

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 77

1956

Л. А. ТЕПАКС

# СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ ЧАСТИЦ В СПОКОЙНОЙ ЖИДКОСТИ



ЭСТОНСКОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИН 1956



Er 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 77

1956

Л. А. ТЕПАКС

# СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ ЧАСТИЦ В СПОКОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

Er. 48

ENSV Teaduste Akadeemia  
Keskraamatukogu



ЭСТОНСКОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИН 1956



## 1. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Изучение скорости падения зерен в жидкости имеет весьма большое практическое значение и этому вопросу посвящено большое количество работ. Предложенные шкалы и формулы дают часто сильно расходящиеся результаты.

Падение зерен с постоянной скоростью рассматривается обычно как обтекание неподвижного тела равномерным потоком жидкости. За основу сравнения принимается хорошо изученное явление обтекания шара.

Исследования, проведенные за последнее время, показывают, что закономерности падения тела в стоячей жидкости существенно отличаются от закономерностей обтекания жидкостью стоячего тела. Это отличие выявляется даже в случае совершенно симметричного тела — шара.

Наблюдения Н. П. Зрелова<sup>1</sup> показывают, что обе схемы дают совпадающие результаты (закон Стокса) лишь при малых числах Рейнольдса. При возрастающих числах Рейнольдса, по мере зарождения вихрей за падающим шаром, его траектория отклоняется от вертикали. При отрыве вихрей траектории падающих шаров имеют вид извилистых кривых с переходом в винтовые кривые. В последнем случае понятие равномерной скорости падения становится условным понятием; длина траектории отличается от высоты падения. Инерционные силы вызывают поперечные перемещения, что невозможно в случае неподвижного, обтекаемого шара.

Аналогичные явления наблюдаются при подъеме пузырьков воздуха в воде: пузырьки размером свыше 1,5 мм поднимаются криволинейно и по винтовой кривой<sup>2</sup>. Вместе с тем, пузырьки теряют свою шарообразную форму.

Сопротивление шара при равномерном падении изучалось М. А. Великановым и А. П. Зегжда<sup>3</sup>. Полученная эмпирическая формула дает результаты, отличающиеся от результатов, полученных в случае неподвижного шара (график Рэлея). В случае падения отсутствует ярко выраженный кризис, соответствующий началу отрыва вихрей.

Падение тела неправильной формы является более сложным вопросом, чем падение шара. Д. Я. Соколов<sup>4</sup> обнаружил сложные траектории при падении песчинок в воде. Вместе с тем наблюдалось, что песчинки удлиненной формы падают, удерживая свою большую ось в горизонтальной плоскости. Песчинки пластинчатой формы падают всегда плашмя, аналогично падению листьев с дерева. Более точная характеристика этого явления приводится в работе Дюрана и Коэн де Лара<sup>5</sup>. В случае ламинарного движения, частица сохраняет свое первоначальное положение. Из этого следует, что одна и та же частица может иметь разную скорость падения, в зависимости от первоначального положения по отношению к вертикали. В переходной области частица поворачивается так, что ее наибольшее сечение направлено против движения. При еще больших скоростях падение становится зигзагообразным, в виде мертвого листа.

Теоретическое объяснение переворачиванию частицы приводится в работе Мейера<sup>6</sup>: при наличии сил инерции все тела переворачиваются, за исключением эллипсоида с тремя ортогональными плоскостями симметрии.

Все вышеизложенное указывает на исключительную сложность рассматриваемого вопроса. Очевидно, что формулу скорости падения можно получить только путем статистической обработки многочисленных экспериментов.

## 2. О КРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЯХ СОПРОТИВЛЕНИЯ

После разработки законов гидравлического подобия, изучение закономерностей гидравлического сопротивления сводится к изучению взаимной связи критерия Эйлера, представляющего коэффициент сопротивления, и критерия Рейнольдса. Основная форма критериальной зависимости имеет вид

$$Eu = f(Re), \quad (2-1)$$

где 
$$Eu = \frac{p}{\rho V^2} \quad (2-2)$$

и 
$$Re = \frac{VL}{\nu}. \quad (2-3)$$

При изучении внешней проблемы критерий Эйлера выражает коэффициент лобового сопротивления  $C$ , при внутренней проблеме — коэффициент трения  $\lambda$ .

Подобие осуществляется при удовлетворении критериев (2—2) и (2—3). Если исключить скорость  $V$  из выражений критериев Рейнольдса и Эйлера, получается новый критерий в виде

$$Re \sqrt{Eu} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho}} \frac{L}{\nu}, \quad (2-4)$$

удовлетворение которого выражает также подобие потоков.

Критерием (2—4) стали пользоваться позднее, чем критерием (2—2) и (2—3). Удобство состоит в том, что выражение (2—4) не содержит кинематической скорости. Поэтому его можно назвать динамическим критерием подобия.

Формулы сопротивления гладких и шероховатых труб, предложенные Прандтлем и Никурадзе, имеют вид

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = f\left(\frac{ru_*}{\nu}\right), \quad (2-5)$$

или в критериальной форме

$$\frac{1}{\sqrt{Eu}} = f(Re \sqrt{Eu}). \quad (2-6)$$

П. В. Лященко<sup>7</sup> предложил пользоваться динамическим критерием в виде  $Re^2 Eu$ . Им составлен график сопротивления шара в форме

$$Re = f(Re^2 Eu). \quad (2-7)$$

Автором настоящей работы предлагается новая форма критериальной зависимости в виде

$$Eu Re = f(\sqrt{Eu} Re). \quad (2-8)$$

Левая часть выражения (2—8), т. е. произведение  $Eu Re$  называется иногда критерием Лагранжа<sup>8</sup>. Пользование им обосновано нижеследующими соображениями.

Как известно, первые частные решения проблемы гидравлического сопротивления были получены теоретическим путем для ламинарного движения жидкости. Эти решения представляются в виде формул сопротивления

$$Eu = \frac{A}{Re}, \quad (2-9)$$

где  $A$  — величина постоянная.

За основу этих решений принято выражение касательного напряжения

$$\tau = \rho \nu \frac{du}{dy}, \quad (2-10)$$

которое определяет ламинарный режим движения жидкости.

В случае турбулентного движения, Буссинеск первый предложил пользоваться понятием коэффициента виртуальной вязкости  $\varepsilon$ , определяемого выражением

$$\tau = \rho \varepsilon \frac{du}{dy}. \quad (2-11)$$

В этом выражении  $\tau$  и  $u$  представляют значения касательного напряжения и скорости, осредненные во времени. Вместе с тем, коэффициент  $\varepsilon$  также осреднен во времени и представляет среднестатистическую величину.

Понятие коэффициента виртуальной вязкости можно расширить. Выражение коэффициента лобового сопротивления, справедливое для ламинарного режима

$$C = \frac{A}{Re} = \frac{A\nu}{VL},$$

можно представить в общем случае в виде

$$C = \frac{A\varepsilon}{VL}. \quad (2-12)$$

Буссинеск рассматривал величину  $\varepsilon$  как функцию от координат и пользовался ею для установления закономерностей турбулентного движения в пространстве. В отличие от Буссинеска, предлагаемое понятие  $\varepsilon$ , установленное выражением (2-12), является величиной, определяющей степень турбулентности для всей рассматриваемой схемы. Таким образом, здесь производится осреднение не только во времени, но как бы и в пространстве. При этом  $\varepsilon$  учитывает также и изменение поля скоростей, по сравнению с ламинарным режимом.

Выражение (2-12) можно переписать в виде

$$C = \frac{A\nu}{VL} \cdot \frac{\varepsilon}{\nu} = \frac{A}{Re} \cdot \frac{\varepsilon}{\nu},$$

откуда

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = \frac{CRe}{A}. \quad (2-13)$$



Это выражение позволяет вычислять соотношение  $\frac{\varepsilon}{\nu}$  по данным опытов. В случае ламинарного сопротивления

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = 1. \quad (2-14)$$

При возрастающих скоростях, по мере развития турбулентности, соотношение  $\frac{\varepsilon}{\nu}$  будет увеличиваться. Поэтому будем называть соотношение  $\frac{\varepsilon}{\nu}$  в дальнейшем показателем турбулентности.

Из (2-13) следует, что критерий Лагранжа  $Eu Re$  является величиной, пропорциональной показателю турбулентности. Выражение (2-8) представляет зависимость показателя турбулентности от динамического критерия.

### 3. РАЗВИТИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

При изучении падения тел в жидкости будем пользоваться понятиями, предложенными М. А. Великановым<sup>8</sup>: коэффициентом сопротивления

$$P = \frac{gr \left( \frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right)}{V^2} \quad (3-1)$$

и числом Рейнольдса

$$Re = \frac{Vr}{\nu}, \quad (3-2)$$

где  $r$  — радиус частицы и  $V$  — скорость равномерного падения.

В ламинарной области, закон сопротивления имеет вид

$$P = \frac{A}{Re}, \quad (3-3)$$

причем для шара, в соответствии с теоретическим решением Стокса,  $A = 4,5$ . В случае тела неправильной формы, величина  $A$  определяется по опытам в ламинарной области. Эту величину можно взять за основу, при установлении показателя турбулентности, переписав (3-3) в виде

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = \frac{PRe}{A}, \quad (3-4)$$

аналогично выражению (2-13).

Сила сопротивления при равномерном падении равняется весу зерна

$$R = G = g (\rho_1 - \rho) k_1 r^3, \quad (3-5)$$

где  $k_1$  — коэффициент формы (по объему). Площадь частицы выражается в виде

$$F = k_2 r^2,$$

где  $k_2$  — коэффициент формы (по площади).

Напряжение сопротивления равняется

$$p = \frac{R}{F} = \frac{k_1}{k_2} gr (\rho_1 - \rho). \quad (3-6)$$

При изучении русловых потоков пользуются понятием динамической скорости

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}. \quad (3-7)$$

Этим понятием можно пользоваться также и при обтекании тела в виде

$$u_* = \sqrt{\frac{p}{\rho}}. \quad (3-8)$$

По (3—6) динамическая скорость выражается как

$$u_*^2 = \frac{k_1}{k_2} gr \left( \frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right). \quad (3-9)$$

Ввиду неопределенности коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$ , возьмем за динамическую скорость пропорциональную величину

$$u_*^2 = gr \left( \frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right), \quad (3-10)$$

т. е.

$$P = \frac{u_*^2}{V^2}. \quad (3-11)$$

В квадратичной области коэффициент сопротивления  $P$  принимает постоянное значение, определяемое опытами:

$$P = B. \quad (3-12)$$

Показатель турбулентности, в соответствии с (3—4) и (3—12), выражается в виде

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = \frac{B}{A} Re = \frac{B}{A} \frac{Vr}{\nu}. \quad (3-13)$$

По (3—11) скорость можно представить как

$$V = \frac{u_*}{\sqrt{P}} = \frac{u_*}{\sqrt{B}}. \quad (3-14)$$

Подстановка (3—14) в (3—13) определяет

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = \frac{\sqrt{B}}{A} \frac{u_* r}{\nu} = b \frac{u_* r}{\nu}. \quad (3-15)$$

Таким образом, в квадратичной области, показатель турбулентности пропорционален динамическому критерию.

Имея в виду выражения (2—14) для ламинарной и (3—15) для квадратичной областей, можно утверждать, что в переходной области сопротивление определяется функцией вида\*

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = f\left(\frac{u_* r}{\nu}\right). \quad (3-16)$$

Функцию (3—16) можно определить только по опытам. Однако при этом можно воспользоваться следующими теоретическими рассуждениями.

В ламинарной области

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = 1. \quad (2-14)$$

Можно предположить, что влияние турбулентных возмущений выражается разностью

$$\frac{\varepsilon}{\nu} - 1.$$

Это влияние возрастает по мере увеличения динамического критерия. Предположим взаимную связь в наиболее простой форме, т. е. в виде пропорциональной зависимости

$$\frac{\varepsilon}{\nu} - 1 = b \frac{u_* r}{\nu}, \quad (3-17)$$

\* Пользуясь аналогичной методикой, автором<sup>9</sup> разработан вопрос одностороннего обтекания множества тел, расположенных в одной плоскости, т. е. обтекания шероховатой стенки. Развитие пристенной турбулентности выражается в виде

$$\frac{\varepsilon_{ст}}{\nu} = f\left(\frac{u_* \Delta}{\nu}\right),$$

где  $\Delta$  — абсолютная шероховатость.

или

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = 1 + b \frac{u_* r}{\nu}. \quad (3-18)$$

Полученная формула (3—18) определяет развитие турбулентности. В дальнейшем показывается, что она хорошо подтверждается опытами и ее можно взять за основу при установлении формулы скорости свободного падения зерен в жидкости.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Выражение (3—18) можно переписать, подставив

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = \frac{PRe}{A}, \quad u_* = \sqrt{PV} \quad \text{и} \quad b = \frac{\sqrt{B}}{A}$$

в виде

$$PRe = A + \sqrt{B} \sqrt{P} Re, \quad (4-1)$$

представляющее по существу критериальную зависимость (2—8).

Нами составлены графики в координатах  $PRe$  и  $\sqrt{P} Re$

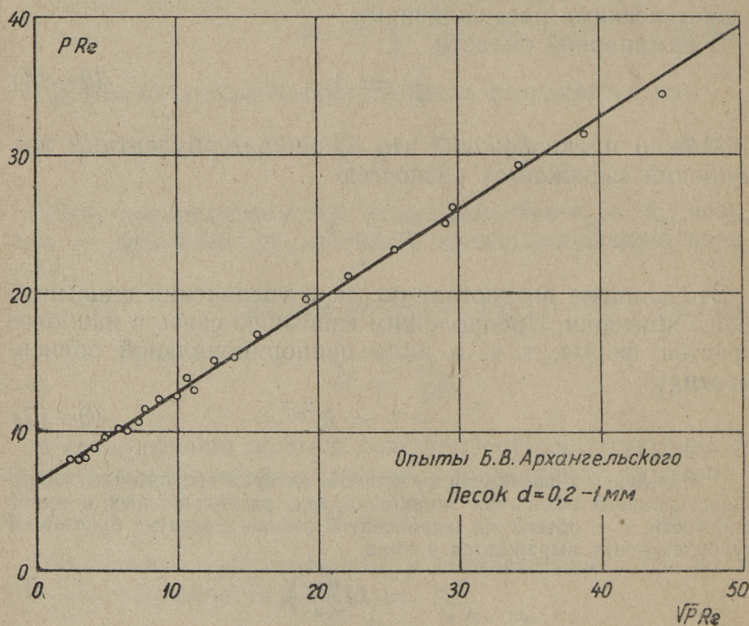


Рис. 1.

по опытам Б. В. Архангельского<sup>10</sup>, А. П. Зегжда<sup>11</sup>, Ричардса<sup>11</sup>, А. М. Васильева<sup>12</sup>, Д. Я. Соколова<sup>4</sup> и Д. М. Минца и С. А. Шуберта<sup>13</sup>. Опытные точки ложатся на прямые (см. рис. 1—7), что доказывает применимость выражения (4—1).

Полученные графики позволяют определить значения коэффициентов  $A$  и  $B$ , которые приводятся в нижеследующей таблице.

Автор исследования	Материал	$A$	$B$
Б. В. Архангельский	песок $d = 0,005-1$ мм	6,37	0,43
А. П. Зегжда	песок и гравий $d = 0,55-4,5$ мм	5	0,43
Ричардс	песок и гравий $d = 0,0059-11,9$ мм	5	0,6
А. М. Васильев	песок $d = 0,15-1$ мм	5	0,6
Д. Я. Соколов	песок и гравий $d = 0,4-3,5$ мм	5	0,5
Д. М. Минц и С. А. Шуберт	антрацит $d = 0,6-7,8$ мм	6	0,64

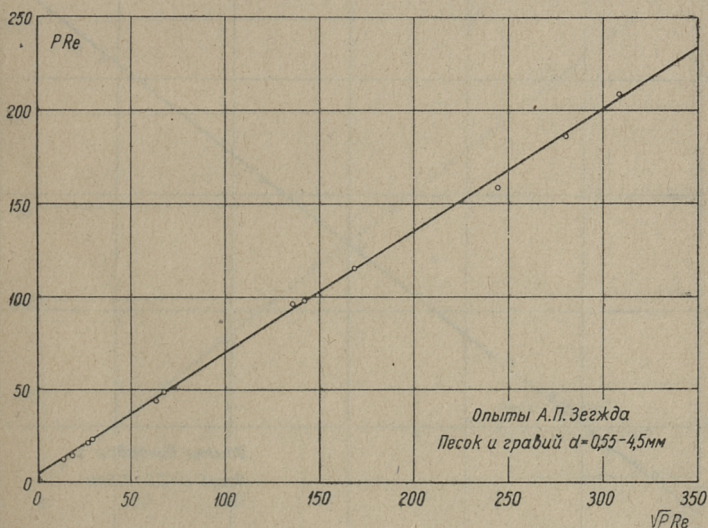


Рис. 2.

Обработанные опыты охватывают весьма широкий диапазон величины частиц: от мелкой пыли ( $d = 0,005$  мм) до крупного гравия ( $d = 11,9$  мм).

Как видно, коэффициенты получаются различными по разным опытам.

Коэффициент  $B$  определяется с надлежащей точностью по уклону прямой (4—1). Коэффициент  $A$  является менее определенным, так как опытных данных с мельчайшими частицами сравнительно мало.

Различие коэффициентов обусловлено главным образом формой частиц. С другой стороны, указанное различие можно объяснить частично также и методикой экспериментирования. Скорость осаждения мельчайших частиц определяется путем взятия пипетных проб. В случае более крупных частиц, некоторые авторы определяют размер частицы как диаметр равного ей по объему шара, другие как среднее отверстие сит. А. М. Васильев<sup>12</sup> определяет размер частицы как диаметр равной ей по площади окружности, причем сама площадь определяется планиметрированием контура частицы на фотоснимке.

Данные, приведенные в работе Д. Я. Соколова<sup>4</sup>, позво-

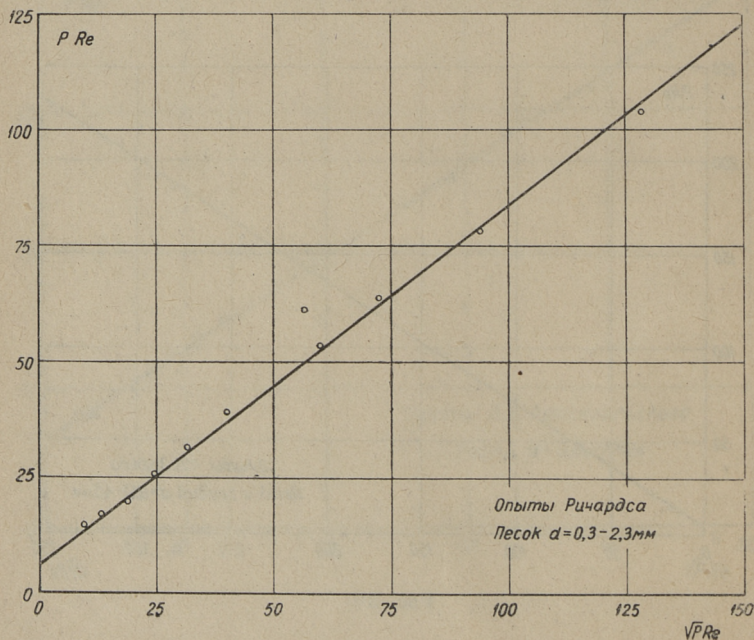


Рис. 3.

ляют провести обработку по двум способам. На рис. 6 кружками изображены результаты по среднему отверстию сит; точки, залитые черным, соответствуют диаметрам равного по объему шара. Разность в диаметрах получается при этом весьма существенная, так например, среднему отверстию сит 3,5 мм соответствует эквивалентный диаметр 3,03 мм. Несмотря на разность в диаметрах, все точки укладываются вдоль одной прямой. Предпочтительнее следует отдать объемному способу определения диаметра, так как разброс точек получается меньшим.

Работа Д. Я. Соколова позволяет сделать некоторые выводы о влиянии формы частиц. В этих опытах было обнаружено, что наименьшее сопротивление оказывают песчинки округленной формы, затем следуют многогранные, удлиненные и пластинчатые песчинки. Результаты обработки этих опытов изображены на рис. 8, причем размер песчинок подсчитан нами по объему эквивалентного шара. К сожалению, небольшое количество опытов и произвольность в определении формы (на глаз) не позволяет определить соответствующие закономерности с надлежащей точностью. В мелких фракциях ( $d = 0,4-0,7$  мм) оказалось невозможным отделить пластинчатую форму от удлиненной.

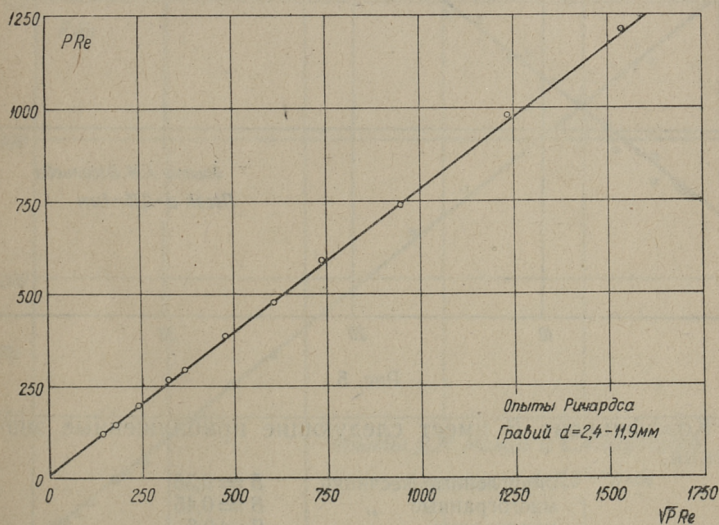


Рис. 4.

Коэффициент  $A$  получается для всех форм примерно одинаковый — порядка  $A = \sim 5$ . Из этого следует, что мелкие частицы являются более однородными по форме, чем крупные. Вместе с тем можно заключить, что при ламинарном обтекании форма частиц оказывает меньшее влияние, чем при турбулентном движении, где наблюдаются сложные траектории падения.

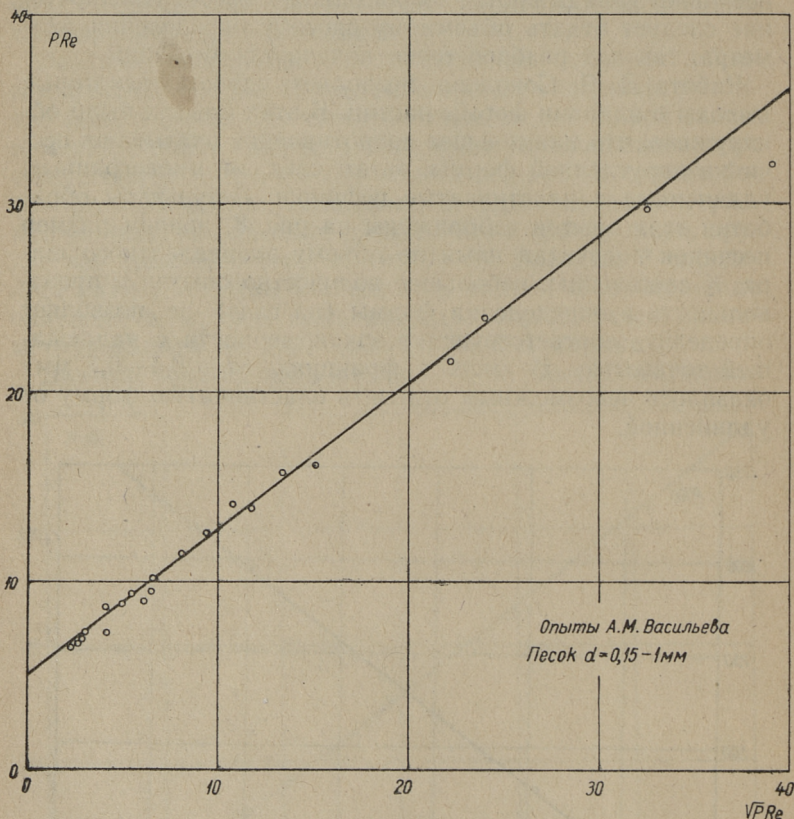


Рис. 5.

Коэффициент  $B$  имеет следующие приближенные значения:

округленные песчинки	$B = 0,36$
многогранные „	$B = 0,45$
удлиненные „	$B = 0,6$
пластинчатые „	$B = 1,0$ .



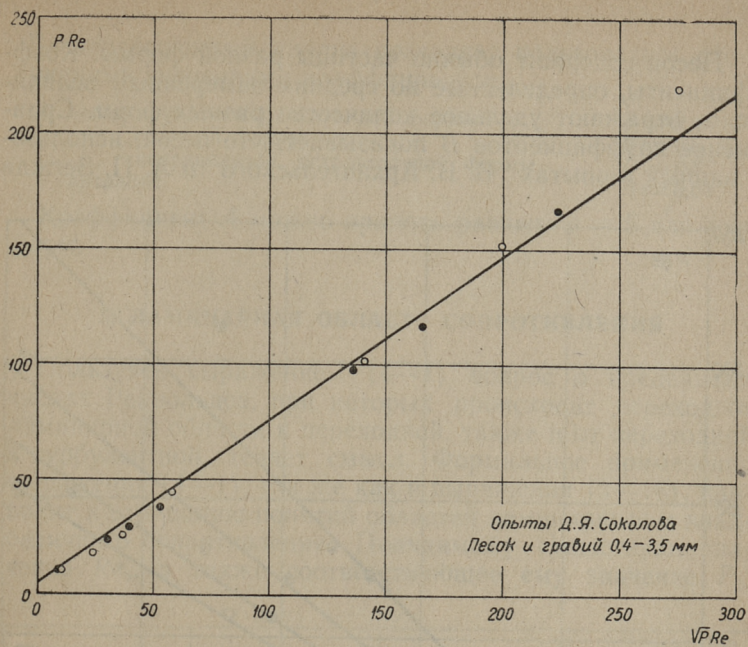


Рис. 6.

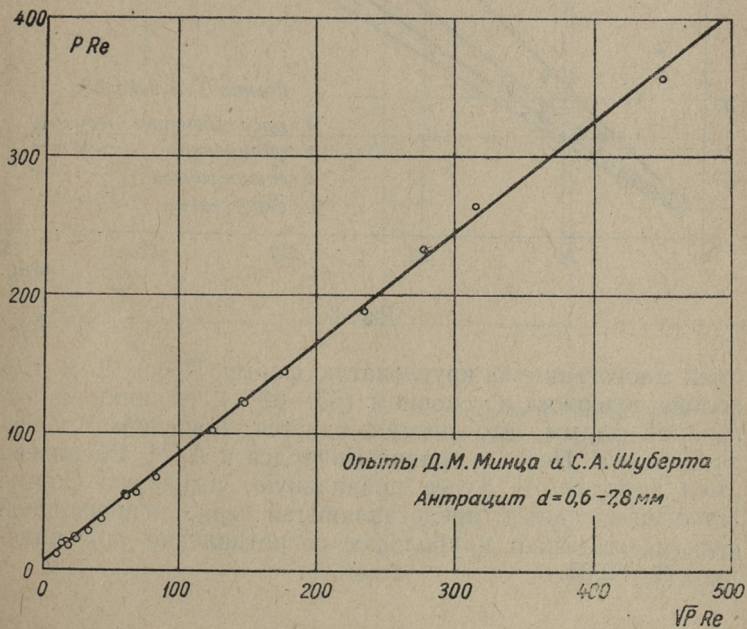


Рис. 7.

Песок содержит обычно частицы разной формы. Коэффициенты, определенные по средним замеренным величинам, отражают удельное количество разных форм. Сравнение коэффициентов  $B$  показывает, что песок, использованный в опытах Б. В. Архангельского и А. П. Зегжда,

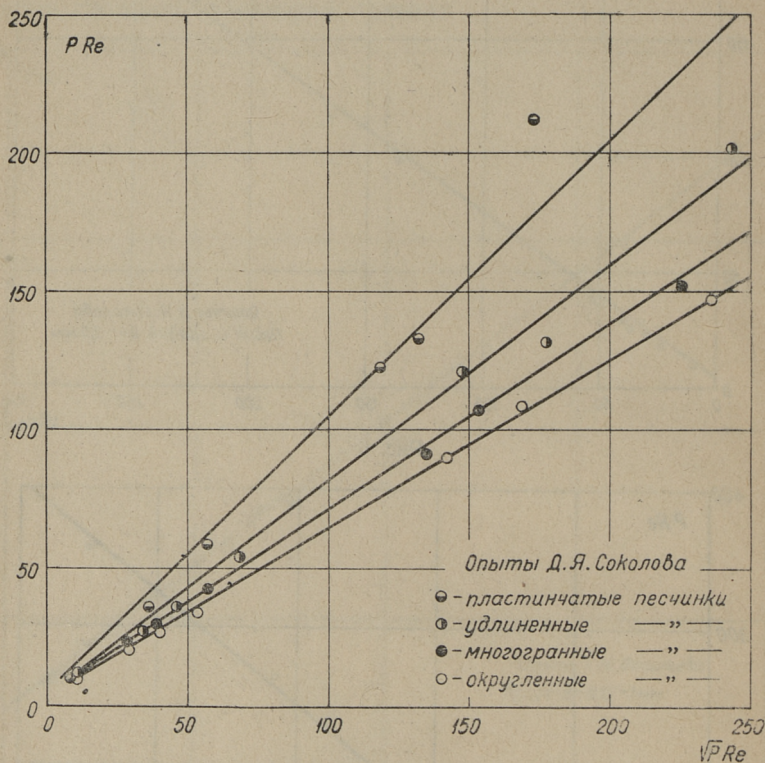


Рис. 8.

имел многогранную, кругловатую форму. Песок Д. Я. Соколова содержал в основном (53—69%) песчинки многогранной формы, что подтверждается значениями коэффициента  $B$ . Песок и гравий Ричардса и А. М. Васильева имел повидимому менее правильную, угловатую форму. Наконец антрацит, представляющий зерна неправильной формы, оказывает наибольшее сопротивление при падении:  $B = 0,64$ .

Вышеизложенный анализ позволяет пользоваться следующими значениями коэффициентов:

песок кругловатой, окатанной формы	$B = 0,4$
„ обычной формы	$B = 0,5$
„ неправильной, остроугольной формы	$B = 0,6$
антрацит	$B = 0,64$

Коэффициент  $A$  можно принять равным  $A = 5$  для всех форм.

## 5. ЛАМИНАРНАЯ ОБЛАСТЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Пользуясь выражением (4—1) вопрос о предельных числах Рейнольдса, при которых происходит переход от ламинарной области к переходной, также и от переходной к турбулентной, теряет смысл. Формальное применение выражения (4—1), так же как и выражения (3—18), приводит к отрицанию понятий областей ламинарного и квадратичного сопротивления. Повидимому существуют значение  $Re_0$ , а также соответствующее ему значение  $P_0$ ,

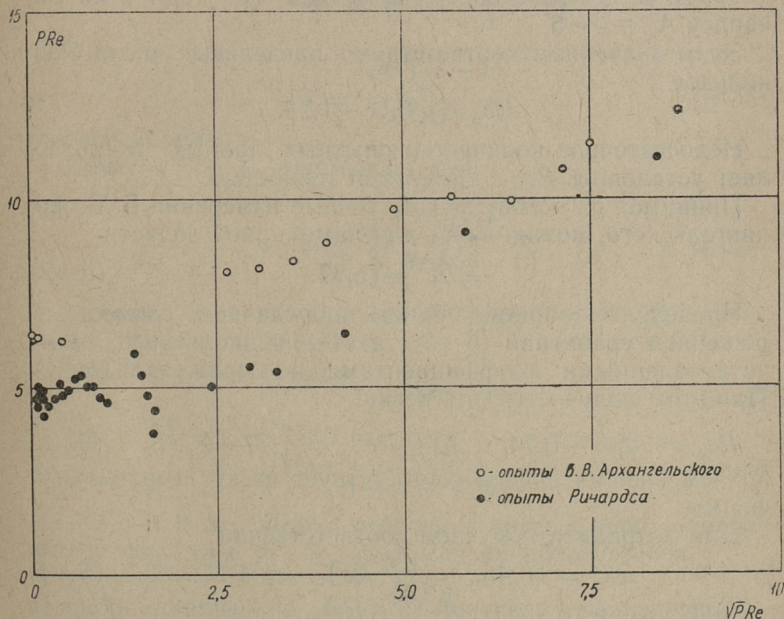


Рис. 9.

определяющее начало переходной области; область эта кончается при втором пределе  $Re_1$  и соответственно  $P_1$ .

Практический интерес представляет при этом только первый предел  $Re_0$ , так как в практике редко встречаются явления, охватывающие квадратичную область свободного падения тел в жидкости.

Рис. 9 изображает обработку опытов с мельчайшими частицами. В ламинарной области критерий Лагранжа  $PRe$  принимает постоянное значение. По точкам, соответствующим опытам Б. В. Архангельского, это происходит при

$$\sqrt{P} Re < 1.$$

По точкам Ричардса, предел расположен значительно выше:

$$\sqrt{P} Re < 2,5.$$

Закон ламинарного сопротивления можно представить в виде

$$PRe = A_x. \quad (5-1)$$

По Б. В. Архангельскому получаем  $A_x = 6,37$  и по Ричардсу  $A_x = \sim 5$ .

Этим значениям соответствуют предельные числа Рейнольдса

$$Re_0 = 0,16-1,25.$$

Недостаточное количество опытных данных не позволяет установить  $Re_0$  с требуемой точностью.

Принимая за основу весьма точные измерения Б. В. Архангельского, можно взять для ламинарной области

$$PRe = 6,37. \quad (5-2)$$

Предел ламинарной области определяем совместным решением уравнений (5-2) и (4-1), пользуясь ранее установленными коэффициентами в выражении (4-1). При этом получается для песка

$$Re_0 = 0,49-0,74, \quad (\sqrt{P} Re)_0 = 1,77-2,16, \quad (5-3)$$

причем низший предел соответствует песку неправильной формы.

Для антрацита получаем соответственно

$$Re_0 = 0,46, \quad (\sqrt{P} Re)_0 = 1,71. \quad (5-4)$$

Приведенные значения  $(\sqrt{P} Re)_0$  определяют область применимости выражения (4-1).

## 6. ПРЕДЛАГАЕМЫЕ ФОРМУЛЫ

Подстановка в выражения (4—1) и (5—1) соответствующих значений  $P$  по (3—1) и  $Re$  по (3—2) определяет формулы скорости свободного падения, для турбулентной области:

$$V = \frac{gr^2 \left( \frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right)}{A\nu + \sqrt{Bgr^3 \left( \frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right)}} = \frac{gd^2 \left( \frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right)}{4A\nu + \sqrt{2Bgd^3 \left( \frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right)}}, \quad (6-1)$$

и для ламинарной области:

$$V = \frac{gd^2 \left( \frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right)}{4A_\lambda \nu}. \quad (6-2)$$

При  $A_\lambda = 6,37$  и  $A = 5,0$  согласно вышеизложенному, получаем для турбулентной области

$$V = \frac{gd^2 \left( \frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right)}{20\nu + \sqrt{2Bgd^3 \left( \frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right)}}, \quad (6-3)$$

$$и \quad V = \frac{gd^2 \left( \frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right)}{25,5\nu} \quad (6-4)$$

для ламинарной.

Формула (6—4) применима при

$$d \leq \sqrt[3]{\frac{15\nu^2}{Bg \left( \frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right)}}. \quad (6-5)$$

Частные случаи: кварцевый песок,  $\gamma_1 = 2,65$  г/см<sup>3</sup>,  $t = 15^\circ$ ,  $\nu = 0,0114$  см<sup>2</sup>/сек.

При  $d < 0,13-0,14$  мм

$$V = 557 d^2. \quad (6-6)$$

При  $d \geq 0,13-0,14$  мм

$$V = \frac{710 d^2}{1 + 7,89 \sqrt{Ba^3}}. \quad (6-7)$$

При  $d > 3$  мм, можно отбросить первый член в знаменателе формулы (6—7); формула преобразуется в

$$V = \frac{90 \sqrt{d}}{\sqrt{B}}. \quad (6-8)$$

Приводим значения коэффициентов  $B$  в формулах (6—1), (6—3), (6—5), (6—7) и (6—8):

Песок кругловатой, окатанной формы  $B = 0,4$

„ обычной формы  $B = 0,5$

„ неправильной, остроугольной формы  $B = 0,6$ .

Антрацит,  $\gamma_1 = 1,66 \text{ г/см}^3$ ,  $t = 15^\circ$ ,  $\nu = 0,0114 \text{ см}^2/\text{сек}$ ,  
 $B = 0,64$ .

При  $d < 0,17 \text{ мм}$

$$V = 223 d^2. \quad (6-9)$$

При  $d \geq 0,17 \text{ мм}$

$$V = \frac{284 d^2}{1 + 3,99 \sqrt{d^3}}. \quad (6-10)$$

При  $d \geq 4 \text{ мм}$  вместо формулы (6—10) можно пользоваться формулой

$$V = 71 \sqrt{d}. \quad (6-11)$$

При применении формул (6—6), (6—7), (6—8), (6—9), (6—10) и (6—11) диаметр частицы  $d$  следует выразить в мм; скорость падения в воде определяется формулами в мм/сек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зрелов Н. П. Обобщенная формула скорости осаждения частиц в спокойной жидкости. Труды ВОДГЕО, 1955, 4, 119.
2. Bryn, T. Steiggeschwindigkeit von Luftblasen in Flüssigkeiten. Forschung a. d. Geb. d. Ing.-wesens, 1933, 4, 1, 27.
3. Великанов М. А. Равномерное движение шара в жидкости. Известия НМИ, 1929.
4. Соколов Д. Я. Отстойные бассейны для ирригации и гидростанций. 1945.
5. Durand, R., Cohen de Lara, G. Vitesse de chute des grains de sable dans les fluides en milieu infini. La Houille Blanche, 1953, 2, 255.
6. Meyer R. La schématisation par un ellipsoïde d'une particule sédimentant dans l'eau. La Houille Blanche 1952, 1, 52.
7. Лященко П. В. Гравитационные методы обогащения. 1940.
8. Лойцянский Л. Г. О некоторых приложениях метода подобия в теории турбулентности. Прикл. мат. и мех. 1935, II, 2.
9. Тепакс Л. А. Граничные условия турбулентного потока при обтекании шероховатых стенок. Труды ТПИ, 1956, А—78.
10. Архангельский Б. В. Экспериментальное исследование точности шкал гидравлической крупности частиц. Известия НИИГ. 1935, 15.
11. Зегжда А. П. Падение зерен песка и гравия в стоячей воде. Известия НИИГ, 1934, 12.
12. Васильев А. М. Основы расчета скорости осаждения грунтовых частиц в жидкости. ВОДГЕО, 1936.
13. Минц Д. М., Шуберт С. А. Гидравлика зернистых материалов. 1955.

ENSV Teaduste Akadeemia  
Keskraamatukogu

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
1. Постановка вопроса . . . . .	3
2. О критериальных зависимостях сопротивления . . . . .	4
3. Развитие турбулентности . . . . .	7
4. Результаты обработки экспериментальных данных . . . . .	10
5. Ламинарная область сопротивления . . . . .	17
6. Предлагаемые формулы . . . . .	19
Литература . . . . .	20

---

Тепакс, Лео Андроникович  
СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ ЧАСТИЦ В СПОКОЙНОЙ ЖИДКОСТИ  
Эстонское Государственное Издательство  
Таллин, Пярну маантээ 10

\*

Редактор Х. Вельнер  
Технический редактор А. Руутсоо  
Корректор Н. Круглова

Сдано в набор 29. XI 1956. Подписано к печати 21. XII 1956. Бумага 54x84, 1/16. Печатных листов 1,25. По формату 60x92 печатных листов 1,03. Учетно-издательских листов 0,84. Тираж 800. МВ-09502. Заказ № 7027.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк, 2.

Цена 60 коп.

Цена 60 коп.