### TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

### № 43

1953

Л. А. ТЕПАКС

## ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ русел

P14942





ЭСТОНСКОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТАЛЛИН 1953



### 1. ВВЕДЕНИЕ

Осуществление великих гидротехнических строек в СССР связано с грандиозными работами, в частности, со строительством каналов различных размеров и назначений.

Основной характеристикой канала является его поперечное сечение. Большинство каналов осуществляется с трапецоидальной формой сечения. Эта простейшая форма имеет ряд преимуществ: возможность применения механизмов для планировки откосов, наличие достаточно разработанных основ, гидравлического расчета. Имеется, наконец, богатый опыт их эксплуатации.

Между тем, многократные наблюдения показывают. что в условиях эксплуатации каналов, при возможности заиления или размыва, в течение времени первоначальное трапецоидальное сечение приобретает криволинейную, близкую к параболической, форму. Образуется русло, подобное естественному меженному руслу реки. Можно заключить, что, с точки зрения процессов деформации русла, криволинейное поперечное сечение является более устойчивым, чем трапецоидальное. Это обстоятельство следует учесть уже в стадии проектирования канала и определить такую форму сечения, когорая обеспечила бы наименьшие затраты на содержание канала, т. е. в надлежащих случаях следует отказаться от трапецоидальной формы.

Основы гидравлического расчета каналов с криволинейным очертанием поперечного сечения пока еще недостаточно разработаны; настоящая работа предназначена для частичного заполнения этого пробела.

### 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ

Для установления расчетных зависимостей, следует в первую очередь подобрать надлежащее аналитическое выражение, определяющее геометрическую форму сечения. С. Т. Алтунин [Л. 1], в результате обработки обширных данных полевых исследований, указывает, что поперечные сечения устойчивых русел на прямолинейных участках рек с достаточной точностью могут быть построены по уравнению параболы, имеющему в общем случае вид:

$$B^{2n} = A \cdot H,$$

где *В* — переменная ширина русла, меняющаяся от нуля до *B*<sub>0</sub> (урез воды);

H — соответствующая B — глубина от дна — изменяется в пределах от O до  $H_0$ ;



2*п* — показатель степени и *A* — параметр, определяется по местным условиям.

Русло реки представляет собою результат длительного взаимодействия между потоком и слагающими русло грунтами. Поэтому кажется целесообразным, при проектировании каналов, исходить из выражения С. Т. Алтунина, которое можно переписать для половины сечения с другими обозначениями:

$$\frac{y}{\hbar} = \left(\frac{2x}{B}\right)^z,\tag{1}$$

причем принятые обозначения определяются рис. 1.

Соотношение максимальной ширины к глубине обозначим

$$\gamma = \frac{B}{h}.$$
 (2)

Далее получаем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2z}{\gamma} \left(\frac{2x}{B}\right)^{z-1}$$

Коэфициент откоса m определяется как котангенс угла, образуемого касательной и горизонталью в точке наибольшей крутизны, т. е. на урезе воды, где 2x = B. При этом

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2z}{\gamma} = \frac{1}{m} \text{ is } z = \frac{\gamma}{2m}, \qquad (3)$$

т. е. показатель степени в уравнении параболы определяется коэфициентом откоса и соотношением ширины к глубине.

Площадь поперечного сечения выражается простой формулой

$$\omega = \frac{z}{z+1}Bh$$
 или (4)

$$\omega = \frac{\gamma}{\gamma + 2m} Bh. \tag{5}$$

Наиболее сложной операцией является определение длины смоченного периметра  $\chi$ . Эта величина выражается интегралом

$$\chi = 2 \int_{0}^{\frac{B}{2}} dx = 2 \int_{0}^{\frac{B}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{2}} dx =$$

$$= 2 \int_{0}^{\frac{B}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{\gamma}\right)^{2} \left(\frac{2x}{B}\right)^{2(z-1)}} dx =$$

$$= 2 \int_{0}^{\frac{B}{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{m^{2}} \left(\frac{2x}{B}\right)^{2\left(\frac{\gamma}{2m}-1\right)}} dx.$$
(6)

Этот интеграл подсчитан нами для следующих значений показателя z: 1; 1,25; 1,5; 2 (путем прямого интегрирования); 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10 (приближенным способом с помощью разложения подинтегральной функции в ряд). В результате получены величины периметра в безразмерном виде

$$\chi_* = \frac{\chi}{B} = f(m, \gamma). \tag{7}$$

Выше было указано, что применение параболических русел оказывается целесообразным при возможности деформации русла, т. е. главным образом для каналов в несвязных грунтах. Поэтому мы ограничились коэфициентами откоса свыше единицы и подсчитали значения



Рис. 2.

функции  $\chi_*$  для различных соотношений  $\gamma$  и коэфициентов откоса m = 1; 1,25; 1,5; 1,75; 2; 2,5; 3. Результаты оформлены соответствующим графиком (рис. 2).

### 3. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ПАРАБОЛИЧЕСКИХ РУСЛАХ

Принципы решения всех основных задач на равномерное движение приводятся в курсах гидравлики и поэтому здесь не рассматриваются. Остановимся лишь на задаче, где дано Q, i, m и n, и требуется определить размеры живого сечения потока, т. е. *В* и *h*. Как известно, чтобы сделать задачу определенной, необходимо задать или *B*, или *h*. В зависимости от этого получается два решения.

Основная расчетная формула переписывается:

$$Q = C\omega \sqrt{Ri} = \frac{1}{n} R^{0,5+y} \omega \sqrt{i} = \frac{\sqrt{i}}{n} \cdot \frac{\omega^{1,5+y}}{\chi^{0,5+y}}, \quad (8)$$

откуда

$$\frac{V\overline{i}}{Qn} = \frac{1}{Kn} = \frac{\chi^{0,5+y}}{\omega^{1,5+y}},$$

где  $K = \frac{Q}{\sqrt{i}}$  — модуль расхода.

Предположим заданной величиной ширину В. Подставив χ по (7) и ω по (5) и (2)

$$\omega = \frac{\gamma}{\gamma + 2m} Bh = \frac{B^2}{\gamma + 2m}$$

получаем:

$$\frac{\sqrt{i}B^{2,5+y}}{Qn} = \frac{B^{2,5+y}}{Kn} = (\gamma + 2m)^{1,5+y} \cdot \chi_*^{0,5+y}.$$
 (9)

Задача решается при помощи графиков или таблиц, где безразмерное соотношение  $\frac{B^{2,5+y}}{Kn}$  дается в виде функции от  $\gamma$  и *m*.

При заданной глубине h подставим

$$B = \gamma h$$

в (9) и получаем:

$$\frac{\sqrt{i} h^{2,5+y}}{Qn} = \frac{h^{2,5+y}}{Kn} = \frac{(\gamma + 2m)^{1,5+y}}{\gamma^{2,5+y}} \cdot \chi_*^{0,5+y}.$$
 (10)

Эта задача также решается при помощи графиков или таблиц, составленных для соотношения  $\frac{h^{2,5+y}}{Kn}$ .

Те же графики могут быть использованы для решения задач с заданным соотношением *γ*.

Полученные графики в настоящей работе не приводятся, поскольку в дальнейшем доказывается, что расчет параболических сечений производится с достаточной точностью при помощи графиков и таблиц, составленных для расчета трапецоидальных сечений (графики А. Н. Рахманова [Л. 2], составленные для  $y = \frac{1}{6}$ , таблицы И. И. Агроскина [Л. 3] для  $y = \frac{1}{5}$ , таблицы В. Г. Лобачева [Л. 4],  $y = \frac{1}{6}$ ).

# 4. СРАВНЕНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ И ТРАПЕЦОИДАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ

Естественно, что возникает вопрос: которое из сечений, параболическое или трапецоидальное, является более экономичным при равных условиях?

Нами проделан анализ, подробности которого здесь не приводятся. Отметим, что вышеуказанные таблицы и графики для трапецоидальных сечений составлены для различных величин *m* и  $\beta$ , где  $\beta = \frac{b}{h}$  и *b* — ширина сечения по дну. Для любых *m* и  $\beta$  можно подсчитать соотношение  $\gamma$  для трапецоидального сечения

$$\gamma = \frac{B}{h} = \frac{b+2mh}{h} = \beta + 2m,$$

что позволяет произвести сравнение с соответствующим параболическим сечением.

Результаты сравнения показывают, что при одинаковых расходах, уклонах, шероховатостях и коэфициентах откоса соотношение площадей сечений получается следующее:

1. При одинаковых ширинах канала на свободной поверхности — В:

$$\frac{\omega_{\text{nap}}}{\omega_{\text{pp}}} = 0,99 \div 1.0.$$

2. При одинаковых наполнениях канала — h:

$$\frac{\omega_{\text{nap}}}{\omega_{\text{rp}}} = 1.0 \div 1.05.$$

3. При одинаковых соотношениях ширины на свободной поверхности к глубине —  $\gamma$ :

 $\frac{\omega_{\text{nap}}}{\omega_{\text{Tp}}} = 1,0 \div 1.02.$ 

Таким образом, площади сечений получаются очень близкими.

Все указанные расчеты основаны на формуле Шези, согласно которой влияние формы сечения учитывается полностью гидравлическим радиусом. Большинство авторов согласно с этим положением, по крайней мере, для правильных сечений, к которым относятся как параболические, так и трапецоидальные.

Между тем, высказываются и противоположные мнения. Так, например, Базен [Л. 5] на основании многочисленных опытов, произведенных в лотках, обладающих одной и той же шероховатостью, но различной формой сечения, приходит к заключению, что русло с криволинейным очертанием обладает большей пропускной способностью, чем прямоугольное или трапецоидальное. Нами подсчитаны, по оригинальному труду Базена, значения *С* для нескольких серий опытов. Серии эти характеризуются следующим:

Шероховатость — цементная штукатурка.

Серия 2: Прямоугольное сечение, B = 1,812 м,  $h = 0,0542 \div 0,2773$  м, i = 0,0049, 12 точек.

Серия 24: сечение в виде полукруга, D = 1,25 м,  $h = 0,1797 \div 0,6339$  м, i = 0,0015, 12 точек.

Шероховатость — деревянные доски.

Серия 21: трапецоидальное сечение, b = 1,0 м, с откосами m = 1,  $h = 0,1221 \div 0,5403$  м, i = 0,0015, 12 точек.

Серия 26: сечение в виде полукруга, D = 1,40 м,  $h = 0,1907 \div 0,6994$  м, i = 0,0015, 13 точек.

Шероховатость — гравий 1 ÷ 2 см, закрепленный цементным раствором.

Серия 4: прямоугольное сечение, B = 1,832 м,  $h = -0,0830 \div 0,3976$  м, i = 0,0049, 12 точек.

Серия 27: сечение в виде полукруга, D = 1,22 м,  $h = 0,2278 \div 0,6219$  м, i = 0,0015, 10 точек.

Зависимости *C* (*R*) приводятся на рис. З в логарифмическом масштабе. Как видно, при одинаковой шероховатости, значения *C* для полукруглых сечений получаются на несколько процентов выше, чем для прямоугольных или трапецоидальных. При частичных наполнениях форма сечения, образуемая сегментом окружности, очень мало отличается от параболической. Можно заключить, что параболическое сечение обладает большей пропускной способностью, чем трапецоидальное.



Рис. 3.

К сожалению, данные Базена являются недостаточными для количественной оценки влияния формы сечения. Другие аналогичные исследования в литературе отсутствуют.

Возвращаясь к результатам сравнения, основанным на формуле Шези, где было установлено, что при одинаковых условиях соотношение площадей сечения может колебаться в пределах

$$\frac{\omega_{\text{nap}}}{\omega_{\text{TD}}} = 0,99 \div 1,05,$$

можно предположить, что с учетом влияния формы сечения, это соотношение уменьшится и будет для всех расчетных случаев несколько меньше единицы или весьма близким к единице. Учитывая некоторую неопределенность, мы считаем допустимым рекомендовать при расчетах исходить из соотношения

$$\frac{\omega_{\rm nap}}{\omega_{\rm Tp}} = 1,$$

причем параболическое сечение, определяемое таким путем, имеет небольшой запас в пропускной способности.

### 5. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАРАБОЛИЧЕСКИХ РУСЕЛ НА РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Исходя из вышеуказанного, расчет параболических русел значительно упрощается. Для определения размеров сечения, т. е. при заданных Q, i, m и n следует в первую очередь определить соответствующее трапецоидальное сечение, пользуясь различными графиками или таблицами, опубликованными в учебниках и справочниках по гидравлике. При этом подсчитывается площадь сечения  $\omega_{\text{тр}}$  и принимается  $\omega_{\text{пар}} = \omega_{\text{тр}}$ .

Дальнейший перерасчет зависит от дополнительного условия и сводится к следующим случаям:

1. Задана ширина канала В на свободной поверхности.

Исходя из (5) получаем:

$$\omega = \frac{\gamma}{\gamma + 2m} Bh = \frac{B^2}{\gamma + 2m}, \qquad (11)$$

откуда

$$\gamma = \frac{B^2}{\omega} - 2m. \tag{12}$$

Определив у, получаем:

$$h = \frac{B}{\gamma} . \tag{13}$$

2. Задана глубина h. Аналогичным путем получаем:

$$\omega = \frac{\gamma^2}{\gamma + 2m} h^2, \qquad (14)$$

откуда

$$=\frac{\omega+\sqrt{\omega^2+8mh^2\omega}}{2h^2} \tag{15}$$

И

$$B = \frac{\gamma}{h} \,. \tag{16}$$

3. Задано соотношение у. Из

$$\omega = \frac{B^2}{\gamma + 2m} \tag{17}$$

получаем:

$$B = \sqrt{(\gamma + 2m)\omega} \tag{18}$$

и h по (13).

Определив основные размеры сечения, т. е. B и h, можно построить по отдельным точкам очертание сечения, пользуясь выражением (1), причем показатель zопределяется по (3).

Для определения расхода или требуемого уклона, в случае заданного параболического сечения, можно решить задачу обратным путем. По заданной площади сечения  $\omega$  определяются соответствующие элементы равного по площади трапецоидального сечения, исходя из общеизвестных зависимостей для последнего. Можно также и определить длину периметра  $\chi$  по графику (рис. 2), подсчитать R и т. д.

В некоторых случаях выгодно пользоваться при расчетах понятием удельного смоченного периметра  $\chi_0$  по предложению А. В. Троицкого [Л. 6]:

$$\chi_0 = \frac{\chi_0}{R} = \frac{\omega}{R^2} \, .$$

В частности, при проектировании поперечных сечений незаиляемых и неразмываемых каналов определяется допускаемая скорость и гидравлический радиус, причем расход является заданным, что позволяет определить  $\frac{\omega}{R^2}$  [Л. 7]. Для упрощения расчетов нами составлен график (рис. 4), позволяющий определить по заданным  $\frac{\omega}{R^2}$  и *т* величину  $\gamma$ . В дальнейшем определяются *B* по (18) и *h* по (13). Рис. 4 открывает также и одну закономерность параболических русел. Доказано [Л. 6], что минимальное значение удельного периметра  $\chi_0$  соответствует гидравлически наивыгоднейшему сечению. По графику видно, что минимум  $\chi_0$  появляется только при откосах m = 1



Рис. 4.

и m = 1,25 (а также и при более крутых, которые в данной работе не рассматриваются). Точные расчеты показывают, что гидравлически наивыгоднейшему сечению соответствуют следующие величины:

при 
$$m = 1$$
,  $\gamma = 2,75$  и  $z = 1,38$ ,  
при  $m = 1,25$ ,  $\gamma = 2,80$  и  $z = 1,12$ .

При  $m \ge 1,5$ , z < 1 можно заключить, что понятие гидравлически наивыгоднейшего сечения не представ-

ляет практического интереса для параболических русел. Сечения получаются во всех случаях более пологими, что соответствует наблюдениям над реками в конкретных естественных условиях.

### 6. ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ РУСЛА ПРИ ЧАСТИЧНОМ НАПОЛНЕНИИ

Размеры сечения канала определяются, исходя из максимального расхода Q. Требуется определить расход Q', соответствующий глубине h' < h.

Точное решение задачи основано на зависимости (1), которая переписывается в

$$\frac{h'}{h} = \left(\frac{B'}{B}\right)^z.$$
(19)

Определив В', следует подсчитать безразмерные величины

$$\gamma' = \frac{B'}{h'}$$
 If  $m' = \frac{\gamma'}{2z}$ ,

дальнейшие же расчеты производятся по вышеустановленным правилам.

Если заданной величиной является расход Q' < Q, по которому требуется определить глубину h', то решение будет сложнее. Глубина определяется методом последовательного приближения (подбора) или графоаналитическим путем, построив графически кривую расхода русла, т. е. зависимость Q' (h'), по нескольким значениям h'.

Приближенное решение задачи основано на применении показательного закона

$$\left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = \left(\frac{K'}{K}\right)^2 = \left(\frac{h'}{h}\right)^x.$$

По вышеуказанным причинам параболические русла получаются сравнительно пологими, что позволяет установить величину гидравлического показателя x приближенным путем. Расчитанные таким путем величины h'или Q' получаются очень близкими к полученным по гочному решению. Если подставить

$$2.m = \frac{\gamma}{z}$$

в выражение (9), получаем:

$$K = \frac{h^{2,5+y}}{n\left(1+\frac{1}{z}\right)^{1,5+y}} \cdot \frac{\gamma}{\chi_*^{0,5+y}}.$$

Это же выражение действительно для K', причем h,  $\gamma$  и  $\chi_*$  следует заменить соответственно h',  $\gamma'$  и  $\chi'_*$ . Получаем соотношение

$$\frac{K'}{K} = \left(\frac{h'}{h}\right)^{2,5+y} \cdot \frac{\gamma'}{\gamma} \cdot \left(\frac{\chi_*}{\chi'_*}\right)^{0,5+y}.$$
(20)

Но по (19) получаем:

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{B'}{B} \cdot \frac{h}{h'} = \left(\frac{h}{h'}\right)^{\frac{z}{z}}$$

и, подставив в (20)

$$\frac{K'}{K} = \left(\frac{h'}{h}\right)^{2,5+y-\frac{z-1}{z}} \cdot \left(\frac{\chi_*}{\chi'_*}\right)^{0,5+y}.$$
(21)

В этом выражении мы считаем возможным взять приблизительно для широких русел

$$\left(\frac{\chi_*}{\chi'_*}\right)^{0,5+y} = \sim 1 \,,$$

и переписать (21) в

$$\left(\frac{K'}{K}\right)^2 = \left(\frac{h'}{h}\right)^{5+2y-\frac{2(z-1)}{z}}.$$
(22)

Эта зависимость определяет выражение для гидравлического показателя русла

$$x = 5 + 2y - \frac{2(z-1)}{z} .$$
 (23)

Отметим, что при различных значениях z получаем: z = 1, x = 5 + 2y — треугольник, z = 2, x = 4 + 2y — парабола 2-й степени,  $z = \infty, x = 3 + 2y$  — прямоугольник, как это было установлено уже Р. Р. Чугаевым [Л. 8].

### 7. КРАТКИЕ УКАЗАНИЯ ОБ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПАРАБОЛИЧЕСКИХ РУСЛАХ

Методика расчета призматических русел на неравномерное движение рассматривается в курсах гидравлики. Мы остановимся только на некоторых частных указаниях, касающихся параболических сечений.

Как было указано выше, параболические русла могут применяться главным образом для каналов в несвязных грунтах. При этом скорости ограничены пределом допускаемых скоростей на размыв. Это значит, что в каналах будет спокойное состояние потока:

О гидравлическом показателе русла было сказано выше. Для установления формы свободной поверхности потока следует определить величину критической глубины  $h_k$ .

Считаем заданными геометрические элементы сечения, соответствующие полному наполнению: *h*, *B* и *z*. Элементы, соответствующие критической глубине, определяются общеизвестной зависимостью

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{\omega_k^3}{B_k}.$$

По (4) получаем:

$$\frac{aQ^2}{g} = \left(\frac{z}{z+1}\right)^3 \cdot B_k^2 h_k^3, \qquad (24)$$
$$\frac{\omega^3}{B} = \left(\frac{z}{z+1}\right)^3 \cdot B^2 \cdot h^3. \qquad (25)$$

$$B = (z+1)^{-2} \cdots$$
  
Полелив (24) на (25), получаем:

$$\frac{B_k^2 h_k^3}{B^2 h^3} = \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{\omega^3}.$$

При помощи подстановки из (19) получаем:

$$\left(\frac{h_k}{h}\right)^{3+\frac{2}{z}} = \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{\omega^3},$$

и, наконец, окончательную формулу для определения критической глубины:

$$\frac{h_k}{h} = \sqrt[3+\frac{2}{z}]{\frac{aQ^2}{g} \cdot \frac{B}{\omega^3}} = \sqrt[3+\frac{2}{z}]{Fr}.$$
(26)

Таким образом, критическая глубина определяется по числу Fr, определяемого для полного наполнения. Так как Fr < 1, то очевидно,  $\frac{h_k}{h} < 1$ , т. е. критическая глубина соответствует частичному наполнению.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Т. Алтунин. Регулирование русел рек при водозаборе. Сельхозгиз, 1950.

2. А. Н. Рахманов. Графики критических и взаимных глубин, гидравлических показателей, модулей расхода и некоторых других гидравлических величин для трапецоидальных русел. Известия Научно-мелиоративного института (НМИ), вып. XVIII, 1929.

3. И. И. Агроскин. Таблицы гидравлических расчетов. Госэнергойздат, 1946.

4. В. Г. Лобачев. Обобщенный метод гидравлического расчета каналов различных форм и различной шероховатости. Стройиздат Наркомстроя, 1939.

5. Bazin. Recherches experimentales sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts. Memoires présentés par divers savants a l'Académie des Sciences, t. XIX, Paris, 1865.

6. А. В. Троицкий. Удельный смоченный периметр и применение его при расчете каналов. Изв. АН УзССР, 1947, № 6.

7. Технические условия и нормы проектирования гидротехнических сооружений. Деривационные каналы гидроэлектростанций. ч. 2, приложение 4, сост. И. Леви. Госэнергоиздат, 1948.

8. Р. Р. Чугаев. Некоторые вопросы неравномерного движения воды в открытых призматических руслах. Известия НИИГ, т. I, 1931.

### оглавление

1.	Введение	3
2.	Геометрические зависимости	3
3.	Равномерное движение в параболических руслах	6
4.	Сравнение параболических и трапецоидальных сечений	8
5.	Методика расчета параболических русел на равномерное движение	11
6.	Пропускная способность русла при частичном наполнении .	14
7.	Краткие указания об интегрировании уравнения неравномер-	
	ного движения в параболических руслах	16
Ли	итература	18

Редактор А. Гаршнек Технический редактор И. Вахтре Корректор Э. Фельдман

Сдано в набор 20 VII 1953. Подписано к печати 22 IX 1953. Тираж 800. Бумага 54×84, <sup>1</sup>/1е. Печатных листов 1,25. По формату 60 × 92 печатных листов 1,02. Учетно-издательских листов 0,68. МВ-12024. Типография имени Ханса Хейдеманна, Тарту, Валликраави 4. Заказ 2908.

Цена 50 коп.

Keskreamatukneu

TKO