Ep. 6.7
305

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 305

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

СБОРНИК СТАТЕЙ
IV

ТАЛЛИН 1971

Ер. 6.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 305 1971

УДК 621.31

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

СБОРНИК СТАТЕЙ
IV

ТАЛЛИН 1971

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
Сборник статей 1У

Таллинский политехнический институт

Редактор К. Мёллер
Технический редактор Л. Лоопер

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 4/XII 1970 г.

Сдано в набор 12/1 1971 г. Подписано к печати 18/У1 1971 г.
Бумага 60x90/16. Печ. л. 5,5 + приложение. Уч.-изд. л. 4,5.
Тираж 400. МВ-05358. Зак. №459 . Ротапринт ТПИ, Таллин,
ул. Коскла, 2/9. Цена 45 коп.

Ep. 10515

Eesti NSV
Teaduslik
Raamatukogu
Teaduste Akadeemia

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 305 1971

УДК 621.311.1+51:330.115

М.Х. Валдма

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПО НЕПРЕРЫВНЫМ ПЕРЕМЕННЫМ В УСЛОВИЯХ РИСКА

Задачи (подзадачи) оптимизации режима по непрерывным переменным в условиях полной информации[1] могут быть сформулированы в виде (время дискретное): при заданных значениях неуправляемых переменных $W (W \in V)$ определить

$$\min_{Y \in U} \varphi_0(Y, W) \qquad (1)$$

при ограничениях

$$\varphi_i(Y, W) = 0, \quad i = 1, \ldots, k; \qquad (2)$$

$$\varphi_j(Y, W) \leq 0, \quad j = k+1, \ldots, l, \qquad (3)$$

где $W = \langle w_1, \ldots, w_m \rangle$ – вектор неуправляемых переменных (некоторые его компоненты являются непрерывными, некоторые – дискретными);

V – область возможных значений вектора W;

$Y = \langle y_1, \ldots, y_n \rangle$ – вектор управляемых переменных;

$U = \{ Y : Y^- \leq Y \leq Y^+ \}$ – n-мерный параллелепипед в эвклидовом пространстве E_n, причем Y^-, Y^+ – векторы минимальных и максимальных допустимых значений вектора Y;

$\varphi_i \ (i = 0, \ldots, l)$ – функции, определенные на $U \otimes V$.

[1] Под полной информацией понимается абсолютно точная и строго детерминированная информация.

При этом функциям $\varphi_i (i = 0, \ldots, l)$ присущи следующие свойства [I...4 и др.]: а) при фиксированных значениях дискретных переменных они непрерывны и по меньшей мере почти всюду дифференцируемы по непрерывным переменным в области их изменения; б) они состоят из суммы функций одного или нескольких переменных и, следовательно, являются почти сепарабельными функциями; в) большинство из них, а часто все функции выпуклы[2].

Условимся называть решение оптимизационной задачи оптимальным планом (подпланом).

Рассматриваемая задача позволяет определять оптимальные планы режима для каждого отдельного значения неуправляемых переменных. Поэтому, если к моменту определения оптимального плана точно известны все зависимости между переменными и значения неуправляемых переменных и притом планы режима точно реализуются, то можно на основе задачи (I)...(3) обеспечить равномерную оптимальность режима. К сожалению, равномерная оптимальность режима является тем идеальным состоянием, которое из-за отсутствия полной информации об исходных данных и результатах оптимизации практически недостижимо.

Стоимость из-за неполноты информации или величина экономического риска R равна:

$$R(Y^*, W) = \varphi_0(Y^*, W) - \min_{Y \in S} \varphi_0(Y, W), \qquad (4)$$

где Y^* – реализуемый план режима;

S – множество допустимых значений вектора Y, определяемого условиями (2)...(3) $(S \subset U)$.

В условиях неполной информации имеется также неполная информация о величине риска, и детерминированному изменению поддаются только вероятностные характеристики и предельные значения риска.

Формулировка задач оптимизации режима будет зависеть от того, заданы ли к моменту определения плана все необходимые

---

[2] Функция $f(x)$ называется выпуклой, если для любых x_1 и x_2

$$f[\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2] \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda) f(x_2), \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad [5].$$

характеристики распределения случайных переменных (случай риска) или эти характеристики неизвестны (случай неопределенности). В настоящей статье ограничиваемся рассмотрением случая риска.

Основным типом задач при риске являются задачи минимизации ожидаемого риска или, что одно и то же, задачи минимизации математического ожидания первичной целевой функции (M - задачи) [6]. В связи с тем, что действие случайных факторов на нелинейную систему приводит к смещению средних значений результатов их воздействия, решение M -задач не может быть сведено к решению детерминистических задач типа (I) ... (3) при средних значениях случайных величин и зависимостей.

Вопросы формулировки и решения M -задач оптимизации режима исследованы несколькими авторами [4, 7...IO и др.]. В данной статье развивается метод трансформирования M -задач в нелинейную детерминистическую задачу [9...IO].

Формулировка задачи. Рассмотрим следующую ситуацию: а) заданы все дискретные переменные (например, известны их наивероятнейшие значения); б) о непрерывных неуправляемых переменных известны все необходимые вероятностные характеристики распределения их значений; в) требуется определить план режима $\bar{Y}$; г) из-за наличия последующих шагов управления и погрешностей реализации плана определяемый план точно не реализуется; д) методика определения плана $\bar{Y}$ будет применяться многократно.

Подобные ситуации, в принципе, возникают как при оптимизации долгосрочных и краткосрочных режимов, так и при оптимизации мгновенного режима системы. Математической моделью отмеченной ситуации может служить следующая оптимизационная задача:

$$\min_{\bar{Y}} M\,\varphi_0(Y,W) \qquad (5)$$

при ограничениях

$$Y \in U \quad \text{для всех } W; \qquad (6)$$

$$\varphi_i(Y,W) = 0 \quad \text{для всех } W,\ i=1,\dots,k; \qquad (7)$$

$$P\left[\varphi_j(Y,W) \le 0\right] \ge p_j, \quad j = k+1,\dots,l, \qquad (8)$$

где

$$Y = \bar{Y} + x(\bar{Y}, W). \qquad (9)$$

Здесь P, M – символы вероятности и математического ожидания;

p_j – заданная вероятность $(0 \le p_j \le 1)$;

$x(\bar{Y}, W)$ – непрерывная и дифференцируемая по $\bar{Y}$ вектор-функция на $U \otimes V$.

Все непрерывные компоненты вектора W считаются случайными. При этом предполагается, что в общем случае известна их совместная плотность распределения $f(w)$.

С помощью вектор-функции $x(\bar{Y}, W)$ можно учитывать влияние последующих шагов управления и погрешности реализации плана. Поэтому условимся ее называть вектор-функцией корректировок. В частном случае, когда рассчитанный план точно реализуется в действительности, необходимость в функции $x(\bar{Y}, W)$ отпадает.

Нетрудно заметить, что вместо (7) можно записать условия:

$$M\varphi_i(Y, W) = 0, \qquad (10)$$

$$\Delta\varphi_i(Y, W) = 0 \quad \text{для всех } W, \qquad (11)$$

где

$$\Delta\varphi_i(Y, W) = \varphi_i(Y, W) - M\varphi_i(Y, W), \; i = 1, \ldots, k. \qquad (12)$$

В общем случае для удовлетворения условий (11) требуется полная информация о переменных и зависимостях. Поэтому предположим, что выполнение условий (11) обеспечивается вектор-функцией корректировок $x(\bar{Y}, W)$. Тогда имеем вместо (7) условия (10).

Вывод детерминированного эквивалента. Покажем, что задачу (5)...(6), (8)...(10) можно свести к детерминированной задаче.

Из условия (8) получим следующее ограничение для $\bar{Y}$: $\bar{Y} \in \bar{U}$,

где

$$\bar{U} = \left\{ \bar{Y} : Y^- - \operatorname{Inf} x(\bar{Y}, W) \le \bar{Y} \le Y^+ - \operatorname{Sup} x(\bar{Y}, W) \right\}, \qquad (13)$$

причем $\operatorname{Inf} X$, $\operatorname{Sup} X$ – векторы инфимумов и супремумов компонент вектор-функции $x(\bar{Y}, W)$.

При заданной совместной плотности распределения компонент вектора W вектор $\bar{Y}$ определяет математические ожидания значений функций:

$$M_{\varphi_i}(Y,W) = \int_V \dots \int \varphi_i(Y,W) \cdot f(W)\, dW, \quad i=0,\dots,l. \qquad (I4)$$

В приницле формулы (I4) определяют математические ожидания функций в виде функции от вектора $\bar{Y}$. Условимся эти зависимости называть плановыми функциями и обозначим $\bar{\varphi}_i(\bar{Y})$.

Для преобразования условий (8) к детерминированному виду вводим в рассмотрение функции (I2) при $i=k+1,\dots,l$.

Пусть $G_j(\Delta/\bar{Y})$ – условная функция распределения значений функции $\Delta\varphi_j(Y,W)$, определенная при $f(W)$. Тогда можно условия (8) представить в виде:

$$G_j(-M_{\varphi_j}/\bar{Y}) \geq p_j, \quad j=k+1,\dots,l. \qquad (I5)$$

Отсюда

$$M_{\varphi_j} \leq -G_j^{-1}(p_j/\bar{Y}), \qquad (I6)$$

где G_j^{-1} – обратная к G_j функция относительно переменной Δ.

Обозначая

$$G_j^{-1}(p_i/\bar{Y}) = \varkappa_j(p_j,\bar{Y}) \quad \text{и} \quad M_{\varphi_j} = \bar{\varphi}_j(\bar{Y}), \qquad (I7)$$

имеем вместо (7) условия:

$$\bar{\varphi}_j(\bar{Y}) \leq -\varkappa_j(p_j,\bar{Y}), \quad j=k+1,\dots,l. \qquad (I8)$$

Таким образом, задача (5)...(9) может быть представлена в виде:

$$\min_{\bar{Y}\in\bar{U}} \bar{\varphi}_0(\bar{Y}) \qquad (I9)$$

при ограничениях

$$\bar{\varphi}_i(\bar{Y}) = 0, \quad i=1,\dots,k; \qquad (20)$$

$$\bar{\varphi}_j(\bar{Y}) + \varkappa_j(p_j,\bar{Y}) \leq 0, \quad j=k+1,\dots,l. \qquad (2I)$$

Эта задача является детерминированным эквивалентом задачи (5)...(9). Формально она отличается от детерминистической задачи ((I)...(3)) тем, что вместо фактических функций здесь фигурируют плановые функции, а ограничения в виде неравенств имеют несколько другую форму.

О единственности оптимального плана. Если оптимизационная задача содержит ограничения в виде нелинейных уравнений, то она не может являться задачей выпуклого программирования [5]. Поэтому в общем случае задачи оптимизации режима не являются задачами выпуклого программирования и непосредственно нельзя сделать заключение о единственности решения, присущей задачам выпуклого программирования.

Чтобы сделать применимыми теоретические положения выпуклого программирования, представим задачу (I9)...(2I) в виде общей задачи программирования. Для этого необходимо заменить ограничения в виде уравнений неравенствами. Многие уравнения (уравнения баланса мощностей, воды и др.) могут быть просто заменены неравенствами, причем оптимальный план от этого не изменяется. Например, формально можно допускать, что сумма генерируемых мощностей может быть равной или больше суммы потерь и нагрузочных мощностей, суммарный расход воды на ГЭС может быть меньше заданного и т.д. При замене остальных уравнений неравенствами необходимо к целевой функции прибавить соответствующие функции штрафа.

Тогда имеем вместо (I9)...(2I) следующую задачу:

$$\min_{\bar{Y}\in\bar{U}}\left[\bar{\varphi}_0(\bar{Y}) + T(\bar{Y})\right] \qquad (22)$$

при ограничениях (2I) и

$$\bar{\varphi}_i(\bar{Y}) \leqslant 0, \quad i = 1,\dots,\kappa, \qquad (23)$$

где $T(\bar{Y})$ – строго выпуклая функция штрафа.

Пусть $\bar{U}', \bar{U}''$ – множества допустимых планов задач (I9)... (2I) и (2I)...(23). Легко заметить, что $\bar{U}' \subset \bar{U}''$, причем, если множество $\bar{U}'$ не пусто, то оптимальные планы этих задач совпадают.

Если функция $\bar{\varphi}_0$ строго выпукла, функции $\bar{\varphi}_i$ $(i=1,\dots,l)$, $\varkappa_j (j=\kappa+1,\dots,l)$ и множество $\bar{U}$ выпуклы, то задача (2I)...(23)

является задачей выпуклого программирования, имеющей единственное оптимальное решение [5]. Тогда и задача (I9)..(2I) имеет единственное решение.

Таким образом можно проблему анализа единственности решения свести к задаче анализа выпуклости функций $\bar{\varphi}_i (i=1,\dots,l)$, $\varkappa_j (j = k+1,\dots,l)$, строгой выпуклости функции φ_0 и выпуклости множества $\bar{U}$.

Анализ показал, что если исходные функции выпуклы, то соответствующие плановые функции для весьма широкого класса функции корректировок $X(\bar{Y},W)$ тоже выпуклы. Однако при некоторых видах функции $X(Y,W)$ плановые функции могут оказаться невыпуклыми, если исходные функции выпуклы. Также возможно, что плановые функции получаются выпуклыми при невыпуклых исходных функциях [II].

Поэтому в обычных условиях из единственности оптимального плана детерминистической задачи следует также единственность оптимального плана М-задачи. Однако для некоторых задач необходимо провести специальный анализ единственности решения.

Заключение. Наконец заметим, что в общем случае процесс преобразования стохастических задач в детерминированные является весьма сложным. Однако в силу некоторых упрощений и сепарабельности функций трудоемкость решения конкретных М-задач обычно не больше, а в некоторых условиях даже меньше трудоемкости решения детерминистических задач [I0].

Литература

I. И.М. Маркович. Режимы энергетических систем. "Энергия", М., I969.

2. Л.А. Крумм. Теория оптимизации процессов в электроэнергетических системах в нормальных условиях работы (основные положения). Сб. Методы математического моделирования в энергетике (под ред. Л.А. Мелентьева и Л.С. Беляева), Восточно-Сибирское книжное изд-во, Иркутск, I966.

3. В.М. Горнштейн. Наивыгоднейшие режимы работы гидростанций в энергетических системах. Госэнергоиздат, М.-Л., I959.

4. Е.Б. Ц в е т к о в. Расчет оптимального регулирования стока водохранилищами гидростанций на ЦВМ. "Энергия", М., 1967.

5. С.И. З у х о в и ц к и й, Л.И. А в д е е в а. Линейное и выпуклое программирование. "Наука", М., 1967.

6. В.В. К о л б и н. Стохастическое программирование. Итоги науки. Выпуск "Теория вероятностей". Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1968", М., 1970.

7. Ю.П. С ы р о в. Оптимизация режимов ГЭС в системах при вероятностной форме информации по стоку. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1965, № 6.

8. С.К. Г у р с к и й. Стохастическая модель распределения активных нагрузок в электроэнергетической системе. Изв. АН БССР, серия физико-энергетических наук, 1968, № 2.

9. М.Х. В а л д м а, О.Р. Т е р н о. Некоторые вопросы вероятностного оптимального планирования производственных процессов энергетических систем. Труды ТПИ, серия А, № 225, 1965.

10. М.Х. В а л д м а. Учет случайного характера режима при оптимальном планировании распределения активных нагрузок в энергетической системе. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1969, № 6.

11. М.Х. В а л д м а. Основные свойства плановых характеристик элементов электроэнергетических систем. Наст. сб. II.

M. Valdma

On optimization of the regime of power systems by the continuous parameters in risk-taking situations

Summary

In this paper a general problem of minimizing the expected value of cost of operation in power systems is considered. The deterministic equivalent of the stochastic problem has been derived. Moreover, the singularity of the solution has been dealt with.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.311.1

М.Х. Валдма

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПЛАНОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Как показано в [1], детерминированный эквивалент стохастической задачи оптимизации режима электроэнергетической системы содержит вместо фактических (действительных) функций т.н. плановые функции. Это означает, что при оптимизации режима в условиях риска необходимо вместо фактических расходных характеристик ТЭС и ГЭС и вместо характеристик сетевых потерь использовать соответствующие плановые характеристики [2]. При этом под плановой характеристикой понимается зависимость математического ожидания значений фактической характеристики от плановых значений управляемых переменных при заданной вероятностной информации о неуправляемых переменных.[I]

Пусть $g(Y,W)$ – фактическая характеристика элемента, определенная при $Y \in U$ и $W \in V$, где $Y = \langle y_1,\dots,y_n \rangle$ – вектор управляемых переменных, $W = \langle w_1,\dots,w_m \rangle$ – вектор неуправляемых переменных и U,V – соответственно n- и m-мерные параллелепипеды в эвклидовых пространствах E_n и E_m.

Сделаем следующие предположения:

1. Фактическая характеристика $g(Y,W)$ непрерывна и имеет кусочно-непрерывные частные производные на $U \otimes V$.

2. Вектор Y зависит от неуправляемых переменных W и от своих плановых значений $\bar{Y}$ по векторному уравнению:

[I] Существует некоторая аналогия между плановыми и среднесуточными характеристиками [3].

$$Y = \bar{Y} + X(\bar{Y}, W), \qquad (I)$$

где $X(\bar{Y},W)$ – непрерывная и дифференцируемая вектор-функция корректировок.

3. Неуправляемые переменные являются непрерывно распределенными случайными величинами, совместной плотностью распределения которых является $f(W)$. При этом допустим, что функция $f(W)$ такова, что и вектор Y имеет всюду непрерывное распределение вероятностей на U.

Сделанные предположения, как правило, выполнены в ситуациях оптимизации режима электроэнергетической системы.

Рассмотрим плановую характеристику $\bar{g}(\bar{Y})$, определенную при $\bar{Y} \in \bar{U}$ следующей формулой:

$$\bar{g}(\bar{Y}) = Mg\left[\bar{Y} + X(\bar{Y},W), W\right] = \int_V \cdots \int g\left[\bar{Y} + X(\bar{Y},W), W\right] f(W)\, dW, \qquad (2)$$

где M – символ математического ожидания.

Заметим, что фактическая характеристика $g(Y,W)$ может быть рассмотрена как предельная плановая характеристика, получаемая в случае, когда неуправляемые переменные не являются случайными величинами.

Если фактическая характеристика является линейной функцией на $U \otimes V$ и если функция $X(\bar{Y},W)$ линейна по W, то, очевидно, плановая функция в области $\bar{U}$ совпадает с фактической при $W = MW$. Тогда получим вместо (2) формулу:

$$\bar{g}(\bar{Y}) = g\left[\bar{Y} + X(\bar{Y}, MW), MW\right]. \qquad (3)$$

Ниже приведем некоторые теоремы о плановых характеристиках.

Теорема I. Плановая характеристика непрерывна на $\bar{U}$.

Эта теорема немедленно вытекает из теорем о непрерывности интегралов, зависящих от параметра при непрерывных подинтегральных функциях [4].

Теорема 2. Частные производные плановой характеристики по управляемым переменным могут быть вычислены по формуле:

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{y}_i} = M\left[\frac{\partial g}{\partial y_i}\left(1+\frac{\partial x_i}{\partial \bar{y}_i}\right) + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \frac{\partial g}{\partial y_j}\cdot\frac{\partial x_j}{\partial \bar{y}_i}\right], \qquad (4)$$

где x_i – i-ая компонента вектор-функции $X(\bar{Y},W)$.

Справедливость теоремы следует из теоремы Арцела [4].

Следствие. Пусть Q есть область возможных значений корректировок. Если вместо вектор-функции корректировок известна совместная плотность распределения корректировок $s(X|\bar{Y},W)$ и если область Q не зависит от вектора $\bar{Y}$, то плановая характеристика и ее частные производные определяются следующими формулами:

$$\bar{g}(\bar{Y}) = \int_{Q\times V}\cdots\int g(\bar{Y}+X)\cdot s(X|\bar{Y},W)\cdot f(W)\,dX\,dW, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{y}_i} = M\frac{\partial g}{\partial y_i} + M\left[g(\bar{Y}+X,W)\frac{\partial \ln s}{\partial \bar{y}_i}\right]. \qquad (6)$$

Доказательство: Справедливость формулы (4) очевидна.

На основе теоремы Арцела [4] имеем

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{y}_i} = \int_{Q\times V}\cdots\int\frac{\partial g}{\partial y_i}\cdot s(X|\bar{Y},W)\cdot f(W)\,dX\,dW + \int_{Q\times V}\cdots\int g(\bar{Y}+X,W)\frac{\partial s}{\partial \bar{y}_i}\cdot f(W)\,dX\,dW. \qquad (7)$$

Воспользовавшись равенством

$$\frac{\partial s}{\partial \bar{y}_i} = \frac{\partial \ln s}{\partial \bar{y}_i}\cdot s(X|\bar{Y},W),$$

получим из формулы (6) формулу (5).

В частном случае, если закон распределения корректировок не зависит от вектора $\bar{Y}$, можем частные производные плановой характеристики определить по формуле:

$$\frac{\partial \bar{g}(\bar{Y})}{\partial \bar{y}_i} = M\frac{\partial g(\bar{Y}+X)}{\partial y_i}. \qquad (8)$$

В том случае, если область Q зависит от вектора $\bar{Y}$, формула определения частных производных становится более сложной [4].

Теорема 3. Плановая характеристика имеет непрерывные частные производные $\partial\bar{g}/\partial\bar{y}_i$ $(i=1,\ldots,n)$ на $\bar{U}$.

Доказательство: Очевидно, что для доказательства теоремы достаточно доказать непрерывность частных производных, определенных формулой (8).

Образуем разность

$$\Delta = M\left[\frac{\partial g(\bar{Y}'+X,W)}{\partial y_i} - \frac{\partial g(\bar{Y}+X,W)}{\partial y_i}\right] = \int_{a\times v}\cdots\int\left(\frac{\partial g(\bar{Y}'+X,W)}{\partial y_i} - \frac{\partial g(\bar{Y}+X,W)}{\partial y_i}\right)s(x)f(w)\,dx\,dw, \quad (9)$$

где $\bar{Y}' = \langle \bar{y}_1, \dots, \bar{y}_i + \delta, \bar{y}_{i+1}, \dots, \bar{y}_n \rangle$.

Поскольку $g(Y,W)$ имеет кусочно-непрерывные частные производные, то только при конечном числе значений векторов X и W

$$\lim_{\delta\to 0}\frac{\partial g(\bar{Y}'+X,W)}{\partial y_i} \neq \frac{\partial g(\bar{Y}+X,W)}{\partial y_i}. \quad (10)$$

Поэтому

$$\lim_{\delta\to 0}\Delta = 0 \quad (11)$$

и, следовательно, частная производная плановой характеристики непрерывна.

Определение. Функция $g(Z)$ называется выпуклой, если для произвольных векторов Z_1 и Z_2 и скаляра λ $0<\lambda<1$ выполняется неравенство [5]

$$g\left[\lambda Z_1 + (1-\lambda)Z_2\right] \leq \lambda g(Z_1) + (1-\lambda)g(Z_2). \quad (12)$$

Фактические характеристики элементов электроэнергетических систем в большинстве являются выпуклыми функциями. Поэтому интерес представляет выпуклость плановых характеристик.

Теорема 4. Если фактическая характеристика $g(Y,W)$ выпукла и если закон распределения случайных возмущений не зависит от вектора $\bar{Y}$, то плановая характеристика $\bar{g}(\bar{Y})$ выпукла на $\bar{U}$.

Справедливость теоремы очевидна, так как интегрирование по распределению W всегда дает выпуклую функцию [6]. Однако в общем случае, в зависимости от характера зависимости закона распределения возмущений от вектора $\bar{Y}$, плановая характеристика может являться как выпуклой, так и невыпуклой.

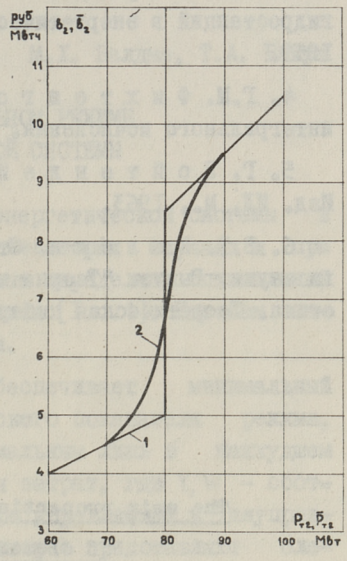
Интересно отметить, что плановые характеристики могут являться в некоторых условиях выпуклыми даже при невыпуклости фактических характеристик.

Теорема 5. Если фактическая характеристика является выпуклой функцией, то существует неравенство

$$\bar{g}(\bar{Y}) \geq g\left[\bar{Y} + X(\bar{Y}, MW), MW\right]. \qquad (17)$$

Эта теорема следует из неравенства Иенсена [6].

Наконец, важным свойством плановых характеристик электроэнергетических систем является их пологий характер (фиг. 1). Поэтому плановые характеристики могут быть более точно аппроксимированы плоскостью (прямой), чем фактические характеристики. Однако строгое доказательство этого свойства является довольно сложным.



Фиг. 1. Фактическая (1) и плановая (2) характеристики относительных приростов затрат ТЭС

$$U = \left\{P_{T_2}: 60 \leq P_{T_2} \leq 100\right\},$$

$$\bar{U} = \left\{\bar{P}_{T_2}: 70 \leq \bar{P}_{T_2} \leq 90\right\},$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma = 3\,\text{Мвт}.$$

Выше приведен отнюдь не полный перечень свойств плановых характеристик. Но уже эти свойства позволяют сделать два общих вывода:

1. Решение тех задач оптимизации режима, в которых используются плановые характеристики, является обычно менее трудоемким, чем решение аналогичной задачи, содержащей фактические характеристики.

2. Принцип перехода от фактических характеристик к плановым может быть использован в целях упрощения сложных задач.

Литература

1. М.Х. Валдма. Об оптимизации режима электроэнергетической системы по непрерывным переменным в условиях риска (см. наст. сб. стр. 3).

2. М.Х. В а л д м а. Учет случайного характера режима при оптимальном планировании распределения активных нагрузок в энергетической системе. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, № 6, 1969.

3. В.М. Г о р н ш т е й н. Наивыгоднейшие режимы работы гидростанций в энергетических системах. Госэнергоиздат, М., 1959.

4. Г.М. Ф и х т е н г о л ь ц. Курс дифференцированного и интегрального исчисления. Т. 2. "Наука", М., 1966.

5. Г. З о й т е н д е й к. Методы возможных направлений. Изд. ИЛ, М., 1963.

6. В.В. К о л б и н. Стохастическое программирование. Итоги науки. Выпуск "Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика 1968". М., 1970.

M. Valdma

The main properties of planning characteristics of elements of power systems

Summary

The optimal plan of the regime in risk-taking situations may be evaluated on the basis of the dependence of expected values of factural characteristics on planning values of guided parameters. These functions are called the planning characteristics.

Five theorems on properties of planning characteristics are presented.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 305 1971

УДК 621.311.1+51:330.115

М.Х. Валдма, Т.А. Вийра

О МИНИМАКСНО-ОПТИМАЛЬНОМ РЕЖИМЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

При управлении режимом электроэнергетической системы в условиях неопределенности, а в некоторых случаях и при риске может оказаться целесообразным определить оптимальный режим в системе по принципу минимакса [1...4]. Назовем такие режимы минимаксно-оптимальными.

Минимаксно-оптимальный режим обеспечивает минимальный гарантированный уровень экономического показателя режима, но он является действительно оптимальным лишь в наихудшем случае. Пусть $\varphi_0(Y,W)$ – функция затрат, где Y, W – соответственно n- и m-мерные векторы управляемых и неуправляемых переменных. Практический интерес представляют следующие минимаксные задачи:

а) задача минимаксных затрат

$$\min_{Y\in U} \max_{W\in V} \varphi_0(Y,W), \tag{1}$$

б) задача минимаксного экономического риска

$$\min_{Y\in U} \max_{W\in V} R(Y,W), \tag{2}$$

где R – величина экономического риска

$$R(Y,W) = \varphi_0(Y,W) - \min_{Y\in U} \varphi_0(Y,W), \tag{3}$$

а U, V – заданные множества возможных значений векторов Y и W.

Рассмотрим задачи оптимизации режима, для которых выполнены следующие предположения: а) компоненты векторов Y и W являются непрерывными переменными; б) множество U является компактным (ограниченным и замкнутым); в) множество V является m-мерным параллелепипедом в эвклидовом пространстве E_m; функция $\varphi_0(Y,W)$ непрерывна и строго выпукла вниз по Y при любом $W \in V$, и ее максимумы по W достигаются только на вершинах параллелепипеда V.

Итак, мы можем сформулировать задачу (I) еще в виде

$$\min_{Y \in U} \max_{W \in [V]} \varphi_0(Y, W), \tag{4}$$

где $[V]$ – множество вершин параллелепипеда V (V имеет 2^m вершин).

При сделанных предположениях функция $\varphi_0(Y,W)$ не имеет седловой точки [5, 6], поэтому прямое решение задачи (4) является в общем случае чрезвычайно трудоемким.

Покажем, что решение сформулированных минимаксных задач сводится к задачам отыскания седловой точки.

При любых фиксированных значениях компонент вектора $Y \in U$ функция φ_0 представляет собой непрерывную функцию на заданной области V. Тогда определению максимума по W эквивалентно определение максимума математического ожидания функции φ_0 по функции распределения вероятностей вектора W на V [5]. Учитывая, что максимумы по W достигаются только в вершинах V, получим

$$\max_{W \in V} \varphi_0(Y,W) = \max_{F_W \in D} M\varphi_0(Y,W) = \max_{\Omega \in C} \sum_{j=1}^{q} \varphi_0(Y, W^j)\,\omega^j, \tag{5}$$

где $F_W = F(W)$ – функция распределения вероятностей вектора W;

D – множество всех функций распределения вероятностей на W;

M – символ математического ожидания;

j, q – индекс и количество вершин V;

$\Omega = \langle \omega^1, \ldots, \omega^q \rangle$ – ряд распределения (смешанная стратегия максимизирующего);

C – допустимое множество вектора Ω, определяемое условиями

$$0 \le \Omega \le 1 \quad \text{и} \quad \sum_{j=1}^{q} \omega^j = 1.$$

Тогда задача (4) сводится к отысканию

$$\min_{Y \in U} \max_{\Omega \in C} \sum_{j=1}^{q} \varphi_0(Y, W^j)\, \omega^j. \tag{6}$$

Целевой функционал в (6) является непрерывным по всем переменным, строго выпуклым вниз по Y при любых $\Omega \in C$ и выпуклым вверх по Ω при любых $Y \in U$. Поскольку при этом допустимые множества переменных являются ограниченными и замкнутыми, то на основе основной теоремы выпуклых игр [6] функционал $\sum_{j=1}^{q} \varphi_0(Y, W^j)\, \omega^j$ имеет седловую точку.

Составим функцию Лангранжа

$$\psi(Y, \Omega, \rho) = \sum_{j=1}^{q} \varphi_0(Y, W^j)\, \omega^j + \rho\left(\sum_{j=1}^{q} \omega^j - 1\right), \tag{7}$$

где ρ – множитель Лангранжа.

Тогда получим вместо (6)

$$\min_{Y \in U} \max_{0 \le \Omega \le 1} \min_{\rho} \psi(Y, \Omega, \rho), \tag{8}$$

где функция ψ также имеет седловую точку. При этом задаче минимаксных затрат (I) эквивалентны следующие задачи

$$\min_{Y \in U} \min_{\rho} \max_{0 \le \Omega \le 1} \psi(Y, \Omega, \rho) = \max_{0 \le \Omega \le 1} \min_{Y \in U} \min_{\rho} \psi(Y, \Omega, \rho) \tag{9}$$

Следовательно, решение задачи минимаксных затрат сводится к отысканию седловой точки функции ψ.

Аналогично можно показать, что задача минимаксного экономического риска (2) сводится к поиску седловой точки функции

$$N(Y, \Omega, \rho) = \sum_{j=1}^{q} R(Y, W^j)\, \omega^j + \rho\left(\sum_{j=1}^{q} \omega^j - 1\right), \tag{10}$$

а задаче (2) эквивалентны задачи

$$\min_{Y \in U} \min_{\rho} \max_{0 \le \Omega \le 1} N(Y, \Omega, \rho) = \max_{0 \le \Omega \le 1} \min_{Y \in U} \min_{\rho} N(Y, \Omega, \rho) \tag{11}$$

Для иллюстрации изложенного подхода рассмотрим одну конкретную задачу минимаксного экономического риска.

Задача оптимизации распределения активных нагрузок по критерию минимаксного экономического риска. Рассмотрим задачу оптимизации распределения активных нагрузок в электроэнергетической системе, состоящей из n ТЭС при неопределенности характеристик затрат ТЭС.

Допустим, что действительные характеристики затрат ТЭС ($B_A(P)$) являются неопределенными в следующих зонах:

$$B_i^-(P_i) \le B_{Ai}(P_i) \le B_i^+(P_i), \quad i=1,\dots,n; \qquad (I2)$$

где P_i – активная нагрузка i-ой ТЭС;

$B_i^-(P_i)$, $B_i^+(P_i)$ – предельные характеристики i-ой ТЭС.

Введем функции $B_i(P_i,z_i)(i=1,\dots,n)$, которые при любых фиксированных значениях формальных параметров $z_i(z_i^- \le z_i \le z_i^+)$ $(i=1,\dots,n)$ описывают определенные характеристики затрат ТЭС в зонах (I2). При этом $B_i(P_i,z_i^-)=B^-(P_i)$ и $B(P_i,z_i^+)=B^+(P_i)$.

Следовательно, неопределенность характеристик затрат ТЭС может быть рассмотрена неопределенностью формальных параметров $z_1,\dots,z_n$ в интервалах $z_i^- \le z_i \le z_i^+$ $(i=1,\dots,n)$. Предположим, что функции $B_i(P_i,z_i^-)$ и $B(P_i,z_i^+)$ дифференцируемы и строго выпуклы вниз по P_i при $P_i^- \le P_i \le P_i^+$, где P_i^-, P_i^+ – предельные значения активной нагрузки.

Функция экономического риска при учете условия баланса активных мощностей методом Лангранжа может быть представлена в виде:

$$R(P,Z,\lambda) = \sum_{i=1}^{n} B_i(P_i,z_i) - A(Z) + \lambda\left[L+\Pi(P) - \sum_{i=1}^{n} P_i\right], \qquad (I3)$$

где $P=\langle P_1,\dots,P_n\rangle$, $Z=\langle z_1,\dots,z_n\rangle$ – векторы нагрузок ТЭС и неопределенных формальных параметров;

λ – множитель Лагранжа;

Π – характеристика потерь, являющаяся строго выпуклой вниз функцией;

L – суммарная активная нагрузка системы;

$A(Z)$ – затраты при равномерно (действительно) оптимальном режиме:

$$A(Z)=\min_{P\in U}\max_{\varepsilon}\left\{\sum_{i=1}^{n}B_i(P_i,z_i)+\varepsilon\left[L+\Pi(P)-\sum_{i=1}^{n}P_i\right]\right\}, \qquad (I4)$$

причем ε – множитель Лангранжа и U – множество возможных значений нагрузок, определенное условиями $P_i^- \le P_i \le P_i^+$ $(i=1,\dots,n)$.

Рассмотрим задачу минимаксного экономического риска в следующей постановке:

$$\min_{P\in U}\max_{\lambda}\max_{Z\in V} R(P,Z,\lambda), \qquad (I5)$$

где V – область неопределенности вектора Z, представляющая собой n-мерный параллелепипед, определенный условиями $z_i^- \le z_i \le z_i^+$ $(i=1,\dots,n)$.

Функция в (I5) достигает максимума по вектору Z только в вершинах параллелепипеда V. Поэтому задача (I5) сводится к отысканию седловой точки функции Ψ (см. (I0)):

$$\Psi(P,\rho,\Omega,\lambda)=\sum_{j=1}^{q}R(P,Z^j,\lambda)\,\omega^j+\rho\left(1-\sum_{j=1}^{q}\omega^j\right), \qquad (I6)$$

где $q=2^n$.

Поскольку функция (I6) дифференцируема по всем переменным, то можно вывести необходимые условия седловой точки Ψ в дифференциальной форме [7], которые и являются условиями оптимальности задачи минимаксного экономического риска (I5):

$$\frac{\partial\Psi}{\partial P_i}=\sum_{j=1}^{q}\frac{\partial B_i(P_{i(0)},z_i^j)}{\partial P_i}\,\omega_0^j+\lambda_0\left[\frac{\partial\Pi(P_{1(0)},\dots,P_{n(0)})}{\partial P_i}-1\right]\begin{cases}\ge 0, \text{ если } P_{i(0)}=P_i^-,\\ \le 0, \text{ если } P_{i(0)}=P_i^+,\\ =0, \text{ если } P_i^-<P_{i(0)}<P_i^+,\end{cases} \qquad (I7)$$

$$i=1,\dots,n;$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\lambda}=L+\Pi(P_{1(0)},\dots,P_{n(0)})-\sum_{i=1}^{n}P_{i(0)}=0; \qquad (I8)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\omega^j}=\sum_{i=1}^{n}B_i(P_{i(0)},z_i^j)-A(Z^j)-\rho_0\begin{cases}\le 0, \text{ если } \omega_0^j=0,\\ =0, \text{ если } 0<\omega_0^j<1,\end{cases} \qquad (I9)$$

$$j=1,\dots,q;$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}=\sum_{j=1}^{q}\omega^j-1=0; \qquad (20)$$

$$P_i^- \le P_i \le P_i^+, \quad i=1,\dots,n; \qquad (21)$$

$$0 \leq \Omega \leq 1, \qquad (22)$$

где индекс "0" обозначает координаты седловой точки.

Из теории выпуклого программирования [6, 7] следует, что функция Ψ в рассматриваемом случае имеет только одну седловую точку. Поэтому условия (I7) - (22) являются необходимыми и достаточными условиями оптимальности задачи (I5).

Аналогично можно вывести условия оптимальности и для многих других задач оптимизации режима.

Таким образом, минимаксные задачи оптимизации режима, удовлетворяющие сделанным предположениям, могут быть решены градиентными методами, методами случайного поиска и некоторыми другими методами поиска седловой точки. Однако при большом числе неопределенных параметров такое решение минимаксных задач является в общем случае весьма сложным. Поэтому необходимо разработать упрощенные алгоритмы их решения. Один приближенный способ решения задачи минимаксного экономического риска предлагается в [4].

Литература

I. Р.Д. Льюс, Х. Райфа. Игры и решения. Изд. ИЛ, М., I96I.

2. Л.С. Беляев. Вопросы оптимизации больших систем в вероятностных ситуациях. Экономика и математические методы, вып. 6, I967.

3. Л.С. Беляев, А.А. Макаров. Особенности решения оптимизационных задач в условиях неопределенности. Оптимизация и управление в больших системах энергетики, т. I, Иркутск, I970.

4. Х.Э. Лелумеэс, О.Р. Терно. Оптимизация распределения активной нагрузки в энергосистеме по критерию минимаксного ущерба. См. наст. сб. стр. 25.

5. Дж. Мак Кинси. Введение в теорию игр. Физматгиз, М., I960.

6. С. Карлин. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. Изд. "Мир", М., I964.

7. Дж. Х е д л и. Нелинейное и динамическое программирование. Изд. "Мир", М., 1967.

M.Valdma, T.Viira

Über das Minimax-Optimum-Regime der elektrischen Verbundsysteme

Zusammenfassung

Es wird die Möglichkeit der Ableitung der Bedingungen des Minimax-Optimum-Regimes nach dem Kuhn-Tucker-Theorem gezeigt. Als Beispiel wird eine Minimax-Risiko-Aufgabe betrachtet.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.311.1

Х.Э. Лелумеэс, О.Р. Терно

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АКТИВНОЙ НАГРУЗКИ В ЭНЕРГОСИСТЕМЕ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМАКСНОГО УЩЕРБА

В задаче оптимизации режимов энергосистемы исходные данные заданы с большими погрешностями. При этом законы распределения погрешностей неизвестны. Такие задачи являются задачами в условиях неопределенности исходных данных.

Обычно при вероятностном подходе оптимизация режимов энергосистемы производится по критерию минимума математического ожидания затрат на топливо. Однако применение такого критерия предполагает наличие полной информации о случайных факторах задачи. Поэтому условия оптимизации по такому критерию не соответствуют действительным условиям задачи.

Ниже в основу оптимизации принимается критерий минимаксного ущерба (риска), заимствованный из теории игр [1,2],который обеспечивает минимум максимальных значений перерасхода (ущерба) на топливо, обусловленного погрешностями исходных данных задачи. При пользовании этим критерием необходимо знать только возможные значения исходных величин. Так как данная задача оптимизации является, если выражаться в терминах теории игр, игрой с природой с бесконечным числом стратегий, то в качестве исходных данных достаточно знать только одну реализацию и возможную ошибку. В такой мере нам, например, известны характеристики относительных приростов (ХОП) электростанций.

При решении задачи оптимизации рассматривается энергосистема с тепловыми электростанциями без учета потерь в сети. Состояние энергосистемы характеризуется ХОП. В векторной форме оно имеет вид:

$$[b] = [b(P)] + [\Delta b], \qquad (I)$$

где $[b]$ – вектор состояния;
$[b(P)]$ – неслучайная составляющая вектора;
$[\Delta b]$ – случайная составляющая вектора.

Стратегия определяет одну реализацию вектора $[b]$, которую обозначим звездочкой:

$$[b^*] = [b(P)] + [\Delta b^*]. \qquad (2)$$

Функцию ущерба можно написать следующим образом:

$$\Delta T = T^* - T = \sum_{i=1}^{n} \left[T_i(P_i^*) - T_i(P_i)\right], \qquad (3)$$

где T^* – суммарные затраты на топливо в системе при выбранной стратегии;
T – суммарные затраты на топливо по действительным ХОП;
P_i – оптимальные нагрузки электростанций, соответствующие действительному состоянию энергосистемы;
P_i^* – оптимальные нагрузки электростанций при выбранной стратегии (соответствуют предполагаемому состоянию энергосистемы);
$T_i(P)$ – расходные характеристики электростанций (являются случайными функциями);
n – количество станций.

Функцию ущерба можно выразить и через ХОП станций:

$$\Delta T = \sum_{i=1}^{n} \int_{P_i}^{P_i^*} b_i(P)\, dP, \qquad (4)$$

где $b_i(P) = \overline{b_i(P)} + \Delta b_i$ – ХОП станции;
$\overline{b_i(P)}$ – заданная реализация ХОП;
Δb_i – погрешность ХОП.

По критерию минимального ущерба необходимо найти такую стратегию $[P^*]$ (являющуюся функцией $[\Delta b^*]$), при которой ΔT принимает наименьшую из его наибольших значений при любом состоянии энергосистемы.

Принимая погрешность ХОП независящей от мощности станций, получим из (4) после несложного преобразования:

$$\Delta T = \sum_{i=1}^{n} \left[\int_{b_0^* - \Delta b_i^*}^{b_0 - \Delta b_i} P_i(b)\,db - P_i^* \left(\Delta b_i^* - \Delta b_i \right) \right] + P_н (b_0^* - b_0), \qquad (5)$$

где b_0 – относительный прирост (ОП) системы, соответствующий действительному состоянию системы;

b_0^* – относительный прирост системы, соответствующий предполагаемому состоянию системы;

Δb_i^* – предполагаемая погрешность ХОП;

$P_н$ – нагрузка системы.

Минимаксимизировать функцию ущерба (5) очень сложно. Однако задача упрощается существенно, если считать ОП системы независящим от состояния системы. Действительно, можно показать, что дисперсия и крутизна суммарной ХОП системы с увеличением энергосистемы стремятся к нулю. Поэтому можем в практических расчетах определения оптимальной стратегии принимать $b_0 = const$. Учитывая это, выражению (5) можем придать следующий вид:

$$\Delta T = \sum_{i=1}^{n} \left[\int_{b_0 - \Delta b_i^*}^{b_0 - \Delta b_i} P_i(b)\,db - P_i^* \left(\Delta b_i^* - \Delta b_i \right) \right]. \qquad (6)$$

Из (6) видно, что выражения под знаком суммы не зависят друг от друга. Это обстоятельство позволяет минимаксимизировать ΔT по отдельным слагаемым:

$$\Delta T_i = \int_{b_0 - \Delta b_i^*}^{b_0 - \Delta b_i} P_i(b)\,db - P_i^* \left(\Delta b_i^* - \Delta b_i \right). \qquad (7)$$

Выражение (7) является при неизменной нагрузке системы функцией двух переменных (Δb_i и Δb_i^*). Ущерб по (7) всегда положительный и обращается в нуль, если $\Delta b_i = \Delta b_i^*$. Кроме того, ΔT_i имеет максимальные значения при

$$\Delta b_i = \Delta b_{i,m} \quad \text{или} \quad \Delta b_i = -\Delta b_{i,m},$$

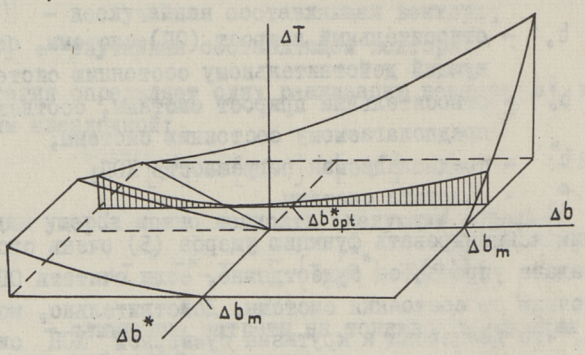
где $\Delta b_{i,m}$ – максимальная погрешность ХОП i-ой станции.

Геометрически ΔT_i представляет собой поверхность, примерный вид (при ступенчатой ХОП) которой изображен на фиг. I.

Очевидно, $\min\max \Delta T_i$ соответствует такая стратегия Δb_i^*, при которой

$$\Delta T_{-\Delta b_{i,m}} = \Delta T_{\Delta b_{i,m}}, \qquad (8)$$

где $\Delta T_{-\Delta b_{i,m}}$ и $\Delta T_{\Delta b_{i,m}}$ – ущербы при $-\Delta b_{i,m}$ и $\Delta b_{i,m}$.



Фиг. 1

Учитывая (7) и (8), получим после некоторого преобразования и сокращения оптимальную стратегию (оптимальные нагрузки):

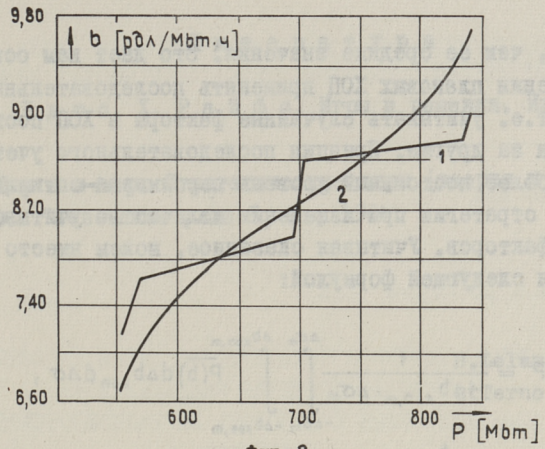
$$P_i^* = \frac{1}{2\Delta b_{i,m}} \int_{-\Delta b_{i,m}}^{\Delta b_{i,m}} \overline{P_i(b_i)}\, d\Delta b_i, \qquad (9)$$

где $\bar{b}_i = b_o - \Delta b_i$; $b_o = b_o(P_н)$, т.е. b_o является функцией от $P_н$.

Относительный прирост системы b_o определяется решением соответствующего детерминистического варианта задачи.

По (9) можно вычислить оптимальные нагрузки как функцию $P_i^*(b_o)$. Эта зависимость представляет собой аналогию плановой ХОП электростанции, используемой при решении задач оптимизации по критерию минимума математического ожидания. Поэтому называем ее также плановой ХОП. По плановым ХОП оптимизация режимов производится, как при детерминистическом варианте задачи.

Для иллюстрации на фиг. 2 приведена плановая ХОП I5 ТЭС Белорусэнерго (кривая 2), вычисленная по (8) при Δb_m=I0 %. Из фигуры видно, что плановая ХОП заметно отличается от заданной (кривая I) и является более плавной кривой.



Фиг. 2

Подобным образом вычисляется оптимальная стратегия и для случая, когда кроме погрешностей ХОП необходимо учесть еще погрешности относительных приростов потерь в сети (ОПП):

$$P^* = \frac{1}{2\Delta b_{p,m}} \int_{-\Delta b_{p,m}}^{\Delta b_{p,m}} \overline{P(b)}\, d\Delta b_p , \qquad (10)$$

где $\overline{b} = b_з - \Delta b_p$; $b_з = b_0(1-\overline{\sigma})$ – заданная величина ОП;

$\Delta b_p = \Delta b_{хоп} + \Delta b_{опп}$ – расчетная погрешность ХОП;

$\Delta b_{опп} = \frac{b_з}{1-\overline{\sigma}} \Delta\sigma$; $\Delta\sigma$ – погрешность ОПП;

$\overline{\sigma}$ – среднее значение ОПП станции, определяемое решением соответствующего детерминистического варианта задачи.

Формула (10) является приблизительным выражением для оптимальной стратегии. Однако, как показал анализ, для практики она имеет достаточную точность. Плановая ХОП по (10) определяется как функция $P^*(b_з)$.

Следует отметить, что определение оптимальной стратегии по (10) является слишком пессимистическим, так как в основу расчетов берется максимальное значение суммы погрешностей. На основании известного закона больших чисел можно показать, что максимальные значения расчетной погрешности ХОП (если она состоит из нескольких слагаемых), в среднем, менее ве-

роятные, чем ее средние значения. Это дает нам основание при определении плановых ХОП применять последовательный принцип учета, т.е. учитывать случайные факторы в ХОП последовательно, один за другим. Принцип последовательного учета обеспечивает более постоянный уровень пессимизма-оптимизма оптимальной стратегии при изменении количества учитываемых случайных факторов. Учитывая сказанное, можем вместо (I0) пользоваться следующей формулой:

$$P^* = \frac{1}{4\Delta b_{xon,m} \cdot \Delta\sigma_m} \int_{-\Delta\delta_m}^{\Delta\sigma_m} \int_{-\Delta b_{xon,m}}^{\Delta b_{xon,m}} \overline{P(b)}\, d\Delta b_{xon}\, d\Delta\sigma , \qquad (II)$$

где $\overline{b} = b_3 - \frac{b_3}{1-\overline{\sigma}}\Delta\sigma - \Delta b_{xon}$.

Оптимальная стратегия по (II) является менее пессимистической, так как она больше учитывает средние (более вероятные) значения расчетной погрешности. В связи с этим плановая ХОП по (II) различается от заданной меньше, чем по (I0).

Изложенная методика позволяет учитывать в ХОП и погрешности реализации оптимальных нагрузок. В этом случае плановая ХОП $P^*(b_0)$ вычисляется по следующему выражению:

$$b_0 = \frac{1}{2\Delta P_m} \int_{-\Delta P_m}^{\Delta P_m} \overline{b(P^* - \Delta P)}\, d\Delta P, \qquad (I2)$$

где ΔP – погрешность реализации оптимальных нагрузок.

В заключение необходимо отметить, что применение критерия минимаксного ущерба при оптимизации позволяет уменьшить максимальное значение перерасхода топлива, обусловленного погрешностями исходных данных задачи, в некоторых случаях почти в два раза. При этом дополнительные затраты на пересчет ХОП незначительные.

Плановые ХОП могут быть определены с необходимой точностью на аналоговой вычислительной машине.

Литература

1. Р.Д. Льюс, Х. Райфа. Игры и решения. Изд. ИЛ., М., 1961.

2. М. Дрешер. Стратегические игры (теория и приложения). Изд. "Советское радио", М., 1964.

H.Lelumees,
O.Terno

Optimal load planning in power electric systems by the criterion of minimax losses

Summary

The paper describes a method for optimal load planning in power electric systems by the criterion of minimax losses in fuel costs. This optimality criterion ensures the minimum of the maximum values of fuel cost losses caused by the random errors in the source information (incremental cost curves etc.). This criterion is to be used by the uncertainty of source information. The described method is brought to the practical use.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.311.1

Х.Э. Лелумеэс, О.Р. Терно

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ВЕРОЯТНОСТНОГО ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АКТИВНОЙ НАГРУЗКИ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ НА АНАЛОГОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЕ (АВМ)

Решение задач вероятностной оптимизации можно производить двумя способами. В первом случае оптимальные нагрузки определяются непосредственным решением соответствующих уравнений оптимальности. Во втором случае оптимизация производится на базе плановых характеристик относительных приростов (ХОП), которые можно заранее вычислить. Плановые ХОП представляют собой характеристики, в которых учтен вероятностный характер задачи оптимизации. На основе плановых ХОП оптимизация производится так, как и при детерминистическом варианте задачи. Точность оптимизации по первому способу в общем случае выше, чем по второму, так как плановые ХОП изменяются с изменением состояния системы. Однако применение плановых ХОП позволяет существенно повышать оперативность вероятностной оптимизации. Кроме того, для оптимизации на базе плановых ХОП можно пользоваться существующими специализированными АВМ.

В данной статье излагаются результаты исследования возможности определения плановых ХОП на АВМ. При этом рассматриваются два случая: I) оптимизация производится по критерию математического ожидания суммарных затрат на топливо [I]; 2) в качестве критерия оптимальности применяется критерий минимаксного ущерба (риска) [2].

Плановые ХОП по критерию минимума математического ожидания суммарных затрат на топливо. По этому критерию мож-

но учитывать в ХОП случайные факторы задачи, законы распределения которых известны. В настоящее время, в основном, удается определить вероятностные характеристики погрешностей реализации оптимальных нагрузок (отклонения нагрузки). Они могут быть определены статистическим анализом графиков нагрузки электростанций. Погрешности реализации при суточном планировании режимов лежат в пределах 5...8 % и их законы распределения достаточно хорошо аппроксимируются нормальным или усеченным нормальным законами.

Плановые ХОП вычисляются по общеизвестной из теории вероятности формуле для нахождения математического ожидания функции со случайным аргументом как функция $Mb(MP)$:

$$Mb = \int_{-\infty}^{\infty} b(P) g(P)\, dP, \qquad (I)$$

где M – символ математического ожидания;
$b(P)$ – ХОП станции;
$g(P)$ – плотность распределения отклонения нагрузки;
P – мощность станции.

Формула (I) не учитывает зависимости отклонения нагрузки от ее математического ожидания.

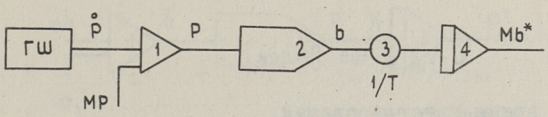
Плановая ХОП по (I) может быть определена на АВМ по методу Монте-Карло или методом обобщенного интегрирования [3]. По первому методу случайный аргумент моделируется стационарным эрготическим случайным процессом с заданной плотностью распределения при помощи генератора шума, и Mb определяется как среднее по времени по формуле:

$$Mb^{*} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} b(P)\, dt, \qquad (2)$$

где T – рассматриваемый интервал времени;

звездочкой обозначена оценка математического ожидания.

По второму методу моделируется плотность распределения отклонения нагрузки и интеграл (I) вычисляется методом обобщенного интегрирования.



Фиг. 1

На фиг. I приведена структурная схема для определения плановой ХОП по методу Монте-Карло, где генератором шума ГШ моделированы отклонения нагрузки $\mathring{P}$ (центрированная составляющая мощности), а функциональным преобразователем (элемент 2) ХОП без ограничения по мощности. Ограничения учитываются после преобразования. Для получения оценки математического ожидания Mb^* предусмотрены делитель напряжения 3 и интегратор 4, которые включаются на интервал времени T , после чего отчитывается значение Mb^*. Время интегрирования вычисляется по формуле:

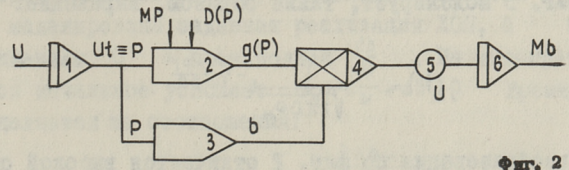
$$T \geqslant \frac{Db}{D(Mb^*)} \frac{2}{a}, \qquad (3)$$

где D – символ дисперсии,

a – коэффициент автокорреляции сигнала генератора шума.

Отношение дисперсий в (3) задается.

Плановая ХОП определяется схемой по отдельным точкам. Порядок работы схемы следующий: при разных значениях MP вычисляется Mb^*. На основе полученных данных строится плановая ХОП.



Фиг. 2

Схема фиг. 2 составлена по методу обобщенного интегрирования.

Здесь элементами 2 и 3 моделированы плотность распределения нагрузки и ХОП электростанции, а постоянным напряжением U производная $\frac{dP}{dt}$. U удовлетворяет условие

$$U \cdot t_m \leq 100 \ [V \cdot сек] ,$$

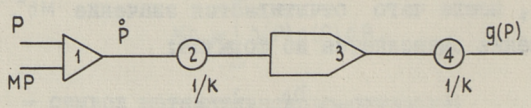
где t_m – время интегрирования.

Схема моделирует непосредственно выражение:

$$Mb = \int_0^{t_m} \frac{dP}{dt} b(P) g(P) dt . \qquad (4)$$

Формула (4) после простого преобразования совпадает с формулой (I), что доказывает правильность схемы фиг. 2.

В случае нормального закона распределения отклонения нагрузки элемент 2 на фиг. 2 имеет блок-схему, приведенную на фиг. 3.



Фиг. 3

Функциональным преобразователем (ФП) 3 на фиг. 3 моделируется плотность распределения нормального закона. При помощи коэффициента k можно изменять дисперсию моделированного распределения. k выражается соотношением:

$$k = \sqrt{\frac{DP}{DP_м}} ,$$

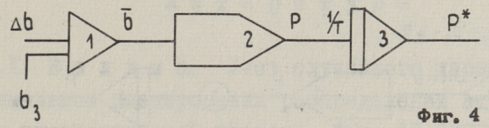
где $P_м$ – моделированная случайная величина.

Схема фиг. 3 моделирует, таким образом, выражение:

$$g(P) = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi DP_м}} e^{-\frac{(P-MP)^2}{2k^2 DP_м}} .$$

Схема преобразования по фиг. 2 отличается высокой скоростью работы. Кроме того, она может быть реализована на АВМ, в составе которой нет генератора шума.

Плановые ХОП по критерию минимаксного ущерба. По критерию минимаксного ущерба можно в ХОП учитывать случайные факторы, законы распределения которых неизвестны. К таким факторам относятся погрешности ХОП и относительные приросты потерь в сети (ОПП).



Фиг. 4

На фиг. 4 приведена структурная схема АВМ для определения плановых ХОП с учетом погрешности ХОП. Эта схема моделирует выражение[I]

$$P^* = \frac{1}{2\Delta b_m} \int_{-\Delta b_m}^{\Delta b_m} \overline{P(b)}\, d\Delta b \qquad (5)$$

по методу Монте-Карло. Погрешность ХОП Δb моделируется генератором шума, сигнал которого распределен по равномерному закону распределения. ФП 2 моделирована заданная ХОП $\overline{P(b)}$. Выходная величина P^* (оптимальная стратегия при заданной величине относительного прироста b_3) схемы вычисляется как математическое ожидание MP по методу интегратора (интегратор 3). Время интегрирования определяется по формуле:

$$T = \frac{DP}{DP^*} \frac{2}{a}. \qquad (6)$$

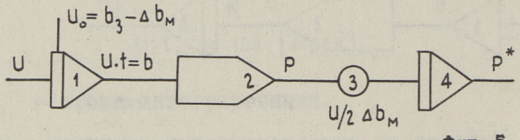
Плановая ХОП вычисляется как функция $P^*(b_3)$ по отдельным точкам.

Плановую ХОП по (5) можно найти также путем непосредственного вычисления интеграла, т.е. методом обобщенного интегрирования. Соответствующая схема приведена на фиг. 5. ФП 2 моделирована заданная реализация ХОП, а постоянным напряжением U – производная $\frac{db}{dt}$. На интегратор I задается начальное условие: $U_o = b_3 - \Delta b_m$. Время решения определяется из соотношения:

$$t_m = \frac{2\Delta b_m}{U}.$$

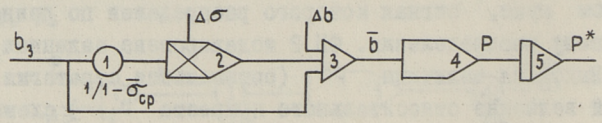
Схема фиг. 6 позволяет определить плановую ХОП с учетом погрешностей ХОП и ОПП станций. Схема моделирует выражение (II) [2] методом Монте-Карло. По этой формуле видно, что

[I] См. формулу (9) [2].



Фиг. 5

плановая ХОП может быть вычислена, если известны ОПП станций $\bar{\sigma}$. Для определения последнего придется моделировать всю математическую модель оптимизации детерминистического варианта задачи. Однако плановую ХОП можно определить необходимой для практики точностью, если задать среднее значение ОПП $\bar{\sigma}_{ср}$. Такому допущению и соответствует структурная схема фиг. 6.



Фиг. 6

В этой схеме элементами 1, 2 и 3 моделирована расчетная погрешность ХОП станции (учитываются погрешности ХОП и ОПП):

$$\Delta b_p = \frac{b_3}{1-\bar{\sigma}_{ср}} \Delta\sigma + \Delta b \cdot$$

Погрешности Δb и $\Delta\sigma$ моделируются генераторами шума, а заданная ХОП – функциональным преобразователем 4. Интегратор 5 предназначен для получения математического ожидания $P^* = MP$. Время интегрирования определяется по (6).

Приведенные структурные схемы АВМ позволяют определить плановые ХОП гидростанций (только вместо b придется пользоваться относительным приростом гидростанции q_y). Плановую ХОП гидростанции определяют как функцию $P^*(q_{y_3})$. При этом предполагается, что при оптимизации режимов в смешанной энергосистеме пренебрегается измерением напоров ГЭС.

В заключение необходимо отметить, что приведенные структурные схемы по указанным критериям оптимальности просты и легко реализуемы на дешевых универсальных АВМ малой мощности.

Литература

I. М.Х. Валдма. Учет случайного характера режима при оптимальном планировании распределения активных нагрузок в энергетической системе. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1969, № 6.

2. Х.Э. Лелумеэс, О.Р. Терно. Оптимизация распределения активной нагрузки в энергосистеме по критерию минимаксного ущерба. См. наст. сб. стр. 25.

3. Л. Левин. Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин. Изд. "Мир", М., 1966.

H.Lelumees,
O.Terno

Analogue computers for stochastic-optimal load planning in power electric systems

Summary

The paper describes some possible ways to calculate equivalent incremental cost (i.c.) curves of a power electric station by means of analogue computers. As the optimality criteria the minimum of mean expenditure of fuel costs and the criteria of minimax losses are used. The equivalent i.c. curves are calculated in respect to the stochastic nature of the problem variables. The given structures of an analogue computer are simple and could be easily realized. The solution is based on the Monte-Carlo method of the method of generalized integration.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 I97I

УДК 62I.3II.I53

Т.А. Вийра, Х.Э.-Й. Таммоя

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ОТКЛОНЕНИЙ НАГРУЗОК ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Фактические нагрузки электростанций (P) отличаются от плановых ($\bar{P}$) на величину случайного отклонения

$$\xi = P - \bar{P}.$$

Для учета указанных отклонений при оптимальном планировании режима электроэнергетической системы необходимо определить рациональные формы математических моделей отклонений нагрузок и их параметры [I, 2]. С этой целью в ТПИ разработана программа статистического анализа отклонений нагрузок в электроэнергетической системе. Программа составлена для ЭЦВМ "Минск-22".[I] Ниже излагаются результаты статистической обработки среднечасовых нагрузок одной теплоэлектростанции (ТЭС) и одной гидроэлектростанции (ГЭС) энергообъединения Северо-Запада СССР. Проанализированы режимы двух месяцев (апрель, май) I969 года.

I. Основные статистические характеристики отклонений нагрузок по месяцам приведены в табл. I, где M_ξ , σ_ξ , Sk , Ex – оценки математического ожидания, среднеквадратичного

[I] Программа составлена на языках МАЛГОЛ (разработка института кибернетики АН ЭССР) и ФОРТРАН (использовалась версия системы ИФВЭ-67). Выяснилось, что время работы программы, составленной на языке ФОРТРАН, при прочих равных условиях более чем в два раза меньше времени работы программы, составленной на языке МАЛГОЛ.

Таблица I

ЭС	Месяц	M_ξ		I	σ_ξ		Sk	Ex
		MW	%	MW	MW	%	—	—
ТЭС	апрель	7,68	0,85	2,76;I2,50	80,2	8,9	-0,I06	2,4I
	май	I9,33	2,I4	I5,82;22,84	57,3	6,3	0,837	3,57
ГЭС	апрель	-0,96	-0,I2	-8,6I; 6,69	I25,3	I5,0	-0,5I0	4,98
	май	-7,22	-0,87	-I5,87; I,43	I4I,I	I7,I	-2,I95	I7,28

Таблица 2

ЭС	Месяц	M_ξ		I	σ_ξ		Sk	Ex	p
		MW	%	MW	MW	%	—	—	—
ТЭС	апрель	I3,42	I,5	4,92;2I,92	I05,6	I2,8	-0,243	-I,I8I	0,57
	май	35,80	4,0	29,64;4I,96	74,2	8,2	0,055	-0,304	0,54
ГЭС	апрель	-I,54	0,I9	-I6,74;I3,66	I58,9	I9,4	-0,39I	I,949	0,62
	май	-9,30	I,I	-22,80; 4,20	I60,I	I9,4	-I,097	I4,994	0,78

отклонения, коэффициента асимметрии и эксцесса; I – 90-процентный доверительный интервал математического ожидания. Значения M_ξ и σ_ξ в процентах вычислены по отношению к максимальной мощности электростанций.

Из таблицы видно, что отклонения нагрузок имеют небольшие математические ожидания и значительные среднеквадратичные отклонения ($\sigma_{тэс}$ = 5...I0 %, $\sigma_{гэс}$ = I5...20 %). При этом статистические законы распределения отклонений имеют большие положительные эксцессы и (судя по критерию χ^2) значительно отличаются от нормального закона ($\chi^2 > 200$). Большие значение χ^2, в частности, объясняются наличием большого количества нулевых отклонений в числе статистических данных.

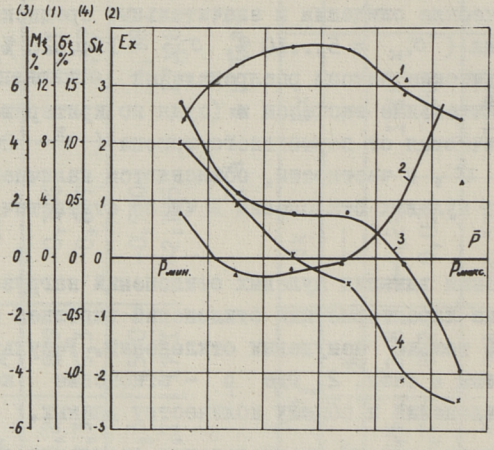
2. Для оценки влияния нулевых отклонений нагрузок на статистические характеристики отклонений выполнен статистический анализ только ненулевых отклонений. Результаты расчетов приведены в табл. 2, где p – отношение количества ненулевых отклонений к общему количеству данных.

Статистические законы распределения ненулевых отклонений имеют меньшие эксцессы, а довольно большие значения χ^2 ($\chi^2 > 20$) указывают все же на несогласие статистических законов распределения с нормальными. Однако не исключается возможность аппроксимировать в задачах оптимизации законы распределения случайных отклонений нормальным законом, поскольку оптимальный режим является весьма устойчивым к изменениям закона распределения отклонений нагрузок.

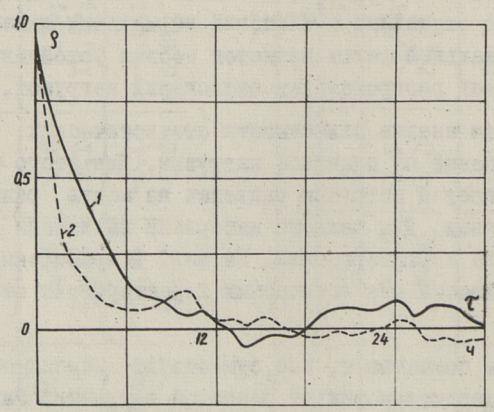
3. Выполнен анализ зависимости статистических характеристик отклонений от плановой нагрузки. Для этого диапазон изменения плановой нагрузки разделен на шесть равных по длине интервалов. Для каждого интервала вычислены основные статистические характеристики. На фиг. I приведены усредненные зависимости статистических характеристик от плановой нагрузки.

Результаты показывают, что существуют зависимости статистических характеристик от плановой нагрузки. Законы распределения отклонений становятся асимметричными и островершинными в окрестностях минимальных и максимальных значений плановых нагрузок.

4. Вычислены автокорреляционные функции отклонений нагрузок. Нормированные корреляционные функции отклонений за май месяц приведены на фиг. 2. За апрель месяц зависимость аналогичная.



Фиг. 1. Зависимости статистических характеристик отклонений от плановой нагрузки



Фиг. 2. Автокорреляционная функция отклонений для ТЭС (1) и ГЭС (2)

Автокорреляционная функция затухает практически в течение IO...I2 часов. Поэтому учет автокорреляционной зависимости для уточнения прогнозов отклонение может иметь практическое значение только при оперативном корректировании режимов.

Литература

I. М.Х. Валдма. Учет случайного характера режима при оптимальном планировании распределения активных нагрузок в энергетической системе. Известия АН СССР, Энергетика и транспорт, № 6, I969.

2. М.Х. Валдма, Т.А. Вийра. Определение плановых характеристик электростанций на ЦВМ. Проблемы оптимизации в электроэнергетике. Тезисы докладов республиканской конференции ЭССР, Таллин, I969.

T.Viira, H. Tammoja

Einige Resultate statistischer Untersuchungen der Belastungsabweichungen der Kraftwerke

Zusammenfassung

Es wurden die Abweichungen der wirklichen Belastungswerte von ihren Planwerten in zwei Kraftwerken des elektrischen Verbundsystems des nordwestlichen Teils der UdSSR statistisch untersucht und wesentliche Charakteristiken dieser Abweichungen abgeschätzt. Die Abweichungen haben kleine Erwartungswerte und beträchtliche Standardabweichungen, sie entsprechen nicht der Normalverteilung. Die statistischen Charakteristiken sind von der planmäßigen Belastung abhängig. Die Autokorrelationsfunktionen klingen innerhalb von 10... 12 Stunden ab.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.311.153

М.В. Мельдорф, Г.А. Сейер

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ НАГРУЗКИ УЗЛОВ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Изменение нагрузки некоторого узла энергосистемы в течение определенного интервала времени T представляет собой нестационарный случайный процесс $\tilde{P}(t)$. Как правило, при решении практических задач либо пренебрегают случайностью вообще (детерминистический подход), либо рассматривают нагрузку как случайную величину, характеристики которой находятся в зависимости от поставленной задачи (например, можно рассматривать суточные, недельные, годовые и т.д. нагрузки как случайные величины). Очевидно, что статистические характеристики нагрузки получаются при этом различные.

Более общее представление о нагрузке дает вероятностная модель, при которой изменение нагрузки во времени рассматривается как случайный процесс. Вероятностная модель нагрузки узла может быть построена на основе модели, предложенной в [1] для анализа нагрузки энергосистемы. Основной идеей такой модели является допущение, что анализ нестационарного случайного процесса $\tilde{P}(t)$ может быть сведен к анализу некоторого стационарного (в широком смысле) случайного процесса $\tilde{\Theta}(t)$ на основе преобразования

$$\tilde{P}(t) = \varphi\left(\tilde{\Theta}(t)\right),$$

где φ - некоторая случайная функция.

Выбираем линейную форму преобразования

$$\tilde{P}(t) = R(t)\,\tilde{\Theta}(t) + S(t), \qquad (1)$$

где $R(t)$ и $S(t)$ - некоторые неслучайные функции.

Принимая

$$\left.\begin{aligned} M[\tilde{\Theta}(t)] &= 0, \\ D[\tilde{\Theta}(t)] &= 1; \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

будем иметь

$$\left.\begin{aligned} M[\tilde{P}(t)] &= S(t), \\ D[\tilde{P}(t)] &= R^2(t). \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Для определения $R(t)$ и $S(t)$ принимаем во внимание, что существует ряд тенденций, влияющих на нагрузку, такие как внутрисуточное, внутримесячное и сезонное изменения нагрузки, зависимость нагрузки от дня недели и от температуры воздуха и общая тенденция роста нагрузки.

Характерной чертой всех этих тенденций (кроме общей тенденции роста нагрузки) является их периодический (или повторяющийся) характер с разной длительностью периодов у различных тенденций. Следовательно, разбив реализацию $\tilde{P}(t)$ на части с периодом, характерным для одной из тенденций, и выполнив их усреднение, получим составляющее функции $S(t)$, учитывающее (с известным приближением) влияние данной тенденции на математическое ожидание нагрузки.

Таким образом, назвав одну из исследуемых тенденций первой, можем аналогично (I) писать:

$$\tilde{P}(t) = R_1(t)\,\tilde{\Theta}_1(t) + S_1(t), \qquad (4)$$

где $R_1(t)$ и $S_1(t)$ – неслучайные функции, учитывающие влияние первой тенденции и которые мы будем называть соответствующими данной тенденции частными функциями;

$\tilde{\Theta}_1(t)$ – случайная функция, независящая от первой тенденции.

Представим $S_1(t)$ в виде аналитической функции и найдем неизвестные параметры этой функции по реализации $\tilde{P}(t)$, пользуясь, например, методом наименьших квадратов.

Составим функцию

$$\tilde{\lambda}_1(t) = \left(\tilde{P}(t) - S_1(t)\right)^2,$$

и, задаваясь аналитической формой для $R_1(t)$, найдем по реализации $\tilde{P}(t)$ неизвестные параметры функции $R_1^2(t)$.

Основываясь на реализации $\tilde{\Theta}_1(t)$, определенной по формуле (4), можем аналогично найти частные функции $S_2(t)$ и $R_2(t)$ и т.д.

В итоге имеем систему рекуррентных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{P}(t) = \tilde{\Theta}_0(t) &= R_1(t)\,\tilde{\Theta}_1(t) + S_1(t), \\ \tilde{\Theta}_1(t) &= R_2(t)\,\tilde{\Theta}_2(t) + S_2(t), \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \tilde{\Theta}_{n-1}(t) &= R_n(t)\,\tilde{\Theta}_n(t) + S_n(t). \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Принимая $\tilde{\Theta}_n(t) \equiv \tilde{\Theta}(t)$ и сравнивая (5) с (I), будем иметь

$$S(t) = R_1(t)\,R_2(t) \cdots R_{n-1}(t)\,S_n(t) + \\ + R_1(t)\,R_2(t) \cdots R_{n-2}(t)\,S_{n-1}(t) + \cdots + S_1(t),$$

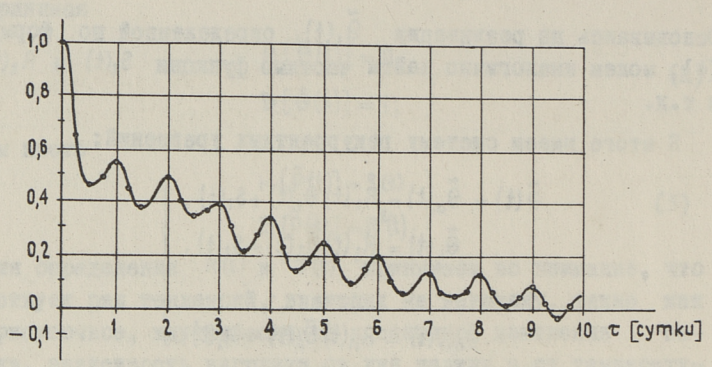
$$R(t) = R_1(t)\,R_2(t) \cdots R_n(t).$$

При описании общей тенденции роста нагрузок имеющийся статистический материал соответствует в сущности одному периоду изменения этой тенденции, поэтому для повышения достоверности соответствующих частных функций принимаем в качестве их аргумента годовое потребление электроэнергии в исследуемом узле системы.

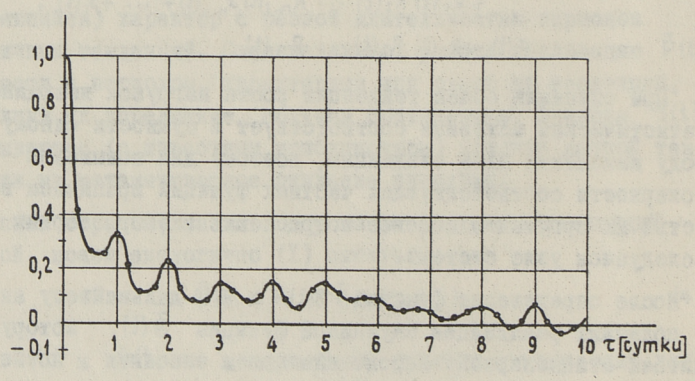
После определения функций $S(t)$ и $R(t)$ дальнейшему анализу подлежит реализация случайной функции $\tilde{\Theta}(t)$, которую мы считаем стационарной. Методы анализа и описания последней хорошо известны и поэтому нетрудно оценить ее параметры и, в конечном счете, аппроксимировать закон распределения $\tilde{\Theta}(t)$, а вместе с тем и закон распределения $\tilde{P}(t)$. Если аналогично провести анализ нагрузок (как активных, так и реактивных) всех узлов системы, то можем оценить совместный закон распределения соответствующих стационарных процессов, а следовательно, также нагрузок всех узлов системы.

Параметры, фигурирующие в частных функциях, в общем случае не являются постоянными во времени, например, из-за роста пиковости суточных графиков нагрузки. Поэтому значения этих параметров должны по мере накопления статистических данных периодически уточняться.

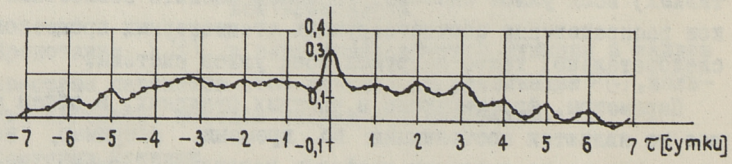
На основе описанной выше методики проведен анализ активных и реактивных нагрузок двух крупных узлов Эстонской энер-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

госистемы (P_1, P_2, Q_1, Q_2) по данным 1968 г. Частные функции $S_i(t)$ и $R_i(t)$ были представлены степенными многочленами четвертой и третьей степени соответственно, а частная функция, учитывающая общую тенденцию роста нагрузки, в виде:

$$S_к(t) = \frac{W}{8760},$$

где W – потребление электроэнергии в рассматриваемом году.

Результаты вычислений — корреляционные функции соответствующих стационарных процессов $K_{P_1P_1}(\tau)$, $K_{Q_1Q_1}(\tau)$, $K_{P_1Q_1}(\tau)$ — приведены на фиг. 1, 2, 3 соответственно. Корреляционные функции $K_{P_2P_2}(\tau)$, $K_{Q_2Q_2}(\tau)$ и $K_{P_2Q_2}(\tau)$ по форме оказались аналогичными указанным выше функциям, значения же $K_{P_1P_2}(\tau)$, $K_{Q_1Q_2}(\tau)$, $K_{P_1Q_2}(\tau)$ и $K_{P_2Q_1}(\tau)$ не превышают 0,1, т.е. нагрузки различных узлов можно считать практически некоррелированными.

Для оценки достоверности полученных характеристик был проведен прогноз нагрузки P_1 на 1969 г. Поскольку прогноз $m(t)$ нагрузки может быть рассмотрен как ее условное математическое ожидание, при условии, что известна реализация $\tilde{P}(t)$, то из (1) следует, что

$$m(t) = R(t)\, m_\Theta(t) + S(t),$$

где $m_\Theta(t)$ – прогноз соответствующего стационарного процесса.

При прогнозировании нагрузки с опережаемостью более одной недели, ввиду затухания корреляционных функций, можно принимать $m_\Theta(t) \equiv 0$, и, следовательно, прогноз нагрузки сводится только к вычислению $S(t)$. При более краткосрочном прогнозировании необходимо экстраполировать условное математическое ожидание $m_\Theta(t)$ с учетом предыстории случайного процесса $\tilde{\Theta}(t)$. В настоящей работе для этого был применен метод линейного экстраполирования стационарных случайных последовательностей [2].

Сводные результаты прогноза — оценки дисперсий (D), квадратичного отклонения (σ) и математического ожидания (M) ошибки прогноза — приведены в таблице 1, где m'_P – прогноз нагрузки, состоящий в умножении графиков нагрузок соответствующих дней 1968 г. на коэффициент прироста на-

грузки за год ($K = 1{,}14$), m''_p – долгосрочный прогноз нагрузки ($m_\theta = 0$) m'''_p – прогноз нагрузки с опережением на 6 часов.

Таблица I

Прогноз	m'_p	m''_p	m'''_p	$\tilde{\theta}_1$
D, Мвт^2	137	45	34	0,756
σ, Мвт	11,7	6,7	5,8	0,870
M, Мвт	-0,018	-0,411	-0,518	-0,041

Приведенную в таблице дисперсию $D' = 137$ Мвт^2 можно приближенно рассматривать как дисперсию разности двух случайных величин, имеющих равные дисперсии. Следовательно, по теореме сложения дисперсий (предполагается независимость этих величин) $D' = 2D''$. Поскольку по вычисленным оценкам дисперсий $2D'' = 90 < 137 = D'$, то можем заключить, что прогноз m''_p достаточно хорошо представляет математическое ожидание нагрузки $\tilde{P}(t)$. К такому же выводу приходим, если учесть, что согласно идеям анализа нагрузок дисперсия стационарной функции $D[\tilde{\theta}(t)]$ должна иметь значение 1 при отсутствии ошибок прогнозирования. В данном случае $D[\tilde{\theta}(t)] = 0{,}756 < 1$, т.е. средняя точность прогноза m''_p выше ожидаемой по результатам анализа $\tilde{P}(t)$.

Литература

1. М.В. Мельдорф, Э.А. Тийгимяги. Прогнозирование графиков нагрузки энергетической системы. Труды ТПИ, серия А, № 225, 1965.

2. А.Г. Ивахненко, В.Г. Лапа. Кибернетические предсказывающие устройства. "Наукова думка", Киев, 1965.

M.Meldorf, G.Seier

Probability analyses of the load power at the system bus

Summary

The change of load power at the system bus in a time interval is a non-stationary probability process.

In this article an attempt has been made to analyse prognose load power at the system bus by reducing the non-stationary probability processes to the stationary ones for which the common methods of analysis and prognosis are existing.

The results of the analysis and prognosis of two large load powers of the Estonian Energy System are shown.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 305 1971

УДК 621.311.153.2

П.Х. Раэсаар, Э.А. Тийгимяги

К ВОПРОСУ ВЕРОЯТНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МОЩНОСТЕЙ УЗЛОВ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

В связи со случайной природой режима энергосистемы применяется при решении многих задач вероятностное моделирование.

В общем случае изменение мощности нагрузки узла во времени представляет нестационарный случайный процесс $\tilde{x}(t)$.

Однако применение точной вероятностной модели затруднительно из-за отсутствия полной статистической информации о режимах системы, с одной, и сложностью ее, с другой стороны. Поэтому приходится прибегать к различным упрощенным моделям, тип которых должен выбираться так, чтобы наиболее адекватно были отражены существенные для рассматриваемой задачи свойства реального процесса.

Не всегда удается давать строгие количественные показатели адекватности вероятностной модели. В таких случаях приходится ограничиваться качественной оценкой степени соответствия модели реальности.

Обработка статистической информации и применение вероятностной модели значительно упрощаются, если аппроксимировать действительные изменения параметров режима во времени гауссовскими процессами.

Обоснованность представления процесса $\tilde{x}(t)$ гауссовским подтверждается исследованиями многих авторов [1,2 и др.].

В статье [3] предложена методика построения упрощенных формул расчета частичных удельных потерь на основе статистической информации о параметрах режима. При этом применяется следующая вероятностная модель мощности нагрузки.

Для учета регулярных недельных колебаний режима все сутки делятся на характерные типы. Для учета сезонных колебаний режима год делится на характерные нагрузочные периоды. В наиболее простом случае рассматриваются отдельно зимний и летний нагрузочные периоды. Изменения мощности нагрузки x в течение однотипных суток рассматриваются как реализации некоторого случайного процесса $\tilde{x}_i(t)$.

Таким образом, действительный случайный процесс $\tilde{x}(t)$ заменяется определенным количеством случайных процессов $\tilde{x}_i(t)$ длительностью одни сутки.

Рассмотрим возможность аппроксимации процесса $\tilde{x}_i(t)$ гауссовским.

Сечение рассматриваемого процесса может быть рассмотрено как случайная величина, центр рассеивания (математическое ожидание) которой изменяется по неделям по некоторому закону

$$\bar{x} = \bar{x}(\tau), \quad \tau \in H \qquad (I)$$

вследствие сезонных изменений и естественного роста. Множеством определения H функции (I) является множество недель рассматриваемого нагрузочного периода. Формально можем перейти от дискретного множества H к непрерывному.

Поскольку процесс $\tilde{x}(t)$ является гауссовским, то на некоторой неделе $\tau_l \in H$ величина x имеет нормальный закон распределения с математическим ожиданием $\bar{x}(\tau_l)$. Считая дисперсию параметра x неизменной по неделям и равной σ^2, получим для величины x в данном сечении процесса $\tilde{x}_i(t)$ плотность распределения [4]

$$f(x) = \frac{1}{\tau_к - \tau_н} \int_{\tau_н}^{\tau_к} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ \frac{\left[x - \bar{x}(\tau)\right]^2}{2\sigma^2} \right\} d\tau, \qquad (2)$$

где $\tau_н, \tau_к$ – границы рассматриваемого нагрузочного периода.

Анализ выражения (2) трудоемок, так как приводит в общем случае к численному интегрированию. Поэтому для оценки характера распределения $f(x)$ применяем аппроксимацию его распределением Пирсона [5], основанную на оценках первых четырех моментов.

Функция $x(\tau)$ довольно хорошо аппроксимируется функцией

$$x(\tau) = \tilde{\Theta}(\tau) + a + h\tau + \lambda \sin b\tau, \qquad (3)$$

где $\tilde{\Theta}(\tau)$ – эргодичный стационарный гауссовский процесс, математическое ожидание которого равно нулю;

a – значение регулярной составляющей величины x в начале рассматриваемого периода;

$h\tau$ – линейная функция, учитывающая естественный рост нагрузки;

$\lambda \sin b\tau$ – синусоида, учитывающая сезонное изменение мощности нагрузки [6].

Рассматривая формально время τ как равномерно распределенную случайную величину, получим вместо случайного процесса (3) в рассматриваемом нагрузочном периоде случайную величину x с соответствующими некоррелированными составляющими

$$x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4. \qquad (4)$$

Определяем первый начальный (ν_1) и второй (μ_2), третий (μ_3) и четвертый (μ_4) центральные моменты для составляющих случайной величины x для зимнего нагрузочного периода.

Не нарушая общности, можем принять $\tau_н = 0$ и $\tau_к = 1$. Тогда $b = \pi$ и h равно полугодичному естественному росту нагрузки.

Составляющую x_1 можно считать нормально распределенной случайной величиной с моментами

$$\nu_1(x_1) = \bar{x}_1 = 0; \quad \mu_2(x_1) = \sigma^2;$$

$$\mu_3(x_1) = 0; \quad \mu_4(x_1) = 3\sigma^2.$$

Так как x_2 является неслучайной величиной, то

$$\nu_1(x_2) = a; \quad \mu_2(x_2) = \mu_3(x_2) = \mu_4(x_2) = 0.$$

Составляющая x_3 имеет равномерное распределение в пределах $0 \leq x_3 \leq h$. Соответствующие моменты равны

$$\nu_1(x_3) = 0{,}5\,h; \quad \mu_2(x_3) = 0{,}0833\,h^2;$$

$$\mu_3(x_3) = 0; \quad \mu_4(x_3) = 0{,}0125\,h^4.$$

Плотность закона распределения составляющей x_4 выражается как [5]:

$$f(x_4) = \begin{cases} 0 & \text{при } x_4 < 0 \\ \dfrac{2}{\pi\sqrt{\lambda^2 - x^4}} & \text{при } 0 \leqslant x_4 \leqslant \lambda \\ 0 & \text{при } x_4 > \lambda. \end{cases} \qquad (5)$$

Центральные моменты случайной величины x_4 определяем по формуле [7]:

$$U_n(x_4) = \sum_{k=2}^{n} (-1)^{n-2} C_n^k \nu_k(x_4) \left[\nu_1(x_4)\right]^{n-2} + \\ + (-1)^{n-1} (n-1) \left[\nu_1(x_4)\right]^n. \qquad (6)$$

где

$$\nu_k(x_4) = \int_0^{\lambda} x_4^k f(x_4)\, dx; \qquad (7)$$

C_n^k – сочетание из n элементов по k.

По формуле (6), учитывая (5) и (7), получим:

$$\nu_1(x_4) = 0{,}637\lambda; \quad \mu_2(x_4) = 0{,}094\lambda^2;$$
$$\mu_3(x_4) = -0{,}0141\lambda^3; \quad \mu_4(x_4) = 0{,}016\lambda^4.$$

Моменты суммы некоррелированных случайных величин, определяемые по общеизвестным формулам, будут равны

$$\left.\begin{aligned} &\nu_1(x) = a + 0{,}5h + 0{,}637\lambda; \\ &\mu_2(x) = \sigma^2 + 0{,}0833h^2 + 0{,}0942\lambda^2; \\ &\mu_3(x) = -0{,}0141\lambda^3; \\ &\mu_4(x) = \left(3\sigma^2 + 0{,}4998h^2 + 0{,}5652\lambda^2\right)\sigma^2 + \\ &\quad + \left(0{,}0125h^2 + 0{,}0471\lambda^2\right)h^2 + 0{,}016\lambda^4. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Выбор аппроксимирующего закона распределения Пирсона происходит по относительным показателям формы β_1 и β_2, характеризующим асимметрию и эксцесс распределения:

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{\mu_3(x)}{\sqrt{\left[\mu_2(x)\right]^3}}; \qquad \beta_2 = \frac{\mu_4(x)}{\mu_3(x)}. \qquad (9)$$

Численный анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

I. Величина естественного роста нагрузки (до I5 % в год) практически не влияет на показатели формы β_1 и β_2.

2. Наиболее сильное влияние на β_1 и β_2 оказывает отношение амплитуды синусоиды к стандартному отклонению $c = \frac{\lambda}{\sigma}$.

3. По графикам в плоскости (β_1, β_2) для распределений Пирсона [5] видно, что рассматриваемое распределение находится в области, которая довольно близка к точке нормального распределения $(\beta_1 = 0, \beta_2 = 3)$. При годовом росте мощности в I0 % и $c = 3$ показатели формы будут $\beta_1 = -0{,}022$ и $\beta_2 = 2{,}8$, а при $c = 4$ и 6 соответственно $\beta_1 = -0{,}05I$, $\beta_2 = 2{,}6$ и $\beta_1 = -0{,}I08$, $\beta_2 = 2{,}4$. Проведенный анализ нагрузок некоторых узлов Эстонской энергосистемы показывает, что обычно $c < 4$.

4. Квантили рассматриваемого распределения мало отличаются от соответствующих квантилей нормального распределения. По аппроксимирующему распределению Пирсона [5] получим, например, при стандартном отклонении $\sigma = I0$ % и $c \leqslant 4$ расхождения, не превышающие 3 % для квантилей 0,0I и I % для квантилей 0,05, 0,95 и 0,99.

По полученным выводам можно считать, что при реальных значениях величин σ, h и λ закон распределения случайной величины x в некотором сечении процесса $\tilde{x}_i(t)$ может быть довольно хорошо аппроксимирован нормальным распределением, а следовательно, и сам процесс гауссовским процессом даже при делении года только на два нагрузочных периода.

Литература

I. Б.В. Гнеденко. Теоретико-вероятностные основы статистического метода расчета электрических нагрузок промышленных предприятий. Изв. вузов СССР, Электромеханика, № I, I96I.

2. Г.М. Каялов. Теория случайных процессов и расчет нагрузок заводских электрических сетей. Изв. вузов СССР, Электромеханика, № II, I2. I96I.

3. П.Х. Р а э с а а р. Об упрощении формул расчета относительных приростов потерь. Энергетические системы. Сб.статей Ш. Труды ТПИ, серия А, № 275, Таллин, 1969.

4. Н.А. Б о р о д а ч е в. Основные вопросы теории точности производства. Изд. АН СССР, М.-Л., 1950.

5. Г. Х а н, С. Ш а п и р о. Статистические модели в инженерных задачах. "Мир", М., 1969.

6. Б.А. Г у р е в и ч, Б.К. П а н к р а т о в. Статистическо-вероятностные методы в вопросах анализа и расчета перспективных режимов нагрузки энергосистем. Доклады к научно-техническому совещанию по применению вероятностных и статистических методов при проектировании и эксплуатации энергетических систем и электрических сетей, вып. I, Киев, 1963.

7. Б.В. Г н е д е н к о. Курс теории вероятностей. "Наука", М., 1965.

P.Raesaar, E.Tiigimägi

Some aspects of probabilistic simulation of node loads

Summary

The possibility of approximation of a node load by the Gaussian process is shown.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.311.1

Р.А. Сиркель, Э.А. Тийгимяги

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ УЗЛОВ НАГРУЗОК

В настоящее время экономическую эффективность режима напряжений следует считать установленной [1]. Для ее оценки предложено применение экономических характеристик узлов нагрузок (ЭХУН), которые выражают зависимость экономического эффекта или ущерба всей присоединенной к этому узлу системы электроснабжения (сетей и потребителей) от величины напряжения узла в единицу времени [2]. Такой показатель характеризует качество напряжения в денежном выражении и поэтому удобен для решения эксплуатационных и проектных задач.

Величина ущерба зависит от характера потребителей, величины нагрузок, конфигурации и параметров сети и напряжения рассматриваемого узла.

Для заданной сети ЭХУН является следующей неявной функцией

$$Y = F_1(\delta U_0, p, q), \qquad (1)$$

где Y – ущерб системы электроснабжения, присоединенной к данному узлу;

δU_0 – относительное отклонение напряжения;

$p=\langle p_1,\dots,p_n\rangle$, $q=\langle q_1,\dots,q_n\rangle$ – векторы активных и реактивных нагрузок потребителей.

Недостатком такой ЭХУН является большое количество переменных, что затрудняет ее практическое применение.

В статье рассматривается приближенное эквивалентирование ЭХУН функцией

$$Y = F_2(\delta U_0, P_0, Q_0). \qquad (2)$$

которую назовем эквивалентной экономической характеристикой узла нагрузки (ЭЭХУН).

Здесь P_0 и Q_0 суммарные активная и реактивная мощности узла.

Преимуществом такой характеристики является возможность широкого применения ее для оптимального управления режимами сети.

Рассматриваемая модель основывается на корреляции нагрузок отдельных потребителей с суммарной нагрузкой узла.

Модель будет тем точнее, чем ближе характер потребителей и однороднее их нагрузки.

Зависимость (2) является стохастической и может быть определена методами математической статистики на основе пассивного эксперимента. Нас будет интересовать усредненная характеристика (ЭЭХУН), которую можно представить в виде уравнения множественной регрессии.

Рассмотрим методику определения ЭЭХУН для разомкнутых распределительных сетей, в которых отсутствуют регулируемые под нагрузкой трансформаторы.

Исходной информацией для определения переменных рассматриваемой статистической зависимости являются графики активных и реактивных мощностей нагрузок узла и отдельных потребителей или их групп. По графикам узла определяются P_0 и Q_0, а по соответствующим им величинам мощностей отдельных потребителей, задаваясь δU_0, находятся относительные отклонения напряжений у отдельных потребителей (δU_i).

Ущерб определяется по известной формуле

$$Y = \sum_{i=1}^{n} p_i(\alpha_i \delta U_i^2 + \beta_i \delta U_i), \ (i = 1, \ldots, n), \qquad (3)$$

где α_i и β_i – коэффициенты удельного ущерба.

Эффективность практического применения ЭЭХУН во многом зависит от удачного выбора вида соответствующего уравнения регрессии (аналитического выражения ЭЭХУН).

Исходя из (3), можем получить на основе расчета распределительной сети по номинальному напряжению следующее выражение для ущерба системы электроснабжения из n отдельных потребителей или их групп

$$Y = \delta U_o^2 \sum_{i\in N} \alpha_i p_i + \delta U_o \Big(\sum_{i\in N} \beta_i p_i - \frac{2}{U_H^2} \sum_{i\in N} \alpha_i p_i \sum_{i\in K_i} r_i \sum_{i\in L_i} p_i - \frac{2}{U_H^2} \sum_{i\in N} \alpha_i p_i \sum_{i\in K_i} x_i \sum_{i\in L_i} q_i \Big) -$$

$$- \frac{1}{U_H^2} \sum_{i\in N} \beta_i p_i \sum_{i\in K_i} r_i \sum_{i\in L_i} p_i - \frac{1}{U_H^2} \sum_{i\in N} \beta_i p_i \sum_{i\in K_i} x_i \sum_{i\in L_i} q_i + \frac{1}{U_H} \sum_{i\in N} \alpha_i p_i \Big(\sum_{i\in K_i} x_i \sum_{i\in L_i} q_i \Big)^2 +$$

$$+ \frac{2}{U_H^4} \sum_{i\in N} \alpha_i p_i \sum_{i\in K_i} r_i \sum_{i\in K_i} x_i \sum_{i\in L_i} p_i \sum_{i\in L_i} q_i + \frac{1}{U_H^4} \sum_{i\in N} \alpha_i p_i \Big(\sum_{i\in K_i} r_i \sum_{i\in L_i} p_i \Big)^2 , \qquad (4)$$

где r_i, x_i – активные и реактивные сопротивления ветвей сети;

N – множество индексов всех потребителей или их групп и соответствующих им питающих ветвей; $K_i \subset N$ и $L_i \subset N$.

Заменяя в (4) все суммы мощностей отдельных потребителей коррелированными с ними мощностями P_o и Q_o, а произведения постоянных параметров соответствующими коэффициентами a, получим общий вид регрессионного уравнения

$$Y = a_1 \delta U_o^2 P_o + a_2 \delta U_o P_o + a_3 P_o^2 + a_4 P_o^2 Q_o + a_5 \delta U_o P_o^2 +$$

$$+ a_6 \delta U_o P_o Q_o + a_7 P_o Q_o + a_8 Q_o^2 + a_9 P_o^3 . \qquad (5)$$

Определение коэффициентов a и практическое применение уравнения (5) в качестве ЭЭХУН требует значительной счетной работы. С другой стороны, можно ожидать, что влияние части членов ничтожное, что и подтверждалось расчетами. Такими членами можно пренебрегать.

Чем разнороднее нагрузки и удельные коэффициенты ущерба потребителей, и чем выше номинальное напряжение сети, тем большее количество членов в (5) является значимым.

Определение наиболее целесообразного вида уравнения регрессии для заданной сети методом регрессионно-дисперсионного анализа [3] начинается с установления очередности перебо-

ра возможных членов в (5). Хотя строгая очередность членов по величине их влияния на ущерб Y зависит от конкретных условий, можно по предварительным расчетам предложить очередность перебора, приведенную в уравнении (5). Далее выбирается исходный вид уравнения регрессии (например, два первых члена). Методом наименьших квадратов определяются коэффициенты a и остаточные величины, т.е. расхождения между оценками и фактическими величинами Y. К выбранному уравнению прибавляется очередной член и снова определяются соответствующие коэффициенты и остаточные величины и т.д.

Окончательный вид аналитического выражения ЭЭХУН может быть определен методами дисперсионного анализа, например, на основе сравнения дисперсий остаточных величин, полученных при разных видах уравнения регрессии или по коэффициенту детерминации, показывающему, какую часть вариации ущерба можно объяснить влиянием мощностей и напряжения узла.

Точность определения ущерба по полученной ЭЭХУН может быть охарактеризована стандартной ошибкой оценки.

Дополнительного исследования требует вопрос о выборе целесообразной модели мощностей нагрузок. Известно, что идеальные условия, обеспечивающие теоретическую обоснованность методов корреляционно-регрессионного анализа и в первую очередь метода наименьших квадратов, заключается в нормальности распределения исходных параметров и в независимости результатов наблюдения. Но даже при достаточно существенных отклонениях от исходных предпосылок эти методы не теряют свою эффективность [4].

Более детальные модели, обеспечивающие и выполнение указанных предпосылок, требуют большого объема исходной информации и приводят к необходимости определения значительного количества ЭЭХУН для разных характерных интервалов времени.

Наиболее простая, но и менее точная модель получается при рассмотрении нагрузки случайной величиной, не зависящей от времени. Такой модели соответствует только одна ЭЭХУН. По мере изменения сети и увеличения нагрузок такая характеристика может быть время от времени уточнена.

Окончательный выбор модели нагрузок может зависеть от требуемой точности и характера конкретной распределительной сети.

Составлена программа на языке "Малгол" для расчета ЭЭХУН на ЦВМ.

Предварительные расчеты, проведенные на ЦВМ "Минск-22" по недельным нагрузкам в некоторых распределительных сетях 6...35 кв с разнородными промышленными потребителями, дали стандартную ошибку, не превышающую 10-15 % от среднего ущерба. В аналитическом выражении ЭЭХУН (5) оказались значимыми первые 3...5 членов.

Литература

1. Н.А. Мельников. Проблемы регулирования напряжения в электрических сетях. Сб. докладов к Всесоюзному совещанию "Регулирование напряжения в электрических сетях", Изд. "Энергия", М., 1968.

2. В.А. Богданов, Л.А. Солдаткина. Определение экономических характеристик узлов нагрузки и применение их при оценке качества напряжения в электрических сетях. Доклады юбилейной научно-технической конференции МЭИ, Секция электроэнергетическая, подсекция электрических систем, М., 1965.

3. Е.И. Пустыльник. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. Изд. "Наука", М., 1968.

4. С.А. Айвазян. Статистическое исследование зависимостей. Изд. "Металлургия", М., 1968.

R.Sirkel, E.Tiigimäe

Equivalent economical characteristics of load nodes

Summary

The determination of the equivalent economical characteristics of nodes with non-uniformity loads is discussed.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.315.6

О.И.Гроссман, Р.А.Ойдрам

НОВАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАЗОСТОЙКОСТИ ИЗОЛЯЦИОННЫХ МАСЕЛ

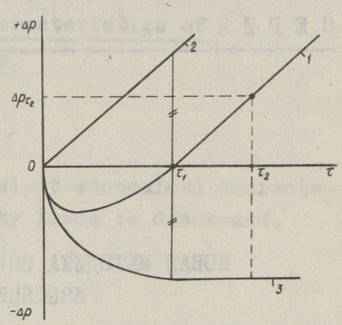
Предусмотренный стандартом (ГОСТ 13003-67) метод определения газостойкости заключается в испытании изоляционных масел в специальном реакторе. При этом определяется относительная газостойкость, без вывода каких-либо энергетических характеристик разрушения масел под воздействием частичных разрядов (ч.р.).

При расчете скорости старения и срока службы бумажно-масляной изоляции требуются, однако, количественные характеристики газостойкости масел [1]. В число таких характеристик входят коэффициент газовыделения B, определяющий количество выделяющихся газов из масла под воздействием ч.р. с энергией I дж, и предельная поглощаемость выделяющихся газов в I $см^3$ масла C_0.

Ниже излагается методика, позволяющая при помощи реактора определить указанные количественные характеристики газостойкости масел. Приводятся результаты исследования газостойкости товарного конденсаторного масла.

Методика эксперимента. Обозначим объем пробы масла в реакторе через V_1, объем газового пространства реактора, соединительных трубочек и U -образного манометра через V_2. Объем V_2 заполняется водородом под давлением p_2, так как под воздействием ч.р. выделяется главным образом водород [1]. Применение других газов не предусматривается, потому что в современных конденсаторах остаточное воздухосодержание мало [2].

При подаче на электроды определенного напряжения в реакторе происходят процессы разложения масла, а также поглощение газов путем растворения и гидрогенизации ненасыщенных компонентов масла (фиг. I). Выбором испытательного напряжения всегда можно добиваться того, чтобы в течение опыта кривая изменения давления газа в объеме V_2 - кривая газостойкости (кривая I, фиг. I) - проходила стадии понижения и повышения давления по отношению к p_2. Кривая газостойкости представляет собой сумму зависимостей газовыделения (кривая 2, фиг. I) и газопоглощения (кривая 3, фиг. I) от времени.



Фиг. 1

Вводим обозначения: ΔV_τ - объем выделяющихся или поглощающихся газов за время τ, приведенный к постоянному давлению p_2; H_{0p} - количество газов, появляющихся в реакторе вследствие разрушающего действия разрядов и $H_{пр}$ - количество поглощающихся маслом за время τ газов.

Учитывая, что газовыделение принято выражать положительной величиной, а газопоглощение - отрицательной, запишем

$$\Delta V_\tau = H_{вр} - H_{пр}. \qquad (I)$$

Согласно [I]

$$H_{вр} = P_p B \tau, \qquad (2)$$

где P_p - мощность ч.р., воздействующих на изоляционное масло в реакторе.

Скорость поглощения водорода маслом определяется согласно [3] выражениями

$$h_{пр} = \frac{\alpha S_p}{V_1}\left(H_{0p} - H_{пр}\right) \qquad (3)$$

и

$$h_{пр} = \frac{\alpha S_p}{V_1} H_{0p} e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau}, \qquad (4)$$

где S_p – площадь соприкосновения газа с маслом;
α – коэффициент пропорциональности;
H_{0p} – предельное количество газов, которое может поглощаться в объеме масла V_1.

После подстановки (4) в (3), получим

$$H_{пр} = H_{0p}\left(1 - e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau}\right). \qquad (5)$$

Подстановкой (2) и (5) в (I), можем получить зависимость ΔV_τ от длительности воздействия напряжения. Вместо ΔV_τ обычно фиксируется перепад давления в постоянном объеме реактора V_2 :

$$\Delta p_\tau = \frac{p_2}{V_2}\Delta V_\tau . \qquad (6)$$

Подстановкой (I), (2) и (5) в (6), получим

$$\Delta p_\tau = \frac{p_2}{V_2}\left[P_p B\tau - H_{0p}\left(1 - e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau}\right)\right]. \qquad (7)$$

Назовем выражение (7) уравнением газостойкости масла.

В уравнение (7) входят в качестве искомых характеристик газостойкости коэффициент газовыделения B и газопоглощающая способность масла H_{0p} или, точнее, $C_o = H_{0p}/V_1$.

Для нахождения коэффициента газовыделения B приходится снимать всю кривую газостойкости масла и использовать для расчета перепады давления $\Delta p_{\tau_1'}$ и Δp_{τ_2} при временах τ_1' и τ_2 от начала опыта (условимся, что $\tau_2 > \tau_1'$).Составляя для указанных времен уравнения газостойкости масла и обозначая $\Delta p_{\tau_2} - \Delta p_{\tau_1'} = \Delta p$ и $\tau_2 - \tau_1' = \Delta\tau$, получим

$$\Delta p = \frac{p_2}{V_2} P_p B \Delta\tau - \frac{p_2}{V_2} H_{0p}\left(e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau_1'} - e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau_2}\right). \qquad (8)$$

Уравнение (8) значительно упрощается при выборе τ_1' по условию

$$e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau_1'} < 0{,}1 . \qquad (9)$$

В этом случае практически

$$\frac{p_2}{V_2} H_{0p}\left(e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau_1'} - e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau_2}\right) = 0$$

и

$$\Delta p = \frac{p_2}{V_2} P_p B \Delta\tau ,$$

откуда

$$B = \frac{\Delta p V_2}{p_2 P_p \Delta\tau} . \qquad (10)$$

Для расчета B удобно использовать участок кривой газостойкости при $\tau > \tau_1$, где τ_1 - время достижения начального давления в реакторе (фиг. I). Тогда можем принимать $\tau_1' = \tau_1$ и $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$. При этом $\Delta p_{\tau_1} = 0$ и $\Delta p = \Delta p_{\tau_2}$. Однако отметим, что принимать $\tau_1' = \tau_1$ можно только при выполнении неравенства (9).

Следует отметить, что коэффициенты газовыделения, рассчитанные по формуле (10), всегда положительные, что совпадает с физическими представлениями о появлении газа в масле (в виде молекулярного раствора или газовых пузырьков) при воздействии на него разрушающих разрядов.

Определив коэффициент газовыделения масла, можем из уравнения газостойкости (7) найти газопоглощающую способность масла, имея в виду, что при $\tau = \tau_1$ $\Delta p_\tau = 0$. Это условие выполняется только при

$$P_p B \tau_1 - H_{0p} \left(1 - e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau_1}\right) = 0 ,$$

откуда

$$H_{0p} = \frac{P_p B \tau_1}{1 - e^{-\frac{\alpha S_p}{V_1}\tau_1}} . \qquad (11)$$

Экспериментальное исследование газостойкости товарного конденсаторного масла. Газостойкость товарного конденсаторного масла исследовалась по изложенной методике в реакторе, изображенном на фиг. 2. Основные данные реактора следующие: диаметр центрального молибденового стержня 2 мм, внутренний диаметр стеклянного сосуда реактора 20 мм, толщина стенки сосуда I мм.

Предварительно отвакуумированный реактор с образцом масла заполнялся водородом, полученным из аппарата Киппа и доочищенным в водной суспензии карбоната кальция и в серной кислоте. Объем залитого в реактор масла $V_1 = 8{,}4$ см^3.

Объем газового пространства в начале опыта составлял приблизительно 38 $см^3$, однако, вследствие изменения объема газа в U -образном манометре при разных перепадах давления, не явился величиной постоянной. Поскольку при выводе уравнения газостойкости масел предполагалось постоянство V_2 , то при опытах все измеренные значения перепада давления $\Delta p_{\tau\,изм}$ были приведены к постоянному объему газа по формуле

$$\Delta p_{\tau n} = \frac{\Delta p_{\tau\,изм}(V_2 + \Delta V_{2\tau}) + p_2 \Delta V_{2\tau}}{V_2}, \qquad (12)$$

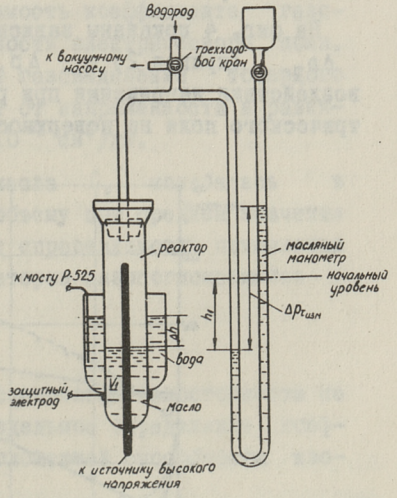
где $\Delta p_{\tau n}$ - приведенный к постоянному объему V_2 перепад давления;

$\Delta V_{2\tau} = S h_1$;

S - площадь поперечного сечения трубки манометра;

h_1 - изменение высоты масляного столба в левой ветви U -образного манометра по сравнению с начальным уровнем (см. фиг. 2).

Под воздействием коронного разряда происходит изменение объема водорода, заполняющего реактор [4]. Это явление не связано с процессами газовыделения и газопоглощения в масле. Поэтому были опытным путем определены зависимости перепада давления водорода в реакторе $\Delta p_{н_2}$ от времени приложения напряжения τ, которые вычитались из полученных кривых газостойкости $\Delta p_{\tau n} = f(\tau)$. Результирующие зависимости $\Delta p_\tau = \Delta p_{\tau n} - \Delta p_{н_2} = f(\tau)$ применялись для расчета коэффициентов газовыделения и газопоглощающейся способности масла.

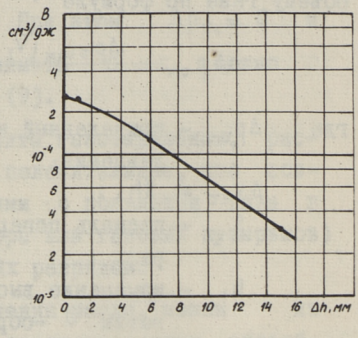


Фиг. 2

Мощность ч.р., воздействующих на масло, измерялась при помощи моста Шеринга типа Р-525.

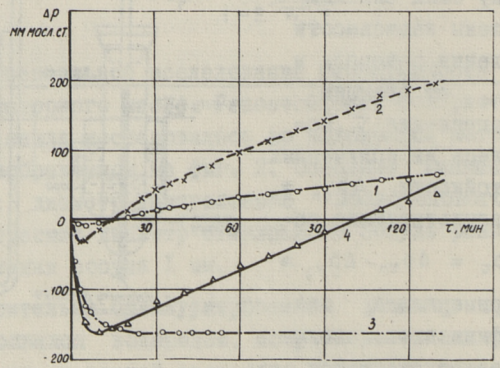
Испытания товарного конденсаторного масла производились при температуре 20 °С и атмосферном давлении.

Предварительными опытами была установлена существенная зависимость коэффициента газовыделения от высоты коронирующего промежутка Δh (фиг.2). Полученная зависимость представлена на фиг. 3. Уменьшение B с увеличением Δh объясняется уменьшением соотношения мощности ч.р., воздействующих на изоляционное масло, к общей мощности ч.р. в реакторе. Учитывая сказанное, дальнейшие опыты проводились при $\Delta h = 0$, так как в этом случае получаются значения B, наиболее близко совпадающие с результатами измерения газовыделения из пропитанных бумажных конденсаторов [5].



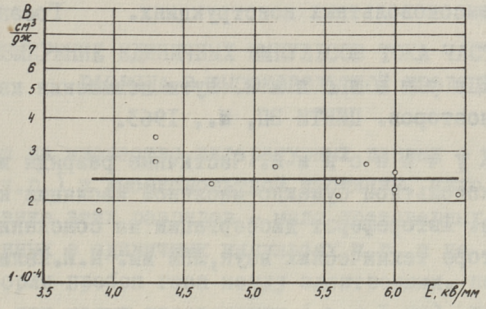
Фиг. 3

На фиг. 4 показаны зависимости $\Delta p_{\tau изм}$ (кривая I), $\Delta p_{\tau п}$ (кривая 2) и $\Delta p_{н_2}$ (кривая 3) от длительности воздействия напряжения при расчетной напряженности электрического поля на поверхности центрального электрода



Фиг. 4

4,7 кв/мм. Трехугольниками на фигуру нанесена результирующая зависимость $\Delta p_\tau = f(\tau)$. Теоретическая кривая газостойкости (кривая 4) хорошо ложится на опытную зависимость при следующих параметрах: $B = 2{,}3 \cdot 10^{-4}$ см^3/дж; H_{0p} = = 0,573 см^3 и $\alpha = 1{,}93 \cdot 10^{-2}$ см/сек. Учитывая, что V_1 = = 8,4 см^3, концентрация насыщения масла $C_0 = H_{0p} / V_1 = 0{,}068$ или 6,8 % по объему.



Фиг. 5

На фиг. 5 представлена зависимость коэффициента газовыделения от расчетной напряженности электрического поля. Как видно из фигуры, коэффициент газовыделения товарного конденсаторного масла не зависит от напряженности и равняется при температуре 20 °С $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ см^3/дж.

Газопоглощающая способность масла C_0 колебалась в этих опытах от 3,0 до 6,8 % по объему при среднем значении 4 - 5 %. Эти данные подтверждают справедливость применения в расчетах срока службы конденсаторов газопоглощающейся способности $C_0 = 0{,}04$ [1,3].

Выводы.

1. Испытанием в реакторах исследования газостойкости по изложенной методике возможно раздельное определение коэффициента газовыделения и газопоглощающей способности изоляционных масел.

2. Исследования по предложенной методике дали для товарного конденсаторного масла при температуре 20 °С следующие характеристики газостойкости: коэффициент газовыде-

ления $B = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$ см^3/дж, средняя газопоглощающая способность масла $C_0 = 0{,}04 \div 0{,}05$.

3. Коэффициент газовыделения масла не зависит от напряженности электрического поля.

Литература

1. Под ред. Г.С. Кучинского. Бумажно-масляная изоляция в высоковольтных конструкциях. Госэнергоиздат, М.-Л., 1963.

2. Д.С. Варшавский. Пути повышения качества силовых конденсаторов. ЦИНТИ ЭП, М., 1963.

3. Г.С. Кучинский. Частичные разряды и срок службы высоковольтной бумажно-масляной изоляции конденсаторного типа. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук, ЛПИ им. М.И.Калинина, Л., 1965.

4. Р.А. Липштейн, М.И. Шахнович. Трансформаторное масло. Изд. "Энергия", М., 1968.

5. Р.А. Ойдрам. Определение коэффициентов газовыделения изоляционных масел. Изв. вузов СССР, Энергетика, № 5, 1969.

O.Grossman, R.Oidram

New method of determination of the gassing tendencies in insulating oils

Summary

Deterioration of insulating oils due to the partial discharges in special gassing cells is investigated. The new method of determining of the gassing coefficient and the solubility of gases in insulating oils are given. Experimental results for the white capacitor oil are shown.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.317.333

О.О. Тапупере

ИЗМЕРЕНИЕ ЕДИНИЧНЫХ ИМПУЛЬСОВ ТОКА ЧАСТИЧНОГО РАЗРЯДА В ВЫСОКОВОЛЬТНОЙ ИЗОЛЯЦИИ

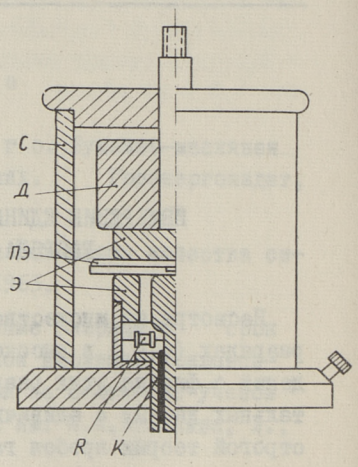
Несмотря на множество литературных данных о частичных разрядах (ч.р.) в высоковольтной изоляции, мало имеется сведений о физике этих разрядов – мало достоверных экспериментальных данных о единичных импульсах ч.р. и не существует строгой теории пробоя газа между электродами, покрытыми диэлектриком при малых расстояниях ($s < 1$ мм). Малое количество этих экспериментальных данных объясняется отсутствием соответствующей измерительной аппаратуры и трудностями регистрации таких предельно кратких импульсов. Обычно ссылаются на длительность импульсов ч.р. порядка $10^{-7} \div 10^{-8}$ сек [1,2], но чаще всего длительность этих импульсов определяется не физикой самого явления, а постоянной времени схемы регистрации [3]. Наиболее достоверные результаты измерений импульсов тока ч.р. приведены в работе Бэйли [4], в которой при помощи стробоскопического осциллографа определена длительность импульса около наносекунды или меньше.

Кроме выяснения физики самого частичного разряда знание параметров импульсов ч.р. необходимо и для правильного и обоснованного выбора параметров схемы измерения ч.р.

В данной работе приводятся результаты измерений единичных импульсов тока ч.р. в воздушном включении в полиэтилене, о которых предварительные данные опубликованы в [5].

Испытуемые образцы и измерительная аппаратура. Испытуемый образец изображен на фиг. 1. В сосуде из органического стекла С между плоскими латунными электродами с закругленными краями Э помещался образец из полиэтилена ПЭ общей тол-

щиной 0,38 мм с воздушным включением диаметром 2 мм, толщиной 0,13 мм. Образец из полиэтилена состоит из двух листов, воздушное включение в нижнем листе получено при помощи горячей прессовки, оба листы прижаты и приварены по краям друг к другу. На верхнем высоковольтном электроде имеется для обеспечения требуемого давления над образцом добавочный вес Д в виде свинцового цилиндра. Нижний электрод разделен на две части. Внешнее кольцо заземлено непосредственно, а внутренняя часть через сопротивление R = 50 ом. Этим обеспечивается минимальная индуктивность цепи замыкания высокочастотных составляющих тока ч.р. (Постоянная времени этой цепи около 2 наносекунды). Внешний диаметр кольца 35 мм, диаметр внутреннего электрода 10 мм, зазор между ними 2 мм. К внутренней части прикреплено гнездо К для присоединения коаксиального высокочастотного кабеля, идущего к индикаторной части схемы.



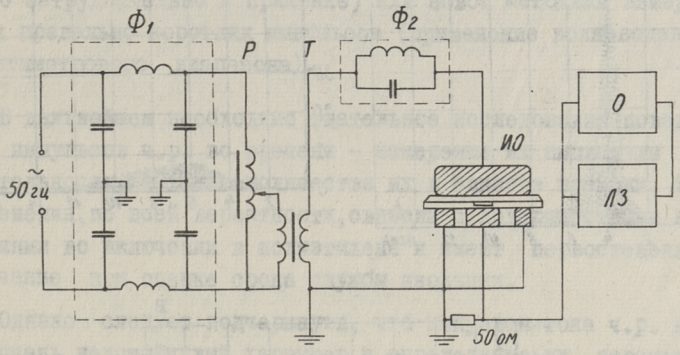
Фиг. 1. Испытуемый образец

Для устранения скользящих разрядов по внешней поверхности образца в случае надобности сосуд С заполняется электроизоляционной жидкостью.

Схема экспериментальной установки приведена на фиг. 2.

Испытательный трансформатор Т питается от сети напряжением промышленной частоты через высокочастотный фильтр $Ф_1$ и регулятор напряжения Р. Для дополнительного подавления возможных высокочастотных помех, идущих от сети, применялся на высоковольтной стороне фильтр $Ф_2$.

От испытуемого образца, описываемого выше, импульсы тока ч.р. подавались при помощи высокочастотного кабеля с волновым сопротивлением 50 ом на вход осциллографа О. В качестве осциллографа применялся стробоскопический осциллограф (тип Хюлет-Пакард 185 В) с максимальной скоростью развертки

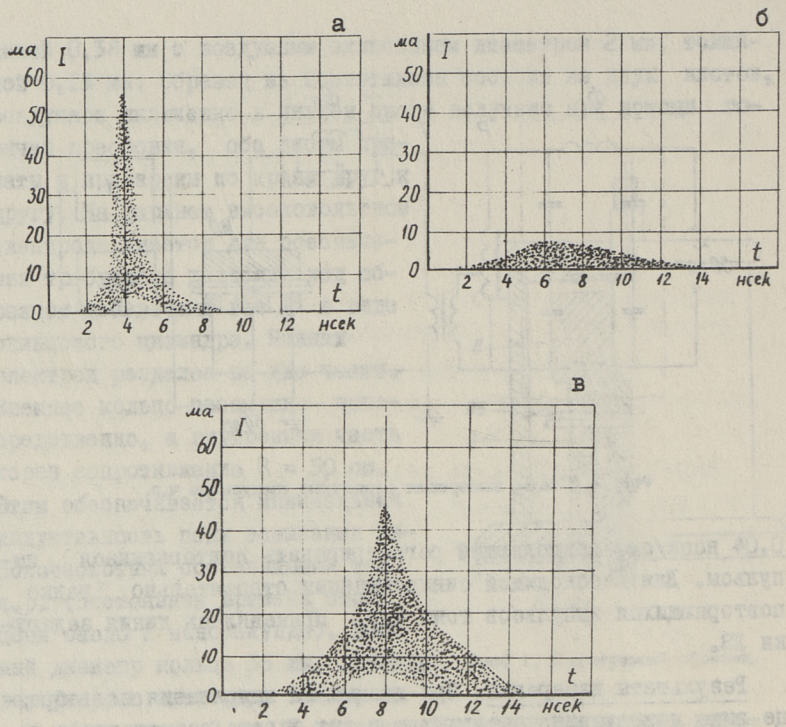


Фиг. 2. Схема измерения единичных импульсов ч.р.

0,04 нсек/см, позволяющий регистрировать повторяющиеся импульсы. Для необходимой синхронизации относительно редко повторяющихся импульсов тока ч.р. применялась линия задержки ЛЗ.

Результаты измерений. При повышении напряжения на образце выше напряжения начальных ч.р. на экране осциллографа появились импульсы тока ч.р., осциллограммы которых приведены на фиг. 3. При подаче на вход стробоскопического осциллографа одинаковых, регулярно повторяющихся импульсов на экране появляется форма единичного импульса, состоящего из отдельных точек, взятых от следующих друг за другом импульсов на входе. Однако при подаче на вход осциллографа импульсов тока ч.р., имеющих неодинаковые амплитуды и неустойчивый характер, на экране появляется фигура, представляющая собой площадь между нижней и верхней огибающими всех импульсов на входе, которые только смогут запускать осциллограф. Следовательно, в данном случае невозможно точно определить количественные параметры этих импульсов, а только приближенно оценить их.

На фиг. 3а приведена осциллограмма импульсов тока ч.р. после одноминутной выдержки образца под напряжением I,7 кв (I,I $U_{нач}$, где $U_{нач}$ - напряжение начальных ч.р.). На фиг. 3б изображены импульсы тока ч.р. в том же образце и при том же напряжении, но после одночасовой выдержки. Из полученных осциллограмм можно сделать вывод, что импульсы тока



Фиг. 3. Осциллограммы импульсов тока ч.р.

ч.р. меняются со временем как по амплитуде, так и по длительности. В новом образце сразу после подачи напряжения выше $U_{нач}$ появляются очень короткие, длиной порядка нескольких наносекунд, но относительно большие импульсы. Так как постоянная времени данной измерительной цепи несколько наносекунд, то длина этих импульсов определяется, по-видимому, этой постоянной времени, а сам процесс ч.р. имеет еще меньшую длительность. При выдержке образца при данном напряжении с течением времени амплитуда импульсов уменьшается. После отдыха образца без напряжения амплитуда импульса тока ч.р. стремится к восстановлению, но длина импульса не уменьшается (фиг. 3в).

Из полученных осциллограмм хорошо видна малая длительность импульсов тока ч.р. - около нескольких наносеукнд или меньше —, но истинная длина процесса частичного разряда так и остается неопределенной. Для выяснения этой величины необ-

ходимо применение схемы с еще меньшей постоянной времени (что затруднительно в практике) или новой методики измерения предельно коротких импульсов (применение волноводов сантиметрового диапазона).

В дальнейшем необходимо тщательное исследование поведения импульсов ч.р. во времени - измерение их амплитуды и длительности, а также количества их в единице времени. Эти изменения, по всей вероятности, связаны с поверхностными явлениями во включении в полиэтилене и имеют первостепенное значение при оценке срока службы изоляции.

Однако следует подчеркнуть, что импульсы тока ч.р. имеют очень неустойчивый характер, и определение их параметров является очень сложной экспериментальной задачей.

Выводы.

I. Длительность импульсов тока частичного разряда в воздушном включении в полиэтилене имеет величину меньше двух наносекунд.

2. При выдержке под напряжением амплитуда импульсов тока ч.р. уменьшается, а длина их увеличивается, что, по-видимому, объясняется изменениями структуры полиэтилена на поверхности включения под воздействием ч.р.

Литература

I. F.H. Kreuger. Discharge detection in high voltage equipment. Atteywood Book, Temple Press Books Ltd. London, 1964.

2. A. Kelen. Studies on partial discharges on solid dielectrics - a contribution to the discharge resistance testing of insulating materials. Acta Polytecnica Scandinavica, Electrical Engineering Series, No. 16, 1967.

3. Д.А. Каплан, Г.С. Кучинский, О.О. Тапупере. Количественные измерения интенсивности ионизационных процессов. Сб. "Ионизационное старение, короностойкость и методы испытаний высоковольтной изоляции", ЦИНТИ ЭП, М., 1963.

4. A. B a i l e y. A study of internal discharges in cable insulation. IEEE Paper No. 31, New York, 1966.

5. B. S a l v a g e, O. T a p u p e r e. Measurement of current pulses due to discharges in a gaseous cavity in solid dielectrics. Electronics Letters, vol. 4, No. 24, 1968.

O.Tapupere

Measurement of current pulses due to partial discharges in high voltage insulation

Summary

Initial current pulses, as measured with a sampling oscilloscope, rise to their peak value in a time ≤ 2ns. After repeated discharges, the current pulses greatly decrease in magnitude, but increase in duration; on resting, the magnitude tends to rise to its former value, but the longer duration persists.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 305 1971

УДК 621.315.6

Т.Л. Метусала, О.И.Пакосте

РАЗЛОЖЕНИЕ ФТОРСОДЕРЖАЩИХ ЖИДКОСТЕЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЧАСТИЧНЫХ РАЗРЯДОВ

Исследование разложения жидкости под действием частичных разрядов (ч.р.) необходимо для определения рабочей напряженности в трансформаторе с испарительным охлаждением. Продукты разложения фторсодержащих жидкостей могут быть химически активными и, кроме того, они могут снижать электрические характеристики испытуемых жидкостей. Для выяснения опасности воздействия разложения на материалы, используемые в трансформаторе, нужно в первую очередь установить химический состав и количество продуктов разложения в зависимости от энергии частичных разрядов.

Испытанию подвергалась используемая в трансформаторе с испарительным охлаждением жидкость БЛ-П – фторированное трансформаторное масло с температурой кипения 160–190 ^{0}С при атмосферном давлении, плотностью 1930 кг/м^{3} и диэлектрической проницаемостью 2,1.

Для исследования разложения жидкости под воздействием ч.р. применялся сосуд, конструкция которого показана на фиг. 1. Такая конструкция была выбрана ввиду того, что в трансформаторе с испарительным охлаждением главным типом ч.р. является скользящий разряд, возникающий на поверхности стеклотекстолитовых деталей твердой изоляции. Подобные разряды имели также место в данном испытательном сосуде около края внутреннего электрода 2 на поверхности стеклянного сосуда. Сосуд перед испытанием вакуумировался и заполнялся жидкостью до 20 мм выше верхнего края электрода. Объем жидкости в сосуде составлял 150 мл.

Мощность ч.р. измерялась мостом Шеринга. Для расчета мощности частичных разрядов применялась формула:

$$P_{чр} = U^2 \omega C (tg\delta - tg\delta_o), \qquad (I)$$

где U – приложенное напряжение;
ω – угловая частота;
C – средняя емкость;
$tg\delta$ – средний тангенс угла диэлектрических потерь при данном испытательном напряжении;
$tg\delta_o$ – тангенс угла диэлектрических потерь при напряжении ниже начального напряжения ч.р.

При этом энергия ч.р. $W_{чр}$ за время испытания t

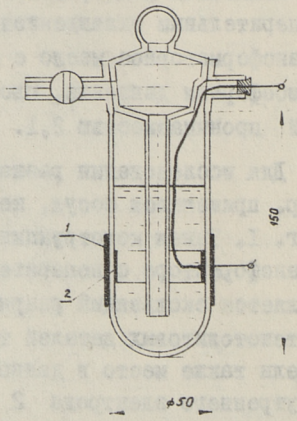
$$W_{чр} = P_{чр} \cdot t. \qquad (2)$$

Измерения производились при разных временах выдержки напряжения: от нескольких часов до I0 суток.

До и после воздействия ч.р. жидкость подвергалась химическому анализу. Методом кислотно-основного титрования неводных растворов определялось кислотное число. Для установления природы химических реакций, протекающих при воздействии частичных разрядов в жидкости БЛ-П, применялся хроматографический анализ. Анализ выполнялся на универсальном хроматографе УХ-2 (длина колонны 6 м, диаметр 6 мм, адсорбент хромосорб W пропитан жидкостью СФ-I6).

Кроме того, были сняты электрические характеристики жидкости: изменение величины пробивного напряжения $U_{пр}$ в стандартном разряднике по ГОСТ 6581-66 и тангенса угла диэлектрических потерь $tg\delta$ в зависимости от выделившейся энергии ч.р.

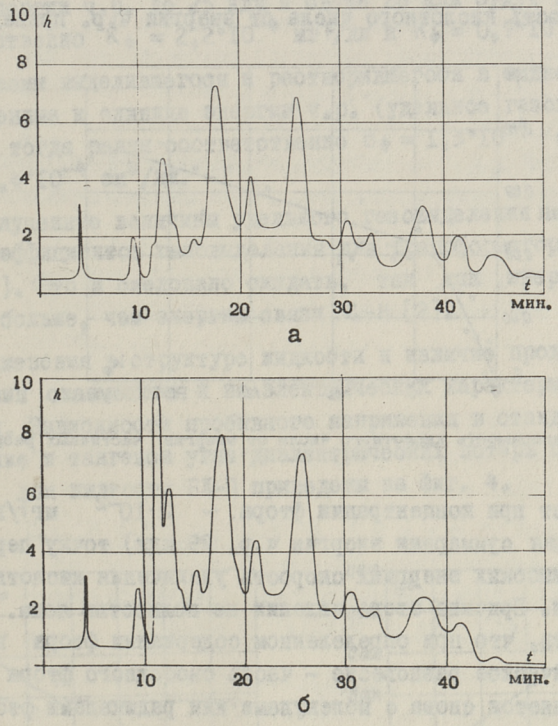
Исследование разложения жидкости БЛ-П под воздействием ч.р. было произведено в широких пределах изменения энергии ч.р. – до 200 кдж.



Фиг. 1. Сосуд для исследования разложения жидкости (1 и 2 – электроды)

Большинство продуктов разложения оставалось в жидкости. Газ выделялся в очень малом количестве, так что его объем не удалось измерить.

Хроматограммы жидкости БЛ-П до воздействия ч.р. и после воздействия ч.р. (суммарная энергия $53{,}2 \cdot 10^3$ дж) приведены на фиг. 2.



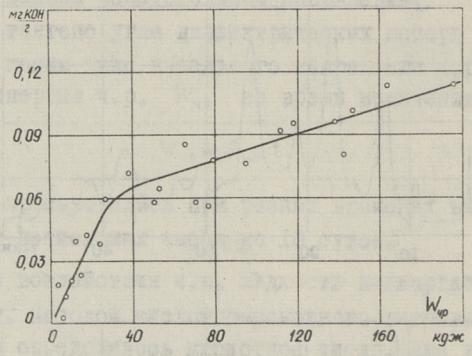
Фиг. 2. Хроматограммы жидкости БЛ-П до (а) и после (б) воздействия частичных разрядов (h – высота пика, t – время выхода компонентов жидкости)

На хроматограмме, снятой после воздействия ч.р., отчетливо видно уменьшение пиков в конце хроматограммы и увеличение пиков в начале хроматограммы. Это указывает на то, что под воздействием ч.р. происходит деструкция молекул, имеющих более длинные молекулярные цепи, и образование новых молекул с более короткой углеродной цепью.

Основным химически активным продуктом разложения является реакционно-способный фтор, который по всей вероятности существует в виде отрицательного иона фтора F^-. При данных экспериментах фтор не выделялся в виде газа, а оставался в основном в жидкости.

Для определения количества фтора было использовано кислотно-основное титрование неводных растворов.

Зависимость кислотного числа от энергии ч.р. приведена на фиг. 3.



Фиг. 3. Зависимость кислотного числа от энергии частичных разрядов

Кривая имеет при концентрации фтора ~ $2 \cdot 10^{-2}$ мг F/г (соответствующая суммарная энергия ч.р. 25 кдж) точку перелома. При более высоких энергиях скорость увеличения кислотности уменьшается. Причина этого явления не полностью ясна. Можно предполагать, что при определенном содержании фтора наступает динамическое равновесие – часть свободного фтора вероятно соединяется снова с молекулами или радикалами фторированных углеводородов.

Коэффициент увеличения кислотности $K_к$ при энергии ч.р. до 25 кдж:

$$K_к = 2{,}25 \cdot 10^{-6} \frac{\text{мг KOH/г}}{\text{дж}}$$

и при энергии ч.р. более 25 кдж

$$K_к = 0{,}72 \cdot 10^{-6} \frac{\text{мг KOH/г}}{\text{дж}}.$$

Так как кислотность данной жидкости обусловлена только фтором, то можно по кислотному числу $H_ф$ определить и кон-

центрацию фтора [F] в жидкости по формуле

$$[F] = \frac{a}{b} \cdot H_\phi = 0{,}339\, H_\phi \ \frac{мгF}{г},$$

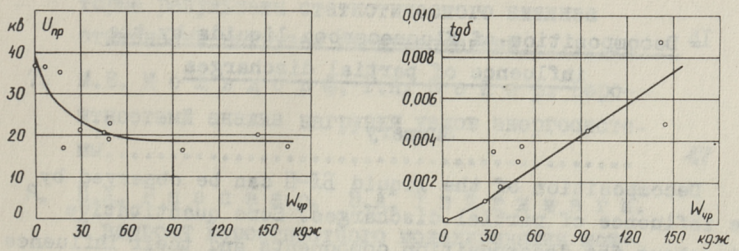
где a – атомарный вес фтора;
b – молекулярный вес КОН.

Коэффициенты увеличения количества фтора K_ϕ в жидкости при энергии ч.р. до 25 кдж и свыше 25 кдж будут тогда соответственно $K_\phi = 2{,}2 \cdot 10^{-4}$ мгF/дж и $K_\phi = 0{,}7 \cdot 10^{-4}$ мгF/дж.

Объемы выделившегося и растворившегося в жидкости фтора, отнесенные к единице энергии ч.р. (удельное газовыделение), будут тогда равны соответственно $B_\phi = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ см^3/дж и $B_\phi = 0{,}4 \cdot 10^{-4}$ см^3/дж.

Полученные величины удельного газовыделения немного меньше коэффициентов газовыделения для трансформаторного масла [1]. Это и следовало ожидать, так как энергия связи C–F больше, чем энергия связи C–H [2].

Изменения в структуре жидкости и наличие продуктов разложения сказываются и на электрических характеристиках жидкости. Зависимости пробивного напряжения в стандартном разряднике и тангенса угла диэлектрических потерь от энергии ч.р. для жидкости БЛ-П приведены на фиг. 4.



Фиг. 4. Зависимость пробивного напряжения жидкости БЛ-П в стандартном разряднике (а) и тангенса угла диэлектрических потерь (б) от энергии частичных разрядов

Электрические характеристики жидкости ($U_{пр}$ и $tg\delta$) по мере увеличения продуктов разложения заметно ухудшаются: электрическая прочность жидкости снижается и $tg\delta$ возрастает.

Активные продукты разложения в жидкости способствуют коррозии металлов и разрушению изоляционных материалов. Определение допустимых концентраций активных продуктов разложения для разных изоляционных и конструктивных материалов требует специального исследования. До тех пор, пока допустимые концентрации продуктов разложения не известны, нужно выбирать рабочие напряженности ниже начальных напряженностей частичных разрядов.

Литература

I. Р.А. Ойдрам. Определение коэффициентов газовыделения изоляционных масел. Изв. вузов СССР, Энергетика, 1969, № 5.

2. M. Stacey, J.C. Tatlow, A.G. Sharpe. Advances in Fluorine Chemistry, London, 1960.

T.Metusala, O.Pajuste

Decomposition of fluorocarbon liquids by the influence of partial discharges

Summary

Decomposition of the liquid БЛ-П can be observed by the influence of partial discharges. Some quantitative data about the decomposition components and their influence on the electrical characteristics of the liquid are given.

Содержание

Стр.

I. М.Х. Валдма. Об оптимизации режима электроэнергетической системы по непрерывным переменным в условиях риска..... 3

2. М.Х. Валдма. Основные свойства плановых характеристик элементов электроэнергетических систем..... II

3. М.Х. Валдма, Т.А. Вийра. О минимаксно-оптимальном режиме электроэнергетической системы..... I7

4. Х.Э. Лелумеэс, О.Р. Терно. Оптимизация распределения активной нагрузки в энергосистеме по критерию минимаксного ущерба..... 25

5. Х.Э. Лелумеэс, О.Р. Терно. Решение задач вероятностного оптимального распределения активной нагрузки энергосистемы на аналоговой вычислительной машине (АВМ).. 33

6. Т.А. Вийра, Х.Э.-Й. Таммоя. Некоторые результаты статистического анализа отклонений нагрузок электростанций..... 4I

7. М.В. Мельдорф, Г.А. Сейер. Вероятностный анализ нагрузки узлов энергосистемы..... 47

8. П.Х. Раэсаар, Э.А. Тийгимяги. К вопросу вероятностного моделирования мощностей узлов энергосистемы..... 55

9. Р.А. Сиркель, Э.А. Тийгимяги. Об эквивалентных экономических характеристиках узлов нагрузок..... 6I

10. О.И. Гроссман, Р.А. Ойдрам. Новая методика определения газостойкости изоляционных масел..... 67

11. О.О. Тапупере. Измерение единичных импульсов тока частичного разряда в высоковольтной изоляции..... 75

12. Т.Л. Метусала, О.И. Паюсте. Разложение фторсодержащих жидкостей под действием частичных разрядов..... 81

Eesti NSV Teaduslik Raamatukogu Teaduste Akadeemia

Цена 45 коп.