

5.6.7

169

Е. А. ПУУСЕП

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ И МОМЕНТОВ АСИНХРОННОГО
ДВИГАТЕЛЯ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ ИЗ КРУГОВОЙ
ДИАГРАММЫ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА**

ТАЛЛИН, 1960

Е. А. ПУУСЕП

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ И МОМЕНТОВ АСИНХРОННОГО
ДВИГАТЕЛЯ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ ИЗ КРУГОВОЙ
ДИАГРАММЫ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА**

ТАЛЛИН, 1960

Э. А. ПУСЦЕР

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ И МОМЕНТОВ АКТИВНОГО
ВОЛТАЖА В ПЕРИОДАХ ПЕРИОДА НА ПУЛСОВ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ ПЕРИОДА



Введение

Определение токов и вращающих моментов асинхронного двигателя в переходных режимах представляет большой практический интерес. В связи с внедрением автоматического управления электродвигателями этот вопрос приобретает все большее значение. Расчет токов и моментов может быть произведен аналитическим путем при помощи весьма громоздких выражений, что представляет значительные трудности и связано с большой затратой времени.

В настоящей статье рассматривается возможность применения обычной круговой диаграммы асинхронного двигателя для статических режимов и для определения токов и моментов в переходных режимах.

Общие уравнения переходного процесса

Уравнение токов двигателя в переходном процессе составляется с учетом некоторых допущений на основе метода вращающихся магнитных полей [2 и 4]. В частности в нижеприводимых уравнениях приняты следующие допущения: 1) обмотки машин симметричны; 2) приложенные напряжения синусоидальные; 3) высшие пространственные гармоники намагничивающих сил не учитываются; 4) пренебрегаются потери в стали и механические потери двигателя.

Кроме того первоначально принимается, что: 1) параметры машины не изменяются во время переходного процесса; 2) скорость вращения двигателя не изменяется.

Для упрощения составляемых уравнений основные величины выражаются в относительных единицах. Это облегчает установление обобщенных зависимостей. Таким образом вместо величин в амперах, вольтах и т. п. в уравнения будут входить кратности величин по отношению к так называемым «базовым».

В качестве базовых величин принимаются номинальный фазовый ток, потребляемый из сети I_n , и номинальное фазовое напряжение статора U_n , номинальная кажущаяся мощность $m U_n I_n$ (m — число фаз), номинальная частота f (50 гц), номинальная синхронная угловая скорость Ω_n . Следовательно, относительными единицами являются [4, стр. 41]:

$$\text{ток } i = \frac{I}{I_n},$$

$$\text{напряжение } u = \frac{U}{U_n},$$

$$\text{сопротивление } r = R \frac{I_n}{U_n} = \frac{R}{Z_n}; \quad x = X \frac{I_n}{U_n} = \frac{X}{Z_n},$$

$$\text{мощность } p = \frac{P}{S_n} = \frac{P}{m U_n I_n},$$

$$\text{угловая частота } \omega = \frac{\Omega}{\Omega_n},$$

$$\text{момент } M = M_{\text{кгм}} \frac{9,81 \Omega_n}{S_n} = M_{\text{кгм}} \frac{9,81 \Omega_n}{m I_n U_n},$$

$$1. \text{ эл. радиан } \frac{1}{2\pi f_c} = \frac{1}{314} \text{ сек.}$$

При применении относительных единиц будет одним числом выражаться: максимальные и действующие значения токов и напряжений, индуктивные сопротивления и индуктивности, поток и потокосцепление, ток и намагничивающая сила и т. д.

При составлении уравнений приводят трехфазную машину к эквивалентной двухфазной. Приведение токов происходит при помощи преобразования

$$i_a + i_b e^{-j120^\circ} + i_c e^{-j240^\circ} = i_\alpha + i_\beta e^{j90^\circ}$$

Аналогично приводят напряжения и потокосцепления к эквивалентной двухфазной системе.

Приведем уравнения асинхронной машины к вращающимся с синхронной скоростью равной единице координатам. Тогда скорость вращения ротора будет равна скольжению. В результате таких преобразований получаются следующие уравнения напряжений асинхронной машины:

$$\begin{aligned} u_s &= r_s i_s + \frac{d}{dt} (x_s i_s + x_m i_r) + j(x_s i_s + x_m i_r), \\ u_r &= r_r i_r + \frac{d}{dt} (x_r i_r + x_m i_s) + j(x_r i_r + x_m i_s), \end{aligned} \quad (1)$$

где i_s, i_r — токи статора и ротора,

x_s, x_r — индуктивные сопротивления статора и ротора,

x_m — индуктивное сопротивление взаимоиндукции при совпадении осей одноименных обмоток статора и ротора,

r_r, r_s — активные сопротивления статора и ротора,

$x_s = x_m + x_{sl}$ и $x_r = x_m + x_{rl}$,

где x_{sl}, x_{rl} — индуктивные сопротивления рассеяния статора и ротора.

Для решения этих уравнений переходим к операторной форме записи уравнений на основе преобразования Лапласа (Ван — дер Поль)

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(p) &= p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \doteq f(t) \\ u_s &= r_s i_s + (p+j)(x_s i_s + x_m i_r), \\ u_r &= r_r i_r + (p-j)(x_r i_r + x_m i_s). \end{aligned} \quad (2)$$

В таких уравнениях токи и напряжения являются изображениями. После решения находим оригиналы. Последние являются векторами во временной диаграмме. Одновременно эти уравнения являются уравнениями огибающих кривых исследуемых величин.

Считая, что начальные значения токов статора и рото-

ра равны нулю, получаем уравнение токов статора и ротора в следующем виде [9]:

$$i_s(t) = \frac{u_s(\alpha_2 + js)}{x_s'[\alpha_3\alpha_2 - s + j(s\alpha_3' + \alpha_2')] + \frac{1}{2Q}[y_s(p_1)e^{p_1t} - y_s(p_2)e^{p_2t}]} \quad (3)$$

$$i_r(t) = -\frac{j\mu_s x_m s}{x_r x_s'[\alpha_3\alpha_2 - s + j(s\alpha_3' + \alpha_2')] + \frac{1}{2Q}[y_r(p_1)e^{p_1t} - y_r(p_2)e^{p_2t}]} \quad (4)$$

где составляющие тока:

$$y_s(p) = \frac{u_s}{x_s'} \frac{p + \alpha_2 + js}{p} \quad \text{и} \quad y_r(p) = -\frac{\mu_s x_m}{x_r x_s'} \frac{p + js}{p} \quad (5)$$

Корни характеристического уравнения $f(p) = 0$ операторной формы записи уравнений будут равняться:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2}[\alpha_3' + \alpha_2' + j(1+s)] \pm \sqrt{(1-\sigma)\alpha_3'\alpha_2' + \frac{1}{4}[\alpha_3' - \alpha_2' + j(1-s)]^2} - c \\ - - P = Q \quad (6)$$

При решении вышеуказанных уравнений учитывается, что приложенное к статору напряжение синусоидально, т. е. $u_s(t) = \text{const.}$ и аргумент $[u_s(t)] = 0$. В короткозамкнутом двигателе $u_r = 0$.

Входящие в уравнения (3) и (4) величины при этом выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_s' &= x_s - \frac{x_m^2}{x_r} ; & x_r' &= x_r - \frac{x_m^2}{x_s} ; \\ \alpha_3' &= \frac{r_s}{x_s'} ; & \alpha_2' &= \frac{r_2}{x_r'} ; \\ \alpha_3 &= \frac{r_s}{x_s} ; & \alpha_2 &= \frac{r_2}{x_r} ; \end{aligned} \quad (7)$$

где x_s' и x_r' реактивное входное сопротивление статора и ротора при замкнутом накоротко роторе или статоре.

$\alpha'_s, \alpha'_r, \alpha_s, \alpha_r$ обратные величины постоянным времени или коэффициенты затухания. Помножая полученные выражения на e^{jt} , получим выражение для токов в зависимости от времени, которое для тока статора можно записать в следующем виде:

$$i_s(t) = I_s e^{jt} + I_{s1} e^{(p_1+j)t} + I_{s2} e^{(p_2+j)t}, \quad (8)$$

где I_s, I_{s1} и I_{s2} амплитуды составляющих переходного тока, а именно:

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{u_s}{x'_s} \cdot \frac{\alpha_2 + js}{\alpha'_s \alpha_2 - s + j(s\alpha'_s + \alpha'_2)}, \\ I_{s1} &= \frac{u_s}{x'_s} \cdot \frac{p_1 + \alpha_2 + js}{2Q p_1}, \\ I_{s2} &= \frac{u_s}{x'_s} \cdot \frac{p_2 + \alpha_2 + js}{2Q p_2} \end{aligned} \quad (8a)$$

Для тока ротора получается:

$$i_r = I_{r1} e^{jt} + I_{r2} e^{(p_1+j)t} + I_{r2} e^{(p_2+j)t}, \quad (9)$$

причем

$$\begin{aligned} I_{r1} &= -\frac{u_s x_m}{x_r x'_s} \cdot \frac{js}{\alpha'_s \alpha_2 - s + j(s\alpha'_s + \alpha'_2)}, \\ I_{r2} &= -\frac{u_s x_m}{x_r x'_s} \cdot \frac{p_2 + js}{2Q p_2}, \\ I_{r2} &= -\frac{u_s x_m}{x_r x'_s} \cdot \frac{p_2 + js}{2Q p_2} \end{aligned} \quad (9a)$$

Для вывода уравнений потокосцеплений, исходим из уравнения (2), приведенных к виду:

$$\begin{aligned} u_s &= r_s i_s + (p+j)\Psi_s, \\ 0 &= r_r i_r + (p+js)\Psi_r, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_s &= x_s i_s + x_m i_r, \\ \psi_r &= x_r i_r + x_m i_s, \end{aligned} \quad (11)$$

т. к. в относительных единицах $\Psi = \omega\Phi = Li = xi$.

Решение этих уравнений дает для потокосцеплений статора выражение:

$$\psi_s = u_s \frac{\alpha_r' + js}{\alpha_s' \alpha_r' - s + j(s\alpha_s' + \alpha_r')} + [y_{s1}(p_1) e^{p_1 t} + y_{s2}(p_2) e^{p_2 t}], \quad (12)$$

где компонент

$$y_s(p) = u_s \frac{\alpha_r' + p + js}{p \cdot f'(p)} \quad \text{и} \quad f'(p) = 2p + \alpha_s' + \alpha_r' + j(1+s) \quad (13)$$

Помножая на e^{jt} , получим потокосцепление статора в зависимости от времени:

$$\psi_s(t) = \psi_s e^{jt} + \psi_{s1} e^{(p_1 + j)t} + \psi_{s2} e^{(p_2 + j)t}. \quad (14)$$

где амплитуды потокосцеплений равны

$$\begin{aligned} \psi_s &= u_s \frac{\alpha_r' + js}{\alpha_s' \alpha_r' - s + j(s\alpha_s' + \alpha_r')}, \\ \psi_{s1} &= u_s \frac{\alpha_r' + p_1 + js}{p_1 f'(p_1)}, \\ \psi_{s2} &= u_s \frac{\alpha_r' + p_2 + js}{p_2 f'(p_2)}. \end{aligned}$$

Вращающий момент двигателя пропорционален векторному произведению токов статора и ротора. В комплексной форме это запишется так [8]:

$$M = \operatorname{Re} [j x_m u_r i_s^*], \quad (15)$$

где i_s^* сопряженный комплекс тока.

Вращающий момент может быть определен также и из выражения [4, 8]:

$$M = \operatorname{Re} [j \psi_s i_s^*]. \quad (16)$$

Это выражение является членом выражения мощности $P = \operatorname{Re} (u_s i_s^*)$ при подстановке в это выражение ур. (10) [8].

Как видно из приведенных соотношений, расчет токов и моментов по вышеприведенным формулам весьма сложен и требует затраты значительного времени.

Поэтому стараются упростить это выражение, вводя добавочные допущения.

Уравнения токов при пренебрежении активным сопротивлением статора r_s

Для первых мгновений протекания переходного процесса можно пренебречь активным сопротивлением обмотки статора r . Такое предположение значительно упрощает приведенные выше выражения (3, 4, 5, 6, 12, 13).

Если $r_s = 0$, то тогда коэффициенты затухания обмотки статора

$$a_s' = 0 \text{ и } a_s = 0.$$

Корни характеристического уравнения получаются в таком случае равными:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2} [\alpha_2' + j(1+s)] \pm \sqrt{\frac{1}{4} [-\alpha_2' + j(1-s)]^2} \quad (17)$$

Тогда компоненты переходных токов:

$$p_1 = -\alpha_2' - j \quad \text{и} \quad p_2 = -j$$

$$y_s(p_1) = \frac{M_s}{x_s} \frac{-\alpha_2' + \alpha_2}{-\alpha_2' - j s} \quad \text{и} \quad y_s(p_2) = \frac{M_s}{x_s} \frac{1 - j \alpha_2 - s}{1}$$

и таким образом уравнение для тока статора

$$i_s(t) = \frac{u_s}{x_s'} \frac{\alpha_2 + js}{-s + j\alpha_2'} - \frac{1}{-\alpha_2' + j(t+s)} \left[\frac{u_s}{x_s'} \frac{-\alpha_2' + \alpha_2}{-\alpha_2' - js} e^{(-\alpha_2' - js)t} - \frac{u_s}{x_s'} (1 + j\alpha_2' - s) e^{-jt} \right] = I_{s1} \cdot I_{s0} e^{(-\alpha_2' - js)t} + I_{s2} e^{-jt} \quad (18)$$

Для тока ротора соответственно:

$$i_r(t) = -\frac{j u_s x_m s}{x_r I_s' [s + j\alpha_2']} + \frac{1}{-\alpha_2' + j(t+s)} \left[\frac{u_s x_m}{x_r x_s'} \frac{-\alpha_2'}{-\alpha_2' - js} e^{(-\alpha_2' - js)t} + \frac{u_s x_m}{x_r x_s'} (1-s) e^{-jt} \right] = I_{r1} + I_{r2} e^{(-\alpha_2' - js)t} + I_{r3} e^{-jt} \quad (19)$$

Для первого мгновения возникновения переходного процесса при $t=0$ в уравнениях (19) множители e^{-jt} и $e^{(-\alpha_2' - js)t}$ становятся равными единице.

Вводим понятие относительного переходного тока

$$i_s(t=0)_* = \frac{i_s(t=0)}{u_s/x_s'} \quad (20)$$

называя $\frac{u_s}{x_s'}$ «идеальным» переходным током, возникающим, когда скольжение $s = \pm \infty$.

Тогда уравнения переходных токов при $t=0$ будут иметь вид:

$$i_s(t=0)_* = \frac{\alpha_2 + js}{-s + j\alpha_2'} + \frac{-\alpha_2' + \alpha_2}{[-\alpha_2' + j(t+s)](-\alpha_2' - js)} - \frac{1-s + j\alpha_2}{-\alpha_2' + j(t-s)} \quad (21)$$

и

$$i_r(t=0)_* = -\frac{j x_m s}{x_r [-s + j\alpha_2']} - \frac{x_m}{x_r} \frac{-\alpha_2}{[-\alpha_2' + j(t-s)](-\alpha_2 + js)} + \frac{x_m}{x_r} \frac{1-s}{[-\alpha_2' + j(t-s)]} \quad (22)$$

Геометрическое место векторов переходного тока и его составляющих

Основываясь на теории геометрических мест [1, 2], при-
дадим полученным выше уравнениям параметрическую
форму, считая параметром скольжение s .

Из выражения для установившейся составляющей
тока I_s

$$I_{s*} = \frac{\alpha_2 + js}{-s + j\alpha_2'} = \frac{A + Bs}{C + Ds}, \quad (23a)$$

где

$$A = \alpha_2, \quad B = j, \quad C = j\alpha_2', \quad D = -1, \quad (23)$$

следует, что геометрическим местом тока I_s является
окружность.

Выражение переходной составляющей тока I_{s1} получает
вид

$$I_{s1*} = \frac{-\alpha_2' + \alpha_2}{\alpha_2'^2 - j\alpha_2'\alpha_2 + j\alpha_2'\alpha_2's + s - s^2} = \frac{A + Bs + Fs^2}{C + Ds + Gs^2}, \quad (24a)$$

где

$$\begin{aligned} A &= -\alpha_2' \cdot \alpha_2, \quad B = 0, \quad F = 0, \\ C &= \alpha_2'^2 - j\alpha_2', \quad D = 1 + 2j\alpha_2', \quad G = -1. \end{aligned} \quad (24)$$

Геометрическое место этой составляющей, учитывая что
геометрическим местом выражения $\dot{U} = \dot{C} + \dot{D}s + \dot{G}s^2$
есть парабола, будет кардиоида.

Для переходной составляющей тока I_{s2}

$$\begin{aligned} I_{s2*} &= -\frac{1 + j\alpha_2' - s}{-\alpha_2' + j(1-s)} = \frac{A + Bs}{C + Ds}, \\ A &= 1 + j\alpha_2'; \quad B = -1; \quad C = \alpha_2' - j; \quad D = -j, \end{aligned} \quad (25)$$

геометрическим местом является опять-таки окружность.

Характерные величины составляющих токов при скольжении $s = 0,1$ и ∞

На основе теории геометрических мест находим [1, 2]:

$$I_{s0*} = \frac{\alpha_2}{j\alpha_2'} = -j \frac{\alpha_2}{\alpha_2'}; \quad I_{s1*} = \frac{\alpha_2 + j}{-1 + j\alpha_2'}; \quad I_{s\infty*} = -j; \quad (26)$$

$$I_{s10*} = \frac{-\alpha_2' + \alpha_2}{\alpha_2'^2 - j\alpha_2'}; \quad I_{s11*} = \frac{-\alpha_2' + \alpha_2}{\alpha_2'^2 + j\alpha_2'}; \quad I_{s1\infty*} = 0; \quad (27)$$

$$I_{s20*} = \frac{1 + j\alpha_2}{\alpha_2' - j}; \quad I_{s21*} = \frac{j\alpha_2}{\alpha_2'} = j \frac{\alpha_2}{\alpha_2'}; \quad I_{s2\infty*} = j. \quad (28)$$

Координаты центра (М) и радиусы окружностей составляющих тока I_{s*} и I_{s2*}

Согласно теории геометрических мест находим для составляющей I_{s*} [1, 2]:

$$x_M = 0, \quad y_M = -\frac{\alpha_2 + \alpha_2'}{2\alpha_2'}, \quad 2R = \frac{\alpha_2 - \alpha_2'}{\alpha_2'} \quad (29)$$

Для составляющей I_{s2*}

$$x_M = 0, \quad y_M = \frac{\alpha_2 + \alpha_2'}{2\alpha_2'}, \quad 2R = \frac{\alpha_2 - \alpha_2'}{\alpha_2'} \quad (30)$$

Для контроля правильности полученных величин найдем сумму токов при одном и том же скольжении для мгновения $t = 0$ (уравнения 26, 27, 28). Эта сумма, как и должно быть, равна нулю.

Уравнение токов при пренебрежении активного сопротивления статора ($r = 0$) и предположении, что $x_m = \infty$

Если добавочно предположить, что ветвь намагничивающего тока в схеме замещения асинхронного двигателя отсутствует, то в таком случае уравнение переходного тока статора принимает следующий вид:

$$i_s(t=0)_* = \frac{s}{\alpha_2' + js} + \frac{\alpha_2'}{[-\alpha_2' + j(1-s)](\alpha_2' + js)} - \frac{1-s}{-\alpha_2' + j(1-s)} \quad (31)$$

Выражение для тока ротора получает следующий вид (см. ур. 23):

$$i_r(t=0)_* = -\frac{js}{-s + j\alpha_2'} - \frac{-\alpha_2'}{[-\alpha_2' + j(1-s)](-\alpha_2' - js)} - \frac{1-s}{-\alpha_2' - j(1-s)} \quad (32)$$

так как в данном случае параметры будут иметь значения:

$$\begin{aligned} \alpha_3' &= \alpha_2' ; & \alpha_2' &= \frac{x_3}{x_2'} ; & \alpha_3' &= 0 & \alpha_3 &= 0 ; \\ \alpha_2 &= 0 ; & \sigma &= 0 , \end{aligned} \quad (33)$$

где σ коэффициент рассеяния

$$\sigma = \frac{x_3'}{x_3} = \frac{x_2'}{x_2} = \frac{\alpha_3}{\alpha_3'} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2'} \quad (34)$$

Отношение $\frac{x_m}{x_r}$ при принятом предположении ($x_m = \infty$) становится равным:

$$\frac{x_m}{x_r} = \frac{x_m}{x_{kl} + x_m} = \frac{1}{\frac{x_{kl}}{x_m} + 1} \approx 1 \quad (35)$$

Сравнивая вышеполученные выражения тока статора и ротора (31) и (32), видим что составляющие этих выражений равны между собою, имея при этом противоположные знаки.

Характерные величины составляющих тока статора при скольжении $s = 0,1$ и ∞

будут в последнем случае

$$\begin{aligned} I_{s0*} &= 0; \quad I_{s1*} = \frac{1}{\alpha_2' + j}; \quad I_{s00*} = -j; \\ I_{s10*} &= \frac{1}{-\alpha_2' + j}; \quad I_{s11*} = -\frac{1}{\alpha_2' + j}; \quad I_{s100*} = 0; \\ I_{s20*} &= -\frac{1}{-\alpha_2' + j}; \quad I_{s21*} = 0; \quad I_{s200*} = j \end{aligned} \quad (36)$$

Координаты центра и радиус окружностей геометрического места составляющих I_{s_1*} и I_{s_2*} при $x_m = \infty$ и $r_s = 0$.

Для составляющей I_{s_1*}

$$x_M = 0; \quad y_M = -\frac{1}{2}; \quad 2R = -1; \quad (37)$$

и составляющей I_{s_2*}

$$x_M = 0; \quad y_M = \frac{1}{2}; \quad 2R = 1. \quad (38)$$

Сумма токов (36) при одном и том же скольжении опять-таки получается равной нулю, что является контролем правильности рассуждений.

Интересно отметить, что согласно уравнениям (37) и (38) координаты и радиусы окружностей получаются величинами постоянными, не зависящими от параметров двигателя.

Круговая диаграмма переходных токов для первого мгновения переходного процесса.

На основе вышеполученных соотношений можно представить графически диаграмму токов в момент возникновения переходного процесса. Для этого отложим в комплексной плоскости (рис. 1) полученные значения координат

нат центра и радиусов окружностей токов статора I_{s_2} и $I_{s_{2*}}$ и построим эти окружности. Геометрическое место составляющей тока $I_{s_{1*}}$ можно получить графически на основе того, что сумма составляющих токов при одном и том же скольжении должна быть равна нулю. На рис. 1 построена обычным методом шкала скольжений и определена в виде примера составляющая $I_{s_{1*}}$ при неизменном во время переходного процесса скольжении $s = 0,2$. Поступая аналогично для других значений скольжения, можно построить геометрическое место тока $I_{s_{1*}}$ (кардиоида).

Аналогично выглядит диаграмма токов, когда $x_m = \infty$, причем в этом случае отпадает потребность вычисления координат центра и радиуса окружности.

Диаграмма роторных токов, как это ясно из сравнения ур. 22 и 23 или 31 и 32, имеет такой же вид, что и диаграмма токов статора. Однако, если сравнить диаграммы статора и ротора, то одноименные токи (I_s и I_r или I_{s_1} и I_{r_1} или I_{s_2} и I_{r_2}) будут расположены почти под углом в 180° . Это так и должно быть, в соответствии с векторной диаграммой асинхронного двигателя.

Применение диаграммы установившейся составляющей переходного тока статора I_{s_2} для определения всех составляющих тока (при $t = 0$).

Из рассмотрения представленной выше диаграммы (рис. 1) следует, что окружность для установившейся составляющей тока I_{s_2} можно применить и для определения составляющей $I_{s_{2*}}$. Если повернуть диаграмму (окружность) для $I_{s_{2*}}$ вокруг начала координат на угол в 180° , то она совпадает с диаграммой для тока I_{s_2} . Так как сумма всех составляющих переходного тока в первый момент равна нулю, то на той же диаграмме можно определить составляющую $I_{s_{1*}}$ (рис. 2).

Аналогично можно объединить определение всех составляющих переходного тока статора на одной диаграмме (окружности), при предположении $r_s = 0$ и $x_m = \infty$ (рис. 3).

Графическое определение переходного тока статора $i_s(t)$ для любого момента t при неизменном скольжении s

Полученную диаграмму (рис. 2 и 3) можно применить для определения переходного тока статора $i_s(t)$ в любой момент t после начала процесса. При этом скольжение предполагается во время протекания переходного процесса постоянным. Такое предположение допустимо, если электромагнитный переходной процесс затухает быстро, до того как значительно изменится скорость вращения ротора. Судить об этом можно сравнивая величину механической постоянной времени машины H с величиной электромагнитной постоянной времени $T_r' = \frac{1}{\alpha_r} \approx \frac{1}{s_k}$, где S_k — критическое скольжение асинхронного двигателя [8].

Как видно из уравнения переходного тока статора $i_s(t)$ * (когда $r_s = 0$ (18 и 22)), составляющая переходного тока I_{s2*} является установившейся, тогда как составляющая I_{s1*} затухает с коэффициентом затухания цепи ротора α_r' . Предполагая $r_s = 0$, коэффициент затухания статора $\alpha_s' = \frac{r}{x_s'}$ становится равным нулю. Однако в действительности составляющая тока I_{s2*} затухает преимущественно с коэффициентом затухания статора α_s' . Это не трудно показать на основании уравнения переходного тока статора $i_s(t)$ (3), если предположить, что произведение $\alpha_s' \alpha_r' \approx 0$ [2]. Корни характеристического уравнения получаются в этом случае (6):

$$p_1 = -\alpha_r' - j\beta \quad \text{и} \quad p_2 = -\alpha_s' - j, \quad (39)$$

Отсюда и можно заключить, что составляющая I_{s2*} затухает с коэффициентом затухания статора α_s' . Поэтому учтем это обстоятельство, предположив в уравнении переходного тока, что затухание тока I_{s2*} зависит от параметров цепи статора. И так уравнение переходного тока статора $i_s(t)$ примет следующий вид:

$$i_s(t)_* = I_{s_*} + I_{s1_*} e^{(-\alpha'_r - js)t} + I_{s2_*} e^{(-\alpha'_s - j)t} \quad (40)$$

Из представленного уравнения можно заключить, что вектор переходного тока I_{s1_*} на диаграмме вращается по часовой стрелке со скоростью s , поворачиваясь на угол st за время t , затухая при этом с коэффициентом затухания α'_r . Составляющая I_{s2_*} вращается по часовой стрелке со скоростью 1 ($\omega = 1$), затухая с α'_s . Принимая это во внимание, можно для определенного скольжения $s = const.$, — вычисляя угол поворота вектора и его амплитуду с учетом затухания, а затем графически складывая определенные таким образом векторы составляющих токов, — определить величину переходного тока по истечении определенного промежутка времени (рис. 4).

Вышеописанный метод определения переходного тока статора $i_s(t)_*$ целесообразно производить в следующем порядке. Исходя из заданных параметров двигателя, рассчитываются координаты центра и радиус окружности тока, а также ток I_s при скольжении $s = 1$. На основе этого строится круговая диаграмма, на которой обычным способом строится шкала скольжений для токов I_{s_*} и I_{s2_*} .

Считаясь с характером протекания переходного процесса и со значением скольжения s во время протекания процесса, определяют соответствующие данному скольжению составляющие тока для момента $t = 0$ вышеизложенным методом. Измерив из диаграммы значения полученных токов I_{s1_*} и I_{s2_*} , вычисляют с учетом затухания амплитуду этих токов по истечении заданного промежутка времени t . Определяются также углы поворота векторов за время t с учетом скольжения s (для составляющей I_{s1_*}). На основе этих данных откладывают на диаграмме составляющие токов и определяют путем графического сложения составляющих векторов вектор переходного тока статора $i_s(t)$.

На рис. 4 описанный метод применяется для определения переходного тока статора $i_s(t)$ для асинхронного двигателя при включении его в сеть на полное напряжение при скольжении $s = 1$.

Особенно быстро можно определить переходной ток, применяя упрощенную диаграмму ($x_m = \infty$).

Сравнение полученных из графического построения результатов с осциллограммой тока показывает, что этот метод дает возможность достаточно точно определить переходный ток в начале процесса, когда он имеет значительную величину и поэтому является наиболее опасным. На рис. 4 дается сравнение кривой тока, полученной предполагаемым способом и кривой, полученной из измерений (осциллограммы).

Основы графического определения переходных вращающих моментов из круговой диаграммы

Наряду с переходными токами громадное значение имеют переходные моменты. Как было указано выше, момент является пропорциональным векторному произведению токов статора и ротора. Это векторное произведение может формально быть определено помощью комплексного произведения этих же токов (15).

Точнее момент является реальной частью комплекса. Поэтому если определить в комплексной плоскости положение «вектора» момента, то тогда нетрудно определить и его реальную составляющую, которая и будет пропорциональна моменту. Также определяется в комплексной плоскости «вектор» момента согласно формуле (16).

Выражение для момента, исходя из $M = \text{Re}(j \Psi_s^* i_s)$

Чтобы вывести формулу для момента, найдем выражение для потокосцеплений статора Ψ_s , принимая, что $r_s = 0$. В таком случае общее выражение для Ψ_s (12, 13 и 14), учитывая, что корни характеристического уравнения в этом случае $p_1 = -\alpha_r' - js$ и $p_2 = -j$ (17) будет иметь следующий вид [8]:

$$\Psi_s = \frac{u_s}{j} - \frac{u_s}{j} e^{-j t} \quad (41)$$

Второй член выражения (12) при этом исчезает. Считаясь с (39), получаем:

$$y_s = \frac{u_s}{j} [1 - e^{(-\alpha_s' - j)t}] \quad (42)$$

Помножив это выражение на сопряженный комплекс тока статора i и на j , выделяем реальную часть этого выражения, что и будет выражением для момента в переходном режиме.

На основании сказанного и учитывая также (40), получаем:

$$M = \operatorname{Re} \left\{ j \frac{u_s}{j} [1 - e^{(-\alpha_s' - j)t}] \left[\frac{u_s}{x_s'} \frac{\alpha_2 - js}{-s - j\alpha_2'} + \frac{u_s}{x_s'} \frac{-\alpha_2' + \alpha_2}{[-\alpha_2' - j(1-s)](-\alpha_2' + js)} e^{(-\alpha_2' + js)t} - \frac{u_s}{x_s'} \frac{1 - s - j\alpha_2'}{-\alpha_2' - j(1-s)} e^{(-\alpha_s' - j)t} \right] \right\} \quad (43)$$

После несложных, но громоздких преобразований, получаем:

$$M = \frac{u_s^2}{x_s'} \frac{\alpha_2' (1-s)}{[\alpha_2'^2 + (1-s)^2](\alpha_2'^2 + s^2)} \left\{ s[\alpha_2'^2 + (1-s)^2] - (\alpha_2' (1-2s) \sin st + [\alpha_2'^2 + s(1-s)] \cos st) e^{-\alpha_2' t} + (\alpha_2' \sin t + [\alpha_2'^2 - s(1-s)] \cos t) e^{-\alpha_s' t} (1-2s) - (\alpha_2' (1-2s) \sin(1-s)t - [\alpha_2'^2 + s(1-s)] \cos(1-s)t) e^{-(\alpha_s' - \alpha_2')t} - (1-s)(\alpha_2'^2 + s^2) e^{-2\alpha_s' t} \right\} \quad (44)$$

Формула момента в этом виде удобна при расчетах. Физический смысл выражения легче выяснить, если привести выражение к виду:

$$M = M_0 + M_1 \sin(st + \varphi_1) e^{-\alpha_2' t} + M_2 \sin(t + \varphi_2) e^{-\alpha_s' t} + M_3 \sin[(1-s)t + \varphi_3] e^{-(\alpha_s' - \alpha_2')t} + M_4 e^{-2\alpha_s' t} \quad (45)$$

где амплитуды составляющих момента

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \frac{u_s^2}{x_s'} \frac{s \alpha_n' (1-s)}{\alpha_n'^2 + s^2} ; \\
 M_1 &= -\frac{u_s^2}{x_s'} \frac{\alpha_n' (1-s)}{\sqrt{(\alpha_n'^2 + s^2) [\alpha_n'^2 + (1-s)^2]}} ; \\
 M_2 &= \frac{u_s^2}{x_s'} \frac{(1-2s) \alpha_n' (1-s)}{\sqrt{(\alpha_n'^2 + s^2) [\alpha_n'^2 + (1-s)^2]}} ; \\
 M_3 &= \frac{u_s^2}{x_s'} \frac{\alpha_n' (1-s)}{\sqrt{(\alpha_n'^2 + s^2) [\alpha_n'^2 + (1-s)^2]}} ; \\
 M_4 &= -\frac{u_s^2}{x_s'} \frac{(1-s) \alpha_n' (1-s)}{\alpha_n'^2 + (1-s)^2}
 \end{aligned} \tag{46}$$

и фазы их

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \arctg \frac{\alpha_n'^2 + s(1-s)}{\alpha_n' (1-2s)} ; \\
 \varphi_2 &= \arctg \frac{\alpha_n'^2 - s(1-s)}{\alpha_n'^2} ; \\
 \varphi_3 &= \arctg -\frac{\alpha_n'^2 + s(1-s)}{\alpha_n' (1-2s)}
 \end{aligned} \tag{47}$$

Как видно из (45), если пренебречь r_s , переходный момент имеет пять составляющих, из которых M_0 установившаяся, а M_1 — периодическая частоты s , затухающая с коэффициентом затухания ротора α_r' ; M_2 — периодическая частоты 1, затухающая с коэффициентом затухания статора α_s' , M_3 — периодическая частоты $(1-s)$, затухающая с коэффициентом затухания статора и ротора $\alpha_s' + \alpha_r'$, и M_4 — постоянная затухающая с двойным коэффициентом затухания статора $2\alpha_s'$. φ_1 , φ_2 , и φ_3 фазы периодических составляющих момента.

Точно такой же результат получается если определить вращающий момент, исходя из выражения $M = \text{Re}(j i_r i_s^*)$.

Вычисления моментов двигателей, проводимых в [6, 7], и сравнение результатов расчета с приведенными в этих работах кривыми, дали хорошее совпадение (рис. 5).

Графическое определение переходного момента из круговой диаграммы

Выразим момент двигателя в следующем виде (43)

или

$$M = \operatorname{Re} \left\{ j \frac{U_s}{Z} [1 - e^{-(\alpha_s' - j)t}] \dot{I}_s^* \right\},$$
$$M = \operatorname{Re} \left\{ U_s \dot{I}_s^* [1 - e^{-(\alpha_s' - j)t}] \right\}. \quad (48)$$

Из этого выражения следует, что можно определить графически вращающий момент следующим образом. Имея на диаграмме полученный вышеописанным способом вектор переходного тока статора I_s , найдем сопряженный ему вектор как отражение к оси реальных чисел. Произведение вектора I_s^* на направленный в положительную сторону оси реальных чисел вектор напряжения U_s совпадает с направлением вектора \dot{I}_s^* . Полученное произведение следует сложить с затухающим по α_s' и вращающимся по часовой стрелке вектором — $U_s \dot{I}_s^* e^{-(\alpha_s' - j)t}$.

Действительная часть этой суммы и есть момент. Определение момента происходит в I четверти комплексной плоскости. Можно, однако, определить момент, если проделать вышеописанные операции в соответствующем порядке с вектором тока I_s вместо сопряженного ему вектора I_s^* . Тогда все построения будут проводиться в IV четверти комплексной плоскости.

В приложении приводится диаграмма, по которой определяются как токи, так и моменты двигателя. Сравнение полученных графических результатов с расчетными дает весьма удовлетворительное совпадение (рис. 5).

Произведенные расчеты и графические построения для других двигателей дали такое же совпадение результатов. Это указывает на то, что применяемый метод дает достаточно приемлемые результаты и может быть успешно применен для быстрого определения моментов и токов переходных процессов асинхронной машины. Затрата времени на расчет и графическое построение при этом значительно меньше, чем при аналитическом решении задачи.

Предположение $r_s = 0$ вполне приемлемо, так как наибольшие токи и моменты возникают в самом начале переходного процесса, когда влияние затухания еще не сказывается. На правильность этого предположения указывают и результаты сравнений данных, полученных расчетом и графически.

Возможность учета изменяющейся скорости вращения во время переходного процесса

Если скорость протекания электромагнитного переходного процесса в двигателе сравнима со скоростью механического процесса, приходится учитывать изменение скорости вращения ротора. Описанный выше метод может быть применен и в таком случае. Если известен закон изменения скорости вращения (или скольжения), то тогда можно разбить рассматриваемый переходный процесс на небольшие промежутки времени, в течение которых скорость принимается постоянной. Определяя вышеописанным методом на диаграмме величину тока и момента для следующих друг за другом моментов времени (при изменяющейся скорости), можно получить представление о протекании переходного процесса и в таком случае. Определенно, затрата времени на такой графический расчет переходного процесса машины, при переменном скольжении будет во всяком случае меньше, чем при аналитическом определении. Последнее в таком случае становится весьма сложным [6, 7, 9].

З а к л ю ч е н и я

Достоинства предлагаемого метода можно сформулировать следующим образом:

1. Определение токов и моментов переходного режима при постоянной скорости вращения производится на основе простых расчетов.
2. Графическое определение токов и моментов осуществляется при помощи несложных построений, занимающих немного времени.
3. Достигаемая точность результатов достаточна для определения величин и характера изменения переходных токов и моментов, как показывает сравнение результатов с расчетом и опытными данными (рис. 4, 5).
4. Предлагаемый метод может быть применен и для определения величины и характера изменения переходных токов и моментов в случае изменяющейся скорости вращения.

Результаты сравнений данных, получаемых описываемым методом, с данными расчетов и измерений и применения метода для разных случаев переходных процессов будут освещены в следующей статье.

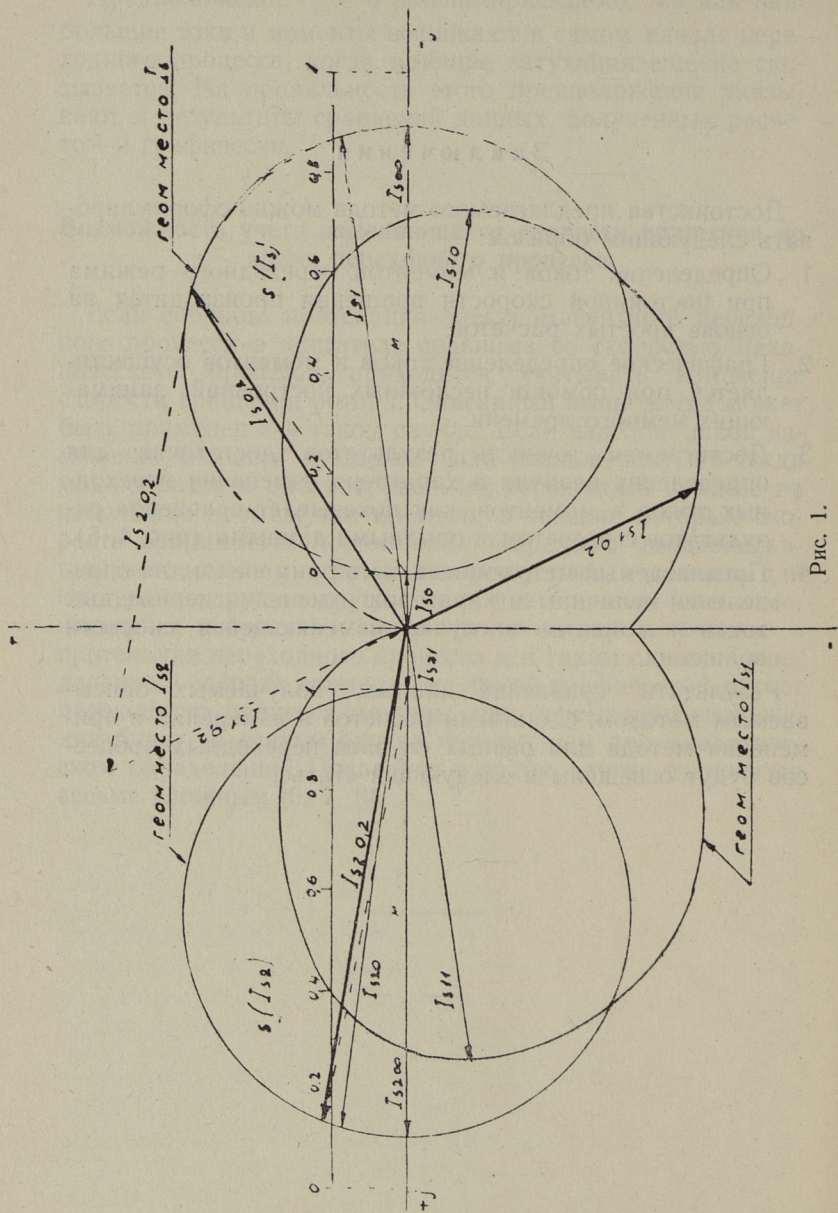


Рис. 1.

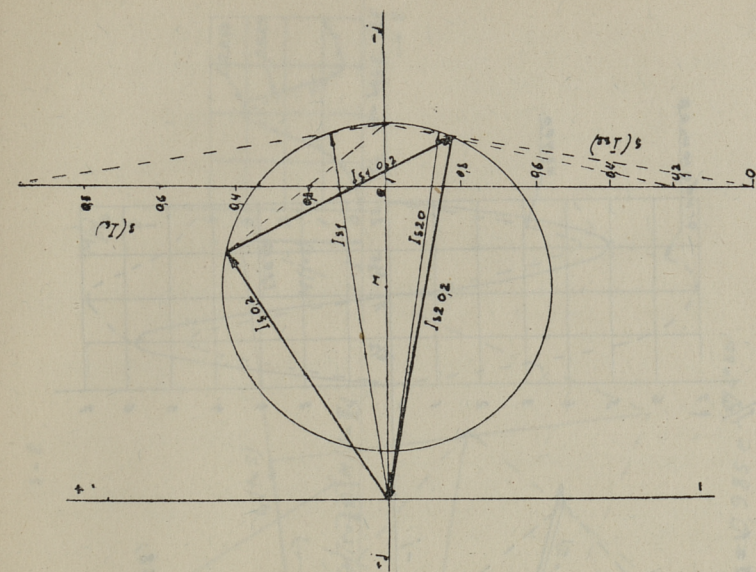


Рис. 2.

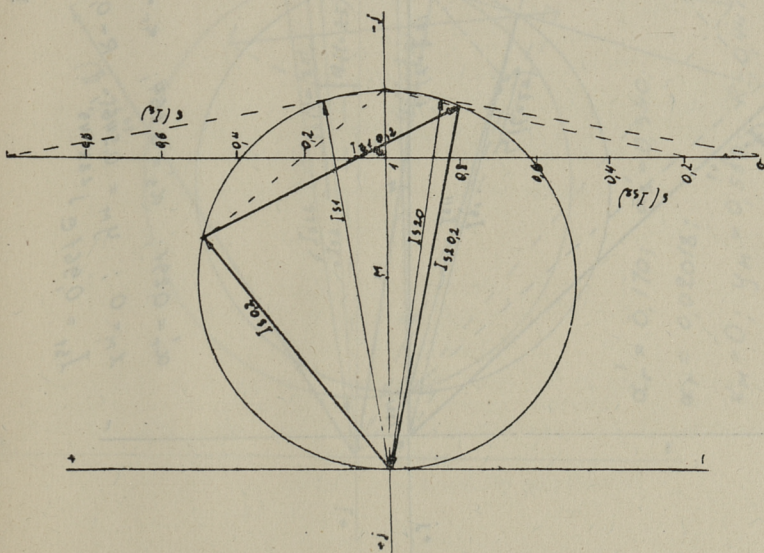


Рис. 3.

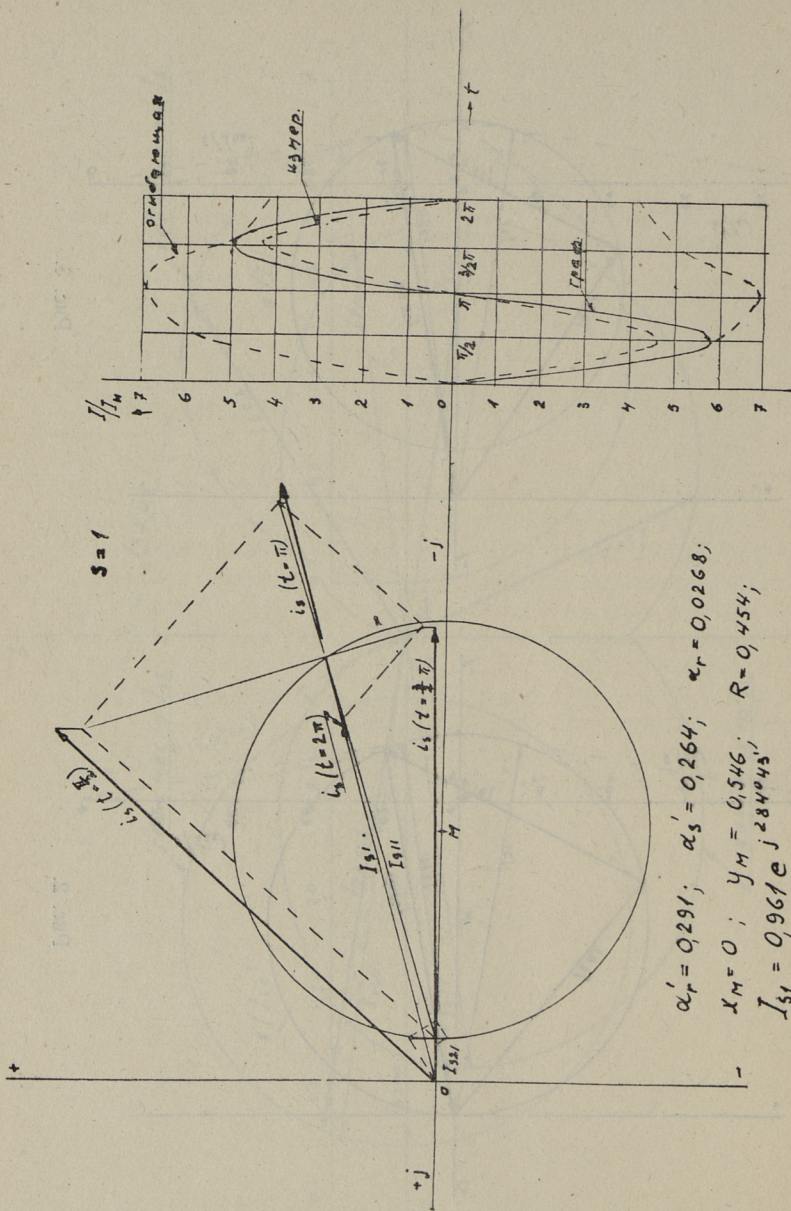


Рис. 4.

s = 2

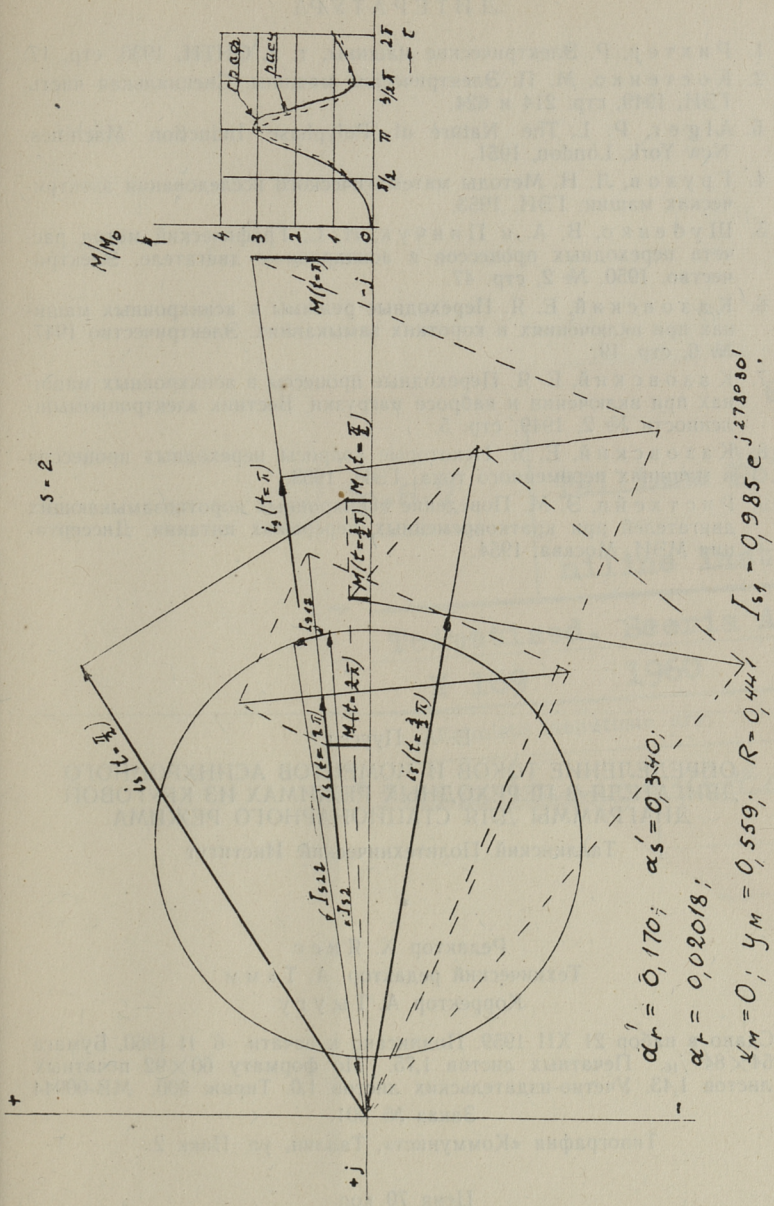


Рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рихтер, Р. Электрические машины, т. 2, ОНТИ, 1936, стр. 17.
2. Костенко, М. П. Электрические машины. Специальная часть. ГЭИ, 1949, стр. 214 и 624.
6. Alger, P. L. The Nature of Polyphase Induction Machines. New York, London, 1951.
4. Грузов, Л. Н. Методы математического исследования электрических машин. ГЭИ. 1953.
5. Шубенко, В. А. и Пинчук, И. С. Графический метод расчета переходных процессов в асинхронном двигателе. Электричество. 1950, № 2, стр. 47.
6. Казовский, Е. Я. Переходные режимы в асинхронных машинах при включениях и коротких замыканиях. Электричество 1947, № 6, стр. 19.
7. Казовский, Е. Я. Переходные процессы в асинхронных машинах при включении и набросе нагрузки. Вестник электропромышленности № 2, 1949, стр. 5.
8. Казовский, Е. Я. Некоторые вопросы переходных процессов в машинах переменного тока. ГЭИ. 1953.
9. Ристхейн, Э. М. Поведение асинхронных короткозамыкающих двигателей при кратковременных перерывах питания. Диссертация МЭИ. Москва, 1954.

Е. А. Пуусеп

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ И МОМЕНТОВ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ ИЗ КРУГОВОЙ ДИАГРАММЫ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА

Таллинский Политехнический Институт

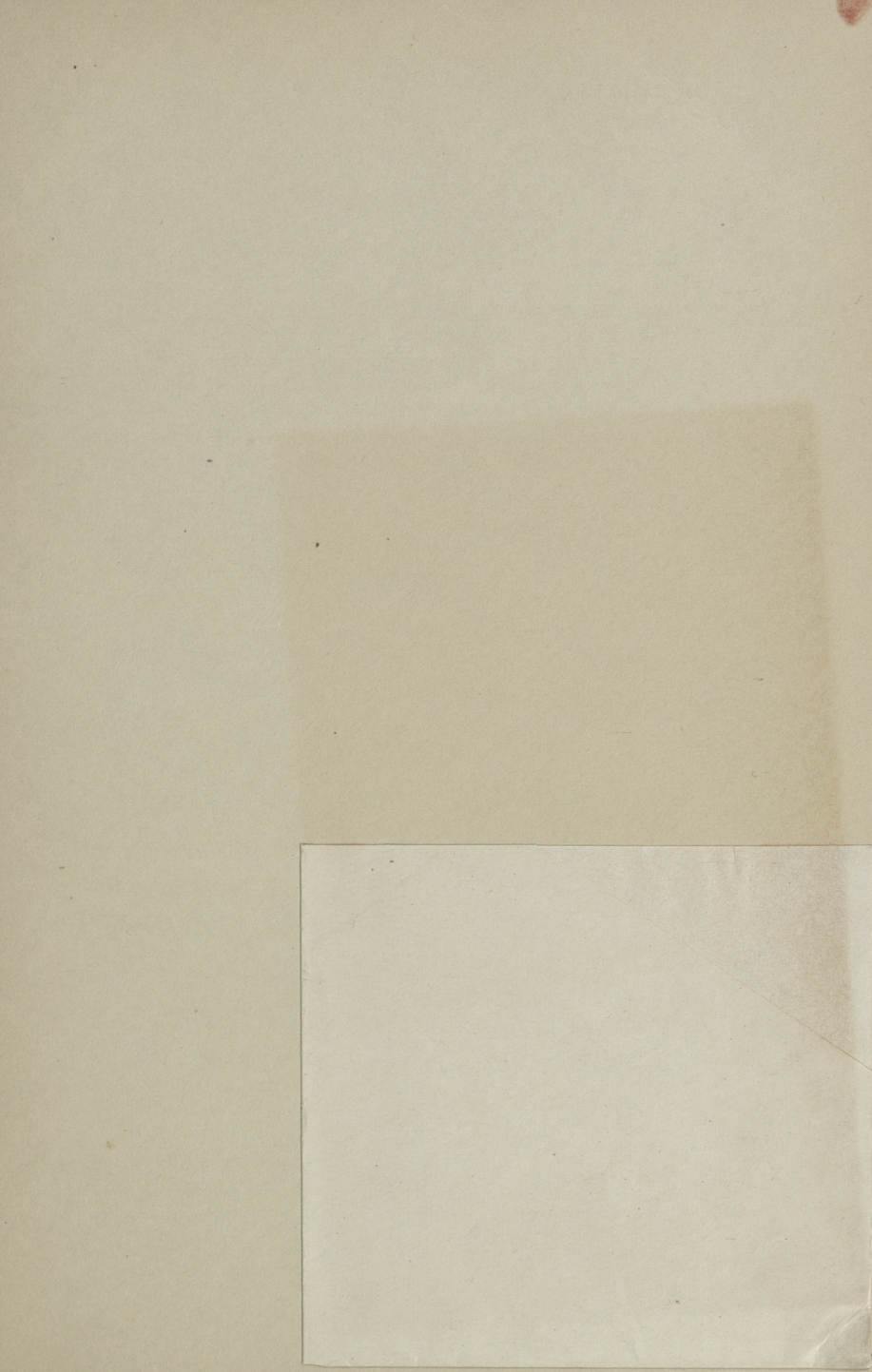
*

Редактор Х. Янес
Технический редактор А. Тамм
Корректор А. Тыугу

Сдано в набор 21 XII 1959. Подписано к печати 6 II 1960. Бумага 54×84^{1/16}. Печатных листов 1,75. По формату 60×92 печатных листов 1,43. Учетно-издательских листов 1,0. Тираж 500. МВ-00944
Заказ № 501.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк 2.

Цена 70 коп.



Цена 70 коп.

С 1. 1961
— 2 07