

Д. М. АНАНЬЕВ

**Применение общей теории качки судов
к определению продольной и поперечной сил и
момента рысканья, действующих на судно на
попутной волне**

Д. М. АНАНЬЕВ

**Применение общей теории качки судов
к определению продольной и поперечной сил и
момента рысканья, действующих на судно на
попутной волне**



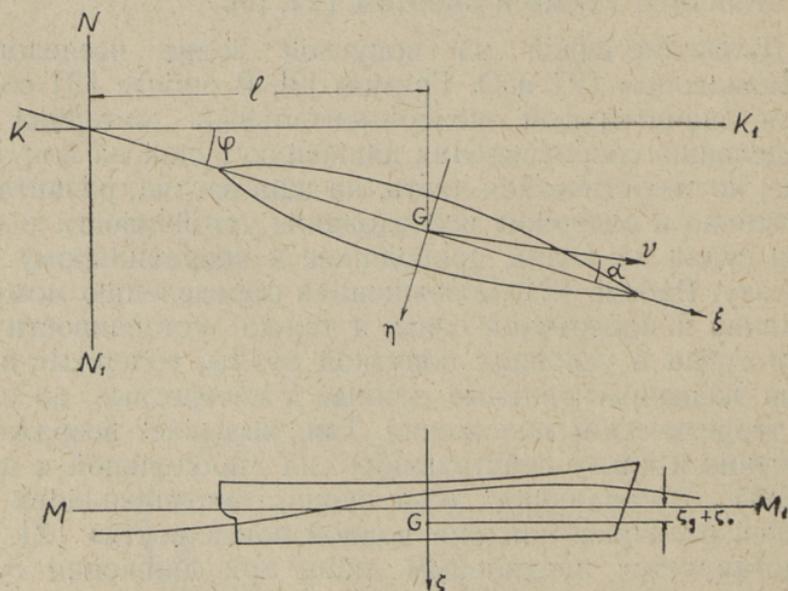
Определение момента рыскания и поперечной силы на попутном волнении представляет интерес для оценки качеств управляемости судна. Существует мнение [2], что испытания судна на попутной волне являются «критическими» испытаниями на управляемость. Известно также, что на попутной волне к судну может быть приложено значительное дополнительное сопротивление или, наоборот, добавочная движущая сила. Существует даже особый вид водного спорта, который заключается в катании на досках или шлюпках, движимых попутной волной. Простейшим случаем попутного волнения является такой, когда судно не меняет своего положения относительно профиля волны. В дальнейшем изложении под движением судна на попутной волне понимается именно этот случай. Это относится также к работам [2], [3].

Движение судна на попутной волне исследовано К. Давидсоном [2] и О. Гримом [3]. В работе [3] содержится значительный экспериментальный материал по определению сопротивления движению судна на попутной волне, но теоретическая часть, на наш взгляд, развита недостаточно и содержит исследование устойчивости равновесия судна на волне, приводящее к неправильному результату. Работа [2], посвященная определению момента рыскания и поперечной силы, а также устойчивости на курсе судна в условиях попутной волны, содержит некоторые экспериментальные данные и интересные, но спорные теоретические положения. Так, вызывает возражения отнесение к числу действующих сил (продольной и поперечной), составляющих веса судна, «возникающих от средней величины наклона водной поверхности» [2]. Это представляется правильным лишь при движении судна по реке.

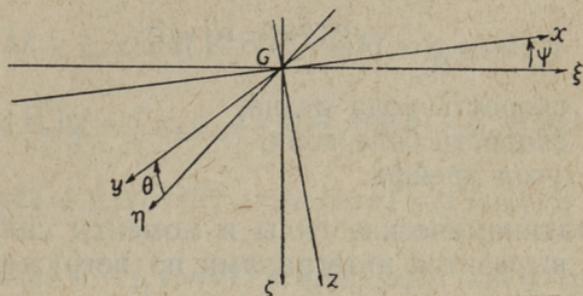
В настоящей статье делается попытка определения продольной и поперечной гидродинамических сил и мо-

мента рысканья, действующих на судно в условиях попутной волны на основе общей теории качки корабля, предложенной А. Н. Крыловым [1]. В наших выводах пренебрегаем влиянием корабельных волн и вязкостью воды. Волны считаем регулярными, плоскими и гармоническими.

Принимаем две системы прямоугольных координат с началом в центре тяжести судна G (фиг. 1 и 2). Система координат xuz связана с судном. Система координат $\xi\eta\zeta$ выбрана таким образом, что плоскость $\xi\eta$ параллельна поверхности спокойной воды, а ось ξ представляет собой проекцию оси x на плоскость $\xi\eta$. Положение судна определяется следующими величинами: l — отстояние центра тяжести судна от ближайшей подошвы волны, измеренное вдоль направления бега волн; ζg — погружение центра тяжести судна при плавании его на тихой воде; ζ_0 — изменение отстояния центра тяжести судна от поверхности спокойной воды; ψ — угол между осями ξ и x (угол дифферента); Θ — угол между осями η и y (угол крена). На фиг. 1 линия NN_1 — подошва волны, MM_1 — уровень спокойной воды, KK_1 — направление бега волн.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Считая углы ψ и θ малыми, координаты ξ , η , ζ можно связать с координатами x , y , z следующими равенствами:

$$\begin{aligned} \xi &= x + z\psi \\ \eta &= y - z\theta \\ \zeta &= -x\psi + y\theta + z \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение профиля волны:

$$\zeta_g = r \cos(kl + k_1\xi - k_2\eta) - \zeta_g - \zeta_0 \quad (2)$$

Давление в волне:

$$p = p_0 + \gamma(\zeta_g + \zeta_0 + \zeta) - \gamma r e^{-k(\zeta_g + \zeta_0 + \zeta)} \cos(kl + k_1\xi - k_2\eta) \quad (3)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $k_1 = k \cos \psi$, $k_2 = k \sin \psi$

Здесь обозначено:

$2r$ — высота волны,

λ — длина волны,

γ — удельный вес воды,

p_0 — давление на свободной поверхности,

ψ — угол курса судна относительно направления бега волн.

Рассматриваемое движение судна возможно при соблюдении равенства:

$$v \cos(\varphi - \alpha) = c \quad (4)$$

где v — скорость хода судна,
 c — скорость бега волн,
 α — угол дрейфа.

Гидродинамические силы и моменты сил, вызванные волнами, выразятся интегралами по погруженному объему судна:

$$P_{\xi} = - \int \frac{\partial p}{\partial \xi} dV$$

$$P_{\eta} = - \int \frac{\partial p}{\partial \eta} dV \quad (5)$$

$$P_{\zeta} = - \int \frac{\partial p}{\partial \zeta} dV$$

$$M_{\xi} = \int \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \zeta - \frac{\partial p}{\partial \zeta} \eta \right) dV$$

$$M_{\eta} = \int \left(\frac{\partial p}{\partial \zeta} \xi - \frac{\partial p}{\partial \xi} \zeta \right) dV \quad (6)$$

$$M_{\zeta} = \int \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \eta - \frac{\partial p}{\partial \eta} \xi \right) dV$$

В первом приближении, пренебрегая членами второго порядка малости, получим в соответствии с решением А. Н. Крылова [1]:

$$P_{\xi} = -\gamma r k_1 (B_0 \cos kl + A_0 \sin kl)$$

$$P_{\eta} = \gamma r k_2 (B_0 \cos kl + A_0 \sin kl)$$

$$P_{\zeta} = -\gamma V_0 - \gamma [S \zeta_0 - S x_f \varphi + rk (A_0 \cos kl -$$

$$- B_0 \sin kl) - r (a_0 \cos kl - b_0 \sin kl)] \quad (7)$$

$$M_{\xi} = \gamma \left[-(I_x - aV_0)\theta + rk(H, \cos kl + G, \sin kl) - \right.$$

$$\left. -rk_2(F, \cos kl + E, \sin kl) - r(h, \cos kl + g, \sin kl) \right]$$

$$M_{\eta} = \gamma \left[-(I_y - aV_0)\psi + Sx_f c_0 + rk(A, \cos kl - B, \sin kl) - \right. \quad (8)$$

$$\left. -rk_1(F, \cos kl + E, \sin kl) - r(a, \cos kl - b, \sin kl) \right]$$

$$M_{\zeta} = \gamma r \left[k_1(G, \cos kl - H, \sin kl) + k_2(B, \cos kl + A, \sin kl) \right]$$

Здесь обозначено:

V_0 — объемное водоизмещение судна

S — площадь накрашенной (грузовой) ватерлинии,

X_f — абсцисса ц. т. площади S ,

I_x, I_y — моменты инерции площади S ,

a — возвышение центра тяжести судна над центром величины на тихой воде;

$$a_0 = 2 \int_L y_0 \cos k_1 x dx$$

$$b_0 = 2 \int_L y_0 \sin k_1 x dx$$

$$a_1 = 2 \int_L x y_0 \cos k_1 x dx$$

$$b_1 = 2 \int_L x y_0 \sin k_1 x dx$$

$$g_1 = -\frac{2}{3} k_2 \int_L y_0^3 \cos k_1 x dx$$

$$h_1 = -\frac{2}{3} k_2 \int_L y_0^3 \sin k_1 x dx$$

(9)

$$\begin{aligned}
A_0 &= 2 \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} y \cos k_1 x dz_1 dx \\
B_0 &= 2 \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} y \sin k_1 x dz_1 dx \\
A_1 &= 2 \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} x y \cos k_1 x dz_1 dx \\
B_1 &= 2 \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} x y \sin k_1 x dz_1 dx \\
E_1 &= 2 \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} (z_1 - z_g) y \cos k_1 x dz_1 dx \\
F_1 &= 2 \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} (z_1 - z_g) y \sin k_1 x dz_1 dx \\
G_1 &= -\frac{2}{3} \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} y^3 \cos k_1 x dz_1 dx \\
H_1 &= -\frac{2}{3} \int_{L_0}^T \int_0^T e^{-kz_1} y^3 \sin k_1 x dz_1 dx
\end{aligned} \tag{10}$$

В формулах (9) и (10) приняты дополнительные обозначения:

L — длина судна,

T — осадка,

y — ордината судовой поверхности,

y_0 — ордината накрашенной (грузовой) ватерлинии

$$Z_1 = Z + Z_g ; Z_g = \zeta_g .$$

В формулах (7) и (8) величины $P\xi$, $P\eta$ и $M\zeta$ определены лишь через интегралы, распространенные по объему V_0 , ограниченному килем и накрашенной ватерлинией. Определим $P\xi$, $P\eta$ и $M\zeta$ во втором приближении, принимая во внимание отброшенные в предыдущем выводе этих величин интегралы по объему V_1 , заключенному между волновой и накрашенной ватерлиниями. Учет влияния изменения посадки судна (т. е. величин φ , Θ , ξ_0) на интегралы, распространенные по V_0 , приводит к малым поправкам. Поэтому эти интегралы не уточняем и, рассматривая погруженный объем как разность $V_0 - V_1$, бе-

рем для продольной силы поправку к первому приближению в виде:

$$\Delta P_{\xi} = \int \frac{\partial p}{\partial \xi} dV$$

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \gamma r k_1 e^{-k(\zeta + \zeta_0 + \zeta_1)} \sin(kl + k_1 \xi - k_2 \eta)$$

Учитывая малость ζ_0 , φ и θ , а также малую по сравнению с длиной волны высоту объема V_1 , можно принять:

$$\Delta P_{\xi} = \gamma r k_1 \int_0^{z_0} \int_0^{y_0} \int_0^{z_0} \sin(kl + k_1 x - k_2 y) dy dz dx$$

где $z_0 = r \cos(kl + k_1 x - k_2 y) - \zeta_0 + x\varphi - y\theta$

Заменим также:

$$\sin k_2 y_0 = k_2 y_0 \quad \sin 2k_2 y_0 = 2k_2 y_0$$

$$\frac{\sin k_2 y_0}{k_2} - y_0 \cos k_2 y_0 = \frac{k_2^2 y_0^3}{3}$$

Окончательно получим продольную силу в виде:

$$P_{\xi} = -\gamma r k_1 \left[B_0 \cos kl + A_0 \sin kl - \frac{r}{2} (b'_0 \cos 2kl + a'_0 \sin 2kl) + \zeta_0 (b_0 \cos kl + a_0 \sin kl) - \varphi (b_1 \cos kl + a_1 \sin kl) + \theta (g_1 \cos kl - h_1 \sin kl) \right] \quad (11)$$

Аналогично:

$$P_{\eta} = \gamma r k_2 \left[B_0 \cos kl + A_0 \sin kl - \frac{r}{2} (b'_0 \cos 2kl + a'_0 \sin 2kl) + \zeta_0 (b_0 \cos kl + a_0 \sin kl) - \varphi (b_1 \cos kl + a_1 \sin kl) + \theta (g_1 \cos kl - h_1 \sin kl) \right] \quad (12)$$

Подобным же образом уточняем момент рысканья. Поправка к величине момента, полученной в первом приближении, равна:

$$\Delta M_{\zeta} = - \int_{V_1} \left(\eta \frac{\partial p}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) dV$$

Найдя эту поправку при принятых при определении P_{ξ} и P_{η} допущениях, получим момент рысканья

$$M_{\zeta} = \gamma r \left\{ k_1 (G_1 \cos kl - H_1 \sin kl) + k_2 (B_2 \cos kl + A_2 \sin kl) + \right. \\ - k_1 \frac{\Gamma}{2} (g_1' \cos 2kl - h_1' \sin 2kl) - k_2 \frac{\Gamma}{2} (b_2' \cos 2kl + a_2' \sin 2kl) + \\ + \zeta_0 [k_1 (g_1 \cos kl - h_1 \sin kl) + k_2 (b_2 \cos kl + a_2 \sin kl)] - \\ - \psi [k_1 (g_2 \cos kl - h_2 \sin kl) + k_2 (b_2 \cos kl + a_2 \sin kl)] - \\ \left. - \theta \left[\frac{k_1}{k_2} (h_1 \cos kl + g_1 \sin kl) - k_2 (g_2 \cos kl - h_2 \sin kl) \right] \right\} \quad (13)$$

$$a_0' = 2 \int_L y_0 \cos 2kx dx$$

$$b_0' = 2 \int_L y_0 \sin 2kx dx$$

$$a_1' = 2 \int_L xy_0 \cos 2kx dx$$

$$b_1' = 2 \int_L xy_0 \sin 2kx dx$$

$$g_1' = - \frac{2k_2}{3} \int_L y_0^3 \cos 2kx dx$$

$$h_1' = - \frac{2k_2}{3} \int_L y_0^3 \sin 2kx dx \quad (14)$$

$$g_2 = - \frac{2k_2}{3} \int_L xy_0^3 \cos 2kx dx$$

$$h_2 = - \frac{2k_2}{3} \int_L xy_0^3 \sin 2kx dx$$

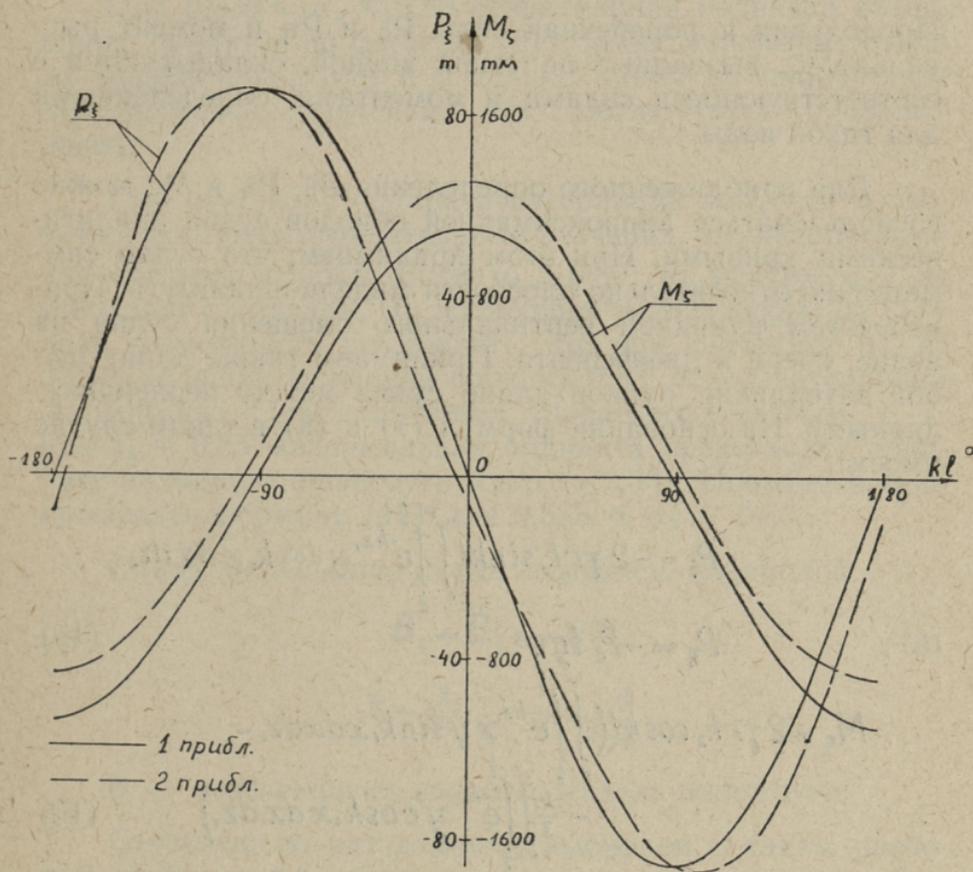
$$a_2 = 2 \int_L x^2 y_0 \cos kx dx$$

$$b_2 = 2 \int_L x^2 y_0 \sin kx dx$$

При выводе формул (14) тригонометрические функции аргументов $k_2 y_0$ и $2k_2 y_0$ заменялись разложением в степенные ряды с оставлением в интегралах (14) первых членов рядов. ζ_0 , φ и Θ подставляются в формулы (11), (12), (13) согласно первому приближению, т. е. исходя из (7) и (8).

По формулам (7), (8), (11), (12) и (13) были произведены расчеты P_ξ , P_η , M_ζ для танкера водоизмещением 1460 м^3 с размерениями $L = 60,4 \text{ м}$; $B = 10,0 \text{ м}$; $T = 3,5 \text{ м}$. При этом длина волны принималась равной длине судна, а высота волны определялась по формуле Циммермана

$$2r = 0,17 \lambda^{\frac{1}{4}}$$



Фиг. 3.

Графики P_{ξ} , P_{η} и M_{ζ} при $\varphi = 30^\circ$, подсчитанные по формулам первого приближения (7), (8) и по уточненным формулам (11), (12), (13), показаны на фиг. 3. Из фиг. 3 видно, что при более грубых расчётах можно довольствоваться результатами первого приближения.

Заметим также, что при небольших углах φ продольная сила P_{ξ} меняется сравнительно мало, а поперечная сила P_{η} и момент рысканья M_{ζ} приблизительно пропорциональны углу φ . Поэтому при подстановке этих сил в уравнения движения судна при небольших (до 20°) значениях φ сила P_{ξ} может приниматься постоянной, а P_{η} и M_{ζ} можно считать линейными функциями φ , определяя их по формулам (7) и (8). При этом в формулах (7), (8), (10) принимается

$$K_1 = K; K_2 = K\varphi$$

Продольная и поперечная силы P_{ξ} и P_{η} и момент рысканья M_{ζ} , вызванные попутной волной, складываются с соответствующими силами и моментами, определенными для тихой воды.

Для приближенного определения P_{ξ} , P_{η} и M_{ζ} можно воспользоваться аппроксимацией обводов судна аналитическими кривыми. При этом принимаем, что судно симметрично относительно плоскости мидель-шпангоута. Прибрегаем влиянием вертикального смещения судна на волне, крена и дифферента. Принимаем также длину любой ватерлинии равной длине судна между перпендикулярными. На основании формул (7) и (8) в таком случае имеем:

$$P_{\xi} = -2\gamma r k_1 \sin k l \int_{0-\frac{l}{2}}^l \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} e^{-kz_1} y \cos k_1 x dx dz, \quad (15)$$

$$P_{\eta} = -P_{\xi} \operatorname{tg} \varphi$$

$$M_{\zeta} = 2\gamma r k_2 \cos k l \left(\int_{0-\frac{l}{2}}^l \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} e^{-kz_1} x y \sin k_1 x dx dz, - \right. \\ \left. - \frac{k_1}{3} \int_{0-\frac{l}{2}}^l \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} e^{-kz_1} y^3 \cos k_1 x dx dz, \right) \quad (16)$$

Безразмерную ординату ватерлинии представим степенной функцией

$$\bar{y} = 1 + a\bar{x}^2 + b\bar{x}^4 \quad (17)$$

где

$$\bar{x} = \frac{2x}{L} \quad \bar{y} = \frac{2y}{B_z}$$

B_z — ширина ватерлинии на мидель-шпангоуте. Коэффициенты a и b легко выражаются через коэффициент полноты ватерлинии

$$a = 7,5\alpha_z - 6$$

$$b = 5 - 7,5\alpha_z$$

При $0,533 \leq \alpha_z \leq 0,80$ безразмерная ордината ватерлинии, принятая по формуле (21), имеет максимум только на мидель-шпангоуте и в то же время не приобретает отрицательных значений, что соответствует судовому обводу.

При $\alpha_z < 0,533$ ордината ватерлинии получает в оконечностях судна отрицательные значения, что недопустимо для судового обвода. Если $\alpha_z > 0,80$, то максимум \bar{y} не совпадает с миделем. Но подробный анализ формулы (17) дает возможность утверждать, что при значениях α_z , не превосходящих величины порядка 0,85, обвод ватерлиний по формуле (17) получается удовлетворительным, т. к. при $\alpha_z = 0,85$ максимальная ордината превосходит ординату на мидель-шпангоуте всего на 2,5%. Поэтому можно применять формулу (17) для $0,533 \leq \alpha_z \leq 0,85$.

Обвод мидель-шпангоута заменяем параболой:

$$B_z = B(1 - \bar{z}^m) \quad (18)$$

$$\bar{z} = \frac{z_1}{L} \quad m = \frac{\beta}{1-\beta}$$

β — коэффициент полноты мидель-шпангоута.

Строевую по ватерлиниям выбираем с таким расчетом, чтобы коэффициент полноты нулевой ватерлинии был равен 0,533 и при замене действительных обводов судна

кривыми по формулам (17) и (18) сохранялись водоизмещение V_0 и площадь накрашенной ватерлинии S . Тогда:

$$S_z = 0,533BL(1 - \bar{z}^m) + (S - 0,533LB)(1 - \bar{z}^n)$$

S_z — площадь ватерлинии

$$n = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

$$\alpha = \frac{\delta - 0,533\beta}{\alpha - 0,533}$$

δ — коэффициент общей полноты

α — коэффициент полноты накрашенной (грузовой) ватерлинии.

Преобразуем интеграл, входящий в формулы (15):

$$\int\limits_{0-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int\limits_{0-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-kz} y \cos kx dx dz = \frac{LBT}{2} \int_0^1 e^{-p\bar{z}} (1 - \bar{z}^m) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \bar{y} \cos u \bar{x} d\bar{x} d\bar{z} \quad (19)$$

где

$$p = \frac{2\pi T}{\lambda}$$

$$u = \pi \frac{L}{\lambda} \cos \varphi$$

После интегрирования имеем:

$$P_\xi = -2 \gamma r BT (F_2 \varphi_1 + 2 F_3 \varphi_2) \sin kL$$

$$P_\eta = -P_\xi \operatorname{tg} \varphi \quad (20)$$

$$F_1 = \beta f(p, \beta)$$

$$F_2 = 2F_1 - (7,5\alpha - 4)\alpha f(p, \alpha)$$

$$F_3 = F_1 - F_2$$

$$\begin{aligned}
 f(\rho, \beta) &= 1 + \sum_{i=1,2}^{\infty} \frac{(-1)^i \rho^i}{(i+1)!(i+1-i\beta)} \\
 f(\rho, \alpha) &= 1 + \sum_{i=1,2}^{\infty} \frac{(-1)^i \rho^i}{(i+1)!(i+1-i\beta)} \\
 \varphi_1 &= \int_{-1}^1 \bar{x} \sin u \bar{x} d\bar{x} \\
 \varphi_2 &= \int_{-1}^1 \bar{x}^3 \sin u \bar{x} d\bar{x}
 \end{aligned} \tag{21}$$

Введя амплитуду угла волнового склона, можно представить полученные выражения в другом виде:

$$\begin{aligned}
 P_{\xi} &= -\frac{\gamma}{\pi} \Theta_0 \frac{\lambda}{L} LBT (F_2 \varphi_1 + 2F_3 \varphi_2) \operatorname{sink} l \\
 P_{\eta} &= -P_{\xi} \operatorname{tg} \varphi
 \end{aligned} \tag{22}$$

где амплитуда угла волнового склона

$$\Theta_0 = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

Подобным же образом преобразуем первый интеграл, входящий в момент рысканья (16) и получим:

$$\begin{aligned}
 2 \int_0^1 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-kz_1} x y \operatorname{sink}_1 x dx dz_1 &= \frac{L^2 BT}{4} (F_1 \varphi_1 - F_2 \varphi_2 - F_3 \varphi_3) \\
 \varphi_3 &= \int_{-1}^1 \bar{x}^5 \sin u \bar{x} d\bar{x}
 \end{aligned} \tag{23}$$

Вторая составляющая момента рысканья (16) по сравнению с первой мала. Поэтому для упрощения полагаем, что безразмерная ордината судовой поверхности выражается равенством:

$$\bar{y} = f_1(\bar{x}) f_2(\bar{z}) \tag{24}$$

Это равносильно предположению, что коэффициенты полноты всех ватерлиний равны коэффициенту полноты грузовой ватерлинии α , а коэффициенты полноты всех шпангоутов равны коэффициенту полноты миделя β .

Принимаем: $f_1(\bar{x}) = \bar{y}_0 = 1 + a\bar{x}^2 + b\bar{x}^4$

где y_0 — безразмерная ордината г. в. л.

$$a = 7,5\alpha - 6$$

$$b = 5 - 7,5\alpha$$

Согласно решению С. Н. Благовещенского [4]:

$$f_2^3(\bar{z}) = 1 - (\bar{z})^{\frac{\Phi}{1-\Psi}}$$

$$\Psi = \chi - 0,4(1 - \chi) \quad \chi = \frac{\delta}{\alpha}$$

После ряда вычислений получим:

$$\int_0^1 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-kz} y^3 \cos kx dx dz = \frac{3LB^3T}{8u} \Psi f(\rho, \Psi) \Phi$$

$$f(\rho, \Psi) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i \rho^i}{(i+1)!(i+1-i\Psi)} \quad (25)$$

Весь момент рысканья:

$$M_S = \gamma r k \frac{L^2 B T}{4} [F_1 \varphi_1 - F_2 \varphi_2 - F_3 \varphi_3 - \left(\frac{B}{L}\right)^2 \Psi f(\rho, \Psi) \Phi] \sin \varphi \cos kl$$

(26)

где $\Phi = \frac{4}{u^2} (A\varphi_1 + B\varphi_2 + C\varphi_3 + D\varphi_4 + E\varphi_5)$

$$A = 3(a^2 + b)$$

$$B = 5a(a^2 + 6b)$$

$$C = 42b(a^2 + b)$$

$$D = 90ab^2$$

$$E = 55b^3$$

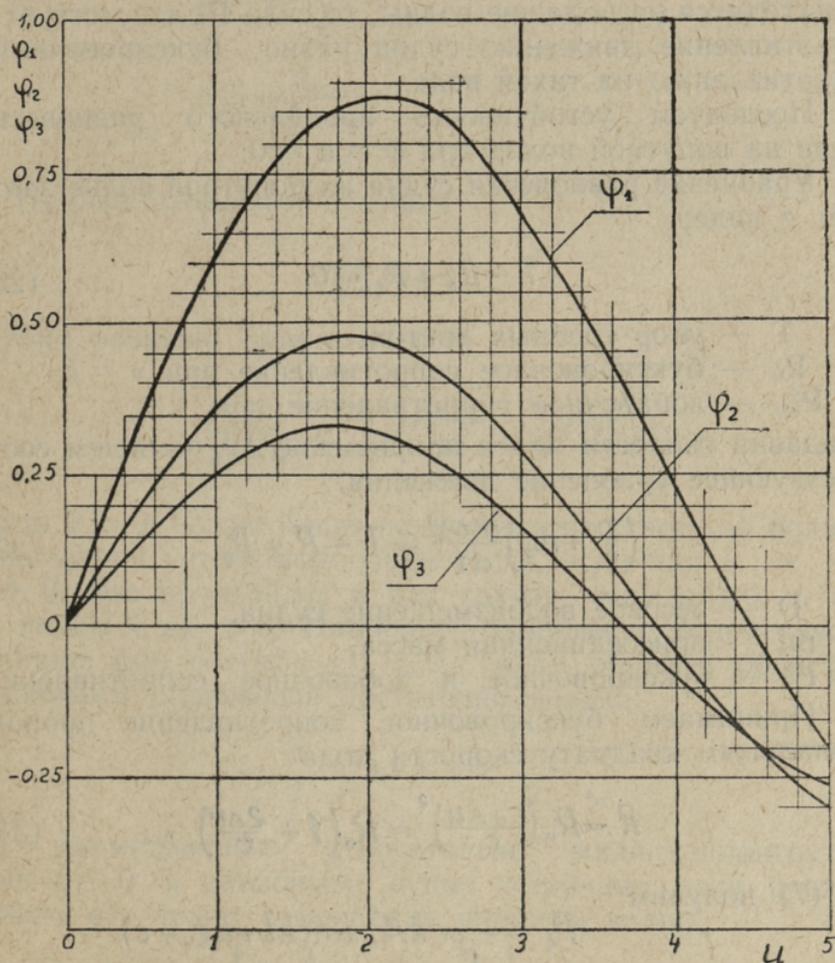
$$\varphi_1 = \int_{-1}^1 \bar{x}^1 \sin u \bar{x} d\bar{x} \quad (27)$$

$$\varphi_5 = \int_{-1}^1 \bar{x}^5 \sin u \bar{x} d\bar{x}$$

Остальные обозначения приведены выше. M_ζ можно записать также через амплитуду угла волнового склона:

$$M_\zeta = \gamma \theta_0 \frac{L^2 BT}{4} [F_1 \varphi_1 - F_2 \varphi_2 - F_3 \varphi_3 - \left(\frac{B}{L}\right)^2 \psi f(\rho, \psi) \Phi] \sin \varphi \cos kL \quad (28)$$

Последний член в скобках формулы (26) или (28) можно не учитывать. Необходимые для расчетов величины $f(\rho, \beta)$, $f(\rho, \kappa)$, $f(\rho, \psi)$ можно снять с графиков в работе [4], построенных для величины $f_1(\rho, \chi)$, принимая вместо коэффициента вертикальной полноты β , κ , либо ψ . Графики величин φ_1 , φ_2 , φ_3 даются на фиг. 4.



Фиг. 4.

Расчет по формулам (20) и (26) для танкера водоизмещением 1460 м^3 показал, что эти приближенные формулы при длине волны, равной длине судна, и $\varphi = 10\text{--}30^\circ$ дают преуменьшенные на $10\text{--}14\%$ значения сил и несколько преувеличенное (до 6%) значение момента рысканья.

Представляет интерес исследование устойчивости продольного равновесия судна на попутной волне. Такое исследование для $\varphi = 0$ производилось О. Гримом [3], но вследствие чрезмерного упрощения выводов получилось, что равновесие судна будет устойчивым лишь в том случае, если центр тяжести его смещен на незначительную величину от подошвы волны. Если же центр тяжести судна находится на подошве волны, то сила P_ξ отсутствует и сопротивление движению судна равно буксировочному сопротивлению на тихой воде.

Исследуем устойчивость продольного равновесия судна на попутной волне при $\varphi = \alpha = 0$.

Уравнение равновесия судна на попутной волне запишем в виде:

$$T - R_0 + P_{\xi_0} = 0 \quad (29)$$

где T — упор гребных винтов,

R_0 — буксировочное сопротивление при $v = c$

P_{ξ_0} — добавочное сопротивление при $v = c$

Придавая скорости малое приращение Δv , запишем соответствующее уравнение движения:

$$\left(\frac{D}{g} + m_1\right) \frac{d(\Delta v)}{dt} = T - R + P_\xi \quad (30)$$

где D — весовое водоизмещение судна,

m_1 — присоединенная масса,

R и P_ξ — буксировочное и добавочное сопротивление.

Принимаем буксировочное сопротивление пропорциональным квадрату скорости хода

$$R = R_0 \left(\frac{c + \Delta v}{c}\right)^2 \approx R_0 \left(1 + \frac{2\Delta v}{c}\right) \quad (31)$$

Из (7) получим:

$$P_\xi = -\gamma r k A'_0 \sin(kl + k\xi_1 + \varepsilon)$$

$$A'_0 = \sqrt{A_0^2 + B_0^2} \quad \text{tg } \varepsilon = \frac{B_0}{A_0}$$

Считая перемещение судна ξ_1 малым, полагаем

$$\cos k\xi_1 \approx 1 \quad \sin k\xi_1 \approx k\xi_1$$

$$P_\xi \approx P_{\xi_0} - \gamma r k^2 \xi_1 A'_0 \cos(kl + \varepsilon) \quad (32)$$

Подставляя (31) и (32) в уравнение (30) и учитывая (29), получим:

$$\frac{d^2 \xi_1}{dt^2} + 2v \frac{d\xi_1}{dt} + n^2 \xi_1 = 0 \quad (33)$$

$$n^2 = \frac{\gamma r k^2 A'_0 \cos(kl + \varepsilon)}{\frac{D}{g} + m_1}$$

$$v = \frac{R_0}{c(\frac{D}{g} + m_1)}$$

Приняв начальные условия: $t = 0, \xi_1 = 0,$

$$\frac{d\xi_1}{dt} = (\Delta v)_0$$

получим решение уравнения (33)

$$\xi_1 = \frac{(\Delta v)_0}{2\sqrt{v^2 - n^2}} e^{-vt} (e^{t\sqrt{v^2 - n^2}} - e^{-t\sqrt{v^2 - n^2}})$$

Всегда $v > 0$. Судно будет находиться на попутной волне в положении устойчивого равновесия, если при $t \rightarrow \infty$ $\xi_1 \rightarrow 0$. Это произойдет в том случае, если $n^2 > 0$, т. е. при $\cos(kl + \varepsilon) > 0$. Наоборот, равновесие будет неустойчивым при $\cos(kl + \varepsilon) < 0$. Таким образом область устойчивого равновесия достаточно велика:

$$-\frac{\pi}{2} < kl + \varepsilon < \frac{\pi}{2}$$

Для симметричного относительно мидель-шпангоута судна $\varepsilon = 0$ и равновесие судно устойчиво, если центр тяжести его лежит в пределах впадины волны

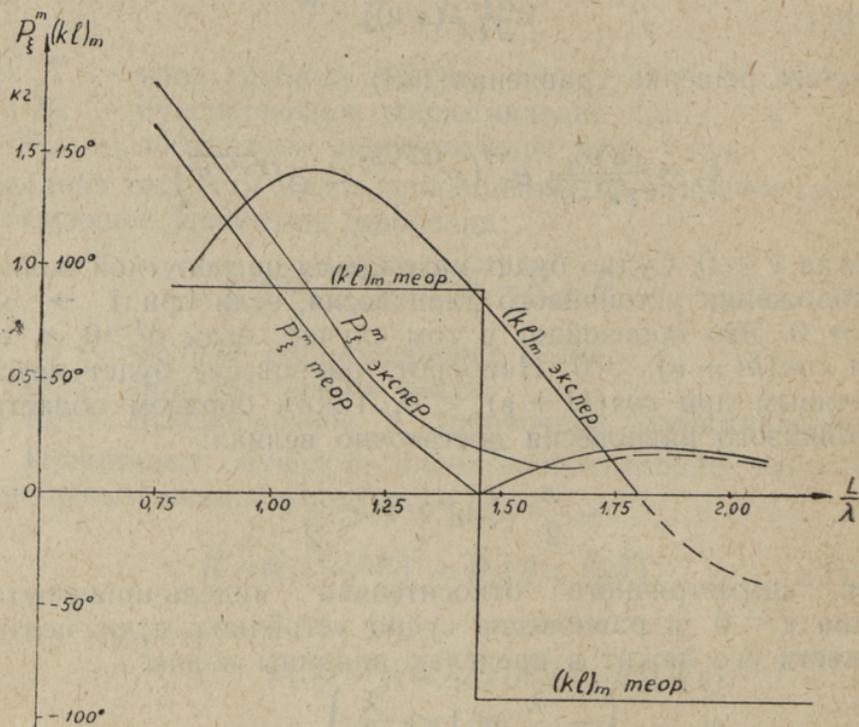
$$\left(-\frac{\lambda}{4} < l < \frac{\lambda}{4} \right)$$

К. Давидсоном и О. Гримом были проведены на моделях эксперименты для определения дополнительных сил, действующих на судно в условиях попутной волны. О. Грим [3] исследовал добавочное сопротивление R_{ξ} при угле φ и угле дрейфа α равных нулю. К сожалению О. Грим не дает теоретических чертежей испытанных им моделей. Даны лишь водоизмещения, главные размеры и коэффициент продольной полноты моделей. Поэтому для сравнения результатов опытов О. Грима с теорией пришлось воспользоваться приближенными формулами (20), принимая в них коэффициент полноты грузовой ватерлинии по формуле, рекомендуемой в курсах проектирования судов [5]:

$$\chi = 0,7\varphi + 0,28$$

где φ — коэффициент продольной полноты.

При таких предположениях были подсчитаны абсолютные значения амплитуды добавочного сопротивления R_{ξ}^m модели со следующими элементами $D = 16,5$ кг, $L = 1720$ мм, $B = 240$ мм, $T = 70$ мм, $\varphi = 0,65$.



Фиг. 5.

Результаты расчета и сравнение с экспериментом даны на фиг. 5. Кроме того, на фиг. 5 показаны значения углов $(kl)_m$, соответствующие максимальному добавочному сопротивлению. Как видно, совпадение по силам удовлетворительное. Сильное различие кривых $(kl)_m$, построенных на основе теории и по экспериментальным данным, можно объяснить несимметричностью модели относительно мидель-шпангоута.

Анализ опыта Давидсона [2], из которого определялись дополнительная поперечная сила $P\eta$ и дополнительный момент рысканья $M\zeta$ при $\lambda = L$ для наиболее устойчивого на попутной волне положения, показывает, что действительная величина $M\zeta$ значительно больше величины его, полученной на основе теории А. Н. Крылова. Сила $P\eta$, полученная Давидсоном, весьма мала, что при значительном в данном случае влиянии свободной поверхности (небольшое отношение осадки к высоте волны) не дает возможности для сравнения с теорией.

Таким образом, повидимому расчет дополнительных сил и моментов, действующих на судно на попутной волне, построенный на основе теории А. Н. Крылова, дает удовлетворительные результаты для продольной силы и дает лишь часть добавочного момента рысканья.

Анализ устойчивости равновесия судна на попутной волне, из которого видно, что судно может сохранять устойчивое положение в пределах впадины волны, позволяет допустить возможность движения судна за счет энергии волны при неработающем движителе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Собрание трудов академика А. Н. Крылова, т. XI. Качка корабля. АН СССР, 1951.
2. Davidson, K. S. M., A Note on the Steering on the Ships in Following Seas, VII Int. Congress of Applied Mechanics, London, 1948.
3. Grim, O., Das Schiff in von achtern auflaufender See, Jahrbuch der STG, 45 Band, 1951.
4. С. Н. Благовещенский, О вычислении главной части возмущающего момента при боковой качке корабля на регулярном волнении, Труды НТО судостроительной промышленности, том VII, вып. II, Судпромгиз, 1957.
5. Л. М. Ногид, Теория проектирования судов, Судпромгиз, 1955.

Д. М. Ананьев

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ КАЧКИ СУДОВ К ОПРЕДЕ-
ЛЕНИЮ ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛ И МОМЕНТА
РЫСКАНЬЯ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА СУДНО НА ПОПУТНОЙ
ВОЛНЕ

Таллинский Политехнический Институт

*

Редактор А. Гаршнек

Технический редактор А. Тамм

Корректор Н. Шервинская

Подписано к печати 07. IX 1959. Бумага $54 \times 84^{1/16}$. Печатных
листов 1,5. По формату 60×92 печатных листов 1,23. Учетно-изда-
тельских листов 0,73. Тираж 400. Заказ № 492. МВ-08151.

Типография Управления Делами СМ ЭССР, Таллин.

Цена 55 коп.

Цена 55 коп.

С. 1. 1001 р.

Цена — р. 06 к.