

F. 6. 1
289

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 289

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

v

Er. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 289

1970

УДК 539

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

V

ЭГРР. 93



1970

1970

1970

TRADY PO ŽNANKE

1970



Ep. 9975

УДК 621.315.592; 620.192.41

Б.Гольцман, М.Комиссарчик, А.Паат

ПОПЕРЕЧНЫЕ КОНЦЕНТРАЦИОННЫЕ НЕОДНОРОДНОСТИ В
 ТВЕРДЫХ РАСТВОРАХ $Bi_2(Te,Se)_3$

Твердые растворы $Bi_2(Te,Se)_3$, легированные галогенами, находят широкое применение в термоэлектрических охлаждающих устройствах и термоэлектродвигателях [1,2]. Ветви термоэлементов из этих материалов получают методами направленной кристаллизации из расплава. При увеличении скорости кристаллизации V и уменьшении градиента температуры G в расплаве снижается термоэлектрическая эффективность z твердых растворов $Bi_2(Te,Se)_3$, $z = \frac{\alpha^2 \sigma}{\kappa}$ (α - коэффициент термоэ.д.с., σ - электропроводность, κ - теплопроводность).

Одной из причин влияния условий роста на термоэлектрические свойства этих сплавов является неравномерное распределение состава твердого раствора и концентрации носителей заряда по поперечному сечению слитка, возникающее из-за микросегрегации. Микросегрегация связана с концентрационным переохлаждением расплава, которое вызывает неустойчивость фронта кристаллизации [3]. На фронте кристаллизации появляются выступы, проникающие в переохлажденный расплав. В сплавах $Bi_2(Te,Se)_3$ с содержанием селенида висмута, достигающем 10 - 30 мол. %, концентрационное переохлаждение из-за сегрегации Bi_2Se_3 должно возникать при весьма малой скорости кристаллизации. Оценка по формуле Тиллера и др. [3]:

$$\frac{G}{V} \Big|_{кр} = \frac{mC_0(1-k)}{\kappa D}, \quad (1)$$

(m - наклон линии ликвидус в системе $\text{Bi}_2(\text{Te,Se})_3$, C_0 - исходная концентрация Bi_2Se_3 в расплаве, k и D - соответственно равновесный коэффициент распределения и коэффициент диффузии Bi_2Se_3 в расплаве) показывает, что концентрационное переохлаждение в сплаве $\text{Bi}_2\text{Te}_{2,4}\text{Se}_{0,6}$ наступает при значении G/v , лежащем в пределах $10^5 \div 10^6$ град.сек/см².

Примыкающий к фронту кристаллизации слой расплава обеднен селенидом висмута, т.к. равновесный коэффициент распределения селенида висмута в системе $\text{Bi}_2(\text{Te,Se})_3$ больше единицы [4]. Поэтому в выступах, проникающих в расплав, содержание висмута должно быть повышено. Наряду с микросегрегацией селенида висмута должна возникать и микросегрегация легирующей примеси.

Оба вида неоднородности вызывают вихревые токи в ветви термоэлемента, снижающие коэффициент термоэ.д.с. и увеличивающие теплопроводность, и, следовательно, уменьшающие термоэлектрическую эффективность.

Настоящая работа посвящена исследованию микронеоднородностей в твердых растворах $\text{Bi}_2(\text{Te,Se})_3$, выращенных методом зонной плавки.

Для выявления рельефа фронта кристаллизации часть кварцевой ампулы со слитком отрывалась от расплава. На фиг. 1 показан продольный протравленный разрез оторванного от расплава слитка, выращенного в условиях концентрационного переохлаждения. На фиг. 1 видны выступы, проникающие в расплав.

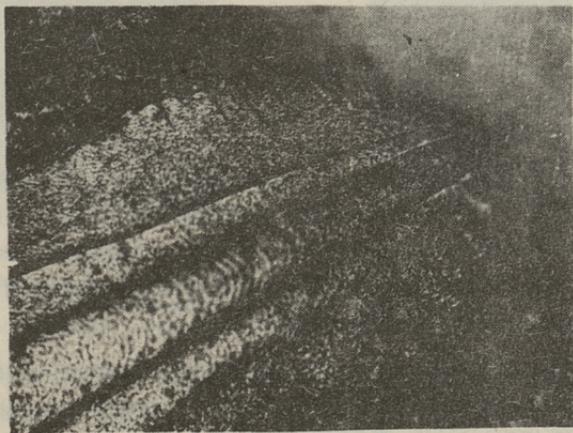
Светлые участки шлифа являются продолжением выступов. Выступы имеют форму пластинок, параллельных плоскости спайности (плоскость шлифа пересекает пластинки). Такая форма выступов объясняется большой анизотропией скорости роста.

При значительном концентрационном переохлаждении выступы приобретают дендритный характер (фиг. 2). При отсутствии концентрационного переохлаждения фронт кристаллизации гладкий.

В таблице I приведены данные о размерах выступов на фронте кристаллизации и расстояниях между ними. В числите-



Фиг. 1. Фронт кристаллизации твердого раствора $\text{Bi}_2\text{Te}_{2,4}\text{Se}_{0,6}$, выращенного в условиях концентрационного переохлаждения.



Фиг. 2. Дендрит на фронте кристаллизации твердого раствора $\text{Bi}_2\text{Te}_{2,4}\text{Se}_{0,6}$

ле дробі указана висота выступов в мк, в знаменателе - расстояние между ними в мк.

Т а б л и ц а I

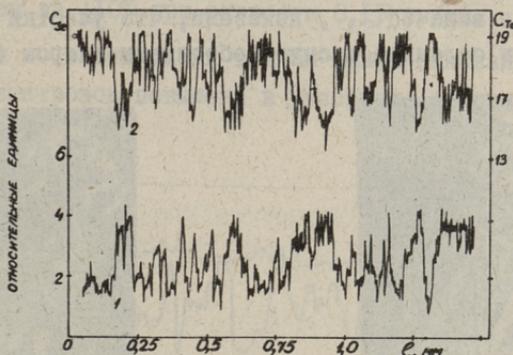
Размеры выступов на "ступенчатом" фронте кристаллизации при разных скоростях роста

V , мм/мин	$Bi_2Te_{2,7}Se_{0,3}$	$Bi_2Te_{2,4}Se_{0,6}$	$Bi_2Te_{2,1}Se_{0,9}$
0,13	гладкий ФК	<u>до 1000</u> 20 ÷ 40	<u>20 ÷ 200</u> 30 ÷ 60
0,52	<u>до 5</u> 5 ÷ 10	<u>40 ÷ 450</u> 30 ÷ 60	<u>100 ÷ 1200</u> 50 ÷ 100
2,1	<u>10 ÷ 300</u> 30 ÷ 100	<u>до 1000</u> 50 ÷ 150	<u>700 ÷ 2000</u> 50 ÷ 200
8,4	<u>100 ÷ 800</u> 50 ÷ 150	<u>до 3000</u> 100 ÷ 250	

Из таблицы видно, что с увеличением скорости роста и содержания селенида висмута выступы глубже проникают в расплав. Это связано с увеличением области концентрационного переохлаждения. Расстояния между выступами также увеличиваются.

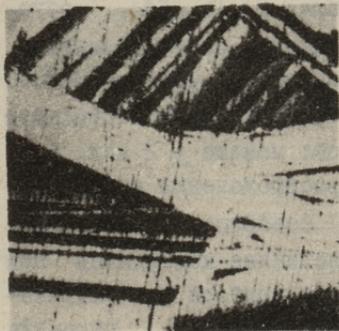
Измерения градиента температуры в расплаве при помощи миниатюрной термодпары, покрытой термостойким лаком, показали, что выступы на фронте кристаллизации появляются при значениях G/v меньших, чем $(2 \div 2,5) \cdot 10^5$; $(1 \div 1,5) \cdot 10^6$ и $(2 \div 8) \cdot 10^6$ град.сек/см² для $Bi_2Te_{2,7}Se_{0,3}$, $Bi_2Te_{2,4}Se_{0,6}$ и $Bi_2Te_{2,1}Se_{0,9}$ соответственно. Увеличение критического значения G/v с ростом содержания селенида висмута согласуется с формулой (I). Найденные значения G/v лежат в интервале, рассчитанном по этой формуле.

Колебания состава твердого раствора по поперечному сечению образцов определялись локальным рентгеноспектральным анализом на микронзонде "Сателла MS-46". Анализ селена проводился в $K\alpha_1$ -излучении, теллура - в $L\alpha_1$ -излучении при напряжении 30 кВ и токе образца 80 нА. Количественный анализ выполнялся методом внешнего стандарта; в качестве стандартов использовались Bi_2Te_3 и Bi_2Se_3 .

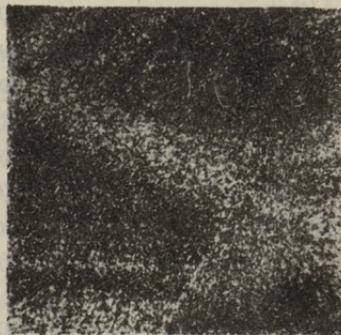


Фиг. 3. Распределение теллура и селена в твердом растворе $\text{Bi}_2\text{Te}_{2,4}\text{Se}_{0,6}$, выращенном в условиях концентрационного переохлаждения

На фиг. 3 приведены кривые распределения теллура и селена вдоль диаметра сечения образца $\text{Bi}_2\text{Te}_{2,4}\text{Se}_{0,6}$, полученного при скорости кристаллизации 5 мм/мин. Видно, что участки, обогащенные селеном обеднены теллуrom и наоборот.



а)

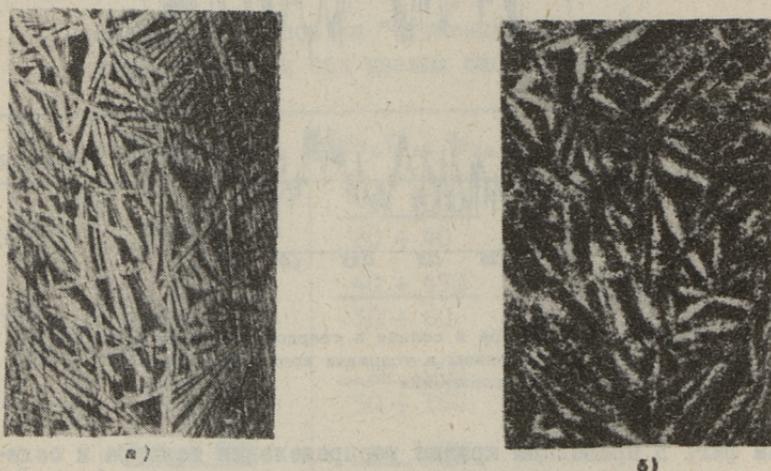


б)

Фиг. 4. Протравленный шлиф (а) и рентгеновское изображение ($\text{K}\alpha_1\text{Se}$) (б) твердого раствора $\text{Bi}_2\text{Te}_{2,4}\text{Se}_{0,6}$, выращенного в условиях концентрационного переохлаждения

Светлые и темные участки на протравленных шлифах твердых растворов $\text{Bi}_2(\text{Te},\text{Se})_3$ обогащены селенидом и теллуридом висмута соответственно (фиг. 4). Это согласуется с рассмотренным выше механизмом микроsegрегации.

Авторадиографические данные с применением изотопа Cd^{136} , выведенного в виде $CdCl_2$, показали, что участки с пониженным содержанием селенида висмута обогащены хлором (фиг. 5)



Фиг. 5. Протравленный шлиф (а) и авторадиография (б) твердого раствора $Bi_2Te_{2,4}Se_{0,6}$, выращенного в условиях концентрационного переохлаждения.

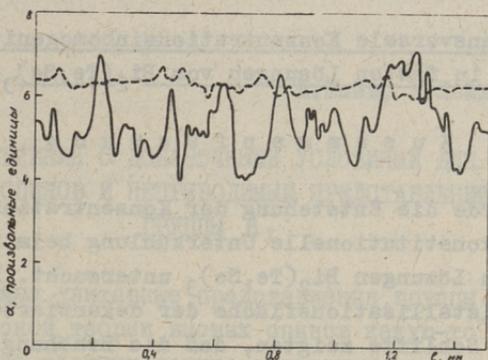
Колебания состава твердого раствора $Bi_2Te_{2,4}Se_{0,6}$, обусловленные концентрационным переохлаждением при $v = 5$ мм/мин, достигают значительной величины и составляют ± 10 мол. % Bi_2Se_3 . При скорости кристаллизации $0,15$ мм/мин разброс концентрации твердого раствора небольшой: меньше ± 2 мол. % Bi_2Se_3 . Критерием неоднородности в распределении концентрации носителей заряда может служить коэффициент термоэ.д.с. α в отдельных точках образца. Эта величина измерялась при помощи самопишущей установки на основе прибора для определения микротвердости ПМТ-3, в котором алмазная пирамида была заменена микрондом для измерения термоэ.д.с. На фиг. 6 представлены кривые распределения α в образцах $Bi_2Te_{2,4}Se_{0,6}$, выращенных при $v = 5$ мм/мин и $v = 0,15$ мм/мин.

Критерием разброса было взято стандартное отклонение $\Delta\alpha$, которое составляло $10 \div 15\%$ от среднего значения α при $v = 5$ мм/мин и меньше 5% при $v = 0,15$ мм/мин.

Приближенная оценка показывает, что такому разбросу α соответствует отклонение концентрации электронов на $\pm 20 \div 30\%$

от среднего значения при скорости кристаллизации 5 мм/мин. И меньше, чем на $\pm 10\%$ при скорости 0,15 мм/мин.

Измерения α в отдельных точках шлифа показали, что концентрация электронов повышена в участках, обедненных селенидом висмута.



Фиг. 8. Распределение коэффициента термоэ.д.с. в твердом растворе $\text{Bi}_2\text{Te}_{2,4}\text{Se}_{0,6}$, полученном при скоростях кристаллизации 0,15 мм/мин (штрихованная кривая) и 5 мм/мин (сплошная кривая).

Таким образом, концентрационное переохлаждение расплава вызывает значительную неоднородность состава твердого раствора $\text{Bi}_2(\text{Te}, \text{Se})_3$ и концентрации электронов.

Л и т е р а т у р а

1. А.Ф. Иоффе. Полупроводниковые термоэлементы. Изд. АН СССР, Москва-Ленинград, 1960.
2. Н.Ж. Голдсмит. Thermoelectric Refrigeration. Temple Press, London, 1964.
3. W.A. Tiller et al. Acta Met., 1, 1953, 428.
4. J.P. McNugh, W.A. Tiller. Trans. AIME, 215, 1959, 651.

B. Golzman, M. Komissartschik,
A. Paat

Transversale Konzentrationsinhomogenitäten
in festen Lösungen von $\text{Bi}_2(\text{Te,Se})_3$

Z u s a m m e n f a s s u n g

Es wurde die Entstehung der Konzentrationsinhomogenitäten durch konstitutionelle Unterkühlung beim Zonenschmelzen in den festen Lösungen $\text{Bi}_2(\text{Te,Se})_3$ untersucht. Die Untersuchungen der Kristallisationsfläche der dekantierten Kristalle und geätzten Schliche zeigten, daß die Erhöhung der Konzentration Bi_2Se_3 in der Schmelze in Übereinstimmung mit der Theorie Tillers u.a. /3/ zur Entstehung der konstitutionellen Unterkühlung und Unstabilität der ebenen Kristallisationsfläche bei höheren Werten G/v führt (G - Temperaturgradient in der Schmelze, v - Kristallisationsgeschwindigkeit). Mit Zunahme der Kristallisationsgeschwindigkeit und der Konzentration von Bi_2Se_3 vergrößert sich die Höhe der plattenartigen Vorsprünge auf der Kristallisationsfläche und der Abstand zwischen ihnen. Die Ergebnisse der Röntgenspektroanalyse, Autoradiographie und die lokalen Werte der thermoelektromotorischen Kraft zeigen, daß beim Auftreten der konstitutionellen Unterkühlung die Inhomogenitäten der Zusammensetzung der festen Lösung und der Konzentration der Ladungsträger bedeutend sein können.

УДК 539.12.01

М.Кыйв, К.Лойде, И.Мейтре

УРАВНЕНИЯ С ДОБАВОЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ВЫСШИХ
СПИНОВ И НЕПРИВОДИМЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ
ГРУППЫ B_2

Неприводимые унитарные представления группы B_2 играют в релятивистской теории высших спинов какую-то особую роль^I. Хотя состояние частицы должно принадлежать к унитарному представлению группы Пуанкаре, все же такую волновую функцию невозможно использовать в теории квантованных полей в виду того, что эта функция при Лоренц-преобразованиях трансформируется с помощью зависящей от импульса матрицы. Поэтому в теории полей встречаются волновые функции, снабженные кроме индексов представления группы Пуанкаре - $\bar{p} s_2$ еще индексами "от неких других" групп [1].

В другом месте [2] мы показываем, почему среди этих "неких других групп" выделяется именно группа B_2 и какова ее связь с группой Пуанкаре. В данной работе выясняем ее значение для уравнений Баргмана-Вигнера (BW) и Рарита-Швингера (RS).

а) Начнем несколькими словами о наших обозначениях при использовании представлений группы B_2 :

Инфинитезимальные операторы $I_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, \dots, 5$) удовлетворяют условиям коммутации:

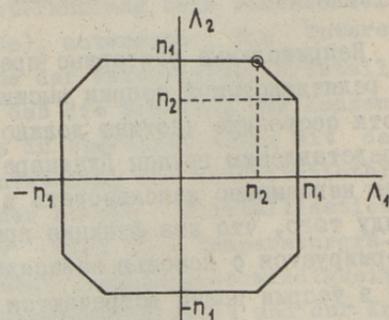
^I Точнее, неунитарные конечномерные неприводимые представления группы $O(4,1)$ или $O(3,2)$, но они получаются тривиальным образом из представлений B_2 и всегда можно использовать такую форму рассмотрения, что можно просто говорить на языке представлений группы B_2 .

$$[I^{\alpha\beta}, I^{\gamma\delta}] = \delta_{\beta\gamma} I^{\alpha\delta} - \delta_{\alpha\gamma} I^{\beta\delta} + \delta_{\alpha\delta} I^{\beta\gamma} - \delta_{\beta\delta} I^{\alpha\gamma}. \quad (1)$$

Кроме того $I^{\alpha\beta} = -I^{\beta\alpha}$.

Следуя Гельфанду [3], характеризуем неприводимые представления парами целых или полуцелых чисел (n_1, n_2) , $n_1 \geq n_2$. Каждое представление (n_1, n_2) группы B_2 порождает представление группы D_2 , состоящее из всевозможных однократных неприводимых компонентов (m_1, m_2) , для которых $m_1 \geq m_2$ и $n_1 \geq m_1 \geq n_2 \geq m_2 \geq -n_2$. Каждое представление $D_2(m_1, m_2)$ порождает представление B_1 , которое состоит из неприводимых компонент $m_1 \geq l \geq |m_2|$.

Каждому неприводимому представлению (n_1, n_2) соответствует восьмиугольная весовая диаграмма со старшим весом $\vec{N} = (n_1, n_2)$ (фиг. 1).



Фиг. 1

Компоненты любого веса $\Lambda = (\Lambda_1, \Lambda_2)$ имеют значения из ряда: $n_1, n_1 - 1, \dots, -n_1 + 1, -n_1$, но всегда такие, что (Λ_1, Λ_2) одна из точек диаграммы. Кратность весов на гранях восьмиугольника равна единице. Кратность других весов можно вычислять при помощи формул из работы [4].

б) Инвариантное уравнение типа B_2 пишем в виде:

$$(\beta^\mu p_\mu - im) \psi = 0, \quad (2)$$

где β^μ удовлетворяют соотношениям

$$\left. \begin{aligned} [I^{\mu\nu}, \beta^\sigma] &= \delta_{\nu\sigma} \beta^\mu - \delta_{\mu\sigma} \beta^\nu \\ I^{\mu\nu} &= \kappa^2 [\beta^\mu, \beta^\nu] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$I^{\mu\nu}$ инфинитезимальные операторы того представления группы D_2 , по которым трансформируется функция ψ .

^I Всюду, где это специально не оговорено, индексы изменяются от 1 до 4.

Обозначая

$$\beta^\mu = \frac{i}{\pi_1} I^{5\mu} \quad (4)$$

и полагая $\kappa = \pi_1$, видим, что уравнение (2) вместе с задачей собственных значений для проекции спина

$$-i\lambda_\mu^1 \lambda_\nu^2 I^{\mu\nu} \psi = m_s \psi \quad (\lambda_\mu^1 \lambda_\mu^1 - \lambda_\mu^2 \lambda_\mu^2 = 1, \lambda_\mu^1 \lambda_\mu^2 = p_\mu \lambda_\mu^1 = p_\mu \lambda_\mu^2 = 0)$$

можно рассматривать как определение весов группы B_2 :

$$\left. \begin{aligned} H_1 \psi &= i \Lambda_1 \psi \\ H_2 \psi &= i \Lambda_2 \psi, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где подалгебра Картана (H_1, H_2) состоит из операторов

$$\frac{I^{\mu s} p_\mu}{\sqrt{p^2}} \quad \text{и} \quad \lambda_\mu^1 \lambda_\nu^2 I^{\mu\nu}.$$

Сама алгебра Ли генераторов дана операторами $I^{\mu\nu}(\rho)$ ($\mu, \nu = 1, \dots, 5$):

$$\left. \begin{aligned} I^{\mu\nu}(\rho) &= \lambda_\alpha^\mu \lambda_\beta^\nu I^{\alpha\beta} \\ I^{5\mu}(\rho) &= \lambda_\alpha^\mu I^{5\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Действительно, используя соотношения (3) и (4), можно показать, что $I^{\mu\nu}(\rho)$ и $I^{5\mu}(\rho)$ удовлетворяют соотношению коммутации $[\cdot, I]$, если только векторы λ^μ образуют ортонормированную систему ($\lambda_\alpha^\mu \lambda_\alpha^\nu = \delta_{\mu\nu}$, $\lambda_\alpha^\mu \lambda_\beta^\mu = \delta_{\alpha\beta}$).

Мы обозначили:

$$\lambda_\mu^4 = \frac{p_\mu}{\sqrt{p^2}}. \quad (7)$$

Из соотношения (5) и весовой диаграммы получается спектр масс и спинов уравнения (2), а именно:

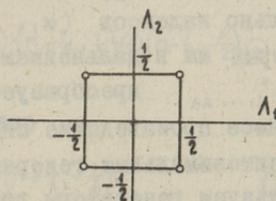
$$i\Lambda_1 = \frac{m\pi_1}{\sqrt{p^2}} \quad \text{и} \quad \sqrt{p^2} = im, \quad im \frac{\pi_1}{\pi_1 - 1}, \dots, -im;$$

$$m_s = \pi_1 \dots - \pi_1.$$

Для частиц целого спина существует также и нефизическое решение $\Lambda_1 = 0$, которое отбрасывается требованием $m \neq 0$.

Из известных уравнений уравнению Дирака соответствует представление $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ группы B_2 .

Диаграмма:

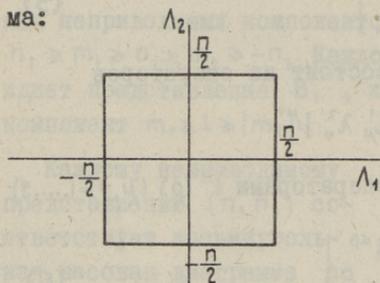


Фиг. 2

Пятикомпонентному уравнению Кеммера-Дэффина соответствует представление $(1, 0)$. Диаграмма:

Здесь единственному физическому решению $|\Lambda_1| = 1$ соответствует спин 0 ($\Lambda_2 = 0$).

Десятикомпонентному уравнению Кеммера-Дэффина соответствует представление $(1, 1)$ и диаграмма:



Фиг. 4

нужными массами. Поэтому для избавления от ненужных масс (и спинов) придется дополнить уравнения (2) добавочными условиями, запрещающими часть решений.

Далее показываем, что уравнения RS и BW являются именно такого рода B_2 - типа уравнениями с добавочными условиями.

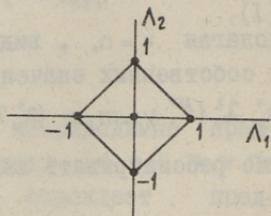
с) Уравнения Рарита-Швингера для частиц спина $n + \frac{1}{2}$ (n - целое) дается в виде

$$(\gamma^\mu p_\mu - im) \Psi_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0 \quad (7a)$$

с добавочными условиями

$$\gamma^{\beta\alpha} \Psi_{\beta \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0, \quad (7b)$$

где волновая функция $\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta}$, симметричный тензор относительно индексов $(\alpha_1 \dots \alpha_n)$ и биспинор относительно β (который мы в дальнейшем обычно не пишем). Это значит, что $\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta}$ преобразуется при Лоренц-трансформациях как прямое произведение симметричного тензора и биспинора. Инфинитезимальные генераторы для такого представления (мы используем генераторы группы B_2) можно выбрать в виде:



Фиг. 3

Единственному физическому решению $\Lambda_1 = \pm 1$ соответствует спин 1 ($\Lambda_2 = 1, 0, -1$).

Как следует из общего вида весовой диаграммы (фиг. I), для частиц со спином выше 1 уравнения типа B_2 дают решения с различными ненулевыми массами.

$$I^{ik} = \frac{[\delta^i, \delta^k]}{4} \times I_1 \times \dots \times I_n + E \times \sum_n s_n^{ik}, \quad (8)$$

где I_k — единичные матрицы, действующие на тензорные индексы, E — единичная биспинорная матрица и s_n^{ik} — матрица вида $\delta_{\alpha\beta} \dots s_{\alpha_r\beta_r}^{ik} \dots \delta_{\alpha_n\beta_n}$. В качестве $s_{\alpha\beta}^{ik}$ можно использовать базис антисимметричных вещественных четырехрядных матриц:

$$s_{\alpha\beta}^{ik} = \delta_{i\alpha} \delta_{k\beta} - \delta_{i\beta} \delta_{k\alpha}. \quad (9)$$

Эти операторы дадут нам правильное представление, если мы учтем еще симметричность волновой функции относительно тензорных индексов.

Покажем далее, что функция этого представления D_2 — $\Psi_{\beta_1 \dots \beta_n}$, если она удовлетворяет уравнениям (7a, b), является функцией некоторого неприводимого представления группы B_2 , на которое наложено добавочное условие (7b).

Для этого сначала выясним, на какие неприводимые представления группы D_2 распределяется неприводимое представление, которое дано генераторами (8), (9), если они действуют на симметричные тензорные индексы. Другими словами — как распадается прямое произведение, симметричный тензор \times биспинор.

Симметричный тензор содержит следующие неприводимые компоненты

$$\begin{aligned} n=1 & \quad (1, 0) \\ n=2 & \quad (2, 0) \quad (0, 0) \\ n=3 & \quad (3, 0) \quad (1, 0) \\ & \quad \dots \\ n=2k-1 & \quad (2k-1, 0) \quad (2k-3, 0) \dots (1, 0) \\ n=2k & \quad (2k, 0) \quad (2k-2, 0) \dots (2, 0) \quad (0, 0). \end{aligned}$$

Прямое произведение биспинора и представления $(n, 0)$ распадается:

$$(n, 0) \times \left[\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \oplus \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) \right] = \left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \oplus \left(n - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \oplus \left(n - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) \oplus \left(n + \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right).$$

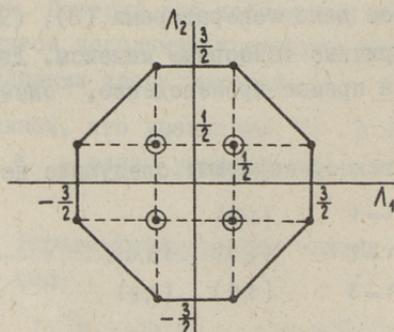
Поэтому симметричный тензор \times биспинор =

$$= \left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \oplus \left(n - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \oplus \dots \oplus \left(n + \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right). \quad (10)$$

Итак, генераторы (8), (9), действуя на симметричные тензорные индексы, дадут алгебру представления (10) группы D_2 .

Далее отметим, что представление $(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ группы B_2 порождает представление группы D_2 , которое имеет в точности вид (10). Следовательно, мы можем дополнить систему генераторов $I^{\alpha\beta}$ (8), (9) операторами $I^{5\mu}$ и таким образом получить систему генераторов представления $(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ группы B_2 . Возникает только вопрос, какое отношение к этой процедуре имеют уравнения (7а, б)? Ведь очевидно матрицы $\gamma^\mu \times I$ из уравнения (7а) вместе с операторами I^{ik} (8), (9) не образуют систему генераторов представления $(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ и вообще эта система не удовлетворяет коммутационным соотношениям группы B_2 .

Ради наглядности рассмотрим эту проблему сначала в случае $n = 1$. Тогда у нас имеется представление $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ группы B_2 , весовая диаграмма которого выглядит следующим образом:



Фиг. 5. Веса, имеющие кратность 2, выделены кружками

Представление $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ распадается относительно группы D_2 на компоненты $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}) \oplus (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \oplus (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \oplus (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$.

Спины, содержащиеся в этом ряду, имеют значения $l = \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$. Спин $\frac{3}{2}$ принадлежит точкам $|\lambda_1| = \frac{1}{2}$ диаграммы фиг. 5.

Инфинитезимальные генераторы (8), (9), имеющие теперь вид

$$\Gamma^{ik} = \frac{[\gamma^i \gamma^k - \gamma^k \gamma^i]}{4} \times I + E \times s^{ik}, \quad (II)$$

(в дальнейшем мы опускаем единичные операторы), можно дополнить до представления $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ группы B_2 . Например:

$$\Gamma^{54} = \frac{i\gamma^4}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\gamma^1 \gamma^2 & -\gamma^1 \gamma^3 & i\gamma^1 \gamma^4 \\ -\gamma^2 \gamma^1 & 0 & -\gamma^2 \gamma^3 & i\gamma^2 \gamma^4 \\ -\gamma^3 \gamma^1 & -\gamma^3 \gamma^2 & 0 & i\gamma^3 \gamma^4 \\ i\gamma^4 \gamma^1 & i\gamma^4 \gamma^2 & i\gamma^4 \gamma^3 & 0 \end{pmatrix},$$

где матрица действует на векторные индексы функции Ψ_β . С помощью коммутационных соотношений вычислим также другие операторы $\Gamma^{5\mu}$, и в дальнейшем используем систему генераторов $\Gamma^{5\mu}(\rho)$, $\Gamma^{\alpha\beta}(\rho)$, определенных формулами (6). Оператор $\Gamma^{54}(\rho)$ имеет теперь вид

$$\Gamma^{54}(\rho) \equiv \frac{\rho_\mu \Gamma^{5\mu}}{\sqrt{\rho^2}} = -\frac{i}{2} (\rho_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \gamma^\beta)', \quad (I2a)$$

где значок (') означает, что по четным индексам не суммируется.

$$\rho_{\alpha\beta} = \Gamma^4 - (1+i)(\gamma^\alpha \lambda_\alpha^4 - \gamma^\beta \lambda_\beta^4)' \quad (I2b)$$

и

$$\rho_{\alpha\alpha} = 0,$$

а

$$\Gamma^\mu = \lambda_\alpha^\mu \gamma^\alpha,$$

$$\Gamma^\mu \Gamma^\nu + \Gamma^\nu \Gamma^\mu = 2\delta_{\mu\nu}.$$

Рассмотрим функцию, которая удовлетворяет соотношению (7b) - $\gamma^\beta \Psi_\beta = 0$ и является собственной функцией оператора $\Gamma^{54}(\rho)$ (его собственные значения, как следует из весовой диаграммы, $\pm \frac{i}{2}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3i}{2}$).

Тогда для такой функции, учитывая, что

$$\lambda_\alpha^4 \Gamma_{\alpha\beta}^{54}(\rho) = -\frac{i}{2} (\gamma^\beta - \Gamma^4 \lambda_\beta^4),$$

получаем

$$\Gamma^4 (\lambda_\beta^4 \Psi_\beta) = \pm i \eta (\lambda_\beta^4 \Psi_\beta),$$

где $\eta = \pm 1$ или ± 3 .

Но так как собственные значения оператора $\Gamma^4: \pm 1$, то $\lambda_\beta^4 \Psi_\beta = 0$. Поэтому

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma^{54}(\rho) = i \Lambda_1 \Psi \\ \gamma^\beta \Psi_\beta = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho_\mu \Psi_\mu = 0.$$

Возьмем теперь волновую функцию, удовлетворяющую этим условиям и преобразуем выражения $I_{\alpha\beta}^{54}(\rho)\Psi_\beta$. Из (I2a, б) следует, что

$$I_{\alpha\beta}^{54}(\rho)\Psi_\beta = \frac{i}{2}\Gamma^4\Psi_\alpha + (1+i)[\lambda_\alpha^4\gamma_\beta\Psi_\beta - \gamma_\alpha\lambda_\beta^4\Psi_\beta] = \frac{i}{2}\Gamma^4\Psi_\alpha.$$

Так как Γ^4 не имеет собственных значений ± 3 , то решения уравнения $I^{54}(\rho)\Psi = i\Lambda_1\Psi$ для $|\Lambda_1| = \frac{3}{2}$ отбрасываются и на весовой диаграмме не будет крайних левых и правых точек, а само уравнение примет вид:

$$\frac{i}{2}\Gamma^4\Psi_\alpha = \frac{i}{2}\Psi_\alpha,$$

т.е.

$$(\gamma^\mu\rho_\mu - \sqrt{\rho^2})\Psi_\alpha = 0.$$

Следовательно, уравнение $I^{54}(\rho)\Psi = i\Lambda_1\Psi$ при условии $\gamma^\mu\Psi_\mu = 0$ эквивалентно уравнению Гарита-Швингера.

Рассмотрим спин. Оператор спина определяется выражением

$$\bar{L}(\rho) = -i(I^{23}(\rho), I^{31}(\rho), I^{12}(\rho)). \quad (I3)$$

Квадрат спина можно дать в виде:

$$\bar{L}^2(\rho) = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right) + l^\gamma(\rho) + l^\rho(\rho),$$

где

$$l_{\alpha\beta}^\gamma(\rho) = -(\gamma_\alpha - \lambda_\alpha^4\Gamma^4)\gamma_\beta,$$

$$l_{\alpha\beta}^\rho(\rho) = \gamma_\alpha\Gamma^4\lambda_\beta^4 - 4\lambda_\alpha^4\lambda_\beta^4.$$

Видим, что при условии $\gamma^\beta\Psi_\beta = \rho_\beta\Psi_\beta = 0$ получается

$$\bar{L}^2(\rho)\Psi = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)\Psi,$$

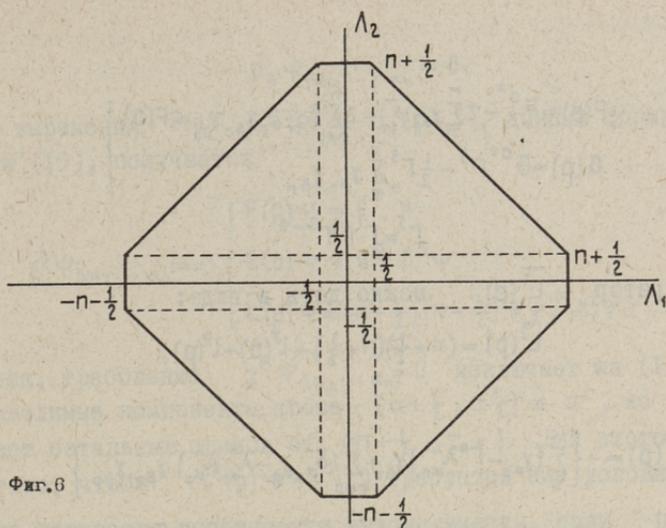
с другой стороны, учитывая соотношения

$$\gamma^\alpha\bar{L}_{\alpha\beta}^2(\rho) = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)\gamma_\beta - 3\gamma_\beta,$$

$$\lambda_\alpha^4\bar{L}_{\alpha\beta}^2(\rho) = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)\lambda_\beta^4 - 3\lambda_\beta^4,$$

получаем, что из $\bar{L}^2(\rho)\Psi = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)\Psi$ следуют $\rho_\beta\Psi_\beta = \gamma^\beta\Psi_\beta = 0$, и что условия, которые привели $I^{54}(\rho)\Psi$ к виду $\frac{i}{2}\Gamma^4\Psi$, исключают все спины, кроме $\frac{3}{2}$.

Рассмотрим теперь общий случай: Спин $n + \frac{1}{2}$ и представление $(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ группы B_2 с весовой диаграммой (фиг. 6).



Фиг. 6

Единственные точки диаграммы, которые соответствуют проекции спина $n + \frac{1}{2}$ суть $|\Lambda_1| = \frac{1}{2}$, $\Lambda_2 = n + \frac{1}{2}$. Поэтому спин $n + \frac{1}{2}$ соответствует точкам диаграммы, для которых $|\Lambda_1| = \frac{1}{2}$. Но, конечно, не все точки $|\Lambda_1| = \frac{1}{2}$ соответствуют спину $n + \frac{1}{2}$, внутренние точки диаграммы всегда неоднократные. Покажем, что условие $\gamma^\beta \Psi_{\beta\alpha_2 \dots \alpha_n} = 0$ выделяет точки $|\Lambda_1| = \frac{1}{2}$ и снимает их кратность, то есть, выделяет спин $n + \frac{1}{2}$. Это значит, что из всех решений задачи собственных функций под-алгебры Картана (5) для представления $(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ названное условие выбирает только решения, соответствующие спину $n + \frac{1}{2}$. Такие функции удовлетворяют уравнению (7а).

Исходим из генераторов вида (8), (9). Вычисляем операторы Казимира для группы D_2 и $B_1(\bar{L}^2)$:

$$F(p) = \frac{1}{4} I^{ik}(p) I^{ki}(p),$$

$$G(p) = \frac{1}{8} \varepsilon_{iklm} I^{ik}(p) I^{lm}(p).$$

Собственные значения операторов Казимира [5] представления $(n + \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}) \equiv \sigma^\pm$ равны:

$$F^{\sigma^\pm} = \frac{1}{2} (2n^2 + 6n + 3),$$

$$G^{\sigma^\pm} = \pm \frac{1}{2} (n + \frac{3}{2}).$$

F и G можно преобразовать для нашего представления (10) к виду

$$\left. \begin{aligned} F(p) &= F^{\alpha^+} - 2 \sum_{\alpha_r}^n \gamma_{\alpha_r} \gamma_{\beta_r} - 2 \sum_{\alpha_r \neq \beta_r}^n \delta_{\alpha_r \alpha_p} \gamma_{\beta_r} \gamma_{\beta_p} = F(0) \\ G(p) &= G^{\alpha^+} \Gamma^5 - \frac{1}{2} \Gamma^5 \sum_{\alpha_r}^n \gamma_{\alpha_r} \gamma_{\beta_r} \end{aligned} \right\} \quad (I4)$$

где

$$\Gamma^5 = \Gamma^1 \Gamma^2 \Gamma^3 \Gamma^4.$$

Оператор $\bar{L}^2(p)$ можно дать в виде:

$$\bar{L}^2(p) = (n + \frac{1}{2})(n + \frac{3}{2}) + l^x(p) + l^p(p), \quad (I5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} l^x(p) &= - \left\{ \sum_{\alpha_r}^n (\gamma_{\alpha_r} - \Gamma^4 \lambda_{\alpha_r}^4) \gamma_{\beta_r} + \sum_{\alpha_r \neq \beta_r}^n (\delta_{\alpha_r \alpha_p} - \lambda_{\alpha_r}^4 \lambda_{\alpha_p}^4) \gamma_{\beta_r} \gamma_{\beta_p} \right\} \\ l^p(p) &= - (2n+1) \sum_{\alpha_r}^n \lambda_{\alpha_r}^4 \lambda_{\beta_r}^4 + \sum_{\alpha_r \neq \beta_r}^n \delta_{\alpha_r \alpha_p} \lambda_{\beta_r}^4 \lambda_{\beta_p}^4 + \sum_{\alpha_r}^n \lambda_{\beta_r}^4 \delta_{\alpha_r} \Gamma^4 \end{aligned} \right\} \quad (I6)$$

Пользуясь теперь соотношением

$$\gamma^{\alpha} \bar{L}^2(p) \psi_{\alpha_1 \dots \alpha_n \beta_1 \dots \beta_n} \Psi_{\beta_1 \dots \beta_n} = (n + \frac{1}{2})(n + \frac{3}{2}) \gamma^{\beta} \psi_{\beta_1 \dots \beta_n} + l[\Psi]_{\alpha_1 \dots \alpha_n},$$

где

$$\begin{aligned} l[\Psi] &= - (2l+1) \gamma^{\beta} \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \alpha_n} - 2n \sum_{\alpha_r \geq 2}^n \lambda_{\alpha_r}^4 \lambda_{\beta_r}^4 \gamma^{\beta} \Psi_{\beta_1 \alpha_r \dots \beta_r \dots \alpha_n} - \\ &- \sum_{\alpha_r \geq 2}^n (\gamma_{\alpha_r} - \Gamma^4 \lambda_{\alpha_r}^4) \gamma^{\beta} \gamma_{\beta_r} \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \beta_r \dots \alpha_n} + \sum_{\alpha_r \geq 2}^n \gamma_{\alpha_r} \Gamma^4 \gamma^{\beta} \lambda_{\beta_r}^4 \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \beta_r \dots \alpha_n} + \\ &+ \sum_{\alpha_r \neq \beta_r \geq 2}^n [\delta_{\alpha_r \alpha_p} (\lambda_{\beta_r}^4 \lambda_{\beta_p}^4 \gamma^{\beta} \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \beta_r \dots \beta_p \dots \alpha_n} - \gamma^{\beta} \gamma_{\beta_r} \gamma_{\beta_p} \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \beta_r \dots \beta_p \dots \alpha_n}) + \\ &+ \lambda_{\alpha_r}^4 \lambda_{\alpha_p}^4 \gamma^{\beta} \gamma_{\beta_r} \gamma_{\beta_p} \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \beta_r \dots \beta_p \dots \alpha_n}] \end{aligned}$$

видим, что для функции $\bar{L}^2(p) \Psi = (n + \frac{1}{2})(n + \frac{3}{2}) \Psi$

$$l[\Psi_{l=n+\frac{1}{2}}] = 0.$$

Но это однородное уравнение для компонент функции $\gamma^{\beta} \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}$, определитель которого, как можно показать, не может быть нулем. Поэтому

$$\bar{L}^2(p) \Psi = (n + \frac{1}{2})(n + \frac{3}{2}) \Psi \Rightarrow \gamma^{\beta} \Psi_{\beta_1 \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0. \quad (I7)$$

Аналогичным образом из этого же требования следует:

$$p_{\beta} \Psi_{\beta \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0. \quad (I8)$$

Из выражений $F(p)$, $G(p)$ и $\bar{L}^2(p)$, данных формулами (I4) и (I5), получается

$$\gamma^{\beta} \Psi_{\beta \alpha_2 \dots \alpha_n} \implies \begin{cases} F(p) \Psi = F^{\sigma^{\pm}} \Psi \\ G(p) \Psi = G^{\sigma^+} \Gamma^5 \Psi \\ \bar{L}^2(p) \Psi = (n + \frac{1}{2})(n + \frac{3}{2}) \Psi + l^p(p) \Psi. \end{cases} \quad (I9)$$

Итак, требование $\gamma^{\beta} \Psi_{\beta \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0$ исключает из (I0) все неприводимые компоненты, кроме $(n + \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}) \equiv a^{\pm}$, но не исключает остальных спинов от $(n + \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2})$. Для этого (т.е. для того, чтобы $l^p(p) \Psi = 0$) требуется еще условие (I8).

Это равенство выполняется автоматически, если потребовать, что Ψ является собственной функцией генератора $I^{54}(p)$ представления $(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Кроме того, такие собственные функции удовлетворяют и уравнению (7а) и тем самым проблемы

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1 \Psi = i \Lambda_1 \Psi \\ H_2 \Psi = i \Lambda_2 \Psi \\ \gamma^{\beta} \Psi_{\beta \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0 \end{array} \right\} \quad \text{и} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\gamma^{\beta} p_{\beta} - i m) \Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_n} = 0 \\ -i I^{12}(p) \Psi = m_s \Psi \\ \gamma^{\beta} \Psi_{\beta \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0 \end{array} \right\}$$

эквивалентны. Покажем это:

Оператор $I^{54}(p)$, действуя на собственные функции операторов F , G и \bar{L}^2 , переводит функцию представления (m_1, m_2) к суперпозиции представлений $(m_1 \pm 1, m_2)$; $(m_1, m_2 \pm 1)$, но не изменяет спина l . Поэтому, действуя на функцию $\Psi^{a^{\pm}}$, $I^{54}(p)$ переводит ее к суперпозиции, где обязательно содержится представление $(n - \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2})$, если только спин не изменяется. Поэтому из Ψ^{a^+} и Ψ^{a^-} нельзя получить такую комбинацию, которая была бы собственной функцией $I^{54}(p)$, если они содержат общий спин с представлением $(n - \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2})$. Но спин $n + \frac{1}{2}$ содержится только в представлениях a^{\pm} , поэтому, если комбинации Ψ^{a^+} и Ψ^{a^-} являются собственными функциями $I^{54}(p)$, то они могут соответствовать только спину $n + \frac{1}{2}$ (и поэтому (20) выполняется автоматически).

Далее на базисе Гельфанда [3]:

Как показано в работе [6], система (22) при условии симметричности дает волновую функцию спина $l = \frac{n}{2}$.

Для того, чтобы выяснить B_2 структуру уравнений BW , перепишем их следующим образом:

$$\frac{1}{n} \sum_r^n D_r \Psi = m \Psi, \quad (24a)$$

$$\left. \begin{aligned} (D_1 - D_2) \Psi &= 0 \\ (D_2 - D_3) \Psi &= 0 \\ \dots \dots \dots \\ (D_{n-1} - D_n) \Psi &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (24b)$$

где

$$D_r = (\gamma^\mu p_\mu)_r.$$

Систему (24a, b) можно рассматривать как уравнение

$$(\beta^\mu p_\mu - im) \Psi = 0, \quad (24c)$$

где

$$\beta^\mu = \frac{1}{n} \sum_r^n \gamma_r^\mu$$

и добавочное условие (24b). Операторы β^μ генерируют алгебру Ли группы B_2 . Полагаем, что

$$\left. \begin{aligned} I^{\alpha\beta} &= \frac{n^2}{4} [\beta^\alpha, \beta^\beta] = \frac{1}{4} \sum_r^n [\gamma_r^\alpha, \gamma_r^\beta] \\ I^{5\mu} &= \frac{in}{2} \beta^\mu = \frac{i}{2} \sum_r^n \gamma_r^\mu \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Тогда $I^{5\mu}$ и $I^{\alpha\beta}$ удовлетворяют коммутационным соотношениям генераторов B_2 .

Чтобы сформулировать задачу в виде (5) с добавочными условиями, опять используем генераторы $I^{\alpha\beta}(p)$ (6):

$$\left. \begin{aligned} I^{5\mu}(p) &= \lambda_i^\mu; I^{5i} = \frac{i}{2} \sum_r^n \Gamma_r^\mu \\ I^{\alpha\beta}(p) &= \lambda_\mu^\alpha \lambda_\nu^\beta I^{\mu\nu} = \frac{1}{4} \sum_r^n [\Gamma_r^\alpha, \Gamma_r^\beta] \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Уравнение (24a) теперь в виде

$$\left(I^{54}(p) + i \frac{m \cdot n}{2\sqrt{p^2}} \right) \Psi = 0$$

вместе с задачей собственных значений проекции спина

$$I^{12}(p) \Psi = im_s \Psi$$

дано как задача (5) с добавочными условиями

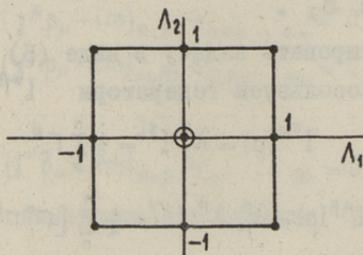
$$\Gamma_n^4 \Psi = \Gamma_{n-1}^4 \Psi. \quad (27)$$

Так как матрицы Дирака γ^μ генерируют представление $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ группы B_2 , то генераторы (26) соответствуют n -кратным прямым произведениям представления $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Такое прямое произведение содержит неприводимые компоненты [7]:

Для четных n [Для нечетных n]

$$\begin{array}{ll} (\frac{n}{2}, \frac{n}{2}) & \text{-----} (\frac{n}{2}, 0) \quad [(\frac{n}{2}, \frac{1}{2})] \\ (\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1) & \text{-----} (\frac{n}{2}-1, 0) \quad [(\frac{n}{2}-1, \frac{1}{2})] \\ & \text{-----} \\ & (1, 0) \quad [(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})] \\ & (0, 0) \quad [(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})], \end{array} \quad (28)$$

где кроме $(\frac{n}{2}, \frac{n}{2})$ все компоненты неоднократны. Но наше представление дается генераторами (25) в подпространстве симметричных спинов. Симметризация отбрасывает все многократные представления и в (28) остается только $(\frac{n}{2}, \frac{n}{2})$, весовая диаграмма которого дается на фиг. 7.



Фиг. 7

Представление $(\frac{n}{2}, \frac{n}{2})$ группы B_2 распадается относительно D_2 на компоненты

$$\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right) \oplus \left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}-1\right) \oplus \dots \oplus \left(\frac{n}{2}, -\frac{n}{2}\right). \quad (29)$$

Рассмотрим механизм действия добавочных условий (27)

$$\Gamma_r^4 \Psi = \Gamma_{r-1}^4 \Psi.$$

Так как $I^{54}(\rho) = \frac{1}{2} \sum_r^n \Gamma_r^4$, то добавочные условия требуют, что Ψ должно быть собственной функцией всех Γ_r^4 ; Γ_r^4 имеет собственные значения $\eta_r = \pm 1$. Так как Ψ симметрична, то она не может иметь различных собственных значений для различных Γ_r^4 , т.е. или все $\eta_r = 1$ или все $\eta_r = -1$. Поэтому добавочные условия отнимут все собственные функции генератора $I^{54}(\rho)$, кроме тех, которые имеют собственные значения $\pm i \frac{n}{2}$. Таким образом, на фиг. 7 останется только левая и правая грань, на которых лежат $2(n+1)$ точки кратностью единица.

Рассмотрим теперь спин:

$$\bar{L}^2(\rho) = \frac{1}{2} I^{ik} I^{ki} = \frac{1}{2 \cdot 16} \sum_r^n [\Gamma_r^i, \Gamma_r^k] \sum_r^n [\Gamma_r^k, \Gamma_r^i],$$

где $i, k = 1, 2, 3$.

Преобразуем его к виду

$$\bar{L}^2(\rho) = \frac{3}{8} n(n+1) - \frac{1}{8} \sum_{r \neq p}^n (\Gamma_r^i \Gamma_p^i)^2,$$

где $i = 1, 2, 3$.

Нетрудно показать, что для функции Ψ^\pm

$$(\Gamma_r^i \Gamma_p^i)^2 \Psi^\pm = \Psi^\pm$$

для каждого n и p . Поэтому

$$\bar{L}^2(\rho) \Psi^\pm = \left(\frac{n}{2} + 1\right) \Psi^\pm.$$

Что касается индуцированных неприводимых представлений D_2 из ряда (29), то добавочные условия, в противоположность случаю RS , не выделяют ни одного из них. Это связано с тем обстоятельством, что спин $\frac{n}{2}$ содержится в каждом из них ($n + \frac{1}{2}$ содержался только в ρ^\pm), и поэтому в случае спина они все связаны между собой действием оператора $I^{54}(\rho)$.

В конце рассмотрим случаи $n=2$ ($n=1$: уравнение Дирака), тогда

$$\beta^\mu = \frac{1}{2} (I \times \gamma^\mu + \gamma^\mu \times I).$$

Такие β^μ удовлетворяют алгебре Кеммера-Дэффина. Действуя на симметричный спинор, они редуцируются к 10-компонентному случаю, т.е. уравнению Кеммера-Дэффина для спина 1. Но имеется еще добавочное условие

$$(I \times \Gamma^4 - \Gamma^4 \times I) \psi = 0.$$

Все же это условие в случае $m \neq 0$ ничего не дает, потому что

$$(I \times \Gamma^4 - \Gamma^4 \times I)(I \times \Gamma^4 + \Gamma^4 \times I) = 0,$$

т.е. для $m \neq 0$, ψ , которое удовлетворяет уравнению, тем самым удовлетворяет и добавочному условию, и наше уравнение совпадает с уравнением Кеммера-Дэффина. Это единственный случай, когда добавочное условие ничего не дает (в случае $m=1$ добавочного условия вообще нет).

Л и т е р а т у р а

1. G. Feldman, P. T. Matthews, Annals of Phys. 40, 19 (1966). S. Weinberg, Phys. Rev. 133 B, 1318 (1964).
2. М. Кый в. Irreducible Representations of $O(5)$ group in Relativistic Particle Physics, препринт FAI-2 1969 г.
3. И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро. "Представления группы вращений и группы Лоренца", Москва 1958.
4. М. Кый в. Труды ИФА АН ЭССР, № 33 (1967).
5. С. Швобер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, Москва 1963.
6. V. Bargmann, E. Wigner, Proc. Nat. Acad. Sci. 34, 211 (1948).
7. К. Лойде. Дипломная работа (1967).

Equations with Additional Conditions for
Higher Spins and Irreducible Representations of Group B_2

S u m m a r y

Rarita-Schwinger and Bargmann-Wigner equations have been examined from point of view of irreducible representations. It has been verified, that Rarita-Schwinger and Bargmann-Wigner equations correspond to the points $(n+1/2; 1/2)$ and $(\frac{n}{2}; \frac{n}{2})$ respectively on the weight diagram of the representation of group B_2 .

УДК 544.64;621.775.74

Р. Паккас, Х. Кабрал

РЕНТГЕНОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КЕРМЕТОВ
ТИПА TiC-Ni-Mo

Керметы типа TiC-Ni-Mo используются в технике сравнительно давно, но до настоящего времени нет единого мнения о природе фаз, возникающих в них в результате спекания [1-3].

Большинство исследователей придерживается мнения, что кольцевая структура вокруг зерен карбида титана обусловлена незаконченностью процесса гомогенизации твердого раствора [2, 3]. Однако образцы во всех этих работах содержали большие количества карбида вольфрама или молибдена, достаточного для полного насыщения зерен карбида титана.

Как распределяются в зернах TiC малые количества молибдена - остается при этом неясным. Нами же было замечено, что при наличии кольцевой структуры задние рентгеновские дифракционные линии карбида титана расщепляются на две самостоятельные линии, отношение интенсивностей которых зависит от исходного количества молибдена в связующей фазе.

Это исключает возможность постепенного непрерывного уменьшения концентрации молибдена по глубине зерен карбида титана в результате незаконченности диффузионных процессов.

Таким образом, представляло интерес провести тщательное рентгенографическое исследование структуры керметов TiC-Ni-Mo с помощью современной чувствительной рентгеновской аппаратуры, обладающей большой разрешающей способностью.

Образцы и методика

В качестве исходных материалов для приготовления сплавов использовали порошок карбида титана, который содержал 18,6% С связан. и 0,2% С своб., порошок молибдена с содержанием Мо 98,8% и порошок электролитического никеля.

Смешивание шихты проводилось в смесителе в течение 4 часов.

Прессование осуществлялось в стальных прессформах, смазываемых олеиновой кислотой. Давление прессования 93 Мн/м². Размеры брикетов после прессования 25 x 15 x 8 мм.

Образцы укладывались в графитовые лодочки и засыпались порошком окиси алюминия с добавкой 70% сажи, а также чистой сажей. Спекание проводилось в атмосфере водорода в печи с графитовым нагревателем. Основная часть образцов спекалась при температуре 1673° К. Образцы состава А (см. табл. I) спекались при температуре 1673° К и 1973° К.

Составы использованных в работе связующих приведены в таблице I в весовых процентах от общего количества связующей. Общее количество связующих во всех образцах 24% (объемных).

Т а б л и ц а I

Исходное относительное количество компонентов
связующей

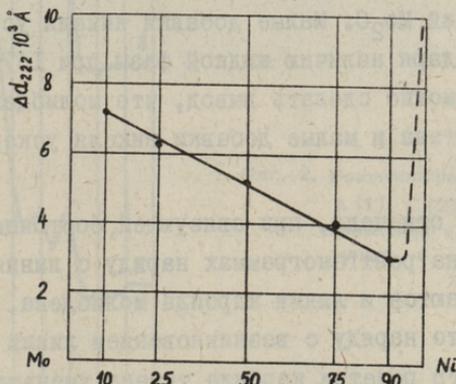
№	Обозначение сплава	Содержание связующей	
		Ni	Mo
1	A	0	100
2	B	10	90
3	C	25	75
4	D	50	50
5	E	75	25
6	F	90	10
7	G	100	0

Образцы рентгенографировались в излучении Fe-K α (Mn-фильтр) на рентгеновской установке УРС-50-ИМ с сцинтилляционной регистрацией рентгеновских квантов.

Снимались рентгенограммы как поверхности, так и центральной части образца. Измерялись углы отражения от плоскости (222) никеля ($d_{222} = 1,0171\text{\AA}$) и от плоскости (331) карбида титана ($d_{331} = 0,9908\text{\AA}$). Изменение межплоскостных расстояний определялось с погрешностью $\Delta d = 0,0001\text{\AA}$. О содержании различных фаз судили по интенсивностям соответствующих линий. Для этого измерялись интенсивности линий как при малых, так и больших брегговских углах, что позволило исключить эффекты экстинкции.

Результаты экспериментов

При увеличении относительного количества никеля в составе связующей уменьшается параметр ее решетки (фиг. 1).



Фиг. 1 Изменение межплоскостного расстояния никеля в зависимости от состава связующей

Это можно объяснить тем, что при уменьшении общего количества молибдена в составе связующей уменьшается и его относительное количество в твердом растворе.

Авторы работы [4] показали, что при диффузии молибдена в карбид титана связующий металл обогащается титаном, относительное количество которого может достичь десяти процентов.

Это может привести к уменьшению параметра решетки твердого раствора (атомные радиусы Ti, Mo и Ni соответственно 1,46, 1,40 и 1,25Å).

Резкое скачкообразное увеличение параметра решетки никеля в связующей, не содержащей молибдена (фиг. 1), объясняется сильной деформацией ее решетки в результате образования раствора внедрения углерода и раствора замещения титана в никеле.

На рентгенограммах, снятых с образцов до спекания, обнаруживаются линии всех компонентов, в то время как в спекленных образцах линии молибдена и его карбидов отсутствуют.

Исключением являются образцы, в которых связующей является чистый молибден. На рентгенограмме этих образцов наряду с линиями TiC наблюдаются и линии Mo₂C.

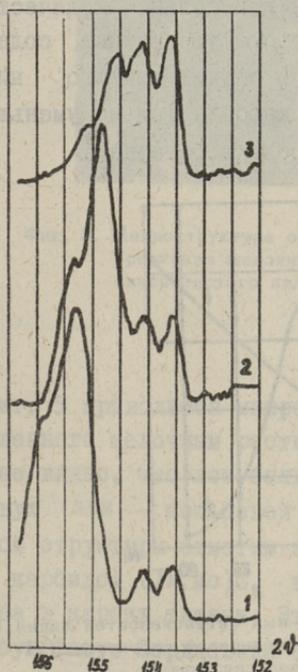
Однако увеличение времени спекания при температуре 1673°K или повышение температуры до 1973°K ведет к исчезновению линий Mo₂C. Малые добавки никеля ускоряют этот процесс, благодаря наличию жидкой фазы при 1673°K. Из вышесказанного можно сделать вывод, что молибден диффундирует в карбид титана и малые добавки никеля ускоряют этот процесс.

Как было отмечено, при связующей, состоящей из чистого молибдена, на рентгенограммах наряду с линиями карбида титана наблюдаются и линии карбида молибдена. Измерения показывают, что наряду с возникновением линий карбида молибдена параметр решетки карбида титана уменьшается. Об этом свидетельствует уменьшение межплоскостного расстояния d_{331} от 0,9908Å до 0,9891Å, что указывает на диффузию углерода из карбида титана в молибден. Уменьшение параметра решетки карбида титана наблюдается и в случае обжига чистого карбида титана в течение одного часа при температуре 1673°K в графитовой лодочке с засыпкой из окиси алюминия. Введение углерода в засыпку лодочки уменьшает "выгорание" углерода из карбида титана и параметр решетки остается неизменным при обжиге карбида титана в чистом углероде.

Наибольшее изменение параметра решетки карбида титана наблюдается на поверхности образцов, что вызвано содержанием небольшого количества влаги в водороде.

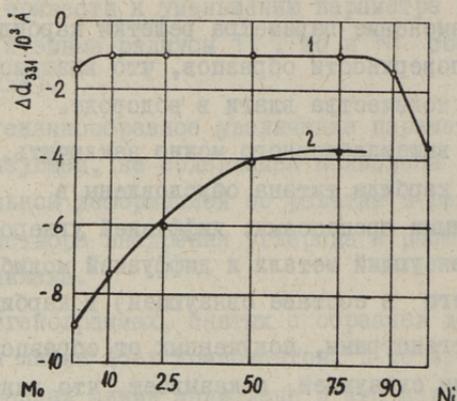
На основании вышеизложенного можно заключить, что изменения в решетке карбида титана обусловлены в основном двумя диффузионными процессами: диффузией углерода из карбида титана в связующий металл и диффузией молибдена (при наличии последнего в составе связующей) в карбид титана.

Изучение рентгенограмм, полученных от образцов с различными составами связующей, показывает, что линия (331) карбида титана расщепляется на две самостоятельные близко расположенные линии, отношение интенсивностей которых зависит от состава связующей (фиг. 2).



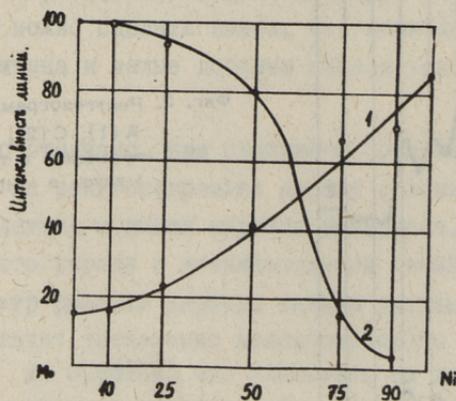
Фиг. 2. Рентгенограммы образцов А (1), С (2), Е (3) после травления в течение трех минут в $\text{HCl} + \text{HNO}_3$.

Межплоскостное расстояние d_{331} карбида титана почти не зависит от состава связующей и только в случае полного отсутствия молибдена резко уменьшается (фиг. 3).



Фиг. 3. Изменение межплоскостного расстояния карбида титана (1) и кольцевой структуры (2) в зависимости от состава связующей.

Интенсивность этой линии низка при больших количествах молибдена в связующей, возрастает при увеличении содержания никеля и достигает максимума в случае чистого никеля (фиг. 4). Параметр линии чистого карбида титана уменьшается с уменьшением количества углерода в решетке.



Фиг. 4. Изменение относительных интенсивностей линий (331) карбида титана (1) и кольцевой структуры (2) в зависимости от состава связующей.

Интенсивность линии кольцевой структуры возрастает при увеличении количества молибдена и достигает максимума в случае чистого молибдена в качестве связующей (фиг. 4). Меж-

плоскостное расстояние, соответствующее этой линии, зависит существенно от количества молибдена. При увеличении количества молибдена в составе связующей с 50% до 90% межплоскостное расстояние d_{331} уменьшается почти линейно (фиг. 3).

Многими исследователями, а также и нами, наблюдалось неравномерное окрашивание зерен карбида титана в керметах типа WC-TiC-Co и TiC-Ni-Mo [1, 2, 3].



Фиг. 5. Микроструктура образца TiC-20Ni-20Mo. Травление щелочным раствором железосинеродистого калия, увеличение 2000 х.

На фиг. 5 приводится микрофотография шлифа TiC-Ni-Mo протравленного щелочным раствором железосинеродистого калия. На снимке видно, что все большие зерна карбида титана состоят из двух зон - кольцевой зоны и сердцевин. О природе кольцевой структуры отметим здесь только, что она является сложным карбидом $(Ti, Mo)C$, возникающим благодаря диффузии молибдена в карбид титана. Этот карбид можно рассматривать как особую фазу. Сердцевина зерна является чистым карбидом титана. Кольцевая структура возникает на базе решетки карбида титана и устойчива только, когда концентрация молибдена превышает определенный минимальный уровень.

На отсутствие непрерывного перехода от кольцевой структуры к чистому карбиду титана, обусловленного непрерывным из-

менением концентрации молибдена по глубине зерна TiC ясно указывает наличие двух, четко разделенных линий на рентгенограммах (фиг. 2) и границы между кольцевой структурой и сердцевинной на микрофотографии (фиг. 5).

В ы в о д ы

1. Связующим металлом в керметах типа $TiC-Ni-Mo$ является твердый раствор внедрения углерода и замещения молибдена и титана в никеле.

2. При содержании молибдена, не превышающем 25% весового количества TiC , зерна карбида титана состоят из двух зон - кольцевой структуры и сердцевины, которая является чистым карбидом титана.

3. Кольцевая структура является сложным карбидом титана и молибдена.

4. Кольцевая структура и чистый карбид титана разделены резкой границей и могут рассматриваться как отдельные фазы.

Л и т е р а т у р а

1. Г.А. Меерсон, И.П. Кисляков. Цветные металлы, № 5, 1944, стр. 22.

2. В.И. Третьяков, И.Н. Чапорова. Исследование процесса формирования и роста зерен твердого раствора карбида вольфрама в карбиде титана при спекании смеси их порошков. Твердые сплавы, Сборник трудов ВНИИТС, №1, 1959, стр. 191-204.

3. Г.С. Креймер, М.Р. Ваховская. Изменение размера и роста зерен твердого раствора $TiC-WC$ при нагревании в присутствии свободного карбида вольфрама, а также карбида вольфрама и кобальта. Твердые сплавы, Сборник трудов ВНИИТС, № 1, 1959, стр. 205-208.

4. D. Moskowich, M. Hushenik. Centered Titanium Carbide Cutting Tools. Modern Developments in Powder Metallurgy, Plenum Press, Vol. 2, New York 1966, p.83-96.

R. Pakkas, H. Kabral

Röntgenographische Untersuchungen der
TiC-Ni-Mo-Cermete

Z u s a m m e n f a s s u n g

Im Beitrag werden die Ursachen untersucht, die eine Veränderung der Intensität der Röntgenlinien und der Gitterkonstante bewirken. Es wird versucht, die physikalischen Prozesse zu klären, die beim Sintern der Cermete vor sich gehen.

УДК 539.26

Г. Метс

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТАЛЛА ДЕФОРМИРОВАННОГО
ПЛАСТИЧЕСКИ В СЛОЖНО-НАПРЯЖЕННОМ
СОСТОЯНИИ

1. Введение

В 1958 году Щеглов [1] проводя испытания стали на усталость, кроме знакопеременного изгибающего напряжения накладывал на образец крутящий момент при помощи спиральной пружины. Величина момента была заметно меньше предела текучести. Тем не менее каждый раз при контроле после нескольких десятков тысяч циклов напряжение закручивающей пружины оказывалось равным нулю. Позднее Мозберг [2] исследовал таким образом на усталость испытываемые образцы рентгенографическими методами, следя в ходе испытаний за изменением интенсивности и ширины рентгеновских интерференций. Заметной разницы изменения рентгеновской картины по сравнению с обычным методом испытания на усталость он не нашел.

Представляет, однако, большой практический и теоретический интерес изучение пластической деформации в сложно-напряженном состоянии.

В настоящей работе давалось продольное постоянное напряжение в виде груза и знакопеременный крутящий момент. При этом измерялось увеличение удлинения и удельного угла упругого закручивания с увеличением числа циклов закручивания.

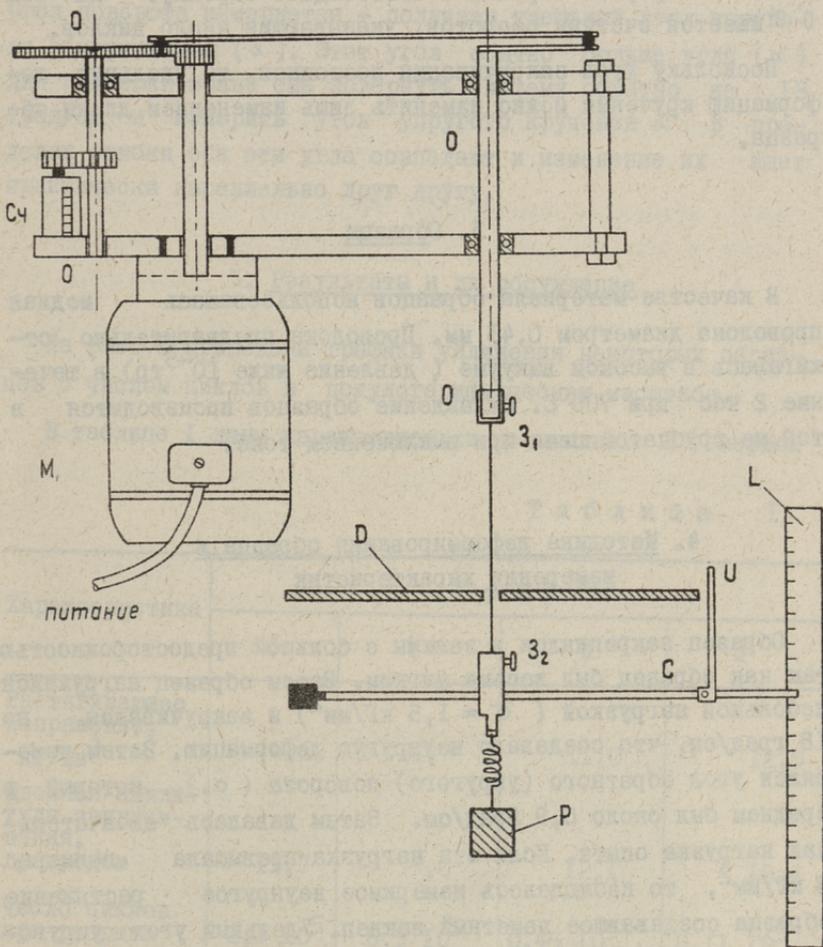
В излучении Cu меди делались снимки рентгеновских отражений при невращающемся препарате и сравнивалось на глаз изменение вида рентгенограммы.

2. Установка для деформирования образцов

Для пластического деформирования образцов была сконструирована специальная установка, общий вид которой приведен на фиг. I. На электромотор (М) прикреплена шестерня передача, уменьшающая число оборотов, даваемое мотором 1:4. Уменьшение скорости вращения сделано для того, чтобы 1) уменьшить динамические нагрузки в механизме, которые могли бы передаваться и на образец, 2) чтобы длина волны упругого кручения образца была заметно больше длины образца. При таких условиях закручивания можно пренебречь силами инерции в образце, 3) чтобы не вызвать заметного повышения температуры образца и не создать, таким образом условий для отрыва металла в процессе деформирования. С другой стороны частота циклов такова, что за сутки, при необходимости можно достичь 200-300 тысяч циклов. При помощи стержневой передачи ось 0-0 приводится в крутильно колебательное движение. Двойная амплитуда колебания 126° . Ось 0-0 закреплена в упорных шариковых подшипниках и может принимать нагрузки в продольном направлении. В центре этой оси укрепляется образец - проволока при помощи специальных сменных зажимов (3_1). Такой же зажим (3_2) закрепляется на другой конец образца. К этому зажиму подвешивается растягивающий груз (Р). Причем груз подвешивается на нижний зажим на пружине с малой жесткостью, чтобы предотвратить неконтролируемые динамические нагрузки растяжения образца.

Нижний зажим снабжен стрелкой (С), имеющей двойное назначение. Во-первых, она застопоривает вращение нижнего конца образца. На конце стрелки имеется вертикальный прорез, в который входит вертикально расположенная измерительная линейка (L), не позволяющая нижнему зажиму поворачиваться. Во-вторых, по положению прорезанного конца стрелки по измерительной линейке можно определить, как начальную длину образца, так и удлинение образца.

С увеличением наклепа образца увеличивается предел упругости. Для характеристики величины наклепа определялся удельный угол упругой деформации кручения (т.е. угол круче-



Фиг. 1. Установка для деформирования образцов

ния на единице длины образца). Для определения этого угла установка имеет диск (D) с нанесенной на край градусной шкалой. Проволока-образец проходит через центр этого диска. Для отсчета угла на стрелке (C) имеется вертикальный указатель (U), доходящий до края диска. Для измерения угла упругого кручения измерительная линейка (L) сдвигается из прорези стрелки и освобождает стрелку. На оси $O'O'$ имеется счетчик оборотов, указывающий число циклов.

Поскольку угол закручивания постоянен, то удельную деформацию кручения можно изменять лишь изменением длины образца.

3. Образцы

В качестве материала образцов использовалась медная проволока диаметром 0,43 мм. Проволока предварительно отжигалась в высоком вакууме (давление ниже 10^{-5} тр) в течение 2 час при 700°C . Охлаждение образцов производится в той же трубчатой печи при выключенном токе.

4. Методика деформирования образца и измерения характеристик

Образец закреплялся в зажимы с большой предосторожностью, так как образец был весьма мягким. Затем образец нагружался небольшой нагрузкой ($\sigma \approx 1,5 \text{ кг/мм}^2$) и закручивался на 18 град/см, что создавало неупругую деформацию. Затем измерялся угол обратного (упругого) поворота (α_0), который в среднем был около 0,9 град/см. Затем давалась окончательная нагрузка опыта. Если эта нагрузка превышала примерно 8 кг/мм^2 , то наблюдалось измеримое неупругое растяжение образца создававшее заметный наклеп. Удельный угол упругого кручения при этом возрастает очень сильно.

Затем включался возвратно закручивающий механизм и через некоторое количество циклов измерялось удельное удлинение Δs . Закручивающий механизм приводился к крайнее положение и останавливался. При освобождении удерживающей стрелки (C)

нижний зажим поворачивается на некоторый угол (α) дальше вследствие упругости, увеличивающейся с наклепом.

Затем создается закручивание 18 град/см в обратном направлении и стрелка подвесного зажима медленно отпускается - пока не установится в положении равновесия. Этот угол поворота измеряется - получаем удельный угол упругого закручивания (α). Этот угол обычно больше угла (α') Для проверки можно еще повернуть систему обратно на 18 град/см и измерить угол упругого кручения α'' . В пределах ошибки оба эти угла совпадают и изменение их идет практически параллельно друг другу.

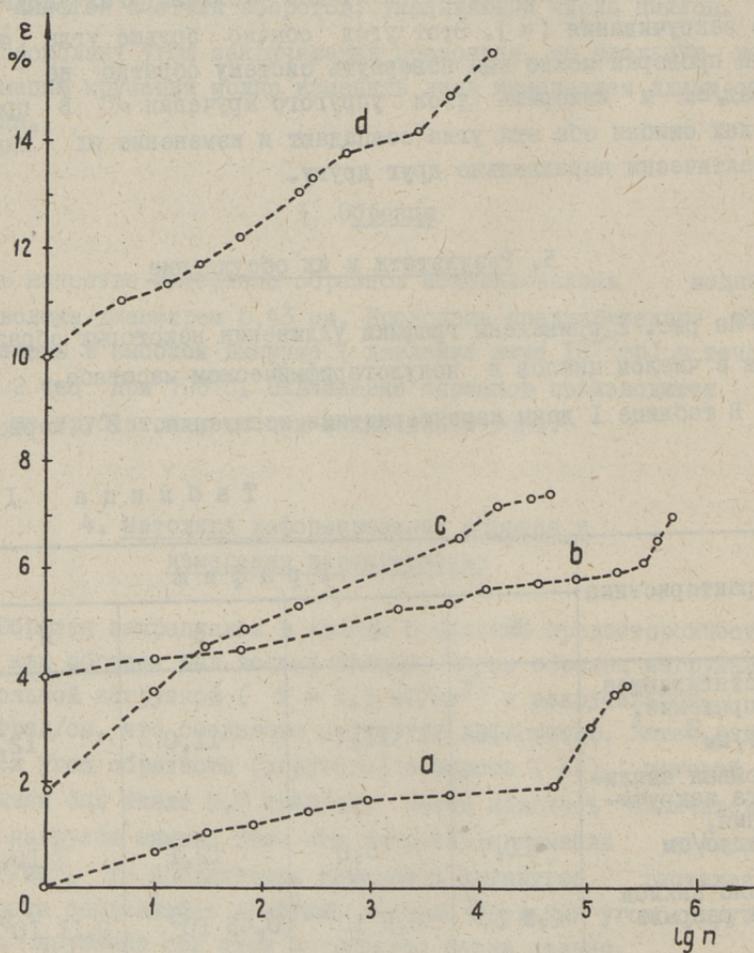
5. Результаты и их обсуждение

На рис. 2 приведены графики удлинения некоторых образцов с числом циклов в полулогарифмическом масштабе.

В таблице I даны характеристики испытания. В первом

Т а б л и ц а I

Характеристика	Г р а ф и к			
	a	b	c	d
Растягивающее напряжение, кг/мм ²	4,6	11,7	11,0	12,5
Двойная амплитуда закручивания, градус/см	11,7	5,0	12,1	10,4
Число циклов при разрыве	$2,3 \cdot 10^5$	$6,5 \cdot 10^5$	$0,45 \cdot 10^5$	$0,11 \cdot 10^5$
Характер разрыва	хрупкий	одна половина сечения - хрупкий, другая - вязкий	с коротким сужением	вязкий



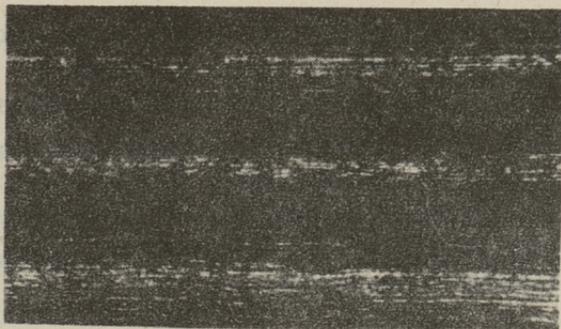
Фиг. 2. Ход удлинения образца в зависимости от числа циклов.
Характеристики испытаний приведены в таблице 1

приближении графики можно считать линейными. Величина наклона графика тем больше, чем больше растягивающее напряжение и чем больше удельный угол закручивания. Перед разрывом на графиках а, б и в ясно видно увеличение наклона перед разрывом, т.е. наклеп для растяжения как бы замедляется. Разрыв происходит тем раньше, чем больше растягивающее напряжение и чем больше удельный угол закручивания.

При больших растягивающих напряжениях и большом угле закручивания разрыв вязкий - усталостные явления не успевают выявиться.

При малых значениях обоих параметров образец выдерживает несколько сот тысяч циклов. Разрыв при этом хрупкий - т.е. при числе циклов порядка нескольких сот тысяч образуются поперечные трещины, по которым происходит практически хрупкий разрыв. Это характерные усталостные явления.

Интересно также отметить и то обстоятельство, что удельное удлинение при таком разрыве заметно меньше, чем при растяжении без кручения, где оно достигает 25% и более.



Фиг. 3. В верхней части отожженный образец, посередине образец разорван простым растяжением. Внизу образец разорван при знакопеременном закручивании (Увеличено в 40 раз)

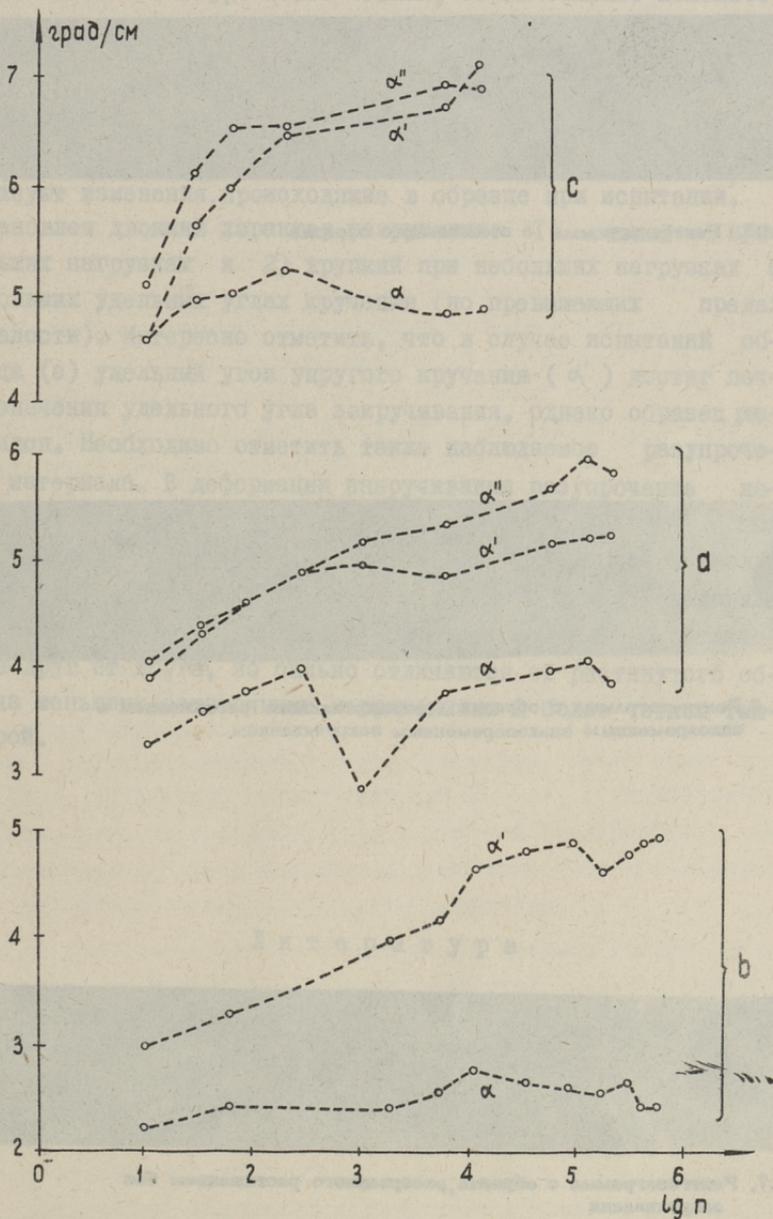
На фиг. 3 приведен снимок поверхности образцов. Самый верхний - отожженный образец. Его поверхность ровная. Средний образец - разорван простым растяжением при удлинении 25%. Его поверхность неровная, волнистая. Нижний образец разорван растяжением при кручении. Его поверхность еще более неровная, чем у предыдущего. Интенсивным образованием таких неровностей при растяжении с знакопеременным кручением и объясняется малое удлинение при разрыве - вероятность образования сильного сужения в этом случае больше.

На фиг. 4 приведены графики изменения углов упругого кручения (α , α' и α'') для испытаний а, б и с. Угол упругого кручения (α) растет с числом циклов, но как правило рост не монотонный. Угол упругого кручения α вначале растет тем быстрее, чем больше закручивающая деформация (сравни графики а и с). Затем рост замедляется (α' , α''), а угол (α) даже уменьшается, что указывает на появляющееся разупрочнение, замеченное многими авторами.

На фиг. 5, 6 и 7 приведены снимки рентгеновских интерференций с образцов. На снимке 5 интерференции от отожженного образца. На снимке видны, четкие, но редкие пятна, едва обозначающие положение дебаевских колец, что говорит о хорошем отжиге и малом числе зерен, пришедших в положение отражения.

На фигуре 6 интерференции от образца разорванного растяжением с знакопеременным кручением. На снимке 7 интерференции от образца, разорванного простым растяжением.

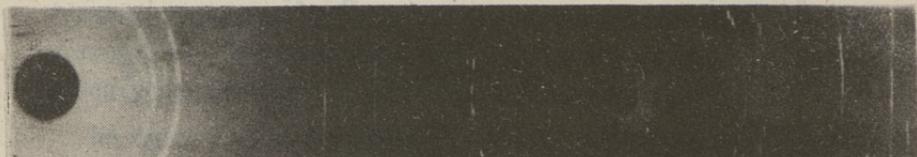
На фигуре 6 пятна интенсивные, сравнительно резкие и концентрирующиеся на слоевых линиях (hko) и (hkl), что говорит о более четкой текстуре. Линии (33I) и (420) четко распадаются на дублет, что в свою очередь говорит о небольших остаточных напряжениях.



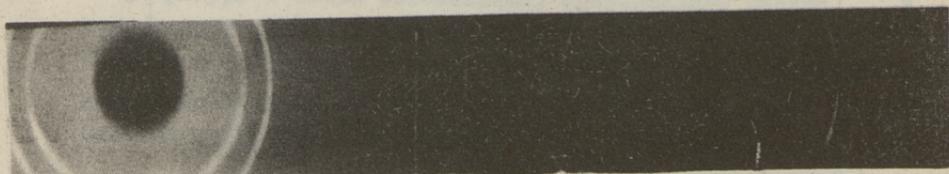
Фиг.4.Изменение удельного угла упругого кручения с числом циклов



Фиг.5. Рентгенограмма с отожженного образца



Фиг.6. Рентгенограмма с образца деформированного растяжением и одновременным знакопеременным закручиванием



Фиг.7. Рентгенограмма с образца, разорванного растяжением без закручивания

На фигуре 7 пятна на дебаевских кольцах вытянуты заметно сильнее - текстура менее четкая, зерна сильнее измельчены и, судя по большей ширине почти сливающихся дублетов (331) и (420), имеются заметные остаточные напряжения.

В предложенном методе испытания две легко измеряемые величины: удлинение и удельный угол упругого кручения характеризуют изменения, происходящие в образце при испытании. Установлен двоякий характер разрушения: 1) вязкий при больших нагрузках и 2) хрупкий при небольших нагрузках и небольших удельных углах кручения (но превышающих предел усталости). Интересно отметить, что в случае испытаний образца (а) удельный угол упругого кручения (α') достиг почти значения удельного угла закручивания, однако образец разрушился. Необходимо отметить также наблюдаемое разупрочение материала. В деформации закручивания разупрочение наблюдается уже после нескольких тысяч циклов. В то же время разупрочение для растяжения наступает лишь после нескольких десятков тысяч циклов. Рентгеновские снимки, сделанные в конце испытания, в обоих случаях разрушения мало отличаются друг от друга, но сильно отличаются от растянутого образца меньшими остаточными напряжениями и более четкой текстурой.

Л и т е р а т у р а

1. Н. Щеглов. Труды ТПИ, серия А, № II3, 1957 г.
2. Р. Мозберг. Труды ТПИ, серия А, № 156, 1959 г. стр. 41.

Untersuchung eines durch kombinierten Spannungszustand plastisch deformierten Metalls

Z u s a m m e n f a s s u n g

Es werden Änderungen einiger physikalischen Charakteristiken des Metalls, das eine plastische Deformation in kombiniertem Spannungszustand erlitten hat untersucht. Auf einem Metalldraht wird eine konstante Zugspannung und gleichzeitig eine wechselnde Torsionsspannung angelegt.

Bei kleinen Zugspannungen und Torsionswinkeln beobachtet man einen charakteristischen Ermüdungsprozeß und einen spröden Riß des Drahtes. Bei größeren Zugspannungen und Torsionswinkeln gibt es wenige Ermüdungsmerkmale. Der Riß ist plastisch.

Im Vergleich mit dem Draht, der durch eine reine Zugspannung zerrissen wurde, hat der im kombinierten Spannungszustand zerrissene Draht eine viel kleinere relative Verlängerung. Röntgenographisch konnte man feststellen, daß bei wechselndem Tordieren eine starke Tekstur in der Zugrichtung entsteht. Die Restspannungen bleiben dabei klein.

УДК 669.35*6:548.735

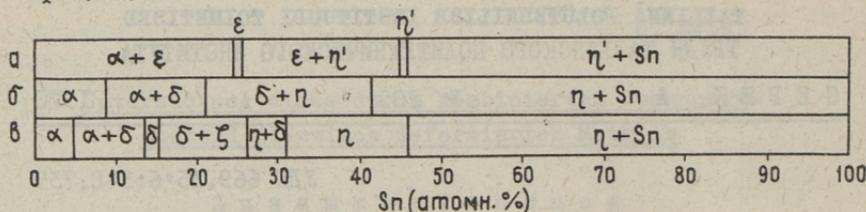
Э. Рузалеп

ИССЛЕДОВАНИЕ ФАЗОВОГО СОСТАВА И
ТЕКСТУРЫ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКИХ СПЛАВОВ
МЕДИ И ОЛОВА

При электролитическом соосаждении металлов часто образуются сплавы, фазовый состав которых не соответствует равновесной диаграмме состояния. Системе медь-олово весьма характерно образование сильно пересыщенных твердых растворов олова в меди [1, 2]. Обнаружено также присутствие δ -фазы [3, 4, 5], γ -фазы [6] и ζ -фазы [5], которые по равновесной диаграмме состояния существуют лишь при повышенных температурах (выше 350, 520 и 582°C соответственно). Кроме указанных метастабильных фаз в электролитических сплавах меди и олова установлено присутствие фаз, неизвестных для сплавов, полученных термическим путем [1, 7]. Присутствие ϵ -фазы, которая стабильна при комнатной температуре, не обнаружено. η -фаза появляется в богатых оловом сплавах, как это и ожидается по диаграмме состояния.

Следует отметить, что в литературе имеются весьма разноречивые сведения по вопросу о структуре электролитических бронз. В работе [5] делается попытка выяснить причины противоречивости данных. Для получения сплавов использовался цианисто-щелочной электролит. Осаждение производилось при постоянном потенциале при температуре 65°C. Изменение состава осадков сплава производилось за счет изменения соотношений концентраций металлов в электролите. Фазовый состав осадков определялся рентгенографически, измерением микротвердости и электросопротивления. Основные ре-

зультаты работы [5], а также работы [3], приведены на фиг. 1.



Фиг. 1. Фазовые поля сплава CuSn.

а - металлургический сплав,

б - электролитический сплав по [3],

в - то же, по [5]

Для сравнения приводятся и фазовые поля металлургического сплава в соответствии с диаграммой состояния. Как видно из фиг. 1, сплавы, полученные в работе [5], по своему составу более близкие к равновесному состоянию (за исключением присутствия δ- и ζ-фазы). Авторы объясняют это обстоятельство тем, что все образцы после электроосаждения выдерживались в течение 1 месяца и за это время произошло естественное старение сплавов. В этом же авторы видят основную причину столь больших различий в значениях пределов растворимости фаз в работах разных авторов.

Электроосажденным металлам и сплавам очень часто свойственна текстура - преимущественная ориентировка кристаллитов. Вопросы текстуры электролитических покрытий подробно рассматриваются в работе [8]. Как правило, электролитические осадки имеют аксиальный тип текстуры. Ось текстуры совпадает с перпендикуляром к плоскости осадка. Ось и степень совершенства текстуры зависят от многих факторов (состав электролита, плотность тока, температура и т.д.). К настоящему времени нет единой точки зрения на причины возникновения текстуры в электролитических осадках.

В настоящей работе исследовались электролитические сплавы олова и меди, полученные из сернокислых растворов в присутствии добавок тиомочевинны в качестве поверхностно-активного вещества. Состав электролита: 0,2N CuSO₄, 0,6N SnSO₄, 2N H₂SO₄, 64 $\frac{\text{мг}}{\text{л}}$ тиомочевинны. Потенциал катода измерялся по отношению к нормальному каломельному электроду.

Каждый образец получен при постоянном потенциале. Изменение состава осадков производилось за счет изменения потенциала катода. Толщина осадка приблизительно 0,1 мм. Электролиз проводился при комнатной температуре. Подробнее методика получения образцов описана в работе [9].

В зависимости от внешнего вида полученных осадков шкалу потенциала можно разделить на отдельные области (фиг. 2). В работе [9] было установлено, что основной фазой осадков является твердый раствор олова в меди (α -фаза). С повышением перенапряжения на катоде в I и II областях наблюдается монотонное увеличение параметра решетки твердого раствора. Значения параметра решетки исследуемого твердого раствора наиболее точно были определены в работе [10].

Область	I	II	III	IV	V
Ось текстуры	[110]	[110]	нет	[221] (δ -фаза)	нет
Фазовый состав	α	$\alpha_1 + \alpha_2$	$\alpha + \delta$	$\alpha + \delta$	α $\eta + Sn$
	250	300	350	400	450
	500 φ , mV				

Фиг. 2. I - зеркальная бронза, II - гладкая желтая поверхность, слегка блестящая, III - матовая желтая поверхность, IV - красно-серая поверхность, слегка блестящая, V - серая поверхность.

На рентгеновской установке УРС-50и были сняты отдельные линии по точкам. Максимальное значение параметра решетки α -раствора получилось 3,776 Å. Это соответствует содержанию олова в растворе приблизительно 17 ат.%, что намного превышает предел растворимости олова в меди по данным работ [3, 5]. При этом в работе [10] образцы до рентгенографирования выдерживались более года после осаждения.

При дальнейшем увеличении потенциала катода значение параметра решетки α -фазы скачкообразно уменьшается до значения 3,652 Å и с дальнейшим увеличением потенциала остается постоянной.

Для детального исследования фазового состава в настоящей работе на рентгеновской установке УРС-50и снимались диаграммы всех образцов в диапазоне углов λ от 10° до 75° .

Текстура осадков исследовалась на рентгеновской установке УРС-70 в камере КРОН-2 с цилиндрической кассетой. Оси текстуры определялись аналитическим методом, подробно описанным в [8, стр. 88-99]. Степень совершенства текстуры определялась визуально.

Анализ рентгенограмм показал, что в I и II областях α -фаза является единственной фазой (фиг. 2). При этом во II области с течением времени произошел двухфазный распад, т.е. сильно пересыщенный твердый раствор частично распадается. Большая часть пересыщенного раствора остается неизменной. Вследствие распада появляется α -фаза с меньшим содержанием олова. Таким образом в сплавах II области одновременно присутствуют два твердых раствора с разными параметрами решетки ($a_1 = 3,756 - 3,776 \text{ \AA}$, $a_2 = 3,633 \text{ \AA}$) - на диаграмме наблюдаются двойные линии. Присутствие каких-либо других интерметаллических фаз рентгеновским путем установить не удалось, хотя при распаде твердого раствора вследствие старения выделяется избыточное олово.

Ось текстуры образцов I и II области [110]. При этом степень совершенства текстуры в I области высока (фиг. 3) и по визуальной оценке одинакова для всех образцов этой области. Во II области текстура немного слабее. Из-за сильной текстуры на рентгенограммах образцов I области, полученных на УРС-50и, присутствуют преимущественно только линии (220), остальные линии получаются только при съемке на цилиндрическую пленку. Интересно отметить, что в работе [11] сообщается, что на рентгенограммах от электролитических сплавов олова и меди появляются линии какой-то неизвестной фазы, при этом очень большую интенсивность имеет линия при $\lambda = 35,67^{\circ}$ (медное излучение). Направивается предположение, что это отражение (220) от сильно пересыщенного α -твердого раствора с сильной текстурой этой фазы в направлении [110].

В III области после скачкообразного уменьшения содержания олова в твердом растворе вместе с α -фазой осаждается кубическая δ -фаза. Текстура у образцов этой области отсутствует.



Фиг. 3. Рентгенограмма образца I области.
Угол между первичным пучком и
поверхностью образца 30° .

В IV области фазовый состав сплавов остается такой же, но появляется текстура δ -фазы в направлении $[221]$, степень совершенства которой увеличивается с повышением перенапряжения на катоде.

Сплав V области состоит из фаз α , η и Sn . Очевидно сплав представляет собой механическую смесь α -фазы и $(\eta + Sn)$ -фаз. Текстура отсутствует.

Сопоставление внешнего вида электролитических осадков и их текстур показывает, что текстура всегда связана с блестящими и гладкими образцами. Например, степень совершенства текстуры образцов из зеркальной бронзы в I области весьма высока. Исчезновению зеркального блеска при переходе из I во II область соответствует и уменьшение степени совершенства текстуры. Матовые образцы III области текстуры не имеют. Текстура появляется опять в IV области, образцы которой имеют слегка блестящую поверхность, и исчезает в V области вместе с блеском.

Результаты данной работы показывают, что высокое пересыщение твердого раствора олова в меди, а также остальные

сильные отклонения электролитических сплавов от равновесного состояния объясняются не только недостаточным естественным старением. Сильное пересыщение α -твердого раствора сохранялось и после длительного выдерживания образцов.

Фазовый состав электролитических сплавов зависит как от состава электролита, так и от потенциала катода, температуры осаждения и пр. Весьма характерно, что при осаждении из сернокислых растворов получают более пересыщенные твердые растворы олова в меди, чем при осаждении из цианистых растворов (ср., напр., результаты [2, 7, 10] и [1, 3, 5]).

Л и т е р а т у р а

1. Д.И. Лайнер. Металловедение цветных металлов и сплавов, сборник научных работ, Metallurgizdat, М., 1950, 70-77.
2. Ю.М. Полукаров, К.М. Горбунова. Ж. физ. химии, 32, 1958, 762.
3. E. Raub, F. Sautter. Metalloberfläche, 8, 1957, 249.
4. Ю.М. Полукаров, К.М. Горбунова, В.В. Бондарь. Ж. физ. химии, 36, 1962, 1870.
5. Г.К. Буркат, Н.Н. Федотьев, П.М. Вячеславов, Т.П. Смородина. Ж. прикл. химии, 39, 1966; 702.
6. H. Rooksby. J. Electrodepositors' Tech. Soc., 26, 1950, 119.
7. Ю.Е. Геренрот, П.И. Дымская, А.П. Эйчиш. Культурно-бытовые изделия. Сб. трудов "Техника", Киев, 1966, 80-86.
8. С.М. Кочергин. Текстура электроосажденных металлов, Metallurgizdat, М., 1960.
9. Э.И. Рузалец, Труды ТПИ, серия А, № 204, 1963, 31.

10. Э.И. Рузалец, Труды ТПИ, серия А, № 251, 1967,
3.

11. Ю.Е. Геренрот. Автореферат, Казнь, 1965.

E. Rusalec

Investigation of the Phase Content and
Texture of Tin and Copper Electrolytic Alloys

S u m m a r y

In the present paper alloys of tin and copper, obtained from sulphuric acid electrolytes with an addition of a surface-active material $\text{CH}_4\text{N}_2\text{S}$, have been investigated by means of X rays. The existence of phases α ($d_{\text{max}} = 3,776 \text{ \AA}$), $\alpha + \delta$ and $\eta + \text{Sn}$ have been ascertained. The texture in the direction of /110/ (α) and /221/ (δ) has been discovered.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

	Стр.
1. Гольцман Б., Комиссарчик М., Паат А. Поперечные концентрационные неоднородности в твердых растворах $Bi_2(Te,Se)_3$	3
2. Кыйв М., Лойде К., Мейтре И. Уравнения с добавочными условиями для высших спинов и неприводимые представления группы B_2	II
3. Паккас Р., Кабрал Х. Рентгенографическое исследование керметов типа $TiC-Ni-Mo$	29
4. Метс Г. Исследование металла деформированного пластически в сложно-напряженном состоянии	39
5. Рузалеп Э. Исследование фазового состава и текстуры электролитических сплавов меди и олова	5I



СО ДЕРЖАНИЕ

Стр.

1. Голыцкий В., Комаровский И., Паст А. Переходные концентрации неоднородности в твердых растворах В₂(19,30) 3
2. Кийв М., Лойда К., Мейере И. Трансмембранные условия для выхвата ионов и приводимые предельные группы В₂ 11
3. Лажко Р., Мабрад Л. Рентгенографическое исследование зернозернов типа ТД-41-70 29
4. Метс Г. Исследование металлов деформированных на пластически и эластично-упруго-упруго-упруго на пластически и эластично-упруго-упруго 39
5. Рубин В. Исследование фазового перехода в структуре электролитических соединений 51

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

Сборник статей V

Таллинский политехнический институт

Редактор Г. М е т с

Техн. редактор Г. Г р и ш и н а

Сборник утвержден коллегией Т р у д о в ТПИ 17.1 1970г.

Сдано в набор 15.1У 1970г. Подписано к печати 26.У1 1970г.
Бумага 60x90/16, Печ.л. 3,75 + прилож. Уч.-изд. л. 2,75.
Тираж 350. МВ-06046, Заказ №343. Ротапринт ТПИ, Таллин,
ул. Коскла, 2/9. Цена 28 коп.

EESTI AKADEEMILINE RAAMATUKOGU



1 0200 00083258 8

Цена 28 коп.