

Ep. 6.7
474

ISSN 0136-3549
0134-3823

TALLINNA
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED

474

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

ТРИ
'79

РАСЧЕТ
И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ПРИБОРОВ,
УСТРОЙСТВ
И СИСТЕМ
ТЕХНИЧЕСКОЙ
КИБЕРНЕТИКИ



Труды по электротехнике
и автоматике ХУИ

474

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТР
'79

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 681.142.36

● РАСЧЕТ
И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ПРИБОРОВ,
УСТРОЙСТВ
И СИСТЕМ
ТЕХНИЧЕСКОЙ
КИБЕРНЕТИКИ

Труды по электротехнике и автоматике XV11

Таллин - 1979



© ТПИ, 1979

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГЕБРЫ ПАР ПОКРЫТИЙ

Рассматривается задача декомпозиции конечных автоматов в рамках алгебраической теории декомпозиции. Наиболее полно методами этой теории различные задачи декомпозиции решены в работах [1, 2], где условия существования декомпозиции в том или ином виде формулируются на языке алгебры пар разбиений.

Под декомпозицией понимается построение сети автоматов, реализующей заданный автомат. В отличие от указанных работ в данной статье понятие реализации основывается на отношении гомоморфизма автоматов. Такое определение реализации позволяет производить декомпозицию автомата в классе его эквивалентных преобразований путем систематического расщепления элементов множества состояний исходного автомата. Тем самым, используя алгебру пар покрытий, мы можем получить реализацию заданного автомата сетью автоматов с наложенными на нее ограничениями, которая не может быть получена с использованием аппарата алгебры пар разбиений. В статье приводится необходимое и достаточное условие существования декомпозиции, соответствующей некоторому множеству покрытий на множестве состояний декомпозируемого автомата.

Основные понятия

Под автоматом будем понимать пятерку $A = (I, S, O, \delta, \lambda)$ (I - входной алфавит; S - множество внутренних состояний; O - выходной алфавит; $\delta: S \times I \rightarrow S$ - функция переходов; $\lambda: S \times I \rightarrow O$ - функция выходов).

Определение 1. Автомат A' называется реализацией автомата A , если и только если существует подавтомат авто-

мата A' , гомоморфным образом которого является автомат A (пишем: $P(A) = A'$).

Определение 2. Под декомпозицией автомата A понимается построение абстрактной сети автоматов N такое, что $P(A) = A'$. Здесь абстрактная сеть автоматов – это алгебраическая система, описывающая совместную работу множества автоматов $[I]$, а A_N – результирующий автомат сети N $[I]$, который функционально эквивалентен сети N .

Определим символику, которая используется в статье при оперировании с разбиениями (покрытиями): $\pi(t)$ – блок разбиения (покрытия) π , содержащий букву t ; $s \equiv t(\pi)$ – буквы s и t содержатся в одном и том же блоке разбиения (покрытия).

$$s \equiv t(\pi_1 \cdot \pi_2) \Leftrightarrow s \equiv t(\pi_1) \& s \equiv t(\pi_2);$$

$$\prod_{i=1}^n \pi_i = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \dots \cdot \pi_n; \pi_1 \leq \pi_2 \Leftrightarrow \pi_1 \cdot \pi_2 = \pi_1.$$

$\pi(0)$ – разбиение, любой блок которого состоит из одного элемента опорного множества.

Покртия на множестве состояний автомата и структурные свойства сетей автоматов

Обозначим через φ_i ($1 \leq i \leq n$) покрытия на множестве внутренних состояний $S = \{s_1, \dots, s_j, \dots, s_m\}$ автомата A . Под покрытием понимается совокупность подмножеств (блоков) множества состояний, объединение которых дает исходное множество, и между этими подмножествами нет отношения включения.

Определение 3. Коэффициент кратности K_j элемента s_j из S в $\{\varphi_i\}$ ($1 \leq i \leq n$) есть наибольшее число из числа блоков в φ_i , содержащих s_j по всем $i = 1, 2, \dots, n$, т.е.

$$k_j = \max(k_j^1, \dots, k_j^i, \dots, k_j^n),$$

где k_j^i – число блоков в φ_i , содержащих s_j .

Определение 4. Состояние s_j на S автомата A назовем расщепленным относительно $\{\varphi_i\}$ ($1 \leq i \leq n$), если ему ставится в соответствие множество $\{s_j^1, \dots, s_j^{K_j}\}$. Автомат $A' = (I, S', 0, \delta', \lambda')$ назовем расщепленным относительно $\{\varphi_i\}$ ($1 \leq i \leq n$), если

$$S' = \bigcup_{1 \leq j \leq m} \{s'_j, \dots, s_j^{kj}\}$$

$$\delta': S' \times I \rightarrow S'$$

определим как

$$\delta(s_j, x) = s_u \Rightarrow \delta'(s_j^t, x) = s_u^q,$$

где $x \in I, s_u \in S, s_u^q$ - некоторое состояние A' из состояний, полученных в результате расщепления S_u .

$$\lambda': S' \times I \rightarrow D$$

определим как

$$\lambda(s_j, x) = y \Rightarrow \lambda'(s_j^t, x) = y$$

для всех s_j^t , полученных в результате расщепления $s_j, y \in D, x \in I$.

Очевидно, что расщепление автомата A неоднозначно и зависит от выбора отображения δ (функции переходов).

Обозначим через T_1 сюръективное отображение S' на S , т.е. $T_1: S' \rightarrow S$.

Определение 5. Назовем φ -образом автомата A тройку $C = (F, \varphi, \gamma)$ такую, что $F = S' \times I, \gamma: F \rightarrow \varphi$, где $\gamma(s', x) = \varphi[\delta(s, x)]$ есть блок из покрытия φ , содержащий $s', x \in I, s' \in S, s \in S$ и $T_1(s') = s$.

Очевидна неединственность φ -образа автомата A , что определяется неединственностью блоков φ , включающих в себя $\delta(s, x)$.

Каждому покрытию $\varphi_i, i = 1, 2, \dots, n$, на S можно поставить в соответствие, и притом неоднозначно, некоторое разбиение π_i на множестве состояний S' расщепленного автомата A' так, что

$$s'_p \equiv s'_q (\pi_i) \Rightarrow T_1(s'_p) \equiv T_1(s'_q) (\varphi_i).$$

Теорема I. Множеству покрытий $\{\varphi_i\} (1 \leq i \leq n)$ на S можно сопоставить абстрактную сеть автоматов N такую, что $P(A) = A_N$, если и только если существует такое множество разбиений $\{\pi_i\} (1 \leq i \leq n)$ на S' , что

$$\prod_{i=1}^n \pi_i = \pi(0).$$

Доказательство. Покажем, что если выполняется условие теоремы, то $\varphi_i (1 \leq i \leq n)$ можно поставить в соот-

ветствие расщепленный от A некоторый автомат $A' = (I, S', 0, \delta', \lambda')$. Каждому разбиению π_i ($1 \leq i \leq n$) можно поставить в соответствие некоторый φ_i -образ автомата A , т.е. каждая пара (x, s') на $I \times S'$ определяет блок B_{π_i} из π_i ($1 \leq i \leq n$) такой, что $\delta'(x, s') \in B_{\pi_i}$. Так как $\prod_{i=1}^n \pi_i = \pi(0)$, то мощность множества $\prod_{i=1}^n B_{\pi_i}$ равна единице и $\delta'(x, s') = \prod_{i=1}^n B_{\pi_i} = s', s' \in S'$. Функцию выходов λ' определим как $\lambda'(x, s') = \lambda(x, s)$, где $s' \in S', s = T_1(s')$. В [1] доказано, что множеству $\{\pi_i\}$ ($1 \leq i \leq n$) можно сопоставить абстрактную сеть автоматов N так, что существует подавтомат результирующего автомата A_N , который изоморфен автомату A' , если и только если $\prod_{i=1}^n \pi_i = \pi(0)$. Нетрудно заметить, что автомат A' будет расщеплением автомата A , если и только если автомат A является гомоморфным образом автомата A' . Таким образом, автомат A_N реализует автомат A в том смысле, в каком это определено в данной работе.

Некоторые условия существования декомпозиции

Обозначим через R_S и $R_{S'}$ соответственно множества такие, что

$$R_S = \chi_{1 \leq i \leq n} \varphi_i, \quad R_{S'} = \chi_{1 \leq i \leq n} \pi_i.$$

Между R_S и $R_{S'}$ можно установить взаимнооднозначное соответствие $T_2: R_S \leftrightarrow R_{S'}$ такое, что

$$T_2(r) = r' \iff (\forall B_i \in r') (\exists B_i \in r) [B_i = T_1(s')], \quad s' \in B'_i.$$

Обозначим через $\bigwedge r$ пересечение всех элементов кортежа r из R_S , т.е.

$$r = (B_1, \dots, B_n) \Rightarrow \bigwedge r = B_1 \cap \dots \cap B_n.$$

Обозначим через φ^* множество, включающее в себя $\bigwedge r, r \in R_S$. Заметим, что $|\varphi^*| = |R_S| = |R_{S'}|$, т.е. мощности множеств $\varphi^*, R_S, R_{S'}$ равны между собой.

Для $B^* \in \varphi^*$ и $s' \in S'$ обозначим через $\varepsilon = \{E_1, \dots, E_l\}$ некоторый класс инъективных отображений s' в φ^* таких, что s' отображается в B^* , если существует такой s в B^* , что $s' \in T_1(s)$.

Теорема 2. Для того, чтобы $\{\varphi_i\}$ ($1 \leq i \leq n$) можно было сопоставить абстрактную сеть автоматов N такую, что $P(A) =$

$= A_N$, необходимо и достаточно существование непустого класса отображений ε , причем ε определяет все возможные такие абстрактные сети автоматов.

Доказательство. Как ранее было показано $\{\varphi_i\} (1 \leq i \leq n)$ можно поставить в соответствие $\{\pi_i\} (1 \leq i \leq n)$ - множество разбиений на множестве состояний S' расщепленного автомата A' . Установим соответствие между R_S и S' следующим образом: s' из S' соответствует r' из $R_{S'}$, если и только если $\wedge r' = s'$. Это отображение инъективно, так как следует из теоремы I. $\prod_{i=1}^n \pi_i = \pi(0)$, т.е. для любого r' из $R_{S'}$ имеем

$|\wedge r'| \leq 1$. С другой стороны, между φ^* и R_S , а также между R_S и $R_{S'}$ было установлено взаимнооднозначное соответствие. Таким образом, мы установили инъективное отображение S' в φ^* .

Необходимость следует из условия $\prod_{i=1}^n \pi_i = \pi(0)$.

Следствие. Множеству $\{\varphi_i\}, 1 \leq i \leq n$ можно поставить в соответствие $\{\pi_i\}, 1 \leq i \leq n$, такое, что $\prod_{i=1}^n \pi_i = \pi(0)$, если только $\prod_{i=1}^n |\varphi_i| \geq \sum_{j=1}^m k_j$, где k_j - коэффициент кратности элемента $s_j \in S$ в $\{\varphi_i\}$; $\prod_{i=1}^n |\varphi_i|$ - произведение чисел блоков в $\varphi_i (1 \leq i \leq n)$.

Пример. Пусть дан автомат $A = (I, S, 0, \delta, \lambda)$ с множеством состояний $S = \{1, 2, 3, 4\}$, с входным алфавитом $I = \{a, b, c\}$, с выходным алфавитом $O = \{y_1, y_2, y_3\}$, с функциями переходов δ (табл. 1) и выходов λ (табл. 2).

Т а б л и ц а 1

Т а б л и ц а 2

S \ I	a	b	c
1	1	1	3
2	4	2	4
3	3	3	4
4	2	4	4

S \ I	a	b	c
1	y_1	y_2	y_3
2	y_2	y_3	y_1
3	y_1	y_1	y_2
4	y_3	y_1	y_1

Нетрудно проверить, что автомат A не реализуется сетью параллельно работающих автоматов [2].

Рассмотрим на S двублочное покрытие $\varphi_1(\overline{1,2,3}; \overline{1,3,4})$ и трехблочное покрытие $\varphi_2(\overline{2,3}; \overline{3,4}; \overline{1})$. Заметим, что $\varphi_1 \cdot \varphi_2 \geq \varphi(0)$ коэффициенты кратности множества состояний

С относительно данного множества покрытий будут следующие:

$$K_1 = K_3 = 2, \quad K_2 = K_4 = 1.$$

В соответствии с полученными коэффициентами кратности находим множество $S' = \{1', 1'', 2, 3', 3'', 4\}$.

Покрытия φ_1 и φ_2 удовлетворяют следствию теоремы 2, что является необходимым условием существования декомпозиции автомата A , так как $\prod_{i=1}^2 |\varphi_i| = 2 \cdot 3 = 6$ и

$$\sum_{j=1}^4 K_j = 2 + 1 + 2 + 1 = 6.$$

Проверим выполнение теоремы 2. Имеем $\varphi^* = \{\overline{2,3}; \overline{3}; \overline{1}; \overline{3}; \overline{3,4}; \overline{1}\}$. Можем установить инъективное отображение S' в φ^* следующим образом: $2 \rightarrow \overline{2,3}; 3' \rightarrow \overline{3}; 1' \rightarrow \overline{1}; 3'' \rightarrow \overline{3}; 4 \rightarrow \overline{3,4}; 1'' \rightarrow \overline{1}$.

Следовательно, выполняется необходимое и достаточное условие существования декомпозиции автомата A , соответствующей исходному множеству покрытий.

Поставим в соответствие покрытиям φ_1 и φ_2 разбиения на S' $\pi_1 = (1', 2, 3''; 1'', 3', 4)$ и $\pi_2 = (\overline{2,3}; \overline{3,4}; 1', 1'')$. Эти разбиения ортогональны. Определим расщепленный автомат $A'_1 = (I, S', O, \delta', \lambda')$ с функциями переходов и выходов, данными соответственно в табл. 3 и 4.

Т а б л и ц а 3

$S' \setminus I$	а	в	с
I'	I''	I'	$3'$
I''	I'	I''	$3'$
2	4	2	4
$3'$	$3''$	$3'$	4
$3''$	$3'$	$3''$	4
4	2	4	4

Т а б л и ц а 4

$S' \setminus I$	а	в	с
I'	y_1	y_2	y_3
I''	y_1	y_2	y_3
2	y_2	y_3	y_1
$3'$	y_1	y_1	y_2
$3''$	y_1	y_1	y_2
4	y_3	y_1	y_1

Нетрудно проверить, что разбиения π_1 и π_2 обладают свойством подстановки [2] относительно автомата A' . Применяя конструктивный метод построения абстрактной сети автоматов по ортогональному множеству разбиений [I] множества состояний расщепленного автомата A' , получим параллельную декомпозицию автомата A на автоматы $A_1 = (I_1, S, \delta_1)$ и $A_2 = (I_2, S_2, \delta_2)$, у которых $I_1 = I_2 = \{a, b, c\}$, $S_1 = \{I, \Pi\}$, $S_2 = \{III, IV, V\}$ и функции переходов представлены соответственно в таблицах 5 и 6.

Таблица 5

$S_1 \backslash I_1$	а	в	с
I	II	I	II
II	I	II	II

Таблица 6

$S_2 \backslash I_1$	а	в	с
III	IV	III	IV
IV	III	IV	IV
V	V	V	III

Л и т е р а т у р а

1. Кезвалик А.Э. Теорема декомпозиции конечных автоматов. - Автоматика и вычислительная техника, 1974, № I, с. 17-24.

2. Hartmanis, I., Stearns, R.E. Algebraic structure theory of sequential machines. - Prentice Hall Inc., N.Y., 1966.

3. Curtis, H.A. Generalized decomposition theory of finite sequential machines. - NASA Technical note D-4108, Oct. 1967.

A. Sudnitsin

Method for Finite Automata Decomposition
Based on Cover Pairs Algebra

Summary

The generalized decomposition problem of finite automata is studied on the basis of cover pairs algebra. The necessary and sufficient conditions for the automata decomposition existence are defined.

ОПИСАНИЕ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ МОДЕЛЮ
АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ГРАФОВ

Предлагается модель альтернативных графов (АГ) для описания цифровых устройств (ЦУ) с целью решения задач их тестовой диагностики. Идея описания булевых функций альтернативными графами высказана в работе [1]. Понятие системы АГ с целью описания цифровых схем введено в работах [2-4]. Там же впервые поставлена задача синтеза тестов на модели АГ. Различные возможности построения и использования модели АГ рассмотрены также в работе [5].

Ниже приводится определение модели АГ более общее, чем в [1-5]. Рассматриваются возможности генерирования модели, как с функциональной, так и со структурной позиций, исследуются свойства модели, производится разделение класса АГ на два подкласса - канонических и неканонических графов, и определяется их роль при решении задач тестовой диагностики ЦУ.

I. Задание ЦУ в виде системы АГ

Рассмотрим ЦУ в виде пары $\Phi = \{Z, F\}$, где F - множество булевых функций на множестве переменных Z :

$$z_k = f_k(Z_k), \quad z_k \in Z, \quad f_k \in F, \quad Z_k \subseteq Z.$$

Множество переменных Z разбивается на подмножества X, Q, Y - соответственно, входных, внутренних и выходных переменных ЦУ, среди которых для последовательностных схем выделим подмножество переменных состояния $Z_n \subseteq Q \cup Y$. Соответственно, множество F разбивается на подмножества $F_{\text{ВЫХ}}$ и $F_{\text{ВН}}$ - выходных и внутренних подфункций так, чтобы $|F_{\text{ВЫХ}}| = |Y|$ и $|F_{\text{ВН}}| = |Q|$. В множестве F выделим также

подмножество функций перехода $F_n \in F$, $|F_n| = |Z_n|$ для случая последовательностных схем.

Критерии для декомпозиции описания ЦУ могут быть различными. Одним из них может быть разбиение ЦУ на деревообразные подсхемы так, чтобы каждой из них соответствовала некоторая функция $f \in F_{\text{вых}} \cup F_{\text{вн}}$. Целью такого разбиения является избежание многократного повторения одних и тех же подфункций в описании объекта.

Опишем теперь заданное ЦУ в виде модели системы альтернативных графов $\Phi_{AG} = \{G, V, Z\}$, где $G = \{G_k\}$ — конечное множество альтернативных графов $|G| = |F|$, а $V = \{V_G, V_M\}$ — пара отображений G в Z .

Рассмотрим ориентированные графы [6] $G_k \in G$ в виде пар $G_k = \{M_k, \Gamma_{k,e}\}$, $e \in \{0,1\}$, где M_k — конечное непустое множество вершин, а $\Gamma_{k,e}$ — множество из двух отображений. Через $\Gamma_k(m,e) \subset M_k$ ($\Gamma_k^{-1}(m,e) \subset M_k$) обозначим подмножества последователей (предшественников) вершины $m \in M_k$ в направлении e , через $\Gamma_k m$ ($\Gamma_k^{-1} m$) обозначим объединение этих подмножеств для $e \in \{0,1\}$, а через $\hat{\Gamma}_k m$ ($\hat{\Gamma}_k^{-1} m$) — обозначим подмножества всех потомков (предков) вершины m .

Определение 1. Граф $G_k = \{M_k, \Gamma_{k,e}\}$ является альтернативным, если выполнено условие

$$\forall m \in M_k: |\Gamma_k(m,e)| \leq 1, e \in \{0,1\}.$$

Определение 2. Все графы $G_k \in G$ для модели $\Phi_{AG} = \{G, V, Z\}$ имеют единственную начальную вершину $m_k^H \in M_k$, $\Gamma_k^{-1} m_k^H = \emptyset$.

Отметим, что некоторые графы $G_k \in G$ могут быть подграфами других графов $G_l \in G$. В этом случае имеем

$$M_k = \hat{\Gamma}_l m_k^H \cup m_k^H \subset M_l. \quad \text{Множество } M = \bigcup_k M_k, k: G_k \in G,$$

объединяет все вершины множества графов G . При этом, очевидно, $|M| \geq |G|$.

Установим теперь через отображение V соответствие между множеством G и множеством функций F , представляющим ЦУ.

Через $V_G (V_G^{-1})$ обозначим отображение $M \rightarrow Z' (Z' \rightarrow G)$, где $Z' = G \cup Y$, сопоставляющее каждому графу $G_k \in G$ некоторую функцию $z_k = f_k(Z_k)$, $z_k = V_G(G_k) \in Z'$ (каждой функции $z_k = f_k(Z_k)$, $z_k \in Z'$, некоторый граф $G_k = V_G^{-1}(z_k) \in G$).

Через $V_M(V_M^{-1})$ обозначим отображение $M \rightarrow Z''(Z'' \text{ в } M)$, где $Z'' = X \cup Q$, сопоставляющее каждой вершине $m \in M$ некоторую весовую переменную $z = V_M(m) \in Z''$, обозначаемую далее $z(m)$ (каждой переменной $z \in Z''$ непустое подмножество $V_M^{-1}(z) \subset M$ вершин, взвешенных ей).

Определение 3. Каждой вершине $m \in M_K$ в графе G_K сопоставлена весовая функция

$$e(m) = \beta(m) \oplus z(m)^{t-\tau(m)}, \quad (I)$$

где $\beta, \tau \in \{0, 1\}$ — некоторые признаки, прикрепленные к вершине m .

Здесь β — признак инвертирования весовой переменной $z(m)$, а τ — признак для указания запаздывания на один такт, когда $z(m) \in Z_n$.

Согласно вышеопределенной модели Φ_{AG} , можно теперь каждому графу $G_K \in G$ сопоставить некоторый оператор $G_K(m^H, t)$, вычисляющий значение переменной $z = V_G(G_K)$ для заданного такта времени t . Определим этот оператор следующим образом.

Определение 4. Оператор $G_K(m^H, t)$ представляет собой движение в графе G_K , начиная с начальной вершины m^H и двигаясь дальше из каждой вершины m_i к вершине $m_j = \Gamma_K(m_i, e(m_i))$, до выхода из графа в некоторой конечной вершине m_s , $\Gamma_K(m_s, e(m_s)) = \phi$, определяющей значение оператора

$$G_K(m^H, t) = e(m_s). \quad (2)$$

Рассмотрим вопрос существования описанной модели для произвольной булевой функции.

Пусть $l(m_i, m_j)$ — некоторый путь в G_K из вершины m_i в m_j , проходящий подмножество вершин $M(l) \in M_K$. Каждому пути l , согласно определению (4), однозначно соответствует некоторый набор переменных $z = V_M(m)$, $m \in M(l)$. Образуем из G_K другой граф G'_K , в котором все пути $l(m^H, m)$, где $\Gamma_K(m, e) = \phi$, $l \in \{0, 1\}$, продолжены висячими вершинами $m^e = \Gamma_K(m, e)$, весами которых могут быть только константы 0 или 1.

Лемма I. Для любой булевой функции $z_K = f_K(Z_K)$ существует модель $\Phi'_{AG} = \{G'_K, V, Z_K\}$ такая, что каждому набору

значений переменных $z \in Z_k$ был однозначно сопоставлен путь $l(m^h, m^e)$ в графе G'_k , где $z(m^e)$ равно значению функции при этом наборе.

Лемма 2. Если в графе G'_k в модели Φ'_{AG} для двух висячих вершин $m^e = \Gamma_k(m, e)$, $e \in \{0, 1\}$ имеет место $z(m^e) \equiv z(m^{\bar{e}})$, то правомерны взвешивание вершины m с константой $z(m) \equiv z(m^e)$ и исключение вершин m^e из G'_k .

Доказательство лемм вытекает из возможности составления G'_k в виде бинарного решающего дерева [5] для любой булевой функции.

Следствие I. Итеративное применение леммы 2 позволяет привести Φ'_{AG} к виду Φ''_{AG} , где в графе G''_k для всех соседних висячих вершин $m^e = \Gamma_k(m, e)$, $e \in \{0, 1\}$ имеет место $z(m^e) \equiv z''(m^{\bar{e}})$.

Теорема I. Для любой булевой функции $z_k = f_k(Z_k)$ существует модель Φ_{AG} .

Доказательство. Предположим обратное, что существует функция f'_k , для которой модели Φ_{AG} построить нельзя. Но, согласно леммам I и 2 и следствию I, для этой функции можно построить модель Φ''_{AG} . Присвоением $\beta(m) := 1$ для всех вершин $m \in M''_k$, при которых существует хотя бы одна висячая вершина $m^e \in \Gamma''_k(m, e)$, где $z(m^e) \equiv \bar{e}$, $e \in \{0, 1\}$, и исключением из G''_k всех висячих вершин, взвешенных константами, получим из Φ''_{AG} модель Φ_{AG} . Следовательно, обратное предположение оказалось неверным. Теорема доказана.

Из приведенного конструктивного доказательства следует один из возможных методов синтеза модели Φ_{AG} для заданной булевой функции.

Уточним далее определения 3 и 4. Процесс выполнения оператора $G_k(m^h, t)$, согласно определению 4, может прерываться в вершине $m \in M_k$, если значение $z(m)$ в выражении (I) непосредственно не задано, например, в случае, когда $z(m)$ относится к числу внутренних переменных, $z(m) \in Q$, заданных своими функциями. Вычисление такой функции, согласно данной модели $\Phi_{AG} = \{G, V, Z\}$, приводит к выполнению некоторого другого оператора $G_l(m^h_l, t - \tau(m))$, где $G_l = V_G^{-1}(z(m))$. Следовательно, в общем случае вычисление

Функции $z_k = f_k(Z_k)$ для такта t оператором $G_k(m^H, t)$, $G_k = V_G^{-1}(z_k)$, можно представить как процесс движения по некоторому пути через многие графы множества G , но который начинается и завершается в одном и том же графе G_k .

Дополним построенную модель Φ_{AG} возможностью представления тех функций, для которых значения при некоторых заданных наборах переменных не определены.

Определение 5. Неопределённому значению оператора $G_k(m^H, t)$ соответствует образование бесконечного цикла при его выполнении.

Отметим, что для обнаружения бесконечного цикла достаточно обнаружить повторное обращение к одному и тому же оператору $G_k(m^H, t)$ при одном и том же значении t . Возможности синтеза модели Φ_{AG} , удовлетворяющей определению 5, рассматриваются в следующем разделе.

Через $G_k^{-1}(m_i, \rho, t)$, $\rho \in \{m_j, 0, 1\}$, $m_i, m_j \in M_k$, обозначим обратный оператор активизации некоторого пути $l(m_i, \rho)$ между вершиной m_i и вершиной ρ , или выходом графа, если $\rho \in \{0, 1\}$. Активизированному пути l соответствует определенное зафиксирование значений переменных $z(m)$, $m \in l$. В частном случае, когда $m_i = m^H$ и $\rho \in \{0, 1\}$, решает оператор G_k^{-1} установочную задачу.

Пусть $G_k^{-1}(m^H, \alpha; t)|_m$, $\alpha \in \{0, 1\}$, оператор условной активизации пути $l(m^H, \alpha)$, при котором выполняются последовательно операторы $G_k^{-1}(m^H, m; t)$ и $G_k^{-1}(m^\alpha, \alpha; t)$ при условии $z(m)^{t-\tau(m)} = \beta(m) \oplus \alpha$. Тогда булево дифференциальное уравнение

$$\partial z_k^t / \partial z(m)^{t-\tau(m)} = 1, \quad (3)$$

являющееся основой при синтезе тестов ЦУ, заменяется на модели АГ следующим уравнением

$$\bigwedge_{\alpha \in \{0, 1\}} G_k^{-1}(m^H, \alpha; t)|_m = 1. \quad (4)$$

Если ввести аналогичный оператор для условного моделирования $G_k(m^H, t)|_m$, при котором значение $z(m)$ задано условием $z(m)^{t-\tau(m)} = \beta(m) \oplus \alpha$, получим выражение

$$\sum_{\alpha \in \{0,1\}} G_k^{-1}(m^H, t) | m \quad (5)$$

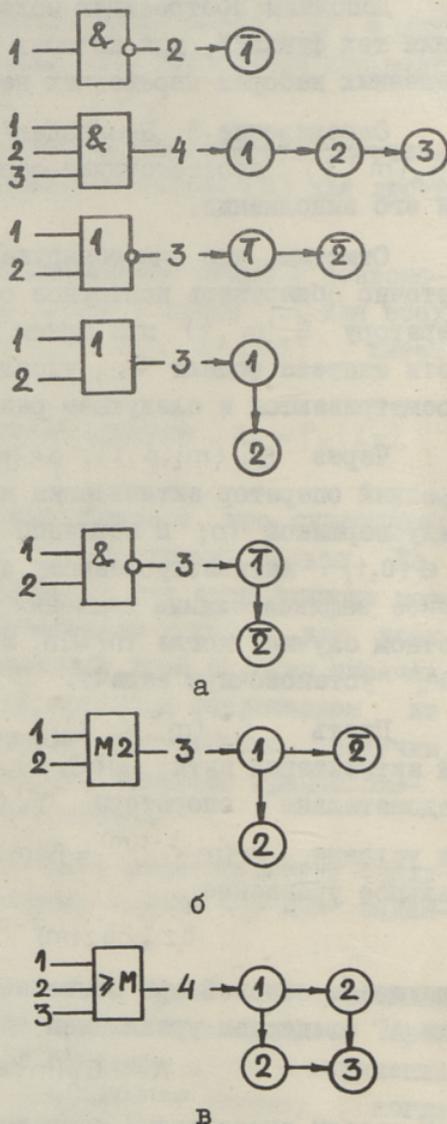
для вычисления значения булевой производной $\partial z_k^t / \partial z(m)^{t-\tau(m)}$, которая является основой при анализе тестов ЦУ.

Вышеописанная модель системы АГ для задания ЦУ, которая использовалась в [2-4] при синтезе тестов цифровых схем, отличается от модели [5] введением признаков τ и β . Существование признака β позволяет отказаться от стрелок со своими весами при выходе из АГ и, следовательно, упростить граф. Задача интерпретации выхода из графа (т.е. определение значения вычисляемой функции) решается при данной модели в конечной вершине, а в модели [5] — на исходящих стрелках конечной вершины.

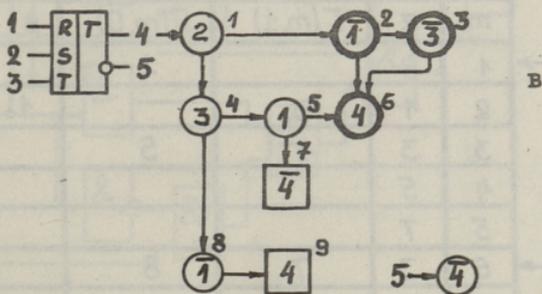
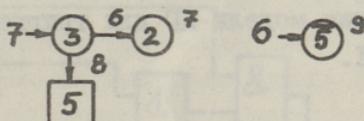
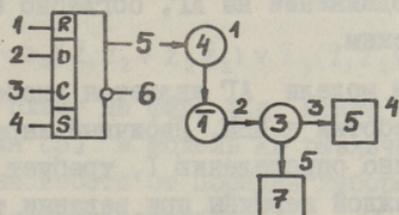
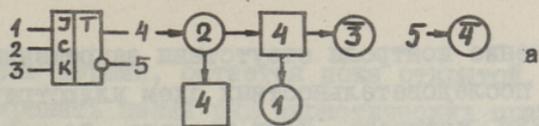
Рассмотрим некоторые примеры АГ для комбинационных логических элементов (фиг. 1), для элементов памяти (фиг. 2) и для 4-рядного сумматора (фиг. 3). Цифры в вершинах $m \in M$ представляют индексы j соответствующих весовых переменных $z_j = V_m(m)$, причем они приведены с инверсией, если $\beta(m)=1$, и без инверсии, если $\beta(m)=0$.

Вершины m , для которых

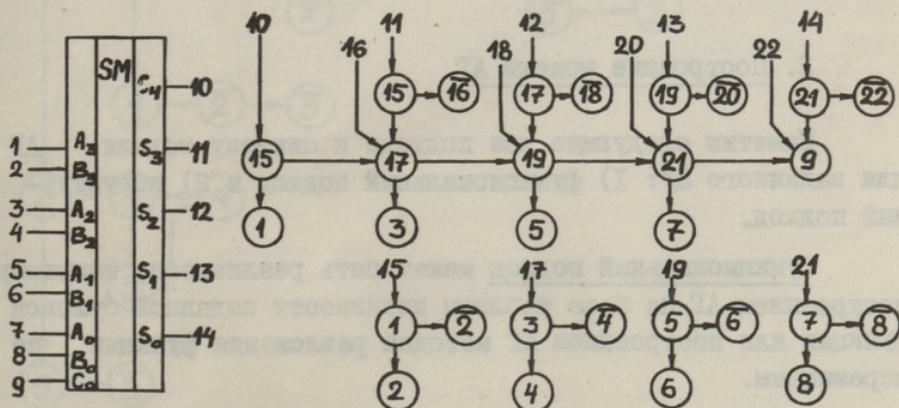
$\tau(m)=1$, показаны квадратами. Отображения $\Gamma_{k,0}$ и $\Gamma_{k,1}$ показаны стрелками, соответственно, вниз и вправо.



Фиг. 1.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Введение контроля отсутствия запрещенных входных наборов для последовательных схем иллюстрируется на фиг. 2,в для RST-триггера. Если условие $RS \vee RT \vee ST = 0$ не выполняется, то продвижение на АГ, согласно определению 5, становится циклическим.

Преимуществом модели АГ является удобство ее хранения и простота обработки в ЦВМ. Двоичный характер графа, $|\Gamma_m| \leq 2$, согласно определению 1, требует указания лишь двух адресов для каждой вершины при задании топологии графа. Отсутствие адреса является признаком выхода из графа. Пример описания модели АГ для триггера на фиг. 2,б приведен в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

	m	z	$\Gamma(m,1)$	$\Gamma(m,0)$	β	τ
5 →	1	4		2		
	2	1	3		1	
	3	3	4	5		1
	4	5				
	5	7				1
7 →	6	3	7	8		
	7	2				
	8	5				1
6 →	9	5			1	

2. Построение модели АГ

Наметим следующие два подхода к синтезу модели АГ для заданного ЦУ: 1) функциональный подход и 2) структурный подход.

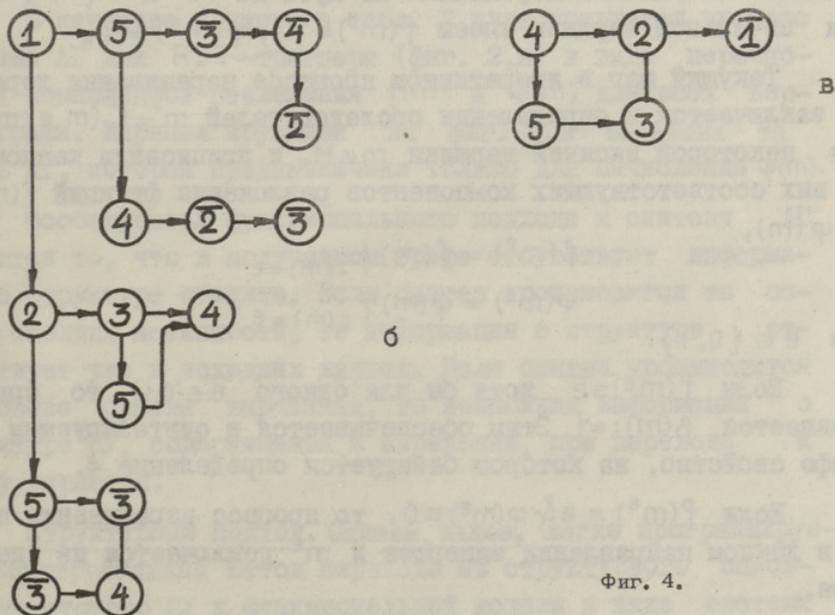
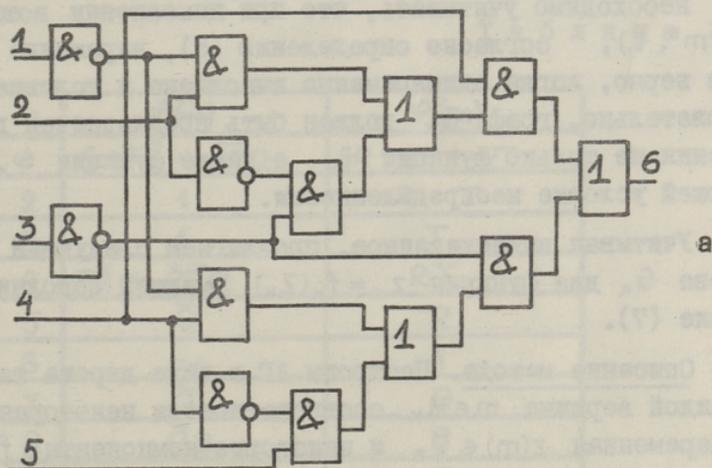
Функциональный подход может быть реализован, например, построением АГ на базе таблицы истинности заданной булевой функции или построением АГ методом разложения функции по переменным.

Примеры реализации этих методов приведены в [5]. Однако проблема оптимизации полученных графов, например, по

критерию минимума вершин, остается пока открытой, хотя не-
трудно сформулировать целый ряд эвристических правил, даю-
щих квазиоптимальные решения. Так, например, одна и та же
функция

$$z_6 = z_4(\bar{z}_1 z_2 \vee \bar{z}_2 \bar{z}_3) \vee \bar{z}_3(\bar{z}_1 z_4 \vee \bar{z}_4 z_5), \quad (6)$$

представляющая схему на фиг. 4,а, может быть переведена ме-
тодом разложения [5] в модель АГ различного объема (фиг.
4,б и в), в зависимости от порядка выбора переменных, по
которым производится разложение.



Фиг. 4.

Обобщим, далее, метод разложения функции по переменным [5] для случая, когда допущены запрещенные наборы значений переменных, вызывающих неопределенное значение функции. Зададим ЦУ в виде функции $z_k = f_k(Z_k)$ и некоторого дополнительного условия

$$\varphi_k(Z_k) = 0, \quad (7)$$

невыполнение которого означает неопределенное значение z_k .

При построении альтернативного графа G_k для функции f_k необходимо учитывать, что при выполнении оператора $G_k(m^H, t)$, согласно определению (5), выражение (2) лишь тогда верно, когда одновременно выполнено и условие (7). Следовательно, граф G_k должен быть предназначен для вычисления не только функции f_k , а также функции φ_k , определяющей условие неопределенности.

Учитывая вышесказанное, предлагаем следующий метод синтеза G_k для функции $z_k = f_k(Z_k)$, имеющей дополнительное условие (7).

Описание метода. Построим АГ в виде дерева так, чтобы каждой вершине $m \in M_k$ соответствовала некоторая весовая переменная $z(m) \in Z_k$ и некоторые компоненты $f(m)$ и $\varphi(m)$ разложения, соответственно функций f_k и φ_k , разложенные по весовым переменным на пути из m^H в m : $z(m) = \Gamma_k^{-1}$. Для начальной вершины имеем $f(m^H) = f_k$, $\varphi(m^H) = \varphi_k$.

Текущий шаг в итеративном процессе наращивания дерева заключается в определении последователей $m^e = \Gamma_k(m, e(m))$ для некоторой висячей вершины $m \in M_k$ и приписании каждому из них соответствующих компонентов разложения функций $f(m)$ и $\varphi(m)$,

$$f(m^e) = f(m) |_{z(m)=e},$$

$$\varphi(m^e) = \varphi(m) |_{z(m)=e},$$

где $e \in \{0, 1\}$.

Если $f(m^e) \equiv \bar{e}$ хотя бы для одного $e \in \{0, 1\}$, то присваивается $\beta(m) := 1$. Этим обеспечивается в синтезируемом графе свойство, на котором базируется определение 4.

Если $f(m^e) \equiv e \ \& \ \varphi(m^e) \equiv 0$, то процесс наращивания пути в данном направлении завершен и m^e исключается из дерева.

Если $\varphi(m^e) \equiv 1$, то обнаружен запрещенный набор и вершина m^e взвешивается переменной Z_k , значение которой в графе вычисляется. Этим обеспечивается в графе в виде циклического пути свойство, на котором базируется определение 5. Нарращивание АГ в этом направлении прерывается.

Построение АГ завершено, когда наращивание путей закончено во всех висячих вершинах. Для тех вершин m , которые взвешены переменными состояния $z(m) \in Z_k \cap Z_n$, присваивается $\tau(m) := 1$.

Т а б л и ц а 2

m	$f(m)$	$\varphi(m)$
1	$S + T\bar{Q} + \bar{R}\bar{T}Q$	$SR + ST + RT$
2	1	$R + T$
3	1	T
4	$T\bar{Q} + \bar{R}\bar{T}Q$	RT
5	\bar{Q}	R
6	\sim	1
7	\bar{Q}	0
8	$\bar{R}Q$	0
9	Q	0

В качестве примера в табл. 2 иллюстрируется процесс синтеза АГ для RST-триггера (фиг. 2, в) в виде перечисления компонентов разложения $f(m)$ и $\varphi(m)$ для всех вершин графа. Жирными кружками на фиг. 2, в выделена та часть АГ, которая предназначена только для вычисления $\varphi(m)$.

Особенностью функционального подхода к синтезу АГ является то, что в получаемом графе отсутствует информация о структуре объекта. Если синтез производится на основе таблицы истинности, то информация о структуре отсутствует уже в исходных данных. Если синтез производится на основе булева выражения, то возможная информация о структуре ЦУ, содержащаяся в выражении, при переходе к графу теряется.

Структурный подход. Опишем, далее, легко программируемый конструктивный метод перехода из структурного описания некоторого ЦУ к функциональной модели в виде системы АГ. При этом предполагается, что для структурных элемен-

тов устройства их модели АГ (взяты, например, из библиотеки стандартных АГ) имеются. Метод, который базируется на итеративном применении операции суперпозиции, может быть применен как для всего ЦУ на уровне его структурных компонентов (например, ИС, СИС и т.д.) и для одного структурного компонента на уровне логических элементов, так и для получения модели АГ для некоторого булева выражения (например, в скобочной форме при определенном базисе элементарных булевых функций).

Определение 6. Операция суперпозиции заключается в преобразовании графа G_{k_1} в новый граф G_{k_2} путем замены вершины $m^* \in M_{k_1}$ некоторым графом G_l . Удаление m^* сопровождается образованием новых связей, описываемых соотношениями:

$$\Gamma_{k_2}^{-1} m_l^H = \Gamma_{k_1}^{-1} m^*, \quad (8)$$

$$\forall m \in M_l, \Gamma_l(m, e) = \emptyset : \Gamma_{k_2}(m, e) = \Gamma_{k_1}(m^*, e).$$

Легко убедиться, что если выполняется условие

$$|V_m^{-1}(V_m(m^*))| = 1, \quad (9)$$

то суперпозиция вершины m^* графом $G_l = V_G^{-1}(V_m(m^*))$ приводит к некоторому упрощению системы АГ — удаляется одна вершина и исключается одно обращение из графа в граф. В случае, если

$$|V_m^{-1}(V_m(m^*))| > 1, \quad (10)$$

упрощения, очевидно, не достигается.

Описание метода. Описываемый метод представляет собой итеративный переход от одной системы АГ к другой с целью сжатия общей модели. На каждом шаге итерации применяется операция суперпозиции при некоторой вершине $m^* \in M$, для которой выполнено условие (9). Здесь M — множество вершин системы АГ на текущем шаге итерации. Итерация завершается, если для всех $m^* \in M$ или выполнено условие (10), или весовая переменная относится к множеству входных переменных объекта, $V_m(m^*) \in X$.

Применительно к ЦУ, заданному в виде структурной схемы, данный метод производит декомпозицию объекта в деревообразные подсхемы, выделяя для каждой из них АГ (если каждый элемент подсхемы представлен одним АГ), или систему АГ

(если хотя бы один из элементов подсхемы представлен системой АГ). При этом последовательное соединение структурных элементов, при котором выход z одного элемента, заданного графом G_l , подан на вход z другого элемента, заданного графом G_k , приводит к замене вершины $m^* = V_m^{-1}(z) \in M_k$ графом G_l , согласно определению 6. В случае, когда $\beta(m^*) = I$, граф G_l должен соответствовать инвертированной функции элемента. Висячие вершины получаемых деревьев представляют или первичные входы ЦУ, ветви внутренних точек разветвления в сети связей между структурными элементами, или выходы элементов памяти.

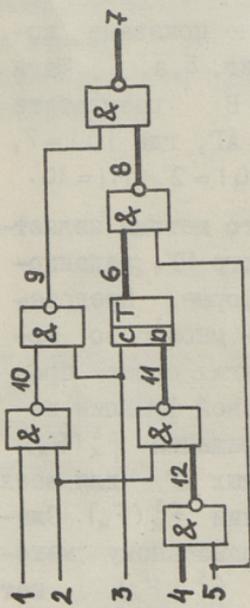
Метод иллюстрируется на фиг. 5,б, где показана конечная (сжатая) система АГ для схемы на фиг. 5,а. Шаги итерации выделены на фиг. 5,б пунктиром. В результате пяти шагов суперпозиции первичная система АГ, где $|G| = 7$, $|M| = 15$, редуцировалась в систему, где $|G| = 2$, $|M| = 10$.

Частным случаем применения описанного метода является построение системы АГ для комбинационного ЦУ, заданного в виде булева выражения в скобочной форме. Представим это выражение в виде $f_k^s(F_k)$, где F_k — множество аргументов функции f_k^s , т.е. множество других более простых выражений $f_i^s(F_i)$. Здесь s — тип булевой функции из заданного базиса. Первичная система АГ выражения $f_k^s(F_k)$ может быть задана перечислением элементарных АГ для всех функций f_i^s , содержащихся в полном выражении $f_k^s(F_k)$. Сжатие этой системы может быть проведено по описанному методу. В частном случае, когда в выражении $f_k^s(F_k)$ нет повторяющихся подфункций, оно представляется одним графом. Так, например, сжатый АГ для булева выражения

$$z_7 = f_7^v(f_8^{\wedge}(z_5, z_6), f_9^{\wedge}(f_{10}^v(\bar{z}_1, \bar{z}_2), z_3)) = \\ = z_5 z_6 \vee (\bar{z}_1 \vee \bar{z}_2) z_3$$

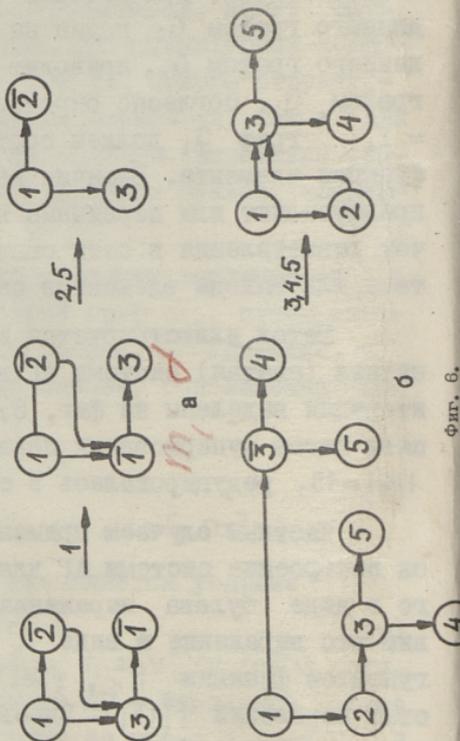
показан на фиг. 5,б при входе 7.

Особенностью структурного подхода к синтезу системы АГ является то, что в модели сохраняется информация о структуре ЦУ. Во-первых, в системе АГ каждый граф представляет некоторую деревообразную подсхему ЦУ, во-вторых, вершина графа в ряде случаев может представить определенный путь в структурной схеме (см. раздел 4). Так, например, вершины 4 в графе G_6 и 6 в графе G_7 (фиг. 5,б)



Фиг. 5.

а



Фиг. 6.

представляют, соответственно, пути $\{4, I2, II, 6\}$ и $\{6, 8, 7\}$ в исходной схеме (фиг. 5,а).

3. Основные свойства АГ

Определение 7. Альтернативные графы G_{K_1} и G_{K_2} называются эквивалентными, если $G_{K_1}(m^H, t) = G_{K_2}(m^H, t)$ для всех наборов переменных $z \in Z_K$, где

$$Z_K = \bigcup_m V_m(m), m \in M_{K_1} \cup M_{K_2}.$$

С целью создания возможности для упрощения альтернативных графов, полученных любым из двух рассмотренных подходов, приведем ниже список правил эквивалентных преобразований графа $G_K = \{M_K, \Gamma_{K,e}\}$. При этом обозначим этот граф через G_{K_1} и G_{K_2} , соответственно, до и после преобразования.

1. Перестановка вершин. Если для двух вершин m_i и m_j таких, что $m_j = \Gamma_K(m_i, e)$, $\Gamma_K^{-1} m_j = m_i$ и $\Gamma_K(m_i, \bar{e}) = \Gamma_K(m_j, \bar{e})$, то правомерны преобразования

$$\begin{aligned} \Gamma_{K_2}^{-1} m_j &= \Gamma_{K_1}^{-1} m_i, \quad \Gamma_{K_2}^{-1} m_i = m_j; \\ \Gamma_{K_2}(m_j, e) &= m_i, \quad \Gamma_{K_2}(m_i, e) = \Gamma_{K_1}(m_j, e), \quad e \in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

2. Обход вершин. Если для всех путей из m^H в m_j , проходящих вершину $m_i \in \Gamma_{K_1}^{-1} m_j$, значение веса для m_j определено одинаково, $e(m_j) = e^*$ или $\Gamma_{K_1}(m_j, e) = \Gamma_{K_1}(m_j, \bar{e})$, то правомерны преобразования

$$\begin{aligned} \Gamma_{K_2}^{-1} m_j &= \Gamma_{K_1}^{-1} m_j \setminus m_i; \\ \Gamma_{K_2}(m_i, e) &= \Gamma_{K_1}(m_j, e^*). \end{aligned}$$

3. Переключение ветвей. Инвертирование признака $\beta(m)$ эквивалентно преобразованиям

$$\Gamma_{K_2}(m, e) = \Gamma_{K_1}(m, \bar{e}), \quad e \in \{0, 1\}.$$

Согласно определению АГ, операция допускается лишь в случае, если $|\Gamma_K m| = 2$. Иначе не будет выполнено соотношение (2) в определении 4.

4. Совмещение общих частей. Если два подграфа G_i и G_j с начальными вершинами m_i и m_j такие, что $M_i = \hat{\Gamma}_{K_1} m_i \cup m_i$ и $M_j = \hat{\Gamma}_{K_1} m_j \cup m_j$ являются эквивалентными и все их вершины достижимы из начальной вершины графа G_{K_1} , соответственно, только через m_i и m_j , то правомерны следующие преобразования:

$$\Gamma_{k_2}^{-1} m_i = \Gamma_{k_1}^{-1} m_i \cup \Gamma_{k_1}^{-1} m_j,$$

$$\Gamma_{k_2}^{-1} m_j = \phi.$$

5. Удаление вершины. Если при употреблении правил эквивалентных преобразований 2 и 4 появляется некоторая начальная вершина m_j , для которой $\Gamma_{k_1}^{-1} m_j = \phi$, то правильно

$$M_{k_2} = M_{k_1} \setminus m_j.$$

Доказательства приведенных правил следуют из определения модели АГ.

Примеры упрощения АГ на базе правил I-5 приведены на фиг. 6 (номера использованных правил указаны при переходе от G_{k_1} к G_{k_2}).

Определение 8. Операция инвертирования альтернативного графа $G_{k_2} = \bar{G}_{k_1}$ эквивалентна следующим преобразованиям:

$$\forall m \in M_{k_2}: \beta(m)_{|m \in M_{k_2}} = \bar{\beta}(m)_{|m \in M_{k_1}}; \quad (II)$$

$$\forall m \in M_{k_2}: \Gamma_{k_2}(m, e) = \Gamma_{k_1}(m, \bar{e}), \quad e \in \{0, 1\}. \quad (I2)$$

Теорема 2. Если функции $f_k(Z_k)$ соответствует модель $\Phi_{AG} = \{G_k, V, Z_k\}$, то инвертирование графа G_k порождает модель $\bar{\Phi}_{AG} = \{\bar{G}_k, V, Z_k\}$ для инвертированной функции \bar{f}_k .

Доказательство. Согласно определениям 4 и 8 для любого набора значений $z_k \in Z_k$ оператор $G_k(m^H, t)$ проходит одинаковый путь $l(m^H, m_s)$ до некоторой конечной вершины m_s , $\Gamma_k(m_s, e(m_s)) = \phi$ как в графе G_k , так и в графе \bar{G}_k . Но из выражений (I) и (II) следует, что значение $e(m_s)$, определяющее согласно (2) значение оператора $G_k(m^H, t)$, в графах G_k и \bar{G}_k всегда различно, что и требовалось доказать.

Определение 9. Альтернативный граф G_{k_1} преобразуется в двойственный граф $G_{k_1}^*$, $G_{k_2} = G_{k_1}^*$, если в нем провести изменения согласно (I2).

Теорема 3. Если функции $z_k = f_k(Z_k)$ соответствует модель $\Phi_{AG} = \{G_k, V, Z_k\}$, то двойственной к ней функции f_k^* соответствует двойственная модель $\Phi_{AG}^* = \{G_k^*, V, Z_k\}$.

Доказательство. Предположим обратное, что Φ_{AG}^* не является моделью f_k^* . Инвертирование G_k^* согласно определениям 8 и 9 дает граф G_k , в котором инвертированы все признаки $\beta(m)$, а это значит, что в результате операции получена модель для функции $z_k = f_k(\bar{z}_k)$. Но, с другой стороны, из двойственности f_k и f_k^* вытекает, что $\bar{f}_k^* = f_k(\bar{z}_k)$. Следовательно, предположение оказалось неверным. Теорема доказана.

Отметим, что оба преобразования (II) и (I2), по сути дела, можно свести не к реальному преобразованию графа G_k , а лишь к некоторому изменению "режима" в работе оператора $G_k(m^H, t)$. Условие (II) требует, что значение признака $\beta(m)$ всегда берется с инверсией, а условие (I2) эквивалентно тому, что значение весовой функции $e(m)$, определяемое выражением (I), берется с инверсией.

Следствие 2. Один и тот же АГ всегда представляет собой одновременно 4 функции: f, \bar{f}, f^* и \bar{f}^* , определенных на графе с точностью до инвертирования признака β и весовой функции (I).

4. Понятие канонических АГ

Представление любой булевой функции моделью АГ в общем случае является неоднозначным. Исключением являются элементарные булевы функции И, ИЛИ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ, НЕ, имеющие единственное представление моделью АГ с точностью до отображения V_m . Это - элементарные АГ (ЭАГ).

Лемма 3. Элементарный АГ G_k для функции с n переменными, $M_k = \{m_0, m_1, \dots, m_{n-1}\}$, имеет следующие свойства:

$$\forall m_i, i = \overline{1, n-1} : \Gamma_k(m_i, e) = m_{i+1} \& \Gamma_k(m_i, \bar{e}) = \phi ;$$

$$\Gamma_k^{-1} m_0 = \phi ; \Gamma_k(m_{n-1}, e) = \phi ,$$

где

$$e = \begin{cases} 0 & \text{для функции ИЛИ, И-НЕ,} \\ 1 & \text{для функции И, ИЛИ-НЕ.} \end{cases}$$

При функциях И-НЕ, ИЛИ-НЕ, НЕ $\forall m_i : \beta(m_i) = 1$.

Введем следующее рекурсивное определение для канонических АГ (КАГ).

Определение I0. Элементарные АГ являются каноническими.

Определение II. АГ, построенный операцией суперпозиции канонических АГ, является также каноническим.

Примеры элементарных КАГ приведены на фиг. I, а. К классу канонических АГ относится также граф G_7 на фиг. 5, б. Графы на фиг. I, б, I, в, 2, а также граф G_6 на фиг. 5, б являются неканоническими.

С целью сопоставления канонических КАГ с булевыми функциями приведем следующие легко доказуемые свойства КАГ.

Свойство I. АГ, построенный методом суперпозиции из булева выражения, является каноническим и включает столько вершин, сколько букв содержится в выражении.

Свойство 2. Система АГ, полученная методом суперпозиции из схемы ЦУ, построенной на элементах булева базиса, является системой канонических АГ, где каждой вершине представлен путь в деревообразной подсхеме ЦУ.

Из этих свойств непосредственно вытекает возможность использования модели канонических АГ для задания неисправностей при решении задачи синтеза тестов. Поскольку каждой вершине КАГ соответствует некоторый путь в структурной схеме ЦУ, то задачу проверки путей на языке КАГ можно интерпретировать как задачу проверки вершин графа.

Свойство 3. Любой путь $l(m^H, m_s, \Gamma_k(m_s, e) = \phi$, в каноническом АГ G_k определяет некоторый минтерм ДНФ (при $e = 1$) или обратной ДНФ (при $e = 0$), представляемой функцией, составленный из переменных $z(m)$, взятых с инверсией, если $\beta(m) = 1$, и выбранных при тех $m \in M(l)$, где последовательность определяется отображением $\Gamma_k(m, e)$ (переменные в минтермах обратной ДНФ взяты с инверсией).

В качестве примера рассмотрим путь через вершины с весами z_6, \bar{z}_1 и z_3 на фиг. 5, б. Пути соответствует минтерм ДНФ $\bar{z}_1 z_3$ для $l = 1$ и минтерм обратной ДНФ $\bar{z}_6 \bar{z}_3$ для $l = 0$.

Из свойства 3 следует, что канонический АГ является топологической моделью нормальной и скобочной форм булевой функции. При этом, с точки зрения сложности обработки модели, например, при моделировании, безразлично, представ-

ляется ли скобочная или нормальная форма функции. Размерность модели в то же время является в линейной зависимости от числа букв в булевом выражении. Следовательно, при представлении некоторого ЦУ моделью КАГ целесообразно рассматривать его функции именно в сжатой скобочной форме, а не стремиться к более простым по структуре, но избыточным нормальным формам.

Исследование структуры канонических АГ $G_k = \{M_k, \Gamma_{k,e}\}$ позволяет выделить еще следующие дополнительные свойства КАГ.

Свойство 4. Существует одна и только одна вершина $m \in M_k$, для которой $|\Gamma_k m| = 0$.

Свойство 5. Для всех $m \in M_k$, для которых $|\Gamma_k m| = 2$, имеет место одно и только одно из двух соотношений

$$m^e \in \hat{\Gamma}_k^{-1} m^{\bar{e}}, \quad e \in \{0, 1\},$$

где $m^e = \Gamma_k(m, e)$ — последователь вершины m .

Свойство 6. Если $|\Gamma_k^{-1} m| > 1$, то для всех $m_j \in \Gamma_k^{-1} m$ имеет место $m = \Gamma_k(m_j, e)$, где $e = \text{const}$.

Если одно из свойств 4–6 не выполняется, то рассматриваемый граф G_k является неканоническим. Так, например, для неканонического АГ на фиг. I, б не выполнены свойства 4 и 5, а для неканонического АГ на фиг. I, в не выполнены свойства 5 и 6.

Доказательство всех приведенных свойств КАГ следует из леммы 3 и определений 6, I0 и II.

Канонические АГ могут подвергаться дальнейшим упрощениям по правилам I–5 эквивалентных преобразований, хотя любое упрощение КАГ приводит к потере информации о структуре. В результате преобразований КАГ могут получиться как канонические, так и неканонические АГ. Находим некоторые грубые оценки нижних границ при минимизации КАГ.

Определение I2. АГ, содержащий только одну вершину, называется тривиальным.

Лемма 4. В нетривиальном КАГ G_k всегда существуют соседние вершины $m_i, m_j \in M_k, m_j \in \Gamma_k(m_i, e)$ такие, что $\Gamma_k(m_i, \bar{e}) = \Gamma_k(m_j, \bar{e})$, где $e \in \{0, 1\}$.

Доказательство вытекает из леммы 3 для случая элементарных АГ и из свойств 5 и 6 в остальных случаях.

Определение 13. Обратная операция суперпозиции КАГ заключается в преобразовании КАГ G_{k_2} в новый КАГ G_{k_1} путем выбора некоторого подграфа G_L , $M_L \equiv M_{k_2}$ и замены его вершиной m^* так, чтобы выполнялись условия (8). При этом вершина m^* будет взвешена булевым выражением, представляющим граф G_L . Для элементарной операции обратной суперпозиции имеем $|M_L| = 2$.

Лемма 5. Любой КАГ, включающий n вершин, может быть преобразован за $n-1$ элементарных шагов обратной операции суперпозиции в тривиальный АГ, вершина которого взвешена булевым выражением из n букв.

Доказательство. Возможность проведения $n-1$ шагов такой операции следует из леммы 4. Для исходного графа согласно определению АГ каждая вершина взвешена выражением из одной буквы. На каждом шаге обратной суперпозиции находится выражение, число букв которого является суммой числа букв в выражениях для объединяемых двух вершин. Следовательно, выражение для тривиального КАГ включает n букв.

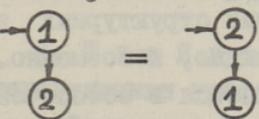
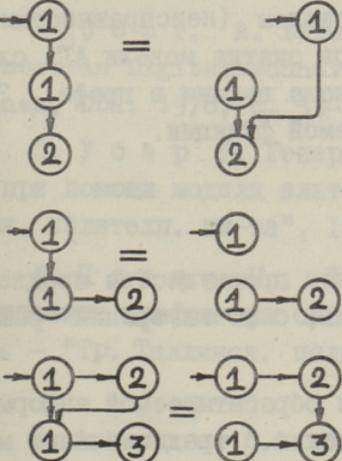
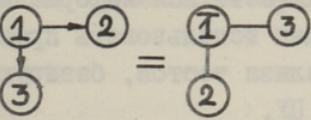
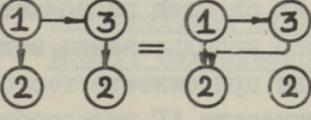
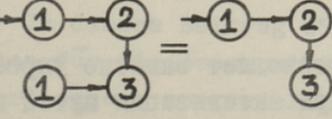
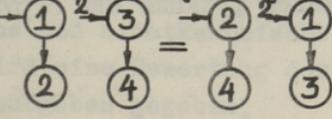
Теорема 4. Если число вершин в АГ меньше, чем число букв в минимальном булевом выражении, то данный АГ является неканоническим.

Доказательство. Предположим обратное, что данный граф является каноническим. Но в этом случае согласно лемме 5 можно было из графа вывести булево выражение с меньшим числом букв, чем его минимальная форма, что невозможно.

Следствие 3. Упрощения КАГ, которые интерпретируемы как упрощения соответствующих булевых выражений, не вызывают превращения АГ в неканонический вид.

В таблице 3 приведено некоторое сопоставление правил эквивалентных преобразований АГ и булевых выражений.

Неканонические графы получаются всегда, когда АГ строится на базе таблицы истинности или методом разложения булевых функций по переменным (исключение по определению составляют лишь элементарные булевы функции И, ИЛИ, НЕ). Но в результате эквивалентных преобразований по правилам 1-5 полученные неканонические АГ могут быть упрощены и в

№	Альтернативные графы	Булевы выражения
1.	Коммутативность: 	Коммутативность: $z_1 \vee z_2 = z_2 \vee z_1$
2.	Обход вершины: 	а) Идемпогентность $z_1 \vee z_1 \vee z_2 = z_1 \vee z_2$ б) Поглощение $z_1 \vee z_1 z_2 = z_1$ в) Дистрибутивность $z_1 z_2 \vee z_1 z_3 = z_1 (z_2 \vee z_3)$
3.	Переключение ветвей 	Нет
4.	Совмещение частей 	Нет
5.	Удаление подграфов 	Нет
6.	Суперпозиция и обратная суперпозиция 	Ассоциативность $z_1 \vee (z_3 \vee z_4) = (z_1 \vee z_3) \vee z_4$

ряде случаев приведены к виду КАГ. Однако в таких КАГ структура объекта уже не отражается, так как их синтез проведен на функциональной основе.

В модели АГ, в которой информация о структуре объекта отсутствует, задание проверяемых структурных неисправностей при синтезе тестов, очевидно, невозможно. Основная роль таких моделей АГ заключается в обеспечении максимально сжатых функциональных моделей, позволяющих на уровне всего ЦУ вычислить или установить чувствительность одних точек к ложным сигналам (неисправностям) в других точках. Оценкой пределов сжатия модели АГ служит нижняя граница минимального числа вершин в графе. Это — число переменных в представляемой функции.

5. Заключение

Выделим следующие основные преимущества предложенной модели АГ, в первую очередь, с точки зрения решения задач тестовой диагностики.

1. Количество хранимой и обрабатываемой информации в модели АГ уменьшено по сравнению с традиционными методами описания ЦУ в виде булевых функций.

2. При сжатии модели сохранена вся информация логического характера, позволяющая использовать простые традиционные методы синтеза и анализа тестов, базирующиеся на активизации путей в структуре ЦУ.

3. Проведенная классификация АГ на канонические и неканонические и исследование их свойств позволяет более четко наметить пути эффективного использования модели АГ: 1) канонические АГ целесообразны при синтезе тестов на уровне подсхемы ЦУ; 2) неканонические АГ целесообразны при синтезе тестов на уровне всего ЦУ с целью активизации путей через отдельные подсхемы.

4. Регулярность модели позволяет заметно упростить алгоритмы перебора вариантов при активизации путей в системе АГ по сравнению с традиционными нерегулярными моделями в виде скобочной формы булевой функции или структурно-аналитического описания ЦУ.

5. Модель АГ обеспечивает единый подход к синтезу и анализу тестов при разных классах ЦУ.

Л и т е р а т у р а

1. Шнейдер Б.Н. О реализации булевых функций альтернативными графами. - II Всесоюзное совещание по теории релейных устройств и конечных автоматов. Рига, 1971, с. 71.

2. U b a r, R. Berechnung von Tests für die Fehlerdiagnose in Digitalrechnern. 21. Intern. Wiss. Koll., TH Ilmenau, DDR, 1976, с. 33-35.

3. У б а р Р. Генерирование тестов при цифровых схемах при помощи модели альтернативных графов. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1976, № 409, с. 75-81.

4. П л а к к М., У б а р Р. Применение модели альтернативных графов при синтезе тестов для комбинационных схем. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1977, № 432, с. 3-13.

5. A k e r s, S.B. Binary decision diagrams. - IEEE Trans. on Computers, Vol. C-27, No 6, 1978, pp. 509-516.

6. Б е р ж К. Теория графов и ее применение. М., ИЛ, 1962.

R. Ubar

Beschreibung digitaler Einrichtungen mit Modell der alternativen Graphen

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird das Modell der alternativen Graphen für die Beschreibung digitaler Einrichtungen zwecks Fehlerdiagnose vorgeschlagen. Die Bestimmung des Modells, die Untersuchung seiner wichtigeren Eigenschaften und die Klassifizierung von Graphen in zwei Unterklassen - kanonische und nichtkanonische Graphen - werden durchgeführt. Es wird eine Bewertung des Modells in Bezug auf die Diagnoseaufgaben gegeben.

К. Григорьева, Р. Убар

МЕТОД ДИАГНОЗА НЕИСПРАВНОСТЕЙ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ СИСТЕМАХ

Предлагается обобщение описанного в [1, 2] метода диагноза кратных неисправностей типа констант в комбинационных схемах применительно к синхронным последовательностным схемам. Метод базируется на применении аппарата булевых дифференциалов. Модель неисправностей задаётся в виде дифференциалов и дополнительных условий. Учитывается возможность неопределённости последних.

I. Введение

Интенсивное развитие и все более широкое применение вычислительной техники в самых различных областях науки и практики, а также всевозрастающие требования, предъявляемые к надёжности цифровых схем, требуют построения универсальных и эффективных алгоритмов диагностики неисправностей в последних.

Предложенный в [1] метод и его расширение в [2] позволяют получить наиболее общие результаты при диагнозе кратных неисправностей в комбинационных схемах. Поскольку предлагаемый в [2] декомпозиционный подход к данной проблеме снижает как количество одновременно обрабатываемой информации, так и трудоёмкость процесса обработки результатов диагностического эксперимента, что в совокупности делает его весьма удобоприменимым для машинного поиска подозреваемых неисправностей, — представляется целесообразным обобщить его на случай последовательностных схем.

Задача формулируется в виде булева дифференциального уравнения, решение которого производится путем перехода к специальной α -алгебре, введенной в [1].

При этом условии декомпозиции исследуемой последовательной схемы на диагностируемые порознь подсхемы является отсутствие обратных связей (ОС), связующих последние между собой.

2. Постановка задачи

По аналогии с предложенным в [1] методом будем описывать диагностируемую последовательностную схему множествами $\{f_{\text{вых}}\}$ и $\{f_{\text{вн}}\}$ (выходных и внутренних функций, соответственно), определяемыми в данном случае как:

$$y_i = f_i(Z_i), \quad f_i \in \{f_{\text{вых}}\} \quad (1)$$

и

$$q_k = f_k(Z_k), \quad f_k \in \{f_{\text{вн}}\}, \quad (2)$$

где $\{Z\} = \{x\} \cup \{q\} \cup \{y\}$, а $\{x\}$, $\{q\}$ и $\{y\}$ - соответственно, множества входных, внутренних и выходных переменных.

Переменные состояния и функции переходов представим, соответственно, в виде подмножеств $\{Z\}_n \subset \{Z\}$ и $\{f\}_n \subset \{f_{\text{вых}}\} \cup \{f_{\text{вн}}\}$.

При этом возможны рекурсивные функции

$$z_k = f_k(Z_k), \quad (3)$$

где $z_k \in Z_k$ (за счет ОС).

В таком случае формула обобщенного дифференциала переменной z_k

$$\widetilde{dz}_k = dz_k \vee df_k, \quad (4)$$

где dz_k - отражает неисправность собственно в точке z_k ;

df_k - проявление в точке z_k неисправностей, действующих на компоненты вектора Z_k , также является рекурсивной, поскольку

$$df_k = f_k(Z_k) \oplus f_k(Z_k \oplus \widetilde{dz}_k), \quad (5)$$

и \widetilde{dz}_k является одной из компонент вектора \widetilde{dz}_k .

Поскольку мы рассматриваем только неисправности типа констант 1 и 0, то дополнительные условия $Q_j(Z)$ в уравнении, описывающем данную неисправность,

$$Q_j(Z) dz_k = 1 \quad (6)$$

будут, соответственно, \bar{z}_k и z_k , а появление неисправности

обозначится при помощи направленных дифференциалов $d_0 z_k$ и $d_1 z_k$ [2], что соответствует обозначениям α -алгебры z_k^1 и z_k^0 в работе [1].

Таким образом, для каждого входного набора χ^s из множества $\{\chi^s\}$ получим систему

$$df_i(Z, dZ)|_{\chi^s} = f_i(Z)|_{\chi^s} \oplus y_i^s, \quad \begin{matrix} s = \overline{1, t}, \\ i = \overline{1, n}, \end{matrix} \quad (7)$$

где $n = |\{f_{\text{вых}}\}|$.

3. Описание метода

Как и в случае комбинационных схем, рассмотренном в [1], решение системы булевых дифференциальных уравнений сводится к решению дифференциального уравнения

$$\bigwedge_{\substack{s=\overline{1, t} \\ i=\overline{1, n}}} (f_i(Z \oplus dZ)|_{\chi^s} \oplus \bar{y}_i^s) = 1. \quad (8)$$

Таким образом, для каждого входного набора χ^s за счет наличия в схеме ОС происходит обращение к предыдущему набору χ^{s-1} и т.д. вплоть до первого установочного набора χ^1 , истинные значения всех ОС которого не определены. Обозначим такие неопределенные значения через x . Это означает, что мы можем предполагать, что истинное значение данной переменной было бы либо 0, либо 1.

Для того, чтобы иметь возможность оперировать с неопределенными значениями переменных, введем понятие неопределенного направленного дифференциала переменной:

$$\begin{aligned} \overline{d_1 z_k}^* &= z_k \overline{d_1 z_k} \vee \bar{z}_k d_0 z_k, \\ \overline{d_0 z_k}^* &= \bar{z}_k \overline{d_0 z_k} \vee z_k d_1 z_k. \end{aligned} \quad (9)$$

Исходя из данного определения, получаем таблицы 1 и 2, описывающие в символах α -алгебры [1], соответственно, действия логического умножения и сложения над неопределенными направленными дифференциалами, относящимися к одному и тому же входному набору χ^s .

Так, например, при умножении:

$$I. \overline{d_1 z_k}^* \wedge \overline{d_0 z_k}^* = z_k (\overline{d_1 z_k} \wedge d_1 z_k) \vee \bar{z}_k (d_0 z_k \wedge \overline{d_0 z_k}) = \phi;$$

$$2. \bar{d}_0 z_k \wedge \bar{d}_0 z_k^* = \bar{d}_0 z_k (\bar{z}_k \bar{d}_0 z_k \vee z_k d_1 z_k) = \bar{z}_k \bar{d}_0 z_k \vee z_k d_1 z_k = \bar{d}_0 z_k^*;$$

$$3. \bar{d} z_k \wedge \bar{d}_0 z_k^* = \bar{d}_1 z_k \wedge \bar{d}_0 z_k \wedge \bar{d}_0 z_k^* = \bar{d}_1 z_k \wedge \bar{d}_0 z_k^*;$$

и при сложении:

$$4. \bar{d}_0 z_k \vee \bar{d}_0 z_k \wedge \bar{d}_1 z_k^* = \bar{d}_0 z_k \vee (\bar{d}_0 z_k \wedge z_k \bar{d}_1 z_k \vee \bar{d}_0 z_k \wedge \bar{z}_k \bar{d}_0 z_k) = \bar{d}_0 z_k;$$

$$5. \bar{d} z_k \vee \bar{d}_0 z_k^* = \bar{d} z_k \vee (\bar{z}_k \bar{d}_0 z_k \vee z_k d_1 z_k) = \bar{d}_0 z_k.$$

При этом, переходя к α -алгебре [I], введем обозначения $\bar{d}_0 z_k^* \leftrightarrow z_k^{\bar{1}*}$ и $\bar{d}_1 z_k^* \leftrightarrow z_k^{\bar{0}*}$.

Т а б л и ц а 1

\wedge	0	$\bar{0}$	1	$\bar{1}$	н	$\bar{0}*$	$\bar{1}*$	$\bar{0}\bar{1}*$	$\bar{1}\bar{0}*$	\bar{n}
$\bar{0}*$	\emptyset	$\bar{0}*$	1	$\bar{1}\bar{0}*$	$\bar{1}\bar{0}*$	$\bar{0}*$	\emptyset	\emptyset	$\bar{1}\bar{0}*$	1
$\bar{1}*$	0	$\bar{0}\bar{1}*$	\emptyset	$\bar{1}*$	$\bar{0}\bar{1}*$	\emptyset	$\bar{1}*$	$\bar{0}\bar{1}*$	\emptyset	0
$\bar{0}\bar{1}*$	\emptyset	$\bar{0}\bar{1}*$	\emptyset	$\bar{0}\bar{1}*$	$\bar{0}\bar{1}*$	\emptyset	$\bar{0}\bar{1}*$	$\bar{0}\bar{1}*$	\emptyset	\emptyset
$\bar{1}\bar{0}*$	\emptyset	$\bar{1}\bar{0}*$	\emptyset	$\bar{1}\bar{0}*$	$\bar{1}\bar{0}*$	$\bar{1}\bar{0}*$	\emptyset	\emptyset	$\bar{1}\bar{0}*$	\emptyset

Т а б л и ц а 2

\vee	0	$\bar{0}$	1	$\bar{1}$	н	$\bar{0}*$	$\bar{1}*$	$\bar{0}\bar{1}*$	$\bar{1}\bar{0}*$	\bar{n}
$\bar{0}*$	$0 \vee \bar{0}*$	$\bar{0}$	$\bar{0}*$	-	$\bar{0}$	$\bar{0}*$	-	$\bar{0}*$	$\bar{0}*$	$\bar{n} \vee \bar{0}*$
$\bar{1}*$	$\bar{1}*$	-	$1 \vee \bar{1}*$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	-	$\bar{1}*$	$\bar{1}*$	$\bar{1}*$	$\bar{n} \vee \bar{1}*$
$\bar{0}\bar{1}*$	$\bar{1}*$	$\bar{0}$	$\bar{0}*$	$\bar{1}$	н	$\bar{0}*$	$\bar{1}*$	$\bar{0}\bar{1}*$	н	$\bar{n} \vee \bar{0}\bar{1}*$
$\bar{1}\bar{0}*$	$\bar{1}*$	$\bar{0}$	$\bar{0}*$	$\bar{1}$	н	$\bar{0}*$	$\bar{1}*$	н	$\bar{1}\bar{0}*$	$\bar{n} \vee \bar{1}\bar{0}*$

В результате подстановки в (8) истинных значений переменных, получаем уравнение вида:

$$\bigwedge_{\substack{s=1,t \\ t=1,n}} \Phi_i^s(dz^s) = 1, \quad (10)$$

где компоненты вектора dz^s

$$dz_K^{s,p} \in \{d_0 z_k, d_1 z_k, \bar{d}_0 z_k, \bar{d}_1 z_k, \bar{d}_0 z_k^*, \bar{d}_1 z_k^*\}.$$

Рассмотрим первый установочный такт, т.е. такой, когда значения переменных на всех ОС не определены.

Пусть некоторая функция

$$z_k = f_k(x_k, z_k). \quad (II)$$

Тогда в соответствии с результатами измерений диагностического теста

$$\Phi_i^1 = A + B \widetilde{d_\alpha z_k}^1 + C \widetilde{d_\alpha z_k}^1, \quad (I2)$$

где А и В — булевы дифференциальные выражения, не зависящие от z_k ,

$$\widetilde{d_\alpha z_k}^1 = \overline{d_\alpha z_k} \wedge \overline{d_\alpha f_k}^1, \quad (I4)$$

$$\widetilde{d_\alpha z_k}^1 = d_\alpha z_k \vee d_\alpha f_k^1 \quad (I5)$$

(для собственно дифференциала z_k индекс входного набора может быть опущен).

Теорема. Из первого установочного такта со входным набором X^1 обращения к предыдущему такту, значения всех переменных которого не определены, не происходит.

Поскольку в цифровом автомате из-за требования устойчивости ОС по данной переменной может быть инвертирована только четное число раз, (I4) примет вид:

$$\begin{aligned} \widetilde{d_\alpha z_k}^1 &= \overline{d_\alpha z_k} (D_1 \vee E_1 \overline{d_\alpha z_k}^0) = \\ &= \overline{d_\alpha z_k} (D_1 \vee E_1 \overline{d_\alpha z_k}^* \overline{d_\alpha f_k}^0), \end{aligned} \quad (I6)$$

где D_1 и E_1 — булевы дифференциальные выражения, не зависящие от z_k , при входном наборе X^1 и

$$\overline{d_\alpha f_k}^0 = D_0 \vee E_0 \overline{d_\alpha z_k}^0 = D_0 \vee E_0 \overline{d_\alpha z_k}^* (D_0 \vee E_0 \overline{d_\alpha z_k}^* (\dots)) \quad (I7)$$

поскольку все предыдущие значения всех переменных не определены. Отсюда

$$\overline{d_\alpha f_k}^0 = D_0 \vee \lim_{n \rightarrow \infty} (E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*)^n. \quad (I8)$$

Однако поскольку

$$(E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*)^2 = E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*$$

и тем самым

$$(E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*)^{n+1} = (E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*)^n = E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*,$$

то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*) = E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*$$

и

$$\overline{d_\alpha f_k}^0 = D_0 \vee E_0 \overline{d_\alpha z_k}^*. \quad (I9)$$

Учитывая, что $E_1 E_0 = E_1$ (в силу неопределенности E_0 включа-

ет в себя все возможные случаи), имеем:

$$\widetilde{d_{\alpha} z_k}^1 = \overline{d_{\alpha} z_k} (D_1 \vee E_1 \overline{d_{\alpha} z_k}^*) \quad (20)$$

и аналогично для (I5):

$$\widetilde{d_{\alpha} z_k}^1 = d_{\alpha} z_k \vee G_1 \vee H_1 \overline{d_{\alpha} z_k}^0 = d_{\alpha} z_k \vee G_1 \vee H_1 \overline{d_{\alpha} z_k}^*, \quad (21)$$

где G_1 и H_1 – булевы дифференциальные выражения, не зависящие от z_k при входном наборе X^1 .

Таким образом, выражения (I4) и (I5) приняли, соответственно, вид (20) и (21), не содержащие обращения к предыдущему такту, и тем самым теорема доказана.

Рассмотрим также возможные случаи обращения к предыдущему такту из некоторого такта s ($s > 1$) для некоторой внутренней функции q_k .

Пусть $\widetilde{d q_k}^s = 1$ и $d f_k^s = A \vee B \widetilde{d q_k}^{s-1}$,

где A и B – булевы дифференциальные выражения, не содержащие q_k , и

$$\widetilde{d q_k}^s \in \{ \widetilde{d_{\alpha} q_k}^s, \overline{d_{\alpha} q_k}^s \} \cap \widetilde{d q_k}^{s-1} \in \{ \widetilde{d_{\alpha} q_k}^{s-1}, \overline{d_{\alpha} q_k}^{s-1} \}.$$

Представив каждый из направленных дифференциалов в виде (6) и произведя соответствующие преобразования, получим таблицу 3 обращений к предыдущему такту.

Т а б л и ц а 3

$\widetilde{d q_k}^s \backslash \widetilde{d q_k}^{s-1}$	$\widetilde{d_{\alpha} q_k}^{s-1}$	$\overline{d_{\alpha} q_k}^{s-1}$
$\widetilde{d_{\alpha} q_k}^s$	$d_{\alpha} q_k \vee A \vee B d_{\alpha} f_k^{s-1}$	$d_{\alpha} q_k \vee A \vee B$
$\overline{d_{\alpha} q_k}^s$	$\overline{d_{\alpha} q_k} (A \vee B d_{\alpha} q_k)$	$\overline{d_{\alpha} q_k} (A \vee B \overline{d_{\alpha} f_k}^{s-1})$

Формально алгоритм метода не отличается от алгоритма, описанного в [2]. Однако при его практической реализации целесообразно образовать для всех внутренних функций таблицы состояний как для q_k , так и для $\overline{q_k}$, а затем, используя соответствующие таблицы, полученные для предыдущего такта, образовывать согласно алгоритму, приведенному в таблице 3, приведенные таблицы состояний. Это упрощает обработку результатов диагностического эксперимента, с одной

Φ^6	$\bar{1}/24$	24	$\bar{1}/25$	25	$\bar{0} \bar{1} \bar{1}$ $0 \bar{1} \bar{1}$	$0/20$ $0/20$	26	$\bar{0} \quad I$ $0 \quad \bar{0}/2I$	
				25'	$\bar{0} \bar{1} \bar{1}$ $0 \bar{1} \bar{1}$	$\bar{1}\bar{ж}$ 0	26'	$\bar{0} \quad I$ $0 \quad \bar{0}\bar{ж}$	
$\Phi^{(6)}$	$н/27$	27	$н \quad н/28$	28	$I \quad н \quad \bar{1}$ $н \quad н \quad \bar{1}$	$\bar{0}$			22, 24 → 27 23, 25 → 28
Z^7	0		$I \quad 0$		0	$I \quad 0 \quad 0$		0	$I \quad 0 \quad 0$
Φ^7	$\bar{1}/29$	29	$\bar{1}/30$	30	$\bar{1}$	$\bar{1}/25$	3I	$I \quad \bar{0}$ I	$I/26$
				30'	$н \quad \bar{1} \quad \bar{1}$ $0 \quad \bar{1} \quad \bar{1}$	$\bar{1}$ 0	$\bar{1}\bar{ж}$ 0	3I'	$I \quad \bar{0}$ I
$\Phi^{(7)}$	$н/32$	32	$н \quad н/33$	33	$н \quad н \quad \bar{1}$	$н$			27, 29 → 32 28, 30 → 33
Z^8	I		$I \quad I$		$I \quad 0 \quad I \quad 0$			$I \quad 0 \quad I \quad 0$	
Φ^8	$\bar{0}/34$	34	$\bar{0} \quad \bar{0}/36$	35	$\bar{0} \quad \bar{1} \quad 0$ $\bar{1} \quad 0 \quad \bar{1}/30$		36	$\bar{0} \quad \bar{0}$	
				35'	$\bar{0} \quad \bar{1} \quad 0$ $\bar{1} \quad 0 \quad \bar{1}\bar{ж}$		36'	$\bar{0} \quad \bar{0}$	
$\Phi^{(8)}$	$н/37$	37	$н \quad н/38$	38	$н \quad н \quad н \quad н$				32, 34 → 37 33, 36 → 38

стороны (всегда "оглядываемся назад" не более, чем на один такт), и уменьшает объем информации, подлежащей хранению в процессе обработки, - с другой (после получения приведенных таблиц для такта s , кроме них сохраняется только $\Phi_i^{(s-1)}$ - также в виде таблиц и соответствующих связей между ними).

В качестве иллюстрации к описанному методу рассмотрим его реализацию применительно к схеме, описываемой уравнениями:

$$y_6 = q_5^5 \wedge x_4.$$

$$q_5^5 = x_3(x_1 \vee x_2) \vee \bar{x}_3 \wedge q_5^{5-1}.$$

В таблице 4 приведены как наборы значений переменных Z^s , так и соответствующие им таблицы возможных α -состояний, а также результаты $\Phi^{(s)}$ перемножения уравнений α -со-

стояний, образованных посредством установления связей (адресов А) между таблицами состояний и соответствующих булевым дифференциальным уравнениям.

При этом

- поскольку q_5 имеет ОС и мы не знаем, к которому из состояний q_5 произойдет обращение из следующего набора, составляем при каждом наборе таблицы α -состояний как для куба f_5 , так и для куба \bar{f}_5 ;

- из каждого набора для f_5 и \bar{f}_5 производим обращение к предыдущему и таким образом из таблиц, содержащих ссылки на таблицы предыдущего набора (например, из таблиц с адресами 5 и 6), получаем приведенные таблицы без ссылок на предыдущие (соответственно, с адресами 5' и 6');

- во всех таблицах опускаем термины, противоречащие результатам, полученным на предыдущих этапах, а также противоречивые термины (содержащие ϕ) и термины, поглощаемые другими терминами данной таблицы.

Л и т е р а т у р а

1. Пархоменко П.П. Диагноз технического состояния дискретных устройств методом выделения подозреваемых неисправностей. I. Комбинационные устройства. Устойчивые неисправности. - Автоматика и телемеханика, 1971, № 6, с. 126-137.

2. Убар Р.Р. Декомпозиционный метод диагноза неисправностей в композиционных схемах - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1978, № 457.

Verfahren der Fehlerdiagnose in Folgeschaltungen

Zusammenfassung

Es wird eine Verallgemeinerung der Dekompositionsmethode für die Fehlerdiagnose in Folgeschaltungen vorgeschlagen. Sie beruht auf dem Boole'schen Differentialkalkül. Dabei wird ein Fehlermodell in Form des Differentials sowie der zusätzlichen logischen Bedingungen verwendet. Zur Illustration der Methode wird ein Beispiel betrachtet.

СИНТЕЗ ПАРНЫХ ТЕСТОВ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

I. Введение

Структурные методы синтеза тестов комбинационных схем (КС) базируются на принципе активизации путей с целью очувствления выходов к возможным неисправностям. Эффективность структурного подхода существенно зависит от математической модели объекта. Так, например, описание КС в виде логической сети приводит к большой размерности модели, а следовательно, к большой трудоемкости при синтезе тестов. Более сжатými моделями КС являются структурно-аналитические выражения в виде эквивалентной нормальной формы (ЭНФ) и в виде скобочной формы (СФ). Сжатость информации в случае СФ сопровождается усложнением структуры модели, а следовательно, увеличением трудоемкости при ее аналитической обработке. С другой стороны, упрощение структуры модели и алгоритмов обработки при ЭНФ приводит к увеличению объема модели по сравнению с СФ.

Ниже предлагается новый подход к синтезу тестов КС, базирующийся на модели КС в виде системы альтернативных графов (АГ) [1]. Использование этой модели позволяет объединить положительные черты ЭНФ и СФ, совмещая сжатость СФ с простотой обработки ЭНФ. Как известно, причиной резкого увеличения вычислительных затрат в случае структурных методов синтеза тестов является необходимость активизации многомерных путей КС [2]. Ниже будет показано, что в случае модели АГ задача активизации многомерных путей в исходной КС сводится к задаче активизации одномерных путей в системе АГ, что существенно упрощает перебор вариантов.

Описываемый ниже метод позволяет построить тесты для проверки кратных константных неисправностей КС произвольного базиса. Аналогично [3] находятся тесты длины два, проверяющие исправность путей схемы, причем для одновыходных схем такой тест будет построен всегда, когда он существует.

2. Постановка задачи

Рассмотрим КС, декомпонированную в древовидные подсхемы, входами которых являются или неразветвляющиеся первичные входы КС, или ветви точек разветвления. Зададим такую КС в виде пары $\Phi = \{Z, F\}$, где F - множество булевых функций на множестве переменных Z :

$$z_k = f_k(Z_k), \quad z_k \in Z, Z_k \in Z,$$

так, чтобы каждой функции $f_k \in F$ соответствовала некоторая древовидная подсхема.

Разбиваем множество переменных Z на подмножества X, Q, Y соответственно входных, внутренних и выходных переменных КС. Ограничимся далее рассмотрением класса одновыходных КС, где $|Y| = 1$.

Установим для заданной КС модель АГ в виде $\Phi_{AG} = \{G, V, Z\}$ [1]. Здесь $G = \{G_k\}$ - множество альтернативных графов

$G_k = \{M_k, \Gamma_{k,e}\}$, так чтобы $|G| = |F|$, где M_k - непустое множество вершин, а $\Gamma_{k,e}$ - отображение M_k в M_k , зависящее от значения $e \in \{0, 1\}$. Отображение $V = \{V_G, V_M\}$ устанавливает связь между Φ_{AG} и Φ . Так, через V_G обозначим отображение G в $Q \cup Y$, сопоставляющее каждому графу G_k некоторую функцию $z_k = f_k(Z_k)$, $z_k \in Q \cup Y$, а через V_M обозначим отображение M в $X \cup Q$, сопоставляющее каждой вершине $m \in M$ некоторую весовую переменную $z(m)$. Через

V_G^{-1} и V_M^{-1} обозначим соответствующие обратные отображения. Согласно определению модели АГ [1], сопоставим каждой вершине $m \in M_k$ весовую функцию

$$e(m) = \beta(m) \oplus z(m), \quad z(m) = V_M(m),$$

где β - признак инвертирования переменной z , прикрепленный к вершине m ,

и каждому графу G_k - некоторый оператор $G_k(m_k^H)$, вычисляющий значение функции $z_k = f_k(Z_k)$, где $z_k = V_G(G_k)$.

Оператор $G_k(m)$ представляет собой движение по вершинам $m_i \in M$ системы АГ согласно заданным значениям переменных $z \in X$, начиная с вершины $m \in M_k$ графа G и двигаясь дальше из каждой вершины $m_i \in M_k$ в вершину $m_j = \Gamma_k(m_i, e(m_i))$ до выхода из графа в некоторой конечной вершине $m_s \in M_k$, $\Gamma_k(m_s, e(m_s)) = \phi$, определяющей значение оператора $G_k(m) = e(m_s)$. В случае, если m является начальной вершиной графа, обозначаемой m_k^H , то значение оператора $G_k(m_k^H)$ равно значению функции $z_k = V_G(G_k)$ при заданном входном наборе $z \in X$. Если для некоторой вершины $m_i \in M_k$, достигнутой оператором $G_k(m)$, имеет место $z(m_i) \notin X$, производится рекурсивное обращение к оператору $G_i(m_i^H)$, $G_i = V_G(z(m_i))$ с целью вычисления значения $z(m_i)$.

Обозначим через $l(m_i, \rho)$, $\rho \in \{m_j, (0), (1)\}$, $m_i, m_j \in M_k$, путь в системе АГ, представляющий собой упорядоченное подмножество вершин $l \subseteq M$, по которым возможно движение оператора $G_k(m_i)$. Путь, по которому происходит движение оператора $G_k(m_i)$ при заданном входном наборе $z \in X$, называется активизированным.

Обратный оператор $G_k^{-1}(m, \rho)$ решает задачу активизации некоторого пути $l(m, \rho)$. Соответствующие операторам G_k и G_k^{-1} алгоритмы приведены в [5].

Предположим далее, что графы $G_k \in G$ являются каноническими, синтезированными методом суперпозиции из логической сети КС [1]. В этом случае каждой вершине $m \in M_k$ соответствует некоторый путь в древовидной подсхеме КС, заданной функцией $z_k = f_k(z_k), z_k = V_G(G_k)$. Из этого следует, что задачу проверки исправности путей в исходной КС можно привести к задаче проверки исправности вершин на модели АГ.

Рассмотрим класс константных неисправностей типа $e(m) \equiv \alpha$, $\alpha \in \{0, 1\}$, при вершинах $m \in M$. Каждой такой неисправности, обозначаемой $r_\alpha(m)$, соответствует константная неисправность на некотором пути древовидной подсхемы КС, представляемой вершиной m .

Обозначим через $T_\alpha(m)$ тест для проверки неисправности $r_\alpha(m)$, $\alpha \in \{0, 1\}$, а через $T(m) = \{T_0(m), T_1(m)\}$ — парный тест, проверяющий исправность вершины $m \in M$. Пусть

$M_n \subseteq M$ множество вершин графа, для которых парные тесты на текущем шаге синтеза тестов построены. Тесты для обнаружения кратных неисправностей заданной КС построены, если $M_n = M$.

Рассмотрим, далее, определение парных тестов для модели АГ, а также алгоритмы для их построения в случае разных классов КС.

3. Синтез тестов для КС без внутренних разветвлений

Пусть КС составлена из логических элементов так, чтобы выход каждого элемента был соединен только с одним входом другого элемента. При этом первичные входы КС могут быть соединены с произвольным количеством элементов. Такие КС, согласно принятому критерию декомпозиции, представляются единственным деревом с функцией $z_k = f_k(Z_k)$, где $X = Z_k, Y = \{z_k\}, Q = \phi$. Соответствующая модель схемы $\Phi_{AG} = \{G_k, V, Z_k\}$ состоит из единственного альтернативного графа G_k .

Определение I. Тест $T_\alpha(m)$, проверяющий неисправность $\Gamma_{\bar{\alpha}}(m)$ в однографовой модели Φ_{AG} , представляет собой набор значений входных переменных $z \in Z$, активизирующий некоторый начальный путь $l_n^m = l(m_n^H, m)$ и два конечных пути $l_0^m = l(m^0, (0))$ и $l_1^m = l(m^1, (1))$ при значении $z(m) = \beta(m) \oplus \alpha$ так, чтобы выполнялись условия

$$G_k(m_n^H) = \alpha, \quad (1)$$

$$G_k(m^{\bar{\alpha}}) = \bar{\alpha}, \quad (2)$$

где $\Gamma_k^{-1} m_n^H = \phi$, а $m^{\bar{\alpha}} = \Gamma_k(m, \bar{\alpha})$.

Задачу синтеза теста $T_\alpha(m)$, согласно [1], можно сформулировать как задачу решения уравнения:

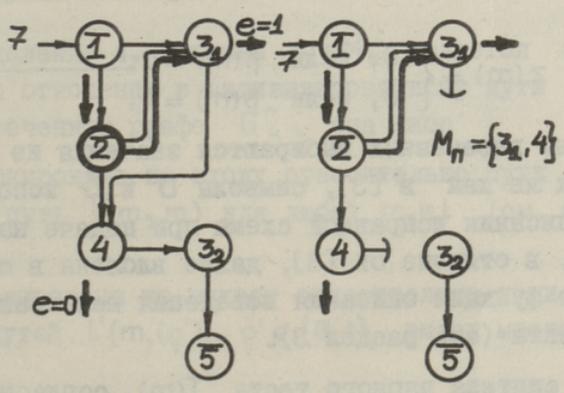
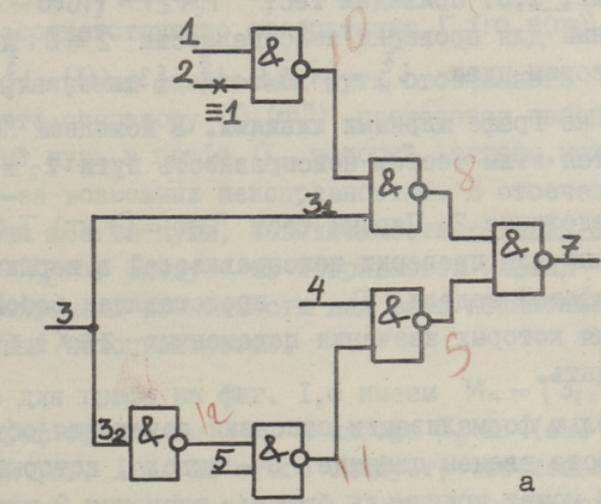
$$G_k^{-1}(m_n^H, m) \wedge G_k^{-1}(m^e, (e)) \Big|_{e \in \{0,1\}} \Big| z(m) = \beta(m) \oplus \alpha = 1. \quad (3)$$

В случае отсутствия неисправностей выполняется условие (1). Появление неисправности $\Gamma_{\bar{\alpha}}(m)$ вызывает изменение значения веса $e(m)$ и движение по пути l_α^m при вы-

полнении оператора $G_k(m^H)$ заменяется движением по пути $l_{\bar{\alpha}}^m$. Следовательно, согласно условию (2) значение оператора $G_k(m^H)$ изменяется

$$T_{\alpha}(m) \& r_{\bar{\alpha}}(m) \rightarrow G(m^H) = \bar{\alpha}, \quad (4)$$

что и требуется для обнаружения неисправности $r_{\bar{\alpha}}(m)$.



Фиг. 1.

Пример I. На фиг. I представлена КС и соответствующая ей АГ G_k . Цифры в вершинах $m \in M_k$, интерпретируемые как веса вершин, представляют индексы j соответствующих весовых переменных $z_j = V_m(m)$, причем они приведены с инверсией, если $\beta(m) = 1$, и без инверсии, если $\beta(m) = 0$. Подындекс-

сы при j предназначены для нумерации элементов множества $V_m^{-1}(z_j)$ и обозначают ветви из соответствующих точек разветвления исходной КС. Введение подындексов позволяет далее на примерах обозначить вершины не через имена, а непосредственно через веса. Дуги направо и вниз реализуют отображение $\Gamma_{k,e}$, соответственно при $e=1$ и $e=0$. На графе (фиг. 1, б) приведен тест $T_0(\bar{z}) = \{1010--\}$, предназначенный для проверки неисправности $\bar{z} \equiv 0$. Активизированные тестом пути $l_n^{\bar{z}} = \{\bar{1}, \bar{2}\}$, $l_i^{\bar{z}} = \{3_1, (1)\}$, $l_0^{\bar{z}} = \{4, (0)\}$ показаны на графе жирными линиями. В исходной КС (фиг. 1, а) проверяется этим тестом неисправность пути $z_2 \equiv 1$.

Определение 2. Парный тест $T(m) = \{T_0(m), T_1(m)\}$, предназначенный для проверки неисправностей в вершине $m \in M_k$ в однографовой модели Φ_{Ag} , представляет собой пару наборов, для которых значения переменных $z \in X \setminus z(m)$ должны совпадать.

С целью формализации описания поведения объекта на парном тесте введем понятие D -символа, который аналогично [3] может принимать булевы значения 0 или 1. Входная переменная $z(m)$ принимает в парном тесте $T(m)$ значение

$$z(m) = \begin{cases} D, & \text{если } \beta(m) = 0, \\ \bar{D}, & \text{если } \beta(m) = 1, \end{cases}$$

для остальных переменных выбираются значения из множества $\{0, 1\}$. Так же как в [3], символы D и \bar{D} используются здесь для описания исправной схемы при подаче на нее двух наборов. Но, в отличие от [3], далее вложена в символы D и \bar{D} также функция описания поведения неисправных модификаций объекта (см. раздел 3).

Задача синтеза парного теста $T(m)$, согласно определению 2 и уравнению (3), сводится к задаче решения уравнения

$$\bigwedge_{\alpha \in \{0,1\}} [G_k^{-1}(m^h, m) \wedge G_k^{-1}(m^e, (e))] \Big|_{D=\alpha} = 1, \quad (5)$$

где значение D задает дополнительное ограничение, при котором производится выполнение операторов G_k^{-1} .

Рассмотрим далее условия, выполнение которых необходимо, чтобы из правильного исхода парного теста $T(m)$ всегда следовала исправность вершины m . Для этого введем сначала некоторые понятия.

Определение 3. Граф G_k преобразуется в отсеченный граф $G_k^n(M_n, T_\alpha(m))$ по отношению множества проверенных вершин M_n и набора теста $T_\alpha(m)$, если в нем удалить все дуги, соответствующие отображению $\Gamma_k(m, \bar{e}(m))$, $m \in M_n$.

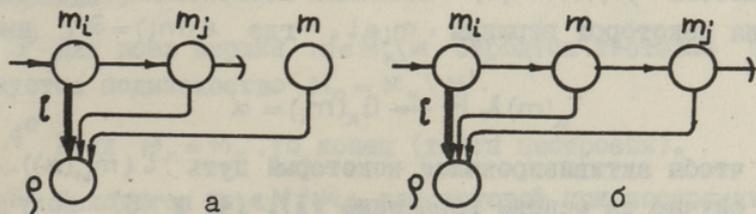
При объяснении физической сути отсеченного графа, напомним, что оператору $G_k(m^H)$ предсказан набором $T_\alpha(m)$ определенный путь в графе G_k , который, однако, может быть искажен из-за возможных неисправностей. В отсеченном графе исключены все те пути, невозможность которых при данном наборе $T_\alpha(m)$ следует из исправности вершин $m \in M_n$. При этом сохранены возможности для всех искажений из-за непроверенных неисправностей.

Пусть для графа на фиг. 1, б имеем $M_n = \{3, 4\}$. Отсеченный граф при таком M_n и наборе $T_0(2)$ (см. пример I) приведен на фиг. 1, в. Из этого следует, что искажение активизированных путей из вершин 3, и 4 соответственно вниз и направо невозможно.

Определение 4. Вершина $m \in M_k$ является недействительной по отношению к активизированному пути $l(m_i, \rho)$, если в отсеченном графе G_k^n , она либо

– блокирована по входу относительно пути l , т.е. отсутствует путь $l'(m_s, m)$ для любой $m_s \in l$ (см. фиг. 2, а);
либо

– блокирована по выходу относительно пути l , т.е. для всех путей $l'(m, \rho')$, $\rho' \in \{0, 1\}$ имеет место $\rho \in l'$ (см. фиг. 2, б).



Фиг. 2.

Заметим, что введенные понятия блокировки вершины по входу и выходу формальны. Физическая суть этих понятий совпадает. В этом легко убедиться, если заметить, что фрагменты графов на фиг. 2,а и 2,б эквивалентны [1] и отличаются лишь перестановкой вершин m и m_j .

Следствие I. Из определения 4 следует, что значение оператора $G_k(m_i)$, определяемое активизированным путем $l(m_i, \rho)$, не изменяется при изменении значения веса $z(m)$ для недействительной относительно l вершины m .

Определение 5. Вершины $m_i, m_j \in M_k$ называются подобными, если $V_m(m_i) = V_m(m_j)$ и $\beta(m_i) = \beta(m_j)$.

Подобными вершинами в графе на фиг. 1,б являются z_1 и z_2 .

Метод синтеза парных тестов для проверки исправности вершин в однографовой модели Φ_{AG} базируется на следующей теореме.

Теорема I. Из положительного исхода парного теста $T(m)$ следует исправность вершины $m \in M_k$ при выполнении следующих условий:

- 1) в графе G_k отсутствуют подобные m вершины или
- 2) все подобные m вершины недействительны относительно путей, активизированных парным тестом $T(m)$.

Доказательство

Для проверки неисправности $r_{\bar{\alpha}}(m)$ предназначен тест $T_{\alpha}(m) \in T(m)$, обеспечивающий выполнение условий (1) и (2). В случае неисправности $r_{\bar{\alpha}}(m)$ выполняется (4) так, чтобы активизировался некоторый путь $l(m^H, (\bar{\alpha}))$. С другой стороны, из-за определенного сочетания других неисправностей $R', |R'|=1, 2, \dots$ возможна компенсация $r_{\bar{\alpha}}(m)$, если для некоторой вершины $m_i \in l$, где $e(m_i) = \bar{\alpha}$, имеет место

$$T_{\alpha}(m) \& R' \rightarrow G_k(m_i) = \alpha \quad (6)$$

так, чтобы активизировался некоторый путь $l'(m_i, (\alpha))$. В этом случае на основе выражений (1), (4) и (6) получим

$$T_{\alpha}(m) \& (R' \cup r_{\alpha}(m)) \rightarrow G_{\kappa}(m^H) = \alpha \quad (7)$$

и, следовательно, неисправность $r_{\alpha}(m)$ не будет обнаружена тестом $T_{\alpha}(m)$. Однако компенсирующие неисправности R' будут обнаружены другим тестом $T_{\alpha}(m) \in T(m)$, если выполняется условие

$$T_{\alpha}(m) \& R' \rightarrow G_{\kappa}(m_i) = \alpha. \quad (8)$$

Предположим обратное, что условие (8) не выполняется. Последнее возможно лишь в том случае, если существует некоторая вершина $m_j \in l'$, подобная вершине m . Но это противоречит первому условию теоремы. Пусть все же существует некоторое подмножество вершин $M'(m) \subset M_{\kappa}$, подобных m . Но из-за условия их недействительности (второе условие теоремы) значение оператора $G_{\kappa}(m_i)$ при изменении значений $z(m)$, $m \in M'(m)$, измениться не может. Следовательно, предположение оказалось неверным и условие (8) всегда выполняется.

Отсюда следует вывод, что парный тест $T(m)$ при выполнении сформулированных условий обязательно обнаруживает или проверяемые неисправности $r_{\alpha}(m)$, $\alpha \in \{0, 1\}$, или соответствующие компенсирующие неисправности R' . Итак, в случае положительного исхода парного теста $T(m)$ вершину m следует считать исправной. Теорема доказана.

Из теоремы I вытекает следующий алгоритм синтеза тестов.

Алгоритм I

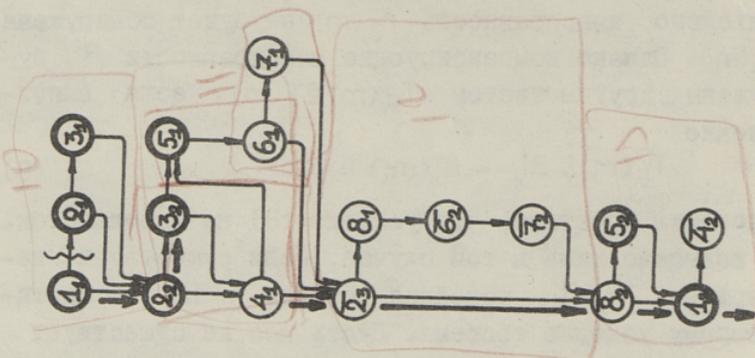
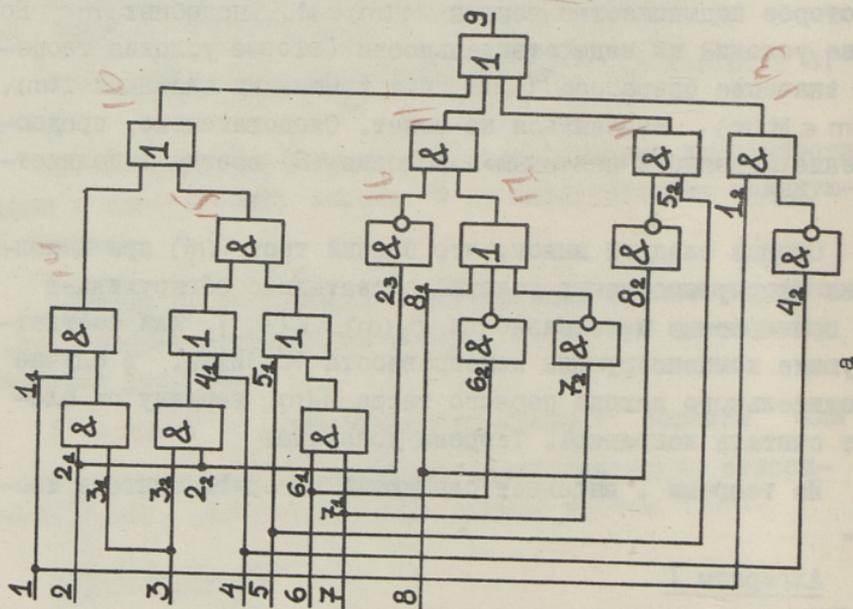
1° Определяется подмножество $M' \subseteq M_{\kappa}$ вершин, имеющих себе подобных.

2° Если $M' = M_{\kappa}$, то синтез тестов по данному алгоритму не возможен (условия теоремы I не выполнены ни для одной вершины).

3° Для всех вершин $m \in M_{\kappa} \setminus M'$ строятся тестовые пары. Образуется подмножество $M_n = M_{\kappa} \setminus M'$.

4° Если $M_n = M_{\kappa}$, то конец (тесты построены).

5° Находится $m_i \in M_{\kappa} \setminus M_n$, для которой при построении $T(m_i)$ выполняются условия недействительности вершин

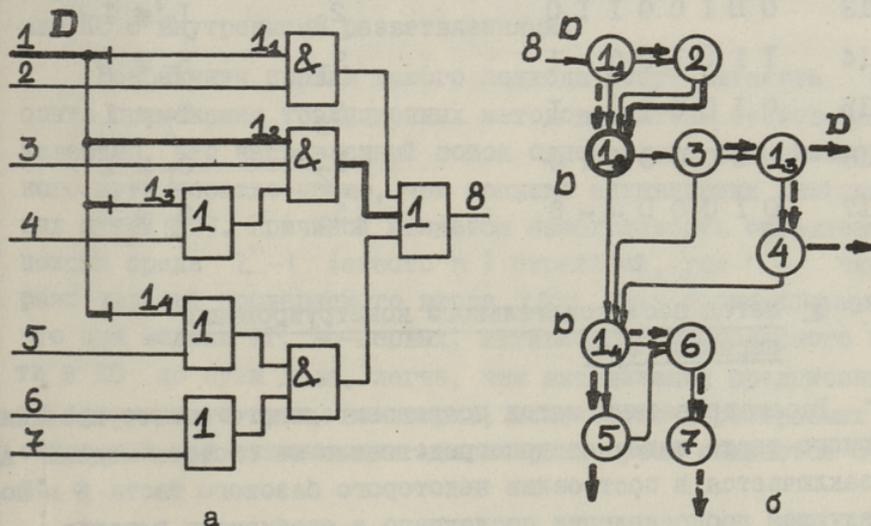


Фиг. 3.

$m_j \in M'(m_i)$ относительно активизируемых путей. M_n доопределяется вершиной m_i . Идти к пункту 4⁰.

6⁰ Если пункт 5⁰ не выполняется из-за отсутствия нужной m_i , то конец (синтез тестов для оставшихся вершин $m_i \in M_k \setminus M_n$ по данному алгоритму невозможен).

Пример 2. Рассмотрим КС (фиг. 3,а), взятую из примера [4], и соответствующую модель АГ (фиг. 3,б). Вершины $m \in M'$ выделены жирными кружками. Ход процесса синтеза тестов по алгоритму I иллюстрирован в таблице I. При этом шаги I-9 выполнены по пункту 3⁰ алгоритма, остальные шаги - по пункту 5⁰. Удалённые дуги в отсеченных графах, существенные при проверке недействительности подобных вершин, показаны в последней графе таблицы. Через D обозначено изменение значения переменной на парном тесте. Парный тест из-за избыточности линии в КС для вершины 2, отсутствует. В I2-ом шаге построен тест $T_1(2_1)$ для проверки неисправности $2_1 \equiv 0$. Активизированные на графе пути для теста $T(3_2)$ (I5-й шаг) показаны на фиг. 4,б жирными линиями. Разрезание дуги при вершине I соответствует отсечённому графу на данном тесте.



Фиг. 4.

№	Входной набор 1 2 3 4 5 6 7 8	Проверяемая вершина	Удаляемая дуга
1	0 1 0 0 1 - - 1	4_1	
2	1 1 0 0 0 0 - 1	$\bar{4}_2$	
3	0 1 1 - 0 0 1 1	6_1	
4	0 0 - 0 0 0 1 0	$\bar{6}_2$	
5	0 1 1 - 0 1 0 1	7_1	
6	0 0 - 0 0 1 0 0	$\bar{7}_2$	
7	0 0 - 0 0 1 1 0	8_1	
8	0 1 0 0 1 - - $\bar{0}$	$\bar{8}_2$	
9	0 $\bar{0}$ 0 0 - - - 1	$\bar{2}_3$	
10	0 1 1 1 0 0 - 1	1_1	$\bar{4}_2 \neq 1$
11	0 1 1 - 0 0 - 1	5_1	$\bar{8}_2 \neq 1$
12	1(1) 1 1 0 0 - 0	$(2_1 \equiv 0)$	
13	0 0 1 0 0 1 1 0	2_2	$1_1^* \neq 1$
14	1 1 0 1 0 0 - 1	3_1	$5_1 \neq 1$
15	0 1 0 0 1 - - 1	3_2	$1_1 \neq 1$
16	0 0 0 0 0 1 1 0	1_2	$3_1 \neq 1$
17	0 1 0 0 0 - - 0	5_2	$3_2 \neq 1$

4. Метод последовательного конструирования парного теста

Рассматриваемый метод последовательного конструирования парного теста вытекает непосредственно из свойств модели АГ и заключается в построении некоторого базового теста и в последующем доопределении последнего к требуемому решению.

Определение 6. Назовем базовым парный тест $\Gamma^*(m) = \{T_0^*(m), T_1^*(m)\}$ для проверки исправности переменной $z(m) \in X$, так чтобы компоненты его $T_\alpha^*(m)$ проверили не-

исправность $r_{\alpha}(m)$ при условии существования кратной неисправности $R_{\alpha}(m) = \{r_{\alpha_i}(m_i) / m_i \in V_m^{-1}(z(m))\}$, где $\alpha_i = \beta(m) \oplus \beta(m_i)$.

По отношению к рассматриваемой однографовой модели исправность вершин $m_i \in V_m^{-1}(z(m))$ будет проверена так или иначе тестами $T(m_i)$ и, следовательно, тест $T^*(m)$ для данного графа самостоятельного значения не имеет. С другой стороны, задача синтеза теста $T^*(m)$ возникает всегда, когда нужно проверить через одни КС другие КС. Следовательно, на решении этой задачи базируется также синтез тестов КС с внутренними разветвлениями.

Решением уравнения (5) при синтезе теста $T(m)$ активизируется всегда одномерный путь в исходной КС. С другой стороны, построение $T^*(m)$ возможно активизацией произвольного многомерного пути в КС. Легко убедиться, что $T(m)$ является всегда и тестом $T^*(m)$, но не каждый $T^*(m)$ представляет собой тест $T(m)$. В этом смысле $T^*(m)$ можно рассматривать как некоторое общее решение, соответствующее доопределение которого может привести к частному решению $T(m)$. Именно такой подход оказывается разумным при синтезе парных тестов КС на модели АГ, в частности, в общем случае КС с внутренними разветвлениями.

Возражения против такого подхода могут вытекать из опыта применения традиционных методов синтеза тестов. Ведь известно, что направленный поиск одномерного активизированного пути гораздо проще, чем попытка активизации многомерных путей [2]. Причиной является необходимость организации поиска среди $2^n - 1$ (сместо n) стратегий, где n — число разветвлений проверяемого входа $z(m)$. Ниже будет показано, что при модели АГ, во-первых, активизация многомерного пути в КС по сути дела, легче, чем активизация предписанного одномерного пути, во-вторых, количество перебираемых стратегий при активизации многомерных путей снижается с 2^{n-1} до n .

Определение 7. Переменная называется нейтрализованной относительно активизированного пути $l(m_i, \rho)$ в графе G_k , если при выполнении оператора $G_k(m_i)$ исход ρ достигается независимо от значения $z(m)$.

Если путь $l(m_i, \rho)$ активизирован при условии значения $z(m) = \alpha$, то нейтрализация переменной $z(m)$ на пути l возможна повторным выполнением оператора $G_k^{-1}(m_i, \rho)$ при условии $z(m) = \bar{\alpha}$. Так, например, двойное выполнение операторов G_k^{-1} при решении уравнения (5) нейтрализует переменную $z(m)$ относительно активизированных путей.

Теорема 2. Для построения базового теста $T^*(m)$ необходимо и достаточно активизировать путь l_n^m с нейтрализацией переменной $z(m)$ и пути $l_\alpha^m, \alpha \in \{0, 1\}$ при условии $D = \alpha$ без нейтрализации $z(m)$.

Доказательство. Необходимость и достаточность активизации некоторого начального пути l_n^m с нейтрализацией переменной $z(m)$ следует из определений I и 6. Поскольку составляющий $T_\alpha^*(m), \alpha \in \{0, 1\}$ базового теста $T^*(m)$ согласно определению 6 рассматривается как тест для проверки неисправности $e(m) \equiv \bar{\alpha}$ при дополнительном условии $z(m) \equiv \beta(m) \oplus \bar{\alpha}$, то активизацию пути l_α^m , срабатывающего согласно определению I в присутствии неисправности, необходимо провести при значении $z(m) = \beta(m) \oplus \bar{\alpha}$. Это достаточно, так как, с другой стороны, при тесте $T_\alpha^*(m)$, проверяющем неисправность $z(m) \equiv \beta(m) \oplus \alpha$, путь l_α^m сработает в случае отсутствия неисправности и, следовательно, его активизация должна быть проведена также при условии $z(m) = \beta(m) \oplus \bar{\alpha}$. Итак, согласно определению D значение $D = z(m) \oplus \beta(m) = \alpha$ на путях l_α^m , где $\alpha \in \{0, 1\}$ постоянно, и поэтому нейтрализация $z(m)$ на этих путях не требуется. Теорема доказана.

Обратим внимание на функции символа $D(\bar{D})$ при парном тесте $T^*(m)$. На конечных путях $l_\alpha^m, \alpha \in \{0, 1\}$ символ $D(\bar{D})$ описывает исправный объект при тесте $T_\alpha(m)$ и неисправный — при тесте $T_{\bar{\alpha}}(m)$. В вершинах начального пути l_n^m символ $D(\bar{D})$ описывает только исправный объект.

Модифицируя уравнение (5) согласно теореме 2 к виду

$$\bigwedge_{\alpha \in \{0, 1\}} [G_k^{-1}(m^H, m) G_k^{-1}(m^\alpha, (\alpha))] \Big|_{D = \alpha} = 1, \quad (9)$$

получим следующее следствие.

Следствие 2. Синтез базового теста $T^*(m)$ для вершины $m \in M_n$ сводится к двойному выполнению оператора $G_k^{-1}(m^H, (\alpha))$

при условии прохода вершины m и при значении $D = \alpha$, $\alpha \in \{0, 1\}$.

Далее, из теоремы 2, а также из сравнения уравнений (5) и (9), вытекает следующий результат.

Следствие 3. Парный тест $T(m)$ для проверки вершины $m \in M_k$ в графе G_k образуется доопределением базового теста $T^*(m)$ дополнительной нейтрализацией переменной $z(m)$ на путях l_{α}^m , $\alpha \in \{0, 1\}$, активизированных тестом $T^*(m)$. В случае, если $|V_m^{-1}(z(m))| = 1$, $T^*(m) \equiv T(m)$.

На теореме 2 и следствиях 2, 3 базируется идея метода последовательного конструирования парного теста. Интересным является здесь то, что сначала решается задача, традиционно считавшаяся более сложной – активизация многомерного пути, затем только полученное решение доопределяется до получения одномерного пути. Объясняется это тем, что в случае модели АГ, согласно следствиям 2 и 3, активизация многомерного пути КС, наоборот, оказывается проще, чем активизация одномерного пути.

Рассмотрим подробнее вопрос размерности активизированного многомерного пути КС, получаемого при решении уравнений (5) и (9).

Определение 8. Вершина $m \in M_k$, где $e(m) = \alpha$, нейтрализована относительно активизированного пути $l(m_i, \rho)$, если либо она не достижима оператором $G_k(m_i)$ при $e(m) = \bar{\alpha}$, либо активизирован некоторый путь $l'(m^{\bar{\alpha}}, \rho')$, где $\rho' \in l$.

Нейтрализация вершины m на пути $l(m_i, \rho)$, очевидно, не всегда приводит к нейтрализации переменной $z(m)$ на этом пути. С другой стороны, из определений 7 и 8 следует, что нейтрализация переменной $z(m)$ на пути $l(m_i, \rho)$ приводит к нейтрализации всех вершин

$$m_j \in M(e) = V_m^{-1}(z(m)) \cap \hat{\Gamma}_k m_i \cap \hat{\Gamma}_k^{-1} \rho \quad (10)$$

относительно пути $l(m_i, \rho)$, где $\hat{\Gamma}_k^{-1} \rho = \phi$, если $\rho \in \{0, 1\}$.

Теорема 3. Размерность активизированного многомерного пути в исходной КС при синтезе теста $T^*(m)$ равна $n' = s + 1$, где s – число вершин $m_i \in V_m^{-1}(z(m))$, которые не нейтрализованы на конечных путях l_0^m и l_1^m .

Доказательство. Исходим из того, что активизацию $(s+1)$ -мерного пути в исходной КС можно всегда рассматривать как создание условия для проверки совместно действующей $(s+1)$ -кратной неисправности. Активизация путей l_0^m и l_1^m через вершины $m_i \in M' = V_M^{-1}(z(m)) \cap (l_0^m \cup l_1^m)$ при синтезе теста $T^*(m)$ для вершины m проведена согласно теореме 2 при условии действия кратной неисправности во всех вершинах $m_i \in M'$. При нейтрализации вершины $m_j \in M'$ указанное условие для нее, согласно определению 8, становится несущественным. Следовательно, если $s \leq |M'|$ — число вершин, которые не нейтрализованы на путях l_0^m и l_1^m , то согласно условиям активизации путей l_0^m и l_1^m тест $T^*(m)$ чувствителен только к совместному влиянию $(s+1)$ -кратной неисправности, действующей в подмножестве вершин $m \cup M''$, где $M'' \subseteq M'$. Теорема доказана.

Максимальная возможная размерность активизируемого многомерного пути в КС при синтезе теста $T^*(m_j)$ для переменной $z(m)$, где вершина $m_j \in V_M^{-1}(z(m))$ не определена, очевидно, $n = |V_M^{-1}(z(m))|$. Нейтрализация каждой вершины $m_i \in V_M^{-1}(z(m))$ снижает размерность пути на единицу. Поскольку синтез теста $T^*(m_j)$ для $z(m)$ может быть проведен относительно любой вершины $m_j \in V_M^{-1}(z(m))$, то из этого следует возможность выбора среди n стратегий так, чтобы каждая из этих стратегий $S(m_j)$ базировалась на попытке активизации некоторого начального пути l_n оператором $G_K^{-1}(m^n, m_j)$. Выбранной стратегии соответствует однозначно верхняя граница размерности активизируемого многомерного пути в КС: $n'_{\max} = n - |M(l_n)|$. Фактически достигаемая размерность $n' \leq n'_{\max}$ является случайной величиной и не отражается при постановке задачи активизации конечных путей.

Заметим, что при построении теста $T^*(m)$ по алгоритмам, вытекающим из теоремы 2 или следствия 2, значение размерности n' может быть определено либо полностью, либо частично. В первом случае значение n' может быть определено при помощи n'_{\max} -кратного выполнения оператора G_K . Во втором случае существует некоторый активизированный многомерный подпуть в КС с размерностью $n'' \geq 1$, допускающий доопределение либо в направлении увеличения n'' , либо в сохранении его значения постоянным, если это возможно. Прак-

тически представляет интерес только доопределение теста $T^*(m)$ в направлении сохранения значения n'' . Ведь если $T^*(m)$ предназначен для проверки $z(m)$, размерность активизированного пути не имеет значения и тест T_m^* может быть доопределен (если это нужно или возможно) любым способом. Если $T^*(m)$ является промежуточным результатом синтеза теста $T(m)$, то как проверка выполнения $n^1=1$, так и доопределение $T^*(m)$ с сохранением условия $n''=1$ совмещаются в процедуре, вытекающей из следствия 3.

Учитывая то, что согласно определению любой путь l в модели АГ является одномерным, и суммируя проведенные выше обсуждения, можно утверждать следующее.

Следствие 4. Активизация многомерного пути в исходной КС при построении теста $T^*(m)$ сводится всегда к активизации одномерного пути в АГ, состоящего из четырех частей, согласно уравнению (9). Доопределение $T^*(m)$ до активизации одномерного пути в КС для получения теста $T(m)$ сводится к активизации дополнительного одномерного пути в АГ, состоящего из двух частей, согласно следствию (3).

Пример 3. Рассмотрим КС и соответствующий ей АГ на фиг. 4, на котором иллюстрирован двухэтапный синтез тестов $T^*(1_2)$ и $T(1_2)$. Для синтеза $T^*(1_2)$ активизируются в АГ пути $l_1 = \{1_1, 2, 1_2\}$, $l_2 = \{3, 1_3, 1\}$ при $D=1$ и пути $l_3 = \{1_1, 1_2\}$, $l_4 = \{1_4, 5, 0\}$ при $D=0$ (см. жирные линии на фиг. 4, б). Получим $T^*(1_2) = \{D01-0--\}$. Доопределение $T^*(1_2)$ до $T(1_2)$ производится активизацией дополнительных путей $l_5 = \{1_3, 4, 1\}$ при $D=0$ и $l_6 = \{1_4, 6, 7, 0\}$ при $D=1$ (см. пунктирные линии). Полученный тест $T(1_2) = \{D011000\}$ активизирует одномерный путь в исходной КС (фиг. 4, а) по ветви 1_2 , показанный жирными линиями. При доопределении $T^*(1_2)$ значениями $4=0$ и $6=1$ активизировался бы многомерный путь в КС, проверяющий кратную неисправность в вершине 1_2 и в нейтрализованных вершинах $1_3, 1_4$ (соответственно на ветвях $1_2, 1_3$ и 1_4 КС). Нейтрализованность вершины 1_1 (блокированность пути 1_1 в КС) определена априорно выбором стратегии $C(1_2)$ для синтеза базового теста.

5. Синтез тестов в общем случае КС

Переходим к рассмотрению общего случая КС с внутренними разветвлениями. Такие КС, декомпозируемые в множество деревьев, представляются в виде системы АГ, так чтобы каждому дереву соответствовал определенный граф. Пусть граф G_0 из этой системы описывает выходное дерево КС, так чтобы $V_G(G_0) = z$ и $z \in Y$. Для каждой вершины $m \in M_0$, $z(m) \notin X$, представляющей некоторую внутреннюю ветвь КС, сопоставлен другой граф $G_k = V_G^{-1}(z(m))$, описывающий дерево с выходной переменной $z(m)$.

Определение 9. Подмножество упорядоченных вершин $M_{\alpha} = \{m_0, m_1, \dots, m_n\} \subset M$, определяемое следующим образом:

$$m_0 \in M_0; m_i \in M_i, i: G_i = V_G^{-1}(z(m_{i-1})), i = \overline{1, n},$$

образует цепь вершин.

Для полной цепи имеем:

$$V_G(G_0) \in Y, z(m_n) \in X; \quad (II)$$

$$\forall i = \overline{1, n-1}: z(m_i) \notin X. \quad (I2)$$

Каждой полной цепи вершин соответствует некоторый путь в исходной КС от входного полюса до выхода. Для неполной цепи условие (II) не выполнено. Тривиальная цепь включает единственную вершину. Так, например, в однографовой модели Φ_{AG} все цепи являются полными и тривиальными.

Рассмотрим процесс построения парного теста $T(m_0)$ для вершин $m_0 \in M_0$ в графе $G_0 \in G$. Если $z(m_0) \in X$, то синтез теста сводится к решению уравнения (5), как в случае однографовой модели КС. Отличием является только то, что при выполнении операторов G_0^{-1} производится в общем случае обращение и к другим графам $G_k \in G$ [I]. Если $z(m_0) \notin X$, то тест $T(m_0)$ непосредственно нереализуем, так как значения

$D \in \{0, 1\}$ для $z(m_0)$ можно обеспечить только активизацией соответствующих путей $l(m_1^H, (D))$ в графе $G_1 = V_G^{-1}(z(m_0))$. А это эквивалентно задаче синтеза парного теста $T(m_1)$ для некоторой вершины $m_1 \in M_1$ в графе G_1 . Вершины m_0 и m_1 образуют цепь $M_{\alpha} = \{m_0, m_1\}$, а тесты $T(m_0)$ и $T(m_1)$ составляют совместный парный тест $T(M_{\alpha})$ для одновременной проверки вершин цепи M_{α} . Если $z(m_1) \in X$, то цепь является полной, а

тест $T(M_{\alpha})$ непосредственно реализуемым. В противном случае процесс образования цепи итеративно нужно продолжать. Из вышесказанного вытекает следующее определение для парного теста $T(M_{\alpha})$ в общем случае КС.

Определение 10. Парный тест $T(M_{\alpha})$, предназначенный для проверки цепи $M_{\alpha} \{m_0, m_1, \dots, m_n\}$, состоит из двух тестов -

$T_{\alpha}(M_{\alpha})$, $\alpha \in \{0, 1\}$, проверяющих неисправности $\Gamma_{\bar{\alpha}_i}(m_i)$, $m_i \in M_{\alpha}$, где $\alpha_0 = \alpha$, $\forall i = \overline{1, n} : \alpha_i = \alpha_{i-1} \oplus \beta(m_{i-1})$, и представляющих собой наборы совпадающих значений входных переменных $z \in X \setminus z(m_n)$, которые активизируют два множества путей $\{l_{i,n}^{m_i}, l_{i,0}^{m_i}, l_{i,i}^{m_i}\}$, $i = \overline{0, n}$, при условиях $z(m_i) = \beta(m_i) \oplus \alpha_i$, $\alpha \in \{0, 1\}$, так чтобы выполнялись условия

$$G_i(m^H) = \alpha_i, \quad (I3)$$

$$G_i(m_{\bar{\alpha}_i}^{\bar{\alpha}_i}) = \bar{\alpha}_i. \quad (I4)$$

Аналогично (5) задачу синтеза теста $T(M_{\alpha})$ можно сформулировать в виде задачи решения уравнения

$$\bigwedge_{\alpha \in \{0, 1\}} \left[\bigwedge_{i = \overline{0, n}} G_i^{-1}(m^H, m_i) \bigwedge_{e \in \{0, 1\}} G_i^{-1}(m_i^e, (e)) \right] \Big|_{D = \alpha} = 1, \quad (I5)$$

где

$$z(m_i) = \begin{cases} D, & \text{если } \alpha_i = 0, \\ \bar{D}, & \text{если } \alpha_i = 1 \end{cases}$$

и

$$\alpha_0 = \beta(m_0), \forall i = \overline{1, n} : \alpha_i = \alpha_{i-1} \oplus \beta(m_{i-1}).$$

Получаемое решение уравнения (I5) соответствует активизации одномерного пути в исходной КС.

Рассмотрим далее условия, выполнение которых необходимо, чтобы из правильного исхода парного теста $T(M_{\alpha})$ следовала исправность вершин цепи M_{α} .

Определение 11. Назовем приведением цепи $M_{\alpha} = \{m_k, m_{k+1}, \dots, m_n\}$ последовательную суперпозицию [I] вершин $m_{i-1} \in M_{\alpha}$ графами G_i , $i = \overline{n, k+1}$. В результирующем графе G'_k цепь M_{α} приводится к единственной вершине m_n с весовой переменной $z(m_n)$ и признаком

$$\beta(m_n) = \bigoplus_{i = \overline{k, n}} \beta(m_i). \quad (I6)$$

Определение I2. Вершины $m_k \in M_{\bar{u}} = \{m_0, m_1, \dots, m_n\}$ и $m_l \notin M_{\bar{u}}, m_l \in M_{\bar{h}}, h = \overline{0, k}$, являются подобными в системе АГ согласно определению 5, если существует цепь

$$M_{\bar{u}}^l = \{m_i, \dots, m_j\}, m_j \in M_i, i = \overline{k, n},$$

где

$$z = z(m_i) = z(m_j), \quad (I7)$$

$$\bigoplus_{s=\overline{k, n}} \beta(m_s) = \bigoplus_{m \in M_{\bar{u}}^l} \beta(m), \quad (I8)$$

Такие вершины называются подобными относительно переменной $z \in Z$. Очевидно, одни и те же вершины могут быть подобными относительно нескольких переменных.

Теорема 4. Из положительного исхода парного теста $T(M_{\bar{u}})$ для цепи $M_{\bar{u}} = \{m_0, m_1, \dots, m_n\}$ следует исправность вершины $m_k \in M_{\bar{u}}$ при выполнении следующих условий: 1) в графах $G_i, i = \overline{0, k}$, отсутствуют подобные m_k вершины относительно переменных $z(m_j), j = \overline{k, n}$, или 2) все существующие подобные вершины недействительны относительно путей, активизированных в графах $G_i, i = \overline{0, k}$, тестом $T(M_{\bar{u}})$.

Доказательство. Исследование компенсации неисправностей производим последовательно в графах $G_k, G_{k-1}, G_{k-2}, \dots, G_0$, где графы $G_i^1, i = \overline{k-1, 0}$, получены последовательным приведением цепи $M_{\bar{u}}$. Доказательство теоремы для каждого графа аналогично доказательству теоремы I.

Обозначим через $\hat{G}_k \in G$ подсистему АГ, содержащую все графы $G_i \in G$, достижимые оператором $G_k(m^H)$. Поиск подобных вершин для парного теста $T(M_{\bar{u}}), M_{\bar{u}} = \{m_0, m_1, \dots, m_n\}$ с целью проверки условий теоремы 4 алгоритмически прост и сводится согласно определению I2 к анализу подсистем $\hat{G}_i, i = \overline{0, k}$, относительно переменных $z(m_j), j = \overline{k, n}$, где $k = \overline{0, n}$.

Рассмотрим теперь возможность последовательного конструирования парного теста в общем случае КС. Такой подход целесообразен, если тест по одномерному пути исходной КС для всех вершин $m_i \in M_{\bar{u}}$ отсутствует, но можно выделить подмножество $M'_{\bar{u}} \subset M_{\bar{u}}$ вершин, проверка которых возможна по многомерному пути КС.

Поставим задачу синтеза теста $T(M_{\bar{u}}/M'_{\bar{u}})$, где $M'_{\bar{u}} \in M_{\bar{u}}$ — подмножество вершин цепи $M_{\bar{u}} = \{m_0, m_1, \dots, m_n\}, z(m_n) \in X$,

проверка которых требуется. Если $M'_u = \phi$, то необходимо проверить входную переменную $z(m_n)$ по произвольному многомерному пути исходной КС. Такой тест $T^*(M_u) = T(M_u/\phi)$ назовем согласно определению 6 базовым.

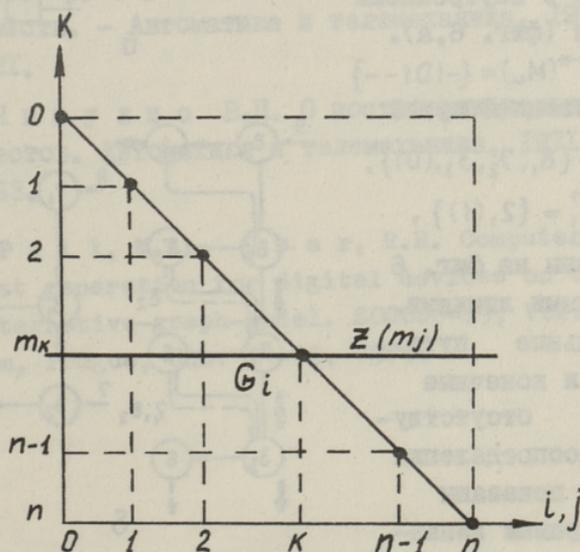
Используя аналогичные рассуждения, как в случае однографовой модели, приводим уравнение (I5) к следующему виду:

$$\bigwedge_{\alpha \in \{0,1\}} \bigwedge_{i=\overline{0,n}} [G_i^{-1}(m_i^H, m_i) G_i^{-1}(m_i^\alpha, (\alpha))] \Big|_{D=\alpha \oplus \alpha_i} = 1, \quad (I9)$$

где $\alpha_0 = \beta(m_0)$, $\forall i=\overline{1,n}: \alpha_i = \alpha_{i-1} \oplus \beta(m_i)$.

Решением уравнения (I9) является базовый тест $T^*(M_u)$. Алгоритически синтез теста $T^*(M_u)$ согласно (I9) сводится к $2(n+1)$ -кратному выполнению оператора $G_i^{-1}(m_i^H, (\alpha))$ при условии прохода вершины m_i и значения $D = \alpha \oplus \alpha_i, \alpha \in \{0,1\}, i = \overline{0,n}$.

Тесрема 5. Парный тест $T(M_u/m_\kappa)$ для проверки вершины $m_\kappa \in M_u$ в цепи $M_u = \{m_0, m_1, \dots, m_n\}$ в системе АГ образуется доопределением базового теста $T^*(M_u)$ при помощи нейтрализации переменных $z(m_j), j = \overline{\kappa, n}$, на путях $l_\alpha^{m_i}, \alpha \in \{0,1\}, i = \overline{0, \kappa}$, активизированных тестом $T^*(M_u)$.



Фиг. 5.

Доказательство теоремы базируется на сравнении уравнений (I5) и (I9), а также на анализе условий срабатывания путей $l_{\alpha}^{m_i}$, $\alpha \in \{0,1\}$, $i = \overline{0,n}$, аналогично теореме 2.

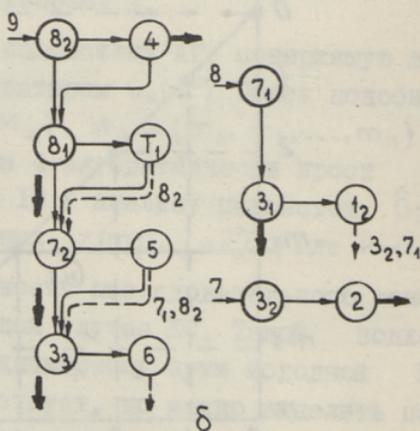
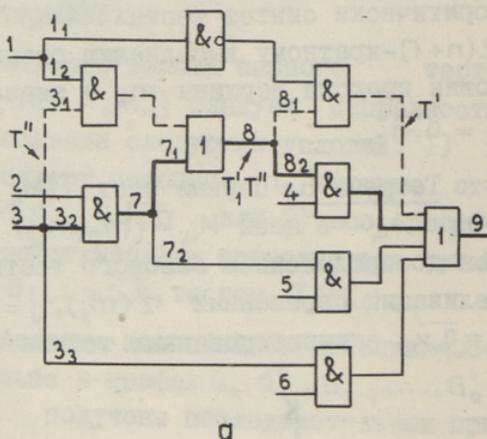
Результат теоремы обобщен в виде графики на фиг. 5, где показано, какие переменные $z(m_j)$, в каких графах G_i необходимо нейтрализовать с целью проверки вершины $m_k \in M_k$, $i, j, k = \overline{0,n}$. Область над диагональю покрывает множество нейтрализуемых переменных, область под диагональю — множество обрабатываемых графов. Уровни k соответствуют проверяемым вершинам и, пересекая области G_i и $z(m_j)$, характеризуют работу, связанную с доопределением базового теста. В зависимости от степени противоречивости решаемых задач, нижней и верхней границами числа парных тастов при проверке цепи M_{α} являются соответственно 1 и $n+1$.

Пример 4. Рассмотрим синтез теста $T(M_{\alpha})$ для цепи $M_{\alpha} = \{8_2, 7_1, 3_2\}$ в системе АГ (фиг. 6,б), соответствующей КС с внутренними разветвлениями (фиг. 6,а). Базовый тест $T^*(M_{\alpha}) = \{-1D1--\}$ получен активизацией путей

$l_1^9 = \{4, (1)\}$, $l_0^9 = \{8_1, 7_2, 3_3, (0)\}$,
 $l_0^8 = \{3_1, (0)\}$, $l_1^7 = \{2, (1)\}$,

которые показаны на фиг. 6 жирными сплошными линиями.

При этом начальные пути l_n^9, l_n^8, l_n^7 и конечные пути l_1^8, l_0^7 отсутствуют. Требуемые доопределения базового теста показаны жирными пунктирными линиями. Приведенные при этом цифры указывают, при про-



Фиг. 6.

верке какой вершины данная нейтрализация требуется. Из-за противоречивости требований нейтрализации (при вершинах $\bar{1}_1$ и 1_2) данная цепь проверяется двумя парными тестами:

$$T'(M_{ц}/\{3_2, 7_1\}) = \{01D100\} \text{ и } T''(M_{ц}/8_2) = \{11D100\}.$$

Активизированные тестами T' и T'' многомерные пути выделены особо также на схеме фиг. 6, а. Из положительного исхода тестов T' и T'' следует исправность цепи, если подобные вершины ($8_1, 7_2, 3_3$) для 8_2 , ($8_1, 7_2, 3_3, 3_1$) для 7_1 и 3_2 являются недействительными. Для этого необходимо заранее убедиться в исправном состоянии вершин $\bar{1}_1$, $5, 6$ и 1_2 .

Л и т е р а т у р а

1. У б а р Р. Описание цифровых устройств моделью альтернативных графов. - См. наст. сб., с. II-33.

2. Ч ж е н Г., М э н н и н г Е., М е т ц Г. Диагностика отказов цифровых вычислительных систем. - М., Мир, 1972. 232 с.

3. Б и р г е р А.Г., Г у р в и ч Е.Т., К у з н е ц о в С.С. Проверка кратных неисправностей комбинационных устройств. - Автоматика и телемеханика, 1975, № 8, с. II3-II1.

4. Ч и п у л и с В.П. О построении полных контролируемых тестов. Автоматика и телемеханика, 1971, № II, с. I59-I63.

5. P a l l, M.A., U b a r, R.R. Computer-aided module-level test generation for digital devices on the basis of their alternative-graph-model. SOCOCO-79, Vol. 1. IFAC/IFIP symposium, Prague, Jun. 11-15, 1979.

Bestimmung von Testspaaren für
kombinatorische Schaltungen

Zusammenfassung

Ein neues Verfahren zur Testerzeugung für die Diagnose der mehrfachen Fehler in kombinatorischen Schaltungen wird gegeben. Die Modelldarstellung der Schaltung wird in Form der alternativen Graphen durchgeführt. Dabei reduziert sich die traditionelle Aufgabe der Aktivisierung mehrdimensionaler Pfade in der gegebenen Schaltung zur Aufgabe der Aktivisierung eindimensionaler Pfade in dem alternativen Graph. Die Testerzeugung besteht aus zwei Etappen.

ОПИСАНИЕ ПОСТОЯННЫХ НЕИСПРАВНОСТЕЙ ЦВМ

При решении задач диагноза дискретных устройств применяются разные модели постоянных неисправностей. Естественно предполагать, что эффективность решения этих задач зависит от выбора модели неисправности. В данной статье рассматривается обобщенная модель постоянных неисправностей, на основе которой определяется описание неисправностей на многоуровневой модели ЦВМ, а также классифицируются наиболее распространенные модели неисправностей.

Описание ЦВМ

Вопросы выбора модели ЦВМ для решения задач диагностики рассмотрены в [1]. Приведем здесь кратко основные обозначения, которые будут использованы далее.

Процессор [2] описывается в [1] ориентированным графом $G = (V, \Gamma)$, где V – множество вершин графа, а $\Gamma: V \rightarrow V$. Здесь $V = Z \cup A \cup C$, где Z – множество переменных; A – множество информационных операторов и C – множество управляющих операторов. При этом

$$(\forall z \in Z)[(\Gamma z \notin Z) \& (\Gamma^{-1} z \notin Z)], (\forall a \in A)[(\Gamma a \in Z) \& (\Gamma^{-1} a \in Z \cup C)], \\ (\forall c \in C)[(\Gamma c \in A) \& (\Gamma^{-1} c \in Z \cup \emptyset)].$$

Состояние процессора, определенное на Z , обозначено через S . Значение входных переменных управляющих операторов называется управляющим словом w , а последовательность управляющих слов – программой $p, p \in P$, где P – множество программ.

При исследовании описания неисправностей далее используется граф связей переменных $K = (Z, F)$, где $F: Z \rightarrow Z$. Определяем F следующим образом: $(\forall z_j \in F z_i)[(\exists a_k \in A) \& (z_i \in \Gamma^{-1} a_k) \& (z_j \in \Gamma a_k) \vee (\exists c_e \in C) \& (\exists a_k \in A) \& (z_i \in \Gamma^{-1} c_e) \& (a_k \in \Gamma c_e) \& (z_j \in \Gamma a_k)]$.

Функционирование процессора (процесс) описывается последовательностью состояний $S_i \rightarrow S_{i+1} \rightarrow \dots \rightarrow S_j$, или, короче, $\vec{S}_l, l = \overline{i, j}$. При этом предполагается, что во время выполнения одного перехода на графе G циклы не проходятся.

При описании ЦВМ используется общая структура многоуровневого процессора, приведенная в [2]. Согласно [2] можно процессор уровня $\gamma + 1, \gamma = \overline{1, n}$, рассматривать как функцию от процессора и программы уровня γ , т.е.

$$G^{\gamma+1} = f(G^\gamma, P^\gamma), \gamma = \overline{1, n}.$$

При этом $a_k^{\gamma+1} = f(G_k^\gamma, p_k^\gamma)$ и $Z^{\gamma+1} \subset Z^\gamma$.

Общий вид описания неисправности

Для обеспечения универсальности модели неисправности определяем само понятие неисправности через понятия процессора и процесса.

Определение I.

Некоторый дефект процессора называется неисправностью γ тогда и только тогда, когда на исправном процессоре можно определить хотя бы один переход состояний $S \rightarrow S_j$, который при наличии этого дефекта выполняется в виде $S_i \rightarrow S_j^*, S_j^* \neq S_j$.

Разность состояний S_j и S_j^* называется искажением состояния S_j и обозначается далее через $dS_j, dS_j = S_j \oplus S_j^*$.

Рассмотрим сначала описание неисправности γ при переходе $S_i \rightarrow S_j \oplus dS_j$. Разделим dS на первичное искажение dS_1 , вызванное непосредственно влиянием неисправности, и вторичное искажение dS_2 , вызванное распространением влияния неисправности на исправные части процессора, т.е.

$$dS = dS_1 \cup dS_2, dS_1 \cap dS_2 = \emptyset, dS \neq \emptyset \Leftrightarrow dS_1 \neq \emptyset.$$

Определяем dS_1 как минимальное подмножество dS такое, что при фиксировании dS_1 можно определить dS_2 как функцию от процессора, состояния S_i и искажения dS_1j , т.е. $dS_2 = f(G, S_i, dS_1j)$, а при исключении из dS_1j любого его компонента сделать это невозможно. Сама dS_1j определяется как функция от процессора, состояния S_i и неисправности γ , т.е. $dS_1j = f(G, S_i, \gamma)$. Очевидно, что для описания влияния неисправности γ на ход процесса достаточно задавать dS_1 и условия его выявления. При этом необходимо учитывать, что в общем случае на графе K могут возникнуть из-за неисправ-

ности дополнительные связи. Предполагаем, что их можно описать графом M дополнительных связей в виде $M = (Z, H), H: Z \rightarrow Z$, где H определено следующим образом: $z_j \in H z_i$, если из-за неисправности значение переменной z_j зависит от значения переменной z_i и $z_j \notin F z_i$.

Утверждение I.

Для выявления первичного искажения dS_i при переходе $S_i \rightarrow S_j$ достаточно задавать $S_{q_i} \subset S_i$, которое определено на Z_q , $Z_q = Z_d \cup F^{-1} Z_d \cup H^{-1} Z_d$, где Z_d — область определения dS_i .

Доказательство.

Предполагаем, что выявление dS_i зависит от значения некоторой $z_k \notin Z_q$. В таком случае имеется и некоторая $z_l \in F z_k \cup H z_k$, значение которой искажается, но по определению dS_i она входит в Z_d , и, следовательно, $z_k \in Z_q$. В случае, если такого z_l не найдется, можно значения всех $z \in F z_k \cup H z_k$ найти на основе модели исправного процессора, и задавать значения переменной z_k при описании неисправности r нет необходимости.

Таким образом, для описания r при переходе $S_i \rightarrow S_j$ достаточно задавать пару (S_{q_i}, dS_i) . В общем случае неисправность выявляется при множестве переходов i , следовательно, описывается в виде

$$r = \{S_q, dS_i\}. \quad (I)$$

Выражение (I) получено при предположении, что влияние неисправности r описывается полностью на множестве Z .

Предполагаем, что описание неисправности задано на множестве переменных Z^Y в виде пары (S_q^Y, dS_i^Y) и требуется найти ее описание на некотором подмножестве $Z^{Y+1} \subset Z^Y$. Обозначим через dS_i^{Y+1} минимальное искажение значений переменных $z \in Z^{Y+1}$, при определении которого можно найти полное искажение dS_i^{Y+1} при помощи модели исправного процессора, а через S_q^{Y+1} — минимальное подмножество состояния S^{Y+1} , определение которого достаточно для выявления dS_i^{Y+1} . Нетрудно видеть, что dS_i^{Y+1} можно описать на подмножестве $Z_d^{Y+1} \subset Z^{Y+1}$ таким, чтобы переменные $z \in Z_d^{Y+1}$ отрезали бы все возможные пути распространения dS_i^Y при минимальной длине этих путей. Для выявления dS_i^{Y+1} необходимо определить S_q^{Y+1} на $Z_q^{Y+1} \subset Z^{Y+1}$ таким, чтобы

переменные $z \in Z_q^{\gamma+1}$ отрезали бы все входящие в Z_q^γ и $Z_d^{\gamma+1}$ пути при минимальной длине этих путей. Для нахождения $Z_d^{\gamma+1}$ и $Z_q^{\gamma+1}$ определяем соответствия $\mathcal{F}_1: Z^\gamma \rightarrow Z^{\gamma+1}$ и $\mathcal{F}_2: Z^\gamma \rightarrow Z^{\gamma+1}$, которые сопоставляют каждой $z_k \in Z^\gamma$ в соответствие множества переменных $z \in Z^{\gamma+1}$, которые отрезают все выходящие из z_k (при \mathcal{F}_1) или входящие в z_k (при \mathcal{F}_2) пути при минимальной длине этих путей. Соответствия $\mathcal{F}_1(X^\circ) = X_B$ и $\mathcal{F}_2(X^\circ) = X_B$, где $X^\circ \subset Z^\gamma$ и $X_B \subset Z^{\gamma+1}$ определены в виде следующего алгоритма:

1. $i := 0$, $X_B^\circ = X^\circ \cap Z^{\gamma+1}$, $X_A^\circ = X^\circ \setminus X_B^\circ$, $X_B = X_B^\circ$.
 2. $X^{i+1} := F^\eta X_A^i$, $X_B^{i+1} := X^{i+1} \cap Z^{\gamma+1}$, $X_A^{i+1} := X^{i+1} \setminus X_B^{i+1}$,
- где $\eta = 1$ при \mathcal{F}_1 и $\eta = -1$ при \mathcal{F}_2 .
3. $X_B := X_B \cup X_B^{i+1}$.
 4. Если $X_A^{i+1} = \emptyset$, то конец.
 5. $i := i + 1$, выполнять 2.

Теперь можно записать:

$$Z_d^{\gamma+1} = \mathcal{F}_1(Z_d^\gamma), \quad (2)$$

$$Z_q^{\gamma+1} = \mathcal{F}_2(Z_q^\gamma) \cup \mathcal{F}_2(F^{-1}(Z_d^{\gamma+1} \setminus Z_q^\gamma)). \quad (3)$$

Из ограничения $Z^{\gamma+1} \subset Z^\gamma$ вытекают следующие возможности удовлетворения условий (2) и (3) при выполнении одного перехода $S_l^\gamma \rightarrow S_j^{\gamma+1}$:

- 1) условия (2) и (3) можно выполнять полностью;
- 2) условия (2) и (или) (3) можно выполнять частично, т.е. можно определить некоторые $Z_{d*}^{\gamma+1} \subset Z_d^{\gamma+1}$ и $Z_{q*}^{\gamma+1} \subset Z_q^{\gamma+1}$;
- 3) условия (2) или (3) не определяют ни одного компонента множеств $Z_d^{\gamma+1}$ и (или) $Z_q^{\gamma+1}$.

В случае 1 неисправность описывается полностью парой $(S_q^{\gamma+1}, dS_l^{\gamma+1})$. В случаях 2 и 3 можно неисправности описать полностью только при помощи последовательности переходов $S_l^{\gamma+1} \rightarrow S_{l+1}^{\gamma+1} \rightarrow \dots \rightarrow S_m^{\gamma+1}$, при выполнении которой удовлетворяются условия (2) и (3), т.е. описание неисправности имеет вид $r = \overline{S_{q_i*}^{\gamma+1}}, \overline{dS_{j_*}^{\gamma+1}}$, $i = l, m-1$, $j = l+1, m$. При замене в предположении описания неисправности видом (1) получается:

$$r = \left\{ S_{q*}^{\gamma+1}, dS_{*}^{\gamma+1} \right\}. \quad (4)$$

Нетрудно видеть, что при определении r на множестве Z^{γ} в виде (4) она описывается и на $Z^{\gamma+1}$ в виде (4) и, следовательно, выражение (4) является общим видом описания постоянных неисправностей.

Исходя из специфики ЦВМ и обобщенной модели неисправностей, целесообразно рассматривать следующие аспекты:

- многоуровневость ЦВМ и описание неисправностей;
- кратность описания неисправностей;
- ориентированность описания неисправностей на решение задач диагностики;
- классификация моделей неисправностей.

Многоуровневость ЦВМ и описание неисправностей

При многоуровневых процессорах целесообразно ввести понятие неисправности r^{γ} уровня γ и понятие описания неисправности r^{μ} на уровне μ , $\mu > \gamma$.

Определение 2.

Неисправность r называется неисправностью уровня γ , $\gamma = \overline{2, n}$, если при наличии его можно на процессоре $G^{\gamma} = f(G^{\gamma-1}, P^{\gamma-1})$ описать хотя бы один искаженный переход $S_i^{\gamma} \rightarrow S_j^{\gamma} \oplus dS_j^{\gamma}$, определяемый программой $p \in P^{\gamma-1}$, а все последовательности переходов процессора $G^{\gamma-1}$, определяемые любой программой $p \notin P^{\gamma-1}$, выполняются исправно.

Определение 3.

Описанием $r^{\gamma, \mu}$ неисправности r^{γ} на уровне μ , $\mu > \gamma$, называется описание r^{μ} , выраженное через состояния процессора уровня μ .

Здесь разница уровней μ и γ называется глубиной описания. Вопросы перевода описания неисправности с уровня γ на уровень μ рассмотрены в [1, 3].

При решении задач диагностики целесообразно определить уровень $\gamma=1$ модели ЦВМ [1] на основе модели неисправностей.

Определение 4.

Процессор называется процессором первого уровня G^1 , если все неисправности его описываются множеством пар (S_{q*}^1, dS_{*}^1) .

Согласно определению 4 можно, например, двухтактный триггер рассматривать как часть процессора первого уровня, если представить триггер как схему из элементов типа И-НЕ, ИЛИ-НЕ и определить описание неисправностей на входах-выходах этих элементов. При описании неисправностей на входах-выходах триггера используется уже ограничение $Z^{\gamma+1} \subset Z^{\gamma}$ и, следовательно, триггер как единый элемент является элементом уровня $\gamma = 2$.

Кратность описания неисправностей

Пусть задано описание неисправности в виде пары $(S_q, dS1)$ (эта пара может быть реализована в виде последовательности $S_{q*}, dS1_*$), где $S_q = \{s_{q1}, s_{q2}, \dots, s_{qn}\}$ $dS1 = \{ds_1, ds_2, \dots, ds_m\}$. Пару $(S_q, dS1)$ называем единой, если выявление любой $ds_i \in dS1$ зависит от всех $s_{qj} \in S_q$. Определяем на основе понятия единой пары понятие кратности описания неисправности.

Определение 5.

Кратностью описания неисправности $r = (S_q, dS1)$ называется число независимых единых пар в паре $(S_q, dS1)$.

Отметим, что понятие кратности описания неисправности по определению 5 не совпадает с классическим определением кратности, основой которого является кратность отдельных физических дефектов.

Для нахождения области определения однократной неисправности разделяем граф связей переменных $K = (Z, F)$ на независимые подграфы $K_* = (Z_*, F_*)$, где $Z_* \subset Z$ и F_* - сужение F на Z_* . Определяем Z_*^{γ} как минимальное подмножество переменных $z \in Z^{\gamma}$, где для всех $z_k \in Z^{\gamma} \setminus Z^{\gamma+1}$ все входящие в z_k и выходящие из z_k пути отрезаны переменными $z_j \in Z_*^{\gamma} \cap Z^{\gamma+1}$ при минимальной длине этих путей. Если обозначить через $Z_{\text{вх}}$ подмножество переменных $z \in Z_*^{\gamma} \cap Z^{\gamma+1}$, которые отрезают все входящие в Z_* пути, а через $Z_{\text{вых}}$ - подмножество переменных $z \in Z_*^{\gamma} \cap Z^{\gamma+1}$, которые отрезают все выходящие из Z_* пути, то можно для любой $z_k \in Z^{\gamma} \setminus Z^{\gamma+1}$ найти соответствующие $Z_{\text{вх}}$ и $Z_{\text{вых}}$ при помощи следующего алгоритма:

- 1) $i := 0, Z_{\text{вх}} := \emptyset, Z_{\text{вых}} := \emptyset,$
- 2) $X_A^0 := \mathcal{F}_1(z_k), X_B^0 := \mathcal{F}_1(F^{-1}(X_A^0)),$

- 3) если $X_A^i \in Z_{\text{бых}}$ и $X_B^i \in Z_{\text{бх}}$, то конец,
- 4) $Z_{\text{бых}}^i = Z_{\text{бых}} \cup X_A^{i+1}$, $Z_{\text{бх}}^i = Z_{\text{бх}} \cup X_B^i$,
- 5) $X_A^{i+1} := \mathcal{F}_1(F(X_B^i))$, $X_B^{i+1} := \mathcal{F}_2(F^{-1}(X_A^{i+1}))$,
- 6) $X_A^i := X_A^{i+1}$, $X_B^i := X_B^{i+1}$, $i := i+1$, выполнять п. 3.

Нетрудно видеть, что в случае $Z_q = Z_{\text{бх}}$ и $Z_d = Z_{\text{бых}}$ парой (S_q, dS^1) можно описать любые неисправности, выраженные на Z_* , т.е. все внутренние неисправности подграфа K_* описываются как однократные неисправности. На основе определения независимых подграфов K_* можно найти правила для улучшения диагностируемости ЦВМ, так как от числа переменных $z \in Z_*$ и определяемых на них операторов и от взаимной связи между подграфами K_* непосредственно зависят количество тестов и возможности реализации их.

Вопросы описания однократной неисправности на многоуровневой модели ЦВМ рассмотрены в [1, 3]. Согласно найденным $Z_{\text{бх}}$ и $Z_{\text{бых}}$ можно область определения модели [1] представить в виде:

$$Z_q \in Z_{\text{бх}}, \exists w_k \in S_q,$$

$$Z_d \in Z_{\text{бых}}.$$

Ориентированность описания неисправностей на решение задач диагностики

Разработка диагностических программ ЦВМ сводится к составлению последовательностей из информационных операторов. Исходя из этого, целесообразно установить соответствие между описаниями неисправностей и информационными операторами. В результате этого упрощается разработка многоуровневой системы диагностики ЦВМ. В [1] условие S_{q*} расширено так, что каждой S_{q*} соответствует некоторый оператор $a_k \in A$, $w_k \in S_{q*}$ такой, что пару (S_{q*}, dS^1_*) можно реализовать при применении этого оператора. Отметим, что при $w_k \in S_{q*}$ условия S_{q*} и dS^1_* могут быть определены и вне множества входных-выходных переменных оператора a_k , как это показано в [1].

Классификация моделей неисправности

Все общепринимаемые модели постоянной неисправности являются частными случаями модели 4 и получаются при раз-

ных ограничениях на множества Z_q^{i+1} и Z_d^{i+1} . Наиболее распространенные модели неисправности и соответствующие им ограничения приведены в строках 1...4 таблицы I. В строках 5 и 6 приведены описания неисправности на многоуровневой модели ЦВМ, рассмотренные выше.

Т а б л и ц а I

№	Классическая модель неисправности	Ограничения на Z_q^{i+1} и Z_d^{i+1}	Запись модели в общем виде
I	$\Delta(z_k) \equiv 0$ $\Delta(z_k) \equiv 1$	$Z_q^{i+1} = Z_d^{i+1}$ $\ Z^{i+1}\ = 1$	(s_k, ds_k) (\bar{s}_k, ds_k)
2	$\Delta(z_k) \equiv \Delta(z_m), k \neq m$ короткое замыкание, перепутывание проводов	$Z_q^{i+1} = Z_d^{i+1}$ $\ Z^{i+1}\ = 2$	$\{(s_k, \bar{s}_m; ds_k),$ $(\bar{s}_k, s_m; ds_m)\}$
3	Множество последовательностей тестовых стимулов и эталонных значений конструктивного элемента (КЭ)	Z_q^{i+1} - множество входов КЭ Z_d^{i+1} - множество выходов КЭ	$\overrightarrow{\{S_q, dS_1\}}$
4	Функциональные тесты оператора a_k (микрооперации, микрокоманды, команды)	$Z_q^{i+1} \in \Gamma^{-1} a_k$ $Z_d^{i+1} \in \Gamma a_k$	$\overrightarrow{\{S_q, dS_1\}}$
5	Функциональная модель однократной неисправности на многоуровневой модели ЦВМ	$Z_q^{i+1} \in Z_{b_k}, \exists w_k \in S_q,$ $Z_d^{i+1} \in Z_{b_{yx}}$	$\overrightarrow{\{S_q, dS_1\}}$
6	Функциональная модель кратной неисправности в подграфе K_*	$Z_q^{i+1} = Z_{b_x}$ $Z_d^{i+1} = Z_{b_{yx}}$	$\overrightarrow{\{S_q, dS_1\}}$

Отметим, что модель 5 таблицы I рассмотрена более детально в [1], а причины неполноты модели 4 рассмотрены в [3].

Л и т е р а т у р а

1. В и й л у п А. Разработка системы диагностики ЦВМ. - "Тр. Таллинского политехнического института", 1978, № 457.

2. L a w s o n, H.W. Function distribution in computer system architectures. - Proceedings of the 3rd Annual Computer Architecture Symposium, Clearwater, Florida, 1976.

3. В и й л у п А. Модель ЦВМ как объекта диагностики. - "Тр. Таллинского политехнического института", 1977, № 432.

A. Viilup

Description of Permanent Faults of a Computer

Summary

In this paper a generalized model for permanent faults of a computer is presented and a classification of commonly used fault models is given.

МЕТОД ОПИСАНИЯ И СИНТЕЗА ПРОГРАММ ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

I. Введение

В данной статье предлагается модель для описания функционирования операционной системы. На основе составленной модели синтезируются асинхронные программы, реализующие функции операционной системы. Предлагаемая модель называется МС-моделью, и она соединяет свойства вычислительных моделей [1] и сетей Петри [2]. МС-модель позволяет описывать функционирование операционной системы в содержательном плане, т.е. определяет связи между переменными и операторами и определяет общие правила передачи управления между операторами. При этом полные управляющие структуры программ синтезируются автоматически на основе МС-моделей.

Данная методика описания и синтеза операционных систем применима для создания систем, при помощи которых возможен частичный синтез программ операционной системы. Такие синтезирующие системы могут быть построены для автоматизации процесса программирования операционных систем, а также для создания симуляторов операционных систем. При помощи симулятора создается вычислительная среда, в которой производится комплексная отладка прикладных программ (например, программ реального времени) в таких же условиях, как и в реальной системе. Полезность этой методики проявляется особенно тогда, когда вырабатывается ряд специализированных вычислительных систем, имеющих некоторые одинаковые свойства. В таких случаях требуется лишь введение некоторых изменений в содержательное описание операционной системы, а готовая операционная система, либо её симулятор, синтезируется автоматически.

2. МС-модель

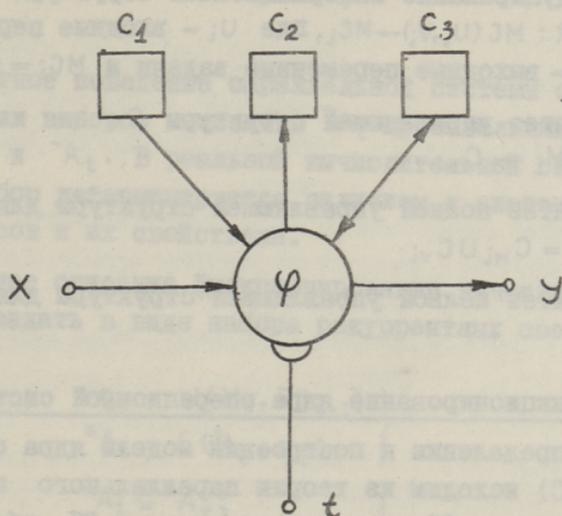
Для описания операционной системы используется МС-модель, которая соединяет свойства вычислительных моделей [1] и сетей Петри [2]. МС-моделями задаются информационная структура и уточнение поведения асинхронной системы (асинхронной программы). Программу, в том числе и асинхронную, рассматриваем как пару $P=(M,C)$, где M определяет её информационную структуру, а C – управляющую структуру [3]. В общем случае, управляющая структура C разделяется на две части $C = C_M \cup C_V$, где C_M – управляющая структура, которая зависит только от информационной структуры и может быть автоматически синтезирована, исходя из M [3], а C_V – варьирующая часть управления (независящая от информационной структуры), которая уточняет поведение асинхронной системы. Для представления информационной структуры используются вычислительные модели, а для управляющей структуры – сети Петри. Поскольку часть управления C_M можно автоматически синтезировать, то для описания асинхронной системы (программы) $P=(M,C)$ мы должны определить только M и C_V , которые при объединении образуют МС-модель.

Теперь можно дать более четкое описание МС-модели.

МС-модель состоит из переменных, связывающих их операторов и условий. Переменные могут быть простыми и булевыми, входными и выходными для оператора, так же как и на вычислительных моделях [4]. Условия могут иметь три вида связей с операторами; они могут быть: 1) входными; 2) выходными и 3) одновременно входными и выходными.

Пример оператора и его связей с переменными и условиями показан на фиг. 1. Здесь φ обозначает оператор, с которым связаны: простая входная переменная x и выходная переменная y , булева переменная t и условия C_1, C_2, C_3 , где C_1 – входное условие, C_2 – выходное и C_3 – одновременно входное и выходное условие.

На МС-модели оператор в разных ситуациях может иметь различные связи с условиями, поскольку условия не участвуют в выполнении оператора, а только уточняют моменты запуска и завершения некоторых операторов.



Фиг. 1.

Каждое условие на МС-модели может быть либо выполнено, либо нет. Выполнение условий изображается на фигуре в виде маркировки — присваиванием точек условиям. Каждое условие может содержать несколько точек, количество которых показывает, сколько раз можно считать выполненным соответствующее условие.

Оператор на МС-модели включается в работу, если заданы все его простые входные переменные, все входные булевы переменные имеют значение "истинно", выполнены все входные условия, а также все "одновременно входные и выходные" условия. При пуске оператора от каждого входного условия извлекается по одной точке, а при завершении оператора выходным условиям добавляется по одной точке. Маркировка в условиях "одновременно входные и выходные" при пуске и завершении оператора не изменяется, требуется только выполнение этих условий.

При помощи МС-модели описывается параллельная асинхронная система, в которой используются общие данные. На этой модели (в том числе и с общими данными) в общем случае одновременно решается несколько задач. Для организации правильной работы над общими данными, для всех задач синтезируется общая управляющая структура. В общем виде процесс синтеза управляющей структуры состоит из следующих этапов.

1. Редуцирование информационной структуры для каждой задачи i , $R: MC(U_i, V_i) \rightarrow MC_i$, где U_i - входные переменные задачи; V_i - выходные переменные задачи и $MC_i = (M_i, C_{vi})$.

2. Синтез управляющей структуры C_m для каждой задачи i , $S; M_i \rightarrow C_{mi}$.

3. Синтез полной управляющей структуры для каждой задачи i , $C_i = C_{mi} \cup C_{vi}$.

4. Синтез полной управляющей структуры для системы:
 $C = \bigcup_i C_i$.

3. Функционирование ядра операционной системы

При определении и построении модели ядра операционной системы (ОС) исходим из теории параллельного программирования. Под ядром ОС понимаем подсистему ОС, обеспечивающую управление выполнением параллельных программ. В смысле параллельного программирования, ядро ОС определяет функционирование метасистемы, как это определено Нариньяни [5]: на каждом такте состояние метасистемы однозначно определяет множество операторов, из которых произвольным образом выбираются операторы, включаемые в работу. Учитывая это, в ядре выделяются два логических уровня.

1. Уровень, реализующий управление произвольных выборов, которые в рамках ОС детерминируются наличием ресурсов в системе.

2. Уровень, реализующий управление, связанное только состоянием метасистемы и зависящее от логических условий включения операторов, определяемых программой.

Введем следующие обозначения [5]:

- M_0 - начальное состояние памяти;
- $P||_t$ - предыстория параллельной системы;
- Q_t - текущее состояние параллельной системы;
- $*A_t$ - операторы, для которых на данном такте дано разрешение на включение;
- ${}^0A_{t-1}$ - операторы, оставшиеся после момента $t-1$ в выключенном состоянии;
- ${}^oA_{t-1}$ - операторы, работающие на данном такте;
- F, Ψ - некоторые функции;
- ${}^+A_t$ - операторы, включаемые на данном такте;
- ${}^-A_t$ - операторы, выключаемые на данном такте.

Абстрактное поведение параллельной системы определяется однозначным выбором множества *A_t произвольным выбором множеств ${}^+A_t$ и ${}^-A_t$. В реальной вычислительной системе произвольный выбор детерминируется наличием в системе материальных ресурсов и их свойствами.

Формальное описание функционирования вычислительной системы можно задать в виде набора рекуррентных соотношений [5]:

$$\left. \begin{aligned} q_t &= \Psi(M_0, P_{II_{t-1}}); \\ {}^*A_t &= F({}^0A_t, q_t); \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} {}^+A_t &\equiv {}^*A_t; \\ {}^-A_t &\equiv {}^PA_t; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$${}^0A_t = {}^0A_{t-1} \setminus {}^+A_{t-1} \cup {}^-A_{t-1};$$

$${}^PA_t = {}^PA_{t-1} \setminus {}^-A_{t-1} \cup {}^+A_{t-1}.$$

Здесь соотношения (1) определяют однозначный выбор и описывают функционирование второго уровня, а соотношения (2) определяют произвольный выбор и описывают функционирование первого уровня ядра.

Для детального описания функционирования ядра рассмотрим состояния и переходы процессоров и процессов [6, 7]. Переходы между состояниями осуществляются примитивами диспетчеризации.

Различаются три состояния процессов:

- WL-RUNNING – процесс, который выполняется некоторым процессором;
- RL-READY – процесс, который готов к выполнению в некотором процессоре;
- BL-BLOCKED – процесс, который не готов к выполнению. Такой процесс ожидает некоторого события, после которого он будет готов к выполнению.

Различаются три состояния процессоров:

- A-ALLOCATED – процессор выполняет некоторый процесс;

- N-NOTIFIED – процессор имеет процесс, который снимается;
 D-DEALLOCATED – процессор пока не выполняет процесса.

Имеются следующие примитивы диспетчеризации:

- A-ASSIGN – некоторый процесс присваивается к процессору для выполнения;
 RE-RESIGN – процесс, выполняемый в процессоре, снимается;
 B-BLOCK – процесс, выполняемый в процессоре, блокируется;
 R-READY – переключает процесс из состояния BL в состояние RL;
 NO-NOTIFY – переключает процессор из состояния A в состояние N.

Состояния и переходы процессов приведены на фиг. 2, а и процессоров на фиг. 2, б.

Соответствие между множествами операторов с формальным описанием системы и состояниями процессов в операционной системе задается следующим образом:

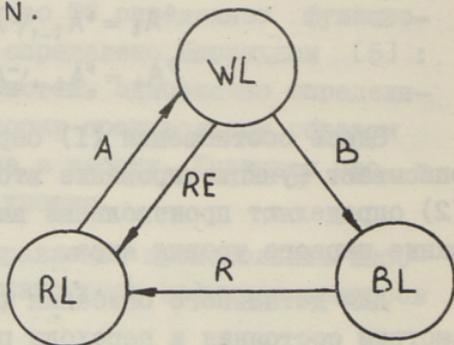
$${}^0A_t = BLURL;$$

$${}^PA_t = WL;$$

$${}^*A_t = RL.$$

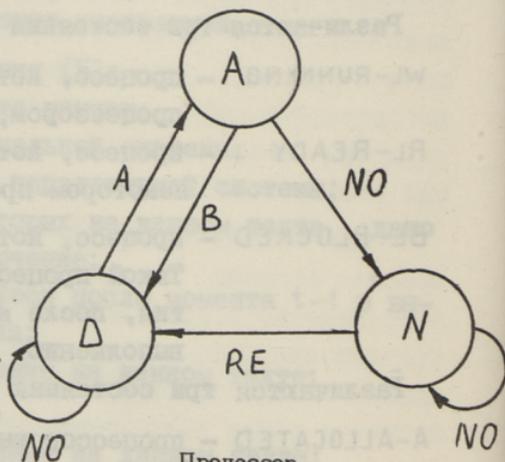
4. Модель ядра операционной системы

Рассмотрим сперва моделирование первого уровня ядра, реализующего управление произвольными выборами. Этот уровень в дальнейшем будем обозначать через NUC1. Функции этого уровня мож-



Процесс

а)



Процессор

б)

Фиг. 2.

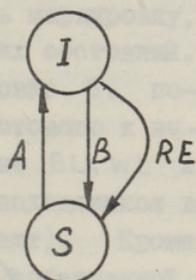
но сформулировать следующим образом:

1. Запускается новый процесс, если выполняемый процесс блокируется.

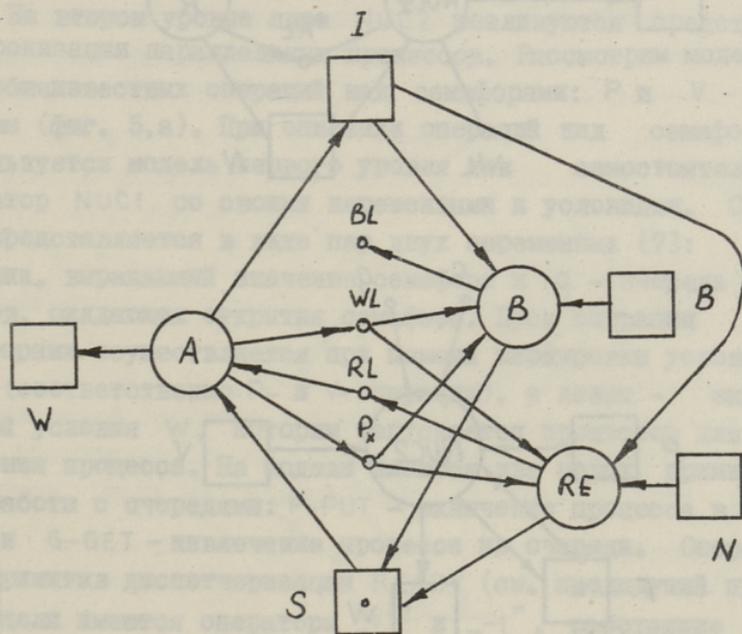
2. Передиспетчеризация процессора, т.е. запуск более приоритетного процесса, если такой имеется.

Функционирование ядра первого уровня можно описать при помощи графа состояний и переходов (фиг.3).

На графе имеются следующие состояния: I – состояние, при котором возможно реагирование на внешние ситуации (сигналы); S – состояние, при котором возможен запуск нового процесса. Внешними ситуациями, запускающими первый уровень ядра, являются требования выполнения одной из вышеуказанных функций. Переходы между состояниями осуществляются при помощи примитив диспетчеризации, описанных в предыдущем пункте.

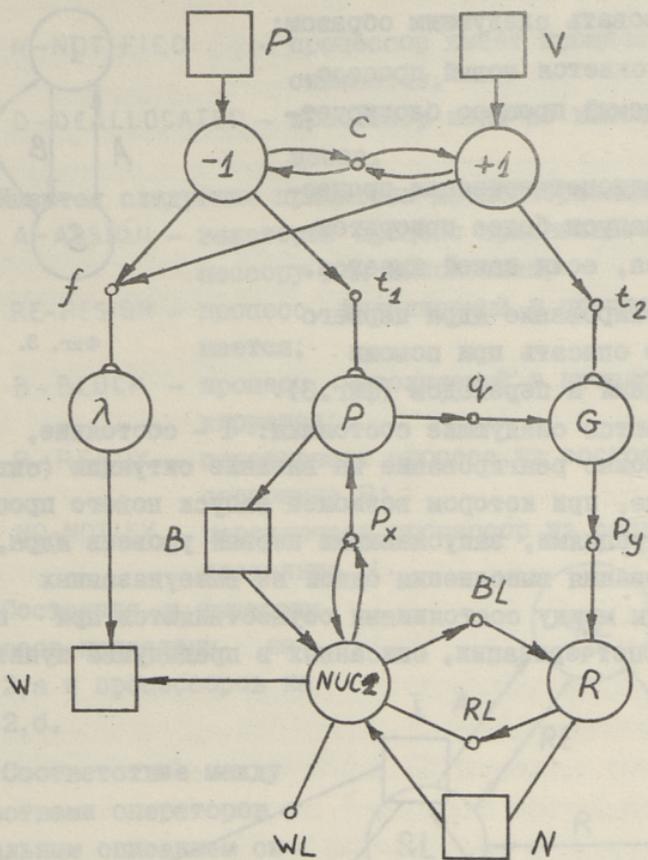


Фиг. 3.

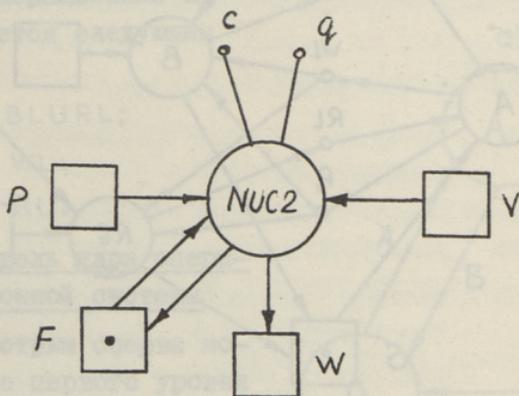


Фиг. 4.

На основе этого графа строится МС-модель (фиг. 4). На МС-модели состояния первого уровня изображаются как усло-



a)



б)

Фиг. 5.

вия. Одно из этих условий всегда должно иметь маркировку, поскольку ядро всегда находится в одном из этих состояний. В начальный момент маркированным является условие S, поскольку система (операционная система) ждет готового к выполнению процесса. На модели имеются переменные BL, WL и RL, которые являются множествами процессов, находящихся в соответствующих состояниях (см. предыдущий пункт). Кроме этого имеется переменная P_x , которая является собственной для каждого процессора и идентифицирует процесс, который в данный момент выполняется в процессоре. Для запуска требуемой функции имеются условия B и N: B — для запуска первой функции; N — для запуска второй функции. Для запуска этих функций маркируются соответствующие условия. После выполнения этих функций выдается сигнал W (маркируется условие W), вследствие чего запускается процессор для выполнения процесса P_x . Считается, что при работе ядра первого уровня процессор не работает (не выполняет программу).

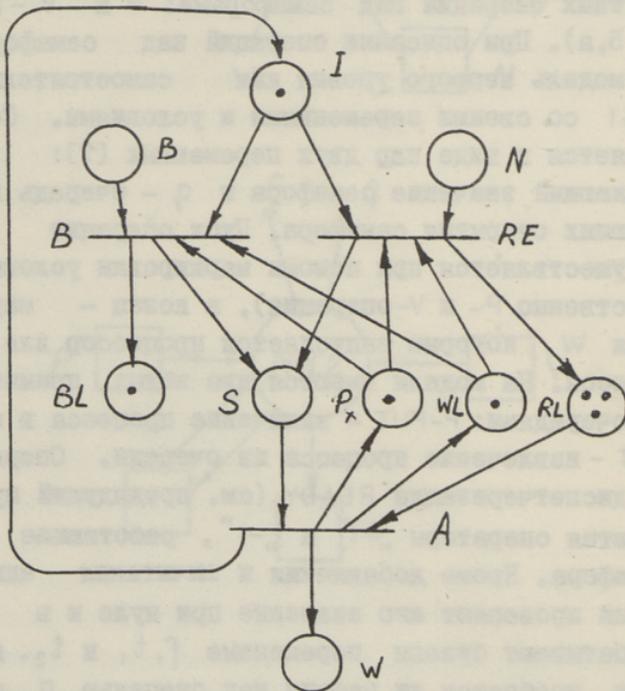
На втором уровне ядра NUC2 реализуются средства синхронизации параллельных процессов. Рассмотрим моделирование общеизвестных операций над семафорами: P и V — примитивы (фиг. 5, а). При описании операций над семафорами используется модель первого уровня как самостоятельный оператор NUC1 со своими переменными и условиями. Семафор представляется в виде пар двух переменных [7]: C — счетчик, выражающий значение семафора и Q — очередь процессов, ожидающих открытия семафора. Пуск операции над семафорами осуществляется при помощи маркировки условий P и V (соответственно P- и V-операция), а конец — маркировкой условия W, которым запускается процессор для выполнения процесса. На модели имеются два новых примитива для работы с очередями: P-PUT — включение процесса в очередь и G-GET — извлечение процесса из очереди. Оператор R — примитив диспетчеризации READY (см. предыдущий пункт). На модели имеются операторы „+1” и „-1”, работающие над счетчиком семафора. Кроме добавления и вычитания единицы из счетчика они проверяют его значение при нуле и в результате вырабатывают булевы переменные f , t_1 и t_2 , которые определяют, требуется ли работа над очередью Q семафора или требуется немедленный возврат к выполнению про-

цесса (булева переменная f имеет значение "истина"). Оператор λ является пустым оператором и применяется только для маркировки условия W .

На более высоких уровнях операционной системы модель операций над семафорами рассматривается как самостоятельный оператор NUC2 (фиг. 5, б). Чтобы не допускать одновременного выполнения нескольких P- и V-операций, с оператором NUC2 связывается условие F, которое теряет маркировку после запуска оператора, тем самым запрещая повторное обращение. После завершения работы оператора NUC2 восстанавливается маркировка условия F, позволяя новое обращение.

5. Синтез управляющей системы

Рассмотрим полную управляющую структуру ядра первого уровня в виде сети Петри. На первом этапе осуществляется редуцирование MC-модели для каждой задачи. Задача задаётся как $MC(U, V)$, где MC - модель задачи; U - входные переменные и условия и V - выходные переменные и условия задачи. На первом уровне ядра решаются две задачи, соответ-



Фиг. 6.

вующие его функциям. Эти задачи определяются по-следующе-
му: $NUC1(\{WL, RL, P_x, B\}, \{W\})$ и $NUC1(\{WL, RL, P_x, N\}, \{W\})$.

После редуцирования для первой задачи получаем модель, со-
стоящую из операторов B и A , а для второй задачи - мо-
дель из RE и A . Для получения управляющей структуры, за-
висящей только от информационной структуры в виде сети
Петри, переменные заменяются позициями и операторы - пе-
реходами. При соединении всех управляющих структур (вы-
полнение 3 и 4 этапов синтеза), условия МС-модели интер-
претируются как позиции на сети Петри. После соединения
управляющих структур ядра первого уровня получается пол-
ная управляющая структура, показанная на фиг. 6. Количе-
ство маркировок в позициях, соответствующих множествам
(позиции WL, RL, BL), показывает количество элементов
во множествах.

Л и т е р а т у р а

1. Т н у г у Э.Х. Решение задач на вычислительных
моделях - ЖВМ и МФ, 1970, № 3, с. 716-733.

2. M i l e r, R.E. A comparision of some theoretical
models of parallel computation. - IEEE Trans. Comput.
1973, C-22, No. 8, 710-717.

3. П л а к с Т.П. Синтез параллельных программ на
вычислительных моделях. - Программирование, 1977, № 4,
с. 55-63.

4. Т н у г у Э.Х. Система программирования с авто-
матическим синтезом алгоритмов. - В сб. "Труды всесоюзно-
го симпозиума по методам реализации новых алгоритмических
языков. Часть 2", Новосибирск, 1975, с. 94-108.

5. Н а р и н ь я н и А.С. Теория параллельного про-
граммирования. Формальные модели. - Кибернетика, 1974, № 5,
с. I-15.

6. N e h m e r, J. Dispatcher primitives for the
construaction of operating system kernels. - Acta Infor-
matika, 1975, No. 5, 237-255.

7. TC-8 Report on Real Time Operating Systems of the
PURDUE Europe Workshop. I-1-7. September 1978, 99p.

A Method for Description and Synthesis of
Operating System Programs

Summary

The method for description and synthesis of operating system programs is based on MC-models, which unites the properties of calculating models and Petri nets. The method is used for designing and simulation of operating system. A two level model for an operating system kernel is presented.

КОНИЧЕСКИЕ ПЛАСТОМЕТРЫ

Повышение требований к качеству строительных материалов предъявляет строгие требования к реологической измерительной аппаратуре, применяемой как для управления технологическими процессами, так и для проведения научных экспериментов. Эти требования заключаются в точности и достоверности результатов экспериментов, а также в повышении производительности как проведения экспериментов за счет автоматизации ряда его этапов, так и обработки полученных результатов.

Так называемый пенетрометрический метод был впервые применен академиком П.А. Ребиндером с учениками в 1948–1949 гг. для определения предельного напряжения сдвига дисперсных структурированных систем [1, 2, 3]. По аналогии с приборами Роквелла и Людвика для измерения твердости металлов пенетрометрический метод базировался на погружении в исследуемую среду конического индентора определенного веса и измерении глубины его погружения.

Метод состоял в измерении кинетики погружения в исследуемую среду конуса под постоянной нагрузкой* F. По мере погружения конуса как действующее напряжение сдвига

$$p = \frac{F \cos \frac{\alpha}{2}}{S} = K_{\alpha} \cdot \frac{F}{h^2}, \quad (I)$$

где α – угол при вершине конуса (т.н. угол пенетрации);

* На самом деле постоянство нагрузки не является обязательным для данного метода, а было вызвано чисто конструктивными соображениями первых экземпляров пенетрометров. Первоначально этой нагрузкой являлся вес самого конуса. В дальнейших конструкциях применялись гири, пружины и др. способы создания дополнительной нагрузки.

h — глубина проникновения конуса в исследуемую среду;
 S — площадь соприкосновения конуса со средой (площадь сдвига);

$$K_{\alpha} = \frac{1}{\pi} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}; \quad (2)$$

так и скорость погружения

$$v = \frac{dh}{dt} \cos \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

непрерывно падают за счет увеличения площади сдвига S и при $p = p_{\text{пл}}$ (пластическая прочность) конус останавливается ($v = 0$) на отметке $h = h_{\text{max}}$, т.е.

$$p_{\text{пл}} = \lim_{v \rightarrow 0} p. \quad (4)$$

Величина

$$p_{\text{пл}} = K_{\alpha} \frac{F}{h_{\text{max}}^2} \quad (5)$$

характеризует пластическую прочность среды.

Авторами метода уже в первых статьях [1, 2, 3] отмечалось:

1. Для ряда сред h_{max} и $p_{\text{пл}}$ являются видимыми пределами, так как после их достижения погружение вследствие явления ползучести продолжается с очень малой убывающей скоростью. Таким образом, в ряде сред напряжения релаксируются и $p_{\text{пл}}$ имеет лишь относительное значение.

2. Хорошая инвариантность результатов, т.е. независимость величины $p_{\text{пл}}$ в широких пределах от величины прикладываемой нагрузки F и от угла пенетрации α , наблюдается лишь в случаях, когда среда однородна по глубине и отсутствует нарушение этой однородности при погружении конуса, т.е. имеет место только течение вдоль его боковой поверхности и отсутствует уплотнение под ним. Это справедливо лишь для достаточно пластичных систем.

Явление уплотнения становится значительным для тупых конусов и для сред с хрупким разрывом структуры, т.е. с недостаточной пластической текучестью. В случае, если при погружении конуса будет отсутствовать течение и иметь место только деформация сжатия, для вычислений K_{α} в [3] предлагается применять формулу

$$K_{\alpha} = \frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (6)$$

Значения коэффициентов K_α , вычисленных по формулам (2) и (6) для разных углов α , приведены в таблице I.

Т а б л и ц а I

K_α \ α	30°	45°	60°	90°	120°
K_α по формуле (2)	1,1084	0,6559	0,4135	0,1591	0,0459
K_α по формуле (6)	4,4335	1,8552	0,9549	0,3183	0,1061

Однако в реальных дисперсных структурированных системах характер деформации, как правило, еще сложнее и лежит между этими двумя экстремальными случаями. Этим объясняется большое количество статей с предложениями различных формул для K_α . Так, например, в [4, 5] предлагается

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_\alpha} = & \pi \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \left\{ \alpha - 2(\sin \frac{\alpha}{2} + 1)^2 \ln \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} + 1} + \right. \\ & + [1 - \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{4})] (2 \sin \frac{\alpha}{2} + 1)^2 \ln \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} + 1} + \\ & + [\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{4}) - \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2})] \operatorname{ctg}^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) \ln \frac{2}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + 1} + \\ & \left. + \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{4}) [\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) - (2 \sin \frac{\alpha}{2} + 1)] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

а в [6]

$$K_\alpha = \operatorname{tg}^2 15^\circ \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \quad (8)$$

и т.д.

Таким образом, каждый объект исследования обладает свойственным ему характером деформации при пенетрации и соответствующей этому формулой для вычисления K_α . Поэтому указание формулы для вычисления K_α является обязательным. Отсутствие этого указания зачастую является причиной несопоставимости экспериментальных результатов, полученных разными авторами.

Развитие пенетрометрии в 60–70 годы характеризуется статьями и авторскими свидетельствами как в области теории, так и в области усовершенствования метрологической базы. Предлагаются новые режимы нагружения конуса и приборы, обеспечивающие эти режимы.

Глубокое исследование применимости пенетрометрии для газосиликатных смесей было проделано Х. Рандма [7]. Ему удалось показать инвариантность результатов к изменениям нагрузки, однако не к изменениям угла пенетрации. Ввиду этого он предложил стандартизировать для газосиликатных смесей пенетрометр с углом $\alpha = 30^\circ$ и одну из формул для расчета K_α , как это уже сделано для ряда других смесей (например, грунтов [6]). В 1975 г. специальными опытами, поставленными в НИИСиликатобетона [8], была выявлена причина неинвариантности к изменениям угла пенетрации. Было установлено, что уплотнение ячеистого бетона при погружении в него конического индентора происходит в основном за счет сплющивания имеющихся в структуре пор. При этом уплотненный объем в сырце растет пропорционально объему погруженной части конического индентора. Следовательно при использовании пенетрационного метода для пористых дисперсных структур (например, сырец ячеистого силикатного бетона) традиционный режим погружения $\frac{dS}{dt} = \text{const}$ (постоянство нарастания площади сечения конуса плоскостью поверхности образца [9]) необходимо заменить режимом $\frac{dV}{dt} = \text{const}$ (постоянство значения скорости объемного погружения).

Естественно предположить, что величина $p_{пл}$, будучи минимальным динамическим напряжением сдвига, должна быть близкой к максимальному статическому напряжению сдвига τ_0 , измеряемому обычно методом тангенциального смещения пластинки. Авторы обоих методов отмечали полное совпадение предельных напряжений сдвига измеренных методом тангенциального смещения пластинки и методом конического пластометра" [3]. Однако в некоторых более поздних работах такого совпадения не наблюдалось. Величины $p_{пл}$ и τ_0 иногда отличаются больше чем на порядок [10]. Причина здесь кроется в различии видов деформации исследуемой среды:

1. При тангенциальном смещении пластинки обычно происходит пластично-вязкое течение исследуемой среды вдоль пластинки.

2. При погружении конического пластометра возможны два экстремальных случая:

- пластично-вязкое течение исследуемой среды вдоль боковой поверхности конуса (это свойственно весьма пластичным средам, для которых получается хорошее совпадение значений $p_{пл}$ и τ_0); K_α вычисляется по формуле (2);

- чистое смятие и уплотнение среды под конусом; K_α вычисляется по формуле (6).

Строительные смеси и т.п. реальные среды размещаются между этими двумя экстремальными случаями с доминированием одного из них в большей или меньшей мере.

Все известные конические пластометры по способу задания режима нагружения конуса и по непосредственно измеряемой во время пенетрации величине, несмотря на различия в конструкциях и принципе действия, можно подразделить на 4 вида (таблица 2).

Для получения большей информации об измеряемой среде пластометры должны содержать цикл измерения, состоящий из следующих двух этапов:

1) измерение в процессе погружения конуса в измеряемую среду, по результатам которого определяют пластическую характеристику (прочность) среды;

2) измерение релаксации* (или ползучести) среды, по которой определяют упруго-вязкую характеристику среды [16]. Принципиально приборы вида "А" и "В" (таблица 2) пригодны только для измерения ползучести, а приборы вида "Б" и "Г" - только для измерения релаксации, однако для практической реализации второго этапа необходимы соответствующие конструктивные предпосылки.

Из всего вышесказанного следует, что современный универсальный пластометр должен:

- измерять релаксацию (или ползучесть) для получения максимальной информации об измеряемой среде;

* Здесь ползучесть и релаксацию понимаем, как это дано в [15], хотя в литературе часто оба эти явления называют релаксацией, подразумевая под релаксацией деформации - ползучесть, а под релаксацией напряжений - релаксацию.

Классификация пластометров

Способ задания режима нагружения пенетрометра	Величина, изменяемая во времени пенетрации непосредственно	Недостатки	Примечания	Литература
А	Постоянное усилие (вес конуса, дополнителные пригрузки и т.д.)	1. Малая информация об изменяемой среде, поучаемая в результате измерения (лишь один параметр — пластическая прочность) 2. Имеется лишь один режим нагружения конуса	Сюда относятся приборы основателей пластометрии, а также блочные, рычажные и др. конструкции	[1] [2] [3] [8] [11] [12]
Б	Вдавливание конуса вручную на определенной глубине	1. См. А 1 2. См. А 2 3. Дополнительная погрешность в измерении глубины за счет деформации пружины 4. Зависимость результата измерения от скорости погружения конуса, которая из-за ручного вдавливания является случайной величиной	В известной конструкции погрешность от деформации пружины может быть учтена после опыта расчетным путем. Данный вид пластометров применяется для экспресс-анализов в заводских условиях	[13]
В	Усилие меняется по заданной закономерности	1. См. Б 3 2. Длительность смены режима погружения конуса 3. В случае перемещения шаслона вручную, см. Б 4	В известной конструкции закономерность изменения усилия задается сменными шаблонными, перемещаемыми электродвигателем или вручную	[14]
Г	Глубина погружения уменьшается по заданной закономерности	1. Дополнительная погрешность в измерении глубины за счет деформации пружины. 2. См. Б 2	В известных конструкций закономерность изменения глубины погружения задается сменными шаблонами (кулачками), перемещаемыми электродвигателем	[8] [9]

— обладать набором различных режимов для возможности измерения целого ряда сред (т.е. относиться к виду "В" или "Г");

— обладать точностью и быстродействием, обеспечивающим высокую производительность экспериментов;

— выдавать информацию в виде, имеющем хорошую наглядность и простоту в обработке;

— быть свободным от недостатков известных пластометров, т.е. иметь быструю смену режимов нагружения и отсутствие погрешности за счет деформации пружины.

Конический пластометр КП-1, разработанный и изготовленный на кафедре автоматике ТПИ, представляет попытку создания пластометра, обладающего всеми этими свойствами.

Л и т е р а т у р а

1. Ребиндер П.А., Семенов Н.А. О методе погружения конуса для характеристики структурно-механических свойств пластично-вязких тел. — ДАН СССР, том 64, 1949, № 6.

2. Сегалова Е.Е., Ребиндер П.А. Исследование структурно-механических свойств и тиксотропии в олеоколлоидных системах. — Коллоидный журнал, том 10, 1948, № 3.

3. Ямпольский Б.Я., Ребиндер П.А. Исследование структурно-механических свойств металлических систем методом конического пластометра. — Коллоидный журнал, том 10, 1948, № 6,

4. Агранат Н.Н., Волярович М.П. О вычислении предельного напряжения сдвига дисперсных систем в опытах с коническим пластометром. — Коллоидный журнал, том 19, 1957, № 1.

5. Агранат Н.Н., Широков М.Ф. Теория метода определения предельного напряжения сдвига дисперсных систем погружением конуса. — Коллоидный журнал, том 19, 1957, № 1.

6. Разоренов В.Ф. Пенетрационные испытания грунтов. - М.; Стройиздат, 1968.

7. Рандма Х.В. Исследование доавтоклавного образования прочностных свойств газосиликата. - Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Таллин-Рига, 1970.

8. Вяльямяэ Г.Х., Полак Т.Х., Рандма Х.В., Ряни А.Э., Сеппель С.А., Эйнер Л.К. Способ определения прочностных и релаксационных свойств дисперсной структуры. - Заявка № 2313742/33 на авторское свидетельство, 1976.

9. Есипова Л.Н., Михайлов Н.В. Исследование пластической прочности и релаксации напряжений в различных дисперсных структурах с помощью полуавтоматического пластометра. - Коллоидный журнал, том 31, 1968, № 2.

10. Лапса В.Х. Пластометрия ячеистых смесей. - В сборнике трудов РПИ "Исследования по механике строительных материалов и конструкций", вып. 4, Рига, 1969.

11. Иванов И.А., Калашников В.И., Костарев И.П., Калашникова И.Г. Пластометр. Авторское свидетельство СССР № 486250 G0In II/10, 1975.

12. Берней И.И. Исследование структурно-механических свойств пластично-вязких сред на конических пластометрах. - Строительные материалы, 1973 № 7.

13. Карилер Р., Суурвяли А.-П. Выбор характера шкалы автоматического пенетрационного прибора. - В сборнике трудов НИИСиликатобетон (Таллин), 1976, № 10.

14. Эзау Я.Н., Дизер Э.И., Будилов В.Н. Прибор для определения прочности материалов. Авторское свидетельство СССР № 352196 G0In II/12, 1972.

15. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. М., Высшая школа, 1976.

16. Рандма И.Ю., Куннос Г.Я., Гордон Б.И., Ряни А.Э., Эйнер Л.К. Релаксация пластической прочности в дисперсных композициях. - Тезисы доклада, "II национальная конференция по механике и технологии композиционных материалов с участием зарубежных специалистов". Варна, НРБ, 1979.

Conic Plastometer

Summary

An analysis of shortcomings and a classification of existing conic plastometers, according to loading conditions and type of quantity directly measured during the relaxation time are given. Incomparability of the results obtained with the conic plastometer and Weiler-Rehbinder's rheometer is considered. As a conclusion, the following basic conditions to be met by a modern plastometer are formulated:

- 1) measuring tension (on deformation) relaxation;
- 2) different regimes of loading the cone;
- 3) short response time;
- 4) high precision;
- 5) clearness;
- 6) simple treatment of the results.

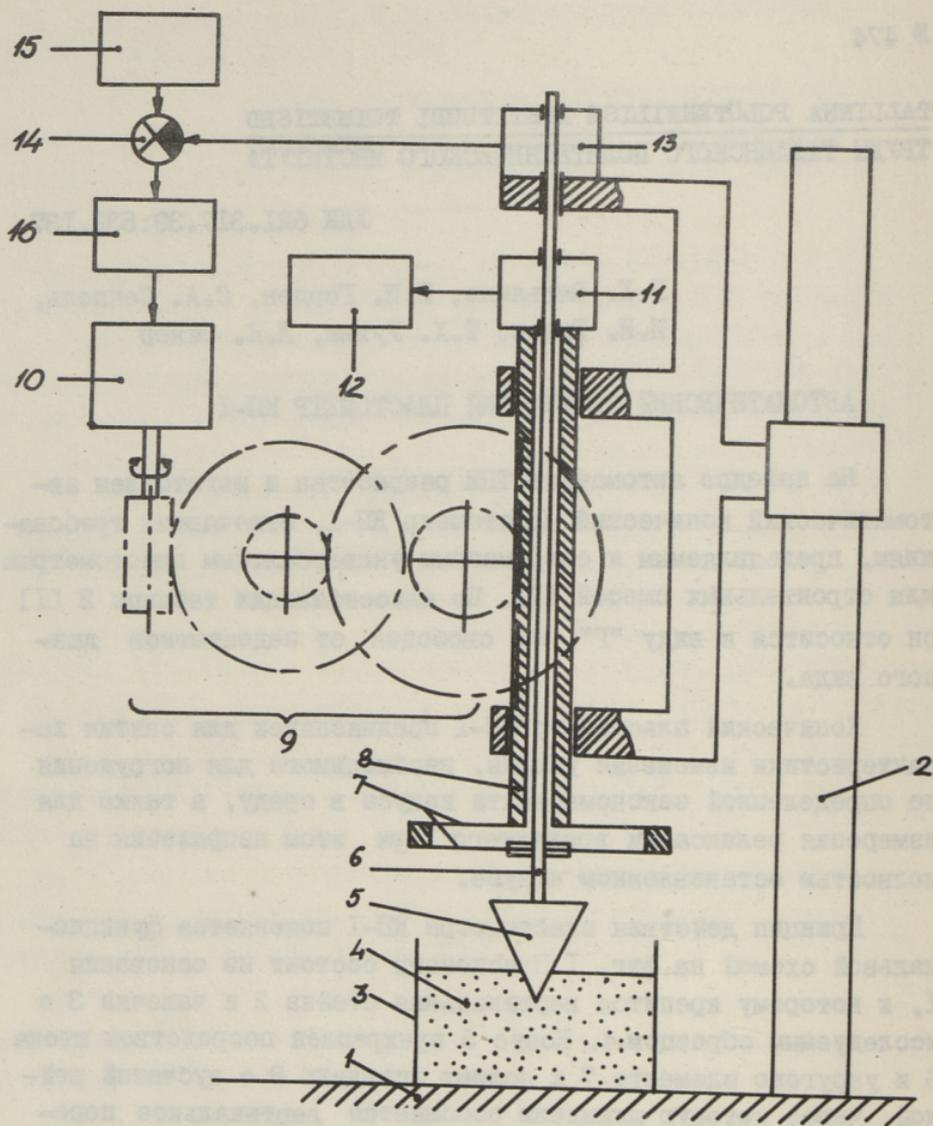
Г.Х. Вяльмяэ, Б.И. Гордон, С.А. Сеппель,
И.И. Тильк, Т.Х. Уутма, Л.К. Эйнер

АВТОМАТИЧЕСКИЙ КОНИЧЕСКИЙ ПЛАСТОМЕТР КП-1

На кафедре автоматики ТПИ разработан и изготовлен автоматический конический пластометр КП-1, отвечающий требованиям, предъявляемым к современным универсальным пластометрам для строительных смесей [1]. По классификации таблицы 2 [1] он относится к виду "Г", но свободен от недостатков данного вида.

Конический пластометр КП-1 предназначен для снятия характеристики изменения усилия, необходимого для погружения по определенной закономерности конуса в среду, а также для измерения релаксации возникшего при этом напряжения на полностью остановленном конусе.

Принцип действия пластометра КП-1 поясняется функциональной схемой на фиг. 1. Пластометр состоит из основания 1, к которому крепится вертикальная стойка 2 и чашечка 3 с исследуемым образцом 4. Конус 5 прикреплен посредством штока 6 и упругого элемента 7 к полуму шпинделю 8 с зубчатой рейкой, через которую шпинделю сообщается вертикальное перемещение через редуктор 9 от электродвигателя 10. Датчик усилия 11 соединен одним концом со шпинделем 8, а другим со штоком 6, измеряя, таким образом, перемещение штока относительно шпинделя вследствие деформации упругого элемента 7 и записывая величину этого перемещения, пропорциональную усилию, на регистрирующем приборе 12. Датчик перемещения 13 соединен одним концом со штоком 6, а другим через стойку 2 и основание 1 с чашечкой 3, измеряя, таким образом, перемещение конуса 5 относительно исследуемого образца 4 и выдавая электрический сигнал, пропорциональный этому перемещению на



Фиг. 1. Функциональная схема пластометра КП-1.

сравнивающее устройство I4, ко второму входу которого подключен электронный задатчик I5, а выход которого через усилитель I6 соединен с электродвигателем IO.

Пластометр КП-I работает следующим образом. Электронный программный задатчик, сравнивающее устройство, усилитель, двигатель, редуктор, шпиндель, упругий элемент, шток и датчик перемещения составляют замкнутую следящую систему, к выходу которой прикреплен конус. В сравнивающем устройстве происходит сравнение задающего сигнала электронного программного задатчика с выходным сигналом датчика перемещения, отображающим положение конуса относительно исследуемого образца. Выделенный сигнал рассогласования усиливается усилителем и используется для управления двигателем, который посредством редуктора через шпиндель и упругий элемент производит перемещение конуса относительно исследуемого образца. Таким образом, именно конус, а не шпиндель, перемещается относительно исследуемого образца строго по программе электронного программного задатчика, независимо от прогиба упругого элемента, а изменение возникающего усилия во времени, измеренное датчиком усилия с вынесенным упругим элементом, записывается на регистрирующем приборе.

Таким образом, в КП-I благодаря следящей системе, охваченной обратной связью по перемещению конуса, а не шпинделя, осуществляется автоматическая компенсация влияния величины прогиба упругого элемента датчика усилия на показание датчика перемещения, которая в других пластометрах данного вида входит в показание датчика перемещения как погрешность.

Вышеописанная конструкция и принцип её работы защищены авторским свидетельством [2].

Пластометр КП-I имеет следующие технические характеристики:

I. Воздействие конусом на среду состоит из двух этапов:

- погружение конуса по определенной закономерности (на протяжении всего погружения измеряется усилие);

- полный останов конуса, во время которого измеряется Делаксация возникшего к концу погружения напряжения.

2. Погружение конуса осуществляется по одной из следующих двух закономерностей:

- постоянная линейная скорость перемещения;
- постоянная скорость нарастания площади сечения конуса плоскостью поверхности измеряемой среды.

3. Длительность этапа погружения конуса в среду на максимальную глубину:

15, 30, 60 с.

Длительность этапа измерения релаксации не ограничена.

4. Максимальная глубина погружения конуса 30 мм.

5. Переход от этапа погружения конуса к этапу измерения релаксации осуществляется либо автоматически в момент наблюдения одного из следующих условий:

- конус введен на максимальную глубину (что равнозначно прохождению 15, 30 или 60 с);

- усилие достигло определенного значения F_{\max} , величина которого устанавливается перед измерением,

либо вручную (путем нажатия кнопки "стоп") в любой произвольный момент погружения.

6. Конусы пластометра рифленные, сменные с углами при вершине

30°, 45°, 60°.

7. Максимальное усилие, под действием которого конус пластометра вводится в измеряемую среду:

3, 30 кгс.

Выбор предела осуществляется двумя сменными упругими элементами датчика усилия.

8. Погрешность измерения величины максимального усилия 30 кгс не более 4 %.

9. Пластометр имеет аналоговый выход 10 мВ, к которому подключен самописец типа КСП-4, с лентой шириной 250 мм, шкала которого проградуирована в кгс.

Л и т е р а т у р а

1. Гордон Б.И., Эйнер Л.К. Конические пластометры. - См. наст. сб., с. 91-99.

2. Вяльямяэ Г.Х., Гордон Б.И., Проода Ю.П., Реммель Ю.К., Сахаров Г.П., Сеппель С.А., Тильк И.И., Уутма Т.Х., Эйнер Л.К. "Конический пластометр". Заявка на авторское свидетельство СССР № 2603873/18-25 от 17.04.1978 с положительным решением от 16.11.1978.

G. Våljamäe, B. Gordon, S. Seppel,
J. Tilk, T. Uutma, L. Einer

Automatic Conic Plastometer KP-1

Summary

An automatic conic plastometer designed at the chair of automation of TPI is described. Principles of operation, circuit diagram and basic technical characteristics are given. The main advantage of the plastometer is automatic compensation of displacement error, produced by deformation of the elastic element (force sensor). This compensation is produced by using astatic feed-back system. The system allows:

- 1) to reduce dynamic measurement errors,
- 2) to guarantee motionlessness of conic indenter during relaxation cycle.

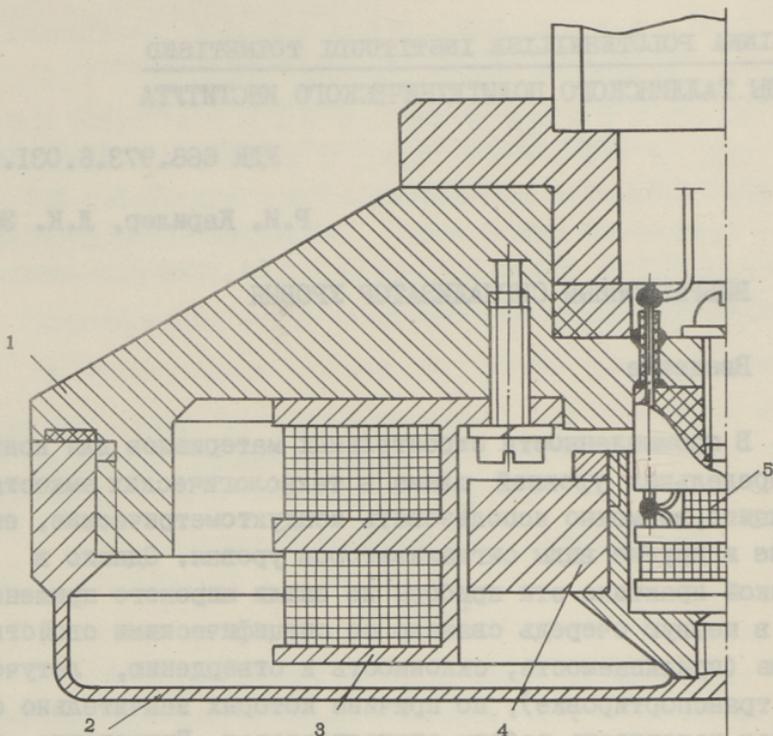
ВИБРАЦИОННЫЙ СИГНАЛИЗАТОР УРОВНЯ

Введение

В промышленности строительных материалов для контроля предельных уровней шлама в технологических емкостях, в принципе, возможно использовать кондуктометрические, емкостные и другие виды сигнализаторов уровня. Однако в заводской практике эти приборы не нашли широкого применения, что в первую очередь связано со специфическими свойствами шлама (прилипаемость, склонность к отверждению, летучесть при транспортировке), по причине которых значительно снижается надежность работы сигнализаторов. Применение бесконтактных средств сигнализации, например, радиоизотопных, не всегда оправдано из-за их высокой стоимости, а на дозаторах шлама они не обеспечивают достаточно высокой точности срабатывания.

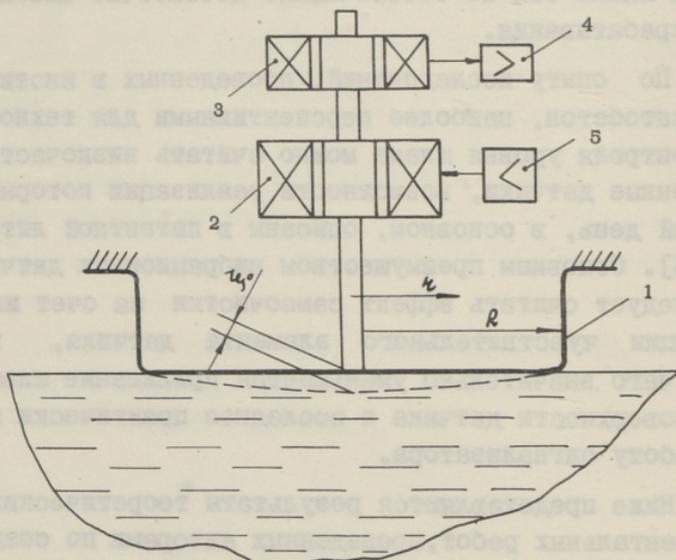
По опыту исследований, проведенных в институте НИИ силикатобетон, наиболее перспективными для технологического контроля уровня шлама можно считать низкочастотные вибрационные датчики, возможности реализации которых в сегодняшний день, в основном, описаны в патентной литературе [1 ... 6]. Основным преимуществом вибрационных датчиков уровня следует считать эффект самоочистки за счет интенсивной вибрации чувствительного элемента датчика, в результате чего значительно уменьшается прилипание шлама к рабочей поверхности датчика и последнее практически не влияет на работу сигнализатора.

Ниже представляются результаты теоретических и экспериментальных работ, проведенных авторами по созданию низкочастотного вибрационного сигнализатора уровня (ВСУ) шла-



Фиг. 1. Вибрационный датчик сигнализатора уровня:

- 1 - корпус датчика; 2 - мембрана;
- 3 - катушка возбуждения; 4 - сердечник;
- 5 - катушка измерения.



Фиг. 2. Принципиальная схема вибрационного датчика:
 1 - мембрана; 2, 3 - обмотки возбуждения
 и измерения; 4 - измерительный усилитель;
 5 - усилитель мощности.

ма с герметизированным корпусом простой формы и чувствительным элементом в виде плоской круглой мембраны (фиг. 1).

Теоретическое рассмотрение

Колебательная система ВСУ приведена на фиг. 2. Упругим элементом системы является плоская мембрана с радиусом R , прикрепленная по периметру к основанию. Рассматриваем данную систему как систему с одной степенью свободы с тремя сосредоточенными постоянными эквивалентной схемы (эквивалентная масса M_0 , упругость C_0 и элемент активных потерь R_0). Входное механическое сопротивление такой системы равно:

$$Z_0 = R_0 + jX_0, \quad (1)$$

где R_0, X_0 — активное и реактивное составляющие механического сопротивления колебательной системы.

При возникновении контакта между мембраной и жидкостью датчик нагружается, то есть к входному сопротивлению Z_0 параллельно подключается сопротивление нагрузки, характеризующее воздействие жидкости на датчик [7]:

$$Z_{bx} = Z_0 + Z_n = (R_0 + R_n) + j(X_0 + X_n), \quad (2)$$

где R_n, X_n — активное и реактивное составляющие сопротивления нагрузки.

Можно предполагать, что колебательная система ВСУ имеет два явно выраженных режима работы, то есть $|Z_0 + Z_n|$ значительно превышает Z_0 , и при переходе из одного стационарного состояния в другое основные параметры, характеризующие режим ВСУ, как резонансная частота $f_{рез}$ и амплитуда колебаний ξ_0 , претерпевают скачкообразные изменения в зависимости от величины и характера сопротивления нагрузки.

Для приблизительного определения последнего используем аппроксимацию мембраны в качестве источника звука эквивалентной пульсирующей сферы, требуя равенства объемных скоростей обоих источников ($\theta_{мемб} = \theta_{сф}$) при условии [8]:

$$\left(\frac{\omega}{c} \cdot R\right)^2 \ll 1, \quad (3)$$

где ω — угловая частота колебаний ($\omega = 2\pi f$);

c – скорость распространения продольных волн в контролируемой среде.

Как известно, шлак является двухкомпонентной (иногда многокомпонентной) двухфазной жидкой дисперсной средой, содержащей твердые включения в виде песка, золы, извести и т.д. В пределах плотности $\rho = 1000 \dots 1900 \text{ кг/м}^3$ (объемное содержание твердого $0 - 0,5$) скорость c в шлаке изменяется мало и практически можно принимать; что $c = 1500 \text{ м/с}$ [9] (считаем шлак несжимаемой средой). Поэтому условие (3) в практике легко выполнимо.

Волновое сопротивление на поверхности эквивалентной сферы на единицу площади равно [8]:

$$Z_n = \rho c k^2 R_{cф}^2 + j\omega \rho R_{cф}, \quad (4)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ – волновое число;

$R_{cф}$ – радиус эквивалентной сферы.

Объемную скорость мембраны, учитывая, что колебательная скорость на поверхности мембраны является функцией от текущего радиуса мембраны r , рассматриваем в данном случае в следующем виде:

$$\Theta_{\text{МЕМБ}} = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{1}{\partial t} [\xi(r) e^{j\omega t}] r n d\varphi dr, \quad (5)$$

где $\xi(r)$ – уравнение прогиба упругой поверхности мембраны.

Теория прогиба плоских круглых мембран подробно изложена в [10]. В области малых перемещений ($\xi_0/h < 1$, где ξ_0 – прогиб центра мембраны, h – толщина мембраны) при нагружении мембраны сосредоточенной силой в центре прогиб мембраны равен:

$$\xi(r) = \xi_0 \left(1 + 2 \frac{r^2}{R^2} \ln \frac{r}{R} + \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (6)$$

Отсюда после вычисления интеграла (5) получаем:

$$\Theta_{\text{МЕМБ}} = \bar{V}_{\text{МЕМБ}} \frac{\pi R^2}{4}, \quad (7)$$

где $\bar{V}_{\text{МЕМБ}} = j\omega \xi_0 e^{j\omega t}$ – скорость колебаний центра мембраны.

Объемная скорость эквивалентной сферы равна [8]:

$$\Theta_{cф} = \bar{V}_{cф} \cdot 4\pi R_{cф}^2 \quad (8)$$

и, принимая $\bar{V}_{\text{МЕМБ}} = \bar{V}_{\text{сф}}$, получаем из (7) и (8):

$$R_{\text{сф}} = \frac{R}{4}. \quad (9)$$

Подставляя полученный результат в формулу (4) и умножая ее на площадь эквивалентной сферы, получаем:

$$Z_{\text{н}} = z_{\text{н}} \cdot S_{\text{сф}} = \rho c \frac{\pi \kappa^2 R^4}{64} + j\omega \frac{\pi \rho R^3}{16}. \quad (10)$$

Экспериментальные результаты

Полученная формула (10) использована для расчета характеристик ВСУ, конструкция которого приведена на фиг. I. Основные данные датчика:

- радиус $R = 0,06$ м;
- масса колебательной системы $M_0 = 0,11$ кг;
- собственная круговая частота в воздухе $\omega_0 = 2078$ 1/с;
- добротность колебательной системы $Q_0 = 200 \pm 10$ %.*

Выходной сигнал датчика пропорционален колебательной скорости центра мембраны.

В качестве контролируемых жидкостей использовались водо-песчаные шламы с плотностью $\rho = 1000 \div 1800$ кг/м³ и удельной поверхностью $\gamma = 200$ м²/кг. Датчик был расположен на поверхности шлама с глубиной погружения $0 \div 2,0$ мм и подвергался постоянному возмущению с круговой частотой $\omega = \omega_{\text{н}}$.

Сравнение теоретически рассчитанных и экспериментально полученных результатов представлено на фиг. 3 в виде функций:

$$\frac{\omega_{\text{н}}}{\omega_0} = f(\rho) \quad \text{и} \quad \frac{V_{\text{н}}}{V_0} = f(\rho),$$

где $\omega_0, \omega_{\text{н}}$ - круговая резонансная частота ненагруженной и нагруженной систем;

$V_0, V_{\text{н}}$ - колебательная скорость ненагруженной и нагруженной систем.

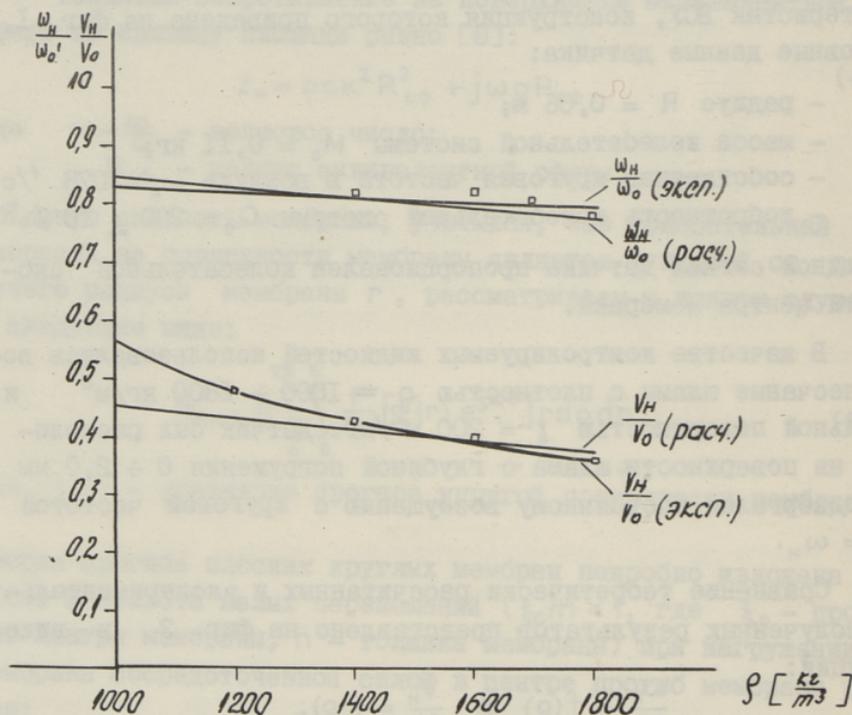
* с учетом несимметричности амплитудно-частотной характеристики колебательной системы.

Теоретические зависимости $\frac{\omega_H}{\omega_0} = f(\rho)$ и $\frac{V_H}{V_0} = f(\rho)$ вычислены по формулам:

$$\frac{\omega_H}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\chi_H}{\omega_H M_0}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi \rho R^3}{16 M_0}}}, \quad (I1)$$

$$\frac{V_H}{V_0} = \frac{R_0}{R_0 + R_H} = \frac{1}{1 + \frac{\pi \rho c k^2 R^4 G_0}{64 \omega_0 M_0}}. \quad (I2)$$

Как показывает фиг. 3, графики функций $\frac{\omega_H}{\omega_0} = f(\rho)$ и $\frac{V_H}{V_0} = f(\rho)$, полученные расчетным и экспериментальным путем, совпадают хорошо и формула (I0) вполне применима при проектировании ВСУ.



Фиг. 3. Зависимости $\frac{\omega_H}{\omega_0} = f(\rho)$ и $\frac{V_H}{V_0} = f(\rho)$.

Заключение

I. Используемый метод аппроксимации мембраны эквивалентной сферой достаточно хорошо описывает колебание мембраны на поверхности жидкости.

2. Вычисленную по формуле (10) величину сопротивления можно считать наименьшей оценкой для активного механического сопротивления нагрузки. Это вытекает из предположения, что с увеличением твердого включения в шламе увеличивается вероятность содержания в шламе воздуха, вследствие чего нарушается условие о несжимаемости жидкости и R_n станет в несколько раз больше, чем по формуле (10).

3. Формула (10) позволяет определить параметры колебательной системы и размеры мембраны исходя из отношения колебательных скоростей нагруженной и ненагруженной систем, достаточные для надежной реализации релейной характеристики на выходе ВСУ.

4. В ходе опытной эксплуатации ВСУ было установлено, что эффект самоочистки датчика от прилипающих остатков шлама действительно зависит от интенсивности вибрации поверхности мембраны. У опытных образцов ВСУ, освоенных на Калининском КСМ-7, прилипания шлама к мембране в течение 5-6 месяцев практически не наблюдалось. Потребляемая от сети электрическая мощность опытных образцов сигнализаторов составляет около 10 Вт, чем обеспечивается достаточно эффективная самоочистка, а также селективность сигнализатора при наличии пены на поверхности жидкости.

Л и т е р а т у р а

1. П о с к а ч е й А.А. Вибрационный сигнализатор уровня. - Авт. свид. № 262.418.

2. Ч у п р и н И.Ф. и др. Датчик уровня для вязких жидкостей. - Авт. свид. № 322.641.

3. О л ь г и н А.Е. и др. Вибрационный сигнализатор уровня. - Авт. свид. № 477.308.

4. Пат. США № 3.017771, 1962.

5. Пат. США № 3.266311, 1966.

6. Пат. США № 3.206979, 1965.

7. Э й н е р Л.К. О расчете нагрузки и применимости низкочастотных колебательных датчиков вязкости. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", Серия А, 1966, № 234.

8. С к у ч и к Е. Основы акустики, т. 2. М., Мир, 1976.

9. Д з е н и с В.В. и др. Ультразвуковой контроль твердеющего бетона. Л., Энергия, 1971.

10. А н д р е е в а Л.Е. Упругие элементы приборов. М., Машгиз, 1962.

II. Э й н е р Л.К. Исследование колебательных вискозиметров и датчиков вязкостных свойств жидкотекучих материалов. - Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. ТПИ, 1969.

R. Kariler, L. Einer

Vibrations-Niveaumelder

Zusammenfassung

In diesem Beitrag werden die Ergebnisse von theoretischen und experimentellen Untersuchungen, die Konstruierung eines niederfrequenten Niveaumelders mit hermetischem Gehäuse und einer rundförmigen Membrane als Fühler vorgestellt.

СИНТЕЗ ФОРМ ПОЛЮСНЫХ НАКОНЕЧНИКОВ

В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ НА БАЗЕ ДАТЧИКА ХОЛЛА

Постановка задачи

Преобразователи перемещения (ПП) [4,6,7], работающие по принципу использования различной чувствительности отдельных участков датчика Холла к магнитному полю [5], оправдали себя в различных практических применениях. Далеко не все возможности ПП такого типа были использованы в первых образцах. Поставлен вопрос для более полного исследования ПП с целью определения возможности создания преобразователей с заданными характеристиками. Эта проблема требует решения следующих задач:

1. Определить необходимое распределение магнитной индукции $B(x)$ в воздушных зазорах магнитной системы ПП.
2. Найти формы полюсных наконечников, создающие рассчитанное распределение магнитной индукции в магнитной системе ПП.

Определение распределения магнитной индукции

В [5] для определения характеристики преобразования ПП введено понятие весовой функции $K(x)$, характеризующее степень влияния различных областей датчика Холла на выходное напряжение $U(x)$ и позволяющее при заданном распределении магнитной индукции $B(x)$ найти зависимость выходного напряжения от перемещения сверткой

$$U(x) = K(x) * \tau(x), \quad (I)$$

где $U(x)$ – характеристика преобразования;

$K(x)$ – весовая функция датчика Холла;

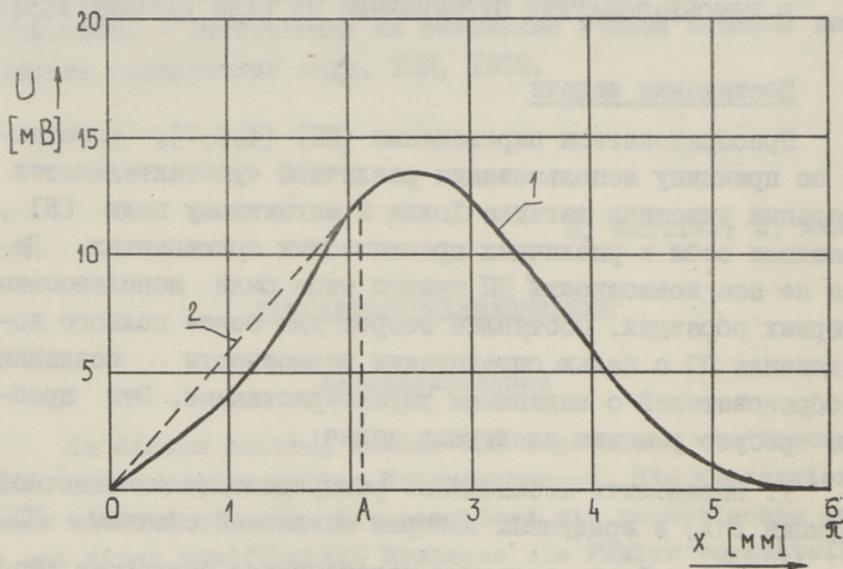
$\tau(x) = \tan(B(x) \cdot u)$ – тангенс угла Холла;

u – подвижность носителей тока;

$B(x)$ – распределение магнитной индукции.

Реализация III с заданной характеристикой преобразования предполагает создание в воздушных зазорах магнитной системы распределения магнитной индукции по определенному закону. С помощью обратной весовой функции $M(x)$ и заданной характеристики преобразования распределение магнитной индукции определяется выражением [3]

$$\tau(x) = M(x) * \frac{dU(x)}{dx}. \quad (2)$$



Фиг. 1. Зависимость выходного напряжения от перемещения (1) и заданный прямолинейный участок (2).

Представляет интерес привести свертку (2) к виду, не имеющему производной характеристики преобразования. Имеем (см. приложение I):

$$\tau(x) = U(x) - \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{U(x-y) + U(x+y) - 2U(x)}{\sinh^2 \pi y} dy. \quad (3)$$

Выпишем $\sinh^2 \pi y$ в экспоненциальной форме

$$\sinh^2 \pi y = \frac{e^{2\pi y}}{4} (1 - e^{-2\pi y})^2$$

и запишем временно числитель в виде $f(y)$, получим:

$$\frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{f(y)}{e^{\frac{2\pi y}{4}} (1 - e^{-2\pi y})^2} dy = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{f(y)}{(1 - e^{-2\pi y})^2} e^{-2\pi y} dy. \quad (4)$$

При вычислении интеграла (4) функцию $e^{-2\pi y}$ возьмем в качестве весовой и, подставив $2\pi y = v$ на основании [2], получим

$$\int_0^{\infty} \frac{f(\frac{v}{2\pi})}{(1 - e^{-v})^2} e^{-v} dv \approx \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{(1 - e^{-v_i})^2} f(\frac{v_i}{2\pi}), \quad (5)$$

где A_i - весовые множители;

v_i - корни полинома Лагерра степени n .

На основании (3) и (5) уравнение (2) примет вид:

$$\tau(x) = U(x) - \sum_{i=1}^n C_i [U(x \pm z_i) - 2U(x)], \quad (6)$$

где

$$C_i = \frac{A_i}{(1 - e^{-v_i})^2}, \quad z_i = \frac{v_i}{2\pi}.$$

Значения коэффициентов C_i и узлов z_i для $n = 10$ приведены в таблице I.

Синтез формы полюсного наконечника. Рассчитанные распределения магнитной индукции в воздушных зазорах магнитной системы III создаются полюсными наконечниками определенной конфигурации. Очертание границ исследуемой области III изображено на фиг. 2, где поверхности магнитопровода и полюсного наконечника подтрихованы, а распределение магнитной индукции не имеет аналитической формы. Если предположить, что сталь обладает бесконечно большой магнитной проницаемостью, то профиль воздушного зазора по литературе [1] можно определить следующим образом. Ввиду симметрии магнитной системы III по линии магнитной нейтрали дальнейшие рассуждения справедливы для половины магнитной системы. Вначале находится распределение потенциала в типовой полубесконечной области (между пунктирными линиями $x = 0$, $x = \pi$ и осью x , фиг. 2), создающее требуемое распределение магнитной индукции по оси x . Далее, поскольку поверхность полюсного наконечника является эквипотенциальной ($\mu = \infty$), искомая конфигурация её может быть выбрана в соответствии с любой эквипотенциалью поля, которая определяется исходя из решения для полубесконечной области.

Для III [6] получим следующие граничные условия. На линии магнитной нейтрали $x=0$ (фиг. 2) магнитный поток $B(x)=0$ и, следовательно,

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{x=0} = 0. \quad (7)$$

Предположим, что по оси x размещены магнитные системы III на расстоянии 2π друг от друга, тогда на линии магнитной нейтрали при $x=\pi$ магнитный поток $B(x)$ равен нулю и

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{x=\pi} = 0. \quad (8)$$

При условии, что поверхность магнитопровода, как и полюсного наконечника, имеет бесконечно большую магнитную проницаемость, получим:

$$\psi(x, 0) = 0, \quad (9)$$

а на линии $y=0$ имеем рассчитанное распределение магнитной индукции

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{y=0} = B(x). \quad (10)$$

Решением уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (11)$$

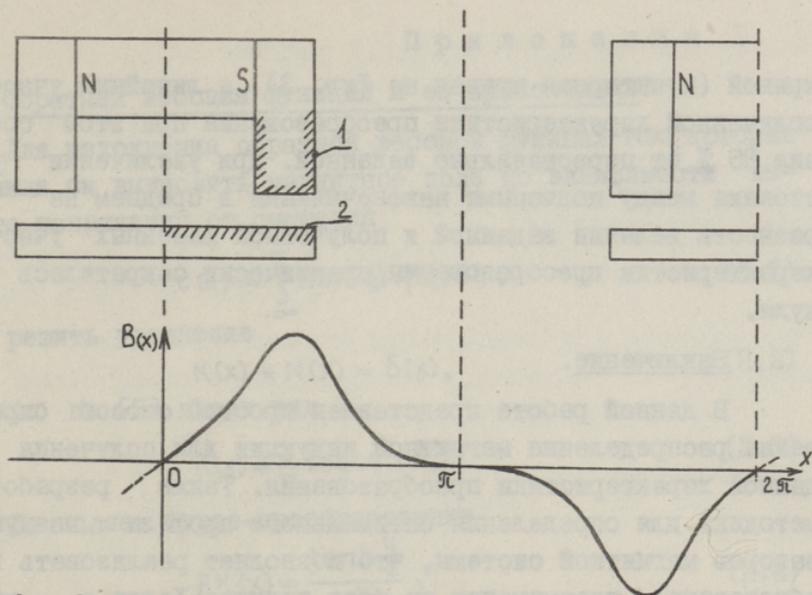
в типовой вертикальной полубесконечной полосе, ограниченной линиями $x=0$, $x=\pi$ и $y=0$, с граничными условиями (7), (8), (9), (10) и следуя [1], получим

$$\psi(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k}{k} \sin kx \sinh ky, \quad (12)$$

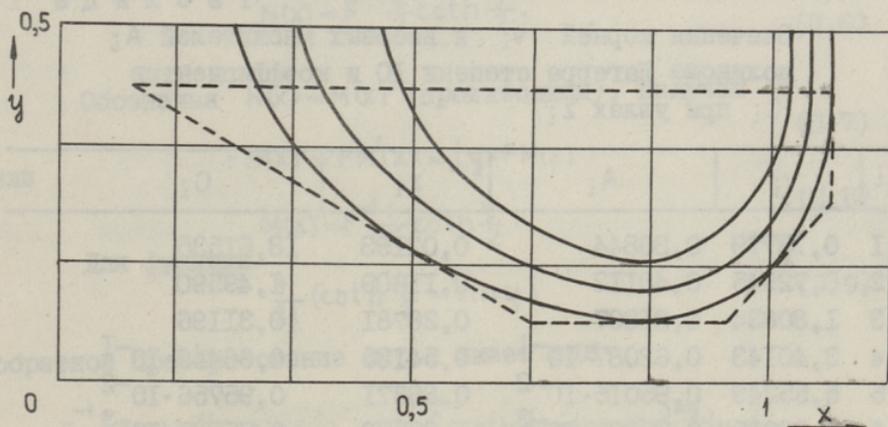
где B_k — коэффициенты разложения распределения магнитной индукции в ряд Фурье по синусам.

Результаты вычислений

При определении необходимого распределения магнитной индукции исходная характеристика преобразования имела заданный прямолинейный участок в интервале $0 \leq x \leq A$ (фиг. 1). Далее, в интервале $A \leq x \leq \pi$, характеристика преобразования имела продолжение по зависимости, снятое экспериментально при перемещении датчика Холла в III с плоскопараллельными воздушными зазорами [4, 6]. С помощью (6) вычисленное распределение магнитной индукции при $n=10$ представлено на фиг. 2. Далее, после преобразования вычисленного распределения магнитной индукции $B(x)$ в ряд Фурье по синусам, определили потенциальное



Фиг. 2. Профиль воздушного зазора магнитной системы, образованный поверхностями полюсного наконечника (1) и магнитопровода (2), и необходимое распределение магнитной индукции $B(x)$ в зазоре.



Фиг. 3. Конфигурации полюсного наконечника для различных значений воздушного зазора.

поле в полубесконечной области с помощью (12) при $k=1 \div 10$, выбранное из практических соображений. При $\psi(x, y) = \text{const}$ определили практически реализуемые конфигурации полюсного наконечника для различных значений воздушного зазора магнитной системы, которые представлены на фиг. 3.

В действительности форма полюсных наконечников была выбрана близкой к расчетной и выполнена согласно ломаной

кривой (пунктирная кривая на фиг. 3), а линейный участок полученной характеристики преобразования при этом составил 85 % от первоначально заданной. При увеличении расстояния между полюсными наконечниками в среднем на 15 % разность величин заданной и полученной линейных участков характеристик преобразования практически сократилась до нуля.

Заключение.

В данной работе представлен простой способ определения распределения магнитной индукции для получения заданной характеристики преобразования. Также разработана методика для определения оптимального профиля воздушных зазоров магнитной системы, что позволяет реализовать преобразователи перемещения на базе тандема Холла с минимальными размерами магнитной системы при заданном рабочем диапазоне.

Т а б л и ц а I

Значения корней v_i и весовых множителей A_i полинома Лагерра степени 10 и коэффициентов C_i при узлах z_i

i	v_i	A_i	z_i	C_i
1	0,13779	0,30844	0,02193	18,61535
2	0,72945	0,40112	0,11609	1,49590
3	1,80834	0,21807	0,28781	0,31196
4	3,40143	$0,62087 \cdot 10^{-1}$	0,54135	$0,66442 \cdot 10^{-1}$
5	5,55249	$0,95015 \cdot 10^{-2}$	0,88371	$0,95756 \cdot 10^{-2}$
6	8,33015	$0,75301 \cdot 10^{-3}$	1,32578	$0,75337 \cdot 10^{-3}$
7	11,84378	$0,28259 \cdot 10^{-4}$	1,88499	$0,28259 \cdot 10^{-4}$
8	16,27925	$0,42493 \cdot 10^{-6}$	2,59092	$0,42493 \cdot 10^{-6}$
9	21,92658	$0,18396 \cdot 10^{-8}$	3,50086	$0,18396 \cdot 10^{-8}$
10	29,92069	$0,99118 \cdot 10^{-12}$	4,76203	$0,99118 \cdot 10^{-12}$

Обратная весовая функция и ее производная.

Для нахождения обратной весовой функции $N(x)$, которая позволила бы вычислить магнитное поле по зависимости выходного напряжения от смещения

$$\tau(x) = \int_{-\infty}^{\infty} N(x-\xi)V_2(\xi)d\xi, \quad (\text{П. I})$$

нужно решить уравнение

$$K(x) * N(x) = \delta(x), \quad (\text{П. 2})$$

где $K(x)$ по [5] имеет вид

$$K(x) = \frac{2}{\pi} \log \coth \frac{\pi|x|}{2}. \quad (\text{П. 3})$$

Вычисляем Фурье-преобразование

$$FK(x) = \frac{\tanh \frac{y}{2}}{\frac{y}{2}}, \quad (\text{П. 4})$$

откуда

$$FN(x) = F \frac{1}{FK(x)} = \frac{y}{2} \coth \frac{y}{2} \quad (\text{П. 5})$$

и

$$N(x) = F^{-1} \frac{y}{2} \coth \frac{y}{2}. \quad (\text{П. 6})$$

Обозначая $N(x) = M'(x)$ (производная), получим

$$FN(x) = FM'(x) = j y \cdot FM(x) \quad (\text{П. 7})$$

или

$$M(x) = F^{-1} \frac{1}{2j} \coth \frac{y}{2}. \quad (\text{П. 8})$$

Для функции

$$\frac{1}{2j} (\coth \frac{y}{2} - \operatorname{sign} y) \quad (\text{П. 9})$$

обратное преобразование Фурье имеет вид

$$\begin{aligned} F^{-1} \frac{1}{2j} (\coth \frac{y}{2} - \operatorname{sign} y) &= \frac{1}{4\pi j} \int_{-\infty}^{+\infty} (\coth \frac{y}{2} - \operatorname{sign} y) e^{jxy} dy = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\coth \frac{y}{2} - \operatorname{sign} y) \sin xy dy = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} (\coth \frac{y}{2} - 1) \sin xy dy = \\ &= \frac{1}{2\pi} [\pi \coth \pi x - \frac{1}{x}] = \frac{1}{2} \coth \pi x - \frac{1}{2\pi x}. \end{aligned} \quad (\text{П. 10})$$

Для функции

$$\frac{1}{2j} \operatorname{sign} y$$

обратным преобразованием Фурье получим

$$F^{-1} (\frac{1}{2j} \operatorname{sign} y) = \frac{1}{2\pi x}. \quad (\text{П. 11})$$

После сложения (П.10) и (П.11) получим

$$M(x) = \frac{1}{2} \coth \pi x. \quad (\text{П.12})$$

Для вычисления $M'(x)$ выпишем

$$\begin{aligned} \langle M(x), \varphi(x) \rangle &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^{\varepsilon} \frac{1}{2} \coth \pi x \varphi(x) dx + \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{1}{2} \coth \pi x \varphi(x) dx \right] = \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \coth \pi x [\varphi(x) - \varphi(-x)] dx = \int_0^{\infty} \coth \pi x \text{Od} [\varphi(x)] dx, \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$

где $\text{Od} [\varphi(x)]$ — нечетная часть функции $\varphi(x)$.

Тогда

$$\langle M'(x), \varphi(x) \rangle = \langle M(x), -\varphi'(x) \rangle = - \int_0^{\infty} \coth \pi x \text{Od} [\varphi'(x)] dx. \quad (\text{П.14})$$

Если обозначим

$$\text{Od} [\varphi'(x)] = \psi(x),$$

получим

$$\int_0^x \psi(t) dt = E v [\varphi(x)] - \varphi(0),$$

где $E v |\varphi(0)|$ является четной частью функции $\varphi(x)$.

Интегрируя (П.14) по частям, получим

$$\begin{aligned} -\coth \pi x [E v [\varphi(x)] - \varphi(0)] \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \frac{\pi}{\sinh^2 \pi x} [E v [\varphi(x)] - \varphi(0)] dx = \\ = \varphi(0) - \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{\varphi(x) + \varphi(-x) - 2\varphi(0)}{\sinh^2 \pi x} dx. \end{aligned} \quad (\text{П.15})$$

Таким образом, решением (П.14) есть

$$\langle N(x), \varphi(x) \rangle = \langle M'(x), \varphi(x) \rangle = \varphi(0) - \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{\varphi(x) + \varphi(-x) - 2\varphi(0)}{\sinh^2 \pi x} dx.$$

Первый член показывает, что $M'(x)$ содержит δ -функцию. Для вычисления $N(x) * V(x)$ рассмотрим $(N - \delta) * V$

$$\begin{aligned} \langle (N - \delta) * V, \varphi \rangle &= \langle (N(y) - \delta), \langle V(x), \varphi(x+y) \rangle \rangle = \\ &= \langle N(y) - \delta, \int_{-\infty}^{+\infty} V(x) \varphi(x+y) dx \rangle = \\ &= -\frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[V(x-y) + V(x+y) - 2V(x)] \varphi(x) dx}{\sinh^2 \pi y} dy = \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{V(x-y) + V(x+y) - 2V(x)}{\sinh^2 \pi y} dy \right\} \varphi(x) dx. \end{aligned} \quad (\text{П.16})$$

или

$$N(x) * V(x) = V(x) - \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{V(x-y) + V(x+y) - 2V(x)}{\sinh^2 \pi y} dy \quad (\text{П.17})$$

при условии, что $V(x)$ имеет непрерывную вторую производную (и к примеру не возрастающую).

Л и т е р а т у р а

1. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. - М., Энергия, 1970.

2. Деканосидзе Е.Н. Таблицы корней и весовых множителей обобщенных полиномов Лагерра. М., Вычислительный центр АН СССР, 1966.

3. Вяльямяз Г.Х., Кукк В.А., Тильк И.И. Датчик Холла в неоднородном магнитном поле: обратная задача. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1974, № 371.

4. Вяльямяз Г.Х., Сеппель С.А., Эйнер Л.К. Преобразователь перемещений. - Авт, свид. СССР № 418874. Бюллетень № 9, 05.03.1974.

5. Вяльямяз Г.Х., Кукк В.А., Тильк И.И. Датчик Холла в неоднородном магнитном поле: прямая задача. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1974, № 371.

6. Вяльямяз Г.Х., Тильк И.И., Тихонов В.И. Преобразователь перемещений на основе датчика Холла. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975, № 387, с. 129-136.

7. Вяльямяз Г.Х., Тильк И.И. Преобразователь перемещений. - Авт. свид. СССР № 620804. Бюллетень № 31, 25.08.1978.

J. Tilk

Synthesis of the Pole Extension Form for the Hall Plate Displacement Transducer

Summary

This paper deals with the simple problem of finding magnetic field distribution which produces the desired dependence of Hall voltage upon the displacement of the plate.

The problem of finding the optimum profile of the air gap for the minimum size magnetic system is solved.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОСЫ ОДНОПЕРИОДНОГО ЗАХВАТА
СИСТЕМЫ ФАП ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Система фазовой автоподстройки (ФАП) второго порядка обеспечивает высокое подавление широкополосного аддитивного шума при слежении за фазой гармонического сигнала в присутствии начальной расстройки по частоте [1, 2]. Однако относительно сосредоточенных помех ее фильтрующие свойства остаются недостаточными [3]. Кроме того, система второго порядка может оказаться недостаточно эффективной и при слежении за фазой сигнала со сравнительно быстро изменяющейся частотой. Эти недостатки могут быть существенно понижены при применении системы ФАП третьего порядка [4].

Применение системы ФАП третьего порядка связано с некоторыми трудностями: например, имеется опасность самовозбуждения, поскольку система не является безусловно устойчивой, и переходные процессы могут быть медленно затухающими. Поэтому системы третьего порядка требуют более глубокого и точного анализа, чем системы второго порядка.

При изучении динамики системы ФАП высокого порядка важной проблемой является определение ширины полосы захвата. Оказывается, что в пределах общей полосы захвата целесообразно выделить еще более узкую полосу — полосу однопериодного захвата, в пределах которой процесс установления синхронизма протекает без скользящих периодов и длительность переходных процессов лишь несколько превышает длительность процессов в соответствующей линейной системе [5].

С целью определения полосы однопериодного захвата Ω_3 системы ФАП третьего порядка проводилось исследование поведения системы в режиме захвата с помощью имитационного моделирования на аналоговой вычислительной машине (АВМ) типа МН-18М [6].

Исследованы были системы ФАП с фильтрами низких частот (ФНЧ) со следующими передаточными функциями:

$$F_1(s) = \frac{T_1 s + 1}{(T_2 s + 1) T_3 s}, \quad (1)$$

$$F_2(s) = \frac{(T_1 s + 1)^2}{(T_2 s + 1)^2}. \quad (2)$$

Передаточные функции линеаризованных замкнутых систем ФАП с ФНЧ (1) и (2) следующие:

$$W_1(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 T_3 T_c s^3 + T_2 T_c s^2 + T_1 s + 1}, \quad (3)$$

$$W_2(s) = \frac{T_1^2 s^2 + 2 T_1 s + 1}{T_2^2 T_c s^3 + T_1^2 s^2 + 2 T_1 s + 1}, \quad (4)$$

где $T_c = \frac{1}{\Omega_y}$ - постоянная времени системы; а Ω_y - полоса удержания системы.

Зависимость полосы однопериодного захвата Ω_3 системы ФАП с ФНЧ с передаточной функцией (1) при начальных фазах $\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = \pi$ приведена графически на фиг. 1 и 2, а зависимость полосы однопериодного захвата при применении ФНЧ с передаточной функцией (2) приведена на фиг. 3. Используются следующие приведенные величины

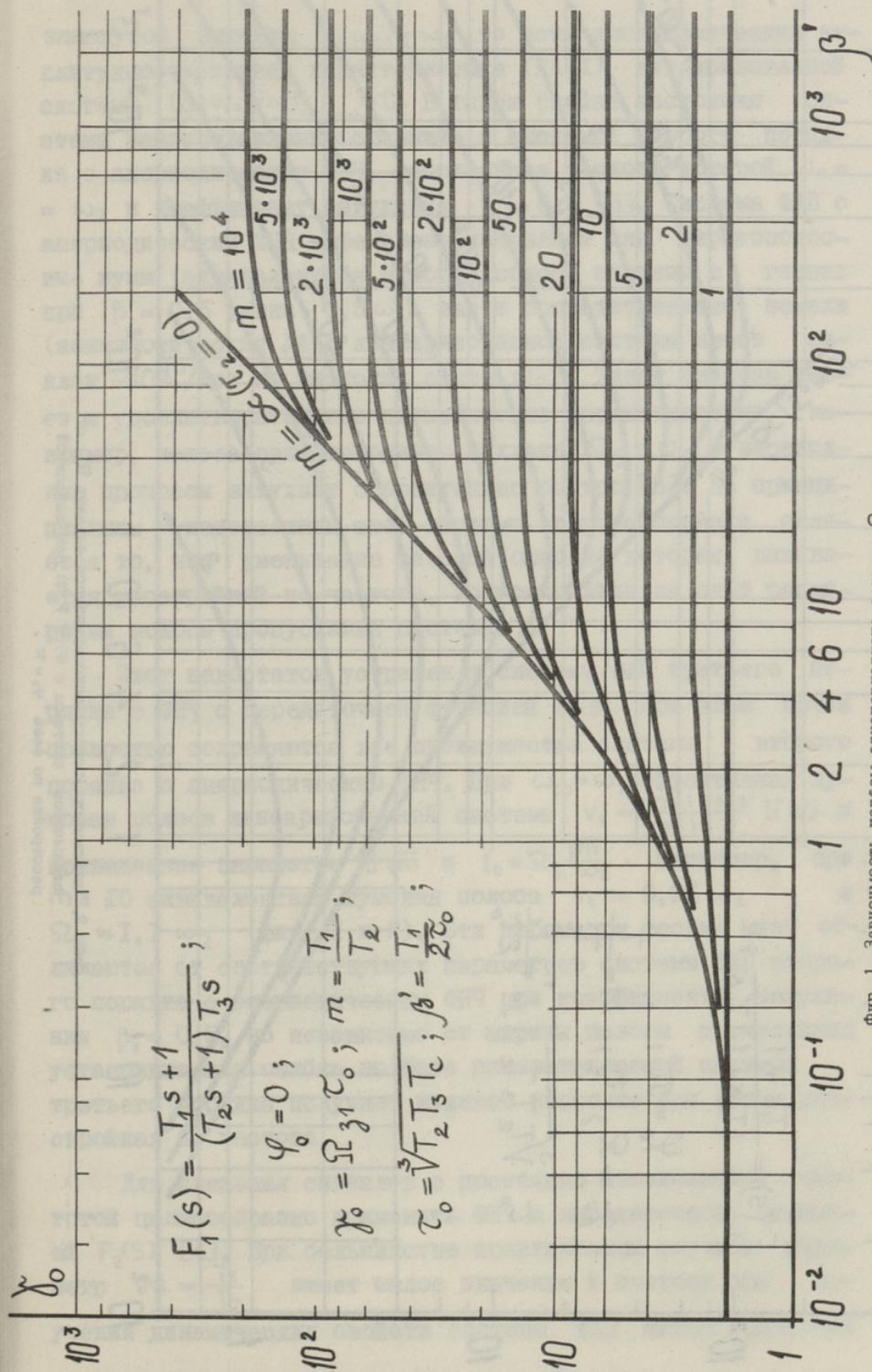
$$\delta_0 = \Omega_3 \tau_0; \quad \beta' = \frac{T_1}{2\tau_0},$$

$$m = \frac{T_1}{T_2}; \quad d = 2\beta',$$

где $\tau = \sqrt[3]{T_2 T_3 T_c}$ при ФНЧ (1)

и $\tau_0 = \sqrt[3]{T_2^2 T_c}$ при ФНЧ (2).

Особый интерес представляет система с ФНЧ (1), в которой значение для $\omega_2 = \frac{1}{T_2}$ выбрано так, что частота среза



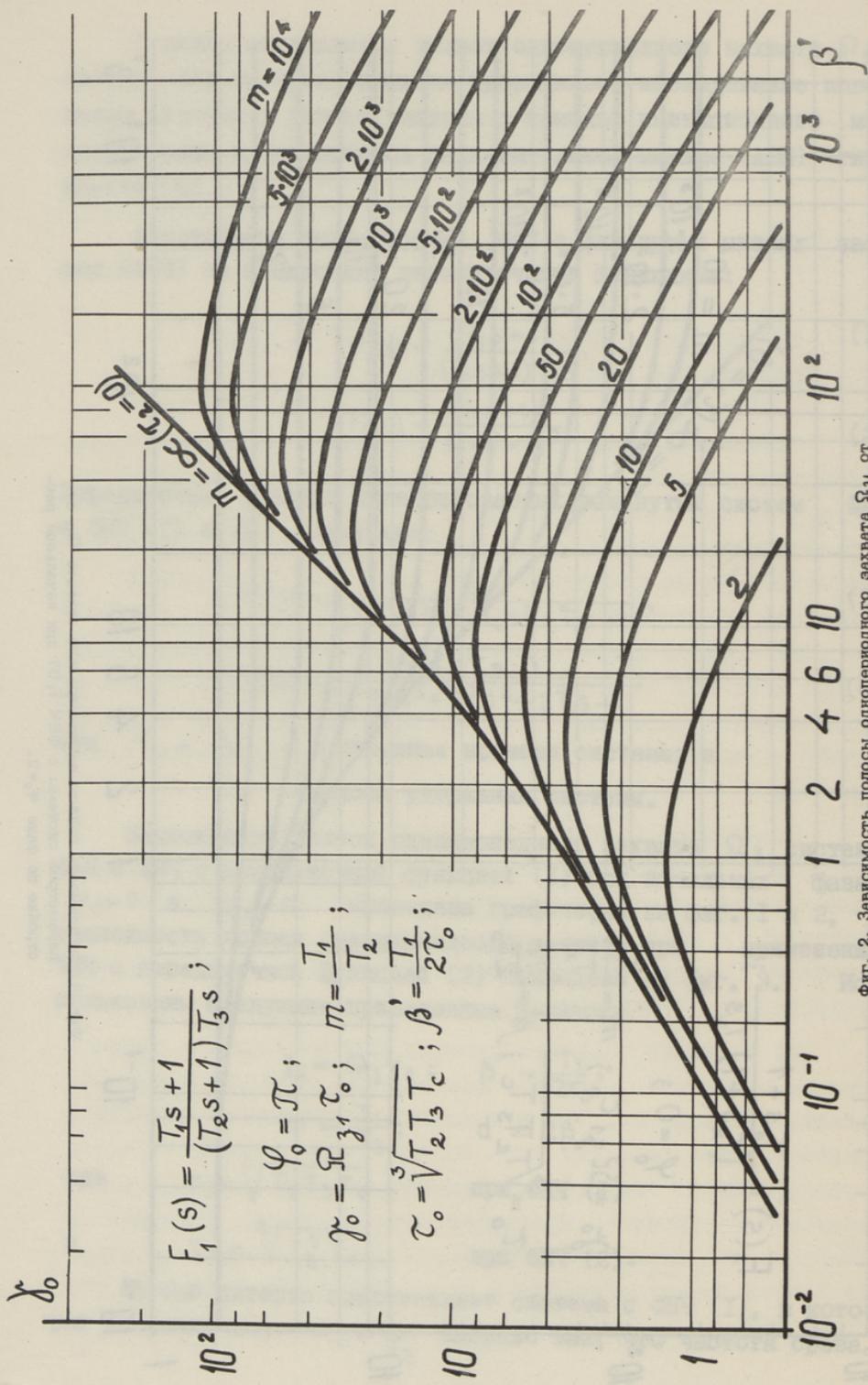
$$F_1(s) = \frac{T_1 s + 1}{(T_2 s + 1) T_3 s} ;$$

$$\varphi_0 = 0 ;$$

$$\gamma_0 = \Omega \beta \tau_0 ; \quad m = \frac{T_1}{T_2} ;$$

$$\tau_0 = \sqrt[3]{T_2 T_3 T_c} ; \quad \beta' = \frac{T_1}{2\tau_0} ;$$

Фиг. 1. Зависимость полюсы одноперiodного захвата Ω_{z1} от параметров системы с ФНЧ $F_1(s)$ при начальной расстройке по фазе $\varphi_0 = 0$.



$$F_1(s) = \frac{T_1 s + 1}{(T_2 s + 1) T_3 s};$$

$$\varphi_0 = \pi;$$

$$\gamma_0 = \Omega_{\beta} \tau_0; \quad m = \frac{T_1}{T_2};$$

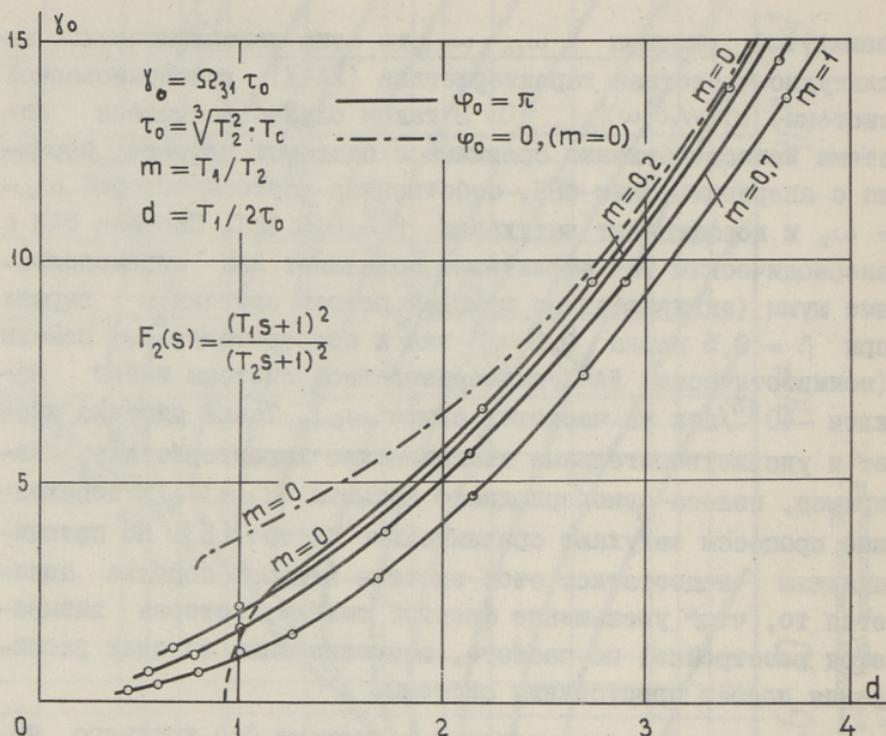
$$\tau_0 = \sqrt[3]{T_2 T_3 T_c}; \quad \beta = \frac{T_1}{2T_0};$$

Фиг. 2. Зависимость полюсы одноперiodного захвата Ω_{β} от параметров системы с ФНЧ $F_1(s)$ при начальной расстройке по фазе $\varphi_0 = \pi$.

замкнутой системы $\omega_{cp} = \omega_2$, то есть логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) линеаризованной системы $\lg |W_1(j\omega)|_{\omega=\omega_2} = 0$. В таком случае настоящая система непосредственно сравнима с системой второго порядка с апериодическим ФНЧ, собственная частота которой $\omega_0 = \omega_2$ и коэффициент затухания $\beta = 0,5$ [5]. Система ФАП с апериодическим ФНЧ эффективно подавляет как широкополосные шумы (эквивалентная шумовая полоса системы в герцах при $\beta = 0,5$ равна $0,5\omega_0$), так и сосредоточенные помехи (асимптотическая ЛАЧХ линеаризованной системы имеет наклон -40 dB/дек на частотах выше ω_0). Такая система имеет и удовлетворительные динамические характеристики, например, полоса однопериодного захвата $\Omega_3 \approx \omega_0$ и переходные процессы затухают сравнительно быстро [5]. Но принципиальным недостатком этой системы второго порядка является то, что уменьшение фазовой ошибки, которая вызывается расстройкой по частоте, возможно лишь за счет расширения полосы пропускания системы.

Этот недостаток устранен в системе ФАП третьего порядка с ФНЧ с передаточной функцией $F_1(s)$. При этом почти полностью сохраняются все преимущества системы второго порядка с апериодическим ФНЧ. При $\omega_{cp} = \omega_2$ эффективная шумовая полоса линеаризованной системы $\nu_1 = \frac{m+1}{m-1} \cdot \frac{\omega_2}{2}$ [Гц] и приведенные параметры $d\sqrt{m}$ и $\gamma_0 = \Omega_3 \frac{\sqrt{m}}{\omega_2}$. Например, при $m = 10$ эквивалентная шумовая полоса $\nu_1 = 0,61 \omega_2$ и $\Omega_3 \approx 1,1 \omega_2$ (фиг. 1 и 2). Эти параметры весьма мало отличаются от соответствующих параметров системы ФАП второго порядка с апериодическим ФНЧ при коэффициенте затухания $\beta = 0,5$, но независимо от ширины полосы пропускания установившаяся ошибка по фазе рассматриваемой системы третьего порядка получает нулевое значение при любых расстройках по частоте.

Для слежения сигналов с постоянно изменяющейся частотой целесообразно применять ФНЧ с передаточной функцией $F_2(s)$ [4]. При большинстве практических случаев параметр $m = \frac{T_1}{T_2}$ имеет малое значение и поэтому при изучении динамических свойств системы ФАП можно брать $m=0$



Фиг. 3. Зависимость полосы однопериодного захвата от параметров системы с ФНЧ $F_2(s)$ при начальных расстройках по фазе $\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = \pi$.

(фиг. 3). В таком случае эквивалентная шумовая полоса линеаризованной системы выражается следующей формулой:

$$\nu_2 = \omega_{cp} \frac{2d^3 + 3}{2(2d^3 + 1)} [\Gamma_4],$$

где ω_{cp} — частота среза линеаризованной системы ФАП, ЛАЧХ которой имеет наклон $-20 \text{ dB} / \text{дек}$ на частотах выше ω_{cp} , поскольку условие устойчивости требует, что $d > 0,794$.

Следовательно, настоящую систему третьего порядка можно сравнивать с системой первого порядка, полоса удержания Ω_y которой равна частоте среза ω_{cp} рассматриваемой системы. У системы первого порядка полоса однопериодного захвата равна полосе удержания $\Omega_y = \omega_{cp}$ и эквивалентная шумовая полоса линеаризованной системы в герцах равна $0,5 \Omega_y$.

В качестве примера определяем эти параметры и для настоящей системы третьего порядка при $d = 2$ ($m = 0$).

Нуль передаточной функции $W_2(s)$ линеаризованной системы (4), которая определяется формулой $\omega_1 = \frac{\omega_{cp}}{d^3}$, находится на частоте $\omega_1 = 0,125 \omega_{cp}$. Эквивалентная шумовая полоса $\nu_2 = 0,63 \omega_{cp}$ при $d = 2$ и полоса однопериодного захвата, которая определяется с помощью формулы $\gamma_0 = \Omega_3 \frac{d^2}{\omega_{cp}}$, равна $\Omega_3 \approx 1,5 \omega_{cp}$ (фиг. 3). По сравнению с соответствующей системой первого порядка эквивалентная шумовая полоса анализируемой системы третьего порядка примерно на 20 % шире, но зато полоса однопериодного захвата Ω_3 в 1,5 раза больше. Поэтому можно сделать вывод, что анализируемая система третьего порядка практически по всем параметрам не уступает соответствующей системе первого порядка, но позволяет минимизировать фазовые ошибки как от начальной расстройки по частоте, так и от дрейфа частоты по линейному закону [4]. У системы первого порядка это недостижимо даже при увеличении полосы пропускания до бесконечности.

В итоге можно сделать вывод, что системы ФАП третьего порядка с рационально выбранными параметрами практически по всем параметрам превосходят системы второго порядка.

Л и т е р а т у р а

1. К у л ь м а н Н.К., С т р а т о н о в и ч Р.Л. Фазовая автоподстройка частоты и оптимальное измерение параметров узкополосного сигнала с непостоянной частотой в шуме. — Радиотехника и электротехника, 1964, т. IX, № I, с. 67-77.
2. Т и х о н о в В.И., К у л ь м а н Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М., Сов.радио, 1975. 704 с.
3. М и н М. Анализ системы фазовой автоподстройки частотными методами. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1978, № 457.
4. Л и н д с е й В. Системы синхронизации в связи и управлении. М.; Сов.радио, 1978. 600 с.

5. Мин М. Переходные процессы в системе ФАПЧ с апериодическим фильтром низких частот. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1976, № 409, с. 41-44.

6. Мин М.В., Паавле Т.Э. Моделирование детерминированной системы ФАПЧ на АБМ. - "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975, № 387, с. 73-77.

M. Min, T. Paavle

The Lock-in Range Determination of
the Third-order PLL System

Summary

The results of the study of the synchronization processes in the third-order phase-locked loop (PLL) system by the aid of the simulation by analogue computer are described in this paper. The lock-in range dependence on the time constants of the opened-loop PLL system containing the second-order low-pass filter the transfer function of which has single or double zero is presented graphically. The comparative analysis of the third-order system and the second- and first-order PLL systems is given.

ЭКВИВАЛЕНТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА RC-ЦЕПЕЙ

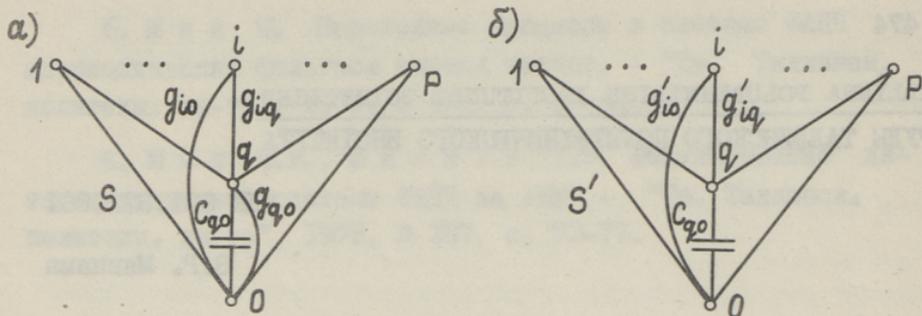
Эквивалентные преобразования являются важным средством при оптимизации цепей по различным критериям [1, 2]. Ниже представлено непрерывное эквивалентное преобразование для класса RC-многополюсников, в которых по крайней мере одна клемма любого конденсатора является внутренним узлом, связанным с клеммами остальных конденсаторов только через резисторы. Такие RC-цепи часто являются составными частями более сложных, в том числе электронных цепей, реализованных, в частности, методом переменных состояния [3].

При преобразовании сохраняется эквивалентность относительно всех внешних параметров. Преобразование допускает безусловную минимизацию суммарной емкости RC-цепи, а в некоторых случаях и заметное упрощение цепи. Возможен также учет сопротивлений потерь реальных конденсаторов.

I. Преобразование с минимизацией суммарной емкости

Рассмотрим RC($p+1$)-полюсники S и S' (фиг. 1), имеющие внутренний узел q (на фигурах линии между двумя узлами обозначают резистивные элементы). Из сравнения функций (например, Y -параметров) этих ($p+1$)-полюсников вытекает, что при условиях

$$\begin{aligned} g'_{iq} &= g_{iq} \cdot T_q; & g'_{io} &= g_{io} + g_{iq} (1 - T_q); & (I) \\ C'_{qp} &= C_{qp} \cdot T_q^2; & i &= 1, \dots, p, \end{aligned}$$



Фиг. 1. RC $(p+1)$ - полюсник с одной емкостью:
 а - исходная цепь; б - преобразованная цепь.

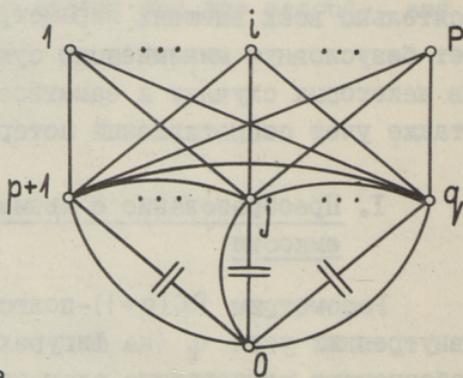
Где

$$T_q = (g_{qq} - g_{qo}) / g_{qq}; \quad g_{qq} = \sum_{i=0}^p g_{iq} \quad (2)$$

$(p+1)$ -полюсники S и S' (с $g'_{qo} = 0$) эквивалентны (через „'“ обозначены элементы преобразованной цепи S').

Согласно (2) $0 \leq T_q \leq 1$, поэтому элементы преобразованной цепи неотрицательны и $C'_{qo} \leq C_{qo}$. Суммарная проводимость цепи при преобразовании (I) уменьшается на g_{qo} .

Рассмотрим теперь $(p+1)$ -полюсник фиг. 2, в котором одна клемма любого из конденсаторов соединена с внешним полюсом 0, а другая - с внутренним узлом $p+1 \dots, q$ соответственно. Такие RC-многополюсники возникают, в частности, при синтезе активных RC-цепей методом переменных состояния [3].



Фиг. 2. RC $(p+1)$ - полюсник с $q-p$ емкостями.

Выделим из структуры фиг. 2 структуры типа фиг. 1, а с емкостями $C_{p+1,0}, \dots, C_{q,0}$ и применим для них по очереди преобразование (I). Преобразуя, например, подсхему с емкостью $C_{j,0}$, получим: $g'_{j,0} = 0$, $C'_{j,0} \leq C_{j,0}$, но проводимости резисторов, параллельных остальным емкостям, увеличиваются. Однако можно показать,

что суммы емкостей всех конденсаторов, а также параллельных с ними резисторов, при этом уменьшаются. Поэтому после $N \rightarrow \infty$ упомянутых выше (формальных) циклов преобразований для преобразованной цепи имеем:

$$\begin{aligned} g'_{j0} &= 0; & g'_{ij} &= g_{ij} \cdot T_j; & g'_{jk} &= g_{jk} \cdot T_j \cdot T_k; \\ g'_{i0} &= g_{i0} + \sum_{j=p+1}^q g_{ij} (1 - T_j); & C'_{j0} &= C_{j0} \cdot T_j^2; \\ i &= 1, \dots, p; & j, k &= p+1, \dots, q, \end{aligned} \quad (3)$$

где $T_j = T_{j\sigma}$ - передача по постоянному напряжению от узла σ , полученного путем закорачивания (стягивания) узлов $1, \dots, p$, к узлу j .

Следовательно, $0 \leq T_j \leq 1$ и поэтому $C'_{j0} \leq C_{j0}$ ($j = p+1, \dots, q$). При этом согласно [4] преобразованная цепь обладает минимальной суммарной емкостью. Преобразование (3) охватывает, очевидно, и преобразование (I).

Так как сумма проводимостей при преобразовании (3) уменьшается на величину $\sum_j g_{j0}$, то такое преобразование дает уменьшение суммарной емкости (на величину $\sum_j C_{j0}$) также при цепях со структурой, получаемой при замене на фиг. 2, $g \rightarrow C$ и $C \rightarrow g$.

2. Непрерывное преобразование

При преобразовании (3) (либо (I)) проводимости g'_{j0} (g'_{q0}) оказались нулевыми. Исследуем дальше непрерывное преобразование, при котором можно задаваться любыми значениями g'_{j0} (g'_{q0}).

Выражая из (2) коэффициент обратного преобразования ($S' \rightarrow S$), а затем общий коэффициент преобразования T_q как произведение коэффициентов прямого и обратного преобразований, имеем:

$$T_q = (g_{q0} - g'_{q0} + \sqrt{(g_{q0} - g'_{q0})^2 + 4g_{q0}g'_{q0}}) / 2g_{q0}. \quad (4)$$

Задаваясь значением элемента g'_{q0} , можно теперь по (4) определить T_q , а затем по (I) значения остальных элементов. Чтобы последние оказались положительными, необходимо выполнение условия:

$$0 \leq g'_{q0} \leq a(a+1)(g_{q0} + g'_{q0}), \quad (5)$$

где

$$a = \min_{i \in \{1, \dots, p\}} (g_{i0} / g_{iq}).$$

Аналогично можно показать, что при задании произвольных значений элементам g'_{j0} ($j=p+1, \dots, q$) цепи (фиг. 2) величины T_j в (3) определяются по системе нелинейных уравнений:

$$T_j (g_{jj} \cdot T_j - \sum_{k=p+1}^q g_{jk} \cdot T_k - \sum_{i=1}^p g_{ik}) - g'_{j0} = 0, \quad (6)$$

причем для получения в преобразованной цепи только неотрицательных элементов значения T_j ограничены условиями:

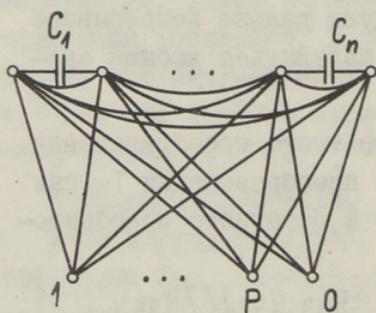
$$\sum_{i=1}^p g_{ij} (T_j - 1) \geq g_{i0}; \quad i=1, \dots, p; \quad j=p+1, \dots, q. \quad (7)$$

Ограничения для g'_{j0} вытекают из (6) при учете (7).

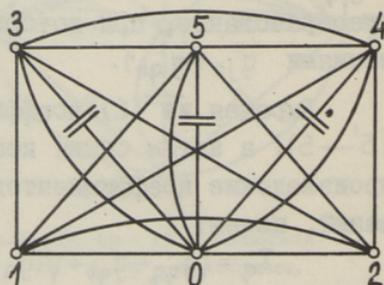
Нетрудно показать, что преобразования (3) с учетом (6) являются обобщением всех рассмотренных выше преобразований.

Пример I. Применим преобразование (I) с учетом (2) по очереди к емкостям (точнее — к связанным с ними подсхемам типа S фиг. I, a) RC(p+1)-полосника фиг. 3 (емкости цепи не имеют общих узлов). В результате получим эквивалентную цепь, в которой:

- все емкости меньше, чем в исходной цепи;
- отсутствуют резистивные элементы, параллельные емкостям в исходной цепи.



Фиг. 3. RC-цепь к примеру 1.



Фиг. 4. RC-цепь к примеру 2.

Пример 2. Исходный RC-трехполюсник с клеммами I, 2 и 0 имеет значения элементов, приведенные в столбце 0 таблицы I. Суммарная емкость $C_{30} + C_{40} + C_{50}$ в таблице обозначена через ΣC . Результаты преобразования по (3) и (6) при задании $g'_{30} = 0$; $g'_{40} = 0$; $g'_{50} = 0$ (с минимизацией ΣC) и $g'_{30} = 0,03$; $g'_{40} = 0,04$; $g'_{50} = 0,02$ (с учетом "сопротивлений потерь конденсаторов") представлены в столбцах I и II таблицы I соответственно.

Согласно таблице I суммарная емкость цепи при обоих преобразованиях уменьшается почти в 2 раза, причем сохраняется эквивалентность даже относительно двукратного нуля $S_e = -1$ общего множителя параметров цепи [5].

Т а б л и ц а I

Элемент цепи	Значение элемента		
	0	I	II
g_{12}	4	4,0000	4,0000
g_{13}	2	1,5000	1,5197
g_{14}	3	2,0625	2,0890
g_{15}	I	0,9375	0,9506
g_{10}	2	3,5000	3,4408
g_{23}	I	0,7500	0,7599
g_{24}	I,5	1,0313	1,0445
g_{25}	0,5	0,4688	0,4752
g_{20}	2	2,7500	2,7204
g_{34}	0,5	0,2578	0,2646
g_{35}	0,1667	0,1172	0,1204
g_{45}	0,25	0,1611	0,1655
g_{30}	I	0	0,03
g_{40}	2,1818	0	0,04
g_{50}	0	0	0,02
C_{30}	5	2,8125	2,8870
C_{40}	8,1818	3,8672	3,9672
C_{50}	2	1,7578	1,8063
ΣC	15,1818	8,4375	8,6611

Системы нелинейных уравнений (7) решены методом Ньютона на ЭЦВМ.

Выводы

1. Предложенное эквивалентное преобразование позволяет минимизировать суммарную емкость цепей с подсхемами, представленными на фиг. 2 (фиг. 1,а).

2. Уменьшение суммарной емкости может сопровождаться со значительным уменьшением числа резисторов цепи (заметным упрощением цепи).

3. Преобразование позволяет учитывать влияние эквивалентных сопротивлений потерь конденсаторов на значение элементов цепи, что особенно важно для цепей низких и инфранизких частот.

Литература

1. К а л а х а н Д. Современный синтез цепей. М.-Л., Энергия, 1966.

2. Л а н н э А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей. М., Связь, 1969.

3. И о н к и н П.А., М и р о н о в В.Г. Синтез RC-схем с активными взаимными элементами. М., Энергия, 1976.

4. В о е с с h, F.T., Н а г о р i a n, I.D. Minimal total capacitance RC realizations.- IEEE Trans. Circuit Theory, 1971, N 2, pp. 286-288.

5. М я н н а м а В.Р. Вопросы реализуемости RC-трехполосников по трем независимым параметрам. - Теоретическая электротехника, 1976, вып. 21. Изд-во Львовского ун-та.

V. Männama

An Equivalent Transformation for a Class of RC-Circuits

Summary

A continuously equivalent transformation to minimize the summary capacitance of a class of RC-circuits is developed. The equivalent resistance of loss capacitors may be taken into account by the transformation.

С о д е р ж а н и е

I.	А.В. Судницын. Метод декомпозиции конечных автоматов с использованием алгебры пар покрытий.	3
2.	Р. Убар. Описание цифровых устройств модели альтернативных графов.	II
3.	К. Григорьева, Р. Убар. Метод диагноза неисправностей в последовательностных схемах. . .	35
4.	М. Плак, Р. Убар. Синтез парных тестов комбинационных схем.	45
5.	А. Вийлуп. Описание постоянных неисправностей ЦВМ.	69
6.	Т.П. Плак. Метод описания и синтеза программ операционной системы.	79
7.	Б.И. Гордон, Л.К. Эйнер. Конические пластометры	9I
8.	Г.Х. Вяльмяяз, Б.И. Гордон, С.А. Сеппель, И.И. Тильк, Т.Х. Уутма, Л.К. Эйнер. Автоматический конический пластометр КП-I.	IOI
9.	Р.И. Карилер, Л.К. Эйнер. Вибрационный сигнализатор уровня.	IO7
IO.	И.И. Тильк. Синтез формы полюсных наконечников в преобразователе перемещения на базе датчика Холла.	II5
II.	М. Мин, Т. Паавле. Определение полосы одно-периодного захвата системы ФАП третьего порядка.	I25
I2.	В.Р. Мяннама. Эквивалентное преобразование для одного класса RC-цепей.	I33



Таллинский политехнический институт

Труды ТПИ № 474

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРИБОРОВ, УСТРОЙСТВ
И СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

Труды по электротехнике и автоматике ХУ11

Редактор Э. Рюстерн. Тех. редактор Л. Лоопер

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 28 мая 1979

Подписано к печати 11 декабря 1979. Бумага 60x90/16

Печ. л. 8,75 + 0,5 приложение. Уч.-изд. л. 8,51

Тираж 300. МВ-04135. Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9

Зак. № 784. Цена руб. 1.30

руб. 1.30