых материалов, режима резания и геометрии резца. Но эти уравнения не позволяют учитывать действие ширины (f) и угла (γ_f) фаски передней поверхности лезвия, которые по опытам автора [10] оказывают существенное влияние на горизонтальные составляющие силы. (Действие их того же порядка, что и действие подачи). Эти же опыты показали, что шириной и углом фаски передней поверхности нельзя пренебрегать и при расчете давления (силы) на следе износа задней поверхности. Однако их влияние не отражается ни в теоретических, ни в эмпирических уравнениях, опубликованных другими авторами. Так как большинство резцов оснащены фасками передней поверхности, то проблема получения силовых зависимостей, лишенных вышеизложенных недостатков, актуальна. Современная теория планирования эксперимента позволяет найти аппроксимирующие уравнения, учитывающие действие всех существенных факторов, а также взаимосвязанности их влияния. При получении аппроксимирующих уравнений важно выделить факторы, действие которых нельзя учитывать либо геометрическими пересчетами, либо постоянными коэффициентами пропорциональности. При обработке сталей, для которых сопротивление сдвигу при больших деформациях может характеризоваться их твердостью, такими факторами (по крайней мере, в первом приближении) являются передний угол γ , ширина фаски передней поверхности f , угол фаски передней поверхности γ_f , скорость резания v и подача s . Аппроксимирующие уравнения автора типа (I), позволяющие найти $P_{x,y,z} = f(\gamma, f, \gamma_f, v, s)$ при обработке

стали 40X (HB = 227), изложены в [10]. Там же приводится методика расчета влияния глубины резания t , главного угла в плане φ , вспомогательного угла в плане φ_1 , радиуса округления вершины резца r и средней ширины следа износа на задней поверхности h_3 . Для распространения полученных результатов на стали вышеупомянутой группы (в первую очередь, углеродистые и малолегированные конструкционные стали) следует учитывать влияние твердости обрабатываемого материала на давление на следе износа задней поверхности лезвия. По данным опытов при $\gamma = 8^\circ 45'$,

$$f = 0,113 \text{ мм}, \quad \gamma_f = 10^\circ, \quad v = 155 \text{ м/мин}, \quad s = 0,3 \text{ мм/об}$$

$$q'_{N'} = 0,262 \cdot \text{HB}^{0,837}, \quad (2)$$

$$q'_{F'} = 7,09 \cdot \text{HB}^{0,198}, \quad (3)$$

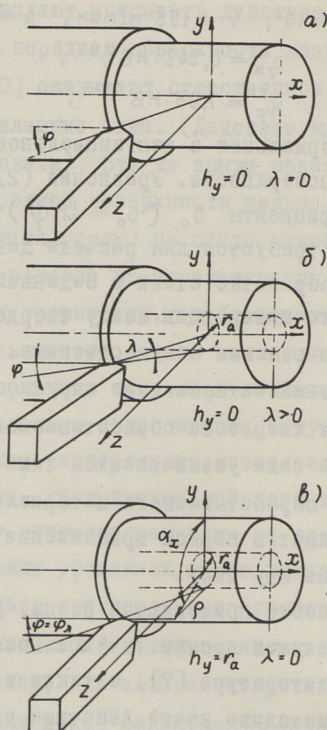
где $q'_{N'}$, $q'_{F'}$ - нормальное и тангенциальное давления на следе износа задней поверхности. Уравнения (2) и (3) позволяют рассчитывать коэффициенты b_0 ($b_0 = \ln q'$) уравнений регрессии [10] (которые требуются для расчета давлений на задней поверхности) при обработке стали с заданной твердостью в предположении, что интеракции между твердостью и прочими факторами процесса резания несущественные.

По данным многих авторов сила стружкообразования весьма мало зависит от твердости обрабатываемого материала (например, по [8] эта сила увеличивается лишь на 15 % при увеличении твердости обрабатываемого материала со I97 до 500 по HB), что позволяет в первом приближении пренебрегать действием твердости на эту силу.

На практике часто применяются резцы, у которых угол наклона главной режущей кромки $\lambda \neq 0$. Поскольку применяемая в справочной литературе [7], а также в исследовательских работах [1] методика учета действия угла λ на силу резания не позволяет раскрыть механизм влияния этого угла (а тем самым правильно учитывать его роль), то важно уточнить эту методику.

При всех видах обработки резанием поверхность резания формируется образующей, проходящей через режущую кромку.

Если главное движение резания вращательное, а вспомогательное движение резания поступательное в направлении оси обрабатываемой поверхности, то при применении инструмента с прямой режущей кромкой (точение, сверление и т.д.) поверхность резания имеет форму либо архимедовой (фиг. I а), либо конвольтной (фиг. I б, в) винтовой поверхности. Во всех рассмотренных случаях форма поверхности резания определяется

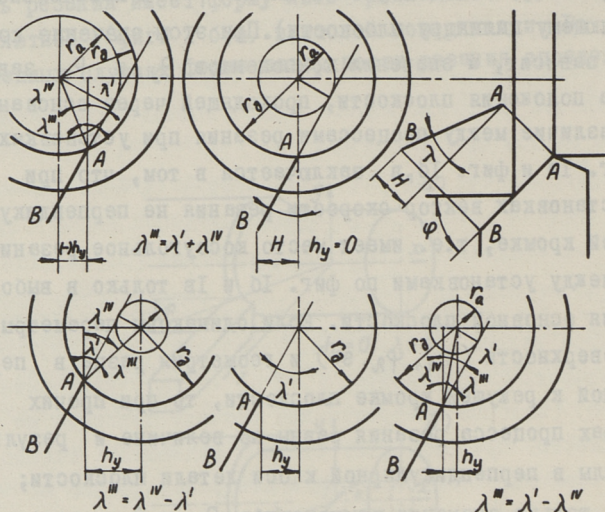


Фиг. 1. Установки реза при продольном точении.

радиусом направляющего цилиндра r_a , углом наклона образующей в касательной к направляющему цилиндру плоскости φ_λ и подачей s . Если при прочих равных условиях эти величины одинаковы, то равны и силы, образующиеся в процессе резания. (Предполагается, что передний угол γ измерен в нормальной к режущей кромке, а главный угол в плане φ — в касательной к направляющему цилиндру плоскости). При этом значение компонента P_x не зависит, а значения компонентов P_y и P_z зависят от выбора положения плоскости, проходящей через основание резца. Различие между процессами резания при установках резца по фиг. 1а и фиг. 1б, заключается в том, что при последних установках вектор скорости резания не перпендикулярен к режущей кромке, т.е. имеет место косоугольное резание. Разница между установками по фиг. 1б и 1в только в выборе положения основной плоскости. Если одинаковы параметры винтовой поверхности (r_a, φ_λ, s) и геометрия резца в перпендикулярной к режущей кромке плоскости, то при прочих равных факторах процесса резания равны по величине и результирующие силы в перпендикулярной к оси детали плоскости; отличаются только значения компонентов P_y и P_z , которые определяются выбором положения основной плоскости. На применяемых в практике установках резца (значениях угла наклона главной режущей кромки λ) скорость скольжения по направлению режущей кромки по данным [1] и [2] мало действует на составляющие силы резания, ее влиянием можно пренебречь. Это позволяет применять уравнения, полученные при установке резца по фиг. 1а ($r_a = 0, \lambda = 0$) для случая установки резца по фиг. 1в ($r_a > 0, \lambda = 0$) при предположении, что в этих уравнениях применяются кинематические углы лезвия и глубина резания, соответствующая установке. Эти величины правильнее всего определить через параметры поверхности резания и углы заточки лезвия. Для случая продольного точения радиус направляющего цилиндра поверхности резания r_a (фиг.2) выражается:

$$r_a = r_0 \sin^3 \lambda, \quad (4)$$

где r_0 - радиус обработанной поверхности;
 λ''' - угол между проекцией режущей кромки на перпендикулярную к оси детали плоскость и линией, соединяющей вершину лезвия с осью детали.



Фиг. 2. Схемы для расчета радиуса направляющего цилиндра винтовой поверхности r_0 при продольном точении.

Если расстояние от вершины лезвия до линий центров детали $h_y \leq 0$, то по фиг.2

$$\lambda''' = |\lambda''| + \lambda', \quad (5)$$

если $h_y > 0$, то

$$\lambda''' = |\lambda'' - \lambda'|, \quad (6)$$

где λ' - угол между проекциями режущей кромки и параллели к принятой основной плоскости на перпендикулярную к оси детали плоскость;

λ'' - угол между проекцией этой же параллели и линией, соединяющей вершину лезвия с осью детали.

Для резца с отрицательным наклоном режущей кромки получаются аналогичные схемы. В этом случае для $h_y \geq 0$

$$\lambda''' = \lambda^{IV} + \lambda', \quad (7)$$

если $h_y < 0$, то

$$\lambda''' = |\lambda' - \lambda^{IV}|. \quad (8)$$

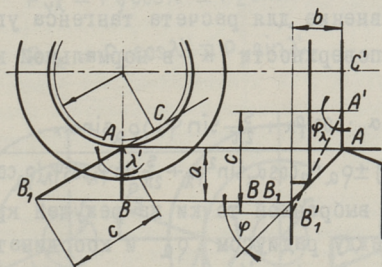
По фиг.2

$$\operatorname{tg} \lambda' = \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\sin \varphi} \quad (9)$$

$$\sin \lambda^{IV} = \frac{h_y}{r_0} \quad (10)$$

Если $h_y \neq 0$ или $\lambda \neq 0$, то в уравнениях для расчета компонентов силы резания [10] правильнее пользоваться углом φ_λ взамен угла φ . По фиг.3

$$\operatorname{tg} \varphi_\lambda = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \lambda}. \quad (11)$$



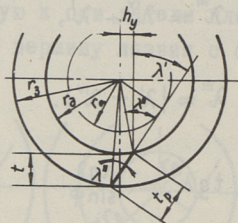
Фиг. 3. Схема для расчета угла наклона образующей винтовой поверхности φ_λ в касательной к направляющему цилиндру плоскости.

Уравнение (II) действительно при всех сочетаниях h_y и λ .

Если $\varphi_\lambda \neq \varphi$, то действительная глубина резания t_p больше глубины t , получаемой по разнице радиусов заготовки r_3 и детали r_0 . По фиг.4

$$t_p = r_3 (\cos \lambda'' - \cos \lambda''') + t \cos \lambda'', \quad (12)$$

где $\lambda'' = \arcsin r_0 / r_3. \quad (13)$



Фиг. 4. Схема для расчета действительной глубины резания t_p .

Уравнение (12) действительно при всех сочетаниях h_y и λ .

Уравнения винтовых поверхностей, изложенные в [9], позволяют найти уравнение для расчета тангенса угла подъема нормали винтовой поверхности k в нормальной к режущей кромке плоскости:

$$k = \frac{-(r_a \cdot \cos \alpha_x \cdot \cos \varphi_\lambda + \frac{S}{2\pi} \sin \varphi_\lambda) r_a \sin \alpha_x}{r^2 (\cos^2 \alpha_x \cdot \cos^2 \varphi_\lambda - 1) \pm r_a r_a \cos \alpha_x \sin^2 \varphi_\lambda + \frac{S}{2\pi} \sin \varphi_\lambda \cos \varphi_\lambda (r_a \cos \alpha_x \mp r_a)}, \quad (14)$$

где r_a - радиус выбранной точки на режущей кромке;
 α_x - угол между радиусом r_a и координатной плоскостью xu (см. фиг. I).

Если $\lambda < 0$ (образующая винтовой поверхности располагается выше центров детали), то в уравнении (14) применяются верхние знаки и α_x рассчитывается по уравнению (15), если $\lambda > 0$ (образующая располагается ниже центров детали) - в (14) применяются нижние знаки, а α_x рассчитывается по (16):

$$\alpha_x = \arcsin r_a / r_a, \quad (15)$$

$$\alpha_x = 180^\circ - \arcsin r_a / r_a. \quad (16)$$

Заточенный передний угол и угол фаски передней поверхности в нормальной к режущей кромке плоскости γ_N и γ_{FN} выражаются уравнениями:

$$\text{tg } \gamma_N = \text{tg } \gamma \cdot \cos \lambda, \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_{fN} = \operatorname{tg} \gamma_f \cos \lambda, \quad (18)$$

а соответствующие кинематические углы γ_p и γ_{fp} :

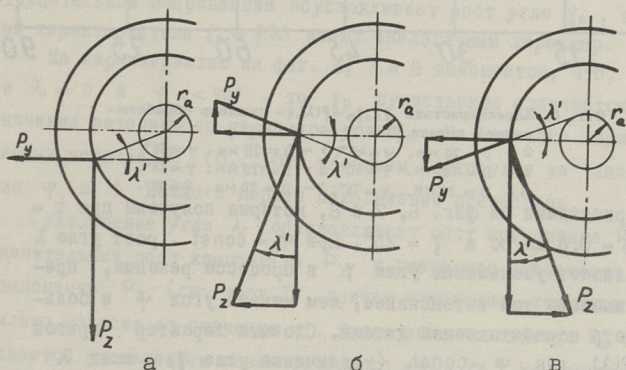
$$\gamma_p = \gamma_N + \operatorname{arctg} k, \quad (19)$$

$$\gamma_{fp} = \gamma_{fN} - \operatorname{arctg} k. \quad (20)$$

Значениями γ_p и γ_{fp} следует пользоваться при расчете компонентов силы резания по уравнениям [10]. Если $\lambda \neq 0$, то полученные составляющие силы резания P_y и P_z следует повернуть совместно с режущей кромкой от положения, при котором они рассчитывались ($\lambda = 0$, см. фиг. 5а), вокруг оси детали так, что угол λ приобрел бы заданное значение (фиг. 5б или 5в). По схемам на фиг. 5б и 5в можно рассчитывать радиальные и тангенциальные составляющие силы резания, которые обозначены дополнительным индексом λ :

$$P_{y\lambda} = P_y \cos \lambda' \pm P_z \sin \lambda', \quad (21)$$

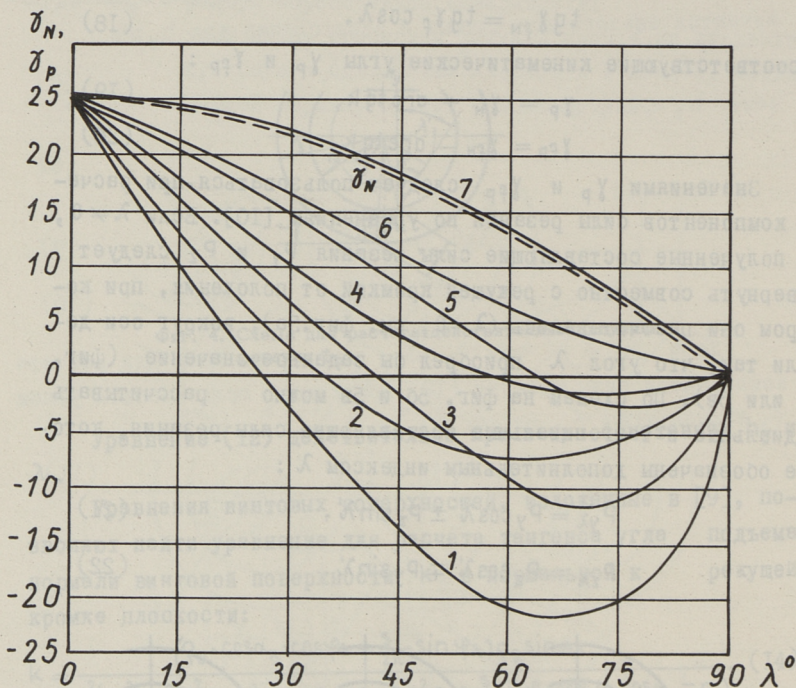
$$P_{z\lambda} = P_z \cos \lambda' \mp P_y \sin \lambda'. \quad (22)$$



Фиг. 5. Схема для расчета составляющих P_y и P_z силы резания.

В этих уравнениях верхний знак применяется для положительного, а нижний знак — для отрицательного угла λ .

Действие положительного угла λ на кинематические углы лезвия и действительную глубину резания иллюстрируется



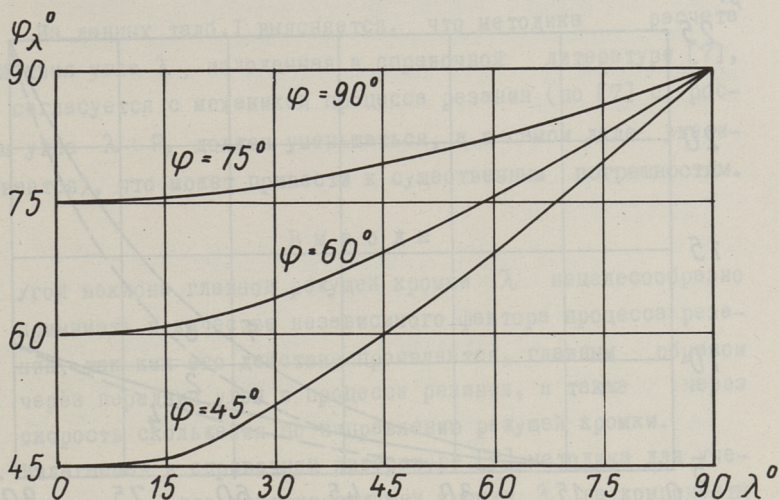
Фиг. 6. Характеристики $\gamma_N, \gamma_P = f(\lambda)$ — диаметр обрабатываемой детали $D = 120$ мм, $\varphi = 45^\circ$;

2 — $D = 20$ мм, $\varphi = 45^\circ$; 3 — $D = 120$ мм, $\varphi = 60^\circ$;

4 — $D = 20$ мм, $\varphi = 60^\circ$; 5 — $D = 120$ мм, $\varphi = 75^\circ$;

6 — $D = 20$ мм, $\varphi = 75^\circ$; 7 — $D = 20$ мм, $\varphi = 90^\circ$.

характеристиками на фиг. 6, 7 и 8, которые получены при $t = 5$ мм, $S = 0,6$ мм/об и $\gamma = 25^\circ$. При $\varphi_\lambda = \text{const}$. рост угла λ обуславливает уменьшение угла γ в процессе резания, причем уменьшение тем интенсивнее, чем меньше угол φ и больше диаметр обрабатываемой детали. Сложный характер кривой $\gamma_P = f(\lambda)$ для $\varphi = \text{const}$. (увеличение угла γ_P , если λ превышает определенный предел) обусловлен тем обстоятельством, что с ростом угла λ изменяется угол φ_λ (угол наклона образующей в касательной к направляющему цилиндру плос-

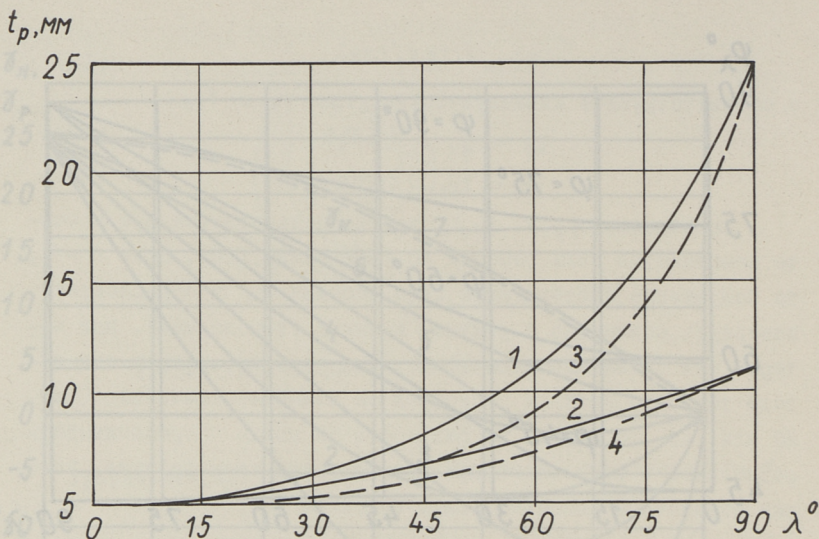


Фиг. 7. Характеристики $\varphi_{\lambda}=f(\lambda)$ при различных значениях φ .

кости), который, независимо от значения угла φ , приближается к 90° , если λ приближается к 90° . Увеличение угла λ в отрицательном направлении обуславливает рост угла γ_p , причем характеристики $\gamma_p = f(\lambda)$ имеют аналогичный характер.

Из характеристик на фиг. 6, 7 и 8 выясняется, что, если $\lambda \neq 0$ и $\varphi < 90^\circ$, то γ_p существенно отличается от значения заточенного переднего угла γ_N . На практике применяемых величин λ ($0 \dots 10^\circ$) влиянием этого угла на значения φ и t можно в первом приближении пренебречь.

Увеличение угла λ обуславливает рост компонента P_x , значительный рост компонента P_y и умеренное уменьшение компонента P_z (см. табл. I), причем изменение компонентов сильно зависит от значения φ . Увеличение компонента P_x объясняется уменьшением кинематического угла γ_p . На компоненты P_y и P_z , наряду с углом γ_p , действует изменение положения режущей кромки относительно принятой основной плоскости (см. фиг. 5).



Фиг. 8. Характеристики $t_p=f(\lambda)$, $t=5$ мм; 1 - $D=120$ мм, $\varphi=45^\circ$; 2 - $D=20$ мм, $\varphi=45^\circ$; 3 - $D=120$ мм, $\varphi=90^\circ$; 4 - $D=20$ мм, $\varphi=90^\circ$.

Т а б л и ц а I

Изменение компонентов силы резания
при изменении угла λ

| φ | γ_p при $\lambda=10^\circ$ | P_x [кгс] | | | P_y [кгс] | | | P_z [кгс] | | | | | |
|-----------------------------------|---|-------------------|--------------------|----|-------------------|--------------------|-----|-------------------|--------------------|------------|-----|----|-----|
| | | $\lambda=0^\circ$ | $\lambda=10^\circ$ | % | $\lambda=0^\circ$ | $\lambda=10^\circ$ | % | $\lambda=0^\circ$ | $\lambda=10^\circ$ | % | | | |
| 45° | $15^\circ 24'$ | 127 | 152 | 25 | 19,7 | 143 | 261 | 118 | 82,5 | 382 | 355 | 27 | 7,1 |
| 60° | $19^\circ 19'$ | 140 | 157 | 17 | 12,1 | 105 | 189 | 84 | 80 | 366 | 350 | 16 | 4,4 |
| 75° | $22^\circ 13'$ | 157 | 161 | 10 | 6,6 | 72 | 141 | 69 | 96 | 359 | 348 | 11 | 3,1 |
| 90° | $24^\circ 44'$ | 158 | 160 | 2 | 1,3 | 42 | 104 | 62 | 148 | 355 | 347 | 8 | 2,2 |
| | | | | | | | | P_x | P_y | P_z | | | |
| Пределы изменения компонентов в % | | | | | | | | +3...+19,7 | +80...+148 | +71... 2,2 | | | |
| " " " по [7] | | | | | | | | 0... -25 | 0... 50 | 0 | | | |

Примечание: Данные табл. I получены по [10] при обработке стали 45 (HB=197) диаметром $D=90$ мм. Режим резания: $v=130$ м/мин, $s=0,4$ мм/об, $t=5$ мм. Геометрия реза: $\gamma=25^\circ$, $r=1$ мм, $\varphi_1=10^\circ$.

Из данных табл. I выясняется, что методика расчета действия угла λ , изложенная в справочной литературе [7], не согласуется с механикой процесса резания (по [7] с ростом угла λ P_x должен уменьшаться, а в самом деле увеличивается), что может привести к существенным погрешностям.

В ы в о д ы

1. Угол наклона главной режущей кромки λ нецелесообразно принимать в качестве независимого фактора процесса резания, так как его действие проявляется, главным образом через передний угол в процессе резания, а также через скорость скольжения по направлению режущей кромки.
2. Излагаемая в справочной литературе [7] методика для учета влияния угла наклона режущей кромки λ на компоненты силы резания не согласуется с механикой процесса и ведет к неправильным результатам.
3. Предложенная в статье методика позволила найти силовые зависимости, в которых отражается действие всех существенных факторов процесса резания, а также взаимосвязанности их влияния.

Л и т е р а т у р а

1. В.Ф. Б о б р о в. Влияние угла наклона главной режущей кромки инструмента на процесс резания металлов. Машгиз, М., 1962.
2. В.Ф. Б о б р о в, Д.Е. И е р у с а л и м с к и й. Работа деформации и трения на передней поверхности при резании инструментами, режущая кромка которых перемещается вдоль самой себя. "ИВУЗ Машиностроение", № 2, 1968, стр. 153-156.
3. Н.Н. З о р е в. Вопросы механики процесса резания металлов. Машгиз, М., 1956.
4. М.И. К л у ш и н. Резание металлов. Машгиз, М., 1958.
5. Развитие науки о резании металлов, (ред. коллегия Н.Н. Зорев, Г.И. Грановский и др.). "Машиностроение", М., 1967.

6. А.М. Розенберг, А.Н. Еремин. Элементы теории процесса резания металлов. Машгиз, М., 1956.
7. Справочник технолога машиностроителя под ред. А.Н. Малова. Машгиз, М., 1963.
8. Н.И. Уоуах. Влияние твердости стали ШХ15 на процесс стружкообразования. "Известия Томского политехнического института", 1966.
9. А.Р. Янсон. Кинематические профили фасок износа на задней поверхности резца. Труды Таллинск. политехн.ин-та, серия А, № 276, 1969.
10. А.Р. Янсон. Моделирование работы токарного гидроконтролируемого полуавтомата с системами автоматического регулирования (САР) размера. Труды Таллинск.политехн.ин-та, серия А, № 317, 1971.

A. Jaanson

About Methods of Calculation of the Cutting Force Components

Summary

A review of the ways of calculating the components of the cutting forces is presented in this paper. A new method of calculating the cutting force components and an exact method for determining the cutting angles in cutting process are proposed.

УДК 621.822.75

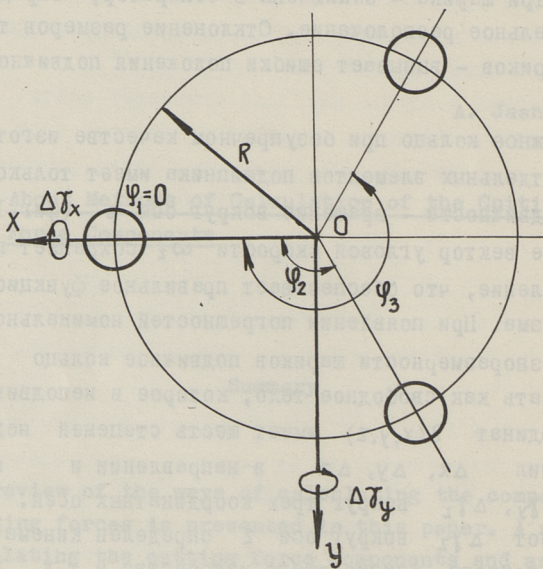
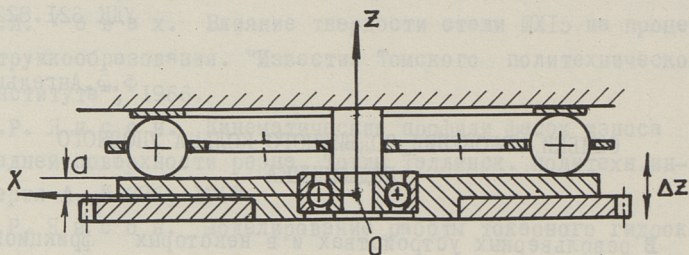
Ф.Ф. Ангельшток

ОШИБКИ ПОЛОЖЕНИЯ ПОДВИЖНОГО КОЛЬЦА УПОРНОГО ПОДШИПНИКА

В револьверных устройствах и в некоторых фрикционных механизмах применяются упорные подшипники, в которых беговыми дорожками являются две плоскости: одна из них принадлежит стойке, а вторая - подвижному кольцу (фиг.1). Тела качения - три шарика - заключены в сепаратор, определяющий их относительное расположение. Отклонение размеров тел качения - шариков - вызывает ошибки положения подвижного кольца.

Подвижное кольцо при безупречном качестве изготовления и сборки отдельных элементов подшипника имеет только одну степень подвижности - вращение вокруг оси z (фиг.1). В этом случае вектор угловой скорости ω_z сохраняет постоянное направление, что обеспечивает правильное функционирование механизма. При появлении погрешностей номинального диаметра и разноразмерности шариков подвижное кольцо следует рассматривать как свободное тело, которое в неподвижной системе координат $S(x, y, z)$ имеет шесть степеней подвижности: смещения Δx , Δy , Δz в направлении и повороты $\Delta \gamma_x$, $\Delta \gamma_y$, $\Delta \gamma_z$ вокруг трех координатных осей.

Поворот $\Delta \gamma_z$ вокруг оси z определен кинематической точностью привода, фиксирующего устройства и т.д. Смещения Δx и Δy в направлении осей x и y определены радиальным зазором и биением стандартного подшипника качения, в котором вращается подвижное кольцо. Радиальные подшипники качения допускают значительный перекося (несколько градусов) внутреннего кольца по отношению к наружному. Поэтому наличие и величина ошибок положения $\Delta \gamma_x$, $\Delta \gamma_y$ и Δz опре-



Фиг. 1. Схема упорного подшипника.

делены не точностью элементов радиального подшипника, а отклонением номинального диаметра и разноразмерностью шариков упорного подшипника. Во многих случаях смещение Δz в направлении оси z не влияет на точность механизма, однако, для некоторых механизмов оно имеет существенное значение. К таким механизмам относится, например, револьверная головка для быстрого изменения увеличения микроскопа путем смены объективов и др.

Рассматриваемый упорный подшипник представляет собой пространственный двухзвенный механизм. Для определения ошибок положения Δy_x , Δy_y и Δz подвижного кольца воспользуемся методом, изложенным в работах [1] и [2].

Опорная плоскость подвижного кольца и шарики касаются в трех точках. В точке касания каждого шарика с плоскостью в неподвижной системе координат $S(x, y, z)$ должны быть равны радиус-векторы и орты нормалей к касающимся поверхностям:

$$\bar{r}^{(pi)}(q_i, \tau_i, \Delta y_x, \Delta y_y, \Delta z) = \bar{r}^{(i)}(u_i, \vartheta_i, \varphi_i), \quad (1)$$

$$\bar{e}^{(pi)}(\Delta y_x, \Delta y_y) = \bar{e}^{(i)}(u_i, \vartheta_i, \varphi_i), \quad (2)$$

где i - номер шарика ($i = 1, 2, 3$);

u, ϑ - криволинейные координаты на поверхности шарика;

φ, τ - полярные координаты на опорной плоскости подвижного кольца;

φ - параметр, определяющий расположение шариков;

$\Delta y_x, \Delta y_y$ и Δz - ошибки положения подвижного кольца, вызванные погрешностями тел качения.

Спроектировав векторные уравнения (1) и (2) на координатные оси, получим систему из восемнадцати скалярных уравнений (3), из которых, однако, независимыми являются только пятнадцать, так как $|\bar{e}^{(pi)}| = |\bar{e}^{(i)}| = 1$:

$$\left. \begin{aligned} q_i \cos \tau_i \cos \Delta y_y - a \sin \Delta y_y &= \rho_i \cos u_i \sin \vartheta_i \cos \varphi_i - \\ - \rho_i \sin u_i \sin \vartheta_i \sin \varphi_i + R \cos \varphi_i, & \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \varrho_i \sin \tau_i \cos \Delta \gamma_y + \varrho_i \cos \tau_i \sin \Delta \gamma_y \sin \Delta \gamma_x + a \sin \Delta \gamma_x \cos \Delta \gamma_y = \\
 & = \varrho_i \cos u_i \sin \tilde{n}_i \sin \varphi_i + \varrho_i \sin u_i \sin \tilde{n}_i \cos \varphi_i + R \sin \varphi_i, \\
 & \varrho_i \cos \tau_i \sin \Delta \gamma_y \cos \Delta \gamma_x - \varrho_i \sin \tau_i \sin \Delta \gamma_x + a \cos \Delta \gamma_x \cos \Delta \gamma_y + \Delta z = \\
 & = \varrho \cos \tilde{n}_i + (a - \varrho_i), \\
 & \sin \Delta \gamma_y = \sin \tilde{n}_i \cos u_i \cos \varphi_i - \sin \tilde{n}_i \sin u_i \sin \varphi_i, \\
 & \sin \Delta \gamma_x \cos \Delta \gamma_y = -\sin \tilde{n}_i \cos u_i \sin \varphi_i - \sin \tilde{n}_i \sin u_i \cos \varphi_i, \\
 & \cos \Delta \gamma_x \cos \Delta \gamma_y = -\cos \tilde{n}_i.
 \end{aligned} \right\} (3)$$

В полученной системе содержатся 15 неизвестных: u_i , \tilde{n}_i , ϱ_i , τ_i , $\Delta \gamma_x$, $\Delta \gamma_y$ и Δz . Решая аналитически систему (3), получим для определения ошибок положения выражения следующего вида:

$$\Delta \gamma_x = \arcsin \left(-\frac{2\alpha\alpha_1}{\alpha^2 + \alpha_1^2 + \beta^2} \right), \quad (4)$$

$$\Delta \gamma_y = \arcsin \frac{2\alpha_1\beta}{(\alpha^2 + \alpha_1^2 + \beta^2) \cos \Delta \gamma_x}, \quad (5)$$

$$\Delta z = a + 2\varrho_0 - \varrho_i + \frac{a + \varrho_i R \sin \varphi_i \sin \Delta \gamma_x - R \sin \varphi_i \sin \Delta \gamma_y \cos \Delta \gamma_x}{\cos \Delta \gamma_x \cos \Delta \gamma_y}, \quad (6)$$

где $\alpha = \alpha(R, \varrho_i, \varphi_i)$, $\alpha_1 = \alpha_1(R, \varphi_i)$ и $\beta = \beta(R, \varrho_i, \varphi_i)$

сложные нелинейные функции;

a - конструктивный параметр;

R - радиус окружности, на котором расположены шарики;

ϱ_0 - номинальный радиус шариков;

ϱ_i - радиус шарика.

Эти выражения довольно громоздки и их практическое применение связано с большим объемом вычислительных работ. Однако, принимая, ввиду малости углов, $\cos \Delta \gamma \approx 1$ и $\sin \Delta \gamma \approx \Delta \gamma$, можно получить приближенные формулы для определения ошибок положения, которые удобны для использования в инженерных расчетах:

$$\Delta \gamma_x = \delta_1 \frac{\sin \varphi_3 - \sin \varphi_2}{\beta_1 R} - \delta_2 \frac{\sin \varphi_3 - \sin \varphi_1}{\beta_1 R} + \delta_3 \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1}{\beta_1 R}, \quad (7)$$

$$\Delta \gamma_y = -\delta_1 \frac{\cos \varphi_3 - \cos \varphi_2}{\beta_1 R} + \delta_2 \frac{\cos \varphi_3 - \cos \varphi_1}{\beta_1 R} - \delta_3 \frac{\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1}{\beta_1 R}, \quad (8)$$

$$\Delta z = \delta_1 \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}{\beta_1} + \delta_2 \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\beta_1} + \delta_3 \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\beta_1}, \quad (9)$$

где

$$\beta_1 = \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + \sin(\varphi_3 - \varphi_2) + \sin(\varphi_2 - \varphi_1),$$

δ_i - отклонение диаметра шарика от номинального ($i = 1, 2, 3$);

R - радиус окружности, на котором расположены шарики. Например, для подшипника, у которого $\rho_0 = 0,8$ мм и $R = 32$ мм при отклонении диаметров шариков от номинального по группе II и размерности по степени точности IV ГОСТ 3722-60 наибольшие значения ошибок положения, рассчитанные по формулам (7), (8) и (9), следующие:

$$\Delta \chi_x = \Delta \chi_y = 2I'', \quad \Delta z = 0,005 \text{ мм.}$$

Указанные результаты хорошо согласуются с результатами, полученными с помощью выражений (4), (5) и (6).

Л и т е р а т у р а

1. Ф.Л. Л и т в и н. Теория зубчатых зацеплений. Изд-во "Наука", М., 1968.
2. Ф.Л. Л и т в и н. Проектирование механизмов и деталей приборов. Изд-во "Машиностроение", Л., 1973.

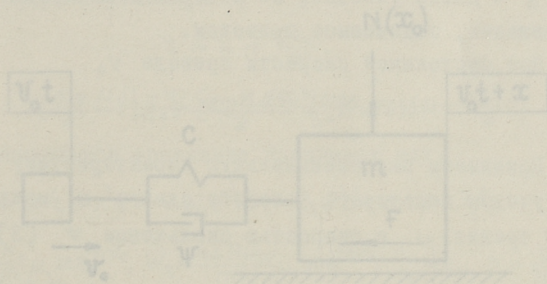


Рис. 1. Динамическая модель.

The Errors of Position of the Carrier Ring of Thrust Ball Bearing

Summary

In this paper the effect of the dimension difference of rolling bodies (balls) on the errors of carrier ring position is examined. The racing tracks of the thrust ball bearing are two planes; the rolling bodies - three balls - are placed in a cage.

Exact mathematical expressions and approximate formulae for the determination of the errors of carrier ring position are given.

сложные нелинейные функции;

d - конструктивный параметр;

R - радиус окружности, на которой расположены шары;

r_0 - номинальный радиус шариков;

r_1 - радиус шара.

Эти выражения довольно громоздки и их практическое применение связано с большой работой вычислительных работ. Однако, принимая, видя, можно получить формулы для определения ошибок положения, которые удобны для использования в инженерных расчетах:

$$\Delta_1 = 5 \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{R \cdot r_0} - \frac{r_1}{R \cdot r_0} \cdot \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{R} \quad (7)$$

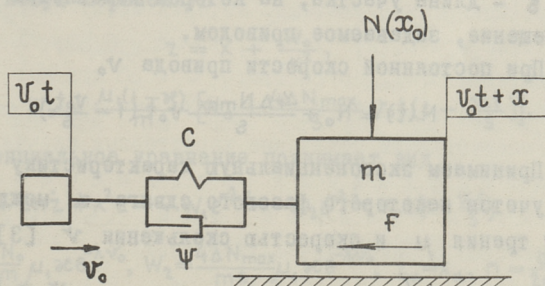
$$\Delta_2 = -\frac{3 \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}{R \cdot r_0} + \frac{r_1}{R \cdot r_0} \cdot \frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}{R} \quad (8)$$

К ТЕОРИИ ФРИКЦИОННЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ НЕПОСТОЯННОМ
 НОРМАЛЬНОМ УСИЛИИ

Теория фрикционных автоколебаний при постоянной нормальной реакции на поверхностях скольжения разработана достаточно подробно в [1, 2, 3 и др.] .

Однако, в реальных механизмах нельзя считать нормальные реакции постоянными. Причины, вызывающие непостоянство реакции, могут быть самые разнообразные: функциональное действие прибора, дефекты макро- и микрогеометрии направляющих, погрешности сборки, случайные факторы и т.д. Поэтому исследование фрикционных автоколебаний в условиях непостоянства нормального усилия, действующего на поверхности трения, представляет несомненный интерес.

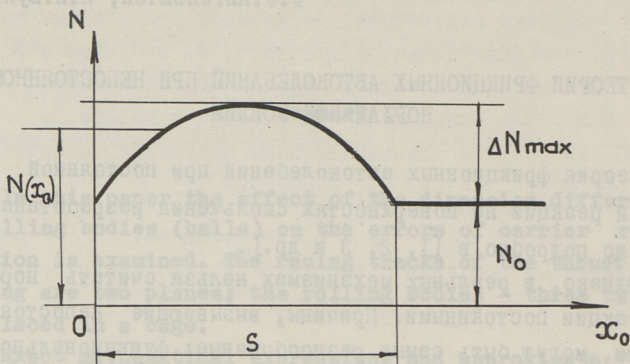
Рассматриваемая динамическая модель представлена на фиг.1. На движущееся тело, приведенная масса которого равна m , действуют сила трения F и нормальное усилие $N(x_0)$.



Фиг. 1. Динамическая модель.

Свойства привода характеризуются приведенным коэффициентом поглощения ψ и приведенной жесткостью c .

Рассмотрим условия возбуждения квазигармонических фрикционных автоколебаний при локальном изменении нормального усилия с последующим восстановлением его первоначального значения (фиг.2). Имея в виду, что закон изменения усилия



Фиг. 2. Изменение нормального усилия.

не играет существенной роли, примем на участке $0 \leq x_0 \leq s$

$$N(x_0) = N_0 + \frac{4 \Delta N_{\max}}{s} \left(x_0 - \frac{x_0^2}{s}\right), \quad (I)$$

где N_0 — постоянная составляющая нормального усилия;

ΔN_{\max} — наибольшее значение переменного усилия;

s — длина участка, на котором изменяется ΔN , x_0 — перемещение, задаваемое приводом.

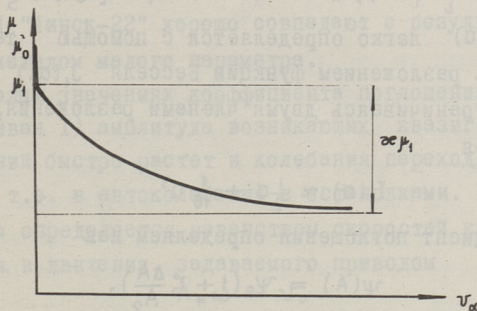
При постоянной скорости привода v_0

$$N(t) = N_0 + \frac{4 \Delta N_{\max}}{s} v_0 t \left(1 - \frac{v_0 t}{s}\right). \quad (2)$$

Принимаем экспоненциальную характеристику трения (фиг. 3) с учетом некоторого фазового сдвига α между коэффициентом трения μ и скоростью скольжения v [3].

$$\mu(v_\alpha) = \begin{cases} \mu_0 & v = 0 \\ \mu_1 [1 - \varepsilon (1 - e^{-\lambda v_\alpha})] & v > 0, \end{cases}$$

где ε и λ — коэффициенты, определяемые экспериментально.



Фиг. 3. Характеристика трения.

При движении тела на постоянную скорость, задаваемую приводом v_0 , накладывается скорость колебаний \dot{x} . Дифференциальное уравнение движения имеет вид

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = -\left[N_0 + \frac{4\Delta N_{\max} v_0 t}{s} \left(1 - \frac{v_0 t}{s}\right)\right] \mu_1 [1 - \alpha e^{-\lambda v_0} - \alpha e^{-\lambda(v_0 + \dot{x})}]. \quad (3)$$

Здесь b — эквивалентный коэффициент линейного демпфирования, соответствующий коэффициенту поглощения ψ .

Введем новую переменную

$$z = x + \frac{W_0}{k^2},$$

$$\text{где } k^2 = \frac{c}{m}, \quad W_0 = \frac{\mu_1(1-\alpha)}{m} \left[N_0 + \frac{4\Delta N_{\max} v_0 t}{s} \left(1 - \frac{v_0 t}{s}\right)\right].$$

Дифференциальное уравнение принимает вид

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + k^2 z = -W_1 e^{-\lambda \dot{z}_\alpha} - W_2 e^{-\lambda z_\alpha} v_0 t \left(1 - \frac{v_0 t}{s}\right). \quad (4)$$

$$\text{Здесь } W_1 = \frac{N_0}{m} \mu_1 \alpha e^{-\lambda v_0}, \quad W_2 = \frac{4\Delta N_{\max}}{ms} \mu_1 \alpha e^{-\lambda v_0}, \quad \dot{z}_\alpha = \dot{x}_\alpha, \quad n = \frac{b}{2m}.$$

Считая амплитуду и фазу автоколебаний медленно меняющимися функциями, с помощью метода Ван дер Поля [4] получаем уравнения установления

$$\dot{A} = A \left[-n + w(t)\lambda \frac{I_1(a)}{a} \cos \alpha\right], \quad (5)$$

$$\dot{\gamma} = -\Delta\kappa = W(t)\lambda \frac{I_1(a)}{a} \sin\alpha, \quad (6)$$

где $I_1(a) = -\frac{1}{i} J_1(ai)$, $a = \lambda\kappa A$, $W(t) = W_1 + W_2 v_0 t (1 - \frac{v_0 t}{s})$, $i = \sqrt{-1}$.

Функция $I_1(a)$ легко определяется с помощью таблиц [5]. Воспользуясь разложением функции Бесселя $J_1(ai)$ в степенной ряд и ограничиваясь двумя членами разложения, имеем для нашего случая

$$I_1(a) \approx \frac{1}{2}a + \frac{1}{16}a^3. \quad (7)$$

Коэффициент поглощения определяем как

$$\psi(A) = \psi_0 (1 + \xi \frac{\Delta A}{A_0}), \quad (8)$$

где

$$\Delta A = A - A_0,$$

ξ — коэффициент, определяемый экспериментально.

С учетом (7) и (8) уравнение установления принимает вид

$$\dot{A} = A \left[-r_1 \left(1 + \xi \frac{\Delta A}{A_0} \right) + r_2 + r_3 v_0 t \left(1 - \frac{v_0 t}{s} \right) + A^2 \left(r_4 + r_5 v_0 t - r_5 \frac{v_0^2 t^2}{s} \right) \right], \quad (9)$$

где

$$r_1 = \frac{\kappa}{4\pi} \psi_0, \quad r_2 = \frac{1}{2} W_1 \lambda \cos\alpha, \quad r_3 = \frac{1}{2} W_2 \lambda \cos\alpha,$$

$$r_4 = \frac{1}{16} W_1 \lambda^3 \kappa^2 \cos\alpha, \quad r_5 = \frac{1}{16} W_2 \lambda^3 \kappa^2 \cos\alpha.$$

проследим за развитием фрикционных автоколебаний на примере конкретной системы, которая имеет следующие характеристики: $\mu_0 = 0,22$; $\mu_1 = 0,17$; $\varkappa = 0,59$; $\lambda = 0,16$ с/мм; $N_0 = 20$ кгс; $\Delta N_{\max} = 20$ кгс; $c = 20$ кгс/мм; $v_0 = 3$ мм/с; $s = 0,5$ мм; $\kappa = 100$ Гц; $\alpha = 70^\circ$; $m = 0,002$ кгс·с²/мм.

Рассматриваем некоторые характерные случаи.

Коэффициент поглощения не зависит от амплитуды ($\xi = 0$). Уравнение установления в этом случае имеет вид

$$\dot{A} = \left[-r_1 + r_2 + r_3 v_0 t \left(1 - \frac{v_0 t}{s} \right) \right] A + \left[r_4 + r_5 v_0 t \left(1 - \frac{v_0 t}{s} \right) \right] A^3. \quad (10)$$

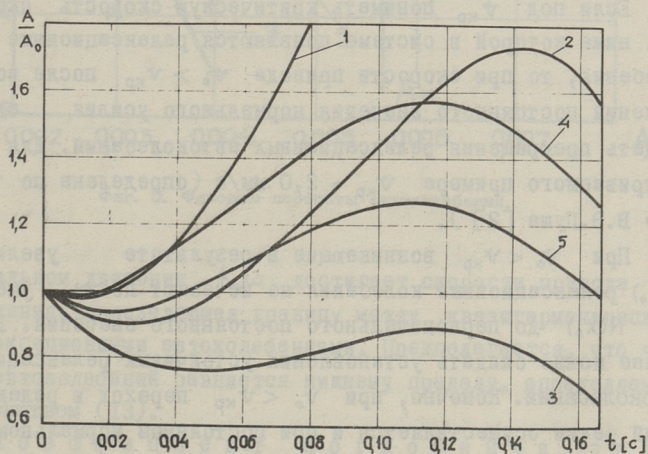
Для получения аналитического решения этого уравнения воспользуемся методом малого параметра [4]. На уровне первого приближения

$$A = A_0 \exp\left[(-r_1 + r_2)t + \frac{1}{2}r_3 v_0 t^2 - \frac{1}{3}r_3 \frac{v_0^2 t^3}{S}\right]. \quad (II)$$

Заметим, что результаты численного интегрирования уравнения (10) на ЭВМ "Минск-22" хорошо совпадают с результатами, полученными методом малого параметра.

При малых значениях коэффициента поглощения $\psi = 0,4$ (фиг.4, кривая I) амплитуда возникающих квазигармонических автоколебаний быстро растет и колебания переходят в релаксационные, т.е. в автоколебания с остановками. Граница этого перехода определяется равенством скоростей колебательно-го движения и движения, задаваемого приводом

$$A_* \omega = v_0. \quad (12)$$



Фиг. 4. Развитие амплитуды автоколебаний.

Для рассматриваемого примера переход одного вида колебаний в другой следует ожидать при $A_* = 0,0048 + 0,0056 \text{ мм.}$

Значения A_* определены соответственно для верхнего и нижнего пределов частоты автоколебаний, которые, в свою очередь, определены неравенством

$$\kappa - \Delta\kappa < \omega < \kappa. \quad (13)$$

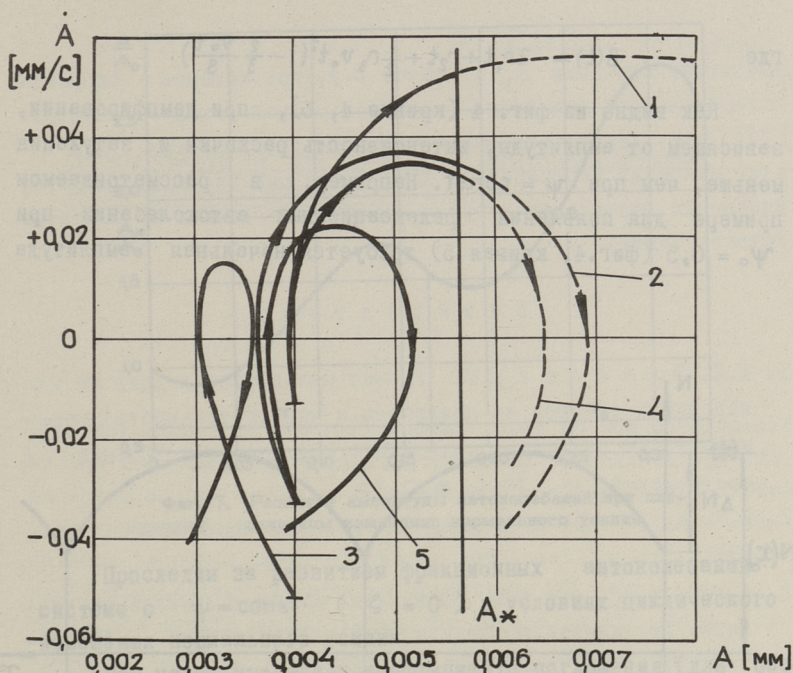
При коэффициенте поглощения $\psi = 0,5$ (фиг.4, кривая 2) колебания не переходят в релаксационный режим, если начальная амплитуда A_0 , при которой начинается увеличение $N(x_0)$, достаточно мала $A_0 < A_{0\text{кр}}$ (для рассматриваемого примера $A_{0\text{кр}} = 0,0028 \div 0,0032$). В этом случае колебания в системе остаются квазигармоническими, а их амплитуда через некоторое время после перехода через максимум значения нормального усилия уменьшается. Если, однако, $A_0 > A_{0\text{кр}}$, то следует ожидать появления в системе релаксационных автоколебаний, так как в этом случае будет достигнуто необходимое значение амплитуды, определяемое условием (12).

Если под $v_{\text{кр}}$ понимать критическую скорость скольжения, ниже которой в системе появляются релаксационные автоколебания, то при скорости привода $v_0 > v_{\text{кр}}$ после восстановления постоянного значения нормального усилия следует ожидать прекращения релаксационных автоколебаний. Для рассматриваемого примера $v_{\text{кр}} = 2,0$ мм/с (определена по методике В.Э.Пуша [2]).

При $v_0 < v_{\text{кр}}$ возникающие в результате увеличения $N(x_0)$ релаксационные колебания не исчезают после уменьшения $N(x_0)$ до первоначального постоянного значения. В этом случае можно ожидать установления устойчивых релаксационных автоколебаний. Конечно, при $v_0 < v_{\text{кр}}$ переход в релаксационный режим осуществляется и при постоянном нормальном усилии N_0 . Однако, в некоторых случаях, например, при работе в режиме торможения, когда мы приближаемся к $v_{\text{кр}}$ "сверху", преждевременное появление релаксационных автоколебаний может быть объяснено именно по этой схеме.

При значительном демпфировании $\psi = 0,6$ (фиг.4, кривая 3) колебания имеют затухающий характер на всем участке изменения нормального усилия.

Соответствующие фазовые портреты представлены на фиг. 5. Здесь же проведена линия A_* , на которой скорость в ко-



Фиг. 5. Фазовые портреты автоколебаний.

лебательном движении $A_*\omega$ достигает скорости привода v_0 , т.е. линия, определяющая границу между квазигармоническими и релаксационными автоколебаниями. Предполагается, что частота автоколебаний равняется нижнему пределу, определяемому неравенством (13).

Коэффициент поглощения зависит от амплитуды ($\zeta \neq 0$). Учитывая, что $A = A_0 + \Delta A$ и $A^2 \approx A_0^2 + 2\Delta A A_0$ при $\zeta = 1$, уравнение установления (9) принимает вид

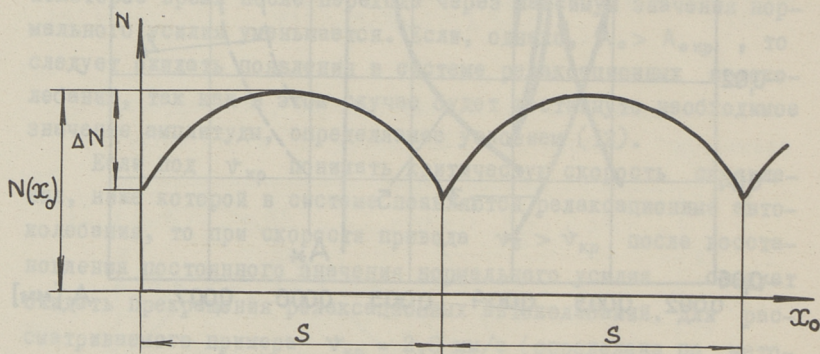
$$\dot{A} = r_1 A_0 + [-2r_1 + r_2 + r_3 v_0 t (1 - \frac{v_0 t}{S})] A + [r_4 + r_5 v_0 t (1 - \frac{v_0 t}{S})] A^3. \quad (14)$$

Аналитическое решение этого уравнения, полученное методом малого параметра, имеет вид

$$A = A_0 e^{B(t)} (1 + r_1 \int_0^t e^{-B(t)} dt), \quad (15)$$

где
$$B(t) = -2r_1 t + r_2 t + \frac{1}{2} r_3 v_0 t^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{v_0 t}{s}\right).$$

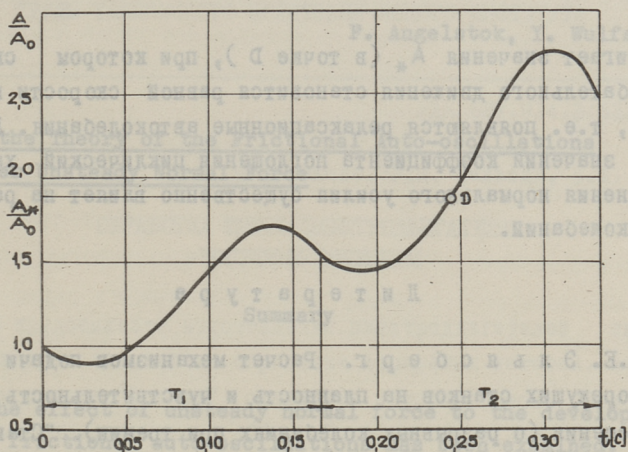
Как видно из фиг. 4 (кривые 4, 5), при демпфировании, зависящем от амплитуды, интенсивность раскачки и затухания меньше, чем при $\psi = \text{const}$. Например, в рассматриваемом примере для появления релаксационных автоколебаний при $\psi_0 = 0,5$ (фиг.4, кривая 5) требуется начальная амплитуда



Фиг. 6. Циклическое изменение нормального усилия.

$A_0 > 0,0038 \div 0,0044$ (соответственно для верхнего и нижнего предела частоты автоколебаний), что в 1,4 раза выше, чем при постоянном коэффициенте поглощения $\psi = 0,5$. Соответствующие фазовые кривые представлены на фиг.5.

Циклическое изменение нормального усилия. Для многих механизмов наиболее характерным в рабочих условиях является циклическое изменение нормального усилия, действующего на направляющие. Такой характер $N(x_0)$ (фиг.6) может быть обусловлен функциональным действием механизма, видом обработки поверхностей направляющих и т.д.



Фиг. 7. Развитие амплитуды автоколебаний при циклическом изменении нормального усилия.

Проследим за развитием фрикционных автоколебаний в системе с $\psi = \text{const}$ ($\xi = 0$) в условиях циклического изменения нормального усилия.

При малых значениях коэффициента поглощения (для рассматриваемого примера $\psi \leq 0,4$) достаточно уже одного цикла изменения $N(x_0)$, чтобы система раскачивалась и в ней возникли релаксационные автоколебания (фиг.4, кривая I). Для $\psi \geq 0,6$ циклическое изменение $N(x_0)$ не вызывает раскачки системы, так как амплитуда колебаний в конце цикла изменения $N(x_0)$ меньше, чем в начале (фиг.4, кривая 3). Для тех значений коэффициентов поглощения, при которых амплитуда квазигармонических автоколебаний в конце цикла изменения нормального усилия больше, чем в начале (в данном случае $\psi = 0,5$), колебания могут перейти в релаксационные в течение следующих циклов изменения $N(x_0)$. Так, например, на фиг.7 показано развитие колебаний при $\psi = 0,5$ и $A_0 = 0,003$ мм в течение двух последовательных циклов изменения нормального усилия. К концу первого цикла T_1 система пришла с амплитудой в 1,54 раза, превышающей значение начальной амплитуды. В течение второго цикла T_2 амплитуда колебаний

достигает значения A_* (в точке D), при котором скорость колебательного движения становится равной скорости привода (I2), т.е. появляются релаксационные автоколебания. Для этих значений коэффициента поглощения циклический характер изменения нормального усилия существенно влияет на развитие автоколебаний.

Л и т е р а т у р а

1. М.Е. Э л ь я с б е р г. Расчет механизмов подачи металлорежущих станков на плавность и чувствительность перемещения (о разрывных колебаниях при трении). "Станки и инструмент", М., 1951, № II-12.
2. В.Э. П у ш. Малые перемещения в станках. Машгиз, М., 1961.
3. И.И. В у л ь ф с о н. О влиянии фазовых сдвигов на развитие квазилинейных фрикционных автоколебаний. "Вибротехника", Научные труды ВУЗ Лит. ССР, изд-во "Минтис", Вильнюс, 1970, № 4.
4. Я.Г. П а н о в к о. Введение в теорию механических колебаний. "Наука", М., 1971.
5. Е. Я н к е, Ф. Э м д е. Таблицы функций с формулами и кривыми. Физматгиз, М., 1959.

To the Theory of the Frictional Auto-oscillations
Under Unsteady Normal Force

ОБРАБОТКА ВИНТОВ ЭЛЕКТРОДИВЕРТАМИ
 ПОДУШЕЧНЫМ ТОЧЕКИМ

Summary

В трудоемкости изготовления электродивертов значительную долю составляет обработка торцовых деталей. На Таллинском политехническом институте разработана технология изготовления электродивертов с помощью подушечного точения.

The effect of unsteady normal force to the development of the frictional auto-oscillations has been examined. It is shown on the basis of theoretical model that the friction-induced quasi-harmonic oscillations under such conditions transfer into relaxation auto-oscillations, seriously distorting the working conditions of mechanisms. Under the cyclic normal force the change in the form of oscillations may take place not at once but during several cycles.

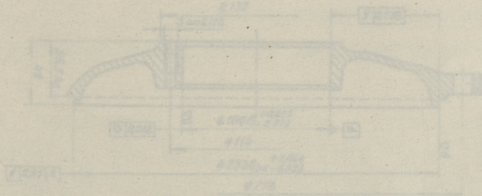


Рис. 1. Бланк обрабатываемой детали.

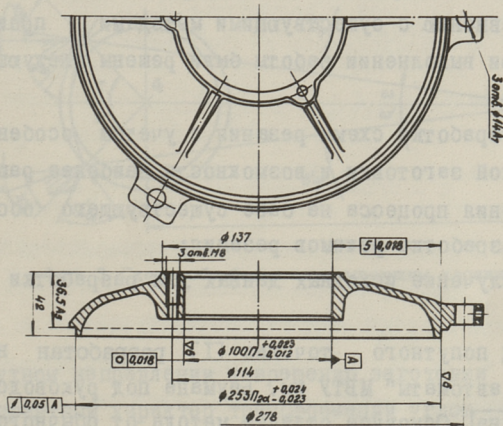
Заготовкой винта является стержень из стали 45, длиной 12-28 в концы, форма заготовки отличается отсутствием установочных баз, крайне малой технологической точностью и наличием твердой корки из окисленного чугуна.

УДК 621.914.2:621.313

Л.И. Мельникова, Р.Я. Тальвик, Б.А. Усов

ОБРАБОТКА ЩИТОВ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ
 ПОПУТНЫМ ТОЧЕНИЕМ

В трудоемкости изготовления электродвигателей значительную долю составляет обработка корпусных деталей. На Таллинском заводе "Вольта" оказалась недостаточной обработка щитов электродвигателей А02-5. Поверхности $\varnothing 253$ П_{2а} (замок) (фиг.1) и $\varnothing 100$ П (ступица) обрабатывались точением и расточкой на универсальном оборудовании с малой производительностью и низкой точностью.



Фиг. 1. Вид обрабатываемой детали.

Заготовкой щита является отливка из серого чугуна СЧ 12-28 в кокиль. Форма заготовки отличается отсутствием удобных установочных баз, крайне малой технологической жесткостью и наличием твердой корки из отбеленного чугуна.

Исследованием было установлено, что причинами брака являются неправильная схема базирования, недостаточное количество переходов, а также деформация заготовки под действием сил зажима и резания ввиду неравномерной твердости заготовки.

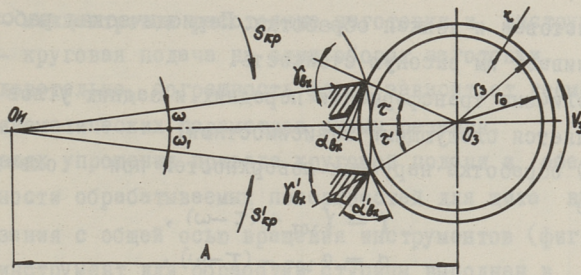
Одновременно с проведением настоящей работы на заводе были внедрены для обработки щитов агрегатные станки и токарные шестишпиндельные полуавтоматы. Первый метод обеспечивает требуемую точность благодаря распределению обработки базовых поверхностей между тремя переходами и двумя операциями, но отличается малой производительностью и требует много производственной площади. Второй метод не отличается точностью и надежностью наладки, хотя производительность значительно выше первого.

Целью настоящей работы явилось исследование возможности применения нового процесса – попутного точения – для обработки замка и ступицы щита электродвигателя с более высокой по сравнению с существующими методами производительностью. При выполнении работы были решены следующие проблемы:

- 1) разработка схемы резания с учетом особенностей обрабатываемой заготовки и возможности наиболее рационального осуществления процесса на базе существующего оборудования;
- 2) разработка режимов резания;
- 3) получение исходных данных для разработки станка и оснастки.

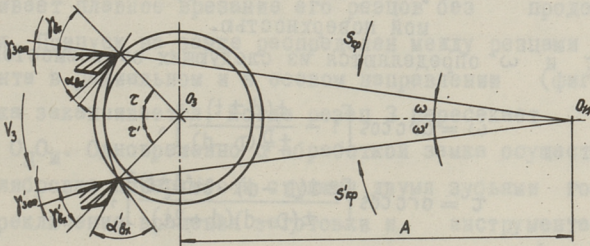
Метод попутного точения [1] разработан на кафедре "Станки и автоматы" МВТУ им. Баумана под руководством проф. Г.А. Шаумяна. Основное отличие метода от обычного точения заключается в том, что режущему инструменту сообщается круговая подача, причем резец подходит к детали со стороны задней грани.

Для обработки наружных поверхностей вращения возможны схемы с наружным (фиг. 2) или с внутренним (охватывающим) (фиг. 3) касанием траекторий режущих лезвий с обрабатываемой поверхностью.



Фиг. 2. Схема обработки наружным касанием.

Величины углов резания и толщина среза претерпевают изменения в зависимости от угла контакта ω инструмента с заготовкой. На схемах, фиг. 2 и 3, видно, что круговая по-



Фиг. 3. Схема обработки охватывающим касанием.

дача в попутном направлении к вращению заготовки обеспечивает благоприятный характер трансформации углов резания и толщины среза. Резец внедряется в заготовку максимальным передним углом, а выходит из резания на линии центров O_3O_1 с наибольшим задним углом и с минимальным трением по задней грани. Толщина среза плавно уменьшается при выходе резца. В этом и заключается главное преимущество попутного течения, обеспечивающего плавное резание с высокой производительностью и точностью. В одном цикле резания совмещены черно-

вая, чистовая и тонкая обработки. Периодическая работа резцов обеспечивает им высокую стойкость.

Величина трансформации передних и задних углов резцов определяется следующими зависимостями:

а) обработка наружных поверхностей при охватывающем способе

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_{\text{зат}} + (\tau - \omega), \\ \alpha &= \alpha_{\text{зат}} - (\tau - \omega), \end{aligned} \quad (1)$$

б) при обработке внутренних поверхностей

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_{\text{зат}} + (\omega - \tau), \\ \alpha &= \alpha_{\text{зат}} - (\omega - \tau), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\gamma_{\text{зат}}, \alpha_{\text{зат}}$ - исходные значения переднего и заднего углов резца;

τ - угол встречи обрабатываемой поверхности с инструментом;

ω - угол контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью.

Углы τ и ω определяются из следующих зависимостей

$$\begin{aligned} \omega &= \arccos \left[1 - \frac{t(d \pm t)}{\pm \frac{D}{2}(D-d)} \right], \\ \tau &= \arccos \left[\frac{\pm d(D-d) - 2t(d \pm t)}{\pm (D-d)(d + 2t)} \right], \end{aligned}$$

где d, D - диаметр обрабатываемой поверхности и инструмента, соответственно;

t - величина снимаемого припуска.

Знаки "+" и "-" относятся соответственно к обработке наружных и внутренних поверхностей.

Следовательно, трансформация углов резания зависит только от геометрических параметров схемы резания.

Форма относительных траекторий режущих лезвий обуславливает отклонение от цилиндричности обрабатываемой поверхности - огранку.

Максимальная величина погрешности формы определяется зависимостью

$$\delta_{\text{max}} = \frac{A S_{\text{кр}}^2}{2dD}, \quad (3)$$

где A — межцентровое расстояние заготовки и инструмента;
 $S_{кр}$ — круговая подача на один оборот заготовки.

Следовательно, погрешность формы зависит от геометрических и кинематических параметров схемы резания.

В целях упрощения привода круговой подачи и обеспечения соосности обрабатываемых поверхностей для шита выбрана схема резания с общей осью вращения инструментов (фиг. 4а). Режущий инструмент для обработки ступицы выполнен в виде цилиндрической головки с восьмью прямыми зубьями, а замок обрабатывается тремя резцами, которые установлены в резцедержателе сегментной формы. Инструменты соединены в один жесткий блок, вращающийся вокруг оси головки. Для плавного врезания инструментальному блоку сообщается осевое движение. Снятие припуска в ступице осуществляется поворотом блока на шесть зубьев головки. Положение сегмента на блоке обеспечивает плавное врезание его резцов без продольного движения. Припуск на замке распределен между резцами 1, 2 и 3 сегмента в радиальном и в осевом направлении (фиг. 4б). Обработка заканчивается, когда резец 3 пересекает линию центров O_3O_{II} . Одновременно с обработкой замка осуществляется и калибровка поверхности ступицы двумя зубьями головки.

Переключение вращения заготовки и инструментального блока на скорость режима обработки замка и ступицы осуществляется в положении блока, когда впадина между 6 и 7 зубьями головки находится на линии центров O_3O_{II} , а контакт инструмента с заготовкой отсутствует.

Инструментальный блок в конце обработки занимает исходное угловое положение. Для смены заготовки предусмотрен отвод блока в осевом направлении.

При принятых параметрах обработки замка ($d = 253$ мм, $A = 18,5$ мм, $D = 2(r + A) = 290$ мм $t_{max} = 3,2$ мм) получаем величины трансформации углов резания (см. табл. I).

Т а б л и ц а I

Значения углов резания при обработке замка

| № резца | Глубина резания мм | τ | ω | $\gamma = \gamma_{зат} + (\tau - \omega)$ | $\alpha = \alpha_{зат} - (\tau - \omega)$ |
|---------|--------------------|--------|----------|---|---|
| 1 | 1,72 | 30°47' | 27° 5' | $\gamma_{зат} + 3^\circ 42'$ | $\alpha_{зат} - 3^\circ 42'$ |
| 2 | 1,2 | 24°46' | 21°45' | $\gamma_{зат} + 3^\circ 1'$ | $\alpha_{зат} - 3^\circ 1'$ |
| 3 | 0,2 | 9° 2' | 8° | $\gamma_{зат} + 1^\circ 2'$ | $\alpha_{зат} - 1^\circ 2'$ |

При обработке ступицы ($d = 100$ мм, $D = 63$ мм и $t_{\max} = t_{\min} + Ltg 5^\circ$) получаем величины трансформации углов резания (см. табл. 2).

Т а б л и ц а 2

Значения углов резания при обработке ступицы

| Величина припуска мм | ω | τ | $\gamma = \gamma_{зат} + (\omega - \tau)$ | $\alpha = \alpha_{зат} - (\omega - \tau)$ |
|----------------------|----------|--------|---|---|
| $t_{\min} = 1,5$ | 29°10' | 18°14' | $\gamma_{зат} + 10^\circ 56'$ | $\alpha_{зат} - 10^\circ 56'$ |
| $t_{\max} = 4,17$ | 48°55' | 31°12' | $\gamma_{зат} + 17^\circ 43'$ | $\alpha_{зат} - 17^\circ 43'$ |

Выражаем круговую подачу $S_{кр}$, отнесенную к одному обороту заготовки через

$$S_{кр} = \frac{\pi D n_i}{n_3}, \quad \frac{\text{мм}}{\text{об}},$$

где n_i , n_3 - частота вращения инструмента и заготовки.

Формула (3) примет вид

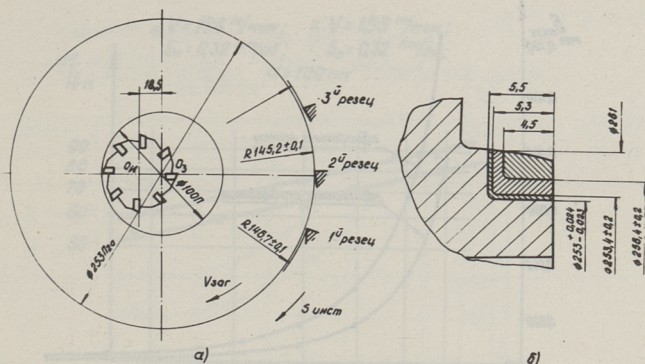
$$\delta_{\max} = \frac{\pi^2 A D}{2 d X^2},$$

где $X = \frac{n_3}{n_i}$.

На фиг. 5 показана зависимость δ_{\max} от X .

Принимая $S_{кр} = 7,11 \frac{\text{мм}}{\text{об}}$ при обработке замка и $S_{кр} = 1,5 \frac{\text{мм}}{\text{об}}$ при обработке ступицы максимальная погрешность формообразования получается соответственно $\delta_{1\max} = 5,8$ мкм и $\delta_{\max} = 3,4$ мкм, что вполне допустимо.

Для определения рациональных режимов резания и проверки принятой схемы в лаборатории при кафедре станков и авто-



Фиг. 4. Схема обработки шита
 а) расположение резцов, б) распределение припуска замка.

матов МВТУ им. Баумана проводились экспериментальные исследования обработки заготовок щитов попутным точением.

Экспериментальная установка была создана на базе горизонтально-фрезерного станка 6Р82Г, шпиндель которого использовался для получения движения резания.*)

Круговая подача инструментального блока осуществлялась безлюфтовым приводом с широким диапазоном регулирования круговых подач при помощи сменных колес.

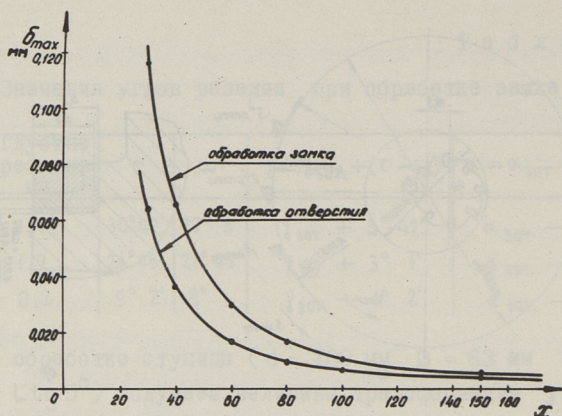
В качестве материала режущей части инструмента применялся твердый сплав марки ВК8. Исходная геометрия резцов цилиндрической головки определялась следующими параметрами:

$$\gamma_{\text{зат}} = 0^{\circ}, \quad \alpha_{\text{зат}} = 22^{\circ}, \quad \lambda = 0^{\circ}, \quad \varphi = 30^{\circ}.$$

Крутящий момент на шпинделе инструментального блока определялся при помощи наклеенных тензодатчиков, тензометрического усилителя 8 АНЧ и осциллографа НН15.

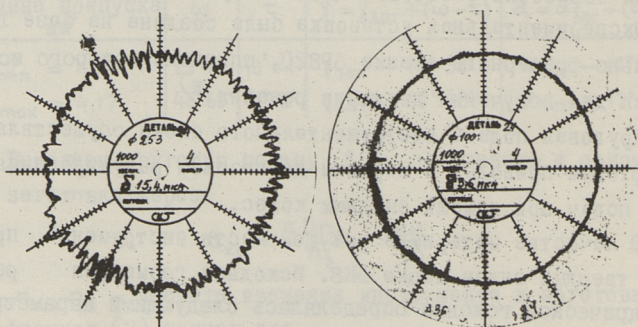
Точность обработки определялась при помощи кругломера мод. 218. На фиг. 6 приведены круглограммы проверенных деталей, макропрофиль которых укладывается в поле допуска. Шероховатость обработанных поверхностей определялась на профилографе мод. 201.

*) При разработке установки принимали участие Д.И. Кочанов и В.С. Иванов под руководством Б.А. Усова.



Фиг. 5. Зависимость погрешности формы δ_{max} от отношения частот вращения X.

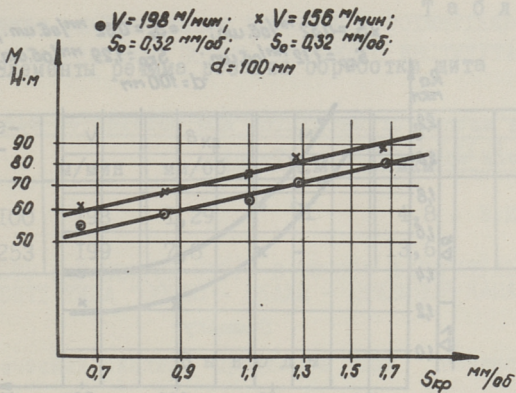
Результаты экспериментов приведены на графиках, фиг.7 + II, из которых видно, что при увеличении круговой подачи



Фиг. 6. Круглограммы детали а) замка, б) ступицы.

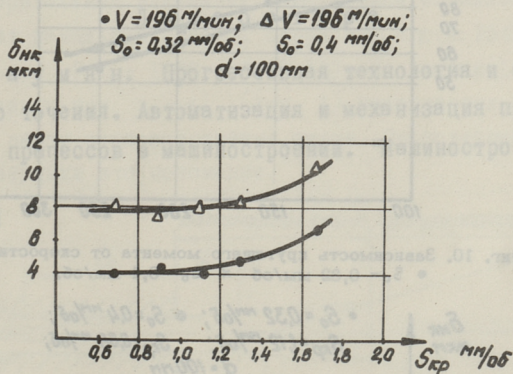
погрешность обработки и крутящий момент увеличиваются. С увеличением же скорости резания погрешность обработки, шероховатость обработанной поверхности и крутящий момент уменьшаются. Чрезмерное увеличение скорости приводит к вибрациям и заметному снижению стойкости инструмента.

Для промышленного внедрения можно считать рациональными элементы режима, приведенные в табл. 3, которые могут

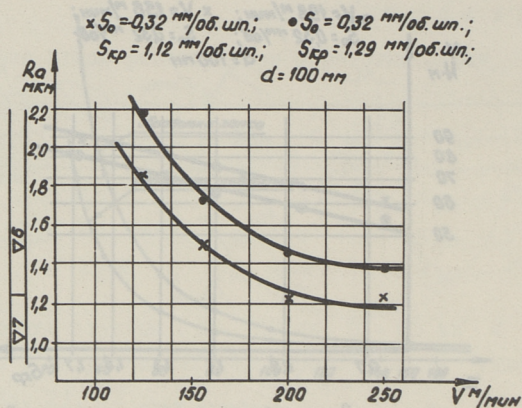


Фиг. 7. Зависимость крутящего момента от круговой подачи
 $\bullet V = 198 \text{ м/мин}$ $\times V = 156 \text{ м/мин}$,

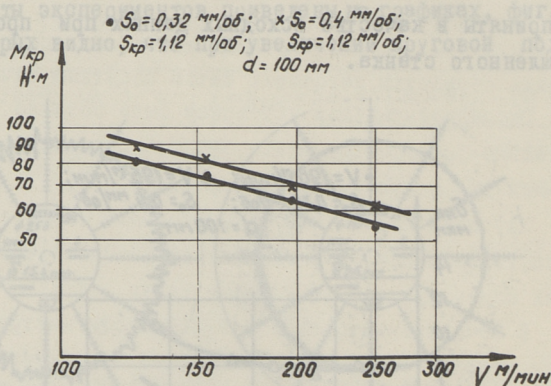
быть приняты в качестве исходных данных при проектировании промышленного станка.



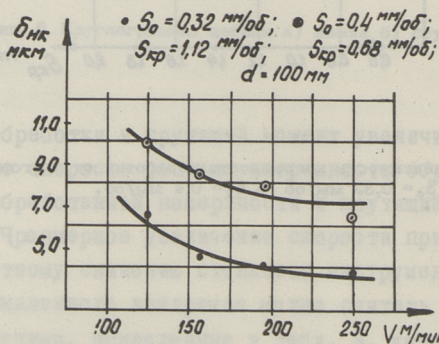
Фиг. 8. Зависимость погрешности обработки от круговой подачи
 $\bullet S_o = 0,32 \text{ мм/об}$ $\Delta S_o = 0,4 \text{ мм/об}$.



Фиг. 9. Зависимость шероховатости поверхности от скорости резания
 $\times S_{кр} = 1,12 \text{ мм/об}$ $\bullet S_{кр} = 1,29 \text{ мм/об}$.



Фиг. 10. Зависимость крутящего момента от скорости резания
 $\bullet S_0 = 0,32 \text{ мм/об}$ $\times S_0 = 0,4 \text{ мм/об}$.



Фиг. 11. Зависимость погрешности обработки от скорости резания
 $\bullet S_{кр} = 1,12 \text{ мм/об}$ $\circ S_{кр} = 0,68 \text{ мм/об}$.

Элементы режима резания обработки шита

| Обрабатываемая поверхность | v | $v_{кр}$ | m | δ | Класс чистоты |
|----------------------------|-------|----------|-----|----------|---------------|
| | м/мин | мм/об | Н.м | мкм | |
| Ступица $\varnothing 100$ | 198 | 1,29 | 7I | 4,8 | 7 |
| Замок $\varnothing 253$ | 199 | 7,8 | - | 13,6 | 6 |

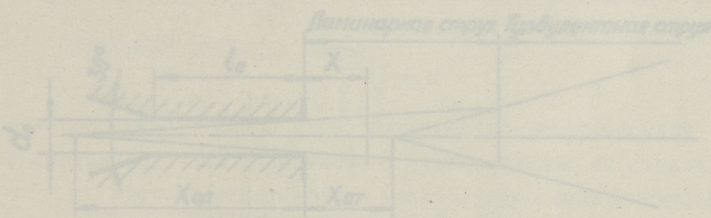
В ы в о д ы

1. Метод попутного точения обеспечивает требуемую точность обработки шитов при более высокой производительности.

2. Принятая схема резания позволяет осуществить обработку на специализированном токарном станке, имеющем привод круговой подачи и привод осевого подвода-отвода инструмента.

Л и т е р а т у р а

И. Г. А. Ш а у м я н. Прогрессивная технология и станки попутного точения. Автоматизация и механизация производственных процессов в машиностроении. "Машиностроение", М., 1967.



Фиг. 1. Схема струи.

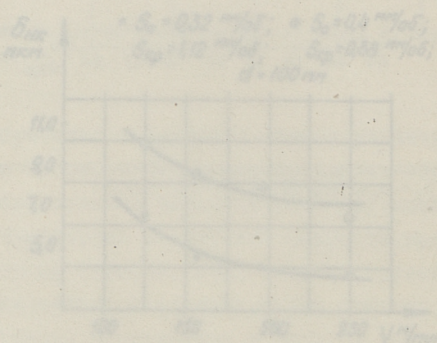
Прикладные модели ламинарных струй построены с предположением, что несмотря на различия параметров и даже формы отверстия сопла, на некотором расстоянии от сопла распределение скорости становится автомодельным и совпадает с распределением скорости в струе-источнике с таким же начальным

On a Method of Machining End Shields of Electric Motors with Cut-down Turning

Summary

In this paper the method of cut-down (climb) turning of holes and external surfaces of end shields is described. The machining is performed by means of the multicutting edge tool having circular feed along the main cutting motion.

Considerable increase of productivity can be achieved by the presented method.

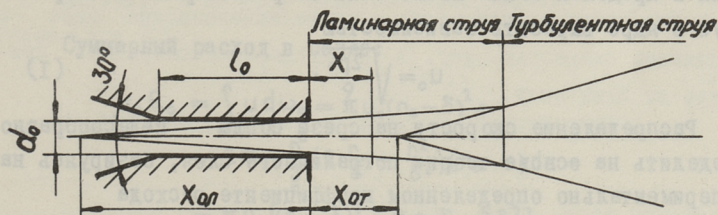


В.И. Рездик

К РАСЧЕТУ ПАРАМЕТРОВ СТРУИ В ТОЧНОМ ИЗМЕРИТЕЛЬНОМ
 ЭЛЕМЕНТЕ ТИПА "СОПЛО - ШКАЛА - ПРИЕМНЫЙ КАНАЛ"

Теоретический анализ процессов при взаимодействии струи воздуха со шкалой и при восстановлении давления в приемном канале измерительного элемента типа "сопло - шкала - приемный канал" возможен на базе математической расчетной модели ламинарной затопленной струи, позволяющей с достаточной точностью определить закон распределения скорости в любом сечении струи.

В измерительных элементах такого типа основной интерес представляет начальный участок струи $5d_0 < x < 15d_0$ при числах Рейнольдса $Re_0 = 1000 \dots 1200$ [1]. По данным [2], в указанных условиях при $x < x_{от}$ (фиг. 1) наблюдается полностью ламинарный режим распространения струи. Проведенные нами опыты подтвердили это положение.



Фиг. 1. Схема струи.

Прикладные модели ламинарных струй построены с предположением, что несмотря на различие параметров и даже формы отверстия сопла, на некотором расстоянии от сопла распределение скорости становится автомодельным и совпадает с распределением скорости в струе-источнике с таким же начальным

импульсом [3]. Как правило, исходят при этом из равномерного либо параболического распределения скорости на срезе сопла, абстрагируя реальные начальные условия интегральным критерием потока импульса.

В точном измерительном элементе типа "сопло - шкала - приемный канал" целесообразно использовать короткое сопло с длиной $d_0 = (8 \dots 12) l_0$ [1]. Следовательно, требуется построить специфическую расчетную модель ламинарной затопленной струи с наличием ядра с постоянной скоростью. Самой подходящей, в качестве исходной, оказалась модель ламинарной затопленной струи, вытекающей из капилляра, предложенная проф. И.В. Лебедевым [4]. При этом оказалось, что при введении ряда дополнительных условий и преобразований можно принятую исходную модель применять и для расчета струи, вытекающей из короткого сопла.

Поскольку расчетная модель струи используется для оценки распределения скорости в сечениях струи, близких к соплу, то требуется возможно точно определить начальные условия на срезе сопла. Для слабых струй и малых давлений питания ($p_0 < 2500 \text{ Н/м}^2$) можно пренебречь градиентом давления в поперечном сечении струи и принять давление в струе и затопленной области одинаковыми. Следовательно, перепад давления в пределах сопла можно считать равномерным и скорость струи в ядре выразить зависимостью

$$u_0 = \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}}. \quad (1)$$

Распределение скорости на срезе сопла целесообразно определить на основе теории пограничного слоя, базируясь на экспериментально определенном коэффициенте расхода

$$\mu_0 = \frac{Q_g}{Q_0} = \frac{Q_g}{u_0 \omega_0}. \quad (2)$$

Величины μ_0 для сопел различной длины l_0 приведены в таблице I.

Параболическое распределение скорости в пограничном слое (фиг. 2) выражается уравнением [5]

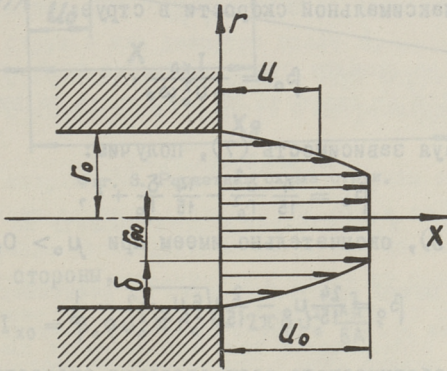
$$u = u_0 \left(2 \frac{r}{\delta} - \frac{r^2}{\delta^2} \right). \quad (3)$$

Таблица I

Величины коэффициента расхода μ_0 для сопел
различной длины l_0

| Длина сопла l_0 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|-------------------|------|-------|-------|-------|
| μ_0 | 0,77 | 0,738 | 0,715 | 0,674 |

Условия: $d_0 = 0,5$ мм, $p_0 = 2000$ Н/м², угол входного конуса сопла 30° (фиг. I)



Фиг. 2. Распределение скорости на срезе сопла.

Суммарный расход в сопле:

$$\begin{aligned} \mu_0 Q_0 &= \int_{\omega_0} u d\omega_0 = \pi u_0 (r_0 - \delta)^2 + \\ &+ 2\pi u_0 \int_0^\delta \left(2 \frac{r}{\delta} - \frac{r^2}{\delta^2}\right) (r_0 - r) dr = \\ &= \pi u_0 \left[(r_0 - \delta)^2 + \frac{4}{3} r_0 \delta - \frac{5}{6} \delta^2 \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Решая уравнение (4) относительно толщины пограничного слоя δ , получим:

$$\delta = r_0 (2 - \sqrt{6\mu_0 - 2}), \quad (5)$$

откуда радиус ядра струи на срезе сопла

$$r_{я0} = r_0 (\sqrt{6\mu_0 - 2} - 1). \quad (6)$$

Далее определяем импульс потока струи в зависимости от коэффициента расхода μ_0 :

$$\begin{aligned} I_{x0} &= \int_{\omega_0} \rho u^2 d\omega_0 = \rho u_0^2 \pi (r_0 - \delta)^2 + \\ &+ 2 \int_0^\delta \rho u_0^2 \pi \left(2 \frac{r}{\delta} - \frac{r^2}{\delta^2} \right) (r_0 - r) dr = \\ &= \pi \rho u_0^2 \left[(r_0 - \delta)^2 + \frac{16}{15} r_0 \delta - \frac{22}{30} \delta^2 \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

На наш взгляд при вычислении целесообразно неравномерное распределение скорости оценить коэффициентом количества движения, определенном в отношении не средней, как обычно принято, а максимальной скорости в струе:

$$\beta_0 = \frac{I_{x0}}{\rho u_0^2 \omega_0}. \quad (8)$$

Используя зависимость (7), получим:

$$\beta_0 = \frac{4}{15} \frac{\delta^2}{r_0^2} - \frac{14}{15} \frac{\delta}{r_0} + 1, \quad (9)$$

и учитывая (5), окончательно имеем при $\mu_0 > 0,5$:

$$\beta_0 = \frac{24}{15} \mu_0 - \frac{2}{15} \sqrt{6\mu_0 - 2} - \frac{1}{3}. \quad (10)$$

Для параболического распределения скорости: $\mu_0 = 0,5$ и $\beta_0 = 1/3$.

Точное решение распределения скорости в струе найдется также для сечения, где можно в месте исчезновения ядра с постоянной скоростью (фиг. 3) распределение скоростей принимать по Шлихтингу.

Скорость u определяется тогда соотношением [6]:

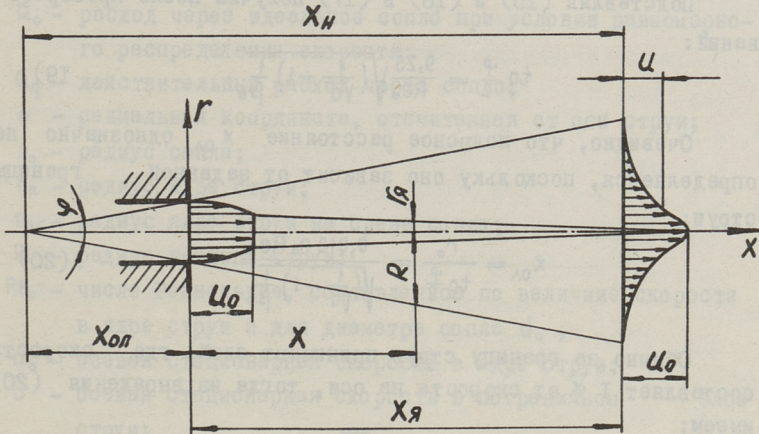
$$\frac{u}{u_0} = \frac{1}{\left[1 + A \left(\frac{r}{x} \right)^2 \right]^2}, \quad (11)$$

где

$$A = \frac{3I_{x0}}{64\pi\rho v^2}. \quad (12)$$

Учитывая постоянство импульса в любом сечении струи, можно интегрированием уравнения (11) выразить импульс струи через длину x_n [3]:

$$I_{x_0} = 2\pi \rho u_0^2 \frac{x_n^2}{6A}. \quad (13)$$



Фиг. 3. Расчетная схема струи.

С другой стороны,

$$I_{x_0} = \beta_0 \rho u_0^2 \pi r_0^2 = 2\pi \rho u_0^2 \frac{x_n^2}{6A},$$

откуда

$$x_n = r_0 \sqrt{3\beta_0 A}. \quad (14)$$

Величину A по (12) целесообразно выразить через число Рейнольдса Re_0 :

$$A = 0,0417 \beta_0 Re_0^2. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (14) получим окончательно:

$$x_n = 0,188 \beta_0 r_0 Re_0. \quad (16)$$

Полное расстояние x_{0L} можно найти после определения формы струи в осевом сечении, задаваясь ее границей, где скорость составляет какую-то конечную долю α от скорости на оси струи.

Из соотношения (II), уравнение границы струи будет

$$\frac{1}{\left[1 + A\left(\frac{R}{x}\right)^2\right]^2} = \frac{u}{u_0} = \alpha, \quad (17)$$

причем

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{R}{x}. \quad (18)$$

Подставляя (15) и (18) в (17), получим после преобразований:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{9,25}{\operatorname{Re}_0} \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{a}} - 1\right) \frac{1}{\beta_0}}. \quad (19)$$

Очевидно, что полярное расстояние $x_{0\lambda}$ однозначно не определяется, поскольку оно зависит от заданной границы струи:

$$x_{0\lambda} = \frac{r_0}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \frac{0,018 r_0 \operatorname{Re}_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{a}} - 1\right) \frac{1}{\beta_0}}}. \quad (20)$$

Обычно за границу струи принимают слой, где скорость составляет 1% от скорости на оси, тогда из выражения (20) имеем:

$$x_{0\lambda} = 0,036 \sqrt{\beta_0} r_0 \operatorname{Re}_0. \quad (21)$$

Величину $x_{0\lambda}$ следует корректировать по данным эксперимента.

Теперь можно определить один из важнейших параметров струи с точки зрения анализа процесса взаимодействия струи со шкалой - радиус ядра с постоянной скоростью

$$r_{\text{я}}(x) = \frac{r_{\text{я0}}(x_{\text{н}} - x_{0\lambda} - x)}{x_{\text{н}} - x_{0\lambda}}.$$

Учитывая выражение (6), (16) и (21), окончательно получим:

$$r_{\text{я}}(x) = \frac{r_0(\sqrt{6\mu_0 - 2} - 1)(0,188 \beta_0 \operatorname{Re}_0 - 0,036 \sqrt{\beta_0} \operatorname{Re}_0 - x)}{\operatorname{Re}_0(0,188 \beta_0 - 0,036 \sqrt{\beta_0})}. \quad (22)$$

Результаты расчета диаметра ядра струи удовлетворительно совпадают с результатами эксперимента, полученными на основе измерения эжекционных способностей слоев струи.

Обозначения к фигурам 1, 2, 3

d_0 - диаметр сопла;

I_{x_0} - начальное значение импульса потока;

- l_0 - длина сопла;
- p_0 - давление питания;
- Q_0 - расход через идеальное сопло при условии равномерно-го распределения скорости;
- Q_g - действительный расход через сопло;
- r - радиальная координата, отсчитанная от оси струи;
- r_0 - радиус сопла;
- r_j - радиус ядра струи;
- r_{j0} - радиус ядра струи на срезе сопла;
- R - радиус границы струи;
- Re_0 - число Рейнольдса, составленное по величине скорости в ядре струи и для диаметра сопла d_0 ;
- u_0 - осевая стационарная скорость в ядре струи;
- u - осевая стационарная скорость в пограничном слое струи;
- x - осевая координата, отсчитанная от среза сопла;
- x_H - расстояние от полюса ламинарной струи до координаты образования распределения скоростей по Шлихтингу;
- $x_{0л}$ - расстояние полюса ламинарной струи от среза сопла;
- $x_{0т}$ - расстояние полюса турбулентной струи от среза сопла;
- x_n - суммарная длина ламинарного и смешанного участков струи;
- x_j - длина ядра с постоянной скоростью;
- β_0 - коэффициент количества движения;
- δ - толщина пограничного слоя;
- μ_0 - коэффициент расхода сопла;
- ν - кинематическая вязкость воздуха;
- ρ - плотность воздуха;
- φ - угол распространения струи;
- ω_0 - поперечное сечение сопла.

Л и т е р а т у р а

1. В.А. Лещенко, В.И. Реедик. Выбор параметров чувствительных элементов высокоточного пневматического датчика положения для систем числового управления станками. Сб. статей по машиностроению УШ, Труды Таллинск. политехн. ин-та, серия А, № 317. Таллин, 1971.

2. И.В. Лебедев, С.Л. Трескунов. К расчету турбулентных усилителей. Доклады научно-технической конференции по итогам работ за 1968-1969 годы (апрель 1970). Секция энергомашиностроительная, подсекция гидравлики. Изд. МЭИ, М., 1969.
3. Л.А. Вулис, В.П. Кашкаров. Теория струи вязкой жидкости. Изд. "Наука", М., 1965.
4. И.В. Лебедев. К вопросу о расчете струйных элементов типа "трубка-трубка". В сб. "Автоматизация химических производств". Вып. I. Изд. НИИТТЭХХИМ, М., 1969.
5. С.М. Тарг. Основные задачи теории ламинарных течений. М.-Л., ГИТТЛ, 1951.
6. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. Изд. "Наука", М., 1969.

V. Reedik

On the Calculating of Jet Parameters in Precise
Nozzle - Scale - Receiving Canal Measuring Elements

Summary

A simple method of calculating jet parameters, flowing out from short nozzle, is proposed. The given method is determined first of all for calculating jet parameters, used in the precise pneumatic fluidic position sensors.

С о д е р ж а н и е

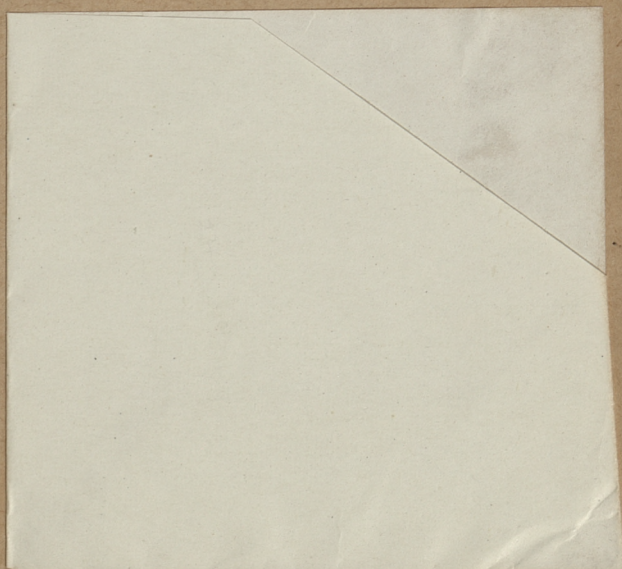
| | Стр. |
|---|------|
| 1. В.В. Менг, В.И. Стрижак. Влияние профиля на податливость витков резьбы | 3 |
| 2. В.В. Менг, В.И. Стрижак. Исследование распределения нагрузки по виткам в пластмассовых резьбовых соединениях в условиях ползучести | 15 |
| 3. В.В. Менг, В.И. Стрижак. Анализ распределения нагрузки по виткам резьбы в пластмассовых резьбовых соединениях | 27 |
| 4. А.Р. Янсон. К методике расчёта компонентов силы резания | 39 |
| 5. Ф.Ф. Ангельшток. Ошибки положения подвижного кольца упорного подшипника | 53 |
| 6. Ф.Ф. Ангельшток, И.И. Вульфсон. К теории фрикционных автоколебаний при непостоянном нормальном усилии | 59 |
| 7. Л.И. Мельникова, Р.Я. Тальвик, Б.А. Усов. Обработка щитов электродвигателя попутным точением | 71 |
| 8. В.И. Рездик. К расчёту параметров струи в точном измерительном элементе типа "сопло-шкала-приёмный канал". | 83 |

СБОРНИК СТАТЕЙ
ПО МАШИНОСТРОЕНИЮ XI

Таллинский политехнический институт
Редактор Г. Гроссмиidt
Технический редактор В. Ранник

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 15/Ш-1974.

Подписано к печати 12 июня 1974 г.
Бумага 60x90/16. Печ. л. 5,75+0,25 прилож. Уч.-изд. л. 4,5.
Тираж 350. МВ-06607. Зак. № 392 Ротапринт ТПИ,
Таллин, ул. Коскла, 2/9.
Цена 45 коп.



Hind. 45 kop.