

Er 6.7

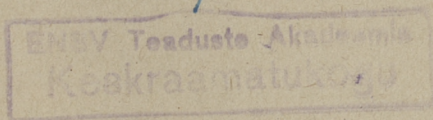
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
Seeria A, nr. 40 1952

---

А. И. ВОЛЬДЕК

СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ  
ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ  
ЦЕПЕЙ И ИХ ПАРАМЕТРЫ

P 12697



ЭСТОНСКОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИН, 1952





## ОГЛАВЛЕНИЕ.

Содержание вопроса . . . . .	5
1. Схема замещения и ее параметры в случае двух индуктивно связанных цепей . . . . .	7
2. Картины магнитных полей двухстороннего возбуждения и индуктивности рассеяния . . . . .	12
3. Картины магнитных полей одностороннего возбуждения и индуктивности рассеяния . . . . .	19
4. Схемы замещения и параметры трех индуктивно связанных цепей . . . . .	24
5. Общие замечания о синтезе схем замещения . . . . .	31
Заключение . . . . .	33
Литература . . . . .	35





## СОДЕРЖАНИЕ ВОПРОСА.

В электротехнике с давних пор пользуются схемами замещения трансформаторов и электрических машин, в которые наряду с другими параметрами входят так называемые индуктивности рассеяния, зависящие от степени связи индуктивно связанных цепей.

Комплекс вопросов, связанных с применением схем замещения и расчетом входящих в них параметров, характеризуется следующими особенностями:

1. Схемы замещения весьма удобны для определения эксплуатационных свойств трансформаторов и электрических машин, чем и объясняется непрерывное расширение области применения этих схем.

2. Разнообразные эксплуатационные характеристики трансформаторов и электрических машин зависят весьма сильно от степени индуктивной связи входящих в них цепей, а следовательно и от индуктивностей рассеяния.

3. Степень индуктивной связи в практических устройствах обычно высока, и индуктивности рассеяния составляют относительно небольшую часть полных индуктивностей цепей.

4. Расчет индуктивностей электрических цепей сопряжен с чрезвычайно большими математическими трудностями и аналитическому методу расчета поддаются лишь цепи простейшего вида.

5. Электрические цепи трансформаторов и электрических машин имеют сложную пространственную конфигурацию и для расчета их индуктивностей приходится прибегать к различным инженерным методам расчета, основанным на различных допущениях и являющимся приближенными.

6. Определение малых параметров (индуктивностей рассеяния) через рассчитанные приближенным методом

большие параметры (полные индуктивности цепей) связано с недопустимыми для практических расчетов погрешностями, и поэтому необходимо рассчитывать индуктивности рассеяния независимо от общих или полных индуктивностей.

Из сказанного вытекает важность разработки практических методов расчета индуктивностей рассеяния.

Методы расчета индуктивностей рассеяния трансформаторов и электрических машин непрерывно совершенствуются. Весьма большой вклад в эту область внесли советские ученые М. П. Костенко, Е. Г. Марквардт, Г. Н. Петров и др.

Практически все инженерные методы расчета индуктивностей рассеяния основываются так или иначе на картинах магнитных полей, которые вычерчиваются либо непосредственно, либо выражаются аналитически на основе тех или иных допущений.

Необходимость вычисления индуктивностей рассеяния отдельно от общих индуктивностей обуславливает необходимость выделить на общей картине магнитного поля так называемые поля рассеяния, т. е. те части общего магнитного поля или же линии магнитной индукции, которые определяют собой индуктивности рассеяния, или же определить поле при условиях, когда существуют только поля рассеяния.

Долгое время в истории прикладной электротехники оставалось незамеченным, что однозначного определения полей рассеяния не существует и что вследствие этого каждой индуктивно связанной системе может быть сопоставлено множество различных схем замещения, отличающихся друг от друга значениями входящих в них параметров, а в случае трех и более индуктивно связанных систем также и по своему виду. В связи с этим возник ряд различных методов расчета индуктивностей рассеяния, приводящих к различным численным значениям параметров, причем авторы одних методов часто решительно опровергали другие методы, как неправильные. Такое положение неоднократно вызывало на страницах технической печати ряд горячих дискуссий, в ходе которых основные положения, относящиеся к методам расчета индуктивностей рассеяния или к так называемой теории рассеяния, постепенно выяснялись. Весьма значительный шаг вперед был сделан в 1935—37 г.г. в результате дис-



куссий на страницах журнала «Электричество» [Л. 1—12]. Е. Г. Марквардт, один из участников этой дискуссии, указал при этом также на ряд принципиальных ошибок, допущенных в этом вопросе некоторыми иностранными авторами и в частности проф. Э. Вебером [Л. 22].

Однако и в настоящее время плодотворные идеи, заложенные в указанных дискуссиях, не получили достаточного развития, в результате чего иногда при разработке частных вопросов упускаются из виду полезные обобщения.

Некоторым недостатком проведенных дискуссий явилось также то обстоятельство, что вопросы рассматривались часто в определенном отрыве от схем замещения, хотя об величине индуктивностей рассеяния отдельных цепей можно говорить только в связи с данной конкретной схемой замещения. Кроме того, при рассмотрении вопросов теории рассеяния не опирались последовательно на уравнения равновесия напряжений отдельных цепей, в то время как только таким путем можно застраховаться от ошибок при составлении схем замещения и определении входящих в них параметров, особенно в случае сложных электромагнитных систем.

Следует также отметить, что и в настоящее время некоторые авторы продолжают выдвигать ошибочные положения, опровергнутые уже в 1935—37 г.г. во время упомянутой дискуссии на страницах журнала «Электричество». Так например, Х. Вырк [Л. 21], следуя в изложении вопросов теории рассеяния Э. Веберу, повторяет ряд его ошибочных положений, добавляя к ним собственные ошибки.

Ниже рассматриваются вопросы составления схем замещения и определения входящих в них параметров.

### 1. Схема замещения и ее параметры в случае двух индуктивно связанных цепей.

Рассмотрим пару индуктивно связанных цепей с постоянными параметрами (рис. 1.). Предположим, что положительные направления токов  $i_1$  и  $i_2$  выбраны таким образом, что взаимоиндуктивность  $M$  положительна.

Цепям рис. 1 соответствуют уравнения равновесия напряжений:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, \\ u_2 &= r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $u_1$  и  $u_2$  — напряжения, приложенные к зажимам соответствующих цепей. Если внешние цепи не содержат источников э. д. с., то под напряжениями  $u$  следует понимать реакции внешних участков цепей.

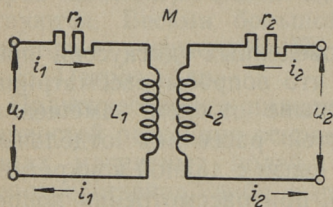


Рис. 1. Две индуктивно связанные цепи.

От переменных уравнений (1) можно перейти к любым другим новым переменным. В электротехнике пользуются так называемым приведением одних цепей к другим. Приведение цепи 2 к

цепи 1 соответствует переходу в (1) к новым переменным  $i'_2$  и  $u'_2$  по зависимостям:

$$i_2 = k i'_2, \quad u_2 = \frac{u'_2}{k}, \quad (2)$$

при которых энергетические отношения сохраняются. Постоянная  $k$  называется коэффициентом приведения или трансформации, причем здесь предполагается, что она является действительным и положительным числом.

При этом вместо (1) получим:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M' \frac{di'_2}{dt}, \\ u'_2 &= r'_2 i'_2 + L'_2 \frac{di'_2}{dt} + M' \frac{di_1}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$r'_2 = k^2 r_2, \quad L'_2 = k^2 L_2, \quad M' = kM. \quad (4)$$

Можно представить себе, что подобное приведение физически означает замену цепи 2 эквивалентной ей цепью с напряжениями, увеличенными в  $k$  раз, и с токами, уменьшенными в  $k$  раз. Параметры эквивалентной цепи опреде-



ляются при этом зависимостями (4). В простейшем случае, когда цепь 2 представляет собою некоторую катушку, ее можно представить замененной другой геометрически подобной катушкой, с числом витков, увеличенным в  $k$  раз.

Уравнения (3) можно преобразовать к виду:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + S_1 \frac{di_1}{dt} + M' \frac{d}{dt} (i_1 + i_2'), \\ u_2' &= r_2' i_2' + S_2' \frac{di_2'}{dt} + M' \frac{d}{dt} (i_1 + i_2'), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= L_1 - M' = L_1 - kM, \\ S_2' &= L_2' - M' = k^2 \left( L_2 - \frac{M}{k} \right) = k^2 S_2, \\ S_2 &= L_2 - \frac{M}{k}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Уравнениям (5), как нетрудно заметить, соответствует схема рис. 2, где магнитная связь между цепями заменена электрической связью.

Схема рис. 2 и представляет собою схему замещения исходных индуктивно связанных цепей рис. 1. Входящие в нее параметры  $S_1$  и  $S_2'$  называются индуктивностями рассеяния первичной и вторичной цепей. Все параметры

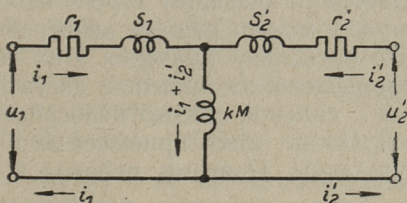


Рис. 2. Схема замещения двух индуктивно связанных цепей.

схемы рис. 2, за исключением сопротивления  $r_1$ , являются функциями коэффициента трансформации  $k$ . Величины индуктивностей  $S_1$  и  $S_2'$  зависят, кроме того, от степени связи двух цепей.

В технических устройствах сильного тока степень связи обычно велика, и для удобства практических расчетов приведение вторичной цепи к первичной целесообразно

произвести таким образом, чтобы в области нормальных эксплуатационных режимов устройства приведенные вторичные напряжение и ток были бы близки по величине к соответствующим первичным величинам. При этом индуктивности  $S_1$  и  $S_2'$ , как и сопротивления  $r_1$  и  $r_2'$ , получаются по величине близкими друг к другу, причем обычно  $r_1$  и  $r_2'$  малы, а  $M'$  велик по сравнению с  $S_1$  и  $S_2'$ . Поэтому величины индуктивностей  $S_1$  и  $S_2'$  в сильной степени влияют на рабочие свойства схемы рис. 2. С другой стороны, вычисление параметров  $r_1$ ,  $r_2'$  и  $M'$  не представляет обычно особых затруднений, в то время как вычисление  $S_1$  и  $S_2'$  представляет большие трудности по следующим причинам: 1)  $S_1$  и  $S_2'$  во избежание больших погрешностей должны быть вычислены, как уже отмечалось, независимо от  $L_1$ ,  $L_2$  и  $M$ , и пользование для их вычисления зависимостями (6) при практических расчетах недопустимо; 2) индуктивности  $S_1$  и  $S_2'$ , определяемые неполнотой индуктивной связи, обусловлены существованием побочных магнитных полей сложного характера, что вносит в расчеты большие дополнительные трудности.

Необходимо заметить, что введение в рассмотрение схем замещения и связанных с ними индуктивностей рассеяния не является по существу строго необходимым, так как уравнения (1) можно решать непосредственно, через  $L_1$ ,  $L_2$  и  $M$ . Но поскольку значения этих параметров не могут быть определены на практике достаточно точно, то в случае цепей с сильной связью непосредственное решение уравнений (1) не дает приемлемых с точки зрения точности результатов. Поэтому переход к схемам замещения с индуктивностями рассеяния  $S_1$  и  $S_2'$  вызывается практической необходимостью.

Из сказанного ясно, почему схемы замещения или соответствующие им уравнения типа (5) занимают в прикладной электротехнике видное место, причем центральную задачу в связи с этими схемами по своей значимости и трудности представляет расчет индуктивностей рассеяния.

С чисто математической точки зрения величина коэффициента трансформации  $k$  может быть выбрана совершенно произвольно. Из практических соображений значения  $k$  выбираются, как уже отмечалось, таким образом,



чтобы вторичные электрические величины были бы близки к первичным. Однако и при этом остается возможность изменения  $k$  в известных пределах, в связи с чем для данного устройства можно получить ряд различных значений  $S_1$  и  $S_2$ . Обращение к картинам магнитных полей, как будет показано ниже, также не может внести в вопрос полной определенности. Поэтому всегда нужно считаться с возможностью различных решений.

Как следует из (6), с увеличением  $k$  величина  $S_2$  увеличивается, а величина  $S_1$  уменьшается, причем при  $k > \frac{L_1}{M}$  индуктивность  $S_1$  становится отрицательной. При уменьшении  $k$  увеличивается  $S_1$  и уменьшается  $S_2$ , причем последняя становится отрицательной при  $k < \frac{M}{L_2}$ .

Поскольку отрицательных индуктивностей физически не существует, возможность появления отрицательных индуктивностей рассеяния указывает на известную искусственность самой постановки вопроса об их определении и указывает на условный характер этих индуктивностей в противоположность реальным индуктивностям  $L_1$ ,  $L_2$  и  $M$ . Тем не менее введение в рассмотрение также и отрицательных индуктивностей рассеяния является полезным с точки зрения практики, облегчая в ряде случаев анализ явлений. Кроме того, как будет показано ниже, общепризнанные методы определения индуктивностей рассеяния практических устройств также приводят иногда к отрицательным их значениям.

В приведенной ниже таблице приводятся значения индуктивностей  $S_1$ ,  $S_2$  и  $M$  схемы замещения рис. 2 для некоторых характерных значений коэффициента трансформации  $k$ .

При  $k = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$  индуктивности  $S_1$  и  $S_2$  равны и положительны.

Заметим для ясности, что схема рис. 2 дает для реальных физических величин  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $i_1$  и  $i_2$ , в полном соответствии с физическим содержанием задачи, идентичные значения при любых значениях  $k$  как при установившихся, так и при переходных процессах, так как при учете соотношений (2) коэффициент  $k$  в соответствующих математических выражениях повсюду сокращается.

Таблица значений параметров схемы замещения рис. 2.

$k$	$S_1$	$S_2'$	$S_2$	$M'$
$> \frac{L_1}{M}$	$< 0$	$> L_1 \left( \frac{L_1 L_2}{M_2} - 1 \right)$	$> L_2 \left( 1 - \frac{M_2}{L_1 L_2} \right)$	$> L_1$
$\frac{L_1}{M}$	$0$	$L_1 \left( \frac{L_1 L_2}{M_2} - 1 \right)$	$L_2 \left( 1 - \frac{M_2}{L_1 L_2} \right)$	$L_1$
$\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$L_1 \left( 1 - \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \right)$	$L_1 \left( 1 - \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \right)$	$L_2 \left( 1 - \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \right)$	$M \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$
$\frac{M}{L_2}$	$L_1 \left( 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right)$	$0$	$0$	$\frac{M^2}{L_2}$
$< \frac{M}{L_2}$	$> L_1 \left( 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right)$	$< 0$	$< 0$	$< \frac{M^2}{L_2}$

Заметим также, что при составлении схемы замещения вида рис. 2 нет, вообще говоря, необходимости в приведении вторичной цепи к первичной. Соответствующие выражения для электрических величин и для параметров схемы в этом случае получим, полагая в (2), (4), (5) и (6) коэффициент  $k = 1$ . Для индуктивностей схемы при этом имеем:

$$S_1 = L_1 - M, \quad S_2' = S_2 = L_2 - M, \quad M' = M. \quad (7).$$

Подобное решение задачи, являясь принципиально вполне правильным, в технике сильных токов однако большей частью практически совершенно непригодно, так как при этом указанные выше трудности в достижении достаточно точных для практических целей результатов остаются не преодоленными, ибо  $S_1$  и  $S_2$  не могут быть рассчитаны с необходимой точностью.

## 2. Картины магнитных полей двухстороннего возбуждения и индуктивности рассеяния.

Практические методы расчета индуктивностей рассеяния так или иначе опираются на картины магнитного поля. Эти методы в связи с многообразием практических задач весьма разнообразны и в своей основе в пределах принятых допущений в подавляющем большинстве слу-



чаев правильны. Однако и в настоящее время распространены неправильные представления о свойствах магнитного поля и природе электромагнитного рассеяния, что создает известные помехи в дальнейшей разработке вопроса и приводит иногда к фактическим ошибкам в практических расчетах. Эти ошибочные представления связаны прежде всего со свойствами общего магнитного поля двух или нескольких цепей при одновременном воз-

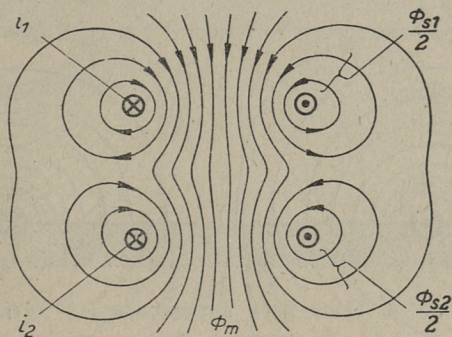


Рис. 3. Магнитное поле двух индуктивно связанных цепей.

буждении их током, ведут свое начало от Э. Арнольда и его современников, обнаруживаются в известной много-томной работе Р. Рихтера и повторяются в некоторых современных работах, как например, в книге Х. Вырка [Л. 21].

На рис. 3 изображено схематически поле двух цепей при одновременном возбуждении их током. В этом поле обнаруживаются трубки магнитной индукции или магнитные линии  $\Phi_s$ , сцепляющиеся только с какой-либо одной цепью, и линии  $\Phi_m$ , сцепляющиеся с обеими цепями. Согласно указанным представлениям линии первого рода образуют магнитные потоки рассеяния  $\Phi_{s1}$  и  $\Phi_{s2}$ , которые: 1) не участвуют в процессе обмена энергией между цепями, 2) пропорциональны по величине токам соответствующих цепей, т. е.  $\Phi_{s1} \equiv i_1$ ,  $\Phi_{s2} \equiv i_2$  и 3) создают при  $i_1 = i_2 = 1$  потокосцепления с соответствующими цепями, равные индуктивностям рассеяния  $S_1$  и  $S_2$ . Другая же часть поля, представленная линиями  $\Phi_m$ , согласно этим представлениям образует так называемый

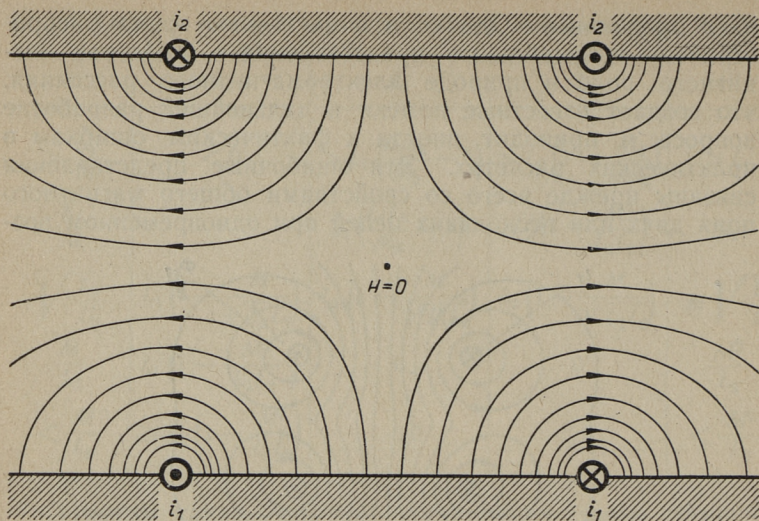


Рис. 4. Поле двух витков при  $i_2 = -i_1$ .

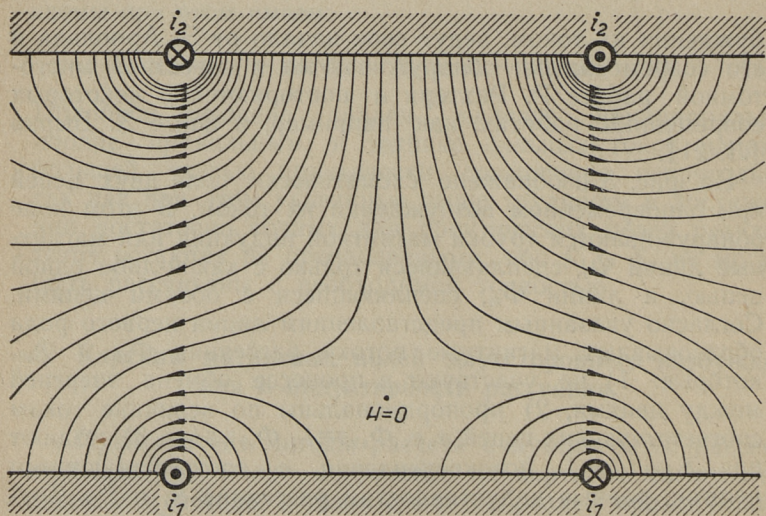


Рис. 5. Поле двух витков при  $i_2 = -2i_1$ .



общий поток или поток взаимной индукции, который: 1) является единственным переносителем энергии между цепями, 2) пропорционален общему полному току, равному в случае рис. 3 сумме токов  $i_1 + i_2$ , и 3) создает потокосцепления, пропорциональные взаимной индуктивности  $M$ . При этом роль потоков  $\Phi_{s1}$  и  $\Phi_{s2}$  уподобляется роли последовательно включенных индуктивностей перед

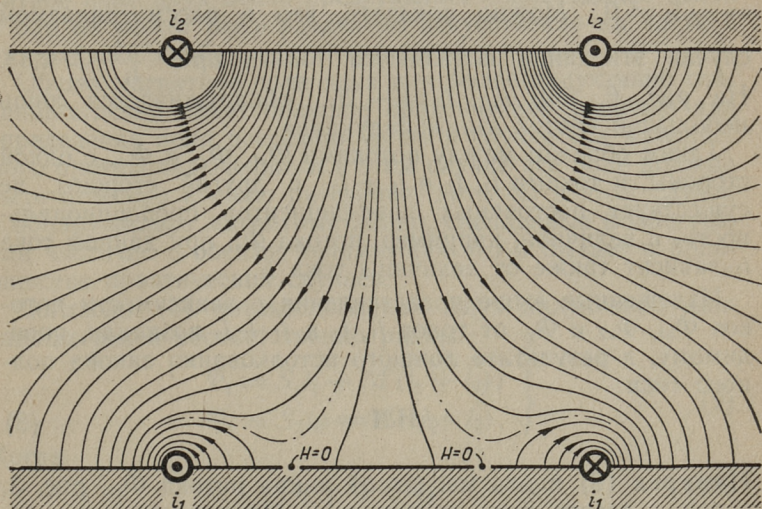


Рис. 6. Поле двух витков при  $i_2 = -3i_1$ .

цепями, когда сами цепи обладают полной индуктивной связью. Эти основные представления сопровождают некоторыми дополнительными или подвергают их некоторым модификациям. В частности, в случае многовитковых контуров появляется третья группа магнитных линий, хотя и сцепляющихся с обеими цепями, но в различной степени с различными числами витков, и эту группу линий называют линиями двукратносцепленного, двойного рассеяния и т. д.

Ошибочность подобных представлений легче всего показать на примере простейших цепей, поля которых могут быть легко построены на основе строгих аналитических зависимостей.

На рис. 4, 5 и 6 изображены поля двух одновитковых цепей, образованных из бесконечно длинных параллель-

ных проводников и расположенных на параллельных поверхностях железа с бесконечно большой магнитной проницаемостью по углам квадрата.

На рис. 4, построенном для случая, когда полный ток  $i_1 + i_2 = 0$ , действительно не обнаруживается магнитных линий, сцепляющихся с обеими цепями. Однако, этих линий не обнаруживается и на рис. 5, где  $i_1 + i_2 = -i_1 \neq 0$ . Можно показать, что в рассматриваемом случае эти линии появляются только при  $\frac{-i_2}{i_1} > 2,33$ .

На рис. 6, при  $i_1 + i_2 = -2i_1$ , обнаруживается лишь небольшой «поток взаимоиндукции».

Таким образом между потоками  $\Phi_{s1}$ ,  $\Phi_{s2}$  и  $\Phi_m$ , с одной стороны, и токами  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_1 + i_2$ , с другой стороны, не существует постоянных коэффициентов пропорциональности, и величина, например, потока  $\Phi_{s1}$  при данном токе  $i_1$  зависит также от величины тока  $i_2$ .

Изложенные выше представления о зависимости потоков  $\Phi_{s1}$ ,  $\Phi_{s2}$  и  $\Phi_m$  от токов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_1 + i_2$  возникли, по-видимому, в результате ложного истолкования закона полного тока

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = i. \quad (8)$$

Интеграл (8) вдоль магнитной линии потока  $\Phi_{s1}$ , рис. 3, конечно всегда дает значение  $i_1$ . Однако это вовсе не означает, что количество этих линий или величина потока  $\Phi_{s1}$  зависит только от величины тока  $i_1$ . Подобное предположение неправильно уже по той причине, что напряженность поля в любой точке поля зависит от величин обоих токов. Более того, отличие от нуля интеграла (8) вдоль какого либо замкнутого пути вовсе не указывает на существование соответствующих магнитных линий. Например, интеграл (8) по контуру, охватывающему левую пару проводников рис. 5, безусловно отличен от нуля, что можно заключить даже по самому характеру поля. Однако общих магнитных линий, охватывающих эту пару проводников, не существует.

Устройство, изображенное на рис. 4, 5 и 6, можно представить себе в виде простейшего трансформатора. Пусть режим работы этого трансформатора таков, что токи  $i_1$  и  $i_2$  близки по величине и сдвинуты по фазе почти на  $180^\circ$ . Тогда на протяжении большей части периода



отношения токов находятся либо в пределах  $-2,33 \leq \leq \frac{i_2}{i_1} \leq -1$ , либо в пределах  $-2,33 \leq \frac{i_1}{i_2} \leq -1$ . Но тогда магнитные линии, охватывающие одновременно обе цепи, будут отсутствовать на протяжении большей части периода, хотя обмен энергией между цепями несомненно происходит непрерывно. Следовательно, магнитное поле двух цепей представляет собой единое целое и оно не может быть разделено искусственно на части с различными свойствами и функциями.

Общее магнитное поле двух или более индуктивно связанных цепей имеет большое практическое значение для определения поля рассеяния лишь в случае так называемого противовключения, и в этом случае все поле должно быть отнесено к полю рассеяния, хотя бы в этом случае и обнаружались магнитные линии, сцепленные полностью или частично с обеими цепями, как это и бывает в большинстве практических случаев.

Согласно (5) потокосцепления двух индуктивно связанных цепей соответственно равны:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= S_1 i_1 + M'(i_1 + i_2), \\ \Phi_2' &= S_2' i_2' + M'(i_1 + i_2'). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Когда

$$i_1 + i_2' = 0, \quad (10)$$

вторые члены в (9) равны нулю и сохраняются только потокосцепления «рассеяния»:

$$\begin{aligned} \Psi_{s1} &= S_1 i_1, \\ \Psi_{s2}' &= S_2' i_2' = k S_2 i_2 = k \Psi_{s2}. \end{aligned}$$

Таким образом, при условии (10), называемом режимом противовключения, является возможным определить индуктивности рассеяния либо расчетным путем, подсчитав потокосцепления отдельных цепей или связанные с ними магнитные энергии, либо опытным путем, осуществив режим (10) экспериментально.

Согласно (2) и (10) соотношение между токами при противовключении равно

$$i_2 = -k i_1.$$

Но  $k$ , вообще говоря, является произвольным числом. Следовательно, опять таки, существует множество раз-

личных режимов противовключения, которые дают различные значения индуктивностей рассеяния, соответствующие различным схемам замещения. Следует поэтому заключить, что режим противовключения не определяет понятия рассеяния, как иногда утверждают, а открывает лишь возможность вычислить индуктивности рассеяния, когда в данном конкретном случае рассеяние определено выбором конкретного значения коэффициента трансформации или режима противовключения.

В рассмотренных выше простейших случаях (рис. 3, 4, 5, 6) обе цепи совершенно идентичны по устройству и расположению, т. е. равноправны или равноценны. При этих условиях естественно положить  $k = 1$ . Тогда при противовключении  $i_2 = -i_1$ , чему соответствует поле рис. 4, являющееся таким образом полем рассеяния. Не следует, однако, упускать из виду, что в данном случае  $k = 1$  может считаться лишь самым естественным или рациональным значением коэффициента трансформации и возможно выбрать также, например,  $k = 2$ , чему соответствует рис. 5, где, кстати, также нет магнитных линий, сцепляющихся с обеими цепями.

В случае силовых двухобмоточных трансформаторов обычной конструкции обе обмотки также практически идентичны по устройству и расположению и существенная разница между ними заключается лишь в числе витков, в то время как виток первичной обмотки практически равноценен витку вторичной обмотки. В этих условиях естественно положить  $k = \frac{w_1}{w_2}$ , как это и принято на практике. Тогда при противовключении  $w_1 i_1 + w_2 i_2 = 0$ , и магнитный поток, замыкающийся целиком по стали, отсутствует. Однако при таком «естественном» значении  $k$  при противовключении обнаруживаются магнитные линии, сцепляющиеся с обеими обмотками (см. [Л. 13] — рис. 97, б, 102, б и 103, а и [Л. 14] — рис. 76, б), хотя в случае рис. 5 при «неестественном»  $k = 2$  таких линий не существует. Наличие или отсутствие при противовключении магнитных линий, сцепляющихся с обеими цепями, не имеет с точки зрения рассматриваемого вопроса никакого значения и нет смысла отличать эти линии от других особыми наименованиями.

Сделаем здесь несколько замечаний о трактовке общих вопросов рассеяния в книге Х. Вырка [Л. 21]. Х. Вырк



следует в своем изложении немецким авторам, главным образом Э. Веберу, повторяя и углубляя их ошибки, указанные еще в 1935 г. Е. Г. Марквардтом.

Х. Вырк ([Л. 21] — стр. 40) вслед за Э. Вебером единственно правильными значениями индуктивностей рассеяния считает  $S_1 = L_1 - M$  и  $S_2 = L_2 - M$ , игнорируя тот факт, что практика электромашиностроения в подавляющем большинстве случаев по указанным выше причинам использует иные определения. Повторяя ошибочные утверждения о роли и функциях отдельных частей общего магнитного поля, Х. Вырк в связи с полем вида рис. 4 и 5 утверждает, что в «данном случае не может быть речи о взаимоиндуктивности  $M$ », так как общее поле отсутствует. Несмотря на своеобразную конструкцию этой фразы, ясно, что по мысли автора взаимоиндуктивность  $M$  равна нулю. Таким образом, по Х. Вырку в цепях с постоянными параметрами взаимоиндуктивность  $M$  не постоянна и зависит от соотношения токов двух цепей (!!!). Х. Вырк за Э. Вебером утверждает также, что насыщение стали вызывает усиление полей рассеяния, хотя общеизвестно, что дело обстоит как раз наоборот.

Подобные ошибки обнаруживаются и в других местах книги Х. Вырка.

### 3. Картины магнитных полей одностороннего возбуждения и индуктивности рассеяния.

Рассмотрим теперь, с точки зрения определения понятия рассеяния и вычисления индуктивностей рассеяния, картины магнитных полей одностороннего возбуждения.

На рис. 7 представлен случай двух идентичных одновитковых контуров и картина магнитного поля при возбуждении первой цепи током. Поле может быть разделено на две части: линии  $\Phi_s$ , сцепляющиеся только с первой цепью, и линии  $\Phi_m$ , сцепляющиеся с обеими цепями. Соответственно самоиндуктивность первой цепи также может быть представлена в виде суммы двух слагаемых:

$$L_1 = L_s + L_m,$$

причем составляющая  $L_s$  обусловлена потокосцеплением от потока  $\Phi_s$ , а составляющая  $L_m$  — потокосцеплением от

потока  $\Phi_m$ . Очевидно, что самоиндуктивность второй цепи  $L_2$  равна той же величине

$$L_2 = L_s + L_m,$$

а взаимоиндуктивность двух цепей равна

$$M = L_m.$$

В данном случае естественно выбрать  $k = 1$  и тогда согласно (6):

$$S_1 = S_2' = S_2 = L_1 - M = L_2 - M = L_s,$$

и соответствующий индуктивности  $L_s$  поток  $\Phi_s$  является потоком рассеяния. Этот результат естественен и с точки

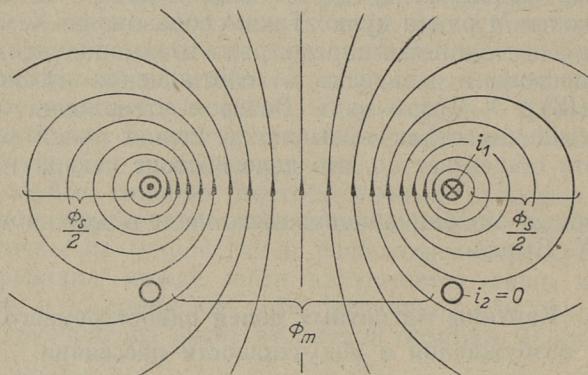


Рис. 7. Магнитное поле одностороннего возбуждения при одновитковых цепях.

зрения картины поля, т. к. неполнота связи между двумя цепями или явление рассеяния целиком определяется, качественно и количественно, существованием потока  $\Phi_s$ . Возможно, однако, выбрать и  $k \neq 1$ .

На рис. 8 изображен случай двух многовитковых цепей при  $i_1 \neq 0$  и  $i_2 = 0$ . Здесь поле можно разделить на три части: 1) поток  $\Phi_{s1}$ , сцепляющийся только с первой цепью, 2) поток  $\Phi_{m1}$ , сцепляющийся со всеми витками обеих цепей, и, наконец, 3) поток  $\Phi_{sm1}$ , сцепляющийся не со всеми витками обеих цепей и называемый в литературе также потоком двухкратносцепленного или двойного рассеяния, что не объясняет существа дела и не вполне



правильно, так как этот поток вносит свою составляющую также во взаимоиндуктивность двух цепей  $M$ . Соответственно самоиндуктивность первой цепи можно представить в виде:

$$L_1 = L_{s1} + L_{sm1} + L_{m1}. \quad (11)$$

Аналогично

$$L_2 = L_{s2} + L_{sm2} + L_{m2} \quad (12)$$

и взаимоиндуктивность

$$M = M_{sm} + M_m.$$

В данном случае нельзя указать ни одного «естественного» значения коэффициента трансформации. Неопреде-

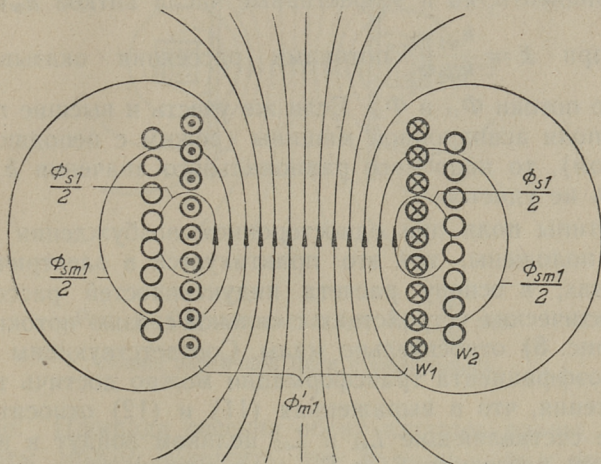


Рис. 8. Магнитное поле одностороннего возбуждения при многовитковых цепях.

ленность вносит поток  $\Phi_{sm}$  и нет возможности установить, например, какую часть составляющей  $L_{sm1}$  необходимо отнести к рассеянию. Пересчеты соответствующих потоко-сцеплений можно произвести пропорционально числам витков, можно также привлечь аналогично практике электромашиностроения обмоточные коэффициенты для эквивалентирования витков обеих цепей, но само это эквивалентирование может быть понято и выполнено по

разному. Соответственно и коэффициенты трансформации оказываются различными.

Более определенно дефинировать понятие рассеяния и установить естественное значение коэффициента трансформации в подобных более сложных случаях можно только при введении упрощающих предположений. Если, например, предположить, как это принято в теории асинхронных машин, что при возбуждении каждой из обмоток (статора и ротора) в отдельности соответствующие потоки  $\Phi_{sm} + \Phi_m$  имеют одинаковое пространственное распределение (основная гармоника в случае асинхронных машин) и одинаковым образом сцепляются с данной обмоткой независимо от того, которой обмоткой этот поток создан, то могут быть определены обмоточные коэффициенты  $k_w$  и эффективные числа витков  $k_w w$ , так

что при  $k = \frac{k_{w1} w_1}{k_{w2} w_2}$  потоками рассеяния оказываются

только потоки  $\Phi_{s1}$  и  $\Phi_{s2}$ . Если же учесть и высшие гармоники поля асинхронной машины (режим с неподвижным ротором), то подобного рационального значения  $k$  установить не удастся.

Картины поля при одностороннем возбуждении могут быть положены, как это практикуется в электрических машинах, в основу расчета индуктивностей рассеяния. В практических устройствах с сильной связью потоки типа  $\Phi_{s1}$  (рис. 8) относительно малы. Соответствующим выбором коэффициента трансформации можно достичь такого положения, что в выражениях (11) и (12) относительно малые составляющие  $L_{s1}$  и  $L_{s2}$  целиком войдут в индуктивности рассеяния  $S_1$  и  $S_2$ , а из относительно больших составляющих  $L_{sm1}$ ,  $L_{m1}$ ,  $L_{sm2}$  и  $L_{m2}$  в  $S_1$  и  $S_2$  не войдет ничего, либо войдут незначительные, но вполне определенные их доли, сравнимые по величине с  $L_{s1}$  и  $L_{s2}$ . Тогда погрешности при вычислении больших составляющих  $L_{sm1} + L_{m1}$  и  $L_{sm2} + L_{m2}$  либо вовсе не окажут влияния на погрешность  $S_1$  и  $S_2$ , либо это влияние будет невелико, так что погрешности  $S_1$  и  $S_2$  будут порядка погрешностей, допускаемых при вычислении  $L_{s1}$  и  $L_{s2}$ . Если же поле не подразделяется на части, вычисляются непосредственно  $L_1$  и  $L_2$ , а  $S_1$  и  $S_2$  определяются по (6), то сложная структура побочных полей  $\Phi_{s1}$  и  $\Phi_{s2}$  не может



быть должным образом учтена и погрешность по своей величине легко может оказаться недопустимой.

В заключение настоящего параграфа приведем случай, когда при общепринятом для трансформаторов коэффициенте трансформации  $k = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  одна из индуктивностей рассеяния отрицательна.

На рис. 9 изображены в разрезе две катушки. Первая катушка вытянута в длину, а вторая имеет квадратное

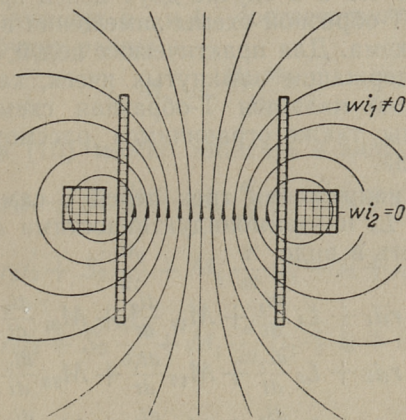


Рис. 9. Случай, когда при  $k = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  рассеяние первичной цепи отрицательно.

сечение. Площади сечения обеих катушек равны. Для простоты можно положить, что  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  и соответственно  $k = 1$ . На рисунке изображено поле, создаваемое первой катушкой при  $i_2 = 0$ . Из картины поля видно, что поток, создаваемый первой катушкой, создает с ней самое меньшее потокоцепление, чем с второй катушкой, вследствие чего  $L_1 < M$  и индуктивность рассеяния первой цепи  $S_1 = L_1 - M$  отрицательна.

При достаточно вытянутой форме первой катушки ее индуктивность рассеяния будет отрицательна и в том случае, если обе катушки посадить на железный сердечник, хотя в этом случае рассматриваемое явление проявляется менее резко.

#### 4. Схемы замещения и параметры трех индуктивно связанных цепей.

По мере увеличения числа индуктивно связанных цепей вопрос об их схемах замещения и параметрах значительно усложняется и многообразие возможных решений расширяется.

В случае трех цепей, как показал П. Л. Калантаров [Л. 15], возможен ряд различных по виду схем замещения. Заметим, что и в случае двух цепей кроме рассмотренной нами Т-образной схемы замещения возможна еще П-образная схема. Для практических цепей более удобны схемы, не содержащие замкнутых ячеек, каковой в случае двух цепей является Т-образная схема. В случае трех цепей мы также ограничимся рассмотрением схем подобного вида.

Уравнения напряжения трех цепей с самоиндуктивностями  $L_1, L_2, L_3$  и взаимоиндуктивностями  $M_{12}, M_{23}, M_{31}$  можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{31} \frac{di_3}{dt}, \\ u_2 &= r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt}, \\ u_3 &= r_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{31} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Приведем цепи 2 и 3 к первой с коэффициентами трансформации  $k_{12}$  и  $k_{13}$ , положив:

$$i_2 = k_{12} i'_2, \quad i_3 = k_{13} i'_3, \quad u_2 = \frac{u'_2}{k_{12}}, \quad u_3 = \frac{u'_3}{k_{13}}. \quad (14)$$

Тогда вместо (13) получим:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + k_{12} M_{12} \frac{di'_2}{dt} + k_{13} M_{31} \frac{di'_3}{dt}, \\ u'_2 &= r'_2 i'_2 + L'_2 \frac{di'_2}{dt} + k_{12} M_{12} \frac{di_1}{dt} + k_{12} k_{13} M_{23} \frac{di'_3}{dt}, \\ u'_3 &= r'_3 i'_3 + L'_3 \frac{di'_3}{dt} + k_{13} M_{31} \frac{di_1}{dt} + k_{12} k_{13} M_{23} \frac{di'_2}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где

$$r'_2 = k_{12}^2 r_2, \quad r'_3 = k_{13}^2 r_3, \quad L'_2 = k_{12}^2 L_2, \quad L'_3 = k_{13}^2 L_3. \quad (16)$$



Наиболее простую и удобную схему замещения получим, если  $k_{12}$  и  $k_{13}$  выберем таким образом, что коэффициенты членов (15), характеризующих явление взаимной индукции, будут равны между собою:

$$k_{12}M_{12} = k_{13}M_{31} = k_{12}k_{13}M_{23}. \quad (17)$$

Из (17)  $k_{12}$  и  $k_{13}$  определяются однозначно. Они равны:

$$k_{12} = \frac{M_{31}}{M_{23}}, \quad k_{13} = \frac{M_{12}}{M_{23}}. \quad (18)$$

При этих значениях  $k_{12}$  и  $k_{13}$  соответствующие коэффициенты (15) будут равны

$$M_1 = \frac{M_{12}M_{31}}{M_{23}}, \quad (19)$$

и уравнения (15) можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + S_1 \frac{di_1}{dt} + M_1 \frac{d}{dt} (i_1 + i'_2 + i'_3), \\ u'_2 &= r'_2 i'_2 + S'_2 \frac{di'_2}{dt} + M_1 \frac{d}{dt} (i_1 + i'_2 + i'_3), \\ u'_3 &= r'_3 i'_3 + S'_3 \frac{di'_3}{dt} + M_1 \frac{d}{dt} (i_1 + i'_2 + i'_3), \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= L_1 - M_1, \\ S'_2 &= L'_2 - M_1 = k_{12}^2 S_2, \\ S'_3 &= L'_3 - M_1 = k_{13}^2 S_3, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

причем

$$\left. \begin{aligned} S_2 &= L_2 - M_2, \quad S_3 = L_3 - M_3, \\ M_2 &= \frac{M_{12}M_{23}}{M_{31}}, \quad M_3 = \frac{M_{23}M_{31}}{M_{12}}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Уравнениям (20), как нетрудно заметить, соответствует схема замещения рис. 10. Удобство этой схемы заключается в том, что у всех трех цепей имеется общий для них так называемый намагничивающий контур — индуктивность  $M_1$ . При отличающихся от (18) значениях  $k_{12}$  и  $k_{13}$  в схеме появляются добавочные узлы, и узлов, общих для всех трех цепей, не будет.

Отметим, что коэффициенты трансформации по (18) имеют простой и ясный физический смысл. Коэффициент

$k_{12}$  равен отношению напряжений холостого хода обмоток 1 и 2 при питании обмотки 3 синусоидальным током, а  $k_{13}$  — отношению напряжений холостого хода обмоток 1 и 3 при питании синусоидальным током обмотки 2.

Рассмотрим теперь трехобмоточный трансформатор со стальным сердечником. Для простоты математических выкладок предположим, что магнитная проницаемость стали постоянна, а потери в стали равны нулю, так как

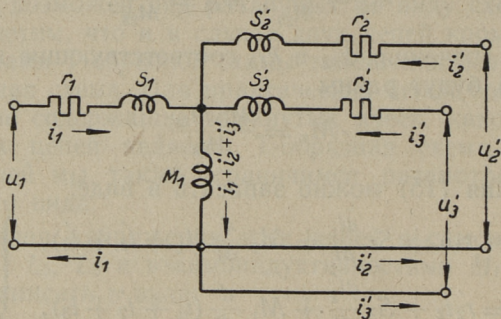


Рис. 10. Схема замещения трех индуктивно связанных цепей с общей намагничивающей цепью.

с точки зрения рассматриваемых нами вопросов учет этих факторов несущественен.

В технических трансформаторах с замкнутым магнитопроводом магнитный поток может быть разделен на две части: 1) поток в стали  $\Phi_c$ , замыкающийся целиком по стальному магнитопроводу, и 2) поток в воздухе  $\Phi_b$ , замыкающийся частично или полностью через воздух [Л. 16], и считать при этом, что поток в стали не зависит от того, каким образом данный полный ток трех обмоток  $i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 = \text{const}$  распределен между этими обмотками. Тогда все само- и взаимные индуктивности можно представить в виде сумм двух членов [Л. 17]:

$$\left. \begin{aligned} L_n &= L_{nb} + L_{nc} \quad (n = 1, 2, 3), \\ M_{nm} &= M_{nmb} + M_{nmc} \quad (n, m = 1, 2, 3; n \neq m), \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

причем первые члены соответствуют потокам в воздухе, а вторые — потокам в стали. При этом

$$\left. \begin{aligned} L_{nc} &= \lambda w_n^2 \quad (n = 1, 2, 3), \\ M_{nmc} &= \lambda w_n w_m \quad (n, m = 1, 2, 3; n \neq m), \end{aligned} \right\} \quad (24)$$



где  $\lambda$  — общий для всех индуктивностей коэффициент, зависящий от геометрических размеров магнитопровода и проницаемости стали.

В этом случае, взяв в (14) и (15) вместо  $k_{12}$  и  $k_{13}$ :

$$k_{12\omega} = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad k_{13\omega} = \frac{\omega_1}{\omega_3}, \quad (25)$$

и учтя соотношения (23) и (24), уравнения (15) можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_{1b} \frac{di_1}{dt} + M'_{12b} \frac{di_2}{dt} + M'_{31b} \frac{di_3}{dt} + L_{c1} \frac{d}{dt} (i_1 + i_2 + i_3), \\ u_2 &= r_2 i_2 + L_{2b} \frac{di_2}{dt} + M'_{12b} \frac{di_1}{dt} + M'_{23b} \frac{di_3}{dt} + L_{c1} \frac{d}{dt} (i_1 + i_2 + i_3), \\ u_3 &= r_3 i_3 + L_{3b} \frac{di_3}{dt} + M'_{31b} \frac{di_1}{dt} + M'_{23b} \frac{di_2}{dt} + L_{c1} \frac{d}{dt} (i_1 + i_2 + i_3), \end{aligned} \right\} (26)$$

где  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $L_{2b}$  и  $L_{3b}$  — соответствующие величины без штрихов, пересчитанные пропорционально квадратам чисел витков, и

$$M'_{12b} = \frac{\omega_1}{\omega_2} M_{12b}, \quad M'_{23b} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2 \omega_3} M_{23b}, \quad M'_{31b} = \frac{\omega_1}{\omega_3} M_{31b}. \quad (27)$$

Уравнениям (26) соответствуют уже не одна, а три схемы замещения, изображенные на рис. 11, 12 и 13. В справедливости этих схем легко убедиться, составляя уравнения напряжения при обходе соответствующих кон-

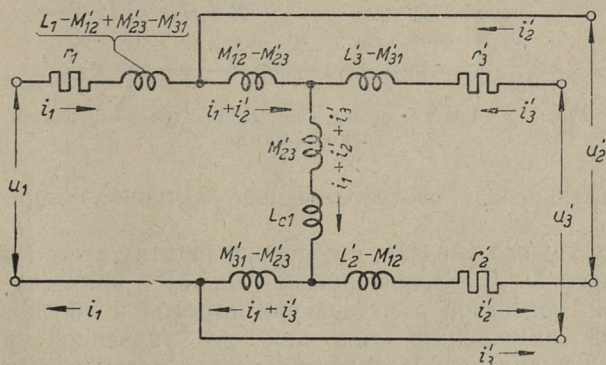


Рис. 11. Первая схема замещения трехобмоточного трансформатора.

туров и сличая эти уравнения с уравнениями (26). Учет непостоянства проницаемости стали  $\mu$  в этих схемах можно произвести, считая  $L_{c1}$  соответствующей функцией  $\mu$ , а учет потерь в стали можно произвести, соединив

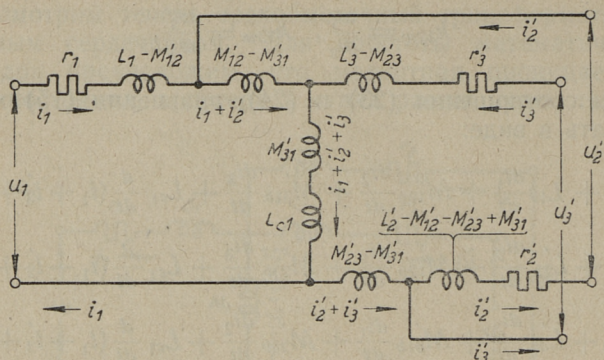


Рис. 12. Вторая схема замещения трехобмоточного трансформатора.

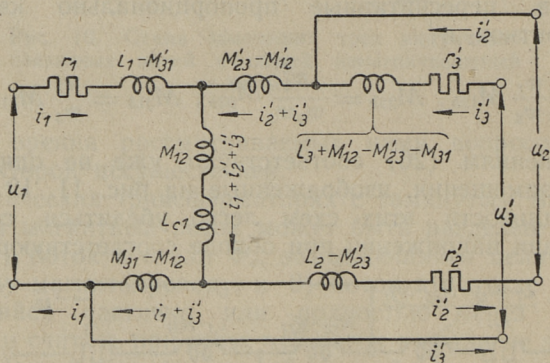


Рис. 13. Третья схема замещения трехобмоточного трансформатора.

параллельно  $L_{c1}$  соответствующее активное сопротивление.

Необходимо указать, что первая из этих схем (рис. 11) получена П. Л. Калантаровым [Л. 17] и является также первой известной в литературе строгой и обоснованной схемой замещения, так как до указанной работы П. Л. Калантарова удовлетворительной схемы замещения трехобмоточного трансформатора не существовало.



Схемы рис. 11, 12 и 13 содержат по 6 параметров, которые могут быть принципиально определены из трех опытов холостого хода и трех опытов короткого замыкания, если известны соотношения витков и следовательно  $k_{12w}$  и  $k_{13w}$ . Они могут быть определены также с той или иной точностью расчетным путем. Однако эти схемы для практического пользования сложны, а определение их параметров указанным путем также сложно и ненадежно. Кроме того следует заметить, что определение отношений чисел витков в готовом трансформаторе опытным путем принципиально невозможно, как в случае трехобмоточного, так и в случае двухобмоточного трансформатора. Поэтому «естественные», общепринятые для трансформаторов коэффициенты трансформации, равные отношениям чисел витков, на практике вовсе не являются естественными, поскольку они не могут быть установлены опытным путем. Гораздо более естественными являются коэффициенты  $k_{12}$  и  $k_{13}$  по (18), поскольку, как было указано выше, они могут быть определены экспериментально. Поэтому поставим задачу получить для трехобмоточного трансформатора со стальным сердечником схему замещения типа рис. 10.

Для получения схемы замещения с общей для всех цепей намагничивающей цепью будем исходить из уравнений (26) и произведем их преобразование с коэффициентами  $k'_{12}$  и  $k'_{13}$ , которые определим по (18). При этом они будут равны

$$\left. \begin{aligned} k'_{12} &= \frac{L_{1c} + M'_{31b}}{L_{1c} + M'_{23b}} = \frac{1 + \frac{M'_{31b}}{L_{1c}}}{1 + \frac{M'_{23b}}{L_{1c}}} \approx 1 + \frac{M'_{31b}}{L_{1c}} - \frac{M'_{23b}}{L_{1c}}, \\ k'_{13} &= \frac{L_{1c} + M'_{12b}}{L_{1c} + M'_{23b}} = \frac{1 + \frac{M'_{12b}}{L_{1c}}}{1 + \frac{M'_{23b}}{L_{1c}}} \approx 1 + \frac{M'_{12b}}{L_{1c}} - \frac{M'_{23b}}{L_{1c}}, \end{aligned} \right\} (28)$$

и индуктивность намагничивающего контура согласно (19):

$$M_1 = \frac{M_{12}M_{31}}{M_{23}} = \frac{(L_{1c} + M'_{12b})(L_{1c} + M'_{31b})}{L_{1c} + M'_{23b}} \approx$$

$$\approx L_{1c} + M'_{12b} - M'_{23b} + M'_{31b}. \quad (29)$$

Выписанные здесь приближенные значения  $k'_{12}$ ,  $k'_{13}$  и  $M_1$  получаются при разложении их точных значений в ряд по степеням малых параметров  $\frac{M'_{31b}}{L_{1c}}$  и т. д. и при учете

только первых степеней этих малых параметров. При этом сохраняется весьма высокая для технических целей точность, так как  $M'_{12b}$ ,  $M'_{23b}$  и  $M'_{31b}$  значительно меньше  $L_{1c}$ .

Используя приближенные значения  $k'_{12}$ ,  $k'_{13}$  и  $L_{1c}$ , для индуктивностей рассеяния схемы с общей для всех цепей намагничивающей цепью по (21) получим:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= L_{1c} + L_{1b} - M_1 \approx L_{1b} - M'_{12b} + M'_{23b} - M'_{31b}, \\ S'_2 &= k'^2_{12}(L_{1c} + L'_{2b}) - M_1 \approx L'_{2b} - M'_{12b} - M'_{23b} + M'_{31b}, \\ S'_3 &= k'^2_{13}(L_{1c} + L'_{3b}) - M_1 \approx L'_{3b} + M'_{12b} - M'_{23b} - M'_{31b}, \end{aligned} \right\} (30)$$

причем в  $S_2$  и  $S_3$  также сохранены лишь члены первой степени малости.

Следует обратить внимание на то, что в (29) и (30) величины со штрихами являются приведенными с коэффициентами  $k_{12\omega} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  и  $k_{13\omega} = \frac{\omega_1}{\omega_3}$ . Активные сопротивления  $r'_2$  и  $r'_3$  также следовало бы привести еще раз с коэффициентами  $k'_{12}$  и  $k'_{13}$ . Однако ввиду относительной малости активных сопротивлений и близости к единице коэффициентов  $k'_{12}$  и  $k'_{13}$  этого приведения можно не производить.

Таким образом, схема с общей для всех цепей намагничивающей цепью получает вид схемы рис. 14. Параметры схемы рис. 14 могут быть определены на основании трех опытов короткого замыкания и одного



опыта холостого хода, если известны коэффициенты приведения

$$k_{12} = k_{12w} k'_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} k_{12}, \quad k_{13} = k_{13w} k'_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} k'_{13},$$

для опытного определения которых требуется осуществить еще два опыта холостого хода.

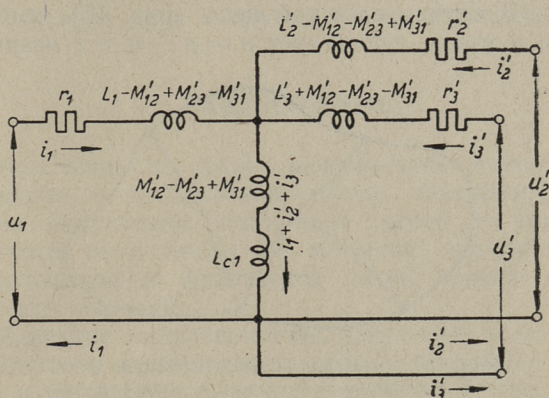


Рис. 14. Схема замещения трехобмоточного трансформатора с общей намагничивающей цепью.

Если в схеме рис. 14 в намагничивающем контуре пренебречь относительно малой величиной  $M'_{12} - M'_{23} + M'_{31}$ , то получится схема, также ранее полученная П. Л. Калантаровым [Л. 17].

## 5. Общие замечания о синтезе схем замещения.

В случае трех цепей, как мы видели, возможен ряд различных по виду схем замещения, с различными значениями параметров, и схема с общей для всех цепей намагничивающей цепью возможна лишь при вполне определенных значениях коэффициентов трансформации. В общем случае еще большего числа цепей уже вовсе нельзя ставить вопроса о получении схемы с общей намагничивающей цепью. Так, в случае четырех цепей имеется шесть взаимоиндуктивностей и может быть введено три коэффициента трансформации, число которых

недостаточно для того, чтобы сделать шесть приведенных взаимноиндуктивностей равными друг другу. Схема замещения поэтому получает сложный вид и число возможных ее разновидностей быстро растет с увеличением числа цепей.

Задача о синтезе схемы замещения и индуктивно связанных цепей в известной мере противоположна задаче о расчете сложной цепи по методу контурных токов [Л. 18]. В случае сложной цепи (рис. 15), имеющей  $p$  ветвей и  $q$  узлов, существует  $n = p - q + 1$  независимых

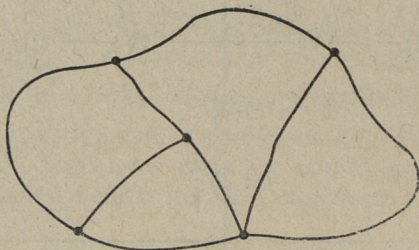


Рис. 15. Сложная цепь, имеющая  $p = 8$  ветвей,  $q = 5$  узлов и  $n = 4$  независимых контуров.

контуров, различающихся тем, что каждый последующий контур отличается от предыдущего хотя бы одной новой цепью. Можно сказать, что эта цепь имеет  $n$  степеней свободы и для нее можно составить  $n$  независимых уравнений, полностью определяющих все электромагнитные явления, происходящие в цепи. При этом однако для данной сложной цепи  $n$  независимых контуров могут быть выбраны в различных случаях различным образом, и поэтому данная сложная цепь может быть определена не одной системой из  $n$  уравнений, а рядом систем уравнений, отличающихся друг от друга по виду и значениями независимых переменных — контурных токов.

В случае  $n$  индуктивно связанных цепей можно считать заданными систему из  $n$  уравнений и необходимо составить сложную цепь, соответствующую этой системе уравнений. Здесь одной системе уравнений можно сопоставить ряд различных по виду схем замещения, с различными параметрами. Рациональная трансформация исходных уравнений при этом может упростить вид получае-



мой схемы замещения. Следует однако иметь в виду, что в случае многих индуктивно связанных систем не всегда удастся получить схему замещения, в которой все связи представлены лишь активными сопротивлениями и индуктивностями, и является необходимым ввести также некоторые дополнительные взаимоиндуктивные связи между некоторыми ветвями схемы. Тогда получатся схемы типа рис. 15, если представить себе, что некоторые ветви этой схемы связаны друг с другом также взаимоиндуктивно.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

В заключение на основе изложенного можно сказать, что задача о составлении схемы замещения данной системы индуктивно связанных цепей и определения параметров этой схемы не является определенной и с математической и физической точек зрения допускает множество решений.

Определение индуктивностей рассеяния является частным вопросом этого первого общего вопроса схем замещения и не может быть рассматриваемо изолированно от него. Говорить о численных значениях индуктивностей рассеяния можно только в связи с данной конкретной схемой замещения, в связи с данными конкретными значениями коэффициентов трансформации. Различным значениям коэффициентов трансформации соответствуют различные схемы замещения, с различными параметрами, в том числе и с различными индуктивностями рассеяния.

В настоящей работе рассматривались лишь действительные значения коэффициентов трансформации. В случае синусоидальных переменных токов, когда параметры цепей выражаются комплексными числами, понятие коэффициента трансформации можно расширить, выражая эти коэффициенты комплексными числами. Тогда в сферу трансформируемых величин привлекаются также активные сопротивления. В частности, общеизвестные схемы трансформаторов и электрических машин с вынесенными намагничивающими контурами, введенные в пользование в СССР М. П. Костенко [Л. 19], можно рассматривать как результат трансформации исходных уравнений с комплексными коэффициентами трансформации [Л. 20].

Другим направлением, расширяющим понятие о схеме замещения и ее параметрах, является учет потерь в стали, которая почти всегда присутствует в устройствах техники сильных токов. При учете этих потерь, как можно показать [Л. 20], в схемах замещения могут появиться не только отрицательные индуктивности, но и отрицательные активные сопротивления, даже при действительных значениях коэффициентов трансформации.

Вопрос о рациональных значениях коэффициентов трансформации в различных случаях может решаться по-разному. С точки зрения анализа внутренних процессов в технических устройствах и при их проектировании целесообразно пользоваться коэффициентами, равными отношению чисел витков или отношениям так называемых эффективных чисел витков. С точки зрения анализа эксплуатационных свойств предпочтительнее схемы наиболее простого вида (схемы с вынесенными намагничивающими контурами и т. д.), определяемые иными значениями коэффициентов трансформации. Например, в случае измерительных трансформаторов тока целесообразно выбрать коэффициентом трансформации так называемый номинальный коэффициент трансформации трансформатора, хотя он часто и не равен отношению чисел витков [Л. 20]. В этом последнем случае в схеме возможны отрицательные активные сопротивления.

---



## ЛИТЕРАТУРА.

1. С. М. Гохберг и П. Н. Большаков. Однофазные трансформаторы с компенсирующими обмотками. Эл-во, 1934, № 10, стр. 18.
2. Е. Г. Марквардт. Некоторые замечания по вопросам, затронутым в статье Гохберга и Большакова. Эл-во, 1935, № 1.
3. С. М. Гохберг. Ответ инж. Е. Г. Марквардт по поводу его замечания к статье С. М. Гохберга и П. Н. Большакова «Однофазные трансформаторы с компенсирующими обмотками». Эл-во, 1935, № 1, стр. 52.
4. Е. Г. Марквардт. Об электромагнитном рассеянии. Эл-во, 1935, № 9, стр. 44.
5. Г. Н. Петров. К расчету рассеяния трансформатора. Эл-во, 1935, № 15, стр. 3.
6. Э. А. Меерович. К вопросу об электромагнитном рассеянии в трансформаторах. Известия Энергет. Ин-та им. Г. М. Кржижановского, 1935, т. III, вып. 1—2, стр. 77.
7. Е. Г. Марквардт. Индуктивности рассеяния обмоток трансформатора. Эл-во, 1936, № 23, стр. 31.
8. Г. Н. Петров. Об индуктивностях рассеяния обмоток трансформатора. Эл-во, 1936, № 23, стр. 31.
9. В. В. Сидельников. О передаче энергии при индуктивной связи. Сб. статей научно-техн. кружка электриков, стр. 5, изд. Ленингр. инд. ин-та, 1936.
10. Э. А. Меерович. Полная и раздельная индуктивности рассеяния обмоток трансформатора. Эл-во, 1937, № 11, стр. 56.
11. Е. Г. Марквардт. О рассеянии обмоток трансформатора. Эл-во, 1937, № 11, стр. 60.
12. Е. Г. Марквардт. Электромагнитные расчеты трансформаторов. ОНТИ, 1938.
13. В. Хэг. Электромагнитные расчеты. ОНТИ, 1934.
14. А. В. Трамбицкий. Расчет трансформаторов. ГОНТИ, 1938.
15. П. Л. Калантаров. К теории пассивного шестиполюсника. Труды ЛПИ, 1947, № 2, стр. 133.
16. Г. Н. Петров. Трансформаторы. ОНТИ, 1934.
17. П. Л. Калантаров. Схема, эквивалентная трехобмоточному трансформатору. Эл-во, 1948, № 3, стр. 36.
18. Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, ч. I. Госэнергоиздат, 1948.
19. М. П. Костенко. Круговая диаграмма и соответствующая ей эквивалентная схема асинхронной машины. Вестник электротехники, 1930, № 7—8, раздел II, стр. 53.

20. А. И. Вольдек. О схеме замещения трансформатора и ее параметрах. Эл-во, 1952, № 8, стр. 21.
21. H. Võrk. Elektrimasinad, I. RK „Teaduslik Kirjandus”, Tartu, 1947.
22. E. Weber. a) Was ist Streuung und wie berechnet man sie. Elektrotechnische Zeitschrift, 1930, S. 1221, 1267, 1280. b) Zur Definition der elektromagnetischen Streuung. Elektrotechnik und Maschinenbau, 1930, Bd. 48, S. 941.

EMAV Teaduste Akadeemia  
Elektritehnika

Редактор Р. Холлманн.  
Технический редактор Х. Коху.  
Корректор Ю. Раттур.

Сдано в набор 27 IX 1952. Подписано к печати 28 XI 1952. Тираж 800. Бумага 54×84, 1/16. Печатных листов 2,25. По формату 60×92 печатных листов 1,84. Учетно-издательских листов 1,48. МВ-19129. Типография имени Ханса Хейдеманна. Тарту, Валликраави 4. Заказ № 3641.

Цена руб. 1.05