

Ep. 6.7  
571

ISSN 0136-3549

0203-7343

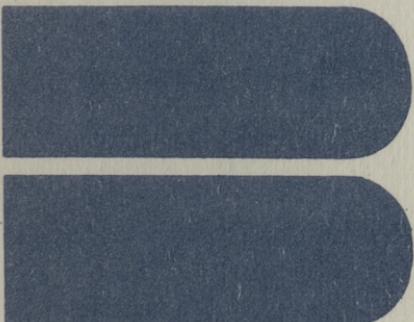
TALLINNA  
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI  
TOIMETISED

571

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО  
ИНСТИТУТА

**ТРИ**  
**'84**

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ  
ТОНКОСТЕННЫХ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ





Ep. 6.7

571

**ТРИ  
'84**

**TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED**

**ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА**

УДК 624.01/04

ТЕОРИЯ  
И  
РАСЧЕТ  
ТОНКОСТЕННЫХ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ

Строительные конструкции XXIII

Таллин 1984



ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
Труды ТПИ № 571

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
Строительные конструкции XXIII

На русском языке

Отв. редактор В. Яанисо

Техн. редактор М. Тамме

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 13.01.84

Подписано к печати 08.07.84

МВ-08016

Формат 60x90/16.

Печ. л. 5,0 + 0,25

Уч.-изд. л. 4,0

Тираж 300

Зак. № 439

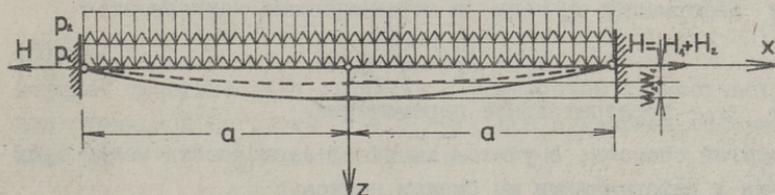
Цена 60 коп

Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла 2/9

© Таллинский политехнический институт, 1984

РАСЧЕТ ТОНКИХ ПЛАСТИН ПРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ  
С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНЫХ ПРОГИБОВ И УСИЛИЙ

Рассмотрим изгиб тонкой пластины бесконечной длины, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой (фиг. 1).



Фиг. 1.

Изгибающий момент при первичном нагружении пластины

$$M_1 = \frac{1}{2} p_1 a^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) - H_1 w_1, \quad (1)$$

где  $H_1$  - сцепное усилие (распор) пластины,  
 $p_1$  - интенсивность нагрузки,  
 $w_1$  - вертикальное перемещение,  
 $a$  - полупролет пластины.

Для случая малых прогибов изгибающий момент может быть выражен через вторую производную функции прогиба

$$M_1 = -D \frac{d^2 w_1}{dx^2}, \quad (2)$$

где  $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$  - цилиндрическая жесткость пластины,  
 $t$  - толщина пластины.

Приравниванием изгибающих моментов по (1) и (2) мы получим дифференциальное уравнение изгиба пластины в виде

$$\frac{d^2 w_1}{dx^2} - \frac{1}{c_1^2} w_1 = -\frac{p_1 a^2}{2D} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right), \quad (3)$$

где  $\frac{1}{c_1^2} = \frac{H_1}{D}$ .

### 1. Точное решение задачи

Решение уравнения (3) с учетом краевых условий  $\frac{dw}{dx} = 0$  при  $x = 0, w = 0$  при  $x = \pm a$  может быть представлено в виде

$$w_1 = \frac{p_1 a^4}{2D} \left[ \frac{c_1^2}{a^2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) - 2 \frac{c_1^4}{a^4} \left(1 - \frac{ch \frac{x}{c_1}}{ch \frac{a}{c_1}}\right) \right]. \quad (4)$$

Для определения неизвестного коэффициента  $c_1$  рассмотрим деформации пластины. С учетом геометрической нелинейности деформации связаны с перемещениями зависимостью

$$\varepsilon_1 = \frac{du_1}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2, \quad (5)$$

где  $u_1$  - горизонтальное перемещение.

С другой стороны, с учетом линейной зависимости между усилиями и деформациями мы сможем написать

$$\varepsilon_1 = \frac{H_1}{Et} = \frac{t^2}{12 c_1^2 (1 - \mu^2)}. \quad (6)$$

Приравниванием (5) и (6) имеем

$$\frac{du_1}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw_1}{dx}\right)^2 = \frac{t^2}{12 c_1^2 (1 - \mu^2)}. \quad (7)$$

После интегрирования с учетом отсутствия перемещений опор имеем

$$\int_0^a \left(\frac{dw_1}{dx}\right)^2 dx = \frac{t^2 a}{6 c_1^2 (1 - \mu^2)}. \quad (8)$$

$$\frac{c_1^6}{a^6} \left(\frac{2}{3} - 4 \frac{c_1^2}{a^2} - \frac{c_1^2}{a^2 ch^2 \frac{a}{c_1}} + 5 \frac{c_1^3}{a^3} th \frac{a}{c_1}\right) = \frac{E^2 t^8}{432 p_1^2 a^8 (1 - \mu^2)^3}. \quad (9)$$

Уравнения (4) и (8) определяют напряженное и деформированное состояние пластины.

При приложении второй ступени нагрузки  $p_2$  необходимо учитывать перемещения и усилия от действия первой ступени нагрузки. Уравнение изгиба пластины в этом случае имеет вид

$$\frac{d^2 w_2}{dx^2} - \left( \frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{c_2^2} \right) w_2 = \frac{1}{c_2^2} w_1 - \frac{p_2 a^2}{2D} \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right), \quad (10)$$

где  $\frac{1}{c_2^2} = \frac{H_2}{D}$ .

Уравнение совместности деформаций

$$\frac{du_2}{dx} + \frac{dw_2}{dx} \left( \frac{dw_1}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dw_2}{dx} \right) = \frac{t^2}{12 c_2^2 (1-\mu^2)} \quad (11)$$

с учетом условия неподвижности опор после интегрирования принимает вид

$$2 \int_0^a \frac{dw_1}{dx} \frac{dw_2}{dx} dx + \int_0^a \left( \frac{dw_2}{dx} \right)^2 dx = \frac{t^2}{6 c_2^2 (1-\mu^2)}. \quad (12)$$

Суммированием уравнений (8) и (12) мы имеем зависимость

$$\int_0^a \left( \frac{dw_1}{dx} + \frac{dw_2}{dx} \right)^2 dx = \frac{t^2}{6(1-\mu^2)} \left( \frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{c_2^2} \right), \quad (13)$$

которая действительно сходится с уравнением совместности для суммарной нагрузки  $p = p_1 + p_2$  при суммарных перемещениях  $w = w_1 + w_2$  и цепных усилиях  $H = H_1 + H_2 = \frac{D}{c_1^2} + \frac{D}{c_2^2}$ .

Перемещения от нагрузки  $p_2$  целесообразно определить как разности перемещений от полной нагрузки  $p_1 + p_2$  и от нагрузки первой ступени  $p_1$ , определяемых из уравнений (4).

## 2. Приближенное решение задачи

Для приближенного решения задачи в условиях первой ступени загрузки аппроксимируем функцию прогиба в виде

$$w_1 = f_1 \cos \frac{\pi x}{2a}. \quad (14)$$

Подставляя функцию  $w_1$  и ее производную в уравнение (3) и применяя метод Бубнова-Галеркина мы сможем представить решение в виде

$$3\zeta_1^3 + \zeta_1 = p_1^*, \quad (15)$$

где  $\zeta = \frac{f_1}{t}$  — относительный прогиб пластины,

$p_1^* = \frac{768 p_1 a^4 (1-\mu^2)}{\pi^3 E t^4}$  — параметр нагрузки.

Цепное усилие

$$H_1 = \frac{\pi^2 E t^3}{16 a^2 (1-\mu^2)} \zeta_1^2. \quad (16)$$

Решение задачи с учетом начального прогиба пластины дано А.С. Вольмиром [1] и может быть представлено в виде кубического уравнения

$$3\zeta_2^3 + 9\zeta_1\zeta_2^2 + 6\zeta_1^2\zeta_2 + \zeta_2 = p_2^*, \quad (17)$$

где  $\zeta_1 = \frac{f_1}{t}$  - относительный начальный прогиб,

$\zeta_2 = \frac{f_2}{t}$  - прогиб пластины от действия нагрузки  $p_2$ .

В случае, когда начальный прогиб

$$w_1 = f_1 \cos \frac{\pi x}{2a}$$

обусловлен нагрузкой  $p_1$ , прогиб  $f_1$  и усилия  $H_1$  определяются уравнениями (15) и (16). Деформированное и напряженное состояния пластины под действием вторичной нагрузки  $p_2$  определяются уравнениями (10) и (12), приближенное решение которых дает [2]

$$3\zeta_2^3 + 9\zeta_1\zeta_2^2 + 9\zeta_1^2\zeta_2 + \zeta_2 = p_2^* \quad (18)$$

$$H_2 = \frac{\pi^2 E t^3}{16a^2(1-\mu^2)} \zeta_2(2\zeta_1 + \zeta_2). \quad (19)$$

Суммированием уравнений (15) и (18), с одной стороны, и уравнений (16) и (19), с другой стороны, мы получим соответственно зависимости

$$3(\zeta_1^3 + \zeta_2^3) + 9\zeta_1\zeta_2^2 + 9\zeta_1^2\zeta_2 + (\zeta_1 + \zeta_2) = p_1^* + p_2^* \quad (20)$$

$$H_1 + H_2 = \frac{\pi^2 E t^3}{16a^2(1-\mu^2)} (\zeta_1^2 + 2\zeta_1\zeta_2 + \zeta_2^2), \quad (21)$$

которые сходятся с уравнениями (15) и (18) применительно к суммарным прогибам  $f_1 + f_2$  и суммарным усилиям  $H_1 + H_2$  при действии суммарной нагрузки  $p_1 + p_2$ .

### 3. Расчет пластины при действии односторонней нагрузки

Выше было показано, что последовательный расчет при загрузении пластины по этапам и расчет на полную нагрузку приводит к эквивалентным результатам, когда при расчете на нагрузки следующих этапов принимаются во внимание не только начальные прогибы, но и также усилия, обусловленные действием нагрузок предыдущих этапов загрузки пластины. Отсю-

да вытекает допустимость разложения нагрузки на отдельные составляющие с последовательным расчетом на действие указанных составляющих.

При расчете пластины на одностороннюю нагрузку (или сочетание нагрузок на всем пролете и на половине пролета) целесообразно разложение нагрузки на симметричную и антисимметричную составляющие, как это принято в случае геометрически линейных пластин. Расчет на симметричную составляющую нагрузки  $p_1$  при этом выполняется по формулам (15) и (16). Функцию прогиба для антисимметричной части нагрузки  $p_2$  аппроксимируем в виде

$$w_2 = f_2 \sin \frac{\pi x}{a}. \quad (22)$$

Далее подставляем функцию прогиба  $w$  и ее производную в дифференциальное уравнение изгиба пластины

$$\frac{d^2 w_2}{dx^2} - \frac{H_1 + H_2}{D} w_2 = \frac{H_2}{D} w_1 - \frac{p_2 a^2}{2D} \left( \frac{x}{a} - \frac{x^2}{a^2} \right) \quad (23)$$

и решаем последнее методом Бубнова-Галеркина. В результате получим кубическое уравнение для определения параметра прогиба

$$3 \zeta_2^3 + \left(1 + \frac{3}{4} \zeta_1^2\right) \zeta_2 = p_2^*, \quad (24)$$

где  $p_2^* = \frac{48 p_2 a^4 (1 - \mu^2)}{\pi^5 E t^4}$  - параметр антисимметричной нагрузки.

Для полного усилия имеем

$$H_2 = \frac{\pi^2 E t^3}{4 a^2 (1 - \mu^2)} \zeta_2^2. \quad (25)$$

#### 4. Пример расчета

Рассмотрим стальную упругую пластину с соотношением  $\frac{a}{t} = 50$  при действии временной нагрузки, характеризующейся соотношением

$$\frac{p}{E} = 1,0 \cdot 10^{-7};$$

коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ .

Решение уравнения (9) для полной нагрузки при

$$\frac{E^2 t^8}{432 p^2 a^8 (1 - \mu^2)^3} = 0,007865$$

дает  $\frac{c}{a} = 0,58714$ . Относительный прогиб пластины согласно уравнению (4) при  $x = 0$

$$\xi = \frac{f}{t} = \frac{6 p a^4 (1 - \mu^2)}{E t^4} \left[ \frac{c^2}{a^2} - 2 \frac{c^4}{a^4} (1 - \operatorname{sech} \frac{a}{c}) \right] = 0,6512.$$

Цепное усилие

$$H = \frac{D}{c^2} = \frac{E t^3}{12 c^2 (1 - \mu^2)}.$$

С учетом относительных величин мы сможем написать

$$H = \frac{E}{p} \left( \frac{t}{a} \right)^3 \frac{a^2}{12 c^2 (1 - \mu^2)} p a = \frac{10^7 p a}{50^3 \cdot 12 \cdot 0,3447 \cdot 0,91} = 21,25 p a.$$

Для приближенного расчета имеем

$$p^* = \frac{768 p a^4 (1 - \mu^2)}{\pi^5 E t^4} = 1,4276$$

и согласно формуле (15)

$$\xi_1 = 0,64025.$$

Для цепного усилия находим из (16)

$$H = \frac{E}{p} \left( \frac{t}{a} \right)^3 \frac{\pi^2 \xi^2 p a}{16 (1 - \mu^2)} = \frac{10^7 \cdot \pi^2 \cdot 0,4099 p a}{50^3 \cdot 16 \cdot 0,91} = 22,23 p a.$$

Действие временной нагрузки на половине пролета эквивалентно действию половины нагрузки на всем пролете и антисимметричному действию нагрузки той же интенсивности. Для первой из них имеем

$$\begin{aligned} p_1^* &= 0,7138, \\ \xi_1 &= 0,4466, \\ H_1 &= 10,82 p_1 a. \end{aligned}$$

Для антисимметричной нагрузки по (24) и (25)

$$p_2^* = \frac{48 p_2 a^4 (1 - \mu^2)}{\pi^5 E t^4} = 0,04461,$$

$$\begin{aligned} \xi_2 &= 0,03865, \\ H_2 &= 0,324 p_2 a. \end{aligned}$$

Максимальное относительное перемещение  $w$  при действии нагрузки на половине пролета

$$\frac{w}{t} = \xi_1 \cos \frac{\pi x}{2a} + \xi_2 \sin \frac{\pi x}{a} \quad (26)$$

имеет место при  $x/a$ , определяемом из условия

$$\frac{d(\frac{w}{t})}{d(\frac{x}{a})} = -\frac{\pi}{2} \xi_1 \sin \frac{\pi x}{2a} + \pi \xi_2 \cos \frac{\pi x}{a} = 0,$$

откуда

$$\sin \frac{\pi x}{2a} = -\frac{\xi_1}{8 \xi_2} + \left( \frac{\xi_1^2}{64 \xi_2^2} + 0,5 \right)^{1/2}.$$

При  $\zeta_1 = 0,4466$ ,  $\zeta_2 = 0,03865$  имеем

$$\sin \frac{\pi x}{2a} = 0,2638, \quad \frac{x}{a} = 0,170,$$

$$\cos \frac{\pi x}{a} = 0,8607,$$

$$\max \frac{w}{t} = 0,4466 \cdot 0,9646 + 0,03865 \cdot 0,5091 = 0,4505.$$

Для изгибающего момента имеем согласно (2) и (26)

$$\frac{M a^2}{E t^4} = \frac{\pi^2}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{1}{4} \zeta_1 \cos \frac{\pi x}{2a} + \zeta_2 \sin \frac{\pi x}{a} \right).$$

Максимальный момент действует в сечении, определяемом из условия

$$\frac{1}{8} \zeta_1 \sin \frac{\pi x}{2a} = \zeta_2 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi x}{2a} \right),$$

откуда

$$\sin \frac{\pi x}{2a} = -\frac{\zeta_1}{32 \zeta_2} + \left( \frac{\zeta_1^2}{1024 \zeta_2^2} + 0,5 \right)^{\frac{1}{2}} = 0,4329,$$

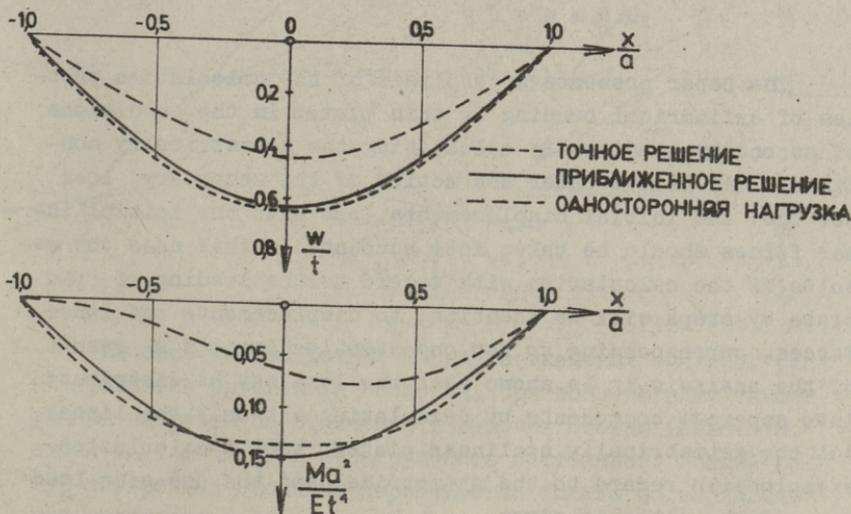
$$\cos \frac{\pi x}{2a} = 0,9014, \quad \sin \frac{\pi x}{a} = 0,7805, \quad \frac{x}{a} = 0,285.$$

$$\frac{\max M a^2}{E t^4} = 0,09038(0,11165 \cdot 0,9014 + 0,03865 \cdot 0,7805) = 0,1182.$$

При загрузке пластины нагрузкой на всем пролете ( $\zeta_1 = 0,64025$ )

$$\frac{\max M a^2}{E t^4} = \frac{\pi^2 \zeta_1}{48(1-\mu^2)} = 0,1447.$$

Эпюры прогиба и изгибающих моментов пластины приведены на схемах фиг. 2.



Фиг. 2.

## Л и т е р а т у р а

1. В о л ь м и р А.С. Гибкие пластины и оболочки. М., Гос. изд. техн.-теор. лит., 1956.

2. К у л ь б а х В.Р. Статический расчет геометрически нелинейных упругих пластин и оболочек в условиях вторичного нагружения. Сб.: "Всесоюзная конференция по теории пластин и оболочек. Часть III. Таллин, 1983.

V. Kulbach

Calculation of Cylindrical Bending of  
Geometrically Nonlinear Thin Plates  
with Regard to the Initial Displacements  
and Inner Forces

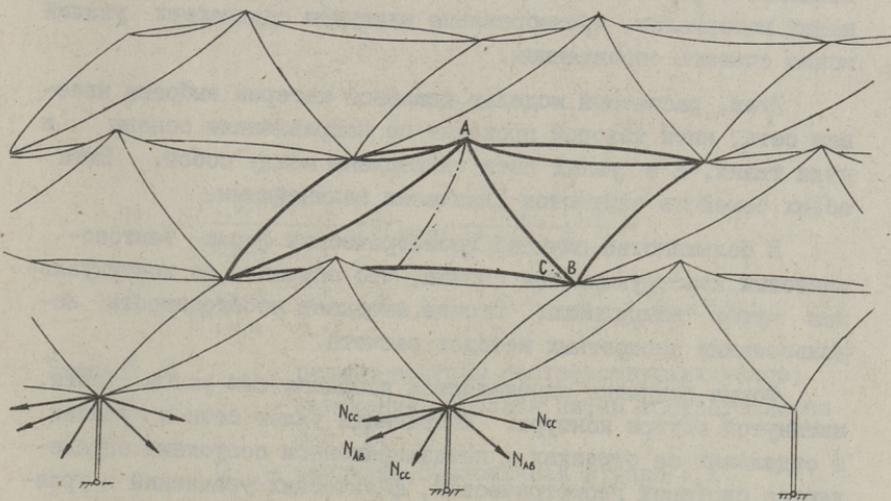
### S u m m a r y

The paper presents an analysis of the calculation problem of cylindrical bending of thin plates in the conditions of secondary loading. By calculating the geometrically nonlinear thin plates under the action of the secondary load not only the initial displacements, but also the initial inner forces should be taken into account. In this case the results of the calculation with regard to the loading of the plate by steps will be identical to displacements and inner forces, corresponding to the one-step loading. As a result of the analysis it is shown that the load may be distributed into separate components by calculating not only the linear, but the geometrically nonlinear plates, too. A calculation example with regard to the symmetrical and the one-side loading of the plate is given.

## РАСЧЕТ ТЕНТОВО-ВАНТОВОГО ПОКРЫТИЯ

## Описание рассчитываемого покрытия

На фиг. 1 изображена система тентовых оболочек, конструкция которых следующая: опоры на двух уровнях, находящиеся на плане в шахматном порядке; опоры разных уровней соединены несущими вантами; между нижними опорами находятся стабилизирующие ванты; между вантами натянут тканевый тент.



Фиг. 1.

Из системы квадратных на плане тканевых оболочек рассматривается внутренняя оболочка. При воздействии симметричной нагрузки по отношению к высоким опорам (сюда относится в том числе и ненагруженное состояние), гибкий контур внутренней оболочки перемещается только по вертикальной плоскости.

## Принцип и общие уравнения описания работы тканевых материалов

Одной из важнейших задач, связанных с расчетом тентово-вантовых покрытий, является численное описание физических свойств тканевых материалов. Ниже рассмотрена техническая модель тканевого материала.

На основе экспериментальных исследований механических характеристик тканевых материалов, а также на основе исследований других авторов в этой области, можно сделать следующие выводы:

1) способность сопротивляться продольным усилиям в направлениях основы и утка ткани значительно больше по сравнению с другими направлениями;

2) влияние сдвиговой жесткости незначительное.

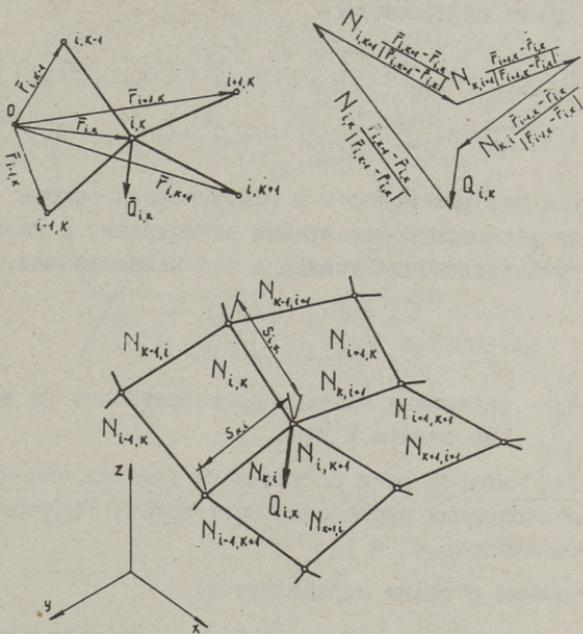
В инженерных расчетах, беря во внимание разные неучитываемые в расчетах отклонения за счет несовершенства тканевых материалов, пренебрежение влиянием сдвигающих усилий можно считать оправданным.

Итак, расчетной моделью тканевой материи выбрана нитевая сеть, нити которой проходят по направлениям основы и утка ткани, а в узлах сети закреплены между собой. Нити обоих семейств считаются физически нелинейными.

В большинстве случаев геометрическая форма тентово-вантовых конструкций так сложна, что описание ее континуальным путем затруднено. Отсюда вытекает необходимость использования дискретных методов расчета.

Форма покрытия определяется координатами узлов сети, натянутой внутри контура. Координаты узлов сети и усилия в отдельных ее отрезках в преднапряженном состоянии определяются системой геометрических, физических уравнений и уравнений равновесия. При действии статической нагрузки в уравнения равновесия входят дополнительно еще и компоненты внешней нагрузки.

Рассмотрим уравнения равновесия узла  $i, k$  расположение которого определяется радиусом-вектором  $\bar{r}_{i,k}$  (фиг. 2)



Фиг. 2.

$$\begin{aligned}
 & N_{i,k} \cdot \frac{\bar{r}_{i,k-1} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i,k-1} - \bar{r}_{i,k}|} + N_{i,k+1} \cdot \frac{\bar{r}_{i,k+1} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i,k+1} - \bar{r}_{i,k}|} + \\
 & + N_{k,i} \cdot \frac{\bar{r}_{i-1,k} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i-1,k} - \bar{r}_{i,k}|} + N_{k,i+1} \cdot \frac{\bar{r}_{i+1,k} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i+1,k} - \bar{r}_{i,k}|} + Q_{i,k} = 0. \quad (I)
 \end{aligned}$$

Здесь  $\bar{r}_{i,k}, \bar{r}_{i,k+1}, \dots$  — радиус-векторы соответствующих узлов;  
 $N_{i,k}, N_{k,i}, \dots$  — натяжения отрезков нитей соответственно  
 фиг. 2;  
 $\bar{Q}_{i,k}$  — нагрузка, приложенная в узле  $i, k$ .

Переходя на прямоугольные координаты, по формуле (I) определяем три скалярные зависимости

$$\begin{aligned}
 \Sigma X = 0 & \\
 N_{i,k} \cdot \frac{x_{i,k-1} - x_{i,k}}{s_{i,k}} + N_{i,k+1} \cdot \frac{x_{i,k+1} - x_{i,k}}{s_{i,k+1}} + & \\
 + N_{k,i} \cdot \frac{x_{i-1,k} - x_{i,k}}{s_{k,i}} + N_{k,i+1} \cdot \frac{x_{i+1,k} - x_{i,k}}{s_{k,i+1}} + x_{i,k} = 0 & \quad (2) \\
 \Sigma Y = 0 & \\
 \Sigma Z = 0 &
 \end{aligned}$$

Длины отрезков  $s_{i,k}, s_{k,i}, \dots$  определяются как геометрические суммы их проекций

$$s_{i,k} = [(x_{i,k-1} - x_{i,k})^2 + (y_{i,k-1} - y_{i,k})^2 + (z_{i,k-1} - z_{i,k})^2]^{1/2} \quad (3)$$

$$s_{k,i} = [(x_{i-1,k} - x_{i,k})^2 + (y_{i-1,k} - y_{i,k})^2 + (z_{i-1,k} - z_{i,k})^2]^{1/2}.$$

Модули деформативности в направлениях основы и утка  $\epsilon_0$  и  $\epsilon_y$  не являются константными величинами, а зависят в основном от соотношения усилий в тех направлениях, т.е.

$$\epsilon_0 = f_1(T_y/T_0) \quad (4)$$

и

$$\epsilon_y = f_2(T_y/T_0),$$

где  $T_0, T_y$  - натяжение в ткани соответственно по направлению основы и утка.

Ячейка нитевой сети регулярного участка ткани в ненапряженном состоянии выбирается постоянной. Размеры сторон ячеек обозначаются  $l_k$  и  $l_i$ .

Натяжение в ткани определяется:

$$T_{i,k} = \frac{N_{i,k}}{l_k}$$

$$T_{k,i} = \frac{N_{k,i}}{l_i}. \quad (5)$$

Предполагается, что нитям семейства  $i$  соответствуют нити основы, а нитям семейства  $k$  нити утка. Физические уравнения в этом случае имеют вид:

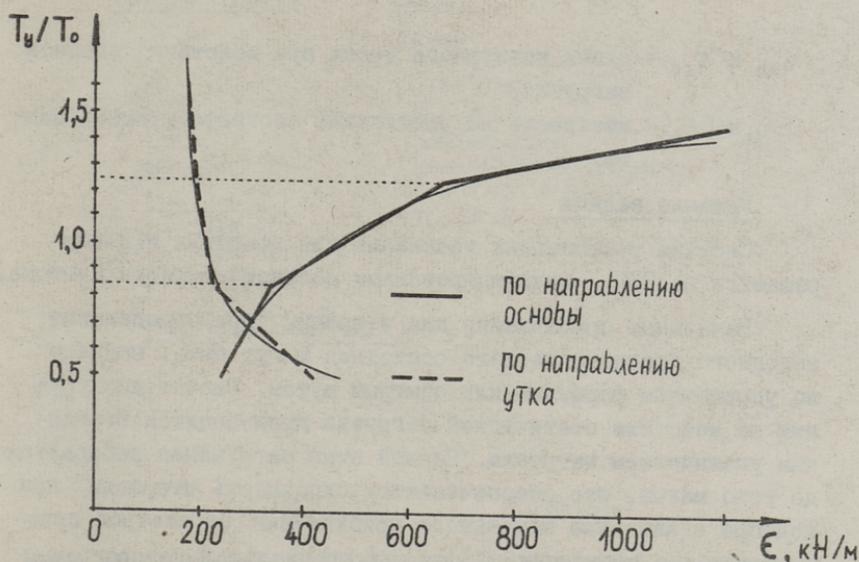
$$N_{i,k} = f_1 \cdot \left( \frac{N_{k,i} + N_{k,i+1} + N_{k-1,i} + N_{k-1,i+1}}{4 \cdot N_{i,k}} \cdot \frac{l_k}{l_i} \right) \cdot l_k \cdot \left( \frac{s_{i,k}}{l_{i,k}} - 1 \right) \quad (6)$$

$$N_{k,i} = f_2 \cdot \left( \frac{4 \cdot N_{k,i}}{N_{i-1,k} + N_{i-1,k-1} + N_{i,k} + N_{i,k+1}} \cdot \frac{l_i}{l_k} \right) \cdot l_i \cdot \left( \frac{s_{k,i}}{l_{k,i}} - 1 \right).$$

Функции  $f_1$  и  $f_2$  определяются для каждого конкретного материала. Как правило, эти функции нелинейные, но мы можем их считать кусочно линейными, как показано на фиг. 3.

### Контурные условия

Координаты опор принимаются за известные и считается, что при загрузении они не меняются. При условии симметричности нагрузки это предположение по отношению к опорам внутренних оболочек оправдано.



Фиг. 3.

Считается, что ванты закреплены через определенные промежутки тканью или пропущены через специальные каналы. Это обеспечивает неподвижность ткани в поперечном направлении контура. В продольном направлении ванты неподвижность ткани обеспечивается только трением, которое из-за его малости и необеспеченности в расчетах не учитывается.

Монтаж изучаемых оболочек производится так, что контурные ванты натягиваются с определенной силой  $N_{AB}^{\circ}$  и  $N_{CC}^{\circ}$  на нижние опоры. После достижения желаемого предварительного натяжения оболочки названные ванты закрепляются у опор.

Под действием внешней нагрузки усилие в вантах изменяется в зависимости от общего равновесия, от жесткости и преднатяжения самого ванты.

Усилие в контурных тросах выражается:

$$N_{AB} = N_{AB}^{\circ} + \left( \frac{s_{AB}}{s_{AB}^{\circ}} - 1 \right) \cdot EA_{AB} \quad (7)$$

$$N_{CC} = N_{CC}^{\circ} + \left( \frac{s_{CC}}{s_{CC}^{\circ}} - 1 \right) \cdot EA_{CC},$$

где  $s_{AB}^{\circ}$  и  $s_{CC}^{\circ}$  — длина контурного троса в ненагруженном, предварительно напряженном состоянии;

$s_{AB}$  и  $s_{CC}$  - длина контурного троса при действии внешней нагрузки;

$EA_{AB}$  и  $EA_{CC}$  - жесткость на растяжение соответствующего ванта.

### Решение задачи

Система разрешающих уравнений для покрытия в целом решается на ЭВМ модифицированным методом итерации Ньютона.

Начальные приближения для итерации при определении исходного преднапряженного состояния могут быть найдены по упрощенным формулам или опытным путем. Расчет конструкции на действие статической нагрузки производится поэтапным увеличением нагрузки. Первый этап нагружения выбирается до того малым, что обеспечивается сходимость итерации при подборе в качестве начального приближения параметров преднапряженного состояния. С помощью специальной подпрограммы определяются начальные приближения следующих этапов нагружения в зависимости от результатов предыдущих двух этапов и от изменения нагрузки. Этот прием ускоряет и, как правило, обеспечивает сходимость итерационного процесса.

Перемещения, изменения деформаций и усилий в нагруженном состоянии вычитываются как разницы соответствующих показателей в нагруженном и в ненагруженном состояниях или на разных этапах нагружения.

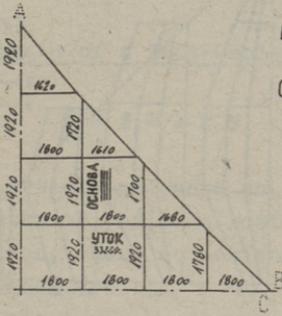
### Примеры расчета

В данной статье представляются некоторые результаты расчета. При этом представлены картины распределения натяжений и координат в ненапряженном состоянии и под действием внешней нагрузки для одного конкретного случая (фиг. 4), не представляя анализа изменения названных величин в зависимости от уровня опор, преднапряжения контурных вант и изменения раскроя ткани.

На фиг. 5 показаны схемы нагрузки, на которые рассчитано данное покрытие. Необходимо отметить, что экстремальные величины усилий получаются в случаях, когда нагружены все квадраты системы оболочек (наш пример). При

Раскрой ткани

Ванты



Несущие:

Канат 9,9-1-Л-Н-160 ГОСТ 3067-74

$E = 4,5 \cdot 10^5$  МПа  $A = 44,5$  мм<sup>2</sup>

$N_{\text{дс}}^* = 20$  кН

Стабилизирующие:

Канат 9,9-1-Л-Н-160 ГОСТ 3067-74

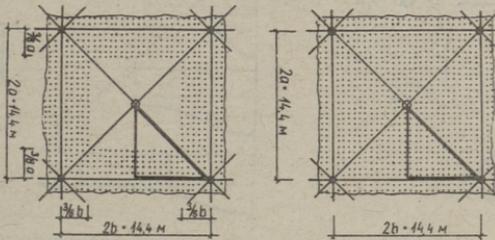
$E = 4,5 \cdot 10^5$  МПа  $A = 44,5$  мм<sup>2</sup>

$N_{\text{сб}}^* = 20$  кН

Фиг. 4.

СХЕМА 'А'

СХЕМА 'В'

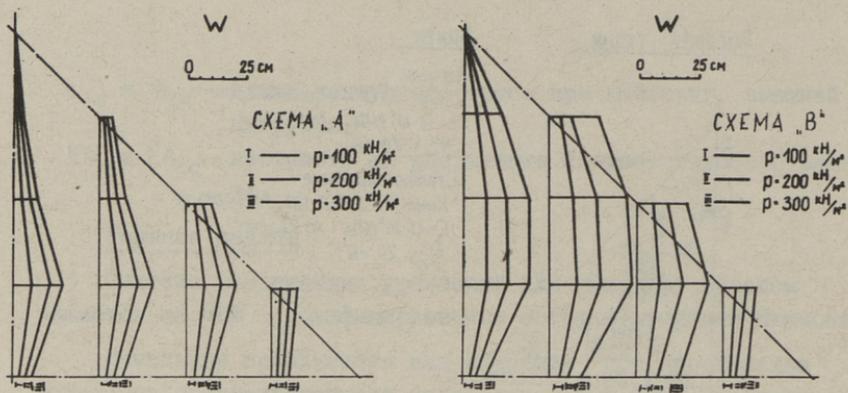


- ВЫСОКИЕ ОПОРЫ
- НИЗКИЕ ОПОРЫ
- ▤ НАГРУЖАЕМЫЙ УЧАСТОК
- ▴ ИССЛЕДУЕМЫЙ УЧАСТОК

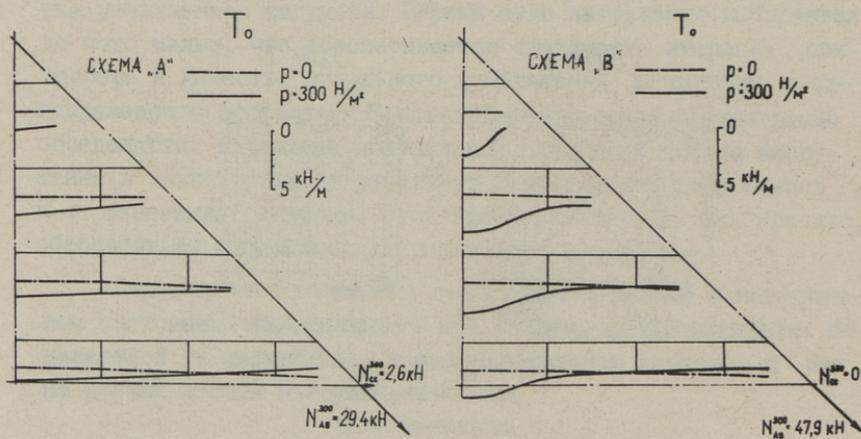
Фиг. 5.

частичном нагружении степень свободы системы больше и усилия в конструкции изменяются меньше за счет больших перемещений покрытия.

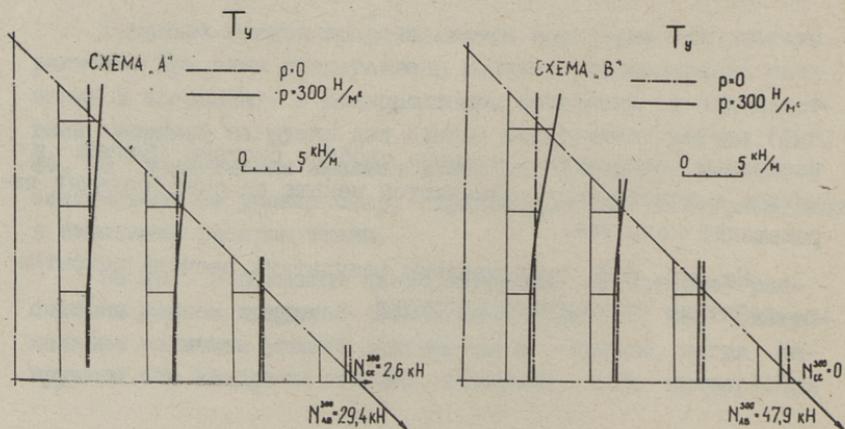
На фиг. 6-8 представлены результаты расчета покрытия на действие статической нагрузки.



Фиг. 6.



Фиг. 7.



Фиг. 8.

Analysis of a Tent-Cable Roof

S u m m a r y

The article presents an approximate method for analyzing a system of pavilion roofs with elastic contour. An inner pavilion, where no horizontal contour displacements occur, is considered.

For the purpose of describing the work of woven materials principal and general equations have been elaborated.

At the end of the report some numerical examples are presented.



ИСПЫТАНИЕ КОРОТКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК  
НА ДЕЙСТВИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

Излагаются результаты испытания коротких железобетонных балок на действие поперечных сил. Испытано 42 балки, конструкция, размеры и схемы загрузки которых приведены на фиг. I и в таблице I. Балки разделены на 7 серий.

Т а б л и ц а I

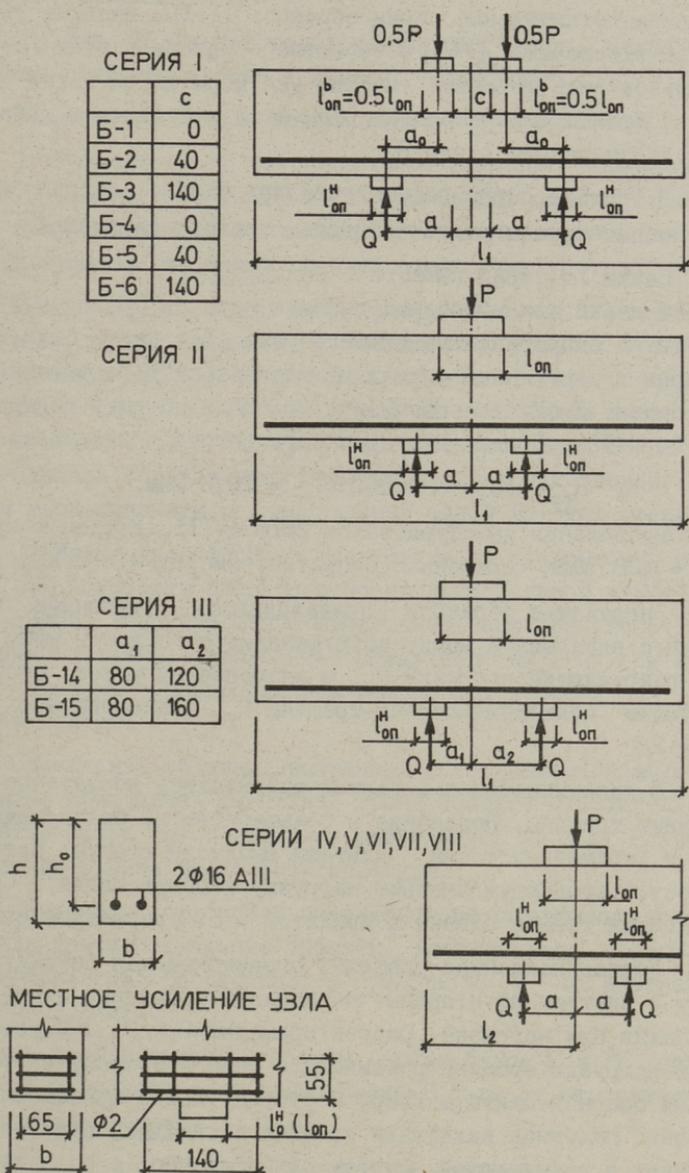
Характеристики испытанных балок

Серия	Балка	$l_{оп}$ мм	$l_{оп}^H$ мм	$\sigma$ мм	$l_1(l_2)$ мм	$b$ мм	$h$ мм	$h_0$ мм
I	2	3	4	5	6	7	8	9
I	Б-1	120	60	80	1300	89	202	179
	Б-2			110	1340	89	207	183
	Б-3			110	1300	88	205	180
	Б-4			140	1270	89	206	181
	Б-5			170	1460	87	205	182
	Б-6			170	1460	92	205	181
II	Б-7	120	60	80	1140	89	204	179
	Б-8			80	1140	88	203	155
	Б-9			80	1140	88	204	107
	Б-10			140	1270	90	203	187
	Б-11			140	1270	90	204	180
	Б-12			140	1270	88	203	154
III	Б-14	120	60		1140	89	202	179
	Б-15				1180	91	202	178
	Б-10А			80	255	90	203	187
	Б-7А			80	230	89	204	179

I	2	3	4	5	6	7	8	9
IY	Б-8А			80	235	88	203	155
	Б-9Б	120	40	80	255	88	204	107
	Б-10Б			140	265	90	203	187
	Б-7Б			140	245	89	204	179
	Б-8Б			140	260	88	203	155
	Б-9А			140	255	88	204	107
Y	Б-2Б			12,5	255	89	207	183
	Б-3Б			30	230	88	205	180
	Б-11А	120	25	47,5	215	90	203	183
	Б-1Б			80	245	88	202	179
	Б-1А			100	270	88	202	179
	Б-15А			120	285	91	202	178
	Б-3А			140	235	88	205	180
VI	Б-14Б			20	240	89	202	179
	Б-12Б			20	260	88	203	154
	Б-5А	120	40	40	240	87	205	182
	Б-12А			40	295	88	203	154
	Б-5Б			80	265	87	205	182
	Б-6А			100	285	92	205	181
VII	Б-6Б			20	235	92	205	181
	Б-15Б	160	40	40	305	91	202	178
	Б-4Б			80	255	89	206	181
	Б-4А			100	275	89	206	181
	Б-11Б			140	295	90	204	180
VIII	Б-14А	120	25	47,5	280	89	202	23
	Б-2А			12,5	255	89	207	24

Первая серия состояла из балок с двумя симметрично расположенными нагрузками и с разными расстояниями между загрузочными плитами. Нижние опорные узлы усилены по фиг. I.

Балки второй серии, загруженные одним симметрично расположенным грузом и имеющие усиленный верхний узел, были предназначены для исследования сопротивления нижнего опорного узла при разных пролетах среза и значениях рабочей высоты. Так как усиление оказалось недостаточным и балки раз-



Фиг. 1. Конструкция испытанных балок и схемы загрузки.

рушались в верхнем районе вне зоны усиления, то предусматривали дополнительные серии образцов IV-УП, имеющие уменьшенные отношения  $\zeta_{оп}^H / \zeta_{оп}$ . В качестве образцов в этих сериях использовались торцевые участки уже испытанных балок серии I-III. Образцы обозначены номером исходной балки и добавочными обозначениями А или Б.

В третьей серии рассматривались балки, загруженные одной несимметрично расположенной в пролете нагрузкой.

Балки УШ серии (вместе с балками Б-IIА и Б-2Б) предусматривали для выявления влияния наличия продольной арматуры на сопротивление нижнего узла. Все балки были изготовлены в деревянных формах из мелкозернистого бетона одной смеси. Кубиковая прочность бетона к моменту испытания  $R = 24,9$  МПа. Призменная прочность бетона принималась

$$R_{пр} = (0,8 - 0,001 R) = 19,3 \text{ МПа.}$$

Продольная арматура балок 2Ø16 А-III, предел текучести  $\sigma_T = 420$  МПа, временное сопротивление  $\sigma_B = 676$  МПа.

Загружение образцов производилось ступенями 30 и 10 кН, с перерывами между нагружениями от 5 до 10 мин. Опытные разрушающие нагрузки  $R_{оп}$  и значения нагрузок, соответствующие появлению первой трещины  $R_T$ , фиксированы в таблице 2.

В ходе испытания в балках развивались нормальные и наклонные трещины. Последние в большинстве из балок между нижней и верхней опорными плитами выделяли сжатую бетонную полосу, передающую внешнюю нагрузку к опоре балки. Система наклонных трещин близка к принятой в [1] расчетной схеме.

Первая наклонная трещина, ограничивающая бетонную полосу с внутренней стороны, появлялась в средней части высоты балки при нагрузке, равной примерно  $0,6 R_{оп}$ . С увеличением нагрузки трещина развивалась вниз в сторону внутренней грани опорной плиты и вверх в сторону линии приложения нагрузки. Наружная наклонная трещина появлялась при нагрузках, близких к разрушающей, иногда одновременно с разрушением. При разрушении в верхней зоне эта трещина возникла вблизи наружной грани верхней плиты и направлялась в сторону наружной грани нижней плиты, обычно наклоняясь от последней в наружную сторону. При разрушении, начинающемся у нижнего

опорного узла, трещина начинала развиваться вблизи наружной грани нижней плиты.

На фиг. 2 для некоторых испытанных балок представлены схемы развития трещин к моменту разрушения.

Различались три основных вида разрушения балок:

1. Разрушение по бетонной сжатой полосе, обозначенное в табл. 2 и на фиг. 2 через П. Если четко удалось определить зону разрушения у верхней или нижней опорных плит, то вид разрушения обозначен соответственно через  $\Pi_в$  и  $\Pi_н$ .

2. Переходная форма между разрушениями по бетонной полосе и на раскалывание (П/Р), наблюдаемая у балок с относительно малой шириной нижней опорной плиты. Такому разрушению предшествовало развитие в нижней зоне балки трещин, ограничивающих сжатую полосу. Окончательное разрушение сопровождалось образованием бетонного клина над нижней плитой и раскалыванием по направлению одной из этих трещин.

3. Переходная форма к разрушению по наклонному сечению (П/Н) некоторых балок с относительно большой длиной пролета среза. Окончательное разрушение сопровождалось раскрытием трещины, проходящей между верхним и нижним опорными плитами и раздроблением бетона под верхней или над нижней плитой.

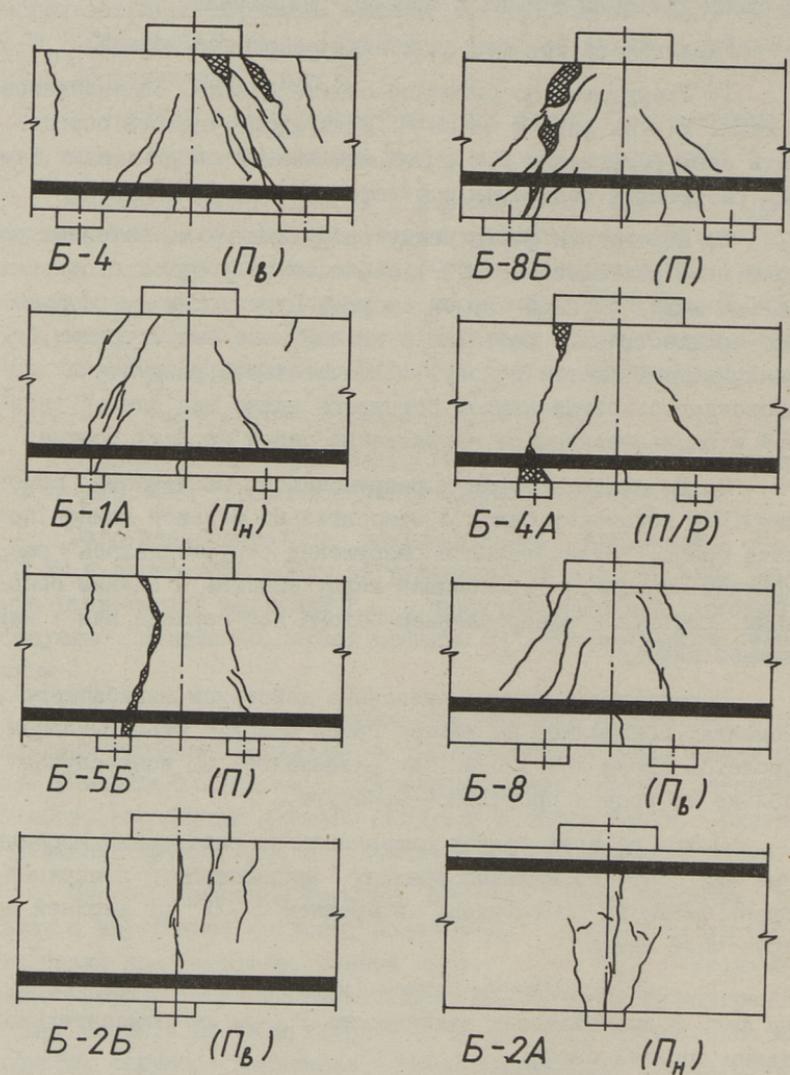
Нормальные трещины, вызванные действием изгибающего момента, появлялись на нижней грани балок с относительным пролетом среза  $a/h \geq 0,4$ . Они развивались во всех случаях только до уровня продольной арматуры.

Почти во всех балках появлялись до разрушения нормальные или почти нормальные трещины, начинающиеся с верхней грани балки на расстоянии в среднем 0,7b от верхней загрузочной плиты.

По всем испытанным балкам (кроме балок III и VIII серий) на фиг. 3 представлена зависимость  $R_{оп}$ -го от относительной длины пролета среза.

Из таблицы 2 и фиг. 3 явствует следующее:

1. При постоянных значениях  $l_{оп}$  и  $l_{оп}^H$   $R_{оп}$  зависит главным образом от  $a/h$ , имея наибольшее значение при  $a/h = 0,3-0,4$ . Отношение  $h_0/h$  в пределах 0,12-0,48 не оказывает существенного влияния.

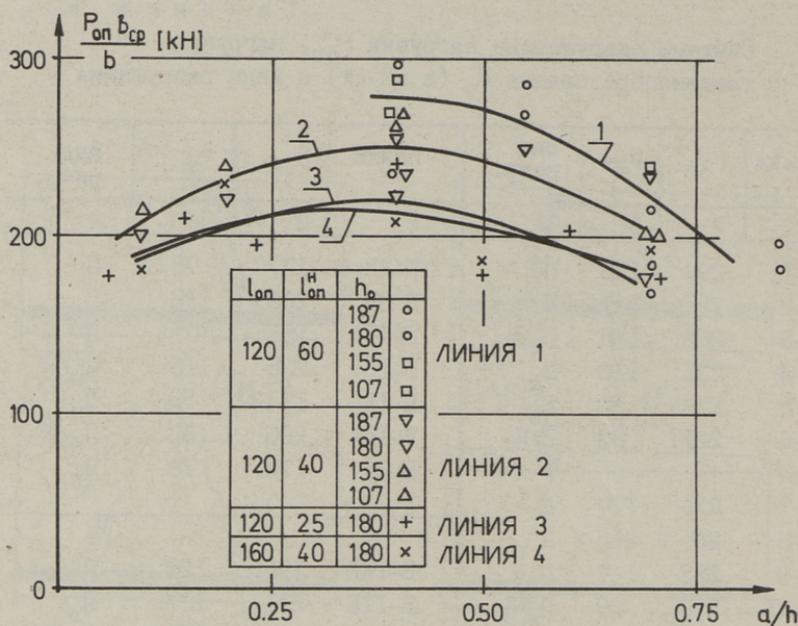


Фиг. 2. Схемы разрушения и развития трещин.

Таблица 2

Опытные разрушающие нагрузки  $R_{оп}$ , нагрузки трещинообразования  $R_T$  (в кН-ах) и виды разрушения

Балка	$R_{оп}$	$R_T$	Вид разр.	Балка	$R_{оп}$	$R_T$	Вид разр.
1	2	3	4	1	2	3	4
Б-1	294	118	П	Б-2Б	177	78	П
Б-2	284	147	П	Б-3Б	206	118	П
Б-3	265	118	$\Pi_B$	Б-11А	196	137	П
Б-4	235	118	$\Pi_B$	Б-1Б	235	118	$\Pi_H/P$
Б-5	177	59	$\Pi_B$	Б-1А	174	98	$\Pi_H$
Б-6	201	88	$\Pi/H$	Б-15А	206	108	$\Pi_B/P$
				Б-3А	174	78	$\Pi_B$
Б-7	235	177	П				
Б-8	265	206	П				
Б-9	282	147	$\Pi_B$	Б-14Б	196	137	П
Б-10	216	88	$\Pi_B$	Б-12Б	211	127	$\Pi_B$
Б-11	167	88	$\Pi_B$	Б-5А	216	177	П
Б-12	235	88	П	Б-12А	235	177	$\Pi_B$
				Б-5Б	216	98	$\Pi_H$
Б-14	255	177	$\Pi_B$	Б-6А	255	78	$\Pi_H$
Б-15	260	235	$\Pi_B$				
Б-10А	255	147	П	Б-6Б	186	137	$\Pi_B$
Б-7А	235	118	$\Pi_H$	Б-15Б	235	157	$\Pi_H/P$
Б-8А	265	118	П	Б-4Б	206	157	$\Pi_H$
Б-9Б	255	137	$\Pi_H$	Б-4А	184	137	$\Pi_H/P$
Б-10Б	235	88	$\Pi/H$	Б-11Б	196	78	П
Б-7Б	177	59	$\Pi_B$				
Б-8Б	196	78	$\Pi_B/H$	Б-14А	132	98	$\Pi_H/P$
Б-9А	194	88	$\Pi_B/H$	Б-2А	132	98	П



Фиг. 3. Зависимость  $P_{оп}$  от пролета среза.

2.  $P_{оп}$  при разрешении по нижней зоне при постоянной  $l_{оп} = 120$  мм уменьшается с уменьшением  $l_{оп}^H$ -го.
3. При постоянной величине  $l_{оп}^H = 40$  мм увеличение  $l_{оп}$ -го от 120 до 160 мм не привело к увеличению  $P_{оп}$ .
4. Сравнение результатов испытания балок УШ серии с балками Б-2Б и Б-11А показывает существенное влияние продольной арматуры на сопротивление нижнего узла.

#### Л и т е р а т у р а

1. Отсма В.А. Совершенствование расчетной схемы коротких элементов при действии поперечных сил - Бетон и железобетон, 1983, № 2.

Testing of Reinforced Concrete Short  
Beams to Shear Force

S u m m a r y

An experimental investigation of reinforced concrete short beams is described in this paper. In all, 42 specimens were tested by one or two symmetrically located concentrated loads or by one load, unsymmetrically located. The ultimate failure load is represented for each specimen and the effect of main factors on which the failure load depends is described.



### АНАЛИЗ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ КОРОТКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

По результатам испытаний [4] проверяется предложенная в [3] расчетная схема коротких однопролетных железобетонных балок, нагруженных одной или двумя симметрично расположенными нагрузками или одной несимметрично расположенной нагрузкой. Сравниваются полученные по [3] расчетные значения несущей способности по верхнему и нижнему узлам балок соответствующими опытными значениями, а также с расчетными несущими способностями по расчетной схеме [1].

1. Верхний узел балки с двумя симметрично расположенными нагрузками.

Рассматриваются описанные в [4] балки I серии. По принятой на фиг. 1б расчетной схеме вычислены разрушающие поперечные силы по верхнему и нижнему узлам.

$$Q_{p1}^b = 0,5 k R_{np} b l_{on} \quad (1)$$

$$Q_{p1}^H = k R_{np} b l_{on}^H \quad (2)$$

Соответствующие усилия по методике [1]:

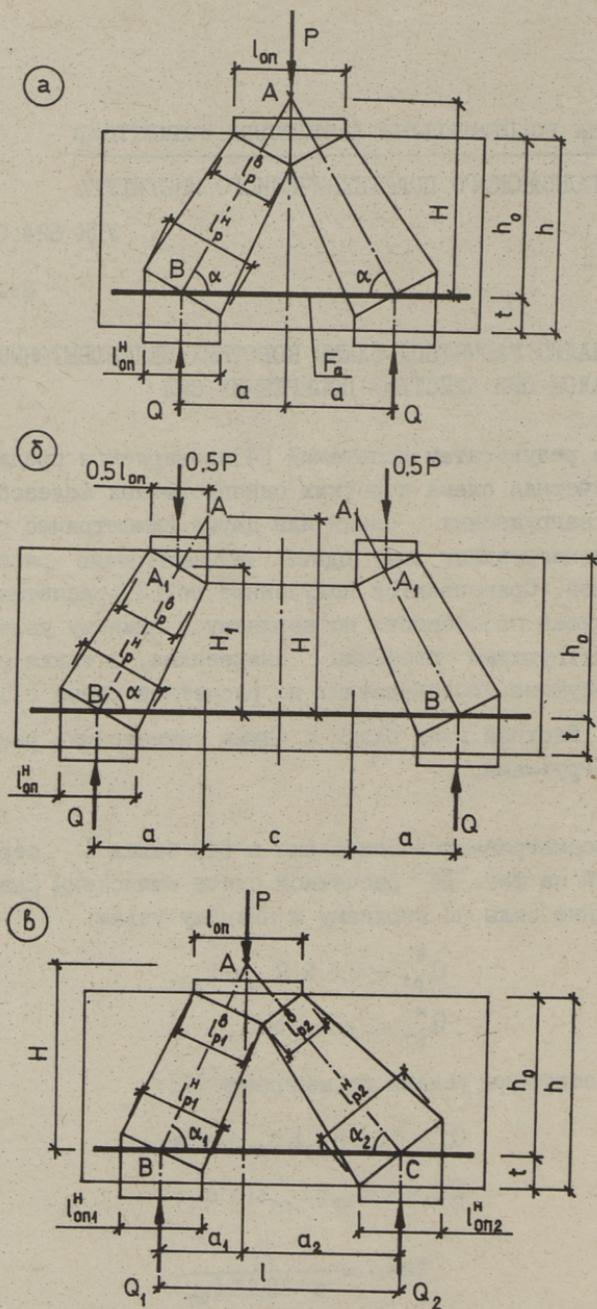
$$Q_{p2}^b = 0,5 k R_{np} b l_{on} \sin^2 \alpha_1, \quad (3)$$

$$Q_{p2}^H = k R_{np} b l_{on}^H \sin^2 \alpha_1, \quad (4)$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h}{a - 0,25 l_{on}} \quad (5)$$

Следует отметить, что результаты расчета по (3) при  $c = 0$  и расчета балки с одной нагрузкой по схеме [1] не совпадают.



Фиг. 1. Расчетные схемы коротких балок.  
 а - с одним симметрично расположенным грузом;  
 б - то же, с двумя грузами;  
 в - с одним несимметрично расположенным грузом.

Исходя из [I] коэффициент  $k$  в (I) - (4) принят в верхнем и нижнем узлах

$$k = 0,8 \sqrt[3]{\frac{2b + \ell_{on} + c}{\ell_{on}}} \leq 0,8 \sqrt[3]{\frac{4b + \ell_{on}}{\ell_{on}}}, \quad (6)$$

$$k = 0,8 \sqrt[3]{\frac{b + 0,5\ell_{on}^H + a}{\ell_{on}^H}} \leq 0,8 \sqrt[3]{\frac{2b + \ell_{on}}{\ell_{on}^H}}.$$

Поперечные силы, вызывающие разрушение балок по наклонному сечению определены по предложению НИИЖБ [5]

$$Q_{p3} = \frac{0,5 R_{np} b x_0 (h_0 - x_0 / 3)}{a - 0,5 \ell_{on}}, \quad (7)$$

где  $x_0 = h_0(-\mu n + \sqrt{(\mu n)^2 + 2\mu n})$ ;

$n$  - отношение модулей упругости арматуры и бетона,

$\mu$  - коэффициент продольного армирования.

Для всех балок найденные по (I)-(4)  $Q_p^b$  меньше  $Q_p^H$ , что подтверждает предварительную оценку 3 о разрушении балок I серии в верхней зоне по сжатой полосе или по наклонному сечению.

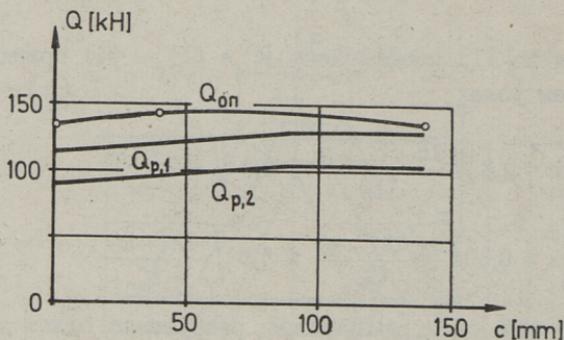
В таблице I для балок I серии приведены: опытные значения разрушающих поперечных сил  $Q_{on}$ ; относительные значения расчетных разрушающих поперечных сил, найденных по (I), (3) и (7); расчетные виды разрушения:  $P_B$  - разрушение в верхней зоне по сжатой полосе (при  $Q_{p1}^b < Q_{p3}$ ) и  $H$  - разрушение по наклонному сечению; средние значения  $Q_p / Q_{on}$  и среднеквадратические отклонения  $Q_p$  от  $Q_{on}$  для расчетных схем [3] и [I] -  $\Delta_{cp}$  и  $\sigma$ .

При вычислении  $\Delta_{cp}$  и  $\sigma$  принято  $Q_p / Q_{on}$  для каждой балки как меньшая из  $Q_{p3} / Q_{on}$  и  $Q_{p1}^b / Q_{on}$  или  $Q_{p2}^b / Q_{on}$ .

Зависимость  $Q_{on}$  и  $Q_p$  от расстояния между верхними загрузочными плитами показана при  $d/h = 0,55$  на фиг. 2.

Из результатов испытания и расчета явствует:

I. Принятая усовершенствованная расчетная схема [3] соответствует работе коротких балок с двумя симметрично расположенными нагрузками и обеспечивает меньшую погрешность по сравнению с расчетной схемой [I]. Результаты расчета удовлетворительно согласуются с результатами опытов.



Фиг. 2. Зависимость  $Q_{оп}$  и  $Q_p$  от расстояния  $c$  между верхними плитами (при  $a/h = 0,55$ ).

Таблица I  
Сравнение расчетных и опытных поперечных сил балок  
I-й серии ( $l_{он} = 120$  мм,  $l_{он}^H = 60$  мм)

Балка	a мм	c мм	$Q_{он}$ кН	$\frac{Q_{p1}^b}{Q_{он}}$	$\frac{Q_{p2}^b}{Q_{он}}$	$\frac{Q_{p3}}{Q_{он}}$	Вид разр.
Б-1	80	0	147	0,76	0,72	3,60	П <sup>В</sup>
Б-2	110	40	142	0,82	0,72	1,55	П <sup>В</sup>
Б-3	110	140	132,5	0,95	0,83	1,60	П <sup>В</sup>
Б-4	140	0	117,5	0,95	0,74	1,15	П <sup>В</sup>
Б-5	170	40	88,5	1,28	0,86	1,10	Н <sup>В</sup>
Б-6	170	140	100,5	1,31	0,90	1,00	Н
$\Delta_{ср}$				0,93	0,80		
$\delta$				0,13	0,22		

2.  $Q_{он}$  и вид разрушения зависят от длины пролета среза, переход к разрушению по наклонному сечению происходит примерно при  $a/h > 0,8$ .

3. Расстояние  $c$  между верхними загрузочными плитами мало влияет на  $Q_{он}$ , что хорошо согласуется с расчетом.

4. Коэффициент  $k$  требует уточнения для учета длины пролета среза.

## 2. Верхний узел балки с одной несимметрично расположенной нагрузкой

Рассматриваются балки III серии [4], разрушившиеся в верхней зоне более короткого пролета среза  $a_I$ . По усовершенствованной схеме расчета [3] (фиг. 1в)

$$Q_{1,p1}^b = k \frac{a_2}{l} R_{np} b l_{on}. \quad (8)$$

В источнике [1] случаи несимметричного нагружения не рассматриваются, но соответствующая расчетная схема применена в [2], откуда  $Q_{1,p2}^b = Q_{2,p2}^b$  и получается в виде (I).

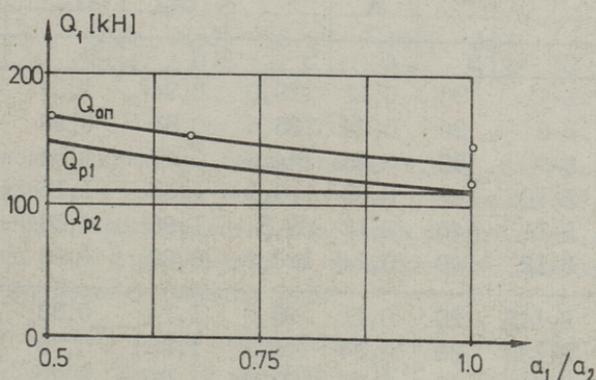
Расчетные величины  $Q_{1,p3}$  обеих балок больше  $Q_{1,on}$ -го.

Расчетные и опытные значения  $Q_1$  сравниваются в таблице 2 и на фиг. 3.

Т а б л и ц а 2

Сравнение расчетных и опытных поперечных сил балок III серии ( $l_{on} = 120$  мм,  $l_{on}^H = 60$  мм)

Балка	$a_I/a_2$	$Q_{1,on}$ кН	$\frac{Q_{1,p1}^b}{Q_{1,on}}$	$\frac{Q_{1,p2}^b}{Q_{1,on}}$
Б-14	0,667	153,0	0,88	0,73
Б-15	0,5	173,3	0,88	0,66



Фиг. 3. Зависимость  $Q_{1,on}$  и  $Q_{1,p}$  от  $a_1/a_2$  при  $a_1 = 80$  мм.

На фиг. 3 все значения  $Q$  приведены к  $b = 8,9$  см, при  $a_I/a_2 = 1$   $Q_{on}$  принята по балкам Б-1 и Б-7.

Из таблицы 2 и фиг. 3 вытекает, что предлагаемая в [3] расчетная схема для несимметричного нагружения удовлетворительно согласуется с опытами по характеру изменения и по численным значениям разрушающих усилий.

### 3. Нижний узел балки с одной симметрично расположенной нагрузкой

Анализу подвергались балки II и IV-УП серий. Для всех балок вычислены:  $Q_{p1}^b = Q_{p2}^b = Q_p^b$  по (1),  $Q_{p1}^H$  по (2) (кроме балки Б-10),  $Q_{p2}^H$  по (4) и  $Q_{p3}^H$  по (7). Для балки Б-10

$$Q_{p1}^H = k R_{np} b (l_{on}^H \sin^2 \alpha + t \sin 2\alpha). \quad (9)$$

У всех балок, кроме Б-9А  $Q_{p3} > Q_{on}$ .

Результаты расчета представлены в таблице 3, средние значения  $Q_p/Q_{on}$  и среднеквадратические отклонения  $\sigma$  и  $\Delta_{cp}$  - в таблице 4. При определении  $\sigma$  и  $\Delta_{cp}$  не учтена балка Б-II, преждевременно разрушившаяся в верхней зоне из-за местного ослабления бетона.

Т а б л и ц а 3

Сравнение расчетных и опытных поперечных сил балок II и IV-УП серий

Серия, $l_{on}, l_{on}^H$ мм	Балка	a, мм	$\frac{t}{h}$	$Q_{on},$ кН	$\frac{Q_p^b}{Q_{on}}$	$\frac{Q_{p1}^H}{Q_{on}}$	$\frac{Q_{p2}^H}{Q_{on}}$
1	2	3	4	5	6	7	8
II	Б-7	80	0,12	119,0	0,94	1,03	0,90
	Б-8	80	0,24	135,5	0,81	0,90	0,78
I20 60	Б-9	80	0,48	144,0	0,77	0,84	0,73
	Б-10	140	0,08	108,0	1,05	1,15	0,83
	Б-11	140	0,12	83,5	1,36	1,58	1,08
	Б-12	140	0,24	120,0	0,92	1,08	0,68
IV,VI	Б-14Б	20	0,11	98,0	1,14	0,83	0,82
	Б-12Б	20	0,24	105,5	1,05	0,76	0,75
	Б-5А	40	0,11	108,0	1,01	0,77	0,74
	Б-12А	40	0,24	117,5	0,94	0,72	0,69
	Б-10А	80	0,08	127,5	0,89	0,73	0,66
	Б-5Б	80	0,11	108,0	1,01	0,83	0,59
40	Б-7А	80	0,12	117,5	0,95	0,79	0,68

Продолжение табл. 3

I	2	3	4	5	6	7	8
	Б-8А	80	0,24	132,5	0,83	0,69	0,60
	Б-9Б	80	0,48	127,5	0,86	0,72	0,65
	Б-6А	100	0,12	127,5	0,91	0,78	0,63
	Б-10Б	140	0,08	117,5	0,96	0,83	0,56
	Б-7Б	140	0,12	88,5	1,26	1,09	0,71
	Б-8Б	140	0,24	98,0	1,12	0,98	0,66
	Б-9А	140	0,48	97,0	1,14	0,99	0,67
	Б-2Б	12,5		88,5	1,26	0,64	0,64
	Б-3Б	30		103,0	1,07	0,57	0,56
	Б-11А	47,5		98,0	1,16	0,65	0,61
У	Б-1Б	80	0,12	117,5	0,95	0,57	0,49
120	Б-1А	100		87,0	1,29	0,79	0,64
25	Б-15А	120		103,0	1,11	0,69	0,51
	Б-3А	140		87,0	1,27	0,78	0,53
	Б-6Б	20		93,0	1,58	0,91	0,90
УП	Б-15Б	40		117,5	1,23	0,75	0,72
160	Б-4Б	80	0,12	103,0	1,37	0,90	0,78
40	Б-4А	100		92,0	1,54	1,03	0,84
	Б-11Б	140		98,0	1,46	1,00	0,68
УШ	Б-2А	12,5	0,12	66,0	1,75	0,86	0,86
120	Б-14А	47,5	0,11	66,0	1,75	0,95	0,90
25							

У балок III серии  $Q_p^b$  оказалось ниже  $Q_{p1}^H$ -го. Учитывая еще неудачность усиления верхнего узла и внешнюю оценку вида разрушения, можно сказать, что балки разрушались в районе верхнего узла и результаты их испытания не пригодны для оценки сопротивления нижнего узла.

Балки IV и VI серий разрушались при  $Q_{оп}$ -ых, приблизительно равных на  $Q_p^b$  и в среднем 18 % больших чем  $Q_{p1}^H$ . Для большинства из балок внешним осмотром не удалось четко определить зону разрушения. Можно считать, что балки разрушались по нижнему узлу, в крайнем случае результаты опы-

тов определяют наименьшее возможное сопротивление нижнего узла.

Т а б л и ц а 4

$\Delta_{\text{ср}}$  и  $\sigma$  для балок серий Ш - УП

Серия	Ш	IУ,УI	У	УП	IУ-УП
$\Delta_{\text{ср}}^b$	0,90	1,01	1,16	1,44	1,13
$\Delta_{\text{ср},1}^H$	1,00	0,82	0,67	0,92	0,80
$\Delta_{\text{ср},2}^H$	0,78	0,67	0,57	0,78	0,67
$\sigma^b$	0,14	0,11	0,20	0,45	0,24
$\sigma_1^H$	0,11	0,21	0,34	0,13	0,24
$\sigma_2^H$	0,23	0,33	0,44	0,23	0,35

Балки с малой шириной  $l_{\text{оп}}^H$  (серия У) и с увеличенной шириной верхней плиты (серия УП) разрушались в нижней зоне при  $Q_p^b$  соответственно 16 и 44 % выше  $Q_{\text{оп}}-й$ .

На фиг. 4 представлена зависимость  $Q_{\text{оп}}$  и  $Q_p$  от  $a/h$ , на фиг. 5 - от  $t/h$ .

Анализ результатов испытания и расчета показывает следующее:

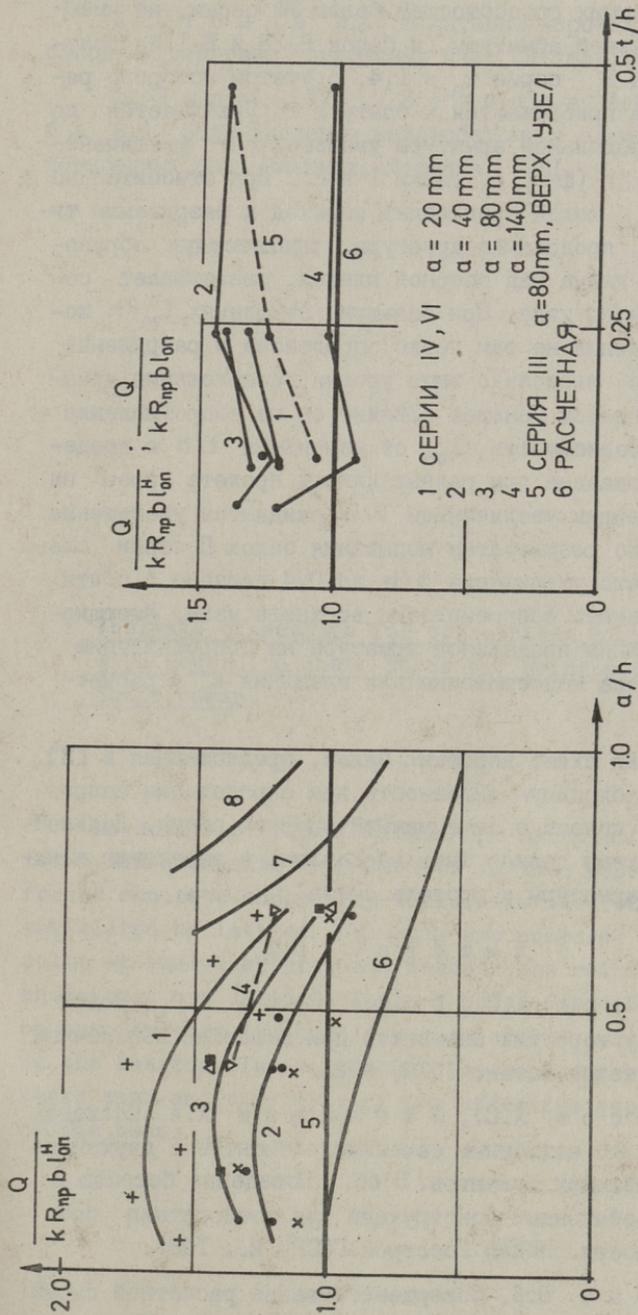
1. Принятая расчетная методика недооценивает несущую способность нижнего узла, особенно при малой ширине опорной плиты (серия У).

В среднем для серий IУ-УП  $\Delta_{\text{ср}} = 0,80$  при  $\sigma = 0,24$ . Погрешность еще больше при расчете по [I] -  $\Delta_{\text{ср}} = 0,67$ ,  $\sigma = 0,35$ . Основными причинами отклонений  $Q_p^H$  от  $Q_{\text{оп}}-й$  являются неучтенные влияния длины пролета среза и нижней продольной арматуры, усиливающей зону вблизи нижней плиты.

2.  $Q_{\text{оп}}$  имеет наибольшее значение при  $a/h = 0,3$ . Она уменьшается примерно на 30 % при увеличении  $a/h$  до 0,7 и 10 % при уменьшении  $a/h$  до 0,05. Зависимость  $Q_p^H$  от  $a/h$  расчетной схемой [3] не учитывается. Учет этого фактора по [I] является неудачным, так как не соблюдается непрерывность при переходе от расчета по сжатой полосе к расчету по наклонному сечению (при всех  $a/h$   $Q_{p2}^H$  остается меньше, чем  $Q_{p3}$ , см. фиг. 4).

3. Влияние продольного армирования может быть учтено введением в (2) коэффициента  $k_a$ :

$$Q_{p1}^H = k_a k R_{np} b l_{\text{оп}}^H. \quad (9)$$



Фиг. 5. Зависимость  $Q_{оп}$  и  $Q_p$  от  $t/h$ .

Фиг. 4. Зависимость относительных значений  $Q_{оп}$  и  $Q_p$  от  $a/h$ .  
 Опытные:  $l_{оп} = 120 \text{ мм}$ ,  $l_{оп} = 25$ ,  $h_0 = 180$  - + (1);  
 $l_{оп} = 40$ ,  $h_0 = 187$  - ∇ (4),  $h_0 = 180$  - • (2),  $h_0 = 155$  - ▣ (3),  
 $h_0 = 107$  - Δ (3);  $l_{оп} = 160$ ,  $l_{оп} = 40$ ,  $h_0 = 180$  - x (2).  
 Расчетные:  $Q_{p1}$  - (5);  $Q_{p2}$  - (6);  $Q_{p3}$  для  $l_{оп} = 40$  - (7), для  
 $l_{оп} = 25$  - (8).

Из сравнения несущих способностей балок УШ серии, не имеющих внизу продольной арматуры, и балок Б-2Б и Б-ІІА получается для балок У серии  $k_a = 1,4$ , с учетом которого результаты расчета приближаются к опыту и  $\sigma$  уменьшается до 0,13. Влияние продольной арматуры уменьшается с увеличением отношения  $l_{оп}^H/h$  (фиг. 4, линии 1 и 2). При относительно малой ширине  $l_{оп}^H$ , когда происходит переход к разрушению типа раскалывания, продольная арматура, препятствуя образованию бетонного клина над опорной плитой, увеличивает сопротивление нижнего узла. При больших значениях  $l_{оп}^H/h$  зона начала разрушения не так четко определена и разрушение может начинаться несколько выше уровня расположения арматуры, чем объясняется меньшее влияние ее на сопротивление сжатой полосы. Зависимость  $Q_{оп}$  от изменения  $t/h$  в пределах 0,08-0,48 показана при разных длинах пролета среза на фиг. 4. С дальнейшим увеличением  $t/h$  ожидается уменьшение  $k_a$  до единицы. По результатам испытания балок П серии следует отметить, что увеличение  $t/h$  до 0,4 связано с почти линейным увеличением сопротивления верхнего узла. Имеющиеся данные о влиянии продольной арматуры на сопротивление сжатой полосы пока недостаточны для введения  $k_a$  в расчетную схему.

4. Расчетная схема коротких балок, предложенная в [3], обеспечивает необходимую надежность при определении сопротивления сжатой полосы в зоне нижней опорной плиты. Дальнейшее уточнение схемы должно быть направлено к выявлению влияния продольной арматуры и пролета среза.

#### Л и т е р а т у р а

1. Залесов А.С., Баранова Т.И. Новый подход к расчету коротких элементов при действии поперечных сил. - Бетон и железобетон, 1979, № 2.

2. Залесов А.С., Зиганшин Х.А. Исследование прочности по наклонным сечениям элементов с двухзначной эпурой изгибающих моментов. В сб.: Поведение бетонов и элементов железобетонных конструкций при воздействии различной длительности. НИИЖБ Госстроя СССР, М., 1980.

3. Отсмаа В.А. Совершенствование расчетной схемы коротких элементов при действии поперечных сил. - Бетон и железобетон, 1983, № 2.

4. Отсмаа В.А. Испытание коротких железобетонных балок на действие поперечных сил. См. наст. сб. с. 21.

5. Чупак И.М., Залесов А.С., Корейба С.А. Сопротивление железобетонных элементов действию поперечных сил. Кишинев, Штиинца, 1981.

V. Otsmaa

Analysis of Methods for Calculation of Resistance  
with Regard to Shear Force for Reinforced Concrete  
Short Beams

S u m m a r y

An analysis of two methods for calculating the shear force resistance is represented in this paper for reinforced concrete short deep beams. The theoretical magnitudes, calculated by lattice analogies are compared with test results of the 42 short beams without web reinforcement. It is shown that the ultimate failure shear force depends not only on such factors as the dimensions of the cross-section, size of the bearing plates and concrete quality, but also on the shear span and the ratio of the effective depth to the depth of the beam.

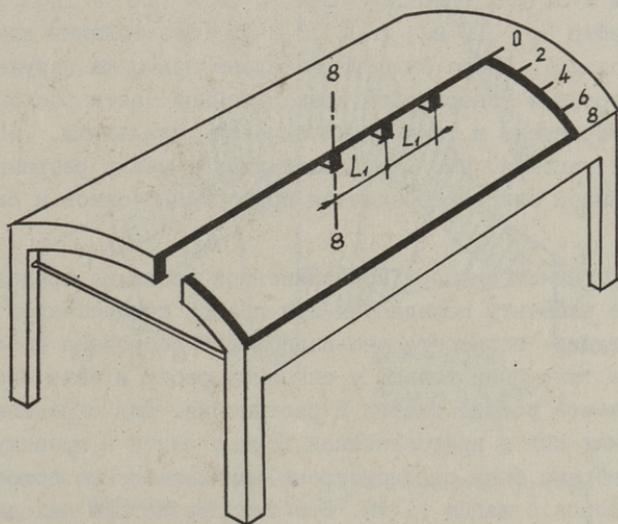


## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕБРИСТЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

Рассматривается более простой и изученный объект – цилиндрическая оболочка средней длины, в средних зонах которой всегда имеется двусное напряженное состояние. Полученные данные применимы и для других аналогичных ребристых оболочек.

Основной целью экспериментов являлось определение эксцентрической передачи поперечной нормальной силы  $T_y$  из тонкостенной плиты на ребра и определение схемы работы ребер (арки, криволинейная балка или консоль) в зависимости от краевых условий всей оболочки.

Для исследования влияния поперечных ребер на внутренние силы, в зависимости от расположения ребер относительно



Фиг. 1. Схема модели оболочек. Геометрические величины, расположение ребр и тензорезисторов.

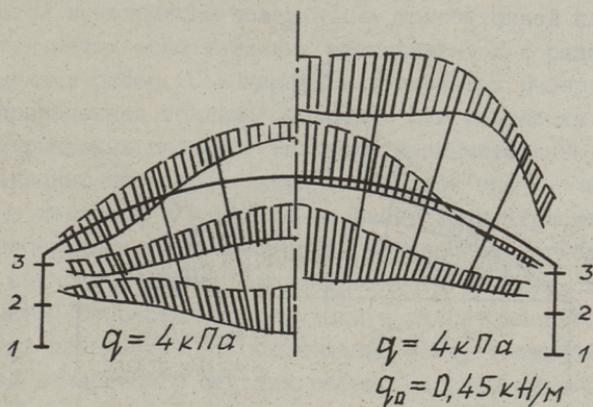
тонкостенной криволинейной части оболочки (фиг. I), от расстояния между ребрами и в зависимости от мощности продольных бортовых элементов, применялись тонкостенные модели из стеклопластика с толщиной криволинейной части  $\delta = 2$  мм (фиг. I). Продольные бортовые элементы в виде балки и торцевые диафрагмы в виде балки-стенки имели толщину  $\delta_0 = 4$  мм.

Поперечные изгибающие моменты (положительные или отрицательные) качественно и количественно зависят от высоты продольных бортовых элементов и от их крепления в горизонтальном направлении.

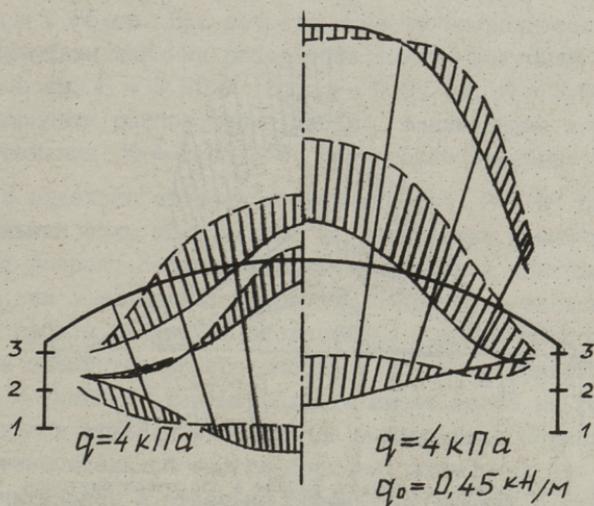
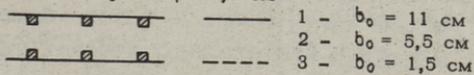
Различные распределения внутренних сил можно получить и при помощи варьирования поперечного распределения нагрузки. В экспериментах применены следующие варианты нагрузок: первый вариант  $q = 4$  кН/м<sup>2</sup>,  $q_0 = 0$ , отношение  $q_0/\bar{q} = 0$ ; второй вариант  $q = 4$  кН/м<sup>2</sup>,  $q_0 = 0,45$  кН/м, отношение  $q_0/\bar{q} = 0,26$ . Большие значения отношения  $q_0/\bar{q}$  вызывают и большие значения отрицательных изгибающих моментов, а меньшие значения, т.е.  $q_0/\bar{q} = 0$  вызывают уже большие значения положительных изгибающих моментов.

Расстояния между поперечными ребрами (фиг. I)  $L_1 = 7,5$  см =  $36\delta = 1/16 L$  и  $L_2 = 15$  см =  $72\delta = 1/8 L$ . Размеры ребер  $b_p = 10$  мм,  $h_p = 13,8$  мм (без толщины криволинейной плиты). Ребра были установлены прямо на наружной или внутренней поверхности криволинейной части оболочки и были прикреплены к тонкостенной части стальными болтами  $\phi 3$  мм с шагом 40 мм. Сдвигающие усилия между ребрами и тонкостенной плитой передаются при помощи болтов и сил трения.

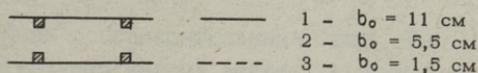
Внутренние силы от криволинейной части на продольные бортовые элементы передаются при помощи тонкостенной плиты. При имитации горизонтально-подпертого состояния модели поперечные тяжи были только у основных ребер и были способны воспринимать усилия сжатия и растяжения. Для определения внутренних сил в криволинейной тонкой плите в промежутке между ребрами были предусмотрены дополнительные полосы тензорезисторов с шагом II мм. Эти тензорезисторы находились в пределах влияния средних трех ребер.

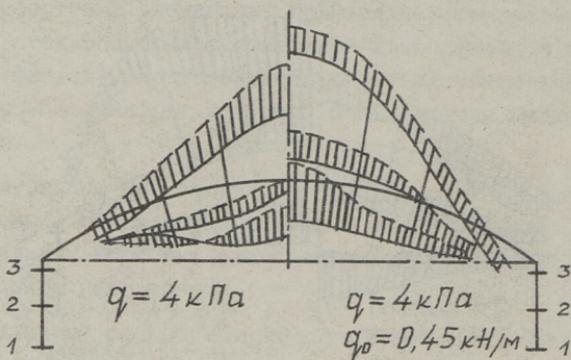


Фиг. 2. Изгибающие моменты в ребрах отдельно стоящих оболочек при  $L_1 = 7,5$  см

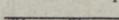


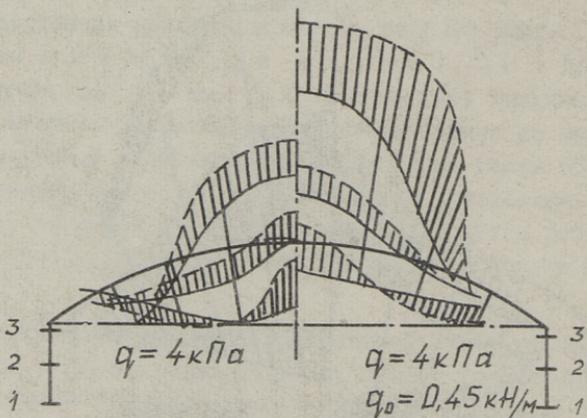
Фиг. 3. Изгибающие моменты в ребрах отдельно стоящих оболочек при  $L_2 = 15,0$  см



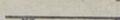
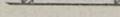


Фиг. 4. Изгибающие моменты в ребрах в оболочках внутренней волны при  $L_1 = 7,5$  см

	—	1 - $b_0 = 11$ см
	- - -	2 - $b_0 = 5,5$ см
	· · ·	3 - $b_0 = 1,5$ см



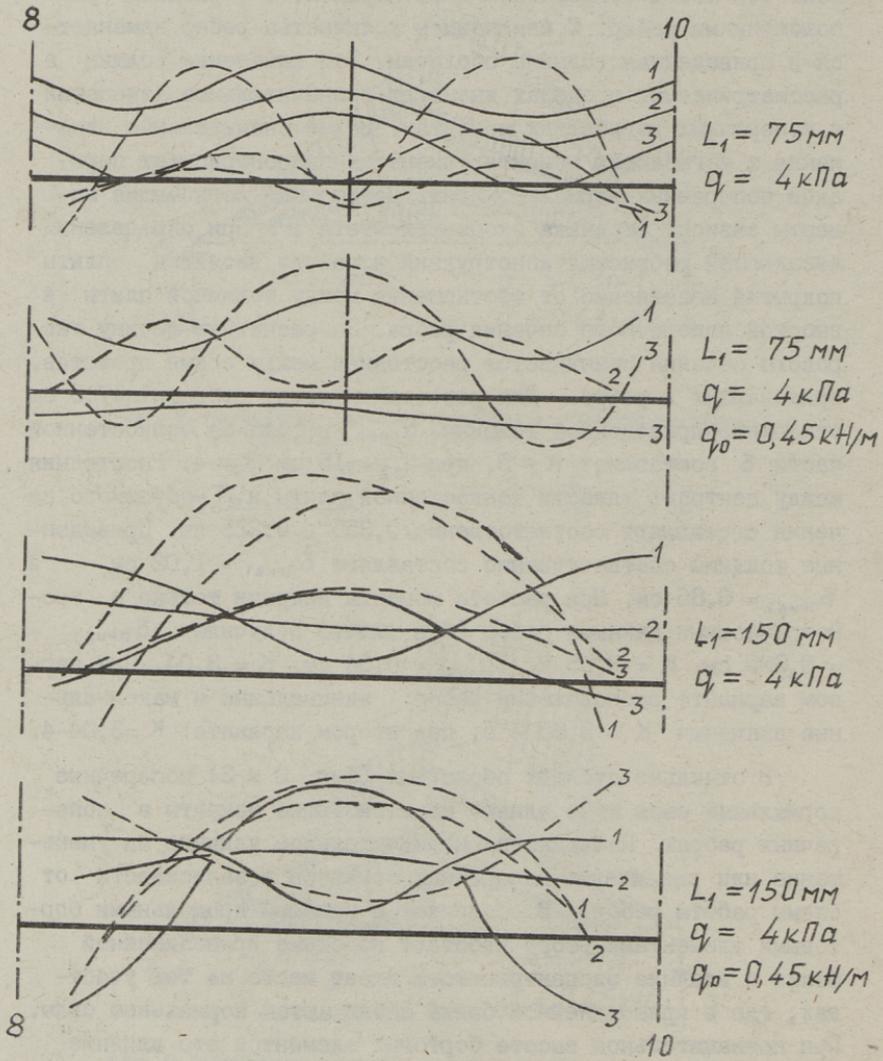
Фиг. 5. Изгибающие моменты в ребрах в оболочках внутренней волны при  $L_2 = 15,0$  см

	—	1 - $b_0 = 11$ см
	- - -	2 - $b_0 = 5,5$ см
	· · ·	3 - $b_0 = 1,5$ см

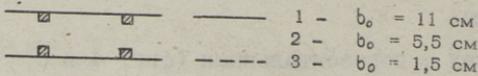
Без значительной ошибки можно считать поверхностью ребристой конструкции поверхность тонкостенной плиты. Применяется метод сопоставления экспериментов с разными расположениями ребер. С изменением количества ребер изменяется и приведенная толщина оболочки. Эти изменения толщин в рассматриваемых пределах вызывают незначительные изменения в поперечных изгибающих моментах. Более значительные изменения в изгибающих моментах вызывает эксцентриситет передачи поперечных нормальных сил. Добавочные изгибающие моменты зависят от знака эксцентриситета  $e$ . При определении жесткостей ребристых конструкций в расчет вводятся плиты покрытий независимо от соотношения между толщиной плиты и высотой поперечного сечения ребра. За расчетную ширину таврового сечения принимается расстояние между осями пролетов, примыкающих к ребру. Для расстояния между ребрами  $L_1 = 7,5$  см отношение приведенной толщины  $\delta_{\text{прив}}$  к толщине тонкостенной части  $\delta$  составляет  $K \approx 5$ , при  $L_2 = 15$  см  $K \approx 4$ . Расстояния между центрами тяжести тонкостенной плиты и Т-образного сечения составляют соответственно 0,355 и 0,225 см. Приведенные толщины соответственно составляют  $\delta_{\text{прив}1} = 1,02$  см и  $\delta_{\text{прив}2} = 0,86$  см. При расчете момента инерции только с геометрическими данными ребер (без плиты) получили  $\delta_{\text{прив}1} = 0,805$  см,  $K = 3,85$  и  $\delta_{\text{прив}2} = 0,64$  см,  $K = 3,04$ . При первом варианте расположения ребер: минимальные и максимальные значения  $K = 3,85 - 5$ , при втором варианте:  $K = 3,04 - 4$ .

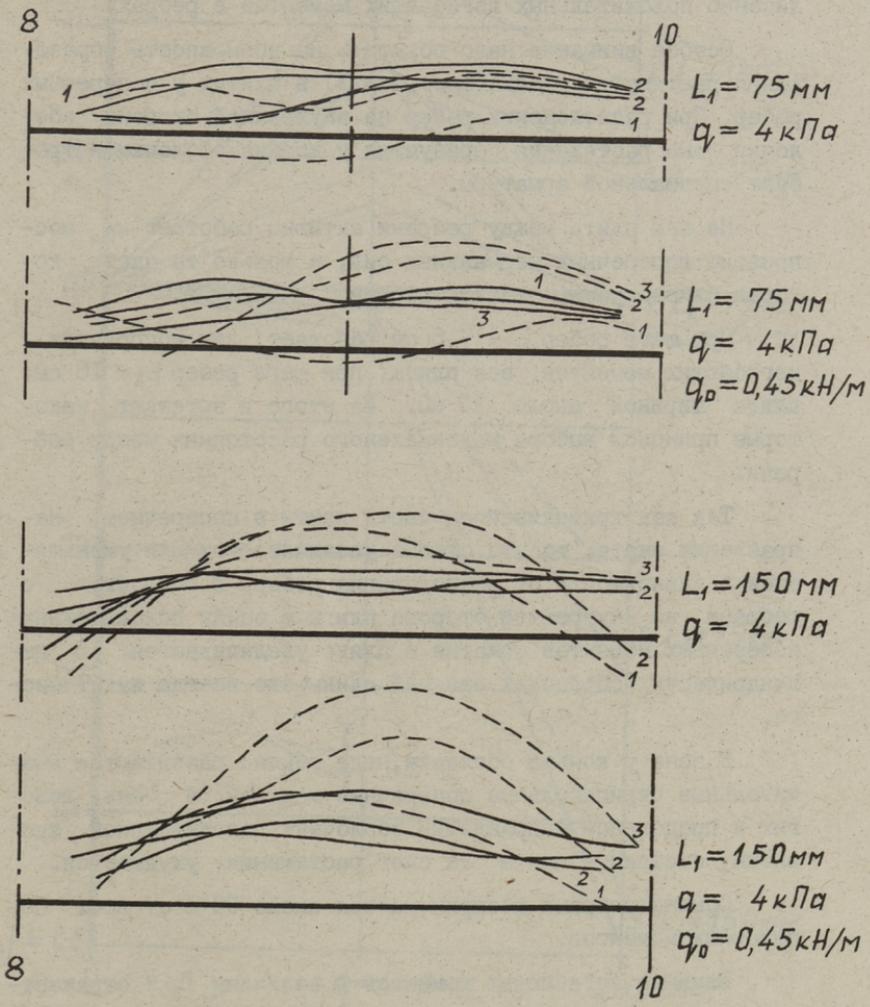
В отдельно стоящих оболочках (фиг. 2 и 3) поперечные нормальные силы мало влияют на изгибающие моменты в поперечных ребрах. Наблюдается незначительное влияние на уменьшение или увеличение поперечных моментов в зависимости от схемы работы ребер. В оболочках с мощными продольными бортовыми элементами ребро работает по схеме криволинейной балки и влияние эксцентриситета имеет место на тех участках, где в криволинейной балке наблюдаются нормальные силы. При незначительной высоте бортовых элементов это влияние незначительно. В отдельно стоящих оболочках с вертикально неподпертыми бортовыми элементами при расчете внутренних сил можно не учитывать расположение ребер относительно тонкостенной плиты.

В оболочках с горизонтальными (фиг. 4 и 5) связями (оболочки внутренней волны) эксцентриситет расположения



Фиг. 6. Распределение поперечных нормальных сил  $T_y$  в промежутке между поперечными ребрами в отдельно стоящих оболочках при  $L_1 = 7,5 \text{ см}$  и  $L_2 = 15,0 \text{ см}$





Фиг. 7. Распределение поперечных сил  $T_y$  в промежутке между поперечными ребрами в оболочках внутренней волны при  $L_1 = 7,5 \text{ см}$  и  $L_2 = 15,0 \text{ см}$

- |   |   |                            |
|---|---|----------------------------|
|  |  | 1 - $b_0 = 11 \text{ см}$  |
|  |  | 2 - $b_0 = 5,5 \text{ см}$ |
|  |  | 3 - $b_0 = 1,5 \text{ см}$ |

плиты относительно центра тяжести ребер имеет важное значение. Поперечные ребра работают по схеме, близкой к арке со значительными горизонтальными реакциями. В оболочках с ребрами на внешних поверхностях имеется тенденция к увеличению положительных изгибающих моментов в ребрах.

Особое внимание надо обратить на возможность образования растянутой зоны (фиг. 6 и 7) в плитах у поперечных ребер. При расположении ребер на внутренней стороне оболочки зона растяжения образуется у конька оболочки и требует специальной арматуры.

Не вся плита между ребрами активно работает на восприятие поперечных нормальных сил, а только та часть, которая близко расположена к ребрам.

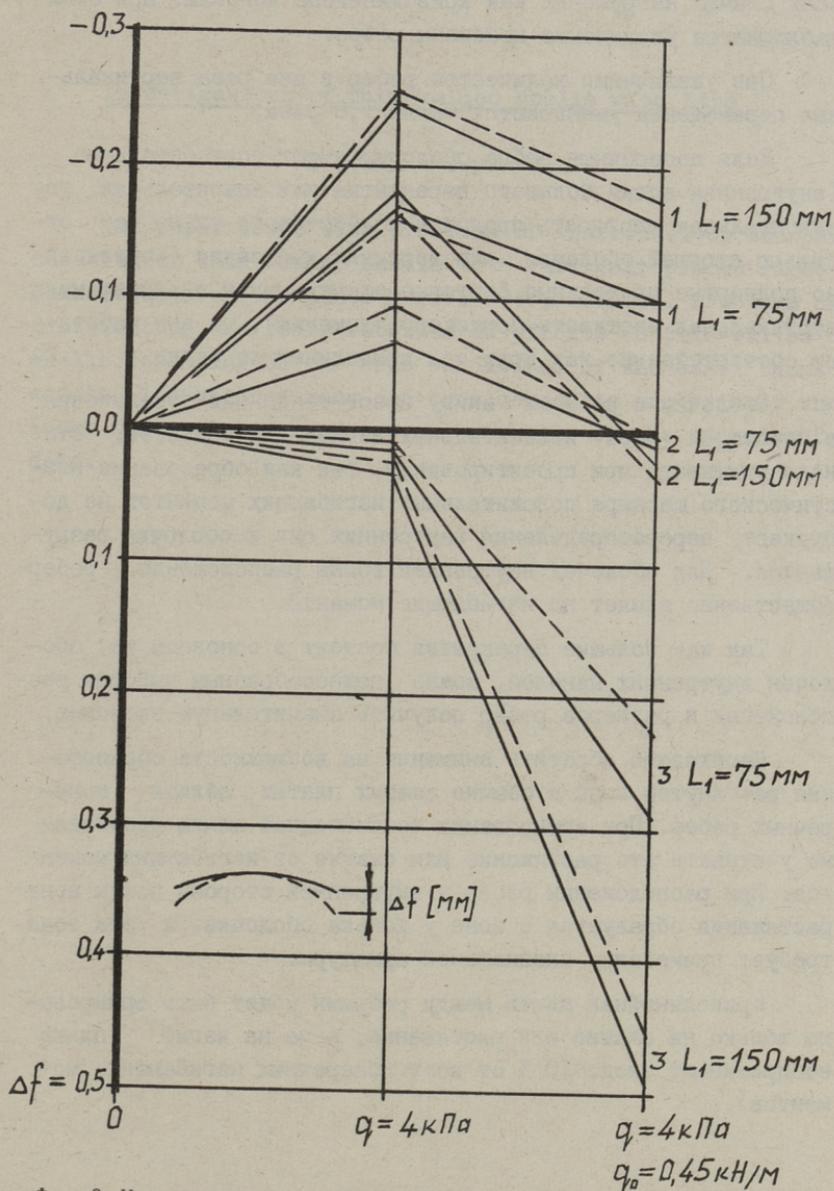
При шаге ребер  $L_1 = 7,5$  см работает, для восприятия изгибающих моментов, вся плита, при шаге ребер  $L_2 = 15$  см, плита шириной около 10 см. Из этого и вытекают некоторые принципы выбора максимального расстояния между ребрами.

Так как криволинейная часть плиты в поперечном направлении сжата, то это сжатие увеличивается или уменьшается в зависимости от расположения ребер. В оболочках с ребрами во внутренней стороне плиты в зонах положительных поперечных моментов сжатие в плите увеличивается. В цилиндрических оболочках средней длины это всегда имеет место.

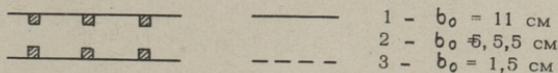
В зоне у конька оболочки, где обычно развиваются значительные отрицательные поперечные моменты (в очень пологих в продольном направлении оболочках положительной кривизны) состояние плиты за счет растяжения ухудшается.

Обычно ребрами воспринимаются около 90 % от всех поперечных моментов.

Влияние изгибающих моментов и величины  $T_y \cdot e$  отражается и на вертикальные перемещения (фиг. 8). Вертикальные перемещения мало зависят от расположения ребер относительно тонкостенной плиты. Основная часть рассматриваемых оболочек работает по схеме криволинейной балки или арки на жестких вертикальных опорах. Оболочки № 5 (с очень жесткими продольными бортовыми элементами) работают во



Фиг. 8. Изменение вертикального расстояния между коньком и бортовым элементом.



всех схемах нагружения как криволинейные консоли. При этом наблюдается увеличение кривизны ребра.

При увеличении количества ребер в два раза вертикальные перемещения уменьшаются около 1,6 раза.

Если поперечные ребра оболочки имеют горизонтальные (внутренняя волна большого перекрытия или значительная горизонтальная жесткость продольного бортового элемента отдельно стоящей оболочки) или вертикальные связи (вертикально подпертые продольные бортовые элементы или значительная вертикальная жесткость бортового элемента), то они работают соответственно как арки или криволинейные балки.

Оболочки с ребрами внизу имеют тенденцию увеличения в некоторой мере положительных изгибающих моментов. Это надо учитывать при проектировании, так как образование пластического шарнира положительных изгибающих моментов не допускает перераспределения внутренних сил и оболочка разрушается. Для оболочек внутренней волны расположение ребер существенно влияет на изгибающие моменты.

Так как большие перекрытия состоят в основном из оболочек внутренних панелей, можно целесообразным выбором расположения и размеров ребер получить значительную экономию.

Необходимо обратить внимание на возможность образования растянутой зоны в обычно сжатых плитах вблизи поперечных ребер. При армировании тонкостенной плиты необходимо учитывать это растяжение или сжатие от изгибающих моментов. При расположении ребер у внутренней стороны плиты зона растяжения образуется в зоне у конька оболочки, и эта зона требует применения специальной арматуры.

Криволинейная плита между ребрами может быть армирована только на сжатие или растяжение, а не на изгиб (плита воспринимает около 10 % от всех поперечных изгибающих моментов).

Investigations of Thin-walled Shells with Ribs

S u m m a r y

The paper deals with problems of the behaviour and calculation of thin-walled shells with variously placed ribs. Some results of the inner forces are presented. Problems of distribution and redistribution of efforts in thin-walled shells depending on the side conditions of the edge beams and the location of ribs are considered. An analysis of the inner forces is carried out on the basis of the experimental data.



## О НЕКОТОРЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ РАСЧЕТА ДЕРЕВЯННЫХ ГИПАР

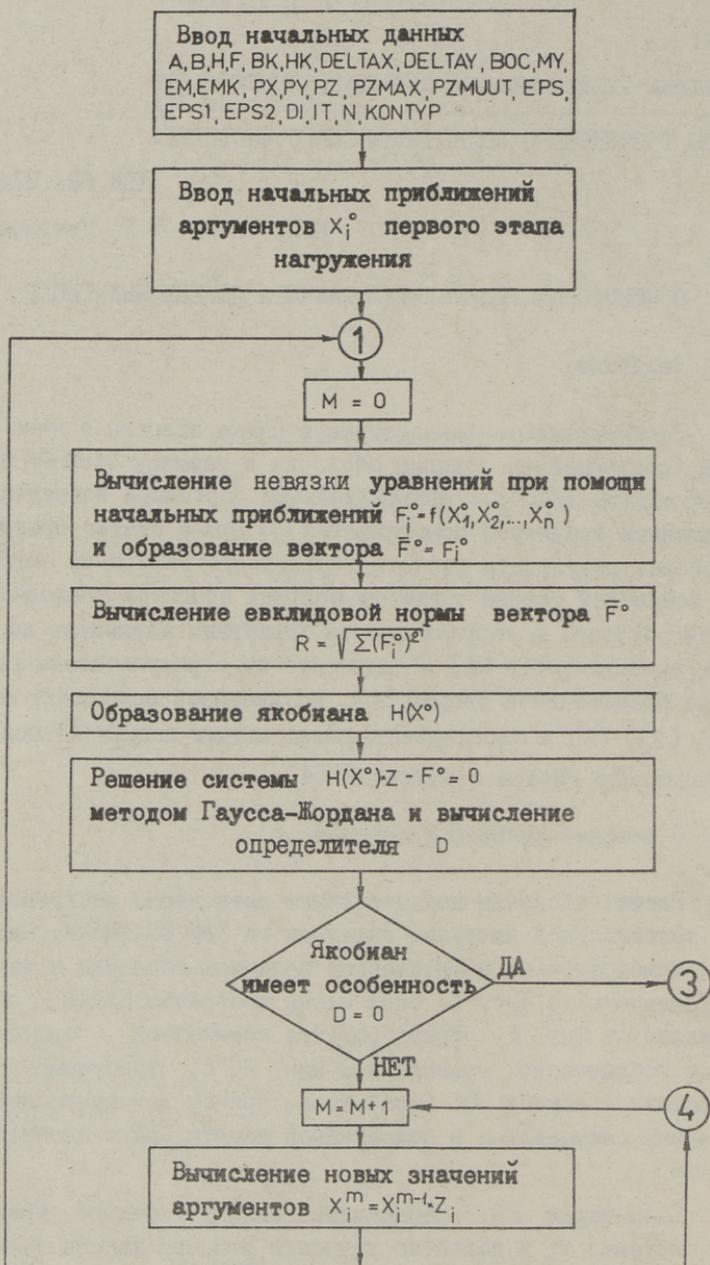
## Введение

Рассматриваются квадратные в плане пологие тонкие гипары (соотношением толщины оболочки к размеру стороны в плане  $t/a = 1/200 - 1/400$ ) с прямолинейными бортовыми элементами, уравнением срединной поверхности  $z = f(x, y)$ . В статье приводятся некоторые результаты расчета деревянного гипара по нелинейной моментной теории с учетом больших прогибов криволинейной части оболочки и упругой работы контурных элементов по методике, приведенной в [1] и сравнение их с результатами расчета по безмоментной теории [6], по линейной моментной теории [5], [2], [3] и экспериментальным данным испытания модели деревянного гипара с затяжкой [4].

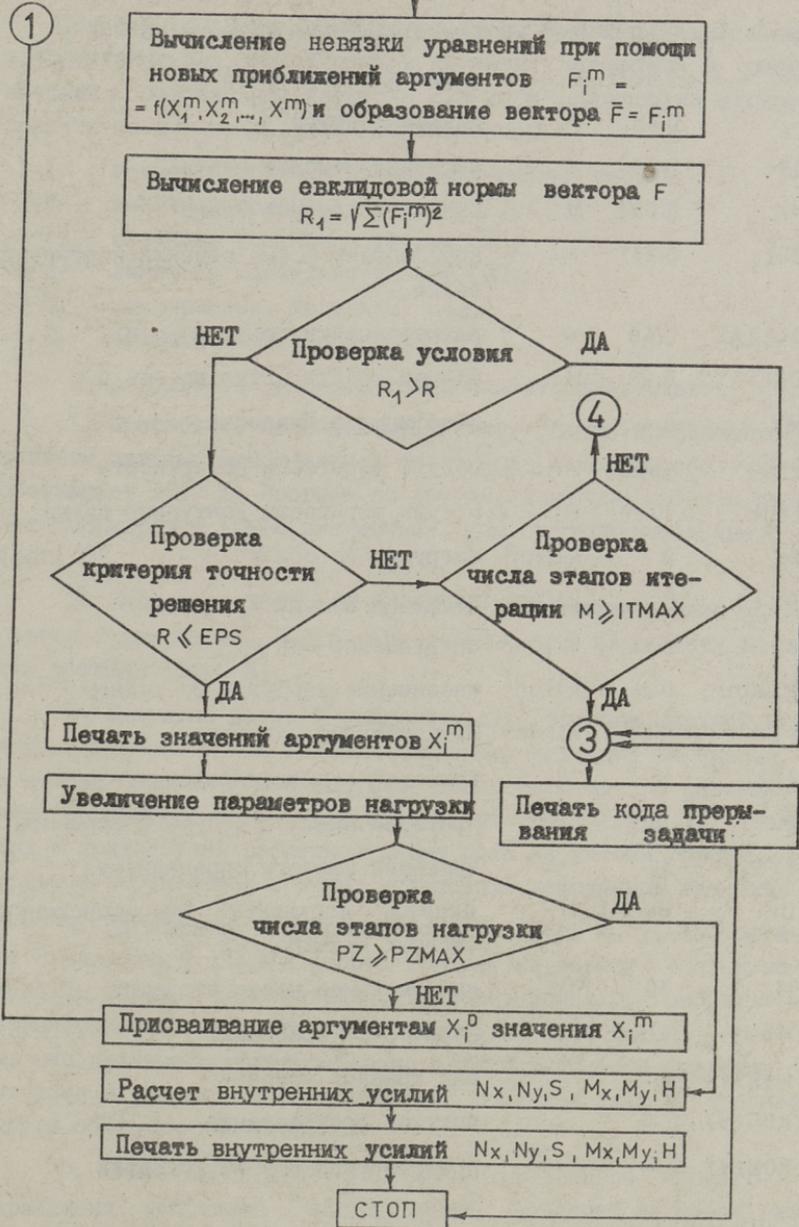
## О решении системы уравнений

Расчет оболочки под действием равномерно распределенной вертикальной нагрузки выполнен на ЭВМ ЕС-1052М. Вводимые геометрические и физические величины оболочки и контура приведены на фиг. 2, блок-схема программы HUPAR представлена на фиг. 1. Время решения нелинейной системы из 196 алгебраических уравнений 3 мин 20 с, требуемый объем оперативной памяти 386 килобайтов, причем все вычисляемые величины сохранялись в оперативной памяти ЭВМ с двойной точностью.

Если через  $\Delta f_i$  обозначать невязку каждого уравнения системы, то в качестве точности решения задачи требуется, чтобы евклидова норма  $R = \sqrt{\sum (\Delta f_i)^2}$  вектора  $\vec{F}$  была меньше чем  $\epsilon_{PS} = 10^{-8}$ . При помощи программы HUPAR проведен расчет и по линейной моментной теории, где в раз-



продолжение блок-схемы



Фиг. 1. Блок-схема программы.

## НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

A	2.40	М	длина стороны оболочки по оси x
B	2.40	М	длина стороны оболочки по оси y
H	0.0072	М	толщина поверхности
F	0.48	М	подъем контура
BK	0.04	М	ширина контурной балки
HK	0.082	М	высота контурной балки
BOC	0.231	—	коэффициент формы сечения контурной балки
DELTA X	0.40	М	размер ячейки сетки по оси x
DELTA Y	0.40	М	размер ячейки сетки по оси y
MU	0.4	—	коэффициент Пуассона
EM	5600	МПа	модель упругости поверхности
EMK	10000	МПа	модуль упругости контурной балки
PX	0	кН/м <sup>2</sup>	нагрузка по оси x
PY	0	кН/м <sup>2</sup>	нагрузка по оси y
PZ	0.25	кН/м <sup>2</sup>	нагрузка по оси z
PZMUUT	0.25	кН/м <sup>2</sup>	увеличение нагрузки по этапам
PZMAX	4.00	кН/м <sup>2</sup>	максимальная нагрузка
EPS	10 <sup>-8</sup>	—	критерий точности решения
EPS1	10 <sup>-12</sup>	—	критерий малости ведущего элемента
EPS2	10 <sup>-12</sup>	—	критерий малости определителя
DI	0.0001	М	прирост аргумента при вычислении частных производных
IT	30	ТК	максимальное число итерации
N	196	ТК	количество уравнений
KONTYP	—	—	вид краевых условий
KONTYP=1	—	—	жесткое прикрепление
KONTYP=2	—	—	прикрепление в упругие балки

Фиг. 2. Вводимые геометрические и физические величины.

решающих уравнениях все нелинейные члены принимаются равными нулю.

### Результаты расчета

На фиг. 4-13 представляются эпюры прогибов, сдвигающих и нормальных сил, изгибающих и крутящих моментов в ряде сечений оболочки при нагрузке  $2,5 \text{ кН/м}^2$ , причем на фигурах приняты следующие условные обозначения:

- 1-1 геометрически нелинейная моментная теория [1];
- 2-2- линейная моментная теория [1],[5];
- 3-3- линейная моментная теория [2];
- 4-4- линейная моментная теория [3];
- 5-5- эксперимент, модель 2 [4];
- 6-6- безмоментная теория [6].

По результатам расчета можно сказать следующее:

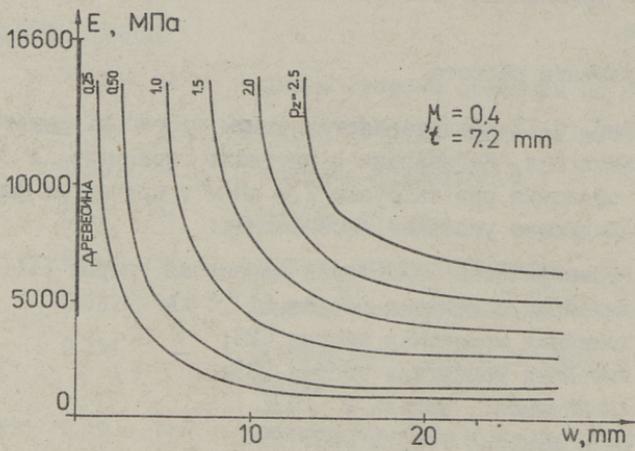
1. Прогибы по нелинейному расчету близки к экспериментальным данным, максимальное отклонение в центре оболочки составляет 10,7%. Прогибы по другим, линейным методам расчета примерно в 10-12 раз меньше, чем экспериментальные (фиг. 5).

2. Вследствие больших прогибов сдвигающие усилия получаются примерно в 1,5-1,6 раза больше, чем по расчету по другим методам (фиг. 6).

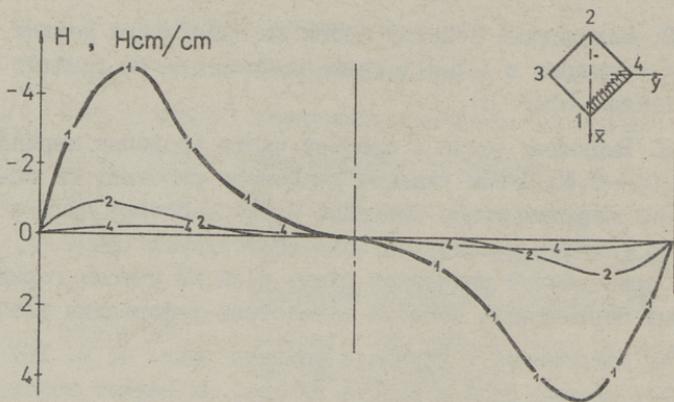
3. Выпуклые доски в средней части оболочки шириной примерно 0,4-0,45 длины главной диагонали работают на сжатие, а в зоне верхних углов выпуклые доски работают на растяжение. По расчету растянутая зона отсутствует (фиг. 7), так как в приведенной расчетной схеме пока не учтены горизонтальные перемещения контура вследствие деформации затяжки.

4. Изгибающие и крутящие моменты (фиг. 4, 9, 10) играют существенную роль в работе гипара, их учет ведет к искажению картины действительной работы оболочки. Говорить о возникновении краевого эффекта здесь не приходится, потому что краевые моменты медленно затухают по мере удаления от края и напряжения от изгибающих моментов даже в средней части оболочки значительные.

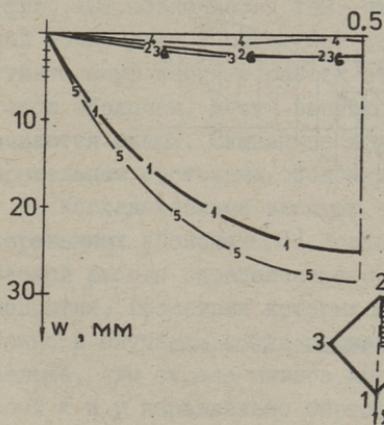
5. Снижение модуля упругости, вызванное неблагоприятными условиями эксплуатации, повлечет за собой резкое увеличение прогибов поверхности (фиг. 3).



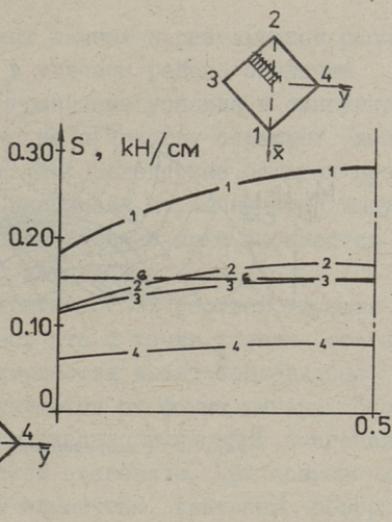
Фиг. 3. Прогибы в зависимости от модуля упругости.



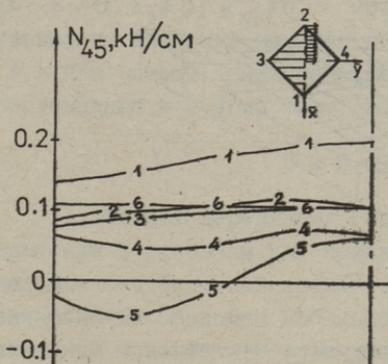
Фиг. 4. Крутящие моменты.



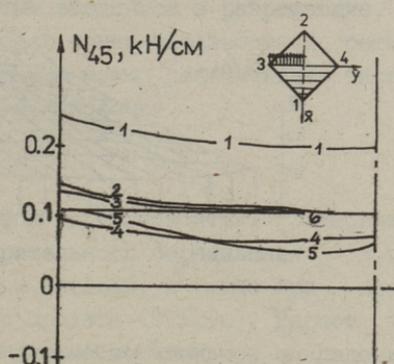
Фиг. 5. Прогобы оболочки.



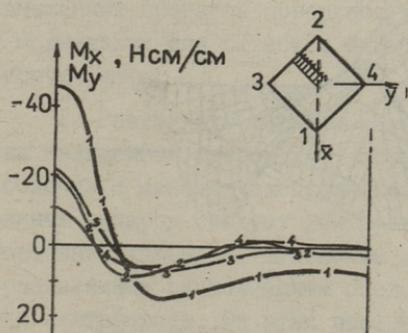
Фиг. 6. Сдвигающие силы.



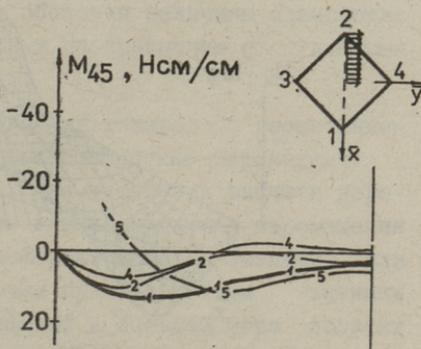
Фиг. 7. Нормальные силы.



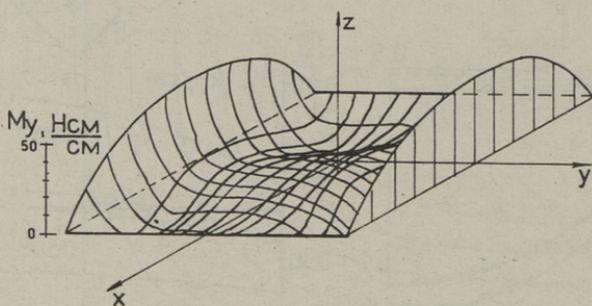
Фиг. 8. Нормальные силы.



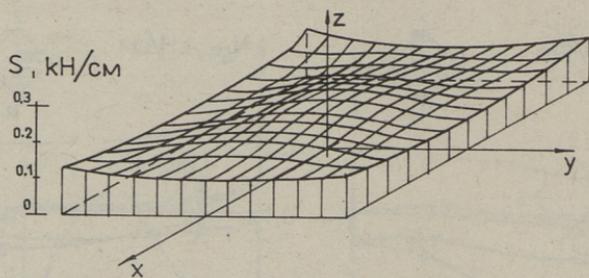
Фиг. 9. Изгибающие моменты.



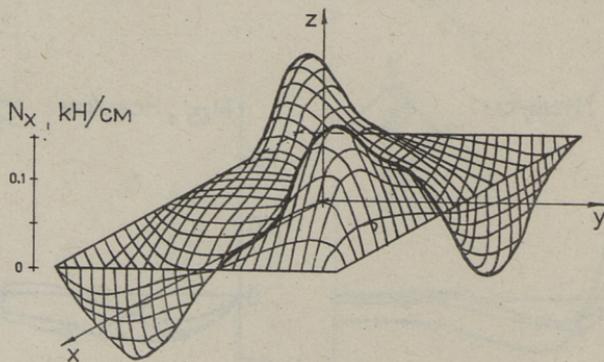
Фиг. 10. Изгибающие моменты.



Фиг. 11. Распределение изгибающих моментов.



Фиг. 12. Распределение сдвигающих сил.



Фиг. 13. Распределение нормальных сил.

6. Разница экспериментальных данных и результатов расчета в части изгибающих моментов в угловом районе оболочки (фиг. 10) объясняется тем, что граничные условия в сингулярной точке угла в расчетной схеме не полностью отражают действительную картину работы оболочки. Вследствие больших прогибов оболочки, доски выпуклой диагонали в районе угла выпукляются вверх. Сказанное явление особенно ярко выражается в предельном состоянии оболочки с затяжкой.

Исследованиями всяких покрытий [7] и соответствующих деревянных оболочек [8] доказано, что с точки зрения статической работы определенные преимущества имеют седловидные покрытия, геометрия которых отличается от формы гипара, особенно в случаях, когда стрела провисания вогнутой диагонали больше, чем стрела выгиба выпуклой диагонали. При совмещении осей  $x$  и  $y$  параллельно бортовым элементам, кривизны поверхности таких оболочек в направлении этих осей не равняются нулю  $k_x \neq 0$ ,  $k_y \neq 0$ ;  $k_{xy} \neq 0$ . Простым введением в разрешающие уравнения значений кривизн в узлах конечно-разностной сетки  $i, k$  при помощи описанной программы можно рассчитывать также седловидные и другие виды пологих оболочек.

## В ы в о д ы

1. Расчет деревянных гипаров по безмоментной теории применим в основном для предварительного определения нормальных сил бортовых элементов и затяжки, а также при проектировании оболочек небольшого пролета (9-12 м). Расчет по линейной моментной теории дает удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными в части распределения нормальных сил, сдвигающих сил и изгибающих моментов, но вследствие заниженных прогибов поверхности оболочки величины сдвигающих и нормальных сил остаются большими по сравнению с данными эксперимента.

2. Результаты расчета деревянных гипаров по геометрически нелинейной теории дают хорошее совпадение перемещений оболочки с данными эксперимента. Для уточнения расчета деревянных гипаров следует учитывать горизонтальные перемещения бортовых элементов, вызванные деформативностью затяжки или определенным расползанием оболочки при отсутствии затяжки или контрфорсов. От этих перемещений в большей мере зависит распределение, а также знак внутренних сил и перемещений.

## Л и т е р а т у р а

1. Ыйгер К.П., Раттасепп Т.Р. Расчет деревянных гипаров с учетом больших перемещений. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1983, № 551, с. 45-56.

2. Абовский Н.П., Самольянов И.И. Пологие ободочки типа гиперболического параболоида (таблицы и примеры расчета). Красноярск, 1968.

3. Милейковский И.Е., Купар А.К. Гипары. Расчет и проектирование пологих оболочек в форме гиперболических параболоидов. М., Стройиздат, 1978.

4. Раттасепп Т.Р. Экспериментальное исследование деревянного гипара, армированного вантовой сетью. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1983, № 551, с. 35-44.

5. Beles A.A., Soare M.V. Das elliptische und hyperbolische Paraboloid im Bauwesen. Berlin, Vrlg. Bauwesen, Bukarest, Akad. Verlag, 1971.

6. Kollag L. Bemerkungen zum Membran-Kräftespiel der hyperbolischen Paraboloidschale über parallelogrammförmigem Grundriß. Bauingenieur, 1983, Jhg. 58, Nr. 8, S. 309-311.

7. Кульбах В.Р., Ыйгер К.П. Регулирование усилий седловидных висячих покрытий выбором параметров конструкций. - Повышение эффективности применения металлических строительных конструкций регулированием усилий и деформаций. Всесоюзная конференция. Тезисы докладов. Свердловск, 1982.

8. Кульбах В.Р., Ыйгер К.П., Раттасепп Т.Р. Об исследовании и применении деревянных оболочек. - В кн.: Пространственные конструкции в Красноярском крае. Межвузовский сборник. Красноярск, 1983, с. 164-169.

Some Results of Calculating Timber Hypars

S u m m a r y

Square plan sloping thin hypars (the ratio of shell thickness to the dimension of the side equalling  $t/a = 1/200 - 1/400$ ) with the linear edge elements are considered, using the equation of median surface  $z = fxy/ab$ . Some results of calculating a timber hypar on the basis of nonlinear moment theory taking into account substantial deflections of the curvilinear part of the shell and elastic work of the contour elements are given. A comparison with the calculating results based on non-moment theory, linear moment theory and with the experimental data obtained at testing the timber hypar model with the tie-beam is provided.

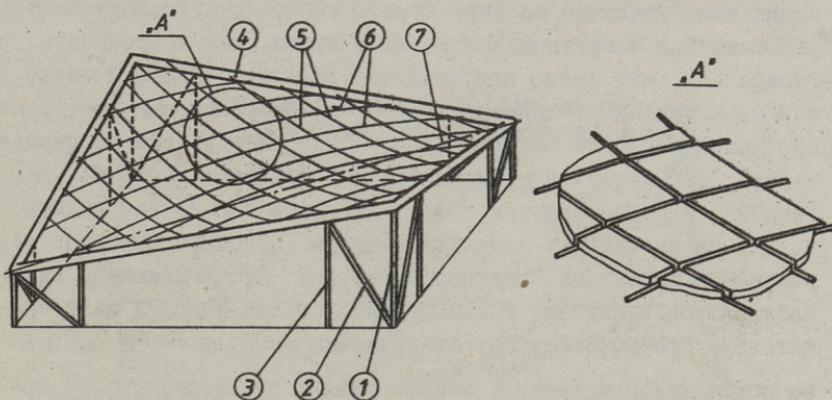


К.П. Нйгер, А.И. Тальвик

О ВЛИЯНИИ ЖЕСТКОСТИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО КОНТУРА  
И ЭЛЕМЕНТОВ ПОКРЫТИЯ НА РАБОТУ СЕДЛОВИДНОГО  
ВИСЯЧЕГО ПОКРЫТИЯ

## Введение

Обычно считают, что жесткость прямолинейного контура у седловидных преднапряженных покрытий должна быть относительно большой, во всяком случае больше, чем, например, жесткость эллиптического в плане криволинейного контура.



Фиг. 1. Общий вид покрытия.

1 - угловые опоры, 2 - раскосы в плоскостях ограждающих стен, 3 - промежуточные стойки, 4 - контур покрытия, 5 - несущие ванты, 6 - стягивающие ванты.

Испытания показывают, что в системе седловидного висячего покрытия с перекрестной вантовой сетью может довольно гибкий прямолинейный контур работать хорошо. При этом немаловажным фактором является учет влияния дополнительных связей в пределах поверхности покрытия в виде панелей покрытия и особенно в поверхности вертикальных стен в виде вертикальных стоек-затяжек, или наклонных связей способными в

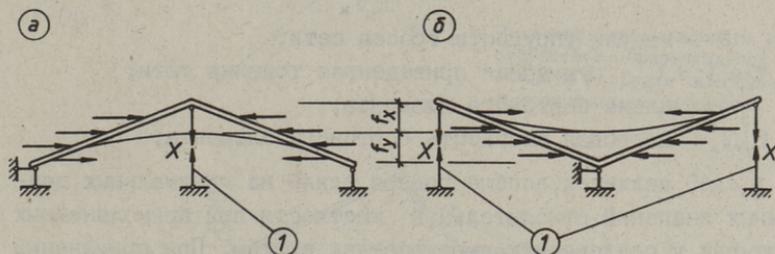
этом числе воспринимать и горизонтальные распорные силы контура (фиг. 1).

### I. О работе прямолинейных бортовых элементов

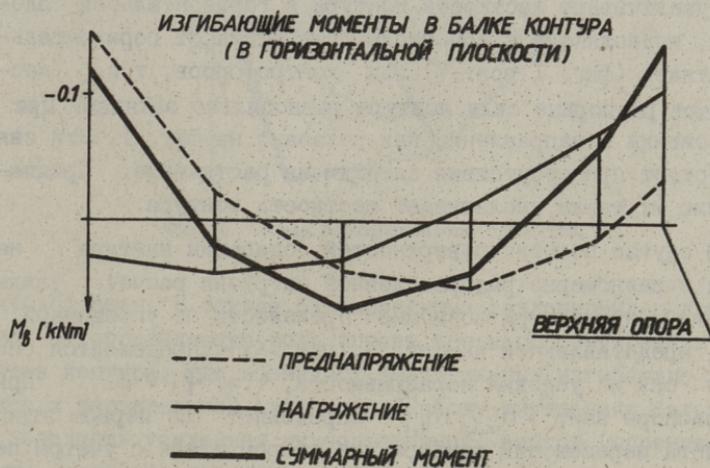
В системе одного седловидного покрытия прямолинейные элементы контура работают на сжатие, изгиб и кручение, как в процессе создания преднапряжения вантовой сети покрытия, так и при действии нагрузки. Влияние поперечной силы при обычных, замкнутых сечениях контура пренебрежимо малое, но может значительно повлиять на перемещения и усилия элементов контура при некоторых решетчатых его конструкциях.

Во многих случаях жесткость контура определяется усилиями, возникающими в процессе создания преднапряжения в вантах. Известно, что усилия, действующие на контур в исходном преднапряженном состоянии, зависят и от геометрии поверхности покрытия. Поверхность покрытия, где прогиб несущих вант увеличен за счет стрелы выгиба стягивающих вант, работает под нагрузкой значительно лучше, чем поверхность гипара [1], что важно при свободно деформирующемся контуре так как усилия стягивающих вант с безраспорным контуром небольшой изгибной жесткости при загрузке сети не уменьшаются, как в случае контура большой жесткости (или с затяжкой), а увеличиваются. Это явление отражается положительно на изгибающих моментах контура. Особенно выгодное соотношение дополнительных распоров несущих и стягивающих вант наблюдается в случае, когда стрела провеса несущих вант значительно превышает стрелу стягивающих вант, т.е.  $\frac{f_y}{f_x} \approx 0,5$  но последнее получается, когда усилие предварительного натяжения выпуклых стягивающих вант значительно превышает усилие преднапряжения вогнутых вант (табл. 1). Это значит, что вследствие существенного различия в распорах несущих и стягивающих вант в стадии предварительного напряжения сети могут появляться чрезмерные изгибающие моменты контура, т.е. в направлении стягивающих вант контур нагружен дополнительной односторонней нагрузкой (фиг. 2 а), что нежелательно и поэтому степень предварительного напряжения сети при разных кривизнах несущих и стягивающих вант следует довести до минимума. С другой стороны, при большем обжатии безраспорного контура в направлении стягивающих вант полу-

чается преднапряжение самого контура, что в стадии нагружения покрытия заглаживает эпюру конечных (фиг. 3) изгибающих моментов контура. Но этот эффект не имеет большого значения, как показывают испытания на моделях, и в случае безраспорного контура желательно включать в работу контура вертикальные стойки под верхними углами и другие стойки.



Фиг. 2. Расчетная схема контура при вертикальных затяжках в верхних углах.



Фиг. 3. Изгибающие моменты в балке контура.

При одностороннем обжатии контура в этих элементах возникают растягивающие усилия и они препятствуют обжатию пространственного контура (фиг. 2), поднимая тем самым жесткость

в направлении стягивающих вант. При модели 5\*, см. табл. I,

где  $\frac{f_y}{f_x} = \frac{18}{30}$  и параметр жесткости контура  $\xi = 40$  реализация преднапряжения в стягивающих вантах 0,45 кН и несущих 0,30 кН является возможным только при присутствии названных вертикальных стоек-затяжек. При этом

$$\xi = 0,01 \frac{Et\ell^3}{E_k J_k},$$

где  $E$  - модуль упругости тросов сети;

$t = t_x + t_y$  - суммарная приведенная толщина сети;

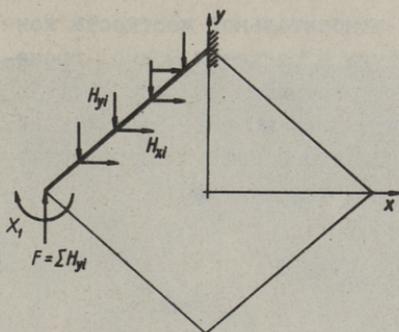
$\ell$  - длина бортового элемента;

$E_k, J_k$  - изгибная жесткость бортового элемента;

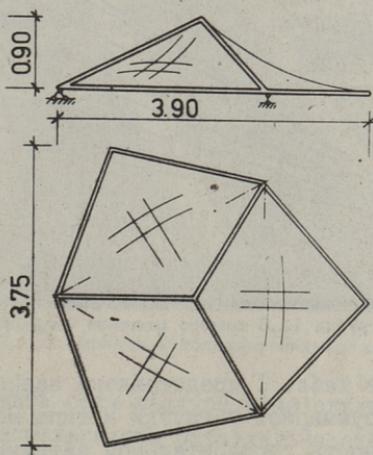
$\xi = 40$  является, вообще говоря, одним из минимальных возможных значений относительной жесткости при прямолинейных контурах у седловидных перекрестных систем. При применении изгибно-жестких вант-арок по всей поверхности или частично, а также сплошных оболочечных покрытий возможны контуры еще меньшей относительной жесткости.

Наложенные связи в поверхности стен (фиг. I поз. 2) также увеличивают жесткость контура в горизонтальной плоскости, позволяющие в том числе отказаться от горизонтальных затяжек (фиг. I поз. 7) или контрофорсов, т.е. воспринимают распорные силы контура равносильно затяжке. При расположении в направлении, как показано на фиг. I, эти связи работают при отсутствии затяжки на растяжение. Преднапряжение их также увеличивает жесткость контура.

В случае пологих поверхностей, опирании контура на стойки и равномерно распределенной нагрузки расчет усилий и перемещений контура возможно произвести по упрощенной схеме, представленной на фиг. 4, где  $X_1$  определяется по методу сил из условия неразрывности, т.е.  $\Phi_1 = 0$ . При этом распоры вант  $N_{x,i}, N_{y,i}$  определяют на первом этапе без учета перемещений контура, на втором этапе с учетом перемещений контура от усилий первого этапа -  $N_{x,0}, N_{y,0}$ , тогда с учетом перемещений от усилий второго этапа и т.д. до получения необходимой точности такого итерационного процесса. Усилия вант можно определить при помощи программы [2] или [3]. Следует подчеркнуть, что учет перемещений контура существенно изменяет картину усилий и перемещений



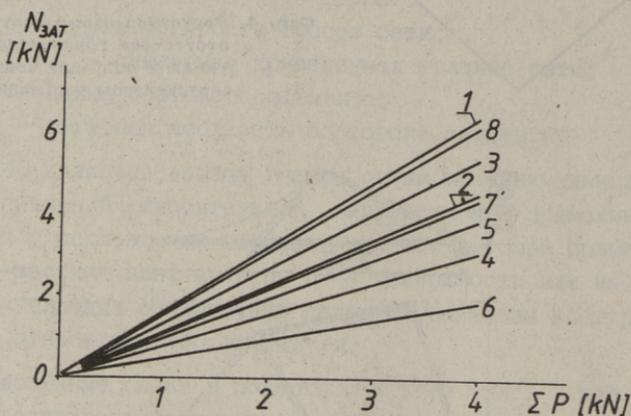
Фиг. 4. Расчетная схема контура при отсутствии горизонтальной затяжки и опирания контура в вертикальном направлении.



Фиг. 5. Схема блокированного покрытия.

вантовой сети. В случае блокированных седловидных покрытий (фиг. 5) определяющую роль играет жесткость внутренних элементов контура, где возникают значительные изгибающие моменты в вертикальной плоскости. Работу внутренних балок можно облегчить усилением их подвешенной вантой (шпренгеля), а также, если это возможно по архитектурным соображениям, опущением центральной точки ниже наружного контура, но при этом растянутый наружный контур превращается в сжатую систему. Желательно опирать в вертикальном направлении не только углы, соединенные внутренним элементом контура, но и промежуточные углы, что опять позволяет снижать относительную жесткость контура на изгиб примерно до значения

$\xi = 40$ , с другой стороны, при относительной жесткости контура  $\xi \leq 1,8$  перемещения контура в расчетах можно пренебречь. При отсутствии внутренних затяжек или соответствующих контрфорсов изгибающие и крутящие моменты контура как отдельно стоящего, так и заблокированного покрытия увеличиваются в 3-10, а иногда и более раз, в зависимости от соотношений параметров покрытия и контура.

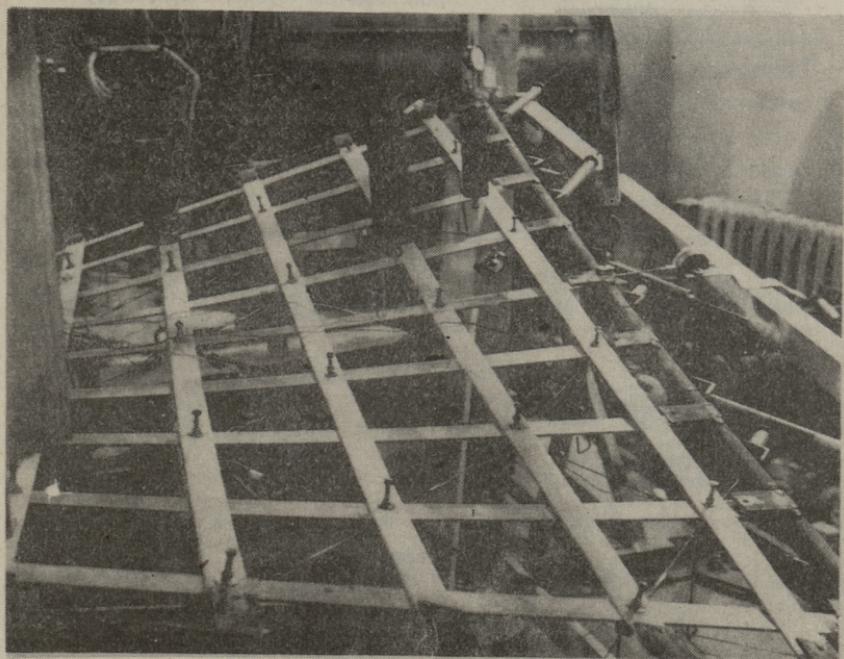


Фиг. 6. Соотношение между усилием затяжки и общей нагрузки 1...8 номера моделей согласно табл. 1.

На фиг. 6 и в табл. I представлена зависимость усилия затяжки от общей суммарной нагрузки и типа модели, что характеризует значимость горизонтальной затяжки.

## 2. О влиянии элементов покрытия на работу контура и вантовой сети

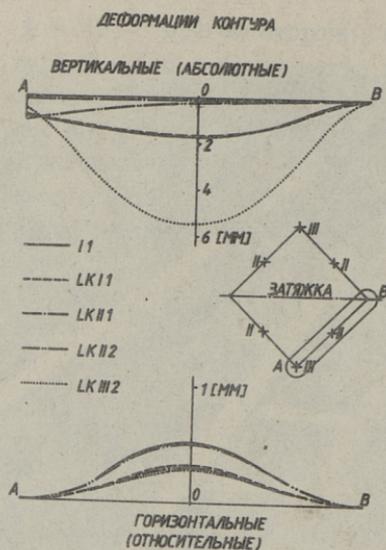
Нами была сделана попытка исследовать на модели совместную работу тросовой сети с элементами кровли. Испытывалась модель с перекрестной тросовой сетью отрицательной кривизны с умеренно гибким контуром из прямолинейных трубчатых стержней диаметром в 33,5 мм,  $t = 3,2$  мм. Размеры в плане 1,8х1,8 м. Модель имела затяжку, также рассматривалась работа системы при отсутствии затяжки (фиг. 7). Тросовая сеть состояла из 8х8 тросов  $\phi 1,6$  мм. Так как моделирование стальной гофрированной кровли оказалось в данном масштабе затруднительным, то панели кровли моделировались деревянными рейками сечением 35х4 мм.



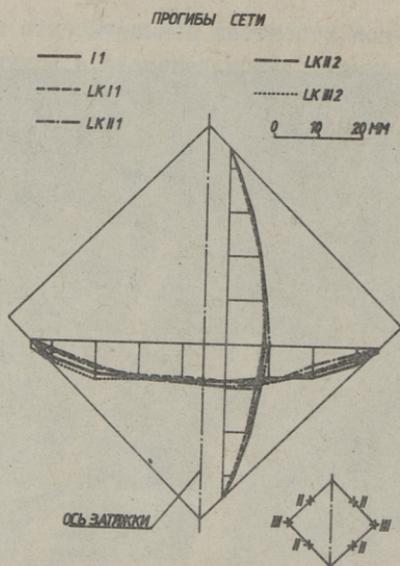
Фиг. 7. Вид модели с дополнительными связями.

Чтобы придать сети жесткость на сдвиг в своей поверхности, рейки располагались параллельно стержням контура — образовалась система с треугольными ячейками. Рассматривались разные варианты опирания контура; исследовался и вопрос о влиянии собственного веса контура. Узловая нагрузка составляла 80 Н. Результаты испытаний и расчета были следующие. Эффект дополнительных связей в сети оказался меньшим, чем ожидался. Но при наличии реек — "элементов кровли" наблюдалось значительное уменьшение перемещений контура в горизонтальной плоскости и уменьшение усилия затяжки (фиг. 6 и фиг. 8).

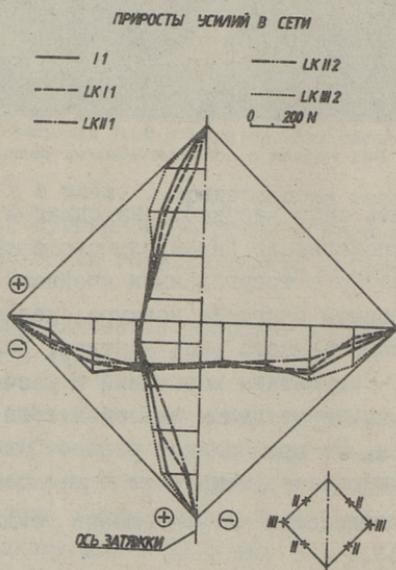
В прогибах сети добавление реек практически не сказывалось (фиг. 9), максимальные прогибы не превышали 10 мм (примерно 0,4 % пролета), в одном и во втором случае. Это объясняется геометрией реек, близкой к прямой линии. В таком случае рейки при малых поперечных перемещениях не воспринимают значительной поперечной нагрузки.



Фиг. 8. Эпюры перемещений контура.



Фиг. 9. Вертикальные прогибы сети.

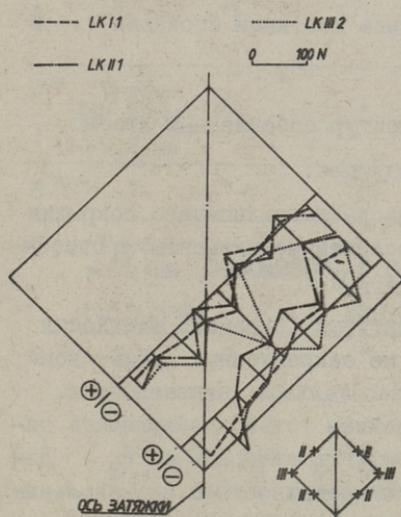


Фиг. 10. Приросты усилий в сети.

Такое же можно сказать относительно приростов усилий в тросах сети. Наблюдалось незначительное изменение приростов в крайних четвертях пролетов (фиг. 10). Как показывал расчет, для получения прогиба 1 см у рейки пролетом 1,8 м (струна с жестким креплением конпов), достаточно на-

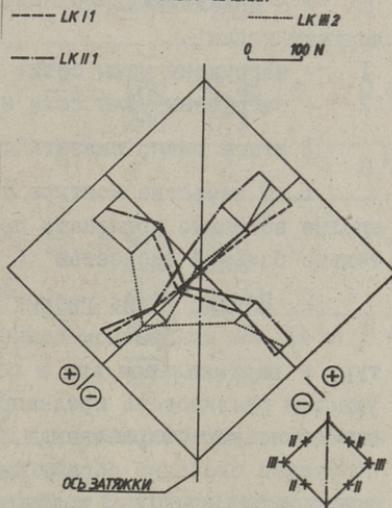
грузки 3 Н/м, при этом прирост усилия на растяжение 120 Н. Для получения такого же прогиба у несущего троса пролетом 2,54 м и провисанием 24 см требуется нагрузка 400 Н/м, причем прирост усилия составляет 1240 Н. Как видно, разность распределенной нагрузки для получения одинакового прогиба у прямолинейной рейки и провисающего троса в размере 1 см при рассматриваемой модели 133 раза, т.е. в данной системе тросы воспринимают основную нагрузку. Возможная податливость креплений реек к контуру еще дополнительно уменьшает вышепредставленные приросты усилий в них – например, смещение одного конца прямолинейной рейки на 0,1 мм вызывает прогиб 8,2 мм.

ПРИРОСТЫ УСИЛИЙ В РЕЙКАХ В ГЛАВНОМ СЕЧЕНИИ И У КОНТУРА



Фиг. 11. Приросты усилий в дополнительных связях-рейках.

ПРИРОСТЫ УСИЛИЙ В РЕЙКАХ ВДОЛЬ ГЛАВНЫХ СЕЧЕНИЙ



Фиг. 12. Приросты усилий в рейках вдоль главных сечений.

Таким образом, вследствие перемещений контура рейки могут при этом оказаться сжатыми, что частично подтвердил и эксперимент (фиг. 11 и 12).

Абсолютные приросты усилий в рейках были в среднем 3-5 раз меньше нежели в тросах сети. В приконтурных участках наблюдались приросты разного знака в зависимости от вида опирания контура. Этому способствовал и вид крепления реек к контуру – благодаря прогибам сети и моменту крепления верхний слой оказался растянутым. В центральной части превалировали усилия сжатия. Последнее вызвано гори-

горизонтальными перемещениями контура, направленными вовнутрь покрытия. Определенная несимметрия в усилиях объясняется некоторым разбросом данных эксперимента, несимметрией самой модели и последовательностью нагружения, тем более, что прямолинейные рейки очень чувствительны к любым горизонтальным перемещениям. На фиг. 8-12 приведенные комбинации моделей имеют следующую конструкцию:

ЛК - дополнительные полоски-рейки, прикрепленные к контуру и в узлах сети (без ЛК рейки не прикреплены в узлах сети и к контуру);

I - без дополнительного опирания жесткими стойками в верхних углах и посередине контура;

II - с дополнительным опиранием в верхних углах и посередине контура;

III - с дополнительным опиранием жесткими стойками в верхних углах;

I - нагружены узлы сети;

2 - нагружены узлы сети и контур собственным весом.

В итоге можно сказать следующее:

1. В качестве контура седловидного висячего покрытия вполне возможно применять прямолинейные элементы с относительно большой гибкостью ( $\xi = 40$ ).

2. Внутри очень гибких контуров (параметр жесткости  $\xi \approx 40$ ) на квадратном плане, не закрепленных вдоль контура в вертикальном или в горизонтальном направлениях, удастся реализовать преднапряжением только поверхность гиперболического параболоида, т.е.  $N_{x,0} = N_{y,0}$  и  $f_x = f_y$ . Для получения свободно образующейся поверхности с произвольным отношением  $N_{x,0}/N_{y,0}$  требуются дополнительные связи, хотя бы, например, вертикальные затяжки в неопертных углах.

3. При моделировании работы покрытия в общем можно отказаться от моделирования собственного веса контура, который влияет в основном на работу самого контура и мало сказывается в работе сети.

4. Включение в совместную работу системы элементов кровли значительно облегчает работу элементов контура. По-видимому, рационально элементы кровли ориентировать так, чтобы их большая жесткость была бы направлена вдоль тросов, либо использовать часть материала для увеличения жесткости вант на растяжение, сжатие и на изгиб.

Т а б л и ц а I

№ модели	Констр. модели	Размеры модели в плане, в мм	∅ вант в мм	КОЛ. вант в напр. х, у, в мм	$\frac{f_y}{f_x}$ в мм	$\frac{T_{0y}}{T_{0x}}$ кН	$T_{0L}$ кН	$K = \frac{N_{зот}}{\Sigma P}$
			$\Delta y; \Delta x$ в мм					
I	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Труба ∅ 48 мм t = 3 мм	I768xI768	I,6	8; 8	250	0,5	0	I,6
			<u>278; 278</u>		<u>250</u>	<u>0,5</u>		
2.	"	"	"	"	"	$\frac{I,0}{I,0}$	0,1	I,16
3.	"	"	"	"	"	$\frac{I,0}{I,0}$	0	I,34
4.	"	"	"	"	"	$\frac{I,0}{I,0}$	0,5	0,8
5*	Труба ∅ 33,5 мм t = 3,2 мм	"	"	"	<u>180</u> 300	<u>0,45</u> 0,3	0	0,98
6**	"	"	"	"	"	"	"	0,75
7	Труба ∅ 75 мм t = 3,5 мм	3000x2300	I,6	I2; 8	270	I,0	0	I,08
			<u>230; 256</u>		<u>200</u>	<u>I,33</u>		
8.	"	"	"	"	<u>210</u> 260	<u>I,25</u> 0,67	0	I,47

$\frac{T_{0y}}{T_{0x}}$  - соотношение усилий преднапряжения в стягивающих и несущих вантах;

$T_{0L}$  - усилие преднапряжения в дополнительных связях;

$\Delta y; \Delta x$  - шаг стягивающих и несущих вант;

\* - при совместной работе элементов покрытия и затяжек типа III (фиг. 8);

\*\* - при совместной работе элементов покрытия и стоек типа III (фиг. 8).

## Л и т е р а т у р а

1. Кульбах В.Р., Нйгер К.П. Безраспорные седловидные висячие покрытия. - Материалы совещания-семинара "Исследование, разработка и внедрение висячих систем в покрытиях и инженерных сооружениях", Киев, 1982.

2. Кульбах В.Р., Энгельбрехт Ю.К. Расчет висячих покрытий отрицательной кривизны с конечным числом тросов. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, Таллин, 1967, № 256.

3. Нйгер К.П., Тальвик А.И. Расчет несимметричного седловидного покрытия. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, Таллин, 1981, № 504.

K. Öiger, A. Talvik

On the Influence of the Stiffness  
of a Straight Edge-beam and Elements of Covering  
on the Statical Work of Saddle-shaped Hanging Roof

### S u m m a r y

As a rule, it is considered, that the stiffness of the straight edge-beam of saddle-shaped pretensioned hanging roof has to be rather high; in any case, higher than the stiffness of the ellipse-like curved contour. As it can be seen from the results of the analysis and experimental study, a contour with straight edge-beams can work well enough in collaboration with saddle-shaped hanging roof with rectangular network.

In this paper recommendations on choosing the value of the stiffness of straight edge-beam are given. The results of the experimental study on a model about the collaboration of the rectangular hanging network with elements of covering are presented as well.

## О г л а в л е н и е

1.	Кульбах В. Расчет тонких пластин при цилиндрическом изгибе с учетом начальных прогибов и усилий.....	3
2.	Орас Р. Расчет тентово-вантового покрытия.....	II
3.	Отсмаа В. Испытание коротких железобетонных балок на действие поперечных сил.....	2I
4.	Отсмаа В. Анализ расчетной схемы коротких железобетонных балок при действии поперечных сил...	3I
5.	Тярно Ю. Исследование ребристых тонкостенных оболочек.....	43
6.	Нйгер К., Раттасепп Т. О некоторых результатах расчета деревянных гипар.....	55
7.	Нйгер К., Тальвик А. О влиянии жесткости прямолинейного контура и элементов покрытия на работу седловидного висячего покрытия.....	67







Цена 60 коп.