

O. T. ROOTS

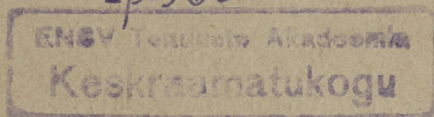
**Исследование плоского напряжённого
состояния электрическими тензометрами**

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН, 1957

О. Т. ROOTC

**Исследование плоского напряжённого
состояния электрическими тензometрами**

Er. 960



ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН, 1957

О. Т. Роотс

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ТЕНЗОМЕТРАМИ

Издательство

Таллинского Политехнического Института

Редактор К. О л л и к

Технический редактор А. Т а м м

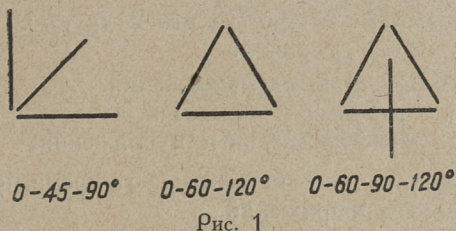
Корректор Р. Э э к

Подписано к печати 31 V 1957. Бумага $54 \times 84^{1/16}$. Печатных листов 0,5.
Таблиц 6. По формату 60×92 печатных листов 0,4. Учетно-издательских
листов 0,92. Тираж 800. Заказ № 393. МВ-04302.
Типография Управления Делами СМ ЭССР, Таллин

Цена 65 коп.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для определения напряжений при испытании конструкций или моделей в различных областях строительства широко применяются электрические тензометры с проволочными датчиками. Проволоочные датчики применяются «розетками» — группами по 3—4 шт., что необходимо для определения величины и направления главных деформаций и главных напряжений. Из различных видов розеток (рис. 1) применяются чаще всего розетки 0—45—90°.



Обозначая относительные удлинения в направлении 0°, 45° и 90° соответственно ε_I , ε_{II} и ε_{III} получаем величины главных деформаций:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{III}}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{III} - \varepsilon_{II})^2}. \quad (1.1)$$

Угол между осью I и главной осью 1 определяется из формулы:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\varepsilon_{II} - (\varepsilon_I + \varepsilon_{III})}{\varepsilon_I - \varepsilon_{III}}. \quad (1.2)$$

Главные напряжения будут:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2), \quad (1.3)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_2 + \mu \varepsilon_1), \quad (1.4)$$

где

E — модуль упругости и
 μ — коэффициент Пуассона.

Графический метод (номограммы), приведенный в этой работе при исследовании плоского напряженного состояния, дает возможность определять по данным розетки $0-45-90^\circ$ при известном E и μ , следующие величины:

1. Направления главных деформаций.
2. Величины главных деформаций.
3. Максимальные углы сдвига.
4. Направления главных напряжений.
5. Величины главных напряжений.
6. Максимальные касательные напряжения.
7. Величины напряжений в желаемом направлении.

Полученные напряжения отличаются от истинных лишь на несколько процентов.

По номограммам можно решить и другую задачу, — при известных σ_x , σ_y , τ_{xy} найти:

1. Направления главных напряжений.
2. Величины главных напряжений.
3. Максимальные касательные напряжения.

Номограммы значительно сокращают время при вычислении траекторий главных напряжений.

2. ПРИМЕНЕНИЕ НОМОГРАММ

Номограммой № 1 определяются направления главных деформаций и напряжений.

По (1.1)*) при розетках $0-45-90^\circ$ угол α между осью I и 1 определяется формулой:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\varepsilon_{II} - (\varepsilon_I + \varepsilon_{III})}{\varepsilon_I - \varepsilon_{III}}.$$

Эту формулу можно упростить перенося начало координат в точку $(\varepsilon_{II}, \varepsilon_{II})$. В этом случае угол α между главной осью 1 и осью I определится через тангенс:

$$\operatorname{tg} \left(2\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = - \frac{\varepsilon_{III} - \varepsilon_{II}}{\varepsilon_I - \varepsilon_{II}}. \quad (2.1)$$

Значение ε_I , ε_{II} , ε_{III} нужно взять в удобной размерности учитывая передаточное число пульта и масштаб номограммы.

*) Подробнее см. [6].

Угол же α определяется на номограмме положением точки $(\varepsilon_I - \varepsilon_{II}; \varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})$ на поле расходящихся лучей А (см. наружный контур).

Если координаты $(\varepsilon_I - \varepsilon_{II}, \varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})$ располагаются близко к центру номограммы, их значение увеличиваем в 10 раз. Для вычисления других величин необходимо вычислить параметр a , который является радиусом концентрических кругов графика.

$$a = \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})^2}. \quad (2.2)$$

Максимальный угол сдвига γ_{\max} и главные деформации определяются по номограмме 2.

На левой шкале дано значение параметра a и соответственно значение γ максимум:

$$\gamma_{\max} = \sqrt{2} a, \quad (2.3)$$

и их отрицательные величины для определения главных деформаций ε_1 и ε_2 .

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{2} \left[(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) \pm \sqrt{2} a \right]. \quad (2.4)$$

Для определения ε_1 накладываем линейку на правую шкалу, где указаны значение $\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}$ (эта сумма может быть положительна и отрицательна) и на левую шкалу в ее положительной части (величина a). По средней шкале прочитываем значение ε_1 . Определение ε_2 проводится аналогично, но величина a откладывается на отрицательной части левой шкалы.

Величины главных напряжений, определяемых по формуле:

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{2} \left(\frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{III}}{1 - \mu} \pm \frac{\sqrt{2} a}{1 + \mu} \right), \quad (2.5)$$

дает номограмма 3.

На левой шкале номограммы определяется место точки $\frac{(\varepsilon_I + \varepsilon_{III})}{1 - \mu}$ зависимости от величины коэффициента Пуассона, на правой стороне определяется место точки $\pm \frac{\sqrt{2} a}{1 + \mu}$ также в зависимости от величины коэффициента Пуассона.

При положительном значении $\varepsilon_I + \varepsilon_{III}$, определяя σ_1 , используется верхняя часть правой шкалы, при отрицательном $\varepsilon_I + \varepsilon_{III}$ — используется нижняя. Накладывая на номограмму линейку значение главных напряжений, получаем на средней шкале, где даны величины, соответствующие разным модулям упругости $E = 1,0 \div 2,1 \cdot 10^n$, где показатель n следует определить по масштабу пульта, масштабу номограммы и по модулю упругости материала испытываемой конструкции (см. примеры в конце работы).

Максимальное касательное напряжение τ_{\max} получаем по номограмме 4 по формуле:

$$\tau_{\max} = \frac{Ea}{\sqrt{2(1+\mu)}}, \quad (2.6)$$

по параметрам a и μ , учтенным при составлении левой шкалы.

Величины напряжения получаем на правой шкале при $E = 1,0 \div 2,1 \cdot 10^n$. Зная главные напряжения σ_1 и σ_2 по номограммам 5 и 6, можно найти нормальные напряжения σ_β и касательные напряжения τ_β по направлениям, определяемым углом β (см. рис. 2) или γ , причем

$$\gamma = \beta - \alpha.$$

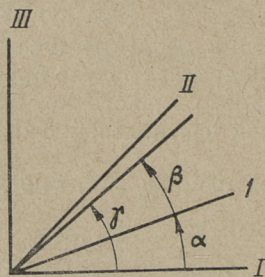


Рис. 2

Искомые напряжения:

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \cos^2 \gamma + \sigma_2 \sin^2 \gamma \quad (2.7)$$

находим по номограмме 5.

Левая шкала дает точку соответствующую σ_1 и γ , правая шкала точку соответствующую σ_2 и γ . Соединяющая прямая на

средней шкале определяет соответствующие σ_β . Значение τ_β , определяемое по формуле:

$$\tau_\beta = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\gamma, \quad (2.8)$$

находится по номограмме 6.

На левой и правой шкале прочитываются определяющие точки (σ_1 и σ_2). Соединяющая прямая на средней шкале в зависимости от γ дает искомое значение τ_β .

Описанные выше номограммы дают возможность определить главные напряжения и направления по известным σ_x , σ_y и τ_{xy} . Главные направления:

$$\operatorname{tg} 2\alpha' = - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2 \tau_{xy}} \quad (2.9)$$

определяются по номограмме 1, используя лучи внутреннего контура В, и координаты $2\tau_{xy}$ и $\sigma_x - \sigma_y$. Номограмма дает значение α' и определяет параметр b .

$$b = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (2\tau_{xy})^2} = 2\tau_{\max}. \quad (2.10)$$

Главные напряжения:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} [(\sigma_x + \sigma_y) \pm b] \quad (2.11)$$

определяются по номограмме 2 по параметру b (левая шкала) и параметру $\sigma_x + \sigma_y$ на правой шкале.

3. ПРИМЕРЫ

Розетка № 1. Сталь. $E = 2,1 \cdot 10^6$ кг/см²; $\mu = 0,3$.

Розетка № 2. Бетон. $E = 1,3 \cdot 10^5$ кг/см² $\mu = 0,1$.

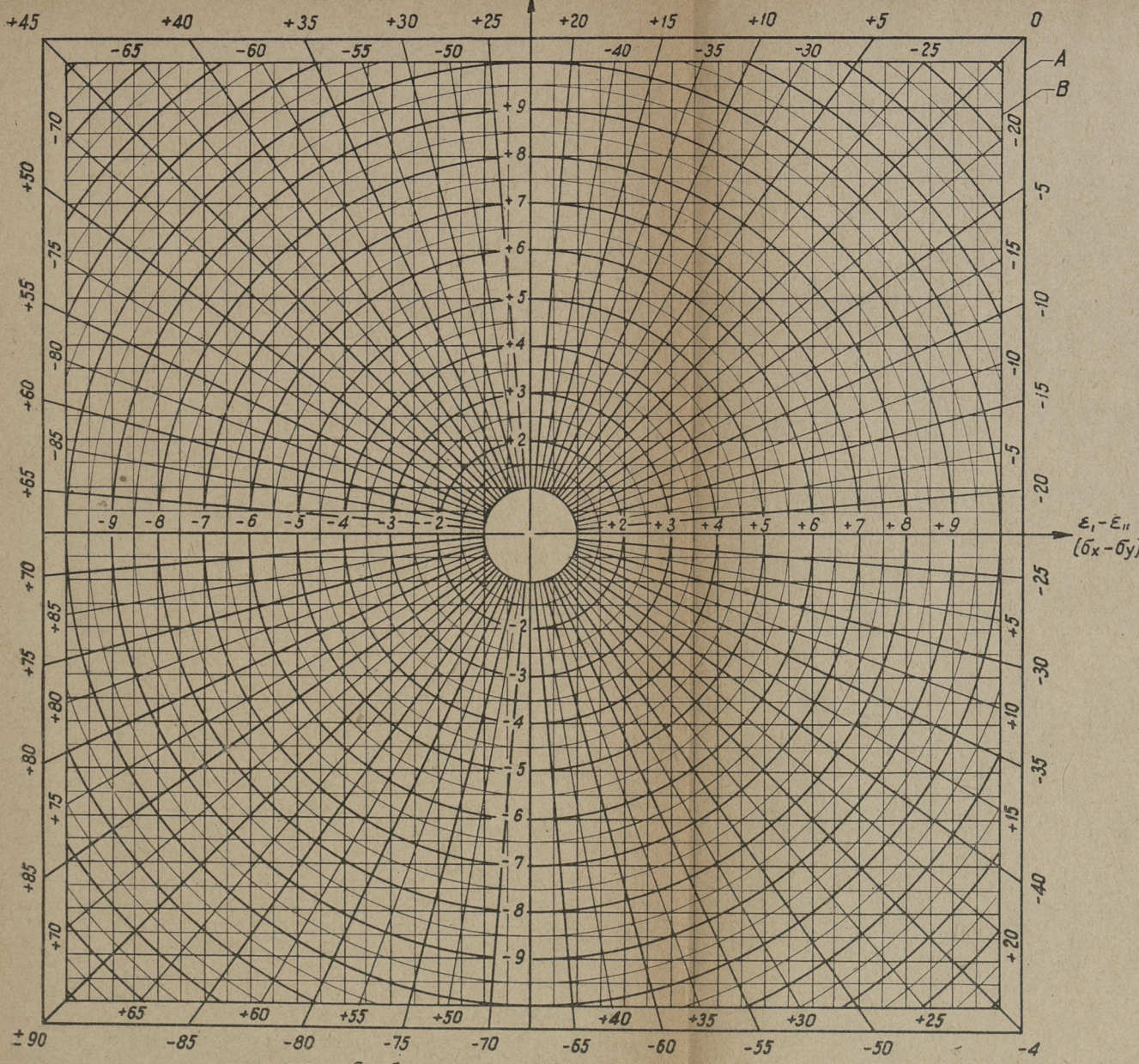
Величины	Единицы	Розетка		Применяемый график
		№ 1	№ 2	
ε_I	10^{-4}	+1,75	-1,12	1.
ε_{II}	10^{-4}	+1,07	-1,22	
ε_{III}	10^{-4}	+1,25	-2,50	
$\varepsilon_I - \varepsilon_{II}$	10^{-4}	+0,68	+0,10	
$\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III}$	10^{-4}	-0,18	+1,28	
α	0	-30	+20	

Величины	Единицы	Розетка		Применяемый график
		№ 1	№ 2	
$\varepsilon_I + \varepsilon_{III}$	10^{-4}	+3,00	-3,62	1.
a	10^{-4}	0,70	1,30	
γ_{\max}	10^{-4}	1,00	1,80	2.
ε_1	10^{-4}	+2,00	-0,90	
ε_2	10^{-4}	+1,00	-2,70	3.
σ_1	кг/мм ²	+5,3	-0,15	
σ_2	кг/мм ²	+3,7	-0,37	4.
τ_{\max}	кг/мм ²	0,8	0,11	
β	°	+45	+90	5.
$\beta - \alpha$	°	+75	+70	
σ_β	кг/мм ²	+3,8	-0,34	6.
τ_β	кг/мм ²	+0,4	+0,07	

ЛИТЕРАТУРА

1. Корсакевич Н. И. Электрические схемы измерения напряжения проволочными датчиками. — Заводская лаборатория, 1950, № 7.
2. Красиков В. И. Испытания строительных конструкций. М.-Л. Гос. изд. по стр. и арх., 1952.
3. Митиченко Г. А. Влияние характера поля деформации на показания и чувствительность проволочных тензодатчиков. — Заводская лаборатория, 1953, № 9.
4. Раевский Н. П. Датчики из проволочных сопротивлений. Труды семинара по теории машин и механизмов. Т. VI, вып. 22.
5. Dohrenwend C. O. Electrical-resistance gauges and circuit theory. — Handbook of experimental stress analysis, 1950.
6. Stang A. N. Grafical computation of stresses from strain data. — Journal of research of the national Bureau of Standards, 1937, Vol. 19, N 4.
7. Meier I. H. Strain rosettes. — Handbook of experimental stress analysis, 1950.

$\epsilon_{II} - \epsilon_{III} (2\tau_{xy})$

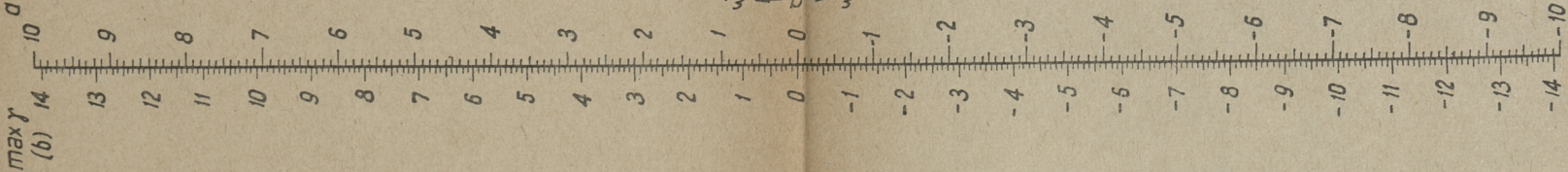


$$\operatorname{tg}(2\alpha + 45^\circ) = \frac{\epsilon_{II} - \epsilon_{III}}{\epsilon_I - \epsilon_{II}}$$

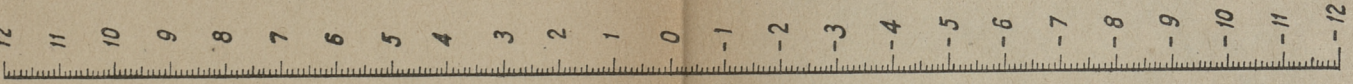
$$\operatorname{tg} 2\alpha' = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\sigma = \sqrt{(\epsilon_I - \epsilon_{II})^2 + (\epsilon_{II} + \epsilon_{III})^2}$$

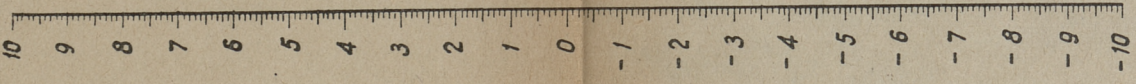
$$b = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$



$\epsilon_{1,2}(\sigma_{1,2})$

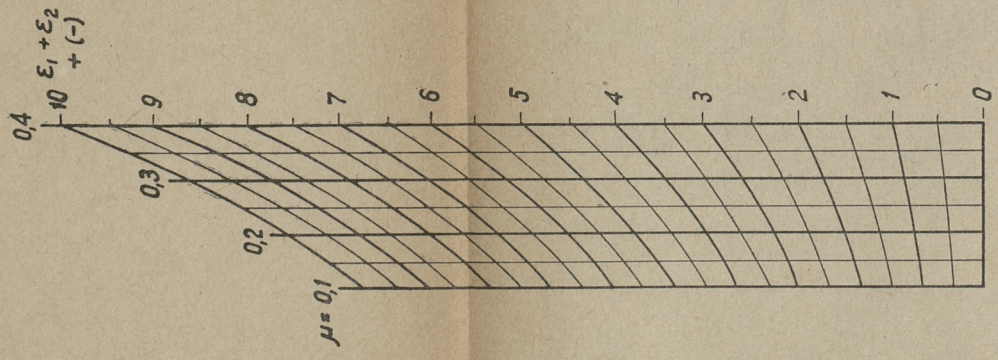
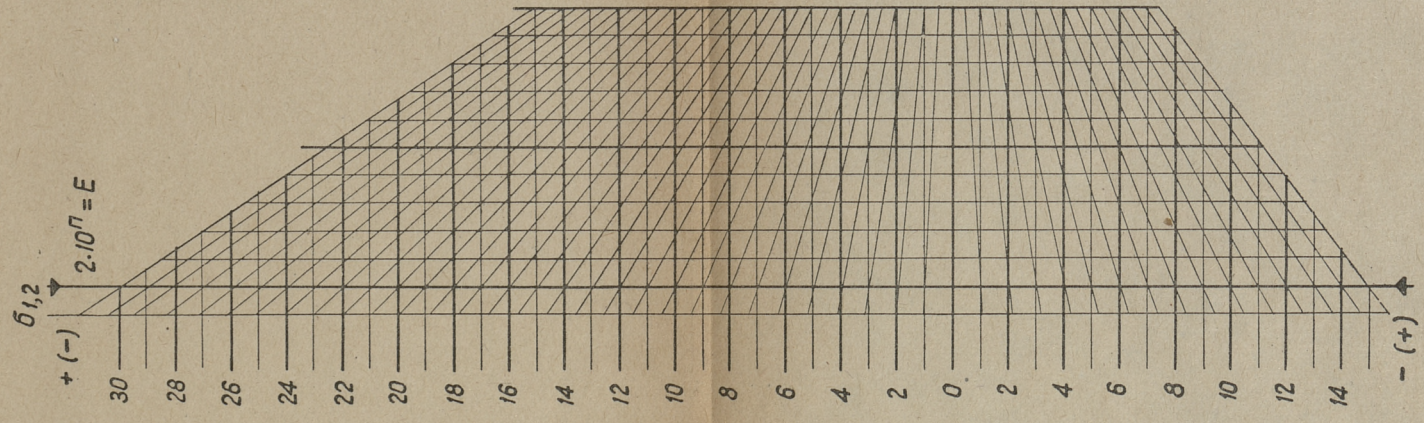
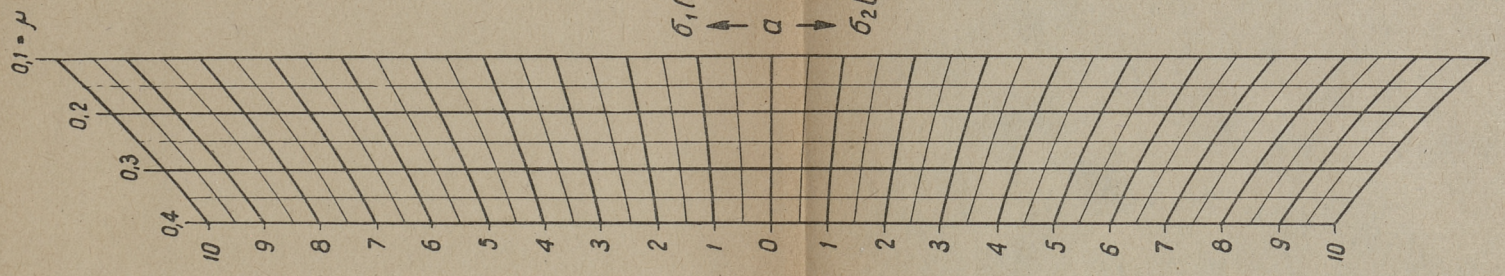


$\epsilon_1 + \epsilon_{III}$
 $(\sigma_x + \sigma_y)$

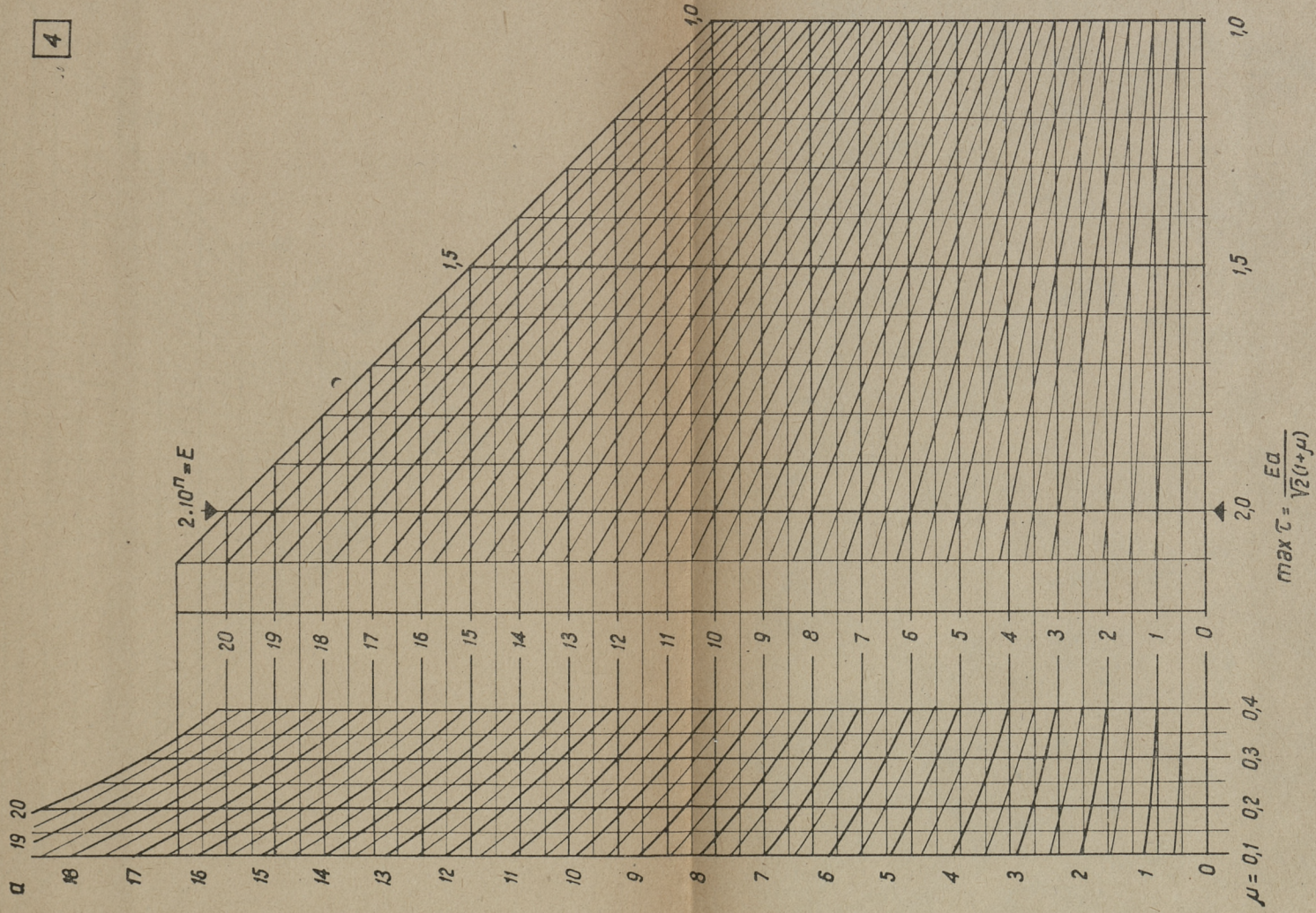


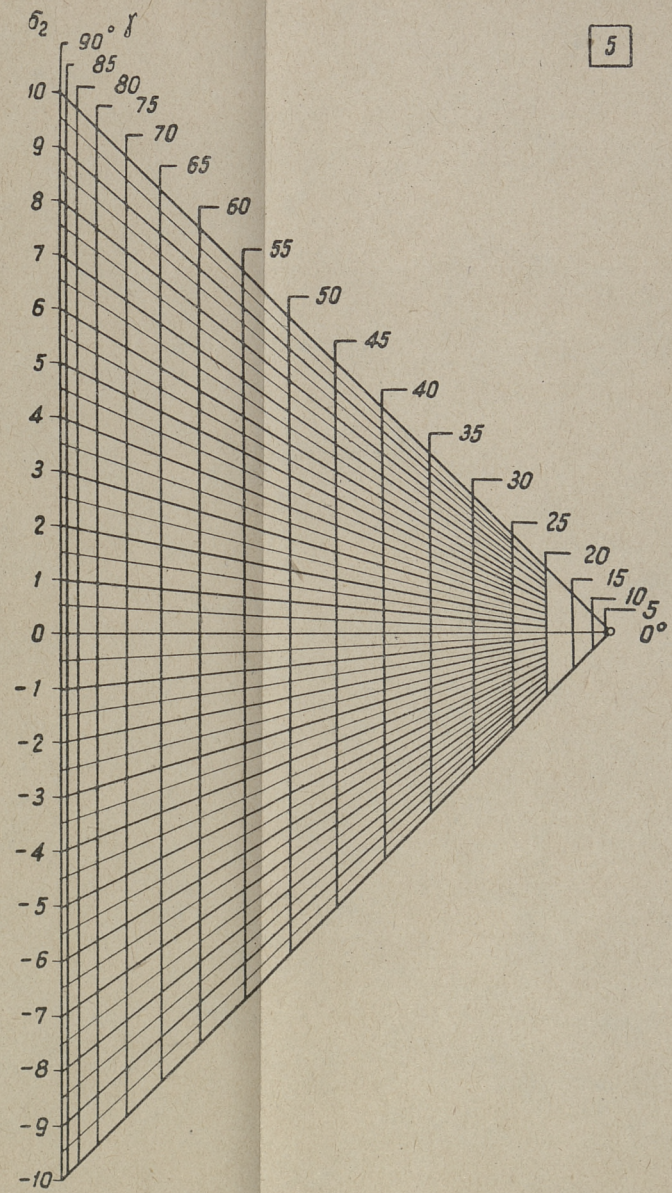
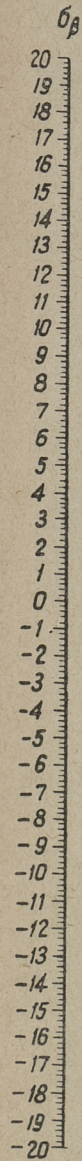
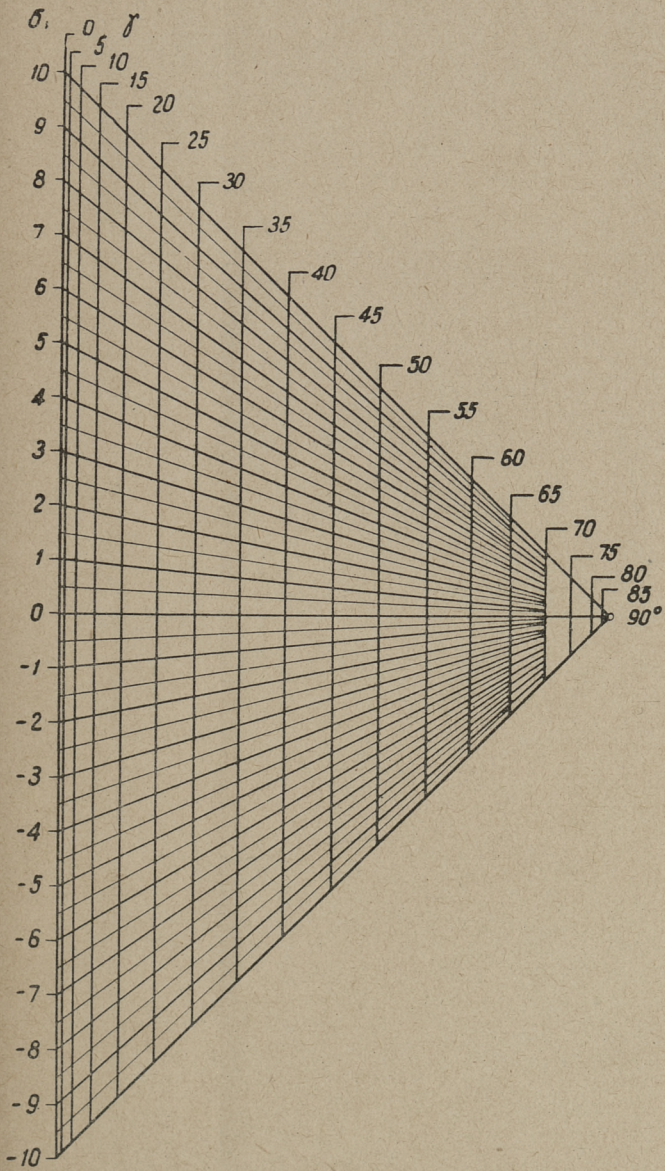
$$\epsilon_{1,2} = \frac{1}{2} [(\epsilon_1 + \epsilon_{III}) \pm \sqrt{2a}]$$

$\max y = \sqrt{2a}$

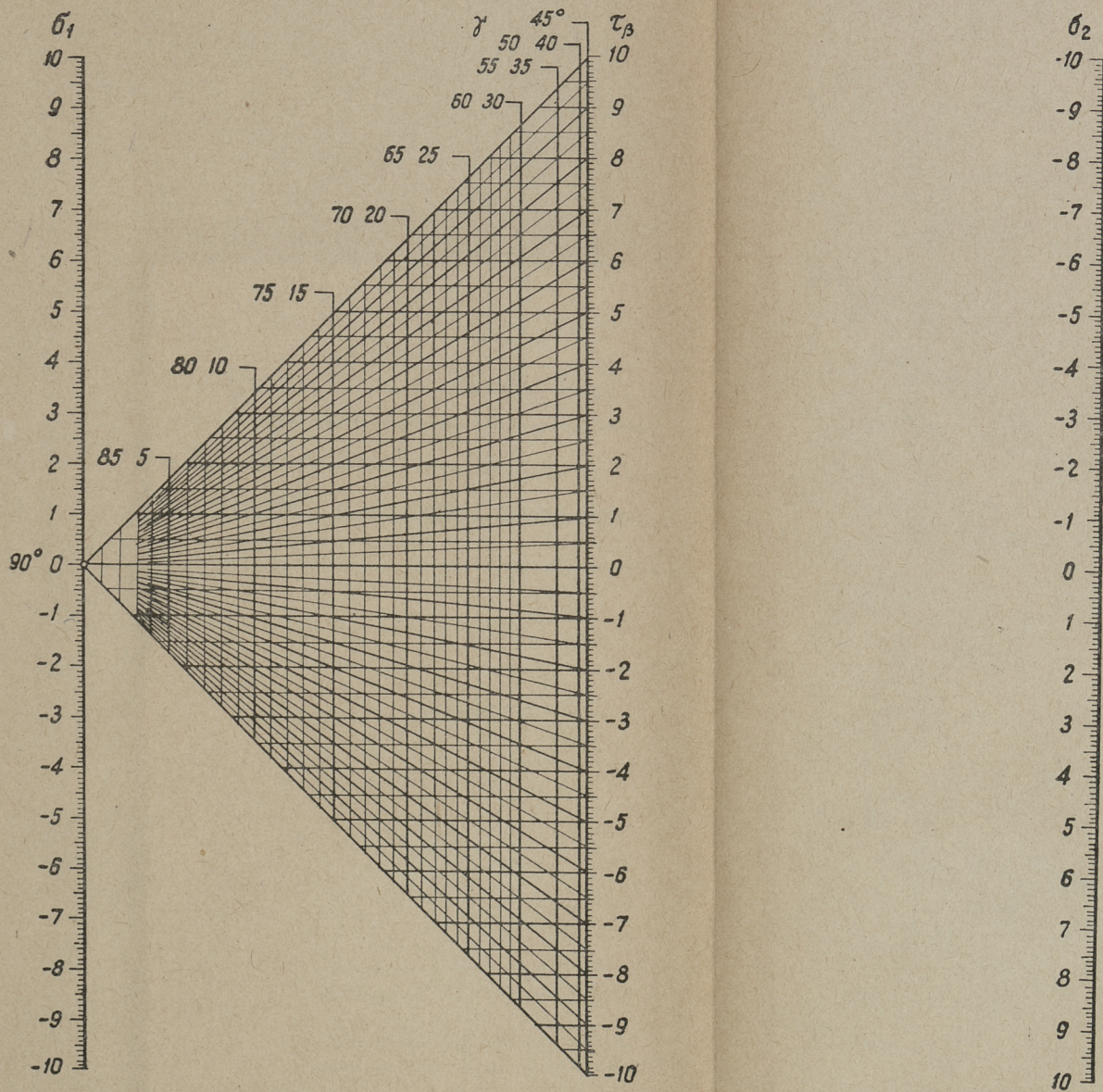


$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{2} \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_m}{1 - \mu} \pm \frac{\sqrt{2} a}{1 + \mu} \right)$$





$$\sigma_\beta = \sigma_1 \cos^2 \gamma + \sigma_2 \sin^2 \gamma$$



$$\tau_\beta = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\gamma$$

ЭНУУ Төрийн Академиа
Кескранатукугу

Цена 65 коп.