

p. 6. 1  
307

TALLINNA POLÜTEHNILISE  
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 307

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ  
И  
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ  
XI



Ep. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 307

1971

УДК 621.031  
624.074

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ  
И  
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ  
XI

ТАЛЛИН 1971

## О г л а в л е н и е

	Стр.
1. В.Л. Волтри. Экспериментальное исследование цилиндрических оболочек.....	3
2. Х.Х.Лаул, В.Л.Волтри . Расчет длинных цилиндрических оболочек в стадии предельного равновесия по поперечной силе.....	II
3. А.А. Равасоо, В.Р. Кульбах. Об экспериментальной оценке статической работы седловидных висячих покрытий .....	25
4. А.А. Равасоо, В.Р. Кульбах. Некоторые результаты расчета седловидных висячих покрытий с эллиптическим контуром.....	35

### СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА СБОРНИК СТАТЕЙ XI

Таллинский политехнический институт

Редактор В. Райдна

Технический редактор Г.Гришина

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ

8/1 1971 г.

---

Сдано в набор 26/II 1971 г. Подписано к печати 12/IV 1971 г. Бумага 60x90/16. Печ. л. 2,75 + прилож. 0,25. Учетно-изд. л. 2,08. Тираж 400. МВ-00888, Зах. №314, Ротапринт ТПИ, Таллин, ул.Коскла, 2/9. Цена 21 коп.



Ep. 10222

УДК 621.031

В.Л. Волтри

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

### I. Общие замечания

Расчет и проектирование длинных цилиндрических оболочек наверняка наиболее разработанная часть в области пространственных конструкций, но все же и здесь имеются свои "белые пятна". Одним из таких является расчет и проверка несущей способности оболочек по макростатической поперечной силе. По "Инструкциям" [4] рекомендуется ограничиться расчетами в упругой стадии работы оболочки, в то время как основой остальных расчетов предложено предельное равновесие по продольным силам.

Х.Х. Лаул и В.Л. Волтри предлагают метод расчета цилиндрических оболочек в стадии предельного равновесия по поперечным силам [6]. Для подтверждения этой расчетной схемы автором данной статьи была проведена серия экспериментов с моделями из цементного раствора.

При выборе масштаба моделирования экспериментатор до сих пор сталкивался с определенными трудностями. Нет единого мнения о влиянии масштабного фактора на результаты. Если до сих пор предполагали, что с увеличением масштабного коэффициента увеличивается и масштабный фактор, то некоторые авторы в настоящее время отрицают существование такого фактора [3, 5]. Предполагается, что выполнение требований теории подобия [1, 7] обеспечивает правильность результатов эксперимента. Считается, что влияние утолщения криволинейной части в моделях с масштабом 1:10 и больше можно учитывать соответствующими коэффициентами и что в определенных пре-

делах это влияние не существенное [1, 3, 5], почти все авторы имеют единое мнение в том, что картина разрушения не зависит от масштаба модели.

Используя фактические возможности и учитывая вышеуказанное, автором был выбран масштаб моделирования 1:10.

Были поставлены следующие вопросы для исследования:

- 1) влияние поперечного армирования на несущую способность оболочки,
- 2) влияние высоты бортового элемента на несущую способность,
- 3) изучение картины разрушения оболочки.

## 2. Модели

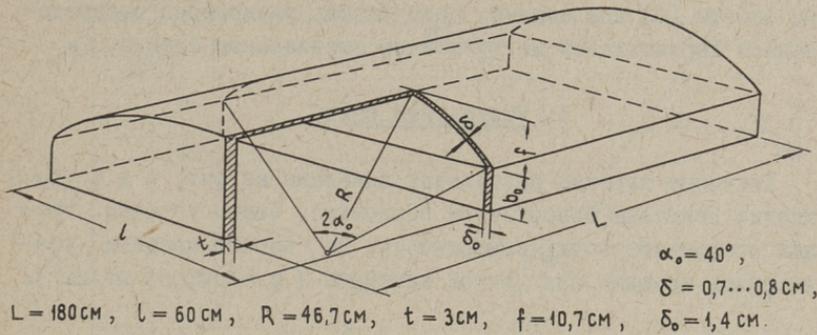
Модели готовились из цементно-песчаного раствора. Песок был пропущен через сито с отверстиями 2x2 мм, что соответствует примерно агрегату бетона в масштабе 1:10. Марка раствора была в среднем 300 кг/см<sup>2</sup> после 28-ми дневного застывания.

Были изготовлены пять моделей с дубликатами для повторного эксперимента - всего 10 моделей (см. фиг. 1).

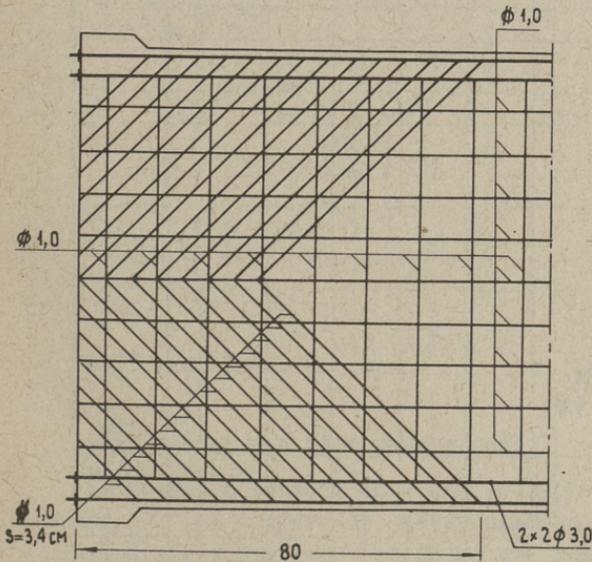
Модели классифицировались следующим образом:

- а) с высоким бортовым элементом ( $b_0 = 10,8$  см):
  - 1) тип А - с поперечным армированием по расчету, но  $\sigma_a \cdot R_a < R_p^H \cdot F_s$  ( $R_p^H$  - действительное);
  - 2) тип В - без поперечного армирования,
  - 3) тип С - поперечное армирование в два раза меньше, чем по типу А (см. фиг. 2);
- б) модели с низким бортовым элементом ( $b_0 = 5,4$  см):
  - 1) тип Е - без поперечного армирования,
  - 2) тип G - с поперечным армированием

$$\sigma_a \cdot F_a > R_p^H \cdot F_s.$$



Фиг. 1.



Обозначения:

$\phi 1$  — обожженная проволока ( $\sigma_T = 2550 \text{ кг/см}^2$ )

$\phi 1$  — холоднотянутая проволока ( $\sigma_p = 8000 \text{ кг/см}^2$ )

$\phi 3$  — холоднотянутая проволока ( $\sigma_p = 7600 \text{ кг/см}^2$ )

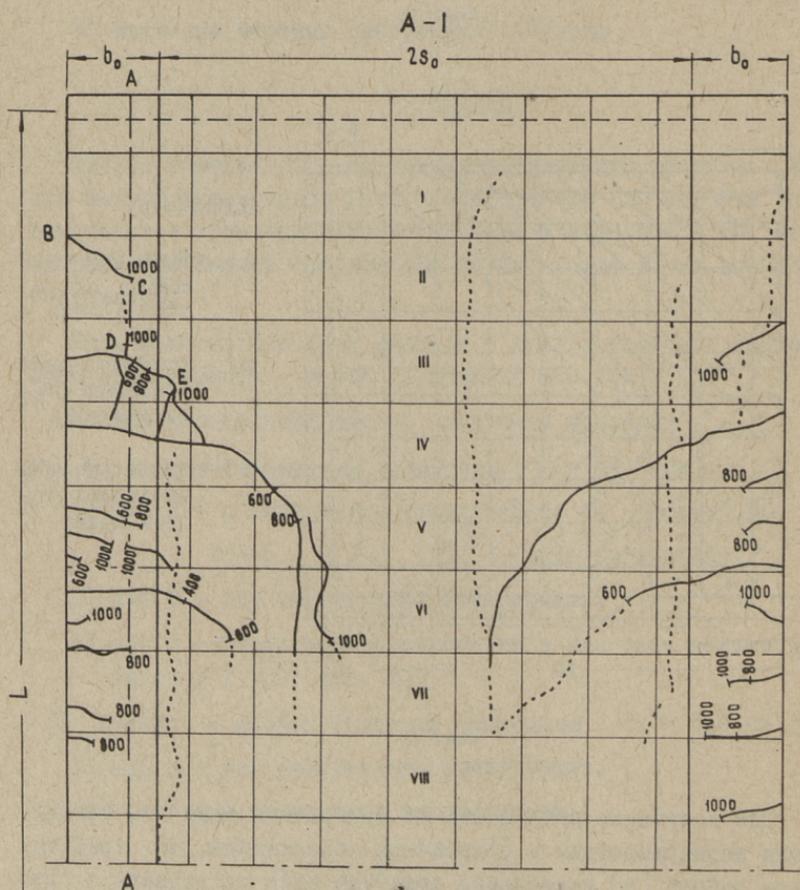
Фиг. 2.

Для получения разрушения по поперечной силе все модели были перearмированы в поперечном направлении, по требованиям работы [6] продольная арматура была поставлена в два яруса, заведена к диафрагме и заанкерована там. По услови-

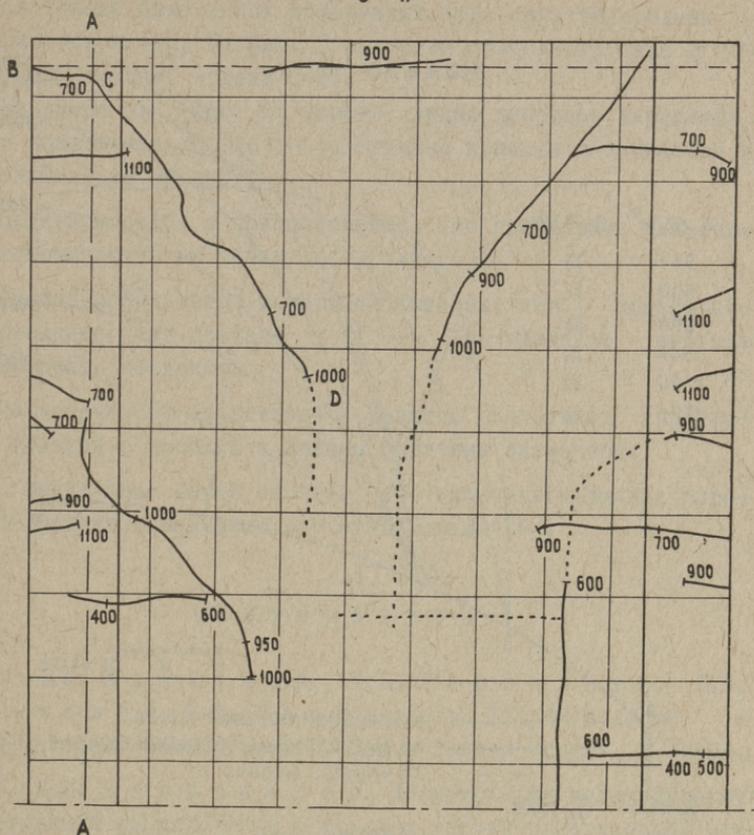
ям работы [6] все модели нагружались равномерно распределенной вертикальной нагрузкой на специальном стенде.

### 3. Результаты опыта

Типичные картины разрушения показаны на фиг. 3 и 4 (раскладка половины поверхности оболочки). Цифры у линии трещин показывают точку поверхности, до какого предела развивалась трещина при данной нагрузке ( $q$  = (цифра) кг/см<sup>2</sup>).



Фиг. 3.



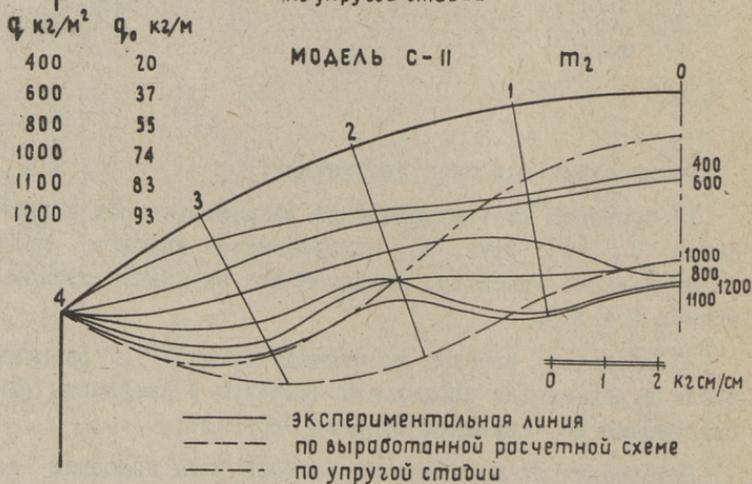
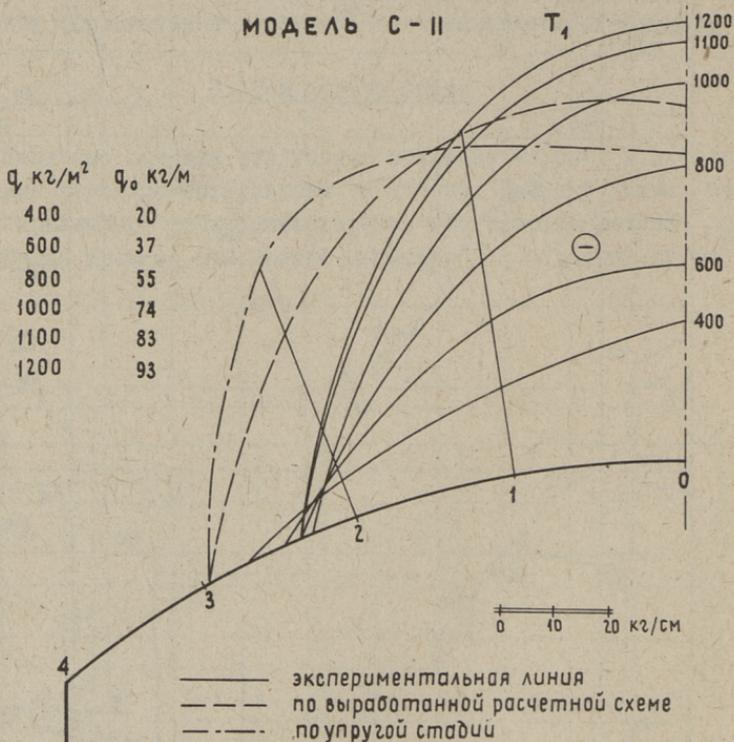
Фиг. 4.

Различалось два типа разрушения:

1) бортовой элемент оболочки разрушается под поперечной силой  $Q_d$  [6] (фиг. 3), разрушающаяся трещина проходит по продольной арматуре, соединяя две наклонные трещины в точках С и D),

2) оболочка, работая по арочной схеме [6], разрушается после выдергивания продольной арматуры у диафрагмы (фиг.4, разрушение по наклонной трещине В-С-Д).

Деформации на поверхности моделей были измерены электрическими тензодатчиками примерно в 200 пунктах и результаты измерений анализировались при помощи ЭВМ "Минск-22".



Фиг. 5.

На основе измеренных деформаций были сконструированы эпюры напряжений. На фиг. 5 показаны продольные силы и поперечные моменты модели С-II.

На эпюре  $m_2$  (фиг. 5) хорошо видно действие вертикального компонента  $Q_d$  [6] - поперечные моменты наклоняются в положительную сторону.

Подтверждается и предположение, что продольные силы сосредотачиваются на коньке оболочки [6].

Анализ результатов измерений показал, что поперечное армирование ниже предела  $R_p F_s$  не изменяет несущую способность оболочки.

Не замечалось существенной разницы в картинах разрушения моделей с высоким и низким бортовым элементом.

В заключение можно сказать, что полученные данные хорошо совпадали с выводами расчетной схемы [6].

#### Л и т е р а т у р а

1. П.М. Алабужев, В.Б. Геронимус, Л.М. Шенкевич, Б.А. Шеховцов. Теории подобия и размерностей. Моделирование. Изд. "Высшая школа", М., 1968.

2. В.М. Барбакадзе. Исследования железобетонных конструкций на моделях в упругой и упруго-пластической стадиях. Автореферат дисс. на соиск. ученой степени к.т.н., МИИЖТ, М., 1969.

3. В.Д. Бордюг. К расчету тонких неупругих оболочек. "Стр. мех. и расчет сооружений", № 1, 1968.

4. Инструкция по проектированию железобетонных тонкостенных пространственных покрытий и перекрытий, М. 1961.

5. О.П. Кивиргадзе. Влияние масштабного фактора на механические и деформативные характеристики бетона, "Бетон и железобетон", № 2, 1964.

6. Х.Х. Лаул, В.Л. Волтри. Расчет длинных цилиндрических оболочек в стадии предельного равновесия по поперечной силе. Труды ТПИ, серия А, № 307, Таллин, 1971.

7. А.Г. Назаров. О механическом подобии твердых деформируемых тел. Изд. АН АССР, Ереван, 1965.

V. Voltri

The Experimental Study of Cylindrical

Shells

Summary

In this article the tests with models of cylindrical shells are described. The data received are analysed with electronic computer MINSK 22. The results of experiments are compared with the theoretical ones.

The author comes to the conclusion that the longitudinal reinforcement in the edge beam has a great influence on the shear failure.

УДК 621.031

Х.Х. Лаул, В.Л. Волтри

РАСЧЕТ ДЛИННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В  
СТАДИИ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ ПО ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЕI. Общие замечания

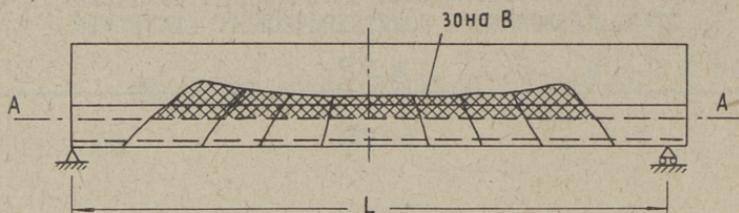
При проектировании длинных цилиндрических оболочек на основании "Инструкций по проектированию железобетонных тонкостенных пространственных покрытий и перекрытий" [7] требуется, что макростатическая поперечная сила  $\bar{Q}_z$  в поперечном сечении оболочки в районах, где  $\sigma_{2\lambda} > R_p$ , была бы воспринята арматурой. Это значит, что расчет относительно поперечных сил ведется в упругой стадии работы оболочки в то время, когда расчет в продольном направлении производится в стадии предельного равновесия продольных сил. Такое противоречие обусловлено тем, что характер распределения сдвигающих сил в железобетонных конструкциях с трещинами еще мало исследован, особенно у оболочек.

Обширная работа в этой области ведется с простыми балками особенно американскими авторами [1, 6, 13, 18].

На основании экспериментов многие авторы нашли, что в трещине железобетонной балки сдвигающие силы передаются в зависимости от ширины раскрытия трещины и от количества арматуры, проходящей через трещину [18].

Представим картину развития трещин в цилиндрической оболочке от равномерно распределенной вертикальной нагрузки при разрушении на поперечную силу.

Как это показано в [15], в заштрихованной части оболочки на фиг. I передаваемая через трещины сдвигающая сила быстро уменьшается до нуля где-то вблизи верхней продоль-



Фиг. 1.

ной арматуры в бортовом элементе. Значит, в трещинах в зоне В у нижнего края зоны

$$\tau_{\text{тр}} = 0. \quad (\text{I.1})$$

В районе нижней продольной арматуры все трещины почти вертикальные, то есть

$$\tau_{\text{тр}} \cong \tau_{xy} = 0. \quad (\text{I.2})$$

Таким образом, часть бортового элемента до линии А-А (фиг. 1) нагружается в центральном районе только силами  $T_2$ .

Изображая распределение  $\zeta(s)$  по фиг. 3, на основании

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial s} = 0 \quad (\text{I.3})$$

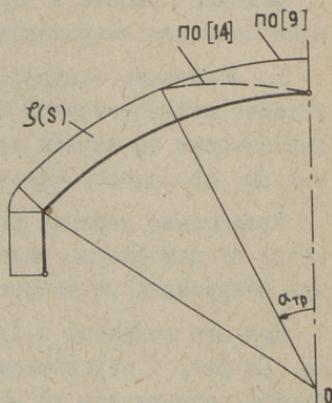
по теории упругости, часть оболочки ниже линии А-А должна работать как простая балка, а выше линии А-А — как самостоятельная оболочка с уменьшенным бортовым элементом.

Но в таком случае на линии А-А не выполнено условие неразрывности деформации.

В работах Н.Е. Милейковско-го [14] и Х.Х. Лауля [9] условие (I.3) выполняется с выборкой эпюры  $\zeta(s)$  в поперечном сечении оболочки по фиг. 2.

Расчет по такой схеме исключает влияние продольной арматуры на восприятие  $\bar{Q}_z$ .

Проверку восприятия  $\bar{Q}_z$  придется совершить на основании расчетов по упругой стадии.



Фиг. 2.

В то же время по экспериментам автора [15], в районе не-  
много выше продольной арматуры  $\xi(s)$  отсутствует.

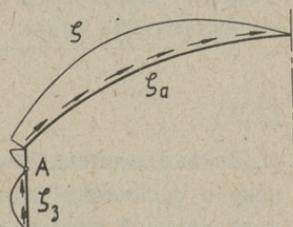
## 2. Расчетная схема

На основании проведенных автором экспериментов и по аналогии с работами некоторых иностранных авторов: I.W. Armishaw и N.G. Bunni [1]; J.G. MacGregor и J.R.V. Walters [13], O. Watstein и R.G. Mathey [19], J.A. Hofbeck и I.D. Ibrahim [18], P. Gergeley [6], G.N.J. Kani [8], B. Bresler и J.G. MacGregor [5], A.L.L. Baker, S. Ahmad [4] можно предположить, что длинная цилиндрическая оболочка работает в стадии предельного равновесия по поперечной силе в продольном направлении как арка.

На основании (I.2) можно предположить, что в точке А (фиг. 3)  $\tau_{yx} = 0$ . Предположим приращение  $\xi$  в поперечном сечении оболочки по фиг. 3.

Примем упрощение Х.Х. Лауля [10], что  $\xi = kq(x, s)$ . При  $q(x) = \text{const.}$  и  $\xi(x) = \text{const.}$  (2.1)

На основании этого можно сказать, что на всем протяжении оболочки на линии А-А



Фиг. 3.

$$s = 0. \quad (2.2)$$

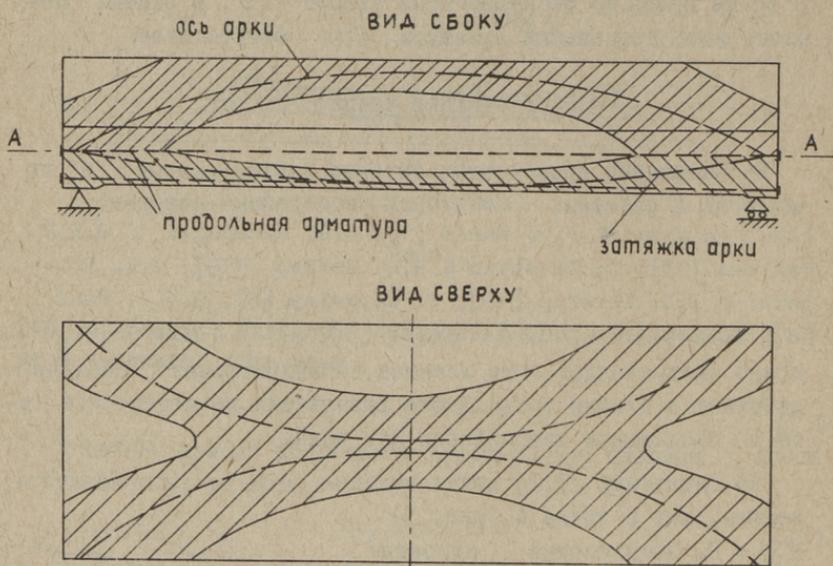
На основании (I.3) выпишем (интегрируя два раза по  $x$ )

$$T = \frac{xL}{2} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \frac{\partial}{\partial s} (\xi) + C_2(s). \quad (2.3)$$

Важным вопросом является определение константы интегрирования  $C_2(s)$ .

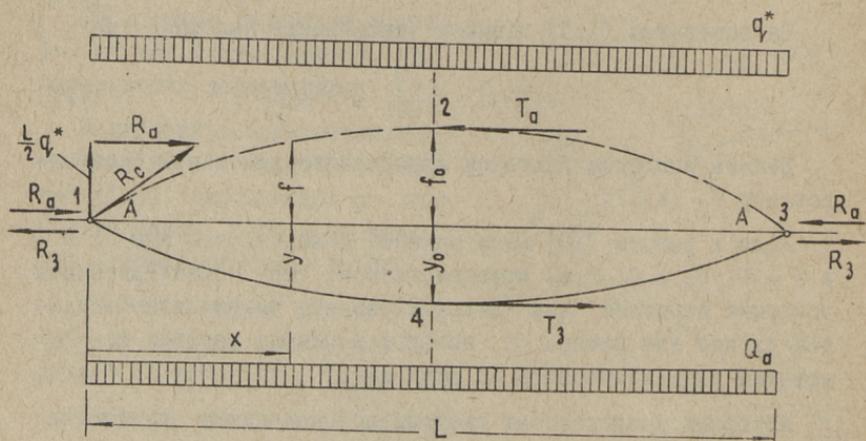
Если в работе [10] были приняты условия, что при  $X = 0$  и  $T = 0$ ,  $C_2 = 0$ , т.е. предполагается, что цилиндрическая оболочка работает как "большая балка", то очевидно в данном случае (по распр.  $\xi$  по фиг. 3) такое условие на основании вышеизложенного не подходит.

Авторами представлена следующая общая схема равновесия перед разрушением по поперечной силе.



Фиг. 4.

Впишем мысленно в тело оболочки (фиг. 4) двухшарнирную арку с затяжкой (фиг. 5). Пяту арки назначим в месте выхода верхней продольной арматуры из бортового элемента, предполагая, что все растягивающие силы воспринимаются продольной арматурой у диафрагмы, так как распределение анкеровых сил в бетоне пока не полностью ясно.



Фиг. 5.

Использованы следующие обозначения:

- $q_v^*$  - часть внешней нагрузки, воспринимаемой аркой,
- $Q_a$  - часть внешней нагрузки, воспринимаемой затяжкой,
- $f$  - подъем арки,
- $y$  - подвешивание затяжки,
- $L$  - пролет арки.

Принимаем, что  $q_v^*$  и  $Q_a$  - постоянные, то значит можно написать

$$\bar{q}_v = q_v^* + Q_a, \quad (2.4)$$

где

$$\bar{q}_v = q_{s_0} + q_{p_0}.$$

Двухшарнирная арка с затяжкой (прямой) статически неопределимая.

В нашей задаче предполагается, что затяжка имеет прогиб, она вписывается между продольными арматурами (см. фиг. 4) бортового элемента. Следовательно, можно сделать допущение, что

$$\begin{cases} R_a = T_a \\ R_3 = T_3. \end{cases} \quad (2.5)$$

Так как в середине пролета оболочки около линии А-А есть поперечные трещины, то очевидно, что при  $x = \frac{L}{2}$

$$T_{f=y=0} = 0. \quad (2.6)$$

Из условия (2.6) можем назначить  $f_0$  и  $y_0$ , требуя, что в середине пролета момент простой балки был бы воспринят результатами продольных сил.

На основании (2.5)

$$R_a = \frac{q_v^* L^2}{8f_0} \quad (2.7)$$

и

$$R_3 = \frac{Q_a L^2}{8y_0}. \quad (2.8)$$

Так как для общей системы (фиг. 5) в каждом сечении

$$\int T(s) ds = 0, \quad (2.9)$$

то

$$T_a = T_3 \quad (2.10)$$

или

$$R_a = R_3 \quad (2.11)$$

и отсюда

$$\frac{q_v^*}{f_0} = \frac{Q_a}{y_0} = \frac{\bar{q}_v - q_v^*}{y_0}, \quad (2.12)$$

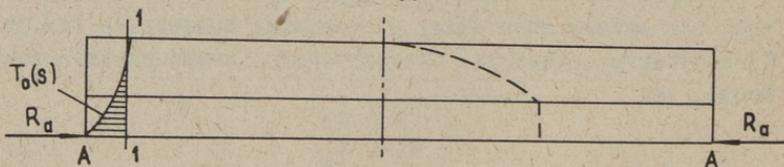
$$q_v^* = \frac{\bar{q}_v f_0}{f_0 + y_0} \quad (2.13)$$

$$Q_a = \frac{\bar{q}_v y_0}{f_0 + y_0}. \quad (2.14)$$

Для определения  $C_2(s)$  представим верхнюю часть арки, как пластину, сжатую сосредоточенными силами по углам (фиг. 6).

В каком-то сечении вблизи опоры

$$T = T_0(s).$$



Фиг. 6.

К сожалению, распределение  $T_0(s)$  очень трудно установить, т.к. условия передачи силы  $R_3$  на конструкцию пока не определены.

На основании работ Д.В. Вайнберга и Е.Д. Вайнберга [2], В.И. Самуля [16], П.М. Варвака [3], Е. Хампе [17] предложена следующая аппроксимация функции  $T_0(s)$  (фиг. 7):

в криволинейной части оболочки

$$T_0(s) = a s^n - b_1, \quad (2.15)$$

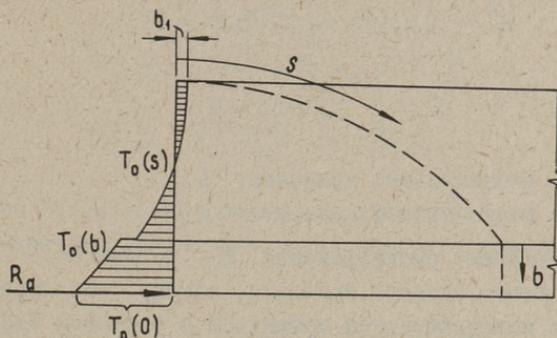
и в бортовом элементе

$$T_0(b) = [a(s_0 + b)^n + (\frac{\delta_0}{\delta} - 1) a s_0^n] - b_1. \quad (2.16)$$

Условием аппроксимации является

$$\int T_0(s) ds(b) = R_a. \quad (2.17)$$

Как в дальнейшем выясняется, основное влияние на расчет имеет интеграл произведения  $T_o(s) \cdot \bar{T}_i(s)$ .



Фиг. 7.

Так как ордината  $b_1$  по теории упругости вблизи торца оболочки мала, то в расчетах можно принять

$$b_1 = 0. \quad (2.18)$$

Для определения  $\alpha$  и  $n$  получаем следующую зависимость

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha &= \frac{T_o(0)}{(s_o + b_o)^n + \left(\frac{\delta_o}{\delta} - 1\right) s_o^n}, \\ n &= \frac{\alpha}{R_a} \left[ (s_o + b_o)^{n+1} + \left(\frac{\delta_o}{\delta} - 1\right) s_o^n b_o \right] - 1. \end{aligned} \right. \quad (2.19)$$

На основании (2.17) можно определить один независимый параметр ( $\alpha$  или  $n$ ), другой остается пока неопределенным.

Если  $x = 0$ , то из (2.3)

$$T = T_o = C_2(s). \quad (2.21)$$

Выпишем

$$T = \frac{xL}{2} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \frac{\partial}{\partial s} (\xi) + T_o \quad (2.22)$$

— выше линии А-А.

По аналогии такая же зависимость должна существовать и ниже линии А-А.

Равновесие поперечной полоски в вертикальном направлении дает

$$q^* + \int_0^{s_0} \zeta'_a(s) ds + \int_0^{b_0} \zeta'_0(b) db = 0; \quad (2.23)$$

$$Q_a + \int_0^{b_0-b'_0} \zeta'_3(b) db = 0, \quad (2.24)$$

где  $\zeta'_a$  - вертикальный компонент  $\zeta_a$ ,  
 $\zeta'_3$  - вертикальный компонент  $\zeta_3$ .

Если определение распределения  $\zeta_3$  по высоте бортового элемента не имеет особого значения, потому что продольные силы полностью воспринимаются арматурой в бортовом элементе и на поперечные моменты оболочки оказывает влияние только  $\int_0^{b_0-b'_0} \zeta'_3(b) db$ , то тем более важным является для нас распределение  $\zeta_a$ .

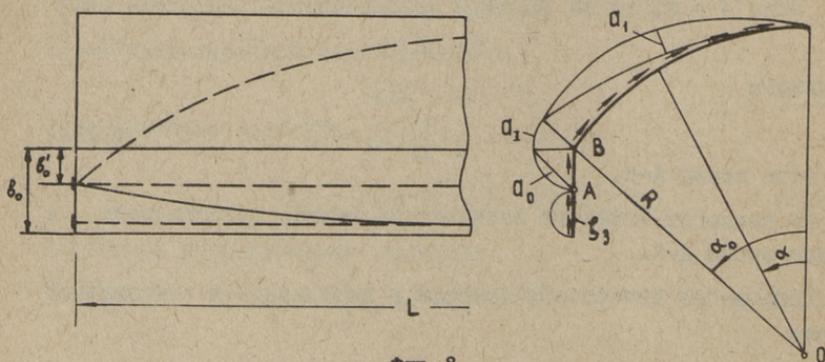
Разлагаем  $\zeta_a$  в тригонометрический ряд при помощи синусных волн [10].

Предполагаем, что в криволинейной части оболочки (фиг. 8):

$$\zeta = \zeta(s) = a_1 \frac{s}{s_0} + \sum_{i=1}^J a_i \sin \frac{i\pi s}{s_0} \quad (2.25)$$

и в бортовом элементе

$$\zeta = \zeta(b) = a_1 \left(1 - \frac{b}{b_0}\right) + a_0 \frac{4b(b'_0 - b)}{b_0^2}. \quad (2.26)$$



Фиг. 8.

На основании (2.24) имеем

$$q_i^* + \sum_{i=1}^j R a_i \frac{(-1)^{i+1} \sin \alpha_0}{\frac{i\pi}{\alpha_0} - \frac{\alpha_0}{i\pi}} + \frac{2}{3} b'_0 a_0 +$$

$$+ \left[ \frac{b'_0}{2} + R \left( \frac{\sin \alpha_0}{\alpha_0} - \cos \alpha_0 \right) \right] a_1 = 0. \quad (2.27)$$

В точке В, на линии соединения криволинейной части с бортовым элементом, напряжения (респ.деформ.) должны быть равны:

$$a_1 \frac{1}{s_0} + \sum_{i=1}^j (-1)^i \frac{i\pi}{s_0} a_i = \frac{\delta}{\delta_0} \left( -\frac{a_1}{b'_0} + \frac{4a_0}{b'_0} \right). \quad (2.28)$$

Обозначения:

- $a_i$  - максимальная ордината соответствующего синусного члена,  
 $b'_0$  - высота бортового элемента верхней части.

Из этих двух условий (2.27) и (2.28) можно определить два независимых параметра  $a_1$  и  $a_0$  в (2.25) и (2.26).

Для более точного решения задачи придется установить дополнительное условие зависимости параметров аппроксимации в (2.25) и (2.26).

По принятым допущениям (2.2) можно верхнюю часть оболочки условно считать упругой, т.е. дополнительным условием определения параметров  $a_i$  можно взять условие минимума потенциальной энергии системы.

Дальнейшее решение задачи совершается по [II] и [I2]. Только в условие минимума потенциальной энергии приписывается дополнительный член от  $T_0(s)$ :

$$\frac{\delta}{\delta^2} \left( \int_0^{s_0} \bar{M}_0 \cdot \bar{m}_\kappa ds + \sum_{i=1}^j a_i \int_0^{s_0} \bar{m}_i \cdot \bar{m}_\kappa ds \right) +$$

$$+ 0,2(6) \sum_{i=0}^j \int_{b'_0}^{s_0} \max \bar{T}_i \cdot \max \bar{T}_\kappa ds(b) + \frac{1}{3} \int_{b'_0}^{s_0} \max \bar{T}_\kappa \cdot T_0 ds = 0. \quad (2.29)$$

Так как часть уравнений нелинейные - (2.20) и (2.6), то задача решается при помощи итерации.

Для решения задачи составлена программа на алгоритмическом языке МАЛГОЛ для ЭВМ "Минск-22",

Время решения задачи 15-30 минут в зависимости от количества синусных членов и точности интегрирования.

Усилия в продольной арматуре вычисляются на основе (2.8)

Необходимо отметить еще следующее.

На фиг. 8, где показана эпюра  $\xi (s)$ , в пункте А единственным требованием является то, что  $\xi (sb) = 0$ .  $\xi (s)$  определяется из условия минимума потенциальной энергии. Но в действительности в области выше линии А-А на распределение  $\xi$  большое влияние оказывает раскрытие поперечной трещины. Следовательно, после получения более подробных данных о распределении  $\xi (s)$  из системы уравнений можно исключить одно из (2.29) и заменить его, например, величиной производной  $\xi (b)$  в точке А.

### 3. Критерий разрушения

Вышеизложенная схема расчета основана на идее, что при нагружении оболочки поперечные и наклонные трещины постепенно приближаются к опоре и, что продольная сила в растянутой арматуре станет равной у опоры и в середине пролета.

Таким образом, очень важными являются условия анкеровки продольной арматуры.

Выдерживание продольной арматуры у опоры может стать основным критерием разрушения оболочек в стадии предельного равновесия по продольной силе, так как поперечные моменты, имеющие при нормальном проектировании в вершине оболочки отрицательные значения, имеют запас в сторону положительных значений.

### 4. Определение $Q_5$

На основании данных рассуждений можно сделать вывод, что  $Q_5$  (сопротивление сжатой зоны оболочки к поперечной силе) для длинной железобетонной оболочки в стадии предельного равновесия по поперечной силе, является не свойством материала, а свойством конструкции.

Из (2.13) получим

$$Q_5(x) = q_V^* \left( \frac{L}{2} - x \right). \quad (4.1)$$

Основанием для (4.1) является то, что при работе оболочки по фиг. 3 и 4 поперечная сила  $\bar{Q}_z$  воспринимается вертикальным компонентом результата сжатия арки  $R_c$  и вертикальным компонентом результата растягивающей арматуры  $Q_a$ .

На фиг. 4 показан вертикальный компонент результата сжатия арки  $q_V^* \frac{L}{2}$ .

Можно написать

$$\bar{Q}_z = Q_a + Q_5. \quad (4.2)$$

Так как  $Q_a$  определяется в основном на основании расположения продольной арматуры (2.14), то и  $Q_5$  является функцией расположения продольной арматуры.

Это рассуждение приводит нас к выводу, что контроль у опоры оболочки при обеспечении прочной схемы работы

$$\bar{Q}_z \leq Q_a + Q_5 \quad (4.3)$$

не нужен, так как она выполнена априори, при условии, что продольные растягивающие силы оболочки воспринимаются арматурой и силы сжатия — бетоном у диафрагмы.

### З а к л ю ч е н и е

В заключение можно сделать некоторые выводы:

1) при обеспечении разрушения длинной цилиндрической оболочки по предельному состоянию по поперечной силе следует ожидать разрушения двух видов:

- а) выдергивание продольной арматуры у опоры,
- б) разрушение бортового элемента под поперечной силой  $Q_a$ .

2) расчет оболочки при обеспеченности выполнения условий пункта I можно вести по выработанной авторами схеме,

3) ожидается склонение поперечных моментов при условиях п. 1) в положительную сторону (влияние  $Q_d$ ),

4) основным условием для восприятия  $\bar{Q}_2$  в поперечном разрезе оболочки станет расположение и анкеровка продольной арматуры в бортовом элементе оболочки.

### Л и т е р а т у р а

1. I. W. Ar m i s h a w, N. G. B u n n i. The distribution of shear in rectangular beams. Concrete and Construction Engineering, vol. LXI, No. 4 and 5, 1966.

2. Д. В. В а й н б е р г, Е. Д. В а й н б е р г. Пластинки, диски, балки-стенки. Киев, 1959.

3. П. М. В а р в а к. Развитие и приложение метода сеток к расчету пластинок. Изд. АН УССР, Киев, 1949.

4. A. L. L. B a k e r and S. A h m a d. A statical indeterminate truss model for reinforced concrete beams failing by shear. Bulletin d'Information No 37, Comité Européen du Béton, Octobre 1962.

5. B. B r e s l e r, J. G. M a c G r e g o r. Review of concrete beams failing in shear. ASCE Proceedings, Journal of the Structural Division, vol. 93, No. 1, 1967.

6. P. G e r g e l e y. Splitting cracks along main reinforcement in concrete members. Report to Bureau of Public Roads, Cornell University USA, Apr. 1969.

7. Инструкция по проектированию железобетонных тонкостенных пространственных покрытий и перекрытий. Москва, 1961.

8. G. N. J. K a n i. The riddle of shear failure and its solution. Proceedings, ACJ, Detroit, Mich., vol. 61, April, 1964.

9. X. X. Л а у л. Цилиндрические железобетонные оболочки с трещинами в растянутой зоне. Труды ТПИ, НТО, 1953.

10. Х.Х. Л а у л. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. Труды ТПИ, НТО, 1953.

11. Х.Х. Л а у л. Примеры расчета железобетонных оболочек. ТПИ, Таллин, 1964.

12. Х.Х. Л а у л, В.Л. В о л т р и. Расчет длинных цилиндрических оболочек на ЭВМ "Минск-22", Труды ТПИ, серия А, № 296, 1970.

13. J.G. M a s G r e g o r, J.R.V. W a l t e r s. Analysis of inclined cracking shear in slender reinforced beams. ACI Journal, Proceedings V, No. 10, 1967.

14. Н.Е. М и л е й к о в с к и й. Расчет железобетонных цилиндрических сводов-оболочек. Москва, 1963.

15. В.А. О т с м а а, В.Л. В о л т р и. Исследования для определения сдвигающих сил в трещине железобетонной оболочки. Труды ТПИ, серия А, № 295, Таллин, 1970.

16. В.И. С а м у л ь. Основы теории упругости и пластичности. Изд. "Высшая школа", Москва, 1970.

17. Е. Н а м п е. Vorgespannte Konstruktionen, Band 2, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1965.

18. J.A. H o f b e s k, J.D. I b r a h i m, A.H. M a t t o s k. Shear transfer in reinforced concrete. Journal ACI, Proceedings V, No. 2, 1966.

19. O. W a t s t e i n, R.G. M a t h e y. Investigation of bond in beam and pollout specimens with high-yield-strength deformed bars. Journal ACI, March, 1966.

The Calculation of Internal Forces in Cylindrical Shells Failing in Shear

Summary

The paper deals with the computing of the cylindrical shells, the method is described and the results are discussed.

In the proposed computing method the shell is supposed to consist of a longitudinal arch and a tensile member in the edge beam.

The computing programme for the electronic computer MINSK 22 is presented. The graphs of internal forces received by this programme and those received by the theory of elasticity are compared.

УДК 624.074  
624.04

А.А. Равасос, В.Р. Кульбах

ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ СТАТИЧЕСКОЙ  
РАБОТЫ СЕДЛОВИДНЫХ ВИСЯЧИХ ПОКРЫТИЙ

В в е д е н и е

Для дальнейшего изучения статической работы седловидных висячих покрытий и для уточнения методов их расчета на кафедре строительных конструкций ТПИ проводилась серия экспериментов на модели седловидного висячего покрытия с контуром описываемым линией пересечения эллиптического цилиндра с поверхностью гиперболического параболоида и вантовой сеткой из девяти несущих и девяти стягивающих вант (см. фиг. 1).

Характеристика и методика испытания модели

Контур модели с общим подъемом 63,25 см имел в плане форму эллипса с полуосями 172,6 и 168,2 см. Он был изготовлен из отрезков стальной трубы  $\phi$  102 мм,  $\delta = 4$  мм стыковой сваркой. Конечный момент инерции контура составлял  $112,25 \text{ см}^4$ .

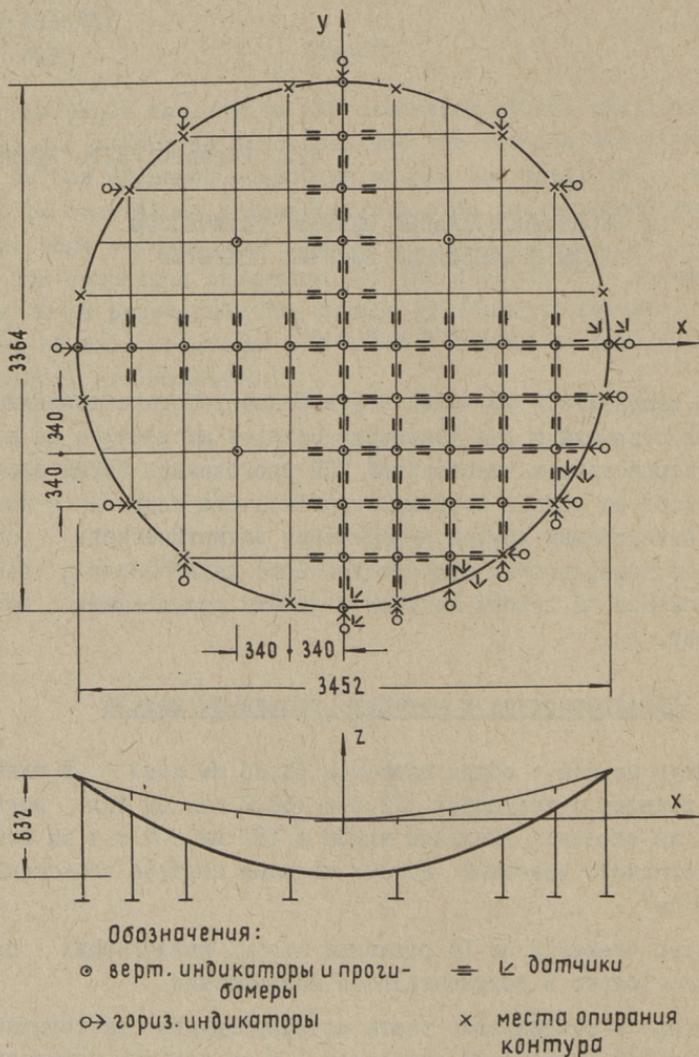
Контур опирался на 16 стальных стоек, позволяющих его смещение только в горизонтальном направлении.

Несущие и стягивающие ванты моделировались высокопрочной стальной проволокой диаметром 1,6 мм, модулем упругости  $2,049 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  и пределом прочности  $18500 \text{ кг/см}^2$ .

Деформации вант и контура измерялись тензодатчиками ЦНИИСКА (длина базы 20 мм), перемещения контура индикаторами (цена деления 0,01 мм) и вертикальные перемещения

узлов сетки прогибомерами типа Максимова (цена деления 0,1 мм).

Расположение измерительных приборов представлено на фиг. 1.



Фиг. 1.

Для создания предварительно напряженной вантовой сетки все ванты натягивались одновременно на внешнюю опорную раму с интервалом натяжения 25 кГ на одну ванту. Сетевая поверхность образовалась в условиях свободного взаимного скольжения вант. Состояние предварительного напряжения фиксировалось контурными анкерами и узловыми фиксаторами.

Модель была испытана на статистические нагрузки различной интенсивности по следующим схемам:

А - равномерно распределенная нагрузка по всей поверхности сетки,

Б - то же на половине пролета несущих вант,

В - то же на половине пролета стягивающих вант,

Г - то же на четверти покрытия,

Д - сосредоточенная нагрузка, приложенная на один узел сетки.

Максимальная интенсивность внешней узловой нагрузки составляла  $Q_{\text{макс}} = 7,588$  кГ.

При испытаниях варьировались величина и соотношение предварительного натяжения в семействах несущих и стягивающих вант.

Обработка экспериментальных данных производилась при помощи ЭЦВМ "Минск-22".

### Результаты испытаний

При анализе результатов испытаний вантовая сетка модели рассматривалась как непрерывная поверхность оболочки и результаты испытаний сравнивались с теоретически рассчитанными по расчетной схеме, изложенной в статьях [1, 2, 3].

Введены следующие обозначения, отличающиеся от приведенных в статьях [1, 2]:

$$\beta = \frac{H_{\text{оу}}}{H_{\text{ох}}}, \quad l_x = 2a, \quad \gamma = \frac{Q_i}{Q_{\text{макс}}},$$

где  $Q_{\text{макс}}$ ,  $Q_i$  - интенсивность внешней узловой нагрузки при различных степенях нагружения.

## 1. О начальной геометрии тросовой сетки

Модель была испытана с самообразующейся и ортогональной в плане вантовыми сетками. Величина предварительного напряжения во всех вантах одного семейства была принята одинаковой и при  $\beta = 3/4, \dots, 4/3$  составляла 50, ..., 100 кГ на одну ванту.

Неравномерность горизонтальных проекций предварительного напряжения в одном семействе вант не превышало  $\pm 2,2\%$ .

Начальная геометрия вантовой сетки определялась при помощи нивелирования. Полученная поверхность вантовой сетки сравнивалась с поверхностью гиперболического параболоида, принимая за критерий совпадения величину

$$\varepsilon = \frac{f_{i, \text{нив}} - f_{i, \text{теор}}}{f_{i, \text{теор}}} \cdot 100 [\%],$$

где  $f_{i, \text{нив}}$  и  $f_{i, \text{теор}}$  — величина провисания  $i$ -ного узла троса, определенного соответственно нивелированием и расчетом.

Для вантовой сетки, ортогональной в плане, величина  $\varepsilon$  на всей поверхности не превышала  $\pm 1,9\%$ , а в случаях самообразующейся сетки  $+5,4\%$ , имея наибольшее расхождение в крайних узлах сетки.

Учитывая относительно большой общий подъем контура модели

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{5,46}$$

можно предполагать, что в пределах реальных подъемов контура

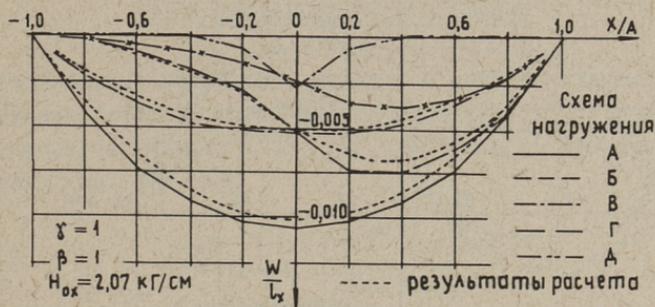
$$\frac{f}{l} = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}$$

начальная геометрия самообразующейся вантовой сетки еще больше сблизится с геометрией ортогональной в плане вантовой сетки и с достаточной точностью может быть описана поверхностью гиперболического параболоида.

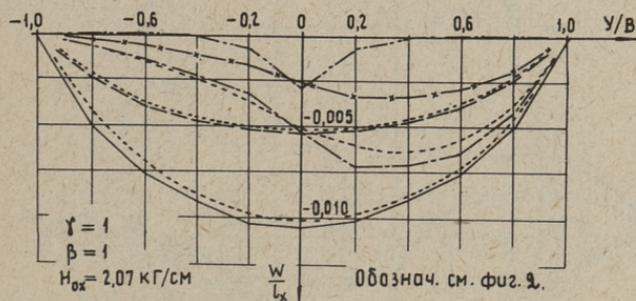
## 2. Вертикальные перемещения вантовой сетки

Эпиры вертикальных перемещений узлов вантовой сетки по главным осям покрытия для различных схем внешней нагрузки

приведены на фиг. 2 и 3.



Фиг. 2.



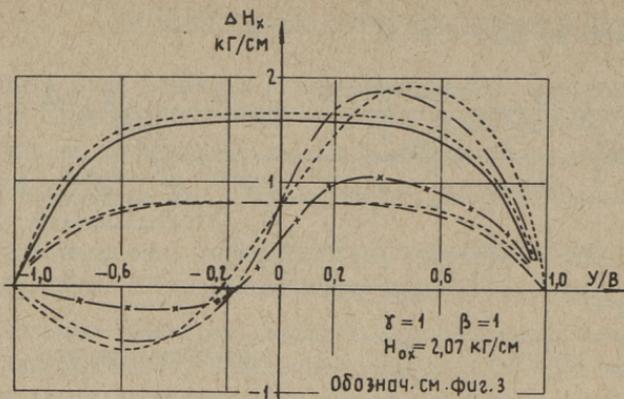
Фиг. 3.

При всех рассмотренных значениях  $\beta$  самые большие отрицательные перемещения вантовой сетки имели место при нагружении ее по схеме "А", а наибольшие положительные смещения при нагружении вантовой сетки по схеме "Г" на оси  $X = U$  (в этом случае они составляли  $\frac{W}{L_x} < 0,001$ ).

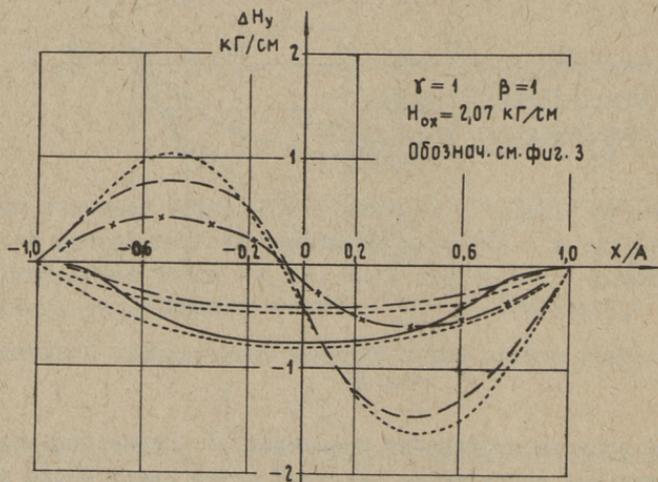
При всех вариантах нагружения вертикальные перемещения покрытия зависели почти линейно от интенсивности внешней нагрузки.

### 3. Усилия вантовой сетки

Распределение горизонтальных проекций изменений усилий по главным осям покрытия при различных схемах нагружения приведено на графиках фиг. 4 и 5.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

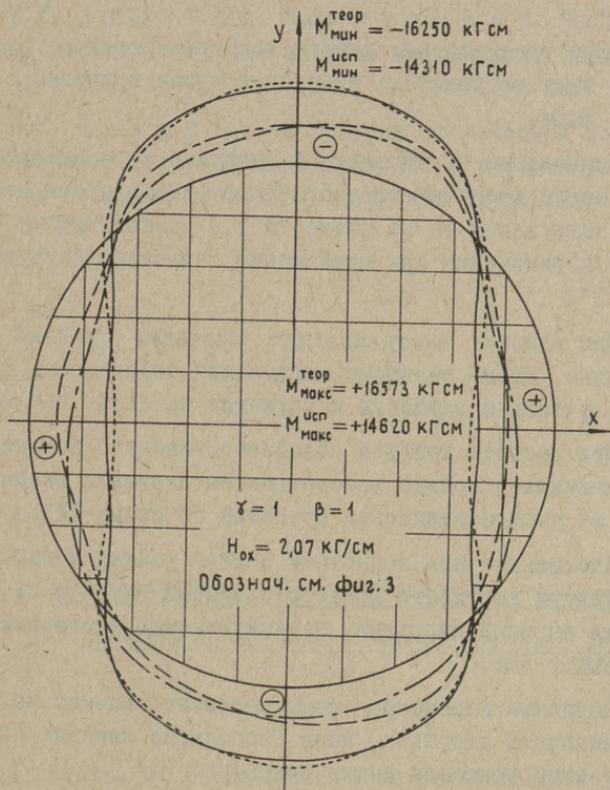
Схема нагружения вантовой сетки значительно влияет на экстремальные значения усилий в вантах покрытия.

Максимальные усилия в несущих вантах возникают при нагружении сетки по схеме "В", а наибольшие потери предварительного напряжения в стягивающих вантах при нагружении сетки по схеме "Б".

Величина усилий вант в деформированном состоянии существенно зависит от исходного параметра  $\beta$ .

### 3. О работе контура покрытия

Максимальные изгибающие моменты в контуре возникли при нагружении вантовой сетки модели по схеме "А", а при основных схемах нагружения ("А", "Б", "В") они не изменяют своего знака (см. фиг. 6).



Фиг. 6.

Изменение значения параметра  $\beta$  в пределах  $\beta = 0,75, \dots, 1,33$  не меняет экстремальных значений моментов в контуре больше чем на 15 %, а увеличение степени предварительного напряжения при  $\beta = 1$  в пределах  $H_{\text{ox}} = 1,38, \dots, 2,77 \text{ кг/см}$  не более чем на 13 %.

## В ы в о д ы

1. Начальная геометрия седловидного висячего покрытия с контуром, описанным линией пересечения эллиптического цилиндра с поверхностью гиперболического параболоида и имеющим общий подъем  $\frac{f}{l} < \frac{1}{5,5}$  при равномерном предварительном напряжении каждого семейства вант с достаточной точностью описывается поверхностью гиперболического параболоида.

2. При рассмотрении работы вантовой сетки следует иметь в виду возможность изменения знака кривизны линии прогиба вант.

3. Наибольшие по абсолютной величине отрицательные вертикальные перемещения во всех точках поверхности получают-ся при нагружении ее по схеме "А", а наибольшие положительные перемещения при приложении внешней нагрузки по схеме "Г".

4. Для оценки экстремальных значений усилий сетки необходимо, кроме варианта нагружения поверхности по схеме "А", учесть и варианты нагружения по схеме "Б" и "В".

5. При расчете контура подобного висячего покрытия можно ограничиться только рассмотрением варианта внешней нагрузки на всей поверхности покрытия по схеме "А".

6. Измеренные при испытании модели усилия и перемещения при принятой жесткости контура зависели линейно от интенсивности внешней нагрузки, за исключением изменений усилий стягивающих вант.

7. Величина параметра  $\beta$  существенно влияет на работу всего висячего покрытия, имея наибольшее влияние на изменение усилий вантовой сетки покрытия.

8. Изложенная в статьях [1,2,3] методика расчета подобных висячих покрытий с достаточной точностью определяет их деформированное состояние.

## Л и т е р а т у р а

1. В.Р. К у л ь б а х. О расчете пологих оболочек отрицательной кривизны, сопротивляющихся только растяжению. Изв. АН ЭССР, т. XIV, серия физ.-мат. и техн. наук, № 3, 1965.

2. В.Р. К у л ь б а х, А.А. Р а в а с о о. Расчет седловидных висячих покрытий методом коллокации. Труды ТПИ, серия А, № 295, 1970.

3. В.Р. К у л ь б а х. Об оценке статической работы висячих покрытий отрицательной кривизны с деформируемым контуром при действии временной нагрузки. Труды ТПИ, серия А, № 296, 1970.

A. Ravasoo, V. Kulbach

### An Experimental Investigation of Saddle-Shaped Hanging Roofs Subjected to Statical Loading

#### Summary

The results of investigation of pretensioned net roof of a hyperbolic paraboloid shape with elliptical boundaries in plan are presented in this paper. The behaviour of structure with various values of pretension in suspension and prestressing cables under statical loading is scrutinized. The experimental results are compared with theoretical ones, calculated by the theory presented in [1, 2, 3].



УДК 621.031

А.А. Равасо, В.Р. Кульбах

### НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА СЕДЛОВИДНЫХ ВИСЯЧИХ ПОКРЫТИЙ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ КОНТУРОМ

Как известно, кинематические перемещения вантовых систем существенно зависят от расположения внешней нагрузки [1]. Экспериментальные исследования, проведенные в Таллинском политехническом институте [4,5], подтверждают, что это относится и к седловидным висячим покрытиям. Распределение усилий вант также существенно меняется при изменении схемы нагружения покрытия, причем неполное нагружение может оказаться более опасным, чем полное. Так, например, изменения распоров вант при нагружении гипербола-параболоидного покрытия односторонней нагрузкой [5] больше, нежели при действии полной равномерно распределенной нагрузки.

В первой части настоящей статьи излагается методика расчета седловидных висячих покрытий на временные статические вертикальные нагрузки, разработанная на основе так называемой континуальной расчетной схемы. Вторая половина статьи посвящена анализу некоторых результатов расчета подобных висячих покрытий под действием статической нагрузки.

#### 1. Расчет висячих покрытий отрицательной кривизны на временные статические нагрузки

##### Общие уравнения

Рассматриваем случай нагружения седловидного висячего покрытия временной нагрузкой, изменяющей вдоль пролета несущих или стягивающих вант по закону

$$q = p_1 + p_2 \operatorname{sign}(\xi). \quad (1)$$

При приложении нагрузки (I) вдоль пролета несущих или стягивающих вант,  $\xi$  равно  $x$  или  $y$  [3] соответственно.

Расчет покрытия ведется сперва на постоянную составляющую нагрузки  $p_1$  по расчетной схеме, изложенной в статье [3]. Полученное деформированное состояние покрытия принимается за исходное при расчете его на антисимметричную составляющую нагрузки  $p_2 \operatorname{sign}(\xi)$ .

Обозначая индексами 1 и 2 параметры, полученные при расчете покрытия соответственно на составляющие нагрузки  $p_1$  и  $p_2 \operatorname{sign}(\xi)$ , получим расчетные формулы для расчета покрытия на переменные составляющие нагрузки в виде:

$$\Phi_{1,2} = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\partial w_2}{\partial \xi} \left( \frac{\partial(z+w_1)}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial w_2}{\partial \xi} \right) d\xi, \quad (2)$$

$$\Phi_{2,2} = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\partial w_2}{\partial \eta} \left( \frac{\partial(z+w_1)}{\partial \eta} + \frac{1}{2} \frac{\partial w_2}{\partial \eta} \right) d\eta, \quad (3)$$

$$\Phi_{3,2} = \frac{1}{E_{\xi} \delta_{\xi}} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left[ 1 + \left( \frac{\partial(z+w_1)}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{1/2} d\xi, \quad (4)$$

$$\Phi_{4,2} = \frac{1}{E_{\eta} \delta_{\eta}} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left[ 1 + \left( \frac{\partial(z+w_1)}{\partial \eta} \right)^2 \right]^{1/2} d\eta, \quad (5)$$

$$\Delta H_{\xi,2} = \frac{\Phi_{1,2} (\Phi_{4,2} + \Delta \eta_{\eta,2}) + \Phi_{2,2} \Delta \xi_{\xi,2}}{(\Phi_{3,2} + \Delta \xi_{\xi,2}) (\Phi_{4,2} + \Delta \eta_{\eta,2}) - \Delta \xi_{\xi,2} \Delta \eta_{\eta,2}}, \quad (6)$$

$$\Delta H_{\eta,2} = \frac{\Phi_{2,2} (\Phi_{3,2} + \Delta \xi_{\xi,2}) + \Phi_{1,2} \Delta \eta_{\eta,2}}{(\Phi_{3,2} + \Delta \xi_{\xi,2}) (\Phi_{4,2} + \Delta \eta_{\eta,2}) - \Delta \xi_{\xi,2} \Delta \eta_{\eta,2}}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
& [\Phi_{1,2} (\Phi_{4,2} + \Delta_{\eta_{1,2}}) + \Phi_{2,2} \Delta_{\xi_{1,2}}] \frac{\partial^2(z + w_1 + w_2)}{\partial \xi^2} + \\
& + [\Phi_{2,2} (\Phi_{3,2} + \Delta_{\xi_{1,2}}) + \Phi_{1,2} \Delta_{\eta_{1,2}}] \frac{\partial^2(z + w_1 + w_2)}{\partial \eta^2} + \\
& + [(\Phi_{3,2} + \Delta_{\xi_{1,2}})(\Phi_{4,2} + \Delta_{\eta_{1,2}}) - \Delta_{\xi_{1,2}} \Delta_{\eta_{1,2}}] \cdot [(H_{0\xi} + \\
& + \Delta H_{\xi,1}) \frac{\partial w_2}{\partial \xi^2} + (H_{0\eta} + \Delta H_{\eta,1}) \frac{\partial^2 w_2}{\partial \eta^2} - p_2 \operatorname{sign}(\xi)]. \quad (8)
\end{aligned}$$

Обозначения, отличающиеся от приведенных в статье [3]:

$\eta$  - горизонтальная ось, перпендикулярная оси  $\xi$ ,

$\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2$  - пределы интегрирования, зависящие от формы контура.

Полученное линейное дифференциальное уравнение разрешается относительно функции прогиба  $w_2$ .

Окончательное деформированное состояние висячего покрытия под нагрузкой (I) характеризуется смещениями и усилиями

$$w = w_1 + w_2, \quad (9)$$

$$\Delta H_x = \Delta H_{x,1} + \Delta H_{x,2}, \quad (10)$$

$$\Delta H_y = \Delta H_{y,1} + \Delta H_{y,2}. \quad (11)$$

#### Расчет гиперболо-параболоидного покрытия с эллиптическим контуром

В качестве приложения рассмотрим статический расчет висячего покрытия, имеющего в предварительно напряженном состоянии форму гиперболического параболоида.

$$z = \pm f_{\xi} \left( \frac{\xi}{a} \right)^2 \mp f_{\eta} \left( \frac{\eta}{b} \right)^2 \quad (12)$$

с эллиптической горизонтальной проекцией контура

$$\left( \frac{\xi}{a} \right)^2 + \left( \frac{\eta}{b} \right)^2 = 1. \quad (13)$$

При расчете покрытия на составляющую нагрузки  $p_1$ , аппроксимируем функцию его прогиба в виде:

$$w_1 = \left( w_{0,1} + w_{1,1} \frac{\xi^2}{a^2} + w_{2,1} \frac{\eta^2}{b^2} + w_{3,1} \frac{\xi^2 \eta^2}{a^2 b^2} + w_{4,1} \frac{\xi^4}{a^4} + \right. \\ \left. + w_{5,1} \frac{\eta^4}{b^4} + w_{6,1} \frac{\xi^4 \eta^4}{a^4 b^4} \right) \left( 1 - \frac{\xi^2}{a^2} - \frac{\eta^2}{b^2} \right), \quad (I4)$$

удовлетворяющем граничным условиям и условию симметрии деформации.

Учитывая возможность смещения контура только в горизонтальном направлении, имеем смещения его от единичных распоров

$$\Delta_{\xi\xi,1} = \frac{a^{0,5} b^{3,5} \left(1 - \frac{\eta^2}{b^2}\right)^{3/2}}{12 E_{\kappa} J_{\kappa}} \left\{ 1 - \frac{1}{120} \left[ 11 - \frac{26}{5} \left(1 - \frac{\eta^2}{b^2}\right) + \frac{8}{7} \left(1 - \frac{\eta^2}{b^2}\right)^2 \right] \right\}, \quad (I5)$$

$$\Delta_{\eta\xi,1} = \frac{a^{1,5} b^{2,5} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right)^{3/2}}{12 E_{\kappa} J_{\kappa}} \left\{ 1 - \frac{1}{120} \left[ 5 + 2 \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right) + \frac{8}{7} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right)^2 \right] \right\}, \quad (I6)$$

$$\Delta_{\eta\eta,1} = \frac{a^{3,5} b^{0,5} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right)^{3/2}}{12 E_{\kappa} J_{\kappa}} \left\{ 1 - \frac{1}{120} \left[ 11 - \frac{26}{5} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right) + \frac{8}{7} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right)^2 \right] \right\}, \quad (I7)$$

$$\Delta_{\xi\eta,1} = \frac{a^{2,5} b^{1,5} \left(1 - \frac{\eta^2}{b^2}\right)^{3/2}}{12 E_{\kappa} J_{\kappa}} \left\{ 1 - \frac{1}{120} \left[ 5 + 2 \left(1 - \frac{\eta^2}{b^2}\right) + \frac{8}{7} \left(1 - \frac{\eta^2}{b^2}\right)^2 \right] \right\}. \quad (I8)$$

Зависимости (I5)...(I8) соответствуют точно перемещениям кругового кольца под распорами  $\Delta H_{\xi} = 1 - \left(\frac{\xi}{a}\right)^4$  и  $\Delta H_{\eta} = 1 - \left(\frac{\eta}{b}\right)^4$  и дают хорошее сходство с соответствующими точными формулами расчета эллиптического кольца в пределах  $0,5 < \frac{b}{a} < 2$ .

Подставляя уравнения (I2), (I4)...(I8) в разрешающее уравнение (I9), разрешаем последнее методом коллокации [3] принимая семь коллокационных точек для нахождения неизвестных параметров функции прогиба. После вычисления изменений распоров покрытия используем все полученные результаты при расчете висячего покрытия под нагрузкой  $p_2 \cdot \text{sign}(\xi)$ .

Функцию прогиба аппроксимируем теперь в виде

$$w_2 = \left( w_{0,2} + w_{1,2} \frac{\xi}{a} + w_{2,2} \frac{\eta^2}{b^2} + w_{3,2} \frac{\xi \eta^2}{a b^2} + w_{4,2} \frac{\xi^3}{a^3} + w_{5,2} \frac{\eta^4}{b^4} + w_{6,2} \frac{\xi^3 \eta^4}{a^3 b^4} \right) \left( 1 - \frac{\xi^2}{a^2} - \frac{\eta^2}{b^2} \right), \quad (I9)$$

а смещения контура от единичных распоров задаем зависимостями

$$\Delta_{\xi\xi,2} = \Delta_{\xi\xi,1}, \quad (20)$$

$$\Delta_{\eta\xi,2} = \Delta_{\eta\xi,1}, \quad (21)$$

$$\Delta_{\xi\eta,2} = 0, \quad (22)$$

$$\Delta_{\eta\eta,2} = \frac{a^{3,5} b^{0,5} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right)^{3/2}}{120 E_{\kappa J_{\kappa}}} \frac{\xi}{a} \left[ \frac{11}{12} + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right) \right]. \quad (23)$$

Перемещение  $\Delta_{\eta\eta,2}$  соответствует точно смещению кругового кольца при действии антисимметричного распора  $\Delta H_{\eta} = \frac{\xi}{a} \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2}\right)$ . Перемещение  $\Delta_{\xi\eta,2}$  от действия указанного распора не вызывает удлинений вант в направлении оси  $\xi$ , являясь четной функцией  $\xi$ .

После подстановки функции прогиба (I9) в уравнения (2) ... (5) интегрируем последние по всей поверхности покрытия. Далее с учетом граничных условий по перемещениям (20) ... (23) разрешаем уравнение (8) методом коллокации, сохраняя координаты коллокационных точек, принятые при расчете покрытия на постоянную составляющую нагрузки. Учитывая зави-

симости (9)...(II) определяем окончательное деформированное состояние висячего покрытия под действием временной нагрузки.

На основе изложенной расчетной схемы составлена программа для ЭЦВМ "Минск-22" на алгоритмическом языке "МАЛГОЛ". В статье [5] приводится сравнение полученных расчетом результатов с соответствующими результатами эксперимента при нагрузке

$$p_1 = p_2 = \frac{q_l}{2},$$

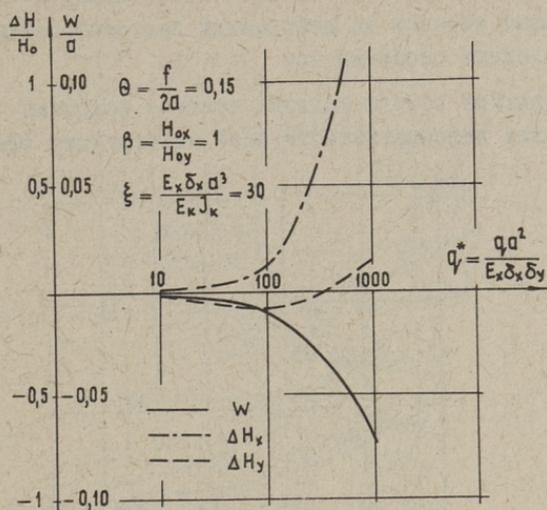
где  $q_l$  - интенсивность односторонней нагрузки на поверхности покрытия.

Из сопоставления результатов расчета и эксперимента видно их хорошее сходство.

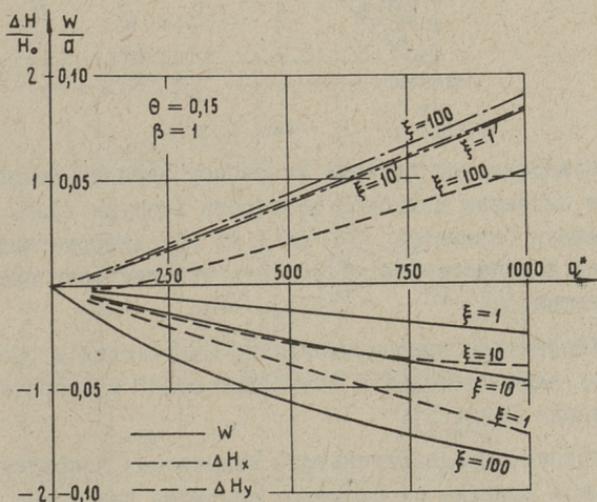
#### П. Влияние параметров системы на статическую работу покрытий с эллиптическим в плане контуром

Ниже приводятся результаты расчета предварительно напряженного висячего покрытия, имеющего форму гиперболического параболоида с эллиптическим в плане контуром, по методике, изложенной в статье [3], с учетом формул (15) ... (18).

При повышении интенсивности равномерно распределенной внешней нагрузки перемещения вантовой сетки и растягивающие напряжения несущих вант постепенно увеличиваются. Усилия в стягивающих вантах при малых интенсивностях нагрузки, как правило, уменьшаются до некоторого предела, зависящего от параметров конструкции, а затем происходит постепенное их увеличение (фиг. 1). Исключение составляют случаи, когда ввиду малой кривизны стягивающих вант, за счет малого общего подъема контура покрытия (фиг. 3) или за счет увеличения параметра  $\beta$ , влияние смещений контура на усилия стягивающих вант больше, чем влияние перемещений самой вантовой сетки. В этом случае уже при малых интенсивностях внешней нагрузки наблюдается увеличение усилий в стягивающих вантах. Аналогичное явление имеет место при весьма малой изгибной жесткости контура покрытия (фиг. 2).



Фиг. 1.

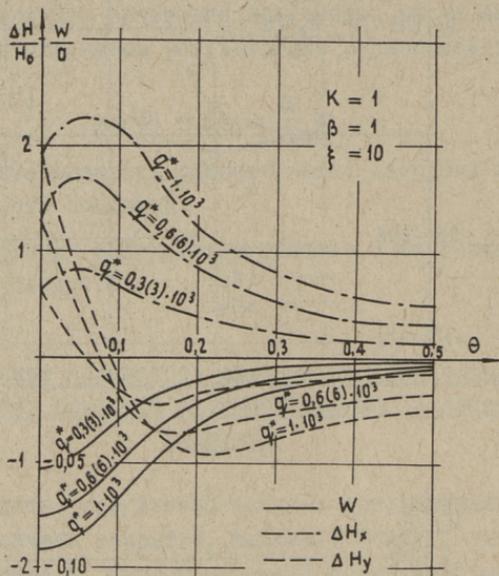


Фиг. 2.

Одностороннее действие внешней нагрузки может оказаться решающим как в смысле несущей способности несущих или стягивающих вант, так и в смысле выключения из работы стягивающих вант из-за истощения их предварительного напряжения.

Повышение параметра эллиптичности контура  $\kappa = \frac{b}{a}$  влияет главным образом на деформации вантовой сетки, увеличивая последние особенно при  $\kappa > 1$ .

Увеличение общего подъема контура покрытия вызывает уменьшение деформативности всей конструкции (Фиг. 3).



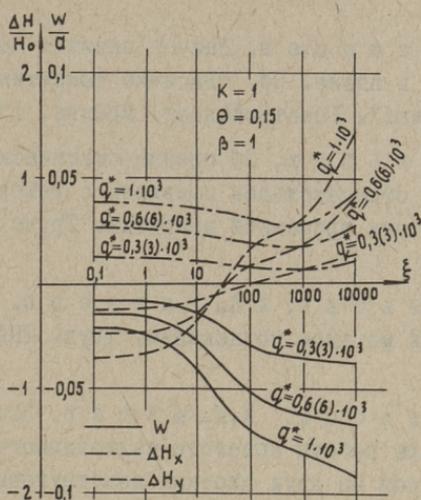
Фиг. 3.

Существенное влияние на работу висячих покрытий оказывает значение изгибной жесткости контура (Фиг. 4). С увеличением параметра  $\xi$  от 1 до 100 деформативность сетки резко повышается, а усилия стягивающих вант сразу увеличиваются.

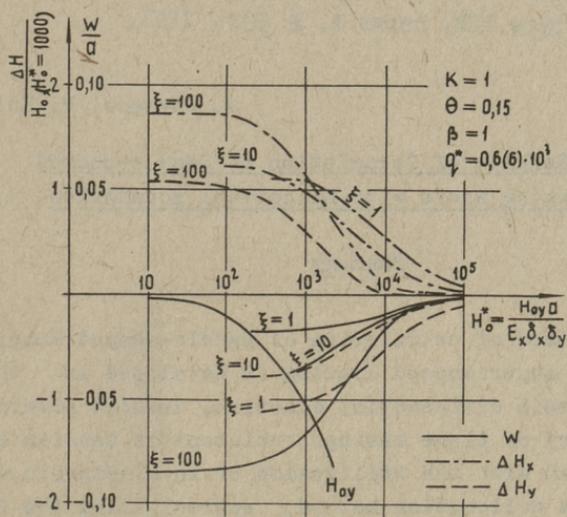
Увеличение предварительного напряжения в обоих семействах вант приводит к повышению общей жесткости всей конструкции (Фиг. 5).

Степень предварительного напряжения покрытия оказывает большее влияние на смещения покрытия при малых значениях изгибной жесткости контура.

Изменение соотношения начальных усилий вант  $\beta$  приводит к изменению соотношения стрел несущих и стягивающих вант, изменяя тем самым и распределение их усилий под действием внешней нагрузки.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Повышение жесткости контура с помощью затяжки приводит к уменьшению деформативности вантовой сетки и к увеличению растягивающих усилий несущих вант.

## Л и т е р а т у р а

1. Э.Н. Кузнецов. Расчет висячих покрытий кругового очертания в плане. Сб. "Висячие покрытия кругового очертания в плане". Госстройиздат. Москва, 1962.

2. В.Р. Кульбах. Об оценке статической работы висячих покрытий отрицательной кривизны с деформируемым контуром при действии временной нагрузки. Труды ТПИ, серия А, № 296, 1970.

3. В.Р. Кульбах, А.А. Равасоо. Расчет седловидных покрытий методом коллокации. Труды ТПИ, серия А, № 295, 1970.

4. В.Р. Кульбах, К.П. Нйгер. Экспериментальное исследование работы пологого седловидного висячего покрытия с контуром из двух плоских полукруговых арок. Труды ТПИ, серия А, № 295, 1970.

5. А.А. Равасоо, В.Р. Кульбах. Об экспериментальной оценке статической работы седловидных висячих покрытий. Труды ТПИ, серия А, № 307, 1971.

A. Ravasco, V. Kulbach

### Some Results of Calculation of Saddle-Shaped Hanging Roofs with Elliptical Boundaries

#### Summary

The method of calculation of saddle-shaped hanging roofs under superimposed loading is developed in this paper. The main differential equation, deduced according to the theory of plane casings resistant to tension only [3] is solved with the utilization of an electronic computer by the collocation method, approximating the function of flexure by the function of seven independent parameters.

The second part of this paper deals with the influence of geometrical and physical parameters on the behaviour of above mentioned construction under uniformly distributed load.





Цена 21 коп.