

р. 6.7
408

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 408

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

Сборник статей
VIII

ТАЛЛИН 1976

Ep. 6. /

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 408

1976

УДК 539
537
538
548

Т Р У Д Ы П О Ф И З И К Е

Сборник статей

УШ

Таллин 1976

INSTITUT D'ÉTUDES SCIENTIFIQUES
DE LA RÉPUBLIQUE SOCIALISTE D'ESTONIE

1973

12 212

1211 017

017

017

017

TRAVAUX DE RECHERCHE

Сборник статей

VI



1973 12 212

УДК 535.37; 535.343.2

Т.И.Трофимова, Т.В.Руус, М.Я.Рузалеп

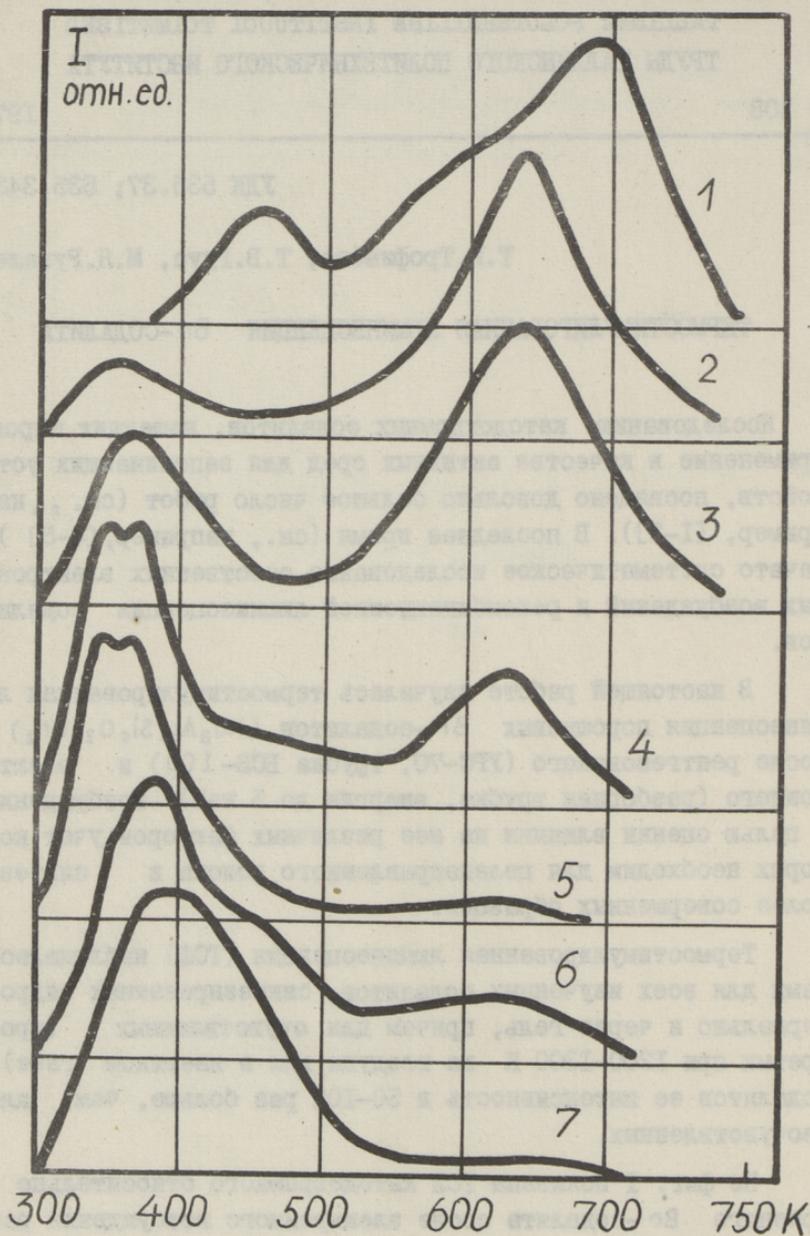
ТЕРМОСТИМУЛИРОВАННАЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ Вr-СОДАЛИТА

Исследованию катодохромных содалитов, нашедших широкое применение в качестве активных сред для запоминающих устройств, посвящено довольно большое число работ (см., например, [1-3]). В последнее время (см., например, [4-5]) начато систематическое исследование собственных электронных возбуждений и рекомбинационной люминесценции содалитов.

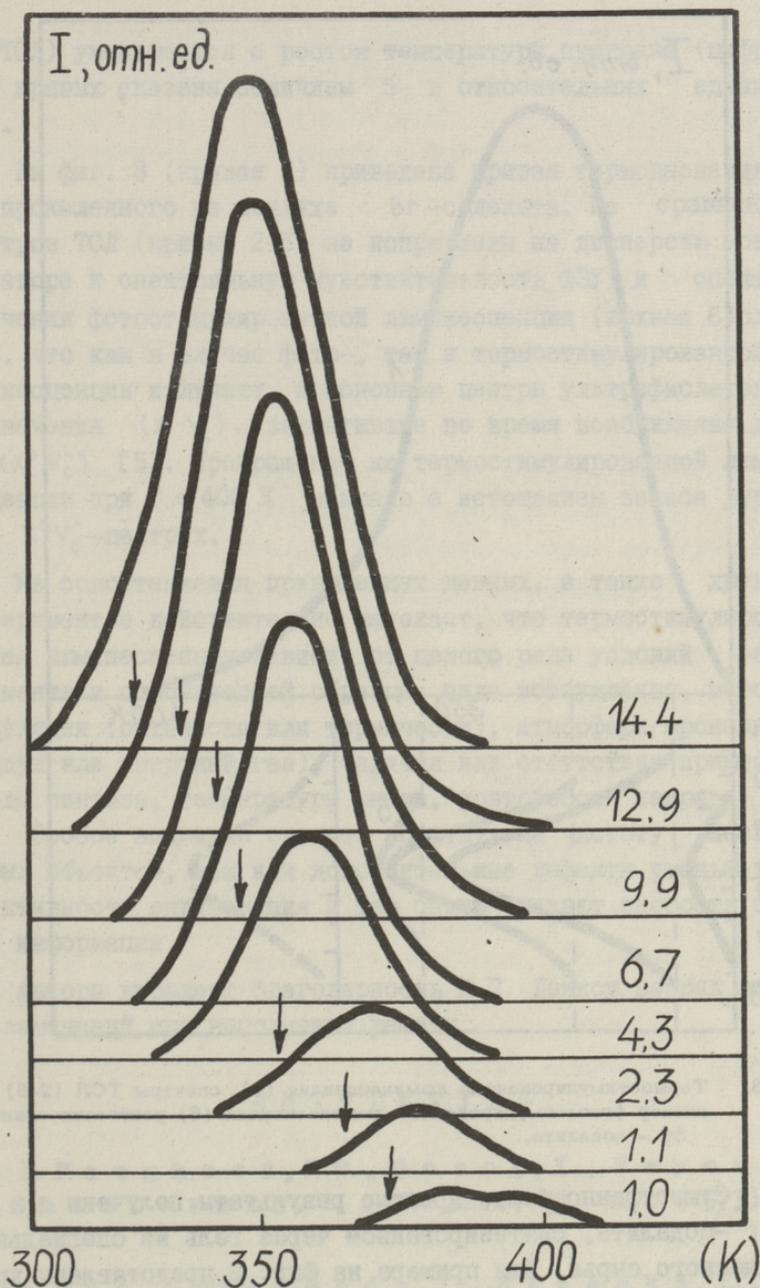
В настоящей работе изучалась термостимулированная люминесценция порошковых Вr-содалитов ($\text{Na}_8\text{Al}_6\text{Si}_6\text{O}_{24}\text{Br}_2$) после рентгеновского (УРС-70, трубка БСВ-1Cu) и электронного (разборная трубка, энергия до 5 кэВ) возбуждений с целью оценки влияния на нее различных факторов, учет которых необходим для целенаправленного поиска и синтеза более совершенных образцов.

Термостимулированная люминесценция (ТСЛ) наблюдалась нами для всех изученных содалитов, синтезированных гидротермально и через гель, причем для очувствленных (прогретых при 1200-1300 К на воздухе или в инертном газе) содалитов ее интенсивность в 50-100 раз больше, чем для неочувствленных.

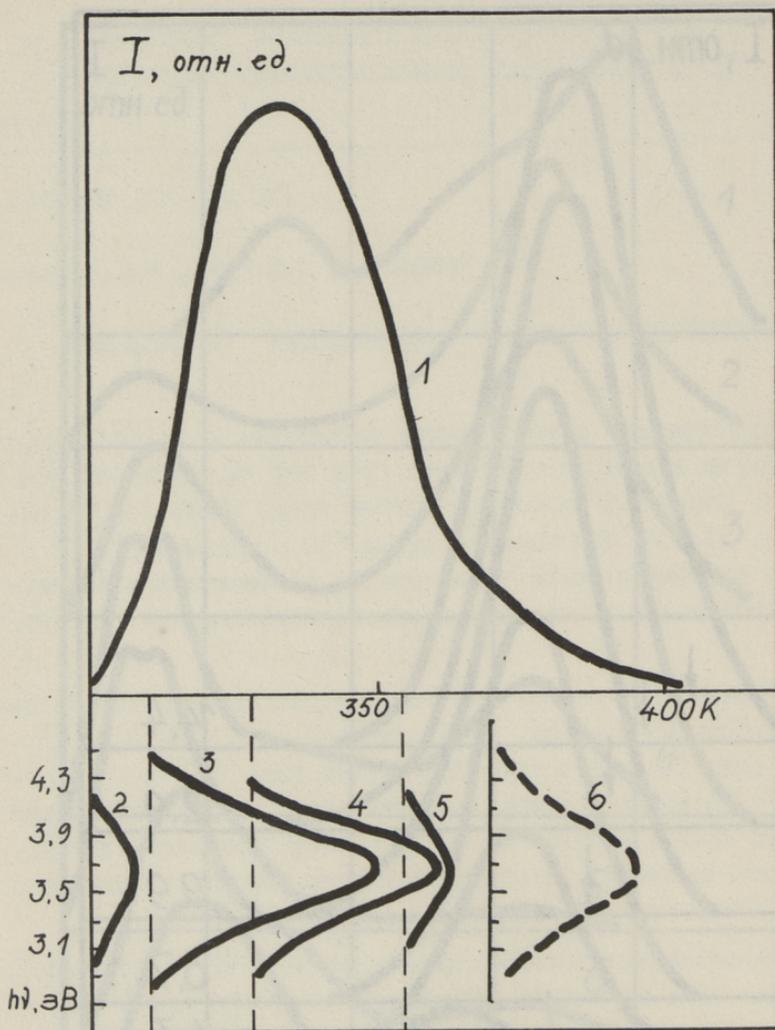
На фиг. 1 показана ТСЛ катодохромного относительно грязного Вr-содалита после электронного возбуждения разной длительности (кривые 1-6, время возбуждения от $8 \cdot 10^{-4}$ с до 300 с) и рентгеновского возбуждения (кривая 7, длительность 600 с), откуда следует, что свечение наблюдается вплоть до 700 К, а форма кривой ТСЛ и число пиков на ней сильно зависит от степени и характера возбуждения.



Фиг. 1. Кривые термостимулированной люминесценции Bg - содалита после возбуждения электронным пучком (1-6) и рентгенизации (7). Длительность возбуждения:
 1 - $8 \cdot 10^{-4}$ с; 2 - $4 \cdot 10^{-3}$ с; 3 - $8 \cdot 10^{-3}$ с; 4 - $6 \cdot 10^{-1}$ с; 5 - 6 с;
 6 - 300 с; 7 - 600 с (35 кВ, 10 мА).



Фиг. 2. Кривые термостимулированной люминесценции предварительно рентгенизованного Be - содалита. Стрелками указаны температуры предварительного прогрева, цифрами у кривых - высвеченная светосумма (в относительных единицах).



Фиг. 3. Термостимулированная люминесценция (1), спектры ТСЛ (2-5) и спектр фотостимулированной люминесценции (6) рентгенизованного Вг - содалита.

Существенно более простые результаты получены на Вг -содалите, синтезированном через гель из специально очищенного сырья. Для примера на фиг. 2 представлены кривые ТСЛ для Вг -содалита, очувствленного прогревом в инертной атмосфере. Для выделения отдельных пиков ТСЛ применен метод предварительного прогрева (температуры прогрева указаны на фиг. 2 стрелками) возбужденного содалита. Величина запасенной светосуммы (площади S под кри-

вой ТСЛ) уменьшается с ростом температуры прогрева (цифрами у кривых указаны величины S в относительных единицах).

На фиг. 3 (кривая 1) приведена кривая термовысвечивания прокаленного на воздухе $B\gamma$ -содалита. Из сравнения спектров ТСЛ (кривые 2-5, не исправлены на дисперсию монохроматора и спектральную чувствительность ФЭУ) и спектра излучения фотостимулированной люминесценции (кривая 6) следует, что как в случае фото-, так и термостимулированной люминесценции излучают, в основном центры ультрафиолетового свечения ($\chi^- V_c^-$), захватившие во время возбуждения дырки ($\chi^0 V_c^-$) [5]. Прекращение же термостимулированной люминесценции при $T \approx 400$ К связано с истощением запаса дырок на $\chi^0 V_c^-$ -центрах.

Из сопоставления приведенных данных, а также других экспериментов действительно вытекает, что термостимулированная люминесценция зависит от целого ряда условий эксперимента и особенностей образца: вида возбуждения, метода стимуляции (оптически или термически), атмосферы прокалки (воздух или инертный газ), наличия или отсутствия примесей, метода синтеза, температуры опыта, повторности нагрева и т.д. Особое внимание следует обратить на чистоту исследуемых объектов, так как дополнительные дефекты уменьшают эффективность окрашивания и тем самым снижают скорость записи информации.

Авторы выражают благодарность В.П. Денксу за ряд ценных замечаний при выполнении работы.

Л и т е р а т у р а

1. Faughnan, B.W., Gogog, I., Neuman, P.M., Shidlovsky, I. Proc. IEEE, 61, 927, (1973),

2. Uno, Y., Matsuda, I., Hanaoka, Y., Fujii, S., Saito, M., Yoshikoshi, Y. Electron. Navig. Rev., No 15, 11, (1973).

3. Chang, I.F., Onton, A.J. Electron.Mater. 2, 17, (1973).

4. Денкс В.П., Дудельзак А.Э., Кириллов Е.А., Ксенофонтowa Н.А., Рузалеп М.Я., Руус Т.В., Скрыбенков Е.Г., Социн Н.П., Трофимова Т.И. - Труды ИФ АН ЭССР, № 44, 45, (1975).

5. Денкс В.П., Дудельзак А.Э., Лушик Ч.Б., Руус Т.В., Социн Н.П., Трофимова Т.И. Журн. прикл. спектр., 24, 37, (1976).

T. Trofimova, T. Ruus, M. Rusalep

Thermostimulated Luminescence in Br-Sodalite

Summary

The thermostimulated luminescence of Br-sodalite powders was investigated following electronic and X-ray excitation.

The authors have shown the dependence of thermostimulated luminescence on testing conditions and peculiarities of the test specimen, viz.: kind of excitement, stimulation method, tempering atmosphere, presence of admixtures, method of synthesis, testing temperature, etc.

УДК 772.93; 548.0

Т.А.Пикка, Э.А.Тамм

СЕНСИБИЛИЗИРОВАННЫЙ ФОТОЛИЗ НА ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Развитие несеребряных и полупроводниковых способов регистрации изображений вызвано тем, что эти процессы приобретают в настоящее время исключительно большое практическое значение по двум причинам. Во-первых, бессеребрянные процессы позволяют полностью или частично отказаться от расходования серебра, природные запасы которого истощаются [1]. Во-вторых, применение полупроводников и соответственного двухстадийного механизма образования скрытого изображения позволяет разработать новые фотографические процессы и значительно расширить спектральную область регистрации изображения в далекой инфракрасной области спектра. Известно, что спектральная чувствительность галогеносеребряных слоев не может продвинуть в длинноволновую область далее от 1,3 - 1,4 мкм [2].

Открытие фотографии произошло задолго до появления современной теории о твердом теле и, в частности, задолго до открытия фотопроводимости. Исследованиями в области физики полупроводников и в области фотоэлектрических явлений в кристаллах установили связь между образованием скрытого изображения и фотопроводимостью кристаллов галогенидов серебра. Развитие теории ионных кристаллов, а также зонной теории твердого тела способствовали появлению теории скрытого фотографического изображения Герни и Мотта и двухстадийного образования скрытого изображения. Анализ теории Герни-Мотта приводит к выводу, что способность к образованию скрытого изображения не должна быть специфической особенностью только галогенидов серебра, и, в принципе, может быть реализо-

вана для любого полупроводника, на поверхности которого адсорбированы ионы металла. В этом случае роль межузельных ионов серебра в решетке $AgHal$ должны играть ионы, адсорбированные на поверхности полупроводника, а электронная стадия процесса определяется собственной или примесной фотопроводимостью полупроводника [3]. Фотографический процесс будет эффективен лишь в том случае, если процесс фотолитиза будет превалировать над рекомбинацией носителей возбужденных светом, что предполагает эффективный захват дырок на поверхности уровнями, играющими роль химического сенсобилизатора. В этом случае спектральная чувствительность определяется шириной запрещенной зоны полупроводника. На ионной стадии происходит образование скрытого изображения в форме нейтральных частиц металла, которое в дальнейшем может быть проявлено методами физического проявления [4]. Спецификой этого процесса является то, что неравновесные электроны, восстанавливающие ионы металла, могут быть как основными, так и неосновными носителями.

Вышеизложенная идея была нами реализована, и исследовался процесс восстановления ионов серебра из водных растворов азотнокислого серебра на поверхности диэлектриков и полупроводников. Для определения эффекта сенсобилизации снималось спектральное распределение фотографического эффекта. Исследуемый образец в виде пластинки диэлектрика или полупроводника погружали на дно сосуда, содержащего раствор азотнокислого серебра. Через слой раствора на поверхность образца проектировался оптический клин в нужной спектральной области спектра. После экспонирования образец проявлялся с помощью одного из физических проявителей [4].

В некоторых экспериментах поверхность образца обрабатывалась раствором азотнокислого серебра, высушивалась и в дальнейшем экспонировалась и проявлялась физическим проявителем. После проявления изображения его оптическая плотность оценивалась как функция времен экспонирования, длины волны и освещенности.

Для исследованных диэлектриков (стекло, слюда) красная граница чувствительности лежала вблизи $0,4-0,45$ мкм, и не зависела от природы диэлектрика и предварительной обработки

поверхности. На всех исследованных диэлектриках были получены негативные изображения. Это указывает на факт, что чувствительность диэлектриков не является собственной и связана, по-видимому, с поверхностными пленками, образующимися при обработке поверхности или от примесей в растворе азотнокислого серебра [5].

Полупроводниковыми образцами служили пленки Sb_2S_3 и PbJ_2 , испаренные в вакууме на стеклянные подложки.

Экспонирование проводилось по вышеизложенной методике. При пленках Sb_2S_3 после экспонирования под слоем раствора $AgNO_3$ появляется негативное изображение.

Спектральное распределение эффекта фотолиза металлического серебра из раствора $AgNO_3$ дает на поверхности полупроводников полосу сенсбилизации с максимумом в области максимальной фоточувствительности, что указывает на сенсбилизирующее действие полупроводника при фотолизе серебра.

В работах [6,7] был описан метод нанесения на поверхность полупроводника PbJ_2 тонких слоев серебра. На освещенных участках за счет захвата дырок ионами галогена металлическое серебро рассасывается с поверхности и образуется сернистое или иодистое серебро. Частицы металлического серебра, оставшиеся на неосвещенных участках, являются центрами скрытого изображения и последующее физическое проявление делает позитивное изображение видимым.

Для проверки существования процесса рассасывания при пленках Sb_2S_3 был проведен следующий эксперимент: на поверхность полупроводника нанесли при свете раствор азотнокислого серебра с целью осаждения тонкого слоя металлического серебра. После промывания в воде и сушки на поверхность проектировалось изображение. При физическом проявлении получили позитивное изображение. В некоторых случаях появлялось и позитивное изображение при освещении под слоем раствора $AgNO_3$.

Появление негативного и позитивного изображений указывает на одновременное существование процесса фотолиза металлического серебра на поверхности полупроводника и процесса рассасывания уже накопленного фотолитического серебра

на освещенных участках. В зависимости от условий эксперимента может превалировать или первый, или второй процесс.

В случае более интенсивного процесса выделения фотолитического серебра на освещенных участках образуется больше центров скрытого изображения, чем рассасываются с поверхности, т.е. число центров скрытого изображения, которые усиливаются проявлением, возрастает. На освещенных участках образуется вуаль с меньшим числом центров. В результате такого процесса получается негативное изображение.

При более эффективном захвате дырок анионами Sb_2S_3 и образовании сернистого серебра при фотолитизе или за счет вуалирования осажденное (или ранее другими способами нанесенное) металлическое серебро рассасывается на освещенных участках. На неосвещенные участки из-за вуалирования осаждается серебро, частицы которого в дальнейшем являются центрами скрытого изображения. Таким образом, число центров на неосвещенных участках превышает число центров на освещенных участках, и после проявления получаем позитивное изображение.

Так как при диэлектриках процесс рассасывания не может иметь место, то этим объясняется факт, что на диэлектриках всегда появляется негативное изображение.

Надо отметить, что во время экспонирования скорости процессов рассасывания и фотолитиза могут варьироваться в широких пределах. Например, освещением пленок PbJ_2 под слоем раствора $AgNO_3$ при коротковременном экспонировании получается негативное изображение, а при более длительном — позитивное. Это означает, что в первое время происходит процесс сенсibilизированного фотолитиза более интенсивно, затем осажденное серебро изменяет условия на поверхности PbJ_2 таким образом, что более эффективно происходит захват дырок анионами полупроводника и осажденное серебро рассасывается с поверхности.

Скорость процесса фотолитиза и рассасывания зависит от энергетических условий поверхности полупроводника. Например, пленки аморфного селена и Sb_2S_3 , полученные вакуумным испарением, имеют в основном фотолитическое действие, пленки

PbJ_2 чувствительные к условиям на поверхности полупроводника и процесс фотолиза может превращаться в процесс рассасывания серебра, а на поверхности кристаллов Sb_2S_3 в основном происходит процесс рассасывания [3]. Принципиально возможно, что оба процесса происходят с одинаковой скоростью и в результате изображение на поверхности полупроводника не получается.

Исследование процесса фотолиза на поверхности полупроводников как нового фотографического процесса имеет не только самостоятельное значение, но и представляет интерес как способ изучения эволюции образования скрытого изображения, проблема которого еще не решена в серебряно-галогенных эмульсиях.

Л и т е р а т у р а

1. Фридкин В.М., (1971).
2. Парицкий Л.Г. ФТП, 4, 474 (1970).
3. Саблин-Яворский А.Д., Беляев Л.М., Фридкин В.М., ДАН, 193, 6, 1283 (1970).
4. Катусhev Я.М., Шеберстов В.И., Основы теории фотографических процессов. "Искусство", М., 1954.
5. Бокиник Я.И. Ж. физ.хим., II, 190 (1938).
6. Саблин-Яворский А.Д., Фридкин В.М., (1969).
7. Stoycheva-Toralova R., Malinowski J. J. Phot. Sci. 22, 6, 262, (1974).

Sensitized Photolysis on Semiconductors

Summary

A process of photolytical reduction of silver in the aqueous solution of Ag_3NO_3 into the surface of some dielectrics and semiconductors is examined as a method of information recording. It was found that on the semiconductor surface the process of sensitized photolysis and direct positive process take place simultaneously. In the first case the negative image is obtained, in the second case the positive one.

УДК 537.525.2

В.А. Веймер

ИССЛЕДОВАНИЕ ФАЗЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ВЧ РАЗРЯДА С ОСТРИЯ

Фотоэлектрические исследования униполярного ВЧ разряда в области первой критической частоты показали, что ВЧ вспышка начинается в зависимости от частоты импульсом, подобным стримеру положительной короны, или тричелевским импульсом отрицательной короны [1,2,3]. В работе [1] указывалось, что в области частот 3–20 МГц вероятность появления первого импульса излучения ВЧ вспышки в отрицательный полупериод растет с ростом напряжения, а также зависит от амплитуды ВЧ напряжения.

В настоящей работе приведены экспериментальные данные по исследованию статистического характера зарождения ВЧ вспышки в разные фазы ВЧ напряжения с частотой 20 МГц.

Экспериментальная установка

Излучение с острия проектировалось системой линз на катод ФЭУ-36. Усиленный усилителем УЗ-5А сигнал подавался на одну из пар пластин вертикального отклонения двухлучевого осциллографа ДЭСО-1. На усилитель вертикального отклонения второго луча подавался сигнал с резистора, через который был заземлен диск, играющий роль плоскости разрядного промежутка. Запуск развертки осциллографа осуществлялся от отдельного ФЭУ (ФЭУ-52), направленного на острие. Для наблюдения фазы ВЧ вспышки оба наблюдаемых на экране осциллографа сигнала задерживались относительно начала развертки при помощи коаксиальных кабелей.

Совмещение развертки обоих лучей проводилось при короне постоянного тока. В этом случае на экране наблюдались

одновременно фотонные и индуцированные на пластину импульсы. Так как они возникают практически одновременно [4], то их совмещение на экране осциллографа означает, что временная разность между изображаемыми на обоих лучах процессами отсутствует. Совмещение сигналов обоих каналов проводилось изменением задержки одного из них. Совмещение при помощи перемещения начала развертки лучей недопустимо ввиду некоторой нелинейности развертки.

При подведении к острию ВЧ напряжения, сигнал на заземляющем плоскость резисторе опережает напряжение на острие на $T/4$ (T —длительность периода ВЧ напряжения), что наблюдается на экране осциллографа как смещение начала разряда с момента максимального значения ВЧ напряжения к моменту смены его полярности. Это объясняется дифференцирующим действием разрядного промежутка. Действительно, так как сопротивление резистора заземляющего плоскость разрядного промежутка было, для согласования с коаксиальным кабелем, равно 75 Ом, а емкость разрядного промежутка равнялась нескольким пикофарадам, то постоянная времени переходной цепи разрядного промежутка будет порядка (0,1–0,3)нс, так что для исследуемых сигналов (импульс тока стримера, тричелевского импульса, синусоида 20 МГц и т.д.) можно с достаточной точностью считать напряжение на заземляющем резисторе дифференциалом потенциала острия. Указанный сдвиг учитывая при определении действительной фазы ВЧ напряжения, при котором возникла ВЧ вспышка.

В случае разряда постоянного тока в промежутке острие—плоскость могут четко фиксироваться как стримеры положительной короны, так и тричелевские импульсы при отрицательном острие.

Хотя возникновение вспышечных импульсов положительной короны происходит в узкой области напряжений, излучение отдельных импульсов в пороговой области очень мало, так что они не могут быть зарегистрированы данной установкой. Кроме того, переход с ростом напряжения от отдельных лавин к вспышечным импульсам происходит постепенно, так что четкого перехода не наблюдается, хотя общий ток короны в этой области напряжений может расти экспоненциально или даже быстрее [4, 5]. При рассмотрении начала ВЧ факельного раз-

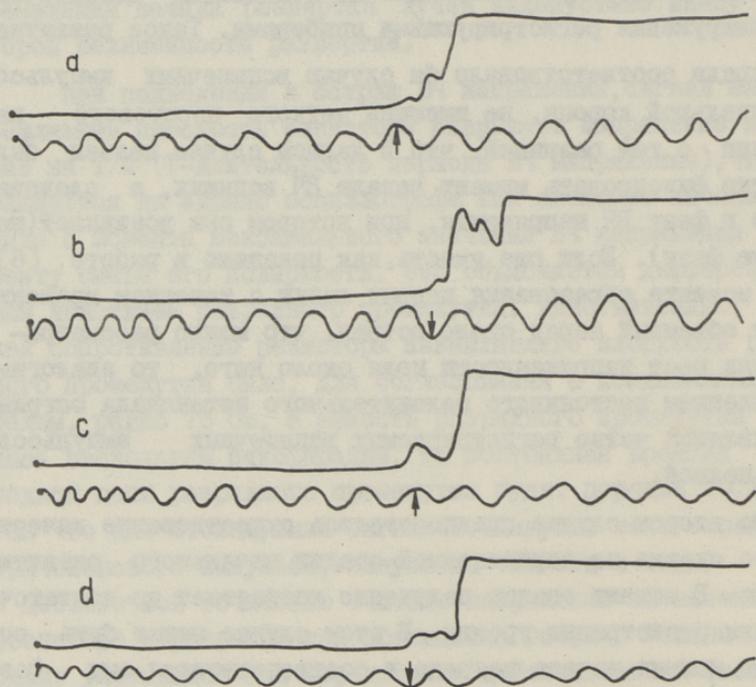
рядя первоначально предполагалась возможность существования двух различных вариантов формирования ВЧ вспышки. В первом случае считалось, что разряд формируется постепенно. Разряд начинается на уровне одиночных лавин, постепенно раскачиваясь от периода к периоду становится все интенсивнее, пока уровень его излучения не становится достаточным для обнаружения регистрирующими приборами. Такое развитие ВЧ разряда соответствовало бы случаю вспыхивающих импульсов положительной короны, не имеющей четкого порогового напряжения с той разницей, что в данном случае нельзя было бы четко фиксировать момент начала ВЧ вспышки, а следовательно и фазу ВЧ напряжения, при которой она возникает (начальную фазу). Если еще учесть, как показано в работе [6], что с момента образования первых лавин с течением времени растет объемный заряд около острия, что можно рассматривать как рост напряженности поля около него, то аналогия с повышением постоянного положительного потенциала острия до появления четко регистрируемых вспыхивающих импульсов будет полной.

Во втором случае предполагалось существование качественного скачка на определенной стадии начального развития разряда. В момент скачка излучение возрастает до достаточного для регистрации уровня. В этом случае может быть определен момент начала разряда и соответствующая ему фаза ВЧ напряжения.

Учитывая результаты, приведенные в [1], можно полагать, что существенную роль играют оба варианта: первый при накоплении объемного заряда (предвспыхивающая стадия), второй при переходе от фазы накопления к фазе продвижения в разрядный промежуток (вспыхивающая стадия).

При изменении диаметра или геометрии острия изменяется также интенсивность начальных стадий. Для сравнения процессов необходимо было сформулировать критерий начала ВЧ вспышки. Определялся он так. Усиление в канале импульсов фототока калибровалось для каждого острия. Несколько выше порога отрицательной короны устанавливалось усиление, при котором величина тричелевских импульсов на экране осциллографа составляла 1 см. Затем усиление увеличивалось на

30 дБ и наблюдали импульсы фототока ВЧ разряда. За начало ВЧ разряда считался момент, когда наблюдалось четкое отклонение луча от горизонтальной линии (см. точка \uparrow на фиг. 1). Одновременно в точке начала ВЧ вспышки фиксировалась фаза ВЧ напряжения на острие.



Фиг. 1. Осциллограммы начальной стадии ВЧ вспышки совместно с сигналом фазы ВЧ напряжения на острие. Частота 20 МГц. Острие № 3. а, б - $U_{\omega} = 0$; $U_{\omega} = U_n$; в - $U_{\omega} = +2,0$ кВ; д - $U_{\omega} = -2,0$ кВ.

Для возбуждения разряда использовался ВЧ генератор с модулятором, связанным с разрядным промежутком фотоэлектрической обратной связью [7]. Система была дополнена схемой автоматического запуска, позволяющей получить непрерывающуюся последовательность ВЧ вспышек. Пауза между вспышками могла регулироваться от 0,3 до 20 секунд. При изменении времени паузы в указанных пределах не было отмечено влияния остаточных продуктов предыдущей вспышки на развитие последующей.

Использовались острия из платиновой проволоки с диаметрами 0,5; 1,0 и 1,5 мм с полусферическими концами (острия № 1, № 2, № 4 соответственно) и острие из платиновой проволоки 0,5 мм с концом в виде сферы с диаметром 1,3 мм (острие № 3). Длина разрядного промежутка была равна 4 см.

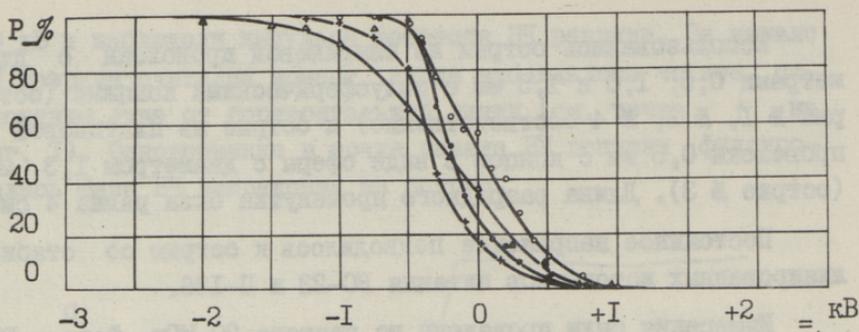
Постоянное напряжение подводилось к острию со стабилизированных источников питания ВС-23 и П-136.

Измерения были проведены на частоте 20 МГц. Фаза ВЧ напряжения, при котором возникала ВЧ вспышка, в основном фиксировалась визуально, а в некоторых случаях по фотографиям.

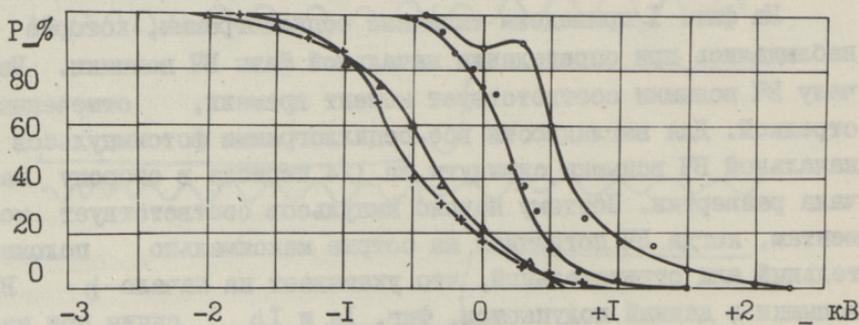
Результаты наблюдений

На фиг. 1 приведены типичные осциллограммы, которые наблюдались при определении начальной фазы ВЧ вспышки. Началу ВЧ вспышки соответствует момент времени, отмеченный стрелкой. Для наглядности все осциллограммы фотоимпульсов начальной ВЧ вспышки сдвинуты на $1/4$ периода в сторону начала развертки. Поэтому начало импульсов соответствует моментам, когда ВЧ потенциал на острие максимально положительный или отрицательный, что указывает на начало ВЧ вспышки в данный полупериод. Фиг. 1а и 1б сняты при напряжении вблизи порога при подведении к острию только ВЧ напряжения. Фиг. 1а соответствует началу в положительный, а фиг. 1б в отрицательный полупериод ВЧ напряжения. Фиг. 1с и 1д получены при смешанном напряжении, когда к острию приложен дополнительный постоянный потенциал +2,0 кВ и -2,0 кВ соответственно. ВЧ напряжение в обоих случаях соответствовало пороговому значению. В этих случаях полярность ВЧ потенциала, соответствующая началу вспышки, совпадает со знаком дополнительного постоянного потенциала.

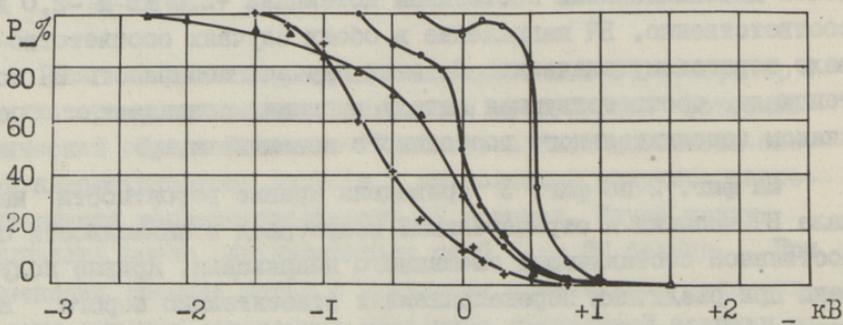
На фиг. 2 по фиг. 5 приведены кривые вероятности начала ВЧ вспышки в отрицательный полупериод в зависимости от постоянной составляющей смешанного напряжения. Кривые получены при различных перенапряжениях относительно порога ВЧ вспышек в отсутствии постоянного напряжения. Кривые, снятые при $m = 0$ (коэффициент перенапряжения $m = \frac{U_{\sim} - U_n}{U_n} \cdot 100 \%$,



Фиг. 2. Вероятность начала ВЧ вспышки в отрицательные полупериоды ВЧ напряжения в зависимости от постоянной составляющей смешанного напряжения при различных перенапряжениях, Острие № 1.
 о - $m = 0\%$; • - $m = 5\%$; + - $m = 20\%$; Δ - $m = 50\%$.



Фиг. 3. Вероятность начала ВЧ вспышки в отрицательные полупериоды ВЧ напряжения в зависимости от постоянной составляющей смешанного напряжения при различных перенапряжениях, Острие № 2.
 о - $m = 0\%$; • - $m = 10\%$; + - $m = 20\%$; Δ - $m = 50\%$.



Фиг. 4. Вероятность начала ВЧ вспышки в отрицательные полупериоды ВЧ напряжения в зависимости от постоянной составляющей смешанного напряжения при различных перенапряжениях, Острие № 3.
 о - $m = 0\%$; • - $m = 5\%$; + - $m = 20\%$; Δ - $m = 50\%$.

где U_{\sim} — напряжение, при котором проводились наблюдения, U_n — пороговое напряжение), соответствовали порогу и при смешанных напряжениях. При $m > 0$ U_{\sim} поддерживалось постоянным. Каждой точке соответствует 200 визуальных измерений (4 серии по 50 измерений в каждой), так что для получения представленных кривых было произведено около 50000 измерений.

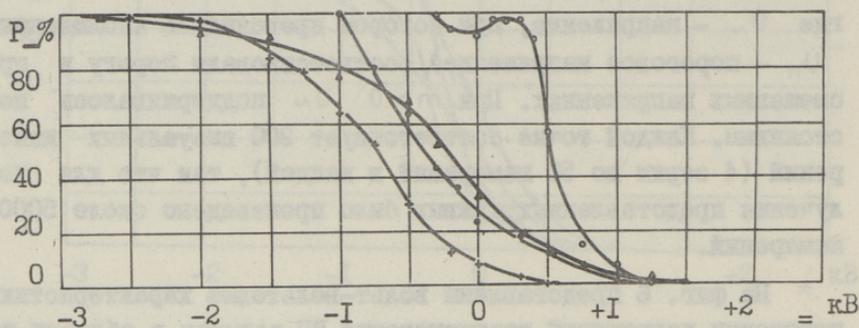
На фиг. 6 представлены вольт-вольтные характеристики пороговых напряжений возникновения ВЧ всплеск в области постоянных напряжений, в которой были определены кривые вероятности, представленные на фиг. 2 по фиг. 5.

Поведение кривых вероятности показывает ряд закономерностей:

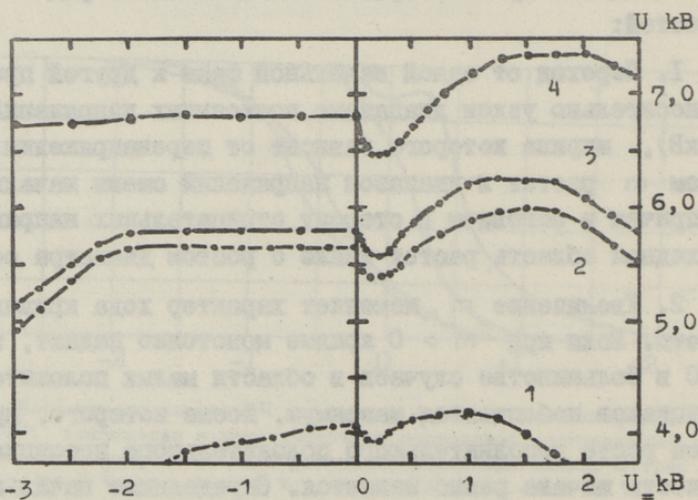
1. Переход от одной начальной фазы к другой происходит в относительно узком диапазоне постоянных напряжений (до ± 3 кВ), ширина которого зависит от перенапряжения. С ростом m растет и диапазон напряжений смены начальной фазы, причем в основном в сторону отрицательных напряжений. Переходная область растет также с ростом диаметра острия.

2. Увеличение m изменяет характер хода кривых вероятности. Если при $m > 0$ кривые монотонно падают, то при $m = 0$ в большинстве случаев в области малых положительных потенциалов наблюдается максимум, после которого, при дальнейшем росте дополнительного положительного потенциала, вероятность начала резко меняется. Определение начальной фазы при $m > 0$ возможно благодаря статистическому запаздыванию разряда, так что ВЧ напряжение успевало принять установившееся значение до начала разряда. Так длительность переднего фронта радиоимпульса на уровне $0,1 \pm 0,9$ менее 2 мкс, в то время как запаздывание начала ВЧ разряда составляет согласно измерениям не менее 5 мкс с момента запуска ВЧ генератора даже при перенапряжениях более 100 %.

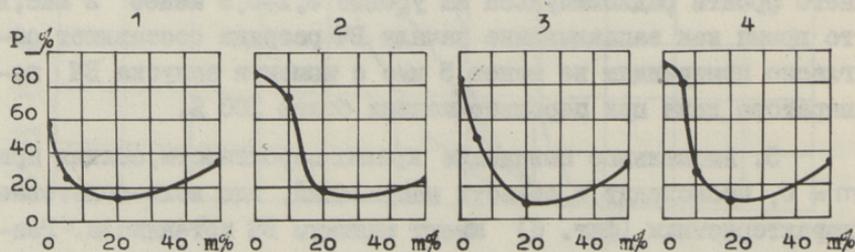
3. Аномальное поведение кривых вероятности, снятых при $m = 0$, происходит в области напряжений, где вольт-вольтные характеристики (фиг. 6) имеют минимум ВЧ потенциала. Резкий спад кривых вероятности соответствует области, где пороговое напряжение ВЧ всплески, достигнув минимума, начинает вновь увеличиваться.



Фиг. 5. Вероятность начала ВЧ вспышки в отрицательные полупериоды ВЧ напряжения в зависимости от постоянной составляющей смещенного напряжения при различных перенапряжениях, Острие №4
 ○ - $m = 0\%$; ● - $m = 10\%$; × - $m = 20\%$; △ - $m = 50\%$.



Фиг. 6. Вольт-вольтные характеристики острий № 1-4 в области около $U_0 = 0$. Цифры при кривых соответствуют номеру острия.



Фиг. 7. Зависимость вероятности возникновения ВЧ вспышек в отрицательные полупериоды от перенапряжения при $U_0 = 0$. Сверху номера острий.

4. На фиг. 7 представлена зависимость вероятности отрицательной начальной фазы от перенапряжения при отсутствии дополнительного постоянного потенциала. Ход кривых во всех случаях показывает, что вероятность максимальна при $m = 0$. Затем происходит спад вероятности, которая имеет минимум при m около 25 %. Затем происходит снова увеличение P_- . Увеличение m до 100 % и более показало, что при больших перенапряжениях P_- стремится к 50 % независимо от диаметра острья.

Обсуждение результатов измерений

1. Рост вероятности отрицательной начальной фазы ВЧ вспышки с ростом диаметра острья происходит из-за удаления от острья места образования положительного объемного заряда, что способствует увеличению вероятности возникновения лавин между поверхностью острья и пространственным зарядом в отрицательные полупериоды ВЧ потенциала на острье.

2. Возникновение аномалий на кривых вероятности при $m = 0$ вызвано, по-видимому, двумя причинами. Во-первых, отодвиганием объемного заряда от поверхности острья и во-вторых, затягиванием в активную область отрицательных ионов, служащих источником начальных электронов. Этим увеличивается вероятность образования лавин и объемный заряд принимает более равномерную куполообразную форму. Так как притягивание отрицательных ионов к острью происходит и в то время, когда ВЧ напряжение переходит через нуль, то увеличивается вероятность возникновения лавин в отрицательные полупериоды ВЧ потенциала на острье, что также способствует началу ВЧ вспышки в отрицательный полупериод.

3. Последующий резкий спад кривых вероятности ($m = 0$) происходит из-за дальнейшего отодвигания положительного объемного заряда в разрядный промежуток, вследствие чего уменьшается напряженность поля в области между ним и острьем. Поэтому для возникновения ВЧ вспышки требуется увеличение ВЧ потенциала острья, что подобно увеличению m . Кроме того увеличивается суммарный положительный потенциал острья в положительные полупериоды ВЧ напряжения, что при-

водит к росту начала ВЧ вспышки в эти полупериоды.

4. С ростом m растет тот дополнительный отрицательный потенциал, который необходим для того, чтобы P_- стало равно 100 %, в то время как рост положительного потенциала, при котором $P_- = 0$ %, незначителен. По всей видимости этот факт связан с двумя причинами.

Во-первых притягиванием или отталкиванием отрицательных ионов, служащих источником начальных электронов и влияющих на число и интенсивность лавин, а посредством последних и на вероятность начала ВЧ вспышки.

Поясним это подробнее. В случае положительного добавочного потенциала в положительные полупериоды ВЧ напряжения около острия с большой вероятностью будут находиться электроны, которые из-за повышенного суммарного поля начнут в этот полупериод лавину (лавин), порождающую ВЧ вспышку. Если же дополнительный постоянный потенциал отрицательный, то из-за его "очищающего" действия около острия в момент максимального отрицательного потенциала может не оказаться иницирующего лавину электрона и в этот полупериод вспышка не начинается. Однако в следующий полупериод разряд может начинаться (хотя и с малой вероятностью). Так как в грубом приближении число отрицательных ионов в единице объема может в данном случае считаться обратно пропорциональным квадрату расстояния от острия, то их число в активной зоне в положительные полупериоды ВЧ напряжения значительно больше, из-за чего больше и вероятность возникновения лавины. Поэтому при этих условиях ВЧ вспышка может образоваться и в положительный полупериод ВЧ напряжения.

Второй причиной, по которой разряд может (хотя и с малой вероятностью) начинаться в положительный полупериод ВЧ напряжения, является то, что если около острия образуется объемный заряд, то его притягивание к острию к началу положительного полупериода ВЧ напряжения может нейтрализовать действие отрицательного постоянного потенциала острия и начать ВЧ вспышку в этот полупериод. По всей вероятности оба эти факторы действуют совместно.

В ы в о д ы

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Начальная фаза ВЧ вспышек имеет вероятностный характер. ВЧ вспышки на частоте 20 МГц начинаются преимущественно в отрицательные полупериоды ВЧ напряжения.
2. Рост P_- с увеличением диаметра острия подтверждает модель образования на этой частоте положительного пространственного заряда куполообразной конфигурации.
3. Характер поведения зависимости $P_- (m)$ указывает на важность учета динамики образования объемного заряда для создания модели начала ВЧ вспышки.

Л и т е р а т у р а

1. Веймер, V.A. Photoelectric investigations of initial stages of a unipolar HF discharge, Contributed Papers of the Intern. Conf. on Gas Discharges, London (1972).
2. Бердншев А.В., Прокофьев А.М. "Уч. зап. Ленинградского гос.пед. института", 384, 2-ое изд., 129 (1968).
3. Бердншев А.В. Автореферат канд. дисс. Л., (1971).
4. Лоев, L.V. Electrical coronas, Berkeley (1965).
5. Ретер Г. Электронные лавины и пробой в газах. М., 1968.
6. Хуков А.А. Формирование объемного заряда и механизм электрического пробоя воздуха в области первой критической частоты, канд. дисс, Хабаровск, (1966).
7. Веймер В.А. "Уч. зап. Тартуского гос.ун-та", вып. 239, 57 (1969).

The HF Discharge Starting Phase Investigation

Summary

The paper includes the studies of starting moment of HF point-to-plane discharges. Variations of the HF discharge luminosity and the potential of the point were observed synchronously by the doublebeam high-speed oscilloscope. The voltage corresponding to the starting moment of discharge has been found to be dependent on the magnitude and the sign of the complementary D.C. potential on the point. Probabilities that the discharge starts at the negative half-period of HF potential at the point dependent on HF and DC voltage are presented. The results obtained are shortly analysed.

УДК 539.107.43

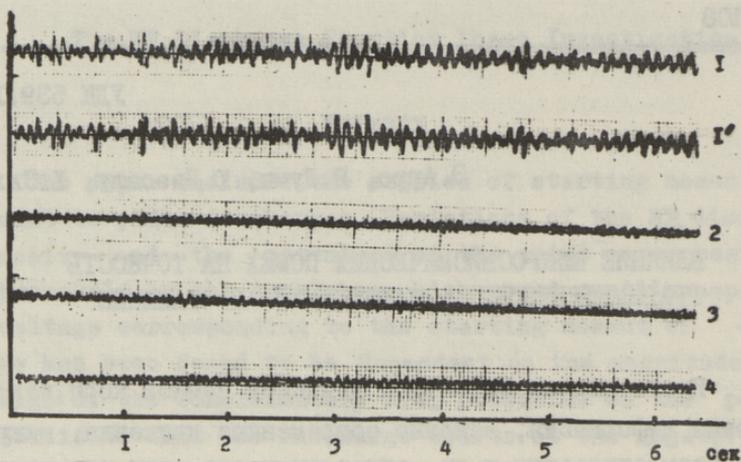
Э.Аро, Н.Лумп, Ю.Паэсалу, Х.Сильдвэе

ВЛИЯНИЕ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ПОМЕХ НА ТОЧНОСТЬ
ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ В ТАЛЛИНЕ

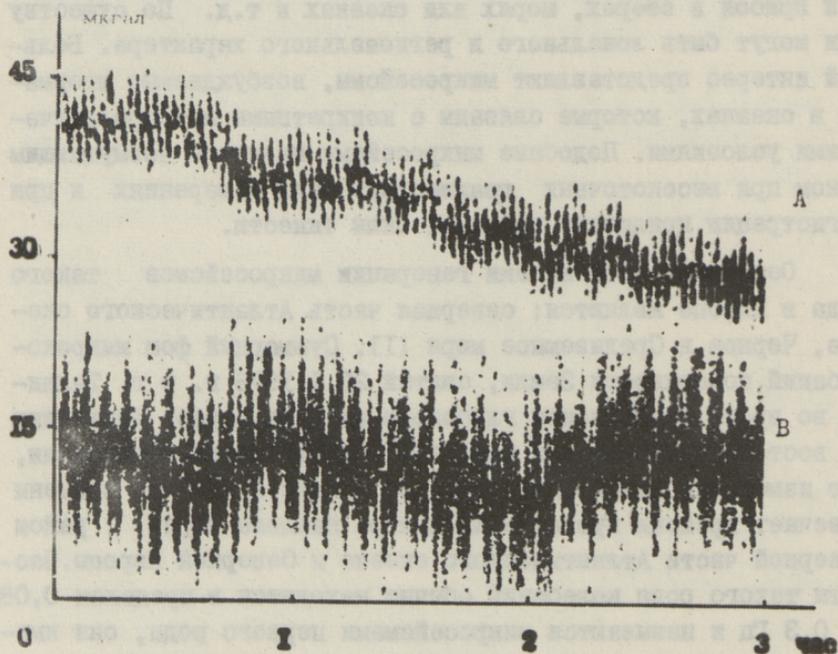
Кроме широко известных движений земной коры, как: приливная деформация, вековые современные движения, микро- и макроземлетрясения и др., существует еще один вид колебаний земной поверхности, который называется микросейсмом.

Микросейсмсы возбуждаются такими различными источниками как ветер, транспорт, работа разных механизмов, береговой прибой в озерах, морях или океанах и т.д. По существу они могут быть локального и регионального характера. Большой интерес представляют микросейсмсы, возбуждаемые штормами в океанах, которые связаны с конкретными метеорологическими условиями. Подобные микросейсмсы являются возмущающим фоном при высокоточных гравиметрических измерениях и при регистрации приливных вариаций силы тяжести.

Основными источниками генерации микросейсмсов такого рода в Европе являются: северная часть Атлантического океана, Черное и Средиземное моря [1]. Суммарный фон микроколебаний поверхности Земли, снятый 20.1.1976 г. в г. Таллине во время прохождения глубокого циклона через Финляндию на восток, представлена на фиг. 1. Исследования показали, что изменение амплитуд и периодов микросейсмсов во времени отвечает времени прохождения центра циклона через район северной части Атлантического океана и Северной Европы. Частоты такого рода колебаний обычно находятся в пределах 0,08 до 0,3 Гц и называются микросейсмсами первого рода, они имеют амплитуду до нескольких микрометров. Исследователями установлены разные причины генерации микросейсмсов I рода. Одни считают, что источником генерации микросейсмсов служит



Фиг. 1. Линии "1" и "1'" представляют вертикальные колебания земной почвы, линии 2, 3 и 4 изображают колебания соответственно в направлениях N-S, NO и O-W.

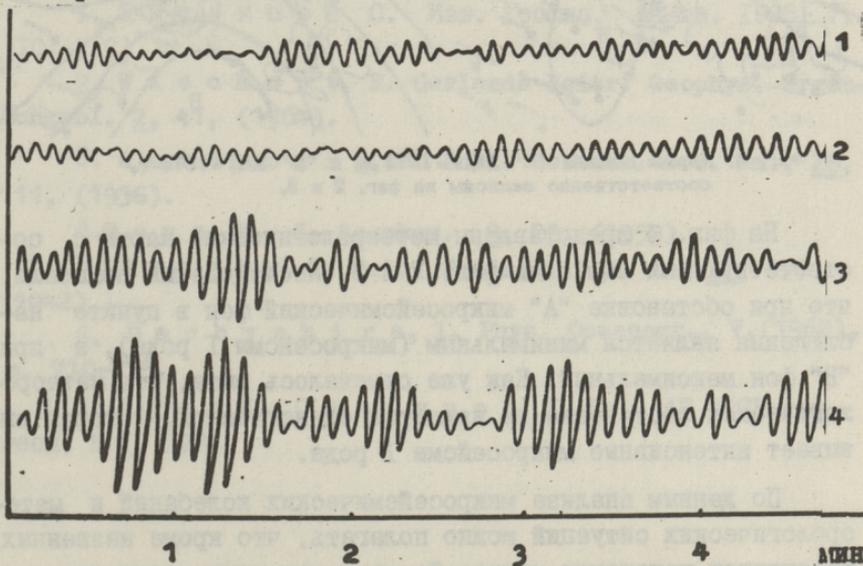


Фиг. 2. Линия "А" изображает запись гравиметра "Аскания" GS - II № 147 при устойчивом атмосферном давлении 28/1-1973 г. "В" - при неблагоприятных метеорологических условиях 3/П-1973 г.

береговой прибор [2-4]. Другие отрицают связь между береговым прибором и частотами микросейсмов [5-6]. По одним данным микросейсмсы возбуждаются в зонах больших градиентов атмосферного давления, по другим в центре циклона.

В г. Таллине повышенный микросейсмический фон и основные микросейсмические штормы наблюдаются обычно начиная с сентября-октября до апреля-марта. В этот период эталонирование высокоточных гравиметров и измерение силы тяжести проводить затруднительно. Отдельные микросейсмические бури вызывают при приливной регистрации сильные колебания, которые иногда достигают на регистрационной ленте гравиметра GS-II № 147 ширины 5-7 мм (16-22 мкгал) и ± 3 делений окулярной шкалы гравиметра ГАК-7Т.

На фиг. 2 представлена запись гравиметра GS-II № 147. Из фигуры видно, что амплитуда и период колебаний время от времени изменяются.

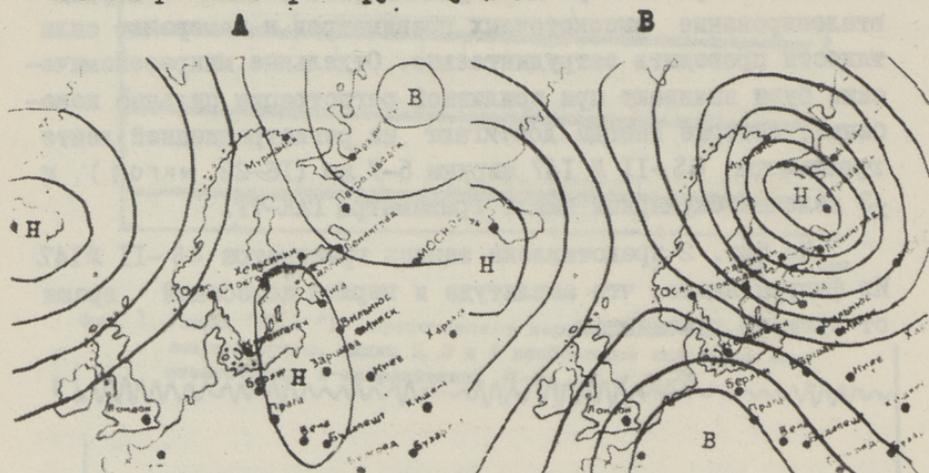


Фиг. 3. Линии "1" и "2" представляют собой запись гравиметра ГАК-7Т № 668 в азимутах коромысла соответственно 0-W и MN, проведенную 28/1-1973 г. Линии "3" и "4" - запись соответственно в азимутах коромысла NW и SN, проведенную 3/II-1973 г.

Фиг. 3 изображает запись колебания маятника гравиметра ГАК-7Т № 668, проведенную с помощью электросптической насадки, установленной на окуляр гравиметра [7]. Запись сделана в гравиметрической станции одновременно с записями, представленными на фиг. 2.

При изменении азимута коромысла гравиметра ГАК-7Т периоды и амплитуды биений изменяются, несмотря на то, что собственная частота системы оставалась постоянной.

Из проведенных исследований можно сделать предварительный вывод, что по-видимому одновременно существует несколько источников микросейсмов и гравиметр на определенном направлении реагирует лучше.



Фиг. 4. Карты погоды "А" 28/1-1973 г. и "В" 3/II-1973 г. соответственно записям на фиг. 2 и 3.

На фиг. 4 представлены метеорологические карты с соответствующими записями фиг. 2 и 3. Исследования показали, что при обстановке "А" микросейсмический фон в пункте наблюдения является минимальным (микросейсмы I рода), а при "В" фон максимальный. Как уже отмечалось выше, эта метеорологическая обстановка не является единственной, которая вызывает интенсивные микросейсмы I рода.

По данным анализа микросейсмических колебаний и метеорологических ситуаций можно полагать, что кроме названных источников генерации микросейсмов в некоторых случаях существует еще и локальный источник генерации. Таким источником может служить Балтийское море, где зарождаются микросейсмы с периодом от I до 0,3 секунды.

На основании проведенных исследований можно заключить следующее:

I. Если основная частота колебаний грунта и частота

регистрируемых вынужденных колебаний близки к собственной частоте гравиметра, то проведение высокоточных измерений становится затруднительным.

2. При приливных регистрациях гравиметр нужно ориентировать, учитывая основные пути движений циклонов. При полевых наблюдениях с кварцевыми гравиметрами маятник гравиметров необходимо ориентировать перпендикулярно направлению прихода микросейсмов.

3. Между интенсивностью микросейсмов и метеорологическими условиями наблюдается отчетливая корреляция. Микросейсмический фон на территории Эстонии в основном связан со штормовыми погодами в Северной Атлантике и Северо-Западной Европе.

Л и т е р а т у р а

1. Рнжак ова С. Изв. Геофиз. ин-та. 1965, 7. (101-117).
2. W i e s c h e r t, E. Gerlands Beitr. Geophys. Ergänzungsbl. 2, 41, (1904).
3. G u t e n b e r g, B. Bull. Seismol. Soc. Am., 26, 111, (1936).
4. T a m s, E. Z. Geophys., 9, 23, (1953).
5. В у е р б у, P. Bull. Seismol. Soc. Am. 32, 277, (1942).
6. D a r b y s h i r e, I. Phys. Oceanogr., V, (1962), p. 710-719.
7. Л у м п Н., С и л ь д в э э Х. Изв. АН ЭССР хим.-геол. № I, 1974.

Der Einfluß der Mikroseismik auf die Genauigkeit
der Schweremessermessungen in Tallinn

Zusammenfassung

Die Untersuchung wurde mit den Schweremessern GS-11 und TAK-7 T durchgeführt.

Während der Feldmessungen empfehlen die Autoren den Gang des Schwermessers zu orientieren unter Berücksichtigung der Verpflanzungsrichtung des Mikroseismik, und bei Messung der Variationen der Schwerekraft die Bewegung der Zyklonen im gegebenen Ort zu berücksichtigen.

М.Кыив, Р.-К.Лойде. И.Мейтре

ПРОБЛЕМА НАХОЖДЕНИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ГРУПП

В данной работе рассмотрим проблему возможного нахождения вспомогательных групп.

Состояние физической системы преобразуется по некоторому унитарному представлению группы Пуанкаре. Как показали Вейнберг, Фельдман и Метьюз [1,2], при квантовании мы не можем прямо пользоваться представлениями группы Пуанкаре, а надо использовать представления некоторых других групп. Фельдман и Метьюз называли такие группы вспомогательными группами. Единственное, что требуется от вспомогательной группы, это то, что группа Лоренца была подгруппой и вспомогательная группа имела конечномерные представления.

Вышеприведенное определение оставляет по-видимому много возможностей для нахождения вспомогательных групп. Так как функцией вспомогательной группы является описание представлений группы Пуанкаре, то это означает, что между вспомогательной группой и группой Пуанкаре должно существовать некоторое соответствие. Проблему нахождения вспомогательных групп можно привести к проблеме сжатий и деформаций групп и алгебр Ли [3], где исследуют соотношения и переходы между различными группами.

Так как в теории деформаций рассматривают переходы, где порядок групповой алгебры не меняется, то проблема нахождения вспомогательных групп следующая. Нам даны генераторы группы Пуанкаре $P(1,3) - M^{\mu\nu}, P^{\sigma}$, удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] = c^{\mu\nu, \rho\sigma}{}_{\kappa\lambda} M^{\kappa\lambda}, \quad (1)$$

$$[M^{\mu\nu}, P^{\sigma}] = c^{\mu\nu, \rho\sigma} P^{\sigma}, \quad (2)$$

$$[P^\mu, P^\nu] = 0, \quad (3)$$

где

$$c^{\mu\nu, \rho\sigma}_{\lambda\lambda} = \frac{1}{2} [g^{\mu\sigma}(g^\nu_\lambda g^\rho_\lambda - g^\rho_\lambda g^\nu_\lambda) + g^{\nu\rho}(g^\mu_\lambda g^\sigma_\lambda - g^\sigma_\lambda g^\mu_\lambda) - g^\sigma_\lambda g^\mu_\lambda - g^{\mu\rho}(g^\nu_\lambda g^\sigma_\lambda - g^\sigma_\lambda g^\nu_\lambda) - g^{\nu\sigma}(g^\mu_\lambda g^\rho_\lambda - g^\rho_\lambda g^\mu_\lambda)], \quad (4)$$

$$c^{\mu\nu, \rho}{}_\sigma = g^{\nu\rho} g^\mu_\sigma - g^{\mu\rho} g^\nu_\sigma, \quad (5)$$

греческие индексы пробегает значения 0, 1, 2, 3 и $g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1$. Надо найти алгебру новой группы, генераторы которой $-S^{\mu\nu}$ и S^ρ удовлетворяли бы коммутационным соотношениям

$$[S^{\mu\nu}, S^{\rho\sigma}] = c^{\mu\nu, \rho\sigma}_{\lambda\lambda} S^{\lambda\lambda}, \quad (6)$$

$$[S^{\mu\nu}, S^\rho] = c^{\mu\nu, \rho}{}_\sigma S^\sigma, \quad (7)$$

$$[S^\mu, S^\nu] = b^{\mu, \nu}{}_{\lambda\lambda} S^{\lambda\lambda} + b^{\mu, \nu}{}_\sigma S^\sigma. \quad (8)$$

Требование, чтобы группа Лоренца была подгруппой, удовлетворяется соотношениями (6). Учитывая связь с ковариантными уравнениями первого порядка, мы кроме того потребовали соотношений (7). Остается найти соотношения (8).

Мы можем рассматривать и общий случай, когда группа Пуанкаре является подгруппой некоторой более широкой группы, т.е. кроме $M^{\mu\nu}$ и P^ρ имеются еще генераторы A^a , $a = 1, 2, \dots, n$, удовлетворяющие кроме (I) - (3) соотношениям

$$[A^a, A^b] = c^{a,b}_{\lambda\lambda} M^{\lambda\lambda} + c^{a,b}{}_\sigma P^\sigma + c^{a,b}{}_d A^d, \quad (9)$$

$$[M^{\mu\nu}, A^a] = c^{\mu\nu, a}_{\lambda\lambda} M^{\lambda\lambda} + c^{\mu\nu, a}{}_\sigma P^\sigma + c^{\mu\nu, a}{}_d A^d, \quad (10)$$

$$[P^\mu, A^a] = c^{\mu, a}_{\lambda\lambda} M^{\lambda\lambda} + c^{\mu, a}{}_\sigma P^\sigma + c^{\mu, a}{}_d A^d. \quad (11)$$

Надо найти алгебру новой группы с генераторами $S^{\mu\nu}$, S^ρ и H^a , удовлетворяющими кроме (6) и (7) соотношениям

$$[S^\mu, S^\nu] = b^{\mu, \nu}{}_{\lambda\lambda} S^{\lambda\lambda} + b^{\mu, \nu}{}_\sigma S^\sigma + b^{\mu, \nu}{}_d H^d, \quad (12)$$

$$[H^a, H^b] = b^{a,b} S^{\lambda} + b^{a,b} S^{\sigma} + b^{a,b} H^d, \quad (I3)$$

$$[S^{\mu\nu}, H^a] = b^{\mu\nu,a} S^{\lambda} + b^{\mu\nu,a} S^{\sigma} + b^{\mu\nu,a} H^d, \quad (I4)$$

$$[S^{\mu}, H^a] = b^{\mu,a} S^{\lambda} + b^{\mu,a} S^{\sigma} + b^{\mu,a} H^d. \quad (I5)$$

Используя формулы для сжатия Иненю-Вигнера [4], найдем структуру исходной алгебры, из которой можно в принципе методом деформаций получать алгебры вспомогательных групп.

Допустим, что у нас имеется некоторая вспомогательная группа, генераторы которой $- S^{\mu\nu}, S^{\rho}$ и H^a удовлетворяют коммутационным соотношениям (6), (7), (I2) - (I5). Генераторы сжатой группы определим сингулярным преобразованием

$$M^{\mu\nu}(\varepsilon) = S^{\mu\nu}, \quad P^{\mu}(\varepsilon) = \varepsilon S^{\mu}, \quad A^a(\varepsilon) = \varepsilon H^a, \quad (I6)$$

где в пределе

$$M^{\mu\nu} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} M^{\mu\nu}(\varepsilon), \quad P^{\mu} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P^{\mu}(\varepsilon), \quad A^a = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} A^a(\varepsilon). \quad (I7)$$

Используя соотношения (I6) и (6), (7), (I2)-(I5) можно найти коммутационные соотношения операторов $M^{\mu\nu}(\varepsilon)$, $P^{\mu}(\varepsilon)$ и $A^a(\varepsilon)$. В пределе $\varepsilon \rightarrow 0$, учитывая (I7), мы получим коммутационные соотношения сжатой группы

$$\begin{aligned} [M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] &= c^{\mu\nu,\rho\sigma} S^{\lambda}, \\ [M^{\mu\nu}, P^{\rho}] &= c^{\mu\nu,\rho} P^{\sigma}, \\ [P^{\mu}, P^{\nu}] &= 0, \\ [A^a, A^b] &= 0, \\ [M^{\mu\nu}, A^a] &= c^{\mu\nu,a} P^{\sigma} + c^{\mu\nu,a} H^d, \\ [P^{\mu}, A^a] &= 0. \end{aligned} \quad (I8)$$

Так как деформация представляет из себя обратную операцию сжатия (когда между группами G и \tilde{G} дано сжатие $G \xrightarrow{C} \tilde{G}$, то найдется деформация $\tilde{G} \xrightarrow{D} G$, и наоборот), то из исходной алгебры (I8) можно в принципе с помощью деформаций найти алгебры вспомогательных групп. Из соотноше-

ний (18) видно, что исходной группой является некоторое специальное полупрямое произведение группы Лоренца с абелевой группой. При $\sigma^{\mu\nu, \alpha}_b = 0$ получим полупрямое произведение группы Пуанкаре и абелевой группы.

Относительно деформаций можно сказать следующее. Для группы Пуанкаре доказано [5], что единственными допредельными группами являются группы де Ситтера ($SO(1,4)$ или $SO(2,3)$), так что группа де Ситтера является одной вспомогательной группой. Поэтому в случае первой проблемы коммутационные соотношения (8) имеют вид

$$[S^\mu, S^\nu] = -g^{55} S^{\mu\nu}, \quad (19)$$

где при $SO(1,4) - g^{55} = -1$ и при $SO(2,3) - g^{55} = +1$.

Роль группы де Ситтера, как вспомогательной группы, исследована в работе [6], а уравнения, связанные с группой де Ситтера - в работе [7].

Деформации группы $P(1,3) \otimes A$, где A - некоторая произвольная группа Ли, исследованы в работах [8, 9]. В этом случае мы принципиально нового результата не получим - группа Пуанкаре или остается неизменной или дает группу де Ситтера.

Для нахождения деформаций алгебры (18) можно применять основанный на формуле Серра-Хохшильда метод, использованный в работе Ляховского [8]. Возможные деформации первого порядка $f(j_1, j_2)$ должны удовлетворять уравнениям

$$\begin{aligned} [u, f(j_1, j_2)] - f([u, j_1], j_2) - f(j_1, [u, j_2]) = \\ = [j_1, \varrho(j_2)] - [j_2, \varrho(j_1)] - \varrho([j_1, j_2]), \end{aligned} \quad (20)$$

где $u \in U = \{M^{\mu\nu}, P^\mu, A^a\}$, $j_1, j_2 \in J = \{P^\mu, A^a\}$, $f(j_1, j_2)$ - отображение $J \times J \xrightarrow{f} U$ со свойством $f(j_1, 0) = f(0, j_2) = 0$ и $\varrho(j_1)$ - отображение $J \xrightarrow{\varrho} U$, для которого $\varrho(0) = 0$.

Используя явный вид коммутационных соотношений (18), мы получим линейные уравнения для определения $f(j_1, j_2)$. С деформациями связаны только те решения (20), которые удовлетворяют тождествам Якоби.

Возьмем, например, исходную алгебру с генераторами $M^{\mu\nu}$, P^μ , $A^{\mu\nu}$ ($A^{\mu\nu} = -A^{\nu\mu}$) в виде

$$\begin{aligned}
 [M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma}{}_{\kappa\lambda} M^{\kappa\lambda}, \\
 [M^{\mu\nu}, P^\sigma] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma} P^\sigma, \\
 [P^\mu, P^\nu] &= 0, \\
 [A^{\mu\nu}, A^{\rho\sigma}] &= 0, \\
 [M^{\mu\nu}, A^{\rho\sigma}] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma}{}_{\kappa\lambda} A^{\kappa\lambda}, \\
 [P^\mu, A^{\rho\sigma}] &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Тогда, используя уравнения (20), можно получить следующую алгебру вспомогательной группы

$$\begin{aligned}
 [S^{\mu\nu}, S^{\rho\sigma}] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma}{}_{\kappa\lambda} S^{\kappa\lambda}, \\
 [S^{\mu\nu}, S^\rho] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma} S^\sigma, \\
 [S^\mu, S^\nu] &= H^{\mu\nu}, \\
 [S^{\mu\nu}, H^{\rho\sigma}] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma}{}_{\kappa\lambda} H^{\kappa\lambda}, \\
 [H^{\mu\nu}, H^{\rho\sigma}] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma}{}_{\kappa\lambda} H^{\kappa\lambda}, \\
 [H^{\mu\nu}, S^\rho] &= c^{\mu\nu, \rho\sigma} S^\sigma.
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Полученная вспомогательная группа изоморфна прямому произведению группы Лоренца и группы $SO(1,4)$.

Л и т е р а т у р а

1. Weinberg, S. Phys. Rev., 133B, 1318 (1964).
2. Feldman, G., Matthews P.T. Ann. Phys., 40, 19 (1966).
3. Днхмус Я., Пределные группы Ли, Тарту, 1969; II летняя школа по проблемам теории элементарных частиц. Степя, 1967.
4. Inönü, E., Wigner, E.P. Proc. Nat. Acad. Sci (USA), 39, 510 (1953).
5. Levy-Nahas, M. J. Math. Phys., 8, 1211 (1967).

6. К õ и в, М. Irreducible Representations of $O(5)$ Group in Relativistic Particle Physics, Preprint FAI-2, Tartu 1969.

7. К õ и в М., Л о й д е К., М е й т р е И. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 289, II (1970).

8. Л у а к х о в с к у, V.D. Commun. Math. Phys., 14, 70 (1969).

9. Л у а к х о в с к у, V. Generalized Symmetries and High Order Deformations of the Direct Sum $P \oplus A$, Preprint FAI-3, Tartu 1970.

М. Кõiv, R.-K. Loide, J. Meitre

A Problem of Finding Auxiliary Groups

Summary

In quantization the representations of Poincaré group cannot be directly used, therefore the representations of some other groups - auxiliary groups are made use of. It is possible to reduce the problem of finding auxiliary groups to the problem of contractions and deformations of Lie groups and algebras. The general form of a starting algebra from which with the help of deformations the algebras of auxiliary groups can be found is given. One possible method of deformations is written down and one nontrivial auxiliary group is found.

К.Лойде, Р.-К.Лойде, К.Сельмяэ

ЗАМЕЧАНИЕ О ДЕФИНИТНОСТИ ЭНЕРГИИ И ЗАРЯДА

Дефинитность энергии или заряда имеет важное значение при построении релятивистских волновых уравнений с одним значением массы покоя. Проблема дефинитности была недавно исследована в работах [1-3]. В работе [1] показано, что для дефинитности необходимо, чтобы уравнение не описывало более одной частицы с данным спином. В работе [3] доказано, что для частиц с целым (полуцелым) спином и одной массой покоя энергия (заряд) всегда дефинитны. Этот результат следует из условий дефинитности энергии и заряда работы [4]. В работе [2] приведены условия дефинитности отдельно для каждого спина, причем исходят из некоторых результатов работы [4]. По нашему мнению вопрос дефинитности требует еще дальнейшего исследования. Мы на конкретном примере покажем, что условия дефинитности, приведенные в работах [2,3,4], не всегда дают правильный результат.

Как известно (см. например [5]), дефинитность энергии означает дефинитность скалярного произведения (ψ, ψ) для каждого решения волнового уравнения, а дефинитность заряда - дефинитность выражения $(\psi, \beta^0 \psi)$. Если мы выразим решение волнового уравнения с данным спином $\psi_{s\pm}$ (\pm знак $p^0/|p^0|$) с помощью соответствующих проекционных операторов P_{\pm}^s [6]: $\psi_{s\pm} = P_{\pm}^s \psi$, то условие дефинитности энергии для $\psi_{s\pm}$ означает дефинитность выражения

$$\psi^+ \Lambda P_{\pm}^s \psi, \tag{1}$$

где Λ - матрица скалярного произведения, и условие дефинитности заряда означает дефинитность выражения

$$\pm \psi^+ \Lambda P_{\pm}^s \psi. \tag{2}$$

Из (1) и (2) видно, что в обоих случаях мы имеем дело с выражением $\psi^+ \Lambda P_{\pm}^S \psi$ и нас интересует знак этого выражения. Условия дефинитности, приведенные в работах [2, 3, 4], получены из соотношения, что знак выражения

$\psi^+ \Lambda P_{\pm}^S \psi$ совпадает со знаком следа матрицы ΛP_{\pm}^S :

$$\text{sgn}(\psi^+ \Lambda P_{\pm}^S \psi) = \text{sgn} \text{Tr}(\Lambda P_{\pm}^S). \quad (3)$$

Выполнение этого соотношения требует тоже дальнейшего исследования, так как условия, полученные из этого соотношения дают в некоторых случаях противоречивые результаты.

В качестве примера рассмотрим уравнения с представлением $(1, \frac{1}{2}) \oplus (0, \frac{1}{2}) \oplus (\frac{1}{2}, 0) \oplus (\frac{1}{2}, 1)$ для частиц со спинами $\frac{3}{2}$ и $\frac{1}{2}$ [6]. Обозначив представления $1 = (1, \frac{1}{2})$, $2 = (0, \frac{1}{2})$,

$3 = (\frac{1}{2}, 0)$ и $4 = (\frac{1}{2}, 1)$, запишем матрицы $\beta^{(3/2)}$, $\beta^{(1/2)}$ и Λ в виде

$$\beta^{(3/2)} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & t_{14}^{(3/2)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_{41}^{(3/2)} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (4)$$

$$\beta^{(1/2)} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & dt_{13}^{(1/2)} & \frac{1}{2} t_{14}^{(1/2)} \\ 0 & 0 & ct_{23}^{(1/2)} & bt_{24}^{(1/2)} \\ bt_{31}^{(1/2)} & ct_{32}^{(1/2)} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} t_{41}^{(1/2)} & dt_{42}^{(1/2)} & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

$$\Lambda = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & p_1(t_{14}^{(3/2)} - t_{14}^{(1/2)}) \\ 0 & 0 & p_2 t_{23}^{(1/2)} & 0 \\ 0 & p_2 t_{32}^{(1/2)} & 0 & 0 \\ p_1(t_{41}^{(3/2)} - t_{41}^{(1/2)}) & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (6)$$

где $t_{ij}^{(3/2)}$ и $t_{ij}^{(1/2)}$ операторы проектирования спина, которые выражаются через коэффициенты Клебша-Гордана [7] и a, b, c, ρ_1, ρ_2 — некоторые постоянные. β^0 матрица уравнения имеет вид

$$\beta^0 = \beta^{(3/2)} + \beta^{(1/2)}. \quad (7)$$

В случае $ab = -\frac{1}{4}$, $c = -\frac{1}{2}$ и $\rho_1 = \rho_2$ мы получим уравнение Паули-Фирца для спина $\frac{3}{2}$, которое удовлетворяет дефинитности заряда (и условиям дефинитности работ [2, 4]).

Когда уравнение описывает кроме спина $\frac{3}{2}$ еще и частицы со спином $\frac{1}{2}$, мы имеем следующие условия на коэффициенты [6]:

- 1) $ab = \frac{1}{4}, \quad c = \frac{1}{2}, \quad \rho_1 = -\rho_2,$
- 2) $ab = -\frac{3}{4}, \quad c = -\frac{3}{2}, \quad \rho_1 = \rho_2,$
- 3) $ab = \frac{3}{4}, \quad c = -\frac{1}{2}, \quad \rho_1 = -\rho_2.$

В двух первых случаях уравнение описывает одну частицу со спином $\frac{1}{2}$, а в третьем случае две частицы со спином $\frac{1}{2}$.

Сравним теперь условия дефинитности работ [2] и [4]. Из соотношений работы [2] мы получим отдельные условия для спина $\frac{3}{2}$ и спина $\frac{1}{2}$. Используя явный вид проекционных операторов P_{\pm}^s , выражения (4) — (6) и учитывая, что $\text{Tr} t_{ii}^{(s)} = 2s + 1$, мы получим для спина $\frac{3}{2}$

$$\text{Tr}(\Lambda P_{\pm}^{3/2}) = 4\rho_1. \quad (7)$$

Для спина $\frac{1}{2}$ мы получим для выписанных выше случаев следующие результаты:

$$1) \quad \text{Tr}(\Lambda P_{\pm}^{1/2}) = -2\rho_1, \quad (8)$$

$$2) \quad \text{Tr}(\Lambda P_{\pm}^{1/2}) = -4\rho_1, \quad (9)$$

$$3) \quad \text{Tr}(\Lambda P_{\pm}^{1/2}) = 0. \quad (10)$$

Если соотношение (3) выполняется, то это означает, что дефинитность заряда в данном случае не имеет места, так как в двух первых случаях плотности заряда для спина $\frac{3}{2}$ и для

спина $\frac{1}{2}$ имеют разные знаки, а в третьем случае плотность заряда для спина $\frac{1}{2}$ равна нулю.

Условие дефинитности работы [4] означает в данном случае (учитывая (3)) дефинитность выражения $\text{Tr}(\Lambda \beta^0)$.

Мы получим:

$$1) \quad \text{Tr}(\Lambda \beta^0) = 2\rho_1, \quad (\text{II})$$

$$2) \quad \text{Tr}(\Lambda \beta^0) = 0, \quad (\text{I2})$$

$$3) \quad \text{Tr}(\Lambda \beta^0) = 4\rho_1. \quad (\text{I3})$$

Эти условия дают дефинитность в первом и третьем случае, а индефинитность во втором случае. Сравнивая результаты (II) - (I3) с предыдущими - (8) - (I0), мы видим, что условия работ [2] и [4] дают противоречивые результаты. Если соотношение (3) выполняется, то правильными надо считать условия работы [2], поскольку мы получим такие условия, как и в работе [4], но отдельно для каждого спина. Как мы уже видели, плотности различных спинов могут отличаться знаком.

Прямое вычисление выражения (2) показывает, что в первом и во втором случае плотности заряда для спина $3/2$ и спина $1/2$ отличаются знаком. Это согласуется с условиями (7), (8) и (9). В третьем случае мы получим для спина $1/2$ индефинитное выражение. Полученный результат не согласуется с условиями (I0) и (I3). Условие (I0) дает нулевую плотность заряда, а условие (I3) дает дефинитность всего уравнения. Данный пример показывает, что в этом случае, когда уравнение описывает одну частицу, дефинитность выполняется. Когда уравнение описывает несколько частиц, дефинитность не выполняется. Из полученных результатов можно сделать вывод, что проблема дефинитности требует еще дальнейшего исследования, так как общих, легко проверяемых условий дефинитности еще нет.

Л и т е р а т у р а

1. А м а г, V., Д о з з и о, U. Nuovo Cim., В9, 53 (1972).
2. С о х, W., J. Phys.A: Math., Nucl., Gen., 7, 1. 665, 2249 (1974).
3. Ф е д о р о в Ф.И., П л е т ю х о в В.А. Изв. АН БССР, сер. Ф.-м., 6, 63 (1974).
4. Ф е д о р о в Ф.И., ЖЭТФ, 35, 493 (1958).
5. Г е л ь ф а н д И.М., М и н л о с Р.А., Ш а - п и р о З.Я. Представления группы вращений и группы Лоренца. М., 1958.
6. Л о й д е Р.-К. Изв. АН ЭССР, Физ. Мат., 23, 203 (1974).
7. L o i d e, R.-K. Some Remarks on Relativistically Invariant Equations, Preprint FAI-10, Tartu 1972.

K. Loide, R.-K. Loide, K. Seljamäe

A Remark on Definiteness of Energy and Charge

Summary

The conditions of definiteness given in some recent papers are considered. Using the equation which describes particles with spins $\frac{3}{2}$ and $\frac{1}{2}$ it is shown that these definiteness conditions do not always give the right result. Therefore the problem of definiteness of energy and charge needs further investigation.

УДК 538.12

А.Д.Ронинсон

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ТОНКИХ
ФЕРРОМАГНИТНЫХ ОБОЛОЧЕК, ОГРАНИЧЕННЫХ
ПОВЕРХНОСТЯМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Применение общих методов расчета магнитостатических полей ферромагнитных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка, для случая тонких оболочек такой же формы крайне затруднительно, так как при малых толщинах расчетные формулы одержат разности очень близких величин. Последние могут различаться, начиная лишь с 5 - 10 значащих цифр. Поэтому даже применение вычислительной техники далеко не всегда облегчает положение.

Рассуждая о тонких оболочках, мы имеем в виду малость не абсолютной, а относительной их толщины, то есть отношения абсолютной толщины к линейным размерам оболочки.

В 1957 г. Л.А.Цейтлин [1] предложил способ решения магнитостатических задач для тонких ферромагнитных оболочек. Сущность его заключается в том, что малость толщины оболочек учитывается в самом процессе решения. Этот учет заключается в соответствующем преобразовании граничных условий на поверхностях оболочек, а именно в исключении из этих условий величин, характеризующих поле в теле оболочки, и в установлении непосредственной связи между величинами, характеризующими поле во внешней области и в полости оболочки.

При этом количество подлежащих определению постоянных интегрирования уравнения Лапласа для магнитостатического потенциала уменьшается в два раза.

Следовательно, способ Л.А. Цейтлина позволяет упростить как метод решения магнитостатических задач для тонких ферромагнитных оболочек, так и связанные с этим расчеты.

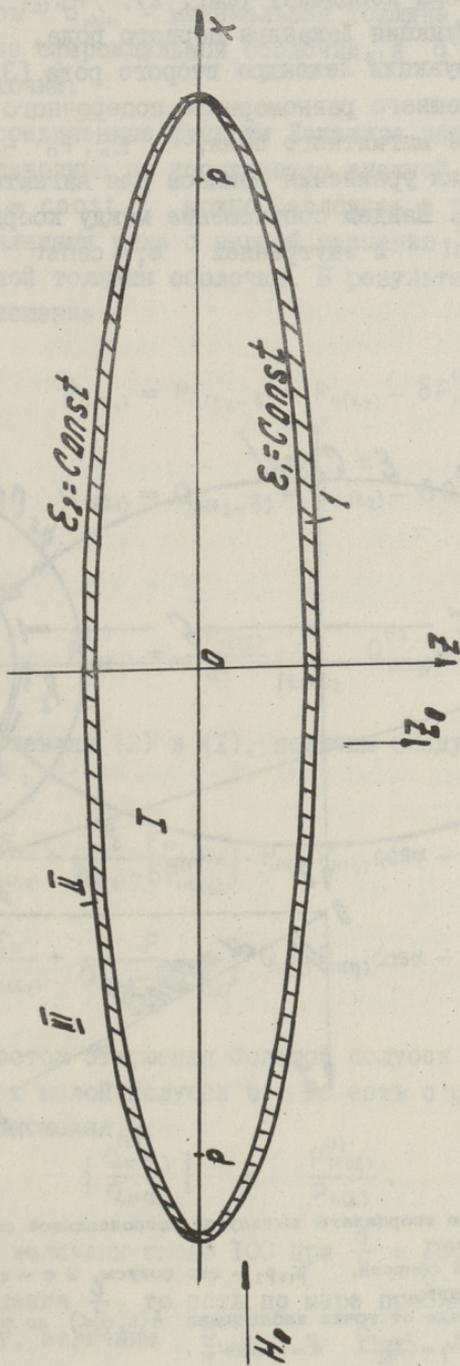
В последующем такой же результат был получен автором данной статьи для расчета любых ферромагнитных оболочек, как тонких, так и нетонких [2].

При этом определение магнитостатического потенциала магнитного поля этих оболочек может производиться не только во внешней области и в полости оболочек, но также и в теле оболочек. Следовательно, по сравнению со способом Л.А. Цейтлина, данный способ более универсален. Сущность его заключается в том, что в качестве произвольных постоянных интегрирования уравнения Лапласа для магнитостатического потенциала выбираются не зависящие от текущих координат коэффициенты разложения потенциала на поверхности оболочки, а потенциалы во внешней области, в теле и в полости оболочки определяются через них путем решения соответственно внешней и внутренней задачи Дирихле.

Максимально упростить метод решения магнитостатических задач для тонких ферромагнитных оболочек можно на основе синтеза способа Л.А. Цейтлина и способа, предлагаемого нами выше. Проиллюстрируем это на примере тонкой ферромагнитной оболочки в форме вытянутого сфероида, находящегося во внешнем равномерном магнитном поле (фиг. 1).

Согласно [2], выражения для магнитостатических потенциалов в полости оболочки ψ^I , в теле оболочки ψ^{II} и во внешней области ψ^{III} имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \psi^I &= E_{II} \frac{P_{II}(\epsilon_1)}{P_{II}(\epsilon_2)} \cdot P_{II}(\eta) \cos \alpha + F_{II} \frac{P_{II}(\epsilon_1)}{P_{II}(\epsilon_1)} \cdot P_{II}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 P_{II}(\epsilon_1) P_{II}(\eta) \cos \alpha \\ \psi^{II} &= E_{II} \frac{P_{II}(\epsilon_1)}{P_{II}(\epsilon_2)} \cdot P_{II}(\eta) \cos \alpha + F_{II} \frac{Q_{II}(\epsilon_1)}{Q_{II}(\epsilon_1)} \cdot P_{II}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 P_{II}(\epsilon_1) P_{II}(\eta) \cos \alpha \\ \psi^{III} &= E_{II} \frac{Q_{II}(\epsilon_1)}{Q_{II}(\epsilon_2)} \cdot P_{II}(\eta) \cos \alpha + F_{II} \frac{Q_{II}(\epsilon_1)}{Q_{II}(\epsilon_1)} \cdot P_{II}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 P_{II}(\epsilon_1) P_{II}(\eta) \cos \alpha \end{aligned} \right\} (I)$$



Фиг. 1. 1 - тонкая сферическая оболочка в форме вытянутого сфероида, μ - ее начальная относительная магнитная проницаемость, p - фокусы, $\epsilon_1 = \text{const}$ - внутренняя поверхность, $\epsilon_2 = \text{const}$ - внешняя поверхность;

I - область в полости оболочки;

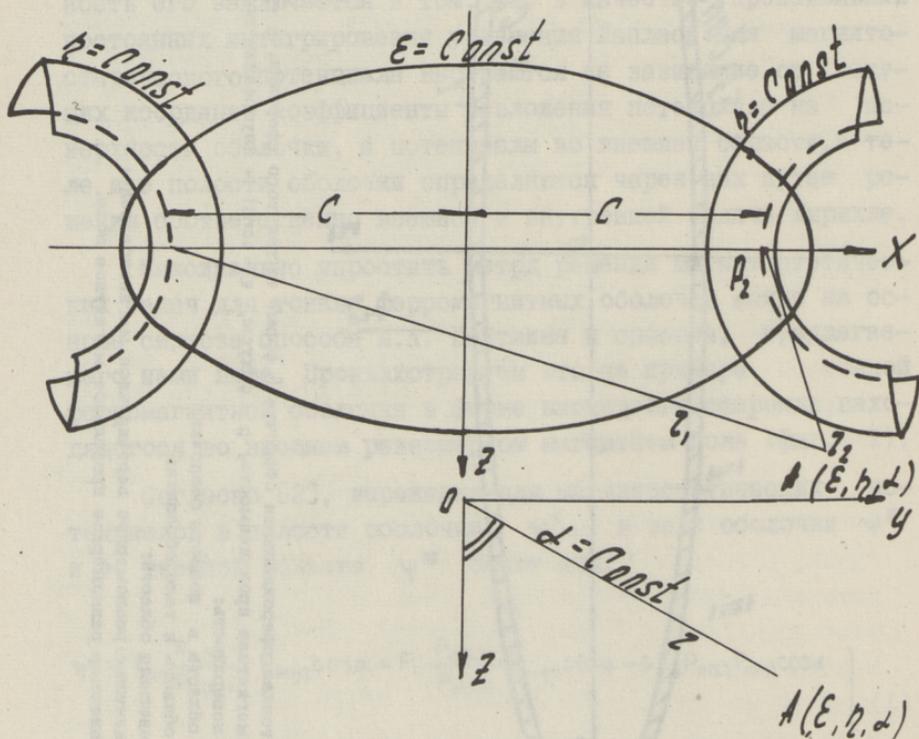
II - область в теле оболочки;

III - внешняя область;

z_0 - внешнее равномерное вертикальное магнитное поле;

H_0 - внешнее равномерное продольное магнитное поле.

Здесь $\varepsilon, \eta, \alpha$ — текущие координаты вытянутой сфероидальной системы координат (фиг. 2), $P_{11}(\varepsilon)$ и $P_{11}(\eta)$ — присоединенные функции Лежандра первого рода, $Q_{11}(\varepsilon)$ — присоединенные функции Лежандра второго рода [3], Z_0 — напряженность внешнего равномерного поперечного (по отношению к оболочке) магнитного поля, E_{11}, F_{11} — постоянные интегрирования уравнения Лапласа для магнитостатического потенциала. Найдем соотношение между координатами внешней $\varepsilon_2 = \text{const}$ и внутренней $\varepsilon_1 = \text{const}$ поверхностей оболочки:



Фиг. 2. $\varepsilon, \eta, \alpha$ — текущие координаты вытянутой сфероидальной системы координат;
 $\varepsilon = \text{const}$ — опорный сфероид, r_1, r_2 — его фокусы, $2c$ — фокусное расстояние;
 r_1, r_2 — расстояние от точки наблюдения $A(\varepsilon, \eta, \alpha)$ до фокусов;
 $\varepsilon = \frac{r_1 + r_2}{2c}$ $\eta = \frac{r_1 - r_2}{2c}$ $\alpha = \arccos \frac{z}{r_1}$.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 - \delta, \text{ где } \delta = \frac{d_{\min}}{c}.$$

Здесь d_{\min} - минимальная толщина, c - полуфокусное расстояние сфероидальной оболочки, а δ - относительная толщина оболочки.

Присоединенные функции Лежандра первого и второго рода и их производные по координатам внешней поверхности оболочки $\varepsilon_2 = \text{const}$ можно разложить в ряд Тейлора, ограничиваясь членами ряда с первой степенью δ , ввиду малой относительной толщины оболочки. В результате получим следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} P_{11}(\varepsilon_1) &= P_{11}(\varepsilon_2 - \delta) = P_{11}(\varepsilon_2) - \delta P_{11}^{(1)}(\varepsilon_2) \\ Q_{11}(\varepsilon_1) &= Q_{11}(\varepsilon_2 - \delta) = Q_{11}(\varepsilon_2) - \delta Q_{11}^{(1)}(\varepsilon_2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь

$$P_{11}^{(1)}(\varepsilon_2) = \left. \frac{dP_{11}(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_2}, \quad Q_{11}^{(1)}(\varepsilon_2) = \left. \frac{dQ_{11}(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_2}.$$

Подставляя (2) в (1), получим следующие выражения для ψ^I и ψ^{III} :

$$\left. \begin{aligned} \psi^I &= \left[\frac{E_{11}}{P_{11}(\varepsilon_2)} + \frac{F_{11}}{P_{11}(\varepsilon_2) - \delta P_{11}^{(1)}(\varepsilon_2)} \right] \cdot P_{11}(\varepsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 P_{11}(\varepsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha \\ \psi^{III} &= \left[\frac{E_{11}}{Q_{11}(\varepsilon_2)} + \frac{F_{11}}{Q_{11}(\varepsilon_2) - \delta Q_{11}^{(1)}(\varepsilon_2)} \right] \cdot Q_{11}(\varepsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 P_{11}(\varepsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

С ростом отношения большой полуоси сфероидальной оболочки a к малой полуоси b , то есть с ростом отношения $\frac{a}{b}$, растут отношения

$$\left| \frac{Q_{11}^{(1)}(\varepsilon)}{Q_{11}(\varepsilon)} \right| \quad \text{и} \quad \frac{P_{11}^{(1)}(\varepsilon)}{P_{11}(\varepsilon)},$$

достигая величины около 100 при $\frac{a}{b} = 10$, а по мере уменьшения отношения $\frac{a}{b}$, то есть по мере приближения формы оболочки к шару, величины $P_{11}^{(1)}(\varepsilon)$ и $P_{11}(\varepsilon)$ и абсолютные вели-

ны $Q_{11}^{(1)}(\epsilon)$ и $Q_{11}(\epsilon)$ сближаются.

С ростом отношения полюсов $\frac{a}{b}$ уменьшается также величина

$$\delta = \frac{d_{\min}}{c}.$$

С учетом изложенного можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_{11}}{Q_{11}(\epsilon_2)} + \frac{F_{11}}{Q_{11}(\epsilon_2) - \delta Q_{11}^{(1)}(\epsilon_2)} &\approx \frac{E_{11} + F_{11}}{Q_{11}(\epsilon_2)} = \frac{K_{11}}{Q_{11}(\epsilon_2)} \\ \frac{E_{11}}{P_{11}(\epsilon_2)} + \frac{F_{11}}{P_{11}(\epsilon_2) - \delta P_{11}^{(1)}(\epsilon_2)} &\approx \frac{E_{11} + F_{11}}{P_{11}(\epsilon_2)} = \frac{K_{11}}{P_{11}(\epsilon_2)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получим:

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= \frac{K_{11}}{P_{11}(\epsilon_2)} P_{11}(\epsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 P_{11}(\epsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha \\ \Psi^{II} &= \frac{K_{11}}{Q_{11}(\epsilon_2)} Q_{11}(\epsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 P_{11}(\epsilon) P_{11}(\eta) \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В результате имеем не две, а одну постоянную интегрирования.

Согласно [1], граничные условия для относительно тонких оболочек в форме вытянутого сфероида имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon_2} - \frac{\partial \Psi^I}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon_1} &= \frac{1}{c(\epsilon^2 - 1)} \cdot \left\{ \delta \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial \epsilon} [c(\epsilon^2 - 1)] + \right. \\ &\left. + \mu \delta \frac{\partial}{\partial \eta} [c(1 - \eta^2) \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \eta}] + \mu \delta \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{c(\epsilon^2 - \eta^2)}{(\epsilon^2 - 1)(1 - \eta^2)} \cdot \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \alpha} \right] \right\} \Big|_{\epsilon = \epsilon_2} \quad (6) \end{aligned}$$

Подставляя (5) в (6), получим:

$$K_{11} = Z_0 c \frac{\mu \delta [P_{11}(\epsilon_2)]^2 Q_{11}(\epsilon_2)}{\mu \delta P_{11}(\epsilon_2) Q_{11}(\epsilon_2) - 2 \frac{\epsilon_2^2 - 1}{2\epsilon_2^2 - 1}} \quad (7)$$

Если ферромагнитная тонкая оболочка в форме вытянутого сфероида находится во внешнем равномерном продольном магнитном поле напряженностью H_0 , то выражения для маг-

нитостатического потенциала в полости оболочки ψ^I и во внешней области ψ^III имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \psi^I &= \frac{K_1}{P_1(\varepsilon_2)} \cdot P_1(\varepsilon) P_1(\eta) - c H_0 P_1(\varepsilon) P_1(\eta) \\ \psi^{III} &= \frac{K_1}{Q_1(\varepsilon_2)} \cdot Q_1(\varepsilon) P_1(\eta) - c H_0 P_1(\varepsilon) P_1(\eta) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6), получим

$$K_1 = H_0 c \frac{\mu \delta(\varepsilon_2)^2 Q_1(\varepsilon_2)}{\mu \delta Q_1(\varepsilon_2) + 0,5} \quad (9)$$

Здесь $P_1(\varepsilon), P_1(\eta)$ — полиномы Лежандра первого рода, $Q_1(\varepsilon)$ — полиномы Лежандра второго рода, K_1 — постоянная интегрирования уравнения Лапласа для магнитостатического потенциала.

Для случая ферромагнитных оболочек в форме скатого (сплюснутого) сфероида (фиг. 3) решение в принципе такое же, получим следующие выражения для магнитостатического потенциала в полости оболочки ψ^I и во внешней области ψ^{III} :

$$\left. \begin{aligned} \psi^I &= \frac{K_{II}}{P_{II}(i\varepsilon_2)} \cdot P_{II}(i\varepsilon) P_{II}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 \frac{P_{II}(i\varepsilon)}{i} P_{II}(\eta) \cos \alpha \\ \psi^{III} &= \frac{K_{II}}{Q_{II}(i\varepsilon_2)} \cdot Q_{II}(i\varepsilon) P_{II}(\eta) \cos \alpha - c Z_0 \frac{P_{II}(i\varepsilon)}{i} P_{II}(\eta) \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Здесь $i = \sqrt{-1}$, $\varepsilon, \eta, \alpha$ — текущие координаты системы координат скатого сфероида (фиг. 4), $\varepsilon_2 = \text{const}$ — внешняя поверхность оболочки, $Q_{II}(i\varepsilon), Q_{II}(i\varepsilon_2), P_{II}(i\varepsilon), P_{II}(i\varepsilon_2)$ присоединенные функции Лежандра соответственно второго и первого рода от мнимого аргумента, Z_0 — напряженность внешнего равномерного вертикального магнитного поля, K_{II} — постоянная интегрирования.

Подставляя (10) в граничные условия, преобразованные согласно [1], получим:

$$K_{II} = \frac{Z_0 c}{i} \cdot \frac{\mu \delta' [P_{II}(i\varepsilon_2)]^2 Q_{II}(i\varepsilon_2)}{\mu \delta' P_{II}(i\varepsilon_2) Q_{II}(i\varepsilon_2) + \frac{(\varepsilon_2^2 + 1)^2}{(2\varepsilon_2^2 + 1)} [Q_{II}(i\varepsilon_2) \cdot P_{II}^{(1)}(i\varepsilon_2) - Q_{II}^{(1)}(i\varepsilon_2) \cdot P_{II}(i\varepsilon_2)]} \quad (11)$$

Если вектор напряженности внешнего равномерного магнитного поля H_0 направлен горизонтально (вдоль оси вра-

нения оболочки), то получим следующее выражение для постоянной интегрирования:

$$K_1 = \frac{H_0 c}{l} \cdot \frac{\mu \delta' [P_{1(i\epsilon_2)}]^2 \cdot Q_{1(i\epsilon_2)}}{\mu \delta' P_{1(i\epsilon_2)} Q_{1(i\epsilon_2)} + \frac{\epsilon_2^2 + 1}{2} [Q_{1(i\epsilon_2)} P_{1(i\epsilon_2)} - Q_{1(i\epsilon_2)}^{(1)}(i\epsilon_2)]} \quad (I2)$$

Здесь $Q_{1(i\epsilon)}$, $Q_{1(i\epsilon_2)}$, $P_{1(i\epsilon)}$, $P_{1(i\epsilon_2)}$ — полиномы Лежандра соответственно первого и второго рода от мнимого аргумента.

В формулах (II) и (I2) под величиной δ' понимается отношение

$$\delta' = \frac{d'_{\max}}{c},$$

что аналогично отношению $\delta = \frac{d_{\min}}{c}$ для случая вытянутого сфероида.

Решая аналогичным образом магнитостатическую задачу для тонкой ферромагнитной сферической оболочки, находящейся во внешнем равномерном магнитном поле напряженностью Z_0 (фиг. 5), получим

$$\left. \begin{aligned} \psi^I &= K \frac{r}{b} \cdot \cos \alpha - Z_0 r \cos \alpha \\ \psi^{II} &= K \frac{b^2}{r^2} \cdot \cos \alpha - Z_0 r \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (I3)$$

Подставляя (I3) в граничные условия, преобразованные согласно [I], получим

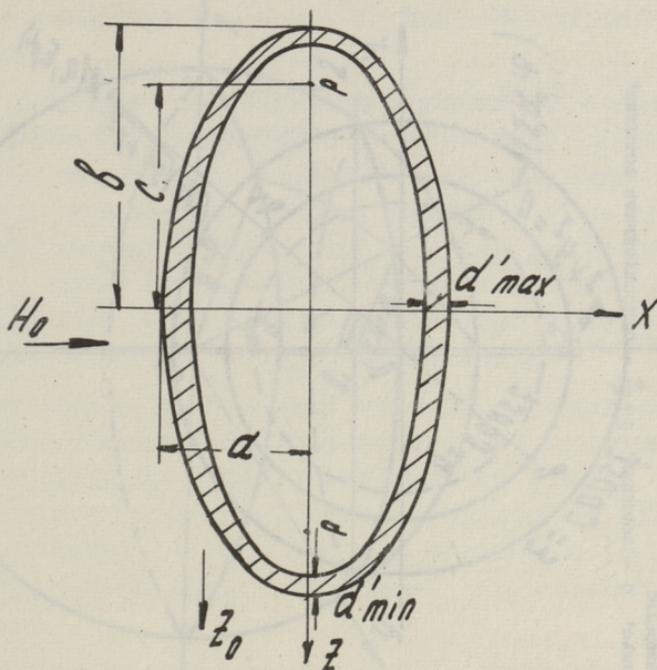
$$K = Z_0 b \frac{\mu \delta}{\mu \delta + 1,5} \quad (I4)$$

Здесь δ — отношение абсолютной толщины к радиусу оболочки, r, α — текущие координаты сферической системы координат (фиг. 5).

Так как вектор \vec{Z}_0 направлен по вертикали, то выражения для магнитостатического потенциала ψ от угла φ не зависят.

При таком же решении магнитостатической задачи для тонкой ферромагнитной бесконечно длинной круглой цилиндрической оболочки, находящейся во внешнем равномерном магнитном поле напряженностью Z_0 (фиг. 6), получим

$$\left. \begin{aligned} \psi^I &= K \frac{r}{b} \cos \alpha - Z_0 r \cos \alpha \\ \psi^{II} &= K \frac{b}{r} \cos \alpha - Z_0 r \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (I5)$$



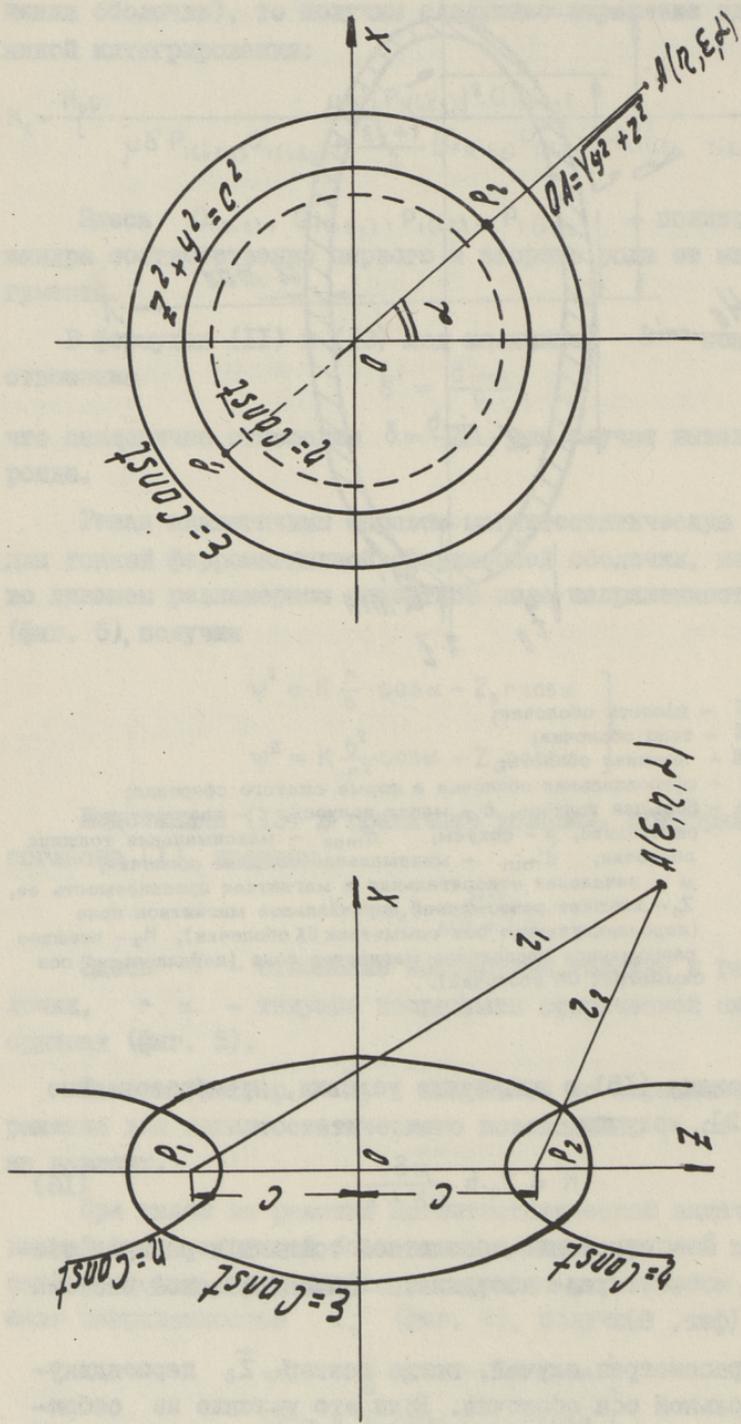
Фиг. 3 I - полость оболочки;
 II - тело оболочки;
 III - внешняя область;
 I - сферидальная оболочка в форме сжатого сфероида;
 b - большая полуось, a - малая полуось, c - полуфокусное расстояние, p - фокусы, d'_{max} - максимальная толщина оболочки, d'_{min} - минимальная толщина оболочки, μ - начальная относительная и магнитная проницаемость ее, Z_0 - внешнее равномерное вертикальное магнитное поле (перпендикулярное оси симметрии OX оболочки), H_0 - внешнее равномерное продольное магнитное поле (параллельное оси симметрии OX оболочки).

Подставляя (I5) в граничные условия, преобразованные согласно [2], получим

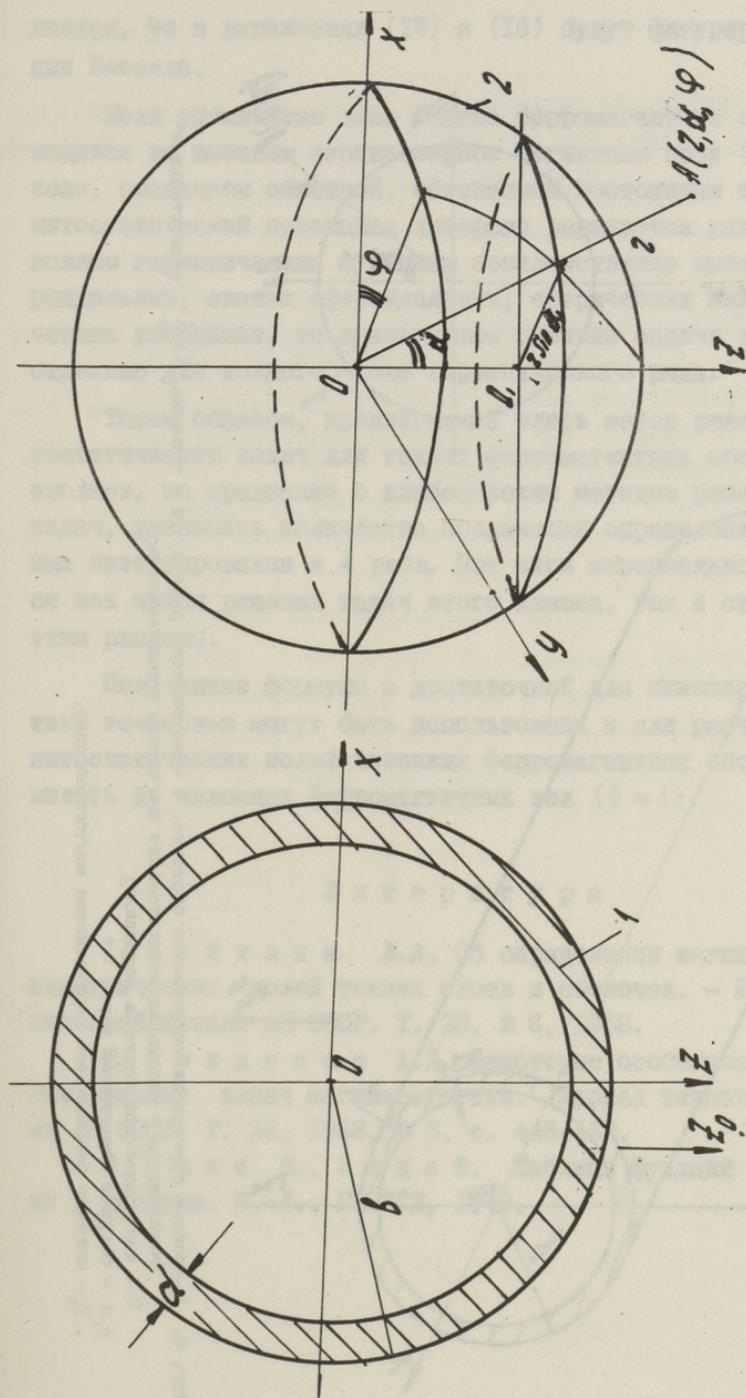
$$K = Z_0 \cdot b \frac{\mu \delta}{\mu \delta + 2} \quad (I6)$$

Здесь δ - отношение абсолютной толщины к радиусу оболочки, r, α - текущие координаты цилиндрической системы координат (фиг. 6).

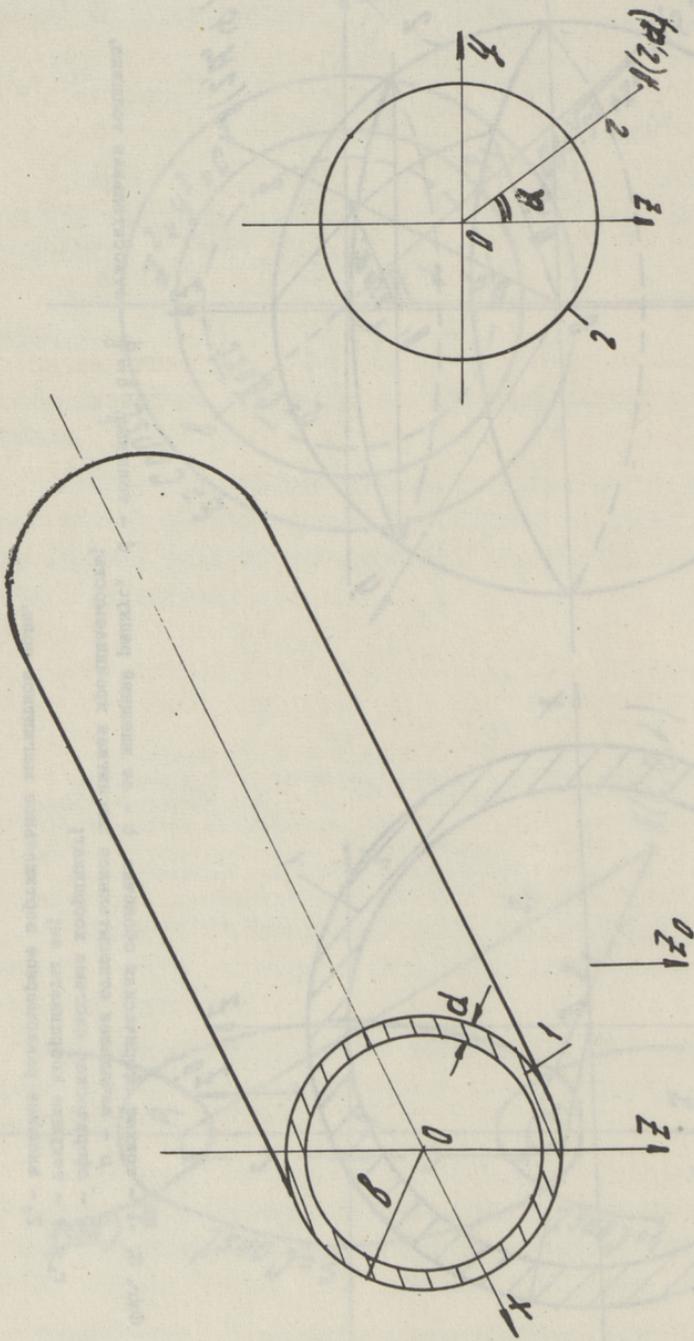
Нами рассмотрен случай, когда вектор \vec{Z}_0 перпендикулярен продольной оси оболочки. Если это условие не соблюдено,



Фиг. 4. $\epsilon = \text{const}$ - опорный сжатый сфероид;
 $\eta = \text{const}$ - однополостный гиперболоид, b и a - большая и малая полуоси сжатого сфероида;
 b_1 и a_1 - действительная и мнимая полуоси гиперболоида, 1 - асимптоты;
 P_1 и P_2 - фокусы; $2c$ - фокусное расстояние.



Фиг. 5. 1 - тонкая сферическая оболочка, b - ее внешний радиус, d - толщина, $\delta = \frac{d}{b}$ - относительная толщина,
 μ - начальная относительная магнитная проницаемость;
 2 - сферическая система координат;
 α, γ - текущие координаты ее;
 Z_0 - внешнее равномерное вертикальное магнитное поле.



Фиг. 6. 1 — тонкая круглая цилиндрическая оболочка, b — ее внешний радиус, d — толщина, μ — начальная относительная магнитная проницаемость;
 2 — цилиндрическая система координат;
 r, α — текущие координаты ее;
 Z_0 — внешнее равномерное вертикальное магнитное поле.

дается, то в выражениях (15) и (16) будут фигурировать функции Бесселя.

Если упомянутые выше тонкие ферромагнитные оболочки находятся во внешнем неравномерном магнитном поле (например, в поле, созданном обмоткой, обтекаемой постоянным током), магнитостатический потенциал которого выражается рядом по основным гармоническим функциям соответственно вытянутых сфероидальных, сплюснутых сфероидальных, сферических или цилиндрических координат, то аналогичное решение задачи выполняется отдельно для каждого члена гармонического ряда.

Таким образом, предлагаемый здесь метод решения магнитостатических задач для тонких ферромагнитных оболочек позволяет, по сравнению с классическим методом решения этих задач, уменьшить количество подлежащих определению постоянных интегрирования в 4 раза. При этом максимально упрощаются как метод решения задач этого класса, так и связанные с этим расчеты.

Полученные формулы с достаточной для инженерной практики точностью могут быть использованы и для расчета магнитостатических полей нетонких ферромагнитных оболочек, вплоть до сплошных ферромагнитных тел ($\delta = 1$).

Л и т е р а т у р а

1. Цейтлин Л.А. Об определении магнитных и электрических полей тонких слоев и оболочек. — Журнал технической физики АН СССР. Т. 28, № 6, 1958.

2. Ронинсон А.Д. Некоторые особенности решения краевых задач магнитостатики. — Журнал технической физики АН СССР. Т. 38, 1968, № 3, с. 448–452.

3. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. М.—Л., ГИЗТТЛ, 1949.

Die Bestimmung der magnetischen Felder der dünnen ferromagnetischen Hüllen, die mit Oberflächen zweiter Ordnung beschränkt sind

Zusammenfassung

In diesem Artikel wird die Methode der Lösung magnetischer Aufgaben für dünne ferromagnetische Hüllen, die mit Oberflächen zweiter Ordnung beschränkt sind, behandelt. Die Anwendung dieser Methode erlaubt die Vereinfachung sowohl des Beschlusses der Aufgaben dieser Klassen als auch die damit gebundenen Berechnungen.

С о д е р ж а н и е

1.	Т.И. Трофимова, Т.В. Руус, М.Я. Рузалеп. Термостимулированная люминесценция Вр-со- далита.	3
2.	Т.А. Пикка, Э.А. Тамм. Сенсibilизированный фотолиз на поверхности полупроводников. . .	9
3.	В.А. Веймер. Исследование фазы возникнове- ния ВЧ разряда с острия.	15
4.	Э. Арро, Н. Думп, Ю. Паасалу, Х. Сильдвэе. Влияние микросейсмических помех на точность гравиметрических наблюдений в Таллине. . .	27
5.	М. Кыйв, Р.-К. Лойде, И. Мейтре. Проблема нахождения вспомогательных групп.	33
6.	К. Лойде, Р.-К. Лойде, К. Сельмяэ. Замеча- ние о дефинитности энергии и заряда. . . .	39
7.	А.Д. Ронинсон. Определение магнитостатичес- ких полей тонких ферромагнитных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка	45

© ТПИ, Таллин, 1976

Таллинский политехнический институт

Труды ТПИ №408

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

Сборник статей УШ

Редактор А. Паат

Техн. редактор В. Ранник

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 18 июня 1976 г.

Подписано к печати 13 декабря 1976 г.

Бумага 60x90/16

Печ. л. 3,75+0,25 приложение

Уч.-изд. л. 3,2

Тираж 300

МВ - 07380

Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9

Зак. № 1301

Цена 32 коп.

Т Р У Д Ы П О Ф И З И К Е

СБОРНИК СТАТЕЙ

УШ

УДК 535.37;535.343.2

Термостимулированная люминесценция Вр-содалита.

Трофимова Т.И., Руус Т.В., Рузалец М.Я. "Труды
Таллинского политехнического института", № 408,
1976, с. 3-8.

Исследована термостимулированная люминесценция порошковых Вр-содалитов после рентгеновского и электронного возбуждений. Показана ее зависимость от различных условий эксперимента и особенностей образца, учет которых необходим для целенаправленного поиска и синтеза новых образцов содалитов, применяющихся в качестве активных сред для запоминающих устройств.

Фигур - 3, библиографических названий - 5.

УДК 772.93;548.0

Сенсибилизированный фотолиз на поверхности

полупроводников. Пикка Т.А., Тамм Е.А. "Труды
Таллинского политехнического института", № 408,
1976, с. 9-14.

Рассматривается процесс фотолитического восстановления ионов серебра водных растворов $AgNO_3$ на поверхности ди-

электриков и некоторых полупроводников, как одного из способов полупроводниковой кристаллизации информации. Показано, что на поверхности полупроводника может быть реализован процесс сенсibilизированного фотолиза, где сенсibilизатором является полупроводник или процесс рассасывания металлического серебра. В первом случае получается негативное, а во втором случае позитивное изображение.

Библ. названий - 7.

УДК 537.525.2

Исследование фазы возникновения ВЧ разряда с острия.
Веймер В.А. "Труды Таллинского политехнического института", № 408, 1976, с. 15-26.

При помощи двухлучевого осциллографа наблюдали одновременно импульсы с выхода ФЭУ, регистрирующего излучение униполярного ВЧ разряда вблизи острия, и фазу ВЧ напряжения, соответствующую началу разряда на частоте 20 МГц. Найдено, что начальная фаза возникновения разряда имеет вероятностный характер. Приведены кривые зависимости вероятности начала разряда в отрицательные полупериоды ВЧ напряжения от добавочного постоянного потенциала при различных перенапряжениях. Дан их краткий качественный анализ.

Фигур - 7, библ. названий - 7.

УДК 539.107.43

Влияние микросейсмических помех на точность гравиметрических наблюдений в Таллине. Арро Э., Лумп Н., Паасалу Ю. Сильдвэе Х. "Труды Таллинского политехнического института", № 408, 1976, с. 27-32.

Наблюдения проводились двумя типами гравиметров (GS-II и ГАК-7Т). При полевых наблюдениях с кварцевыми грави-

метрами маятник гравиметра рекомендуется ориентировать перпендикулярно направлению прихода микросейсмов. При приливных регистрациях гравиметр нужно ориентировать, учитывая основные пути движения циклонов.

Фигур - 4, библиографических названий - 7.

УДК 539.12:519.48

Проблема нахождения вспомогательных групп. Киев М., Лойде Р.-К., Мейтре И. "Труды Таллинского политехнического института", № 408, 1976, с. 33-38.

При квантовании невозможно прямо пользоваться представлениями группы Пуанкаре, а следует использовать представления некоторых других групп - вспомогательных групп. Проблеме нахождения вспомогательных групп можно привести к проблеме скачков и деформаций групп и алгебр Ли. Найден общий вид исходной алгебры, из которой с помощью деформаций можно получить алгебры вспомогательных групп. Приведен один возможный метод деформаций и найдена одна нетривиальная вспомогательная группа.

Библиографических названий - 9.

УДК 539.12

Замечание о дефинитности энергии и заряда. Лойде К., Лойде Р.-К., Сельмяне К. "Труды Таллинского политехнического института", № 408, 1976, с. 39-44.

Рассмотрены условия дефинитности, приведенные в некоторых недавно изданных работах. На примере уравнения, которое описывает частицы со спинами $\frac{3}{2}$ и $\frac{1}{2}$ показано, что данные условия не всегда дают правильный результат. Поэтому проблема дефинитности энергии и заряда требует еще дальнейшего исследования.

Библиографических названий - 7.

Определение магнитостатических полей тонких ферромагнитных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка. Ронинсон А.Д. "Труды Таллинского политехнического института", № 408, 1976, с. 45-58.

В статье изложен метод решения магнитостатических задач для тонких ферромагнитных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка. Применение этого метода позволяет максимально упростить как решение задач этого класса, так и связанные с этим расчеты.

Фигур - 6, библи. названий - 3.

Ep.6.7

530
Tallinna Polütehnik
Instituut

Toimetised

N 408

1976

Цена 32 коп.

5р