

TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOL
Majandusteaduskond
Rahanduse ja majandusteooria instituut
Raha ja panganduse õppetool

Marek Sarkisjan

**PORTFELLITEOORIA MUDELITE RAKENDAMINE BALTI
FINANTSTURUL**

Bakalaureusetöö

Juhendaja: lektor Kalle Ahi

Tallinn 2021

Deklareerin, et olen koostanud töö iseseisvalt.

Töö koostamisel kasutatud kõikidele teiste autorite töödele, olulistele seisukohtadele ja andmetele on viidatud.

Töö pikkuseks on 6097 sõna sissejuhatusest kuni kokkuvõtte lõpuni.

Marek Sarkisjan.....

(allkiri, kuupäev)

Üliõpilase kood: 155198 TABB

Üliõpilase e-posti aadress: marek.sarkisjan@gmail.com

Juhendaja lektor Kalle Ahi arvamus:

Töö vastab uurimistööle esitatud nõuetele

.....

(allkiri, kuupäev)

Kaitsmiskomisjoni esimees:

Lubatud kaitsmisele

.....

(nimi, allkiri, kuupäev)

SISUKORD

LÜHIKOKKUVÕTE.....	4
SISSEJUHATUS	5
1. PORTFELLITEOORIA MUDELID	7
1.1. Markowitzi portfelliteooria.....	8
1.1.1. Klassikaline Markowitzi mudel.....	8
1.1.2. Markowitzi portfelliteooria eeldused.....	10
1.1.3. Markowitzi portfelliteooria puudused	11
1.2. Black-Littermani mudel.....	12
1.2.1. Black-Littermani mudeli eelised	13
1.2.2. Black-Littermani optimaalne portfell	14
2. ANDMED JA METOODIKA	19
2.1. Balti finantsturu statistiliste andmete kogumine ning prognoosimine	19
2.2. Finantsvarade hindamismudel CAPM.....	20
3. VÄÄRTPABERIPORTFELLIDE KOOSTAMINE BALTI FINANTSTURU NÄITEL	23
3.1. Harry Markowitzi optimaalse väärtpaberiportfelli arvutused	23
3.2. Black-Littermani mudeli arvutused	26
3.3. Optimaalse portfelli leidmine ja tulemuste analüüsimine	28
3.4. Analüüsi järeldused ja ettepanekud tulevikuks	32
KOKKUVÕTE	33
SUMMARY.....	35
KASUTATUD ALLIKATE LOETELU	37
LISAD	39
Lisa 1. Väärtpaberiportfellid Harry Markowitzi mudeli järgi	39
Lisa 2. Väärtpaberiportfellid Black-Littermani mudeli järgi.....	40
Lisa 3. Kovariatsioonimaatriks.....	40
Lisa 4. Harry markowitzi mudeliga saadud optimaalne perioodil 02.01.2020-30.06.2021	41
Lisa 5. Minimaalse riski Black-Littermani mudeliga saadud portfell perioodil 02.01.2020-30.06.2021	42
Lisa 6. Black-Littermani mudeliga saadud optimaalne portfell perioodil 02.01.2020-30.06.2021	43
Lisa 7. Lihtlitsents	44

LÜHIKOKKUVÕTE

Käesoleva bakalaureusetöö eesmärk on võrrelda Balti börsil noteeritud ettevõtete aktsiaid ja uurida, millised on parima riski ja tulu suhtega investeerimisportfellid kasutades Markowitzi ja Black-Littermani optimeerimismudeleid. Töö on jaotatud kolmeks osaks, millest esimeses osas kirjeldatakse kõnealuseid mudeleid ning antakse ülevaade nende eelistest ja puudustest. Töö teine osa keskendub andmete ja meetodika selgitamisele. Töö viimases ehk empiirilises osas rakendatakse Markowitzi ja Black-Littermani mudeleid valitud ettevõtete andmete baasil. Optimaalsete portfellide leidmiseks kasutatakse MS Excel tarkvara funktsioone Solver ja Covariance. Lõpetuseks analüüsitakse tulemusi ning leitakse optimaalne portfell kasutades uuritavaid mudeleid ning selgitatakse välja parimad varade allokatsioonid Balti finantsturu näitel. Peale selle tuuakse välja, kuidas koostatakse parim võimalik portfell, mis võtab arvesse nii ajaloolisi andmeid kui võimaldab sisse arvestada investori prognoose. Ühtlasi tehakse järeldused ja prognoos uue valitud perioodi kohta, et hinnata mudeli paikapidavust.

Märksõnad: väärtpaperiportfell, Markowitzi mudel, investeerimisportfelli juhtimine, Black-Littermani mudel, CAPM.

SISSEJUHATUS

Tänapäeval on finantsturgudel tuhandeid erinevaid investeringuid erineva riski- ja tulutasemega. Selline võimaluste rohkus võib muuta investori ebakindlaks ning ootustele vastavaid aktsiaid on keeruline valida. Aktsiatesse investeerides eeldab investor, et varad kasvavad ning muutuvad tulevikus väärtuslikumaks võrreldes riskiga, mida investor on valmis võtma.

Kaasaegse portfelliteooria olemus seisneb hajutamises. Investorite eesmärk ei ole mitte ainult leida õige väärtpaber, mida osta, vaid ka see, kuidas oma varasid hajutada. Oluline on investeerida erinevatesse ettevõtetesse, et minimeerida riske. Seega on riskide maandamise eesmärgil mõistlik hoida portfell mitmekesisena. Teooria kohaselt on võimalik riske vähendada omades portfellis instrumente, mis ei ole tugevalt korreleeritud. Investori seisukohast lähtudes on õigustatud levinud ütlus, et kõiki mune ei tasu ühes korvis hoida.

Markowitzi portfelliteooria on majandusteadlase Harry Markowitzi 1952. aastal esitatud teooria aktivaportfellide loomiseks, mis maksimeerib oodatava tulu teatud riskitaseme jaoks. Nimetatud portfelliteooria mõtte on näidata, et moodustades sobivalt riskantsetest väärtpaberitest portfell, on võimalik riske hajutada võrreldes üksikaktsiasse investeerimisega. Markowitzi portfelliteooria eesmärk on valida erinevate investeringute vahel sellised kombinatsioonid, mis pakuvad teatud riskitasemel parima tootluse või teatud tootluse madalaima riskiga. Markowitzi portfelligudeli kohaselt lähtub investor otsuse langetamisel üksnes portfelligude oodatavatest tulumääradest ning oodatavate tulumäärade standardhälvetest.

Klassikalise Markowitzi mudeli hinnangute vigade vähendamisel on häid tulemusi andnud Black-Littermani mudel. Black-Littermani mudel on portfelligu koostamise matemaatiline mudel, mille löid Fisher Black ja Robert Litterman 1990. aastal. Nimetatud mudel kasutab väärtpaberite tulususte hindamisel lähtepunktina CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) turutasakaalu portfelligu, mille kombineerib investorigu lisainformatsiooniga ning annab hinnangu oodatavale üleliigsele tulususele ja tulususte kovariatsioonidele, mida kasutatakse Markowitzi teooria optimeerimisülesande sisenditena (Fabozzi, Focardi, Kolm 2006).

Käesoleva lõputöö eesmärk on portfelliteooria mudelite rakendamise võimaluste uurimine Balti finantsturul ning optimaalsete portfelli koostamine etteantud kriteeriumitele tuginedes. Autori hinnangul on aktsiatesse investeerimist kõige lihtsam alustada Balti börsilt ning seetõttu on portfellidesse valitud Balti börsil noteeritud ettevõtete aktsiad.

Bakalaureusetöö eesmärgi saavutamiseks on püstitatud järgnevad uurimisküsimused:

- Kuidas portfelliteooria aitab investeerimisrisiki vähendada?
- Millised on Markowitzi portfelliteooria eeldused ja puudused?
- Millised on Black-Littermani mudeli eelised võrreldes Markowitzi portfelliteooriaga?
- Kuidas koostada aktsiatega investeerimisportfell kasutades uuritavaid mudeleid ning ühtlasi selgitada välja parimad varade allokatsioonid Balti finantsturu näitel?

Bakalaureusetöö on jaotatud kolmeks osaks. Esimeses osas kirjeldatakse Markowitzi ja Black-Littermani mudeleid ning antakse ülevaade nende eelistest ja puudustest. Töö teine osa keskendub andmete ja meetodika selgitamisele. Selleks on autor kogunud aktsiate ajaloolisi andmeid Balti turult (2009-2019) ning arvutanud vastavad tootlused ja testinud kapitalivarade hindamise mudelit (CAPM), et vaadata üle majandustsükkel. Töö kolmandas, empiirilises osas, rakendatakse Markowitzi ja Black-Littermani mudeleid valitud ettevõtete andmete baasil. Optimaalsete portfelli leidmiseks kasutatakse MS Excel tarkvara funktsioone Solver ja Covariance. Lõpetuseks analüüsitakse tulemusi ning leitakse optimaalne portfell. Ühtlasi tehakse järeldused ja prognoos uue valitud perioodi kohta, et hinnata mudeli paikapidavust.

1. PORTFELLITEOORIA MUDELID

Portfelli valikuprotsessi võib jagada kaheks etapiks. Esimene osa algab vaatluse ja kogemusega ning lõpeb veendumustega olemasolevate väärtpaberite tulevaste tootluste kohta. Teine etapp algab asjakohaste uskumustega tulevaste tulemuste kohta ja lõpeb portfelli valikuga (Markowitz 1952).

Optimaalse väärtpaberiportfelli koostamisel võib lähtuda mitmetest erinevatest mudelitest ja meetoditest. Enamik neist üritab saavutada optimaalset riski-tulu suhet, kuid siiski erinevad nad nii riski hindamiseks kasutatavate näitajate kui ka meetodi rakendamiseks vajalike sisendite poolest. Selle meetodi valik sõltub eelkõige vajalike andmete olemasolust.

Klassikalises Markowitzi portfelligemudelil vajatakse optimaalse portfelli leidmiseks prognoose aktive oodatavate tulumäärade, aktive tulumäärade standardhälvete ning aktive tulumäärade omavaheliste korrelatsioonikordajate kohta, kuid praktikas võib investorile kättesaadav informatsioon piirduda ka üksnes investeerimispankade poolt konkreetsele aktivele antud ostu- või müügisoovitustega. Teiseks sõltub meetodi valik sellest, mida investor vaatles riskina ning millist kvantitatiivset näitajat ta selle mõõtmiseks kasutab. Traditsioonilist vaadeldakse riskina tulumäära varieeruvust oodatava tulumäära ümber (mida tüüpiliselt mõõdetakse standardhälbega), kuid riski võib hinnata ka näiteks tulususe negatiivse kõrvalekalde poolvariatsiooni, beetakordaja, muutlikkusriski või mõne muu näitaja abil. Samuti võib optimaalse portfelli koostamisel arvestada ka teisi tulumäärade jaotust iseloomustavaid näitajaid (Sander 2003).

Black-Littermani mudel võimaldab investoritel oma seisukohti kaasata. Põhierinevus traditsioonilise Markowitzi ja Black-Littermani mudeli vahel on see, et Black-Litterman kaasatakse investorite oodatav tulu. Kui oodatav tulu on teada, saab kasutada standardseid optimeerimistehnikaid, et luua CAPM-i abil optimaalne portfelli. Black-Littermani mudelis kasutusel olevat meetodit nimetatakse pöördoptimeerimiseks ja seda kasutatakse kaudse tasakaalu ülemäärase tulu tuletamiseks. Pöördoptimeerimine võimaldab arvestada vaateid portfellis olevate erinevate varade kohta, kasutades Bayesi meetodit ning samuti kindlustunnet nende vaadete suhtes, et luua oodatav tuluvektor (Black, Litterman 1992).

1.1. Markowitzi portfelliteooria

1.1.1. Klassikaline Markowitzi mudel

Kaasaegsele portfelliteooriale (MPT) pani aluse 1952. aastal Harry Markowitz, kes kirjutas oma doktoritöö statistika alal. Markowitzi mudeli kõige olulisem aspekt oli tema kirjeldus portfelli hajutamise mõjust portfellis olevate väärtpaberite arvu ja nende kovariatsioonisuhete kohta. Tema väitekirja tulemused pealkirjaga "Portfelli valik" (1952) avaldati esmakordselt ajakirjas *The Journal of Finance*.

Mõisted "diversifitseerimine" ja "hajutamise efekt" viitavad seostele korrelatsioonide ja portfelli riski vahel. Diversifitseerimine on Markowitzi portfelli valiku teooria nurgakiviks - see on riskide vähendamise kontseptsioon, mis hõlmab investeringute jaotamist erinevate finantsinstrumentide, tööstusharude ja muude investeerimiskategooriate vahel. Teisiti öeldes on see seotud tuntud ütlusega "ära pane kõiki mune ühte korvi": kui korv maha kukub, lähevad kõik munad katki. Kui munad paigutada rohkem kui ühte korvi, väheneb tõenäosus, et kõik munad purunevad. Diversifitseerimine on saavutatav investeerides erinevatesse varaklassidesse ja varaklassides omakorda erinevatesse kategooriatesse ja väärtpaberitesse.

Hajutamise eesmärk on maksimeerida kasumlikkust ja minimeerida riske, seega investeerida tuleb erinevatesse varadesse, millest igäüks reageerib samale esilekerkivale sündmusele erinevalt. Näiteks Euroopa võlakriisiga seotud negatiivsed uudised toovad tavaliselt kaasa aktsiaturu olulise languse, kuid samal ajal avaldasid need uudised üldist positiivset mõju mõne tooraine hindadele. Sellest tulenevalt on oluline, et portfelli hajutamise strateegia ei hõlmaks ainult erinevaid aktsiaid samast tööstusharust, vaid see hõlmaks ka erinevaid varaklasse nagu võlakirjad ja toorained

Diversifitseerimise efekt viitab seostele korrelatsioonide ja portfelli vahel. Kui varadevaheline korrelatsioon on ebatäiuslik, st positiivne või negatiivne, on tulemuseks hajutamise efekt. See on oluline ja tõhus riskide maandamise strateegia, sest riske on võimalik maandada ilma kasumit ohverdamata. Sellest tulenevalt suudab iga kogunud investor, kes on "riskikartlik", oma varasid mingil määral hajutada (Mangram 2013).

Riski hajutamise tähtsust mõisteti juba sajandeid tagasi, kuid kuna puudus matemaatiline riski mõõt, polnud võimalik välja töötada ka matemaatiliselt formuleeritud mudelit optimaalse portfelli koostamiseks. Harry Markowitz otsustas väärtpaberitega seotud riski mõõtmiseks kasutada

statistikas ammu tuntud näitajat – dispersiooni. Markowitzi portfelliteooria sai mitme kapitaliturge käsitleva teooria, sealhulgas finantsvarade hindamise mudeli (CAMP) aluseks. Ta oli kaasaegse portfelliteooria väljatöötajaks ning sai hiljem selle teooria väljatöötamise eest Nobeli majanduspreemia (Mangram 2013).

Teooria järgib põhimõtet, et valides portfelli varasid, tuleb hinnata nende mõju tervele portfelliga, mitte lähtuda nende üksikomadustest ning eeldab, et investorid on riski vältivad, mis tähendab, et kui sama oodatava tulumääraga on võimalik moodustada kaks portfelli, siis investorid eelistavad väiksema riskiga portfelli ning investorid on nõus riski suurendama vaid siis, kui sellega kaasneb suurem oodatav tulu (Sander 1999).

Markowitzi portfelli teoorias peetakse riski volatiilsuse sünonüümiks, ehk mida suurem on portfelli volatiilsus, seda suurem on risk. Volatiilsus viitab riski või ebakindluse suurusele, mis on seotud väärtpaberi väärtuse muutuste suurusega.

Markowitzi portfelliga seotud otsuse langetamisel üksnes portfelliga seotud oodatavatest tulumääradest ning oodatavate tulumäärade standardhälvetest. Portfelli oodatavaks tulumääraks on portfelli kuuluvate aktive oodatavate tulumäärade kaalutud keskmine, kusjuures kaaludeks on aktive osatähtsused vaatlusaluses portfelliga. Portfelli oodatava tulumäära leidmiseks kasutatakse järgmist valemit:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^m \omega_i E(R_i), \tag{1}$$

kus:

- $E(R_p)$ – Portfelli oodatava tulumäär.
- ω_i – i-nda aktiva osatähtsus portfelliga.
- $E(R_i)$ – i-nda aktiva oodatav tulumäär.
- m – aktive arv portfelliga.

Väärtpaberiporfelli oodatava tulumäära standardhälve ei sõltu üksnes portfelli kuuluvate aktive dispersioonidest, vaid ka aktivapaaride tulumäärade kovariatsioonidest. Üldvalem väärtpaberiporfelli oodatava tulumäära standardhälbe arvutamiseks on:

$$E(\sigma_p) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \omega_i^2 E(\sigma_i^2) + \sum_{i=1}^m \sum_{k \neq i, k=1}^m \omega_i \omega_k E(Cov_{ik})} \tag{2}$$

Näitamaks diversifitseerimise mõju portfelli riskile piisab sageli, kui vaadeldakse kõikvõimalikke kombinatsioone kahest aktivast.

Kovariatsioon näitab küll seose suuna, kuid selle abil pole võimalik hinnata seose tugevust. Seose tugevuse hindamiseks kasutatakse korrelatsioonikordajat, mis leitakse järgmise valemi abil (Nurmet, Roos, Sander, Ivanova 2012):

$$\text{corr}_{12} = \frac{E(\text{Cov}_{12})}{E(\sigma_1\sigma_2)} \quad (3)$$

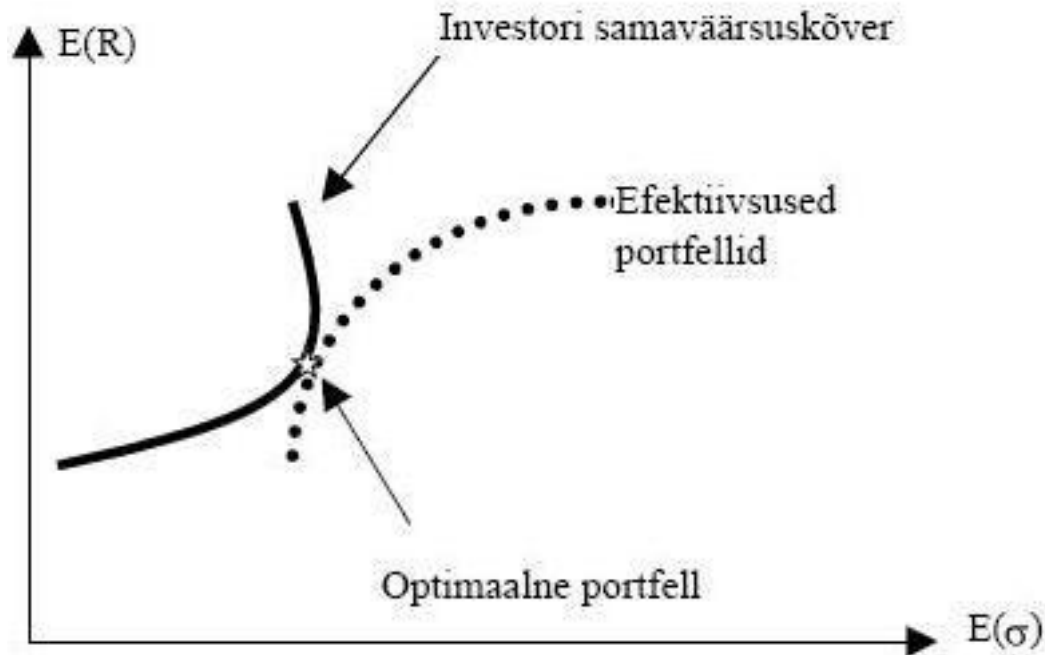
Korrelatsioonikordaja asub piirides -1 kuni $+1$, kus $\text{Cov}_{12} = -1$ näitab perfektset negatiivset korrelatsiooni ja $\text{Cov}_{12} = +1$ perfektset positiivset korrelatsiooni. $\text{Cov}_{12} = 0$ näitab lineaarse seose puudumist kahe aktiva vahel.

1.1.2. Markowitzi portfelliteooria eeldused

Portfelli mudel põhineb järgmistel eeldustel (Sander 1999):

1. Investeeringud vaatlevad iga alternatiivset investeeringut, lähtudes sellelt saadavate tulude tõenäosuslikust jaotusest mingil perioodil.
2. Investeeringud määravad riski suuruse oodatava tulu varieeruvuse põhjal.
3. Investeeringusotsuse langetamisel lähtuvad investeerijad üksnes oodatavast tulust ja riskist.
4. Fikseeritud riskitasemel eelistavad investeerijad kõrgemat oodatavat tulu madalamale. Fikseeritud tulususe puhul eelistavad nad madalamat riskitaset kõrgemale.
5. Investeeringud maksimeerivad ühe perioodi oodatavat kasulikkust ning nende kasulikkuskõverad näitavad heaolu vähenevat piirkasulikkust.

Võttes arvesse ülaltoodud eeldusi, Markowitzi portfelliteooria puhul on tegemist üheperioodilise mudeliga. Markowitzi portfelli mudeli kohaselt teeb investor oma valiku efektiivsete portfelli hulgast lähtudes suhtumisest riski. Portfelli loetakse efektiivseks, kui ükski teine portfelli ei paku suuremat oodatavat tulu samal või madalamal riskitasemel või madalamat riski sama või suurema oodatava tulumäära juures (Sander 1999).



Joonis 1. Optimaalse portfelli valik Markowitzi portfelliteooria puhul
Allikas: (Sander 1999)

Optimaalse vääripaperiportfelli leidmise meetod lähtub portfelli oodatavast tulumäärast ja tulumäära standardhälvest. Klassikalise portfelligumudeli rakendamiseks vajab investor prognoose aktive oodatavate tulumäärade, nende standardhälvete ning aktive tulumäärade omavaheliste korrelatsioonikordajate kohta. Optimaalse portfelli koosseisu leidmiseks on vaja teada investori kasulikkusfunktsiooni. (Sander 1999)

1.1.3. Markowitzi portfelliteooria puudused

Modernse portfelli teooria kriitikud kahtlevad, kas tegemist on hea investeerimise tööriistaga, kuna sellel mudelil on puuduseid. Näiteks ei vasta finantsturgude mudel reaalses maailmas toimuvale. Teoorias on mudeli tööpõhimõte ja eesmärk selge, kuid praktikas on selle kasutus pigem tagasihoidlik (Mankert 2006).

Tüüpilise eraisikust väikeinvestori portfelli ei ole nii hästi hajutatud, kui see teooria kohaselt peaks olema. Blume, Crockett ja Friend tegid kindlaks, et 1971. aastal oli 34,1 protsendil investoritest vaid ühe ettevõtte ning 50 protsendil mitte rohkem kui kahe ettevõtte aktsiaid. Ainult 10,7 protsendil investoritest on vääripaperiportfellis üle kümne ettevõtte aktsiaid (Statman 1994).

Loomulikult ei ole väärpaberiportfelli kuuluvate aktsiate arv ainuke tegur, millest sõltub portfelli diversifitseeritus. Mittesüsteematilist riski on võimalik vähendada ka väikse arvu aktsiate abil.

On palju põhjuseid, miks investorid ei koosta hästi diversifitseeritud väärpaberiportfelle, kuid enamik neist mõistab, millised on hajutamise eelised. Kõigepealt peab ka väärpaberiportfelli koostamisel arvestama majandusteooriast hästi tuntud piirtulu-piirkulu kontseptsiooniga. Aktsia lisamisel väärpaberiportfelli portfelli üldine riskitase väheneb, kuid suurenevad tehingukulud ja informatsiooni hankimise kulud. Alati kui muutub portfelli sisu, tuleb uuesti hinnata kõiki võimalikke aktiivaid, et säilitada soovitud tulu samal või madalamal riskitasemel. Aktsia lisamine väärpaberiportfelli on õigustatud niikaua, kuni piirtulu ületab piirkulu. Teiseks põhjuseks võib olla asjaolu, et investori eesmärke ei saa kirjeldada üksnes portfelli oodatava tulumäära ja selle standardhälbega.

Markowitzi mudel eeldab, et sisendid on täpsed ning ilma hindamisveata. Väike muutus ühe väärpaberi keskvaartuses võib põhjustada väga suure erinevuse portfelli kaaludes. Seega saadud optimaalsed portfellid on riski-tulususe hindamisvigade suhtes ebastabiilsed ja väga tundlikud (Paju 2014).

Võib olla kõige tõsisem kriitika kaasaegsele portfelli teooriale on see, et portfelle hinnatakse pigem dispersiooni kui negatiivse riski põhjal. Kahte portfelli, millel on sama dispersioonitase ja tootlus, peetakse tänapäevases portfelliteoorias võrdselt soosituks. Ühel portfelligil võib see varieeruvus olla sagedaste väikeste kahjumite tõttu, seevastu teisel võib see variatsioon olla haruldaste tähelepanuväärsete languste tõttu. Enamik investoreid eelistaks sagedasi väikeseid kahjusid, mida on kergem aktsepteerida.

Teooria on kõigest teooria, mida ütlevad ka tuntud investorid nagu Warren Buffett ning päeva lõpuks sõltub portfelli edu investori oskustest ja ajast, mille ta investeerimisele ja enda harimisele pühendab. Mõnikord on parem valida väike arv soodsamaid investeeringuid ja oodata kuni turg pöördub investori kasuks, kui tugineda ainult turu keskmistele.

1.2. Black-Littermani mudel

Finantsvaldkonnas on Black-Littermani mudel matemaatiline portfelli jaotamise mudel, mis töötati välja 1990. aastal Goldman Sachs'is Fischer Blacki ja Robert Littermani poolt ning avaldati

1992. aastal. Selle eesmärk on ületada probleeme, millega institutsionaalsed investorid on tänapäevase portfelliteooria rakendamisel kokku puutunud. Mudel algab varade jaotamisest ning põhineb tasakaalu eeldusel (varad toimivad tulevikus samamoodi nagu varasemalt) ja seejärel modifitseeritakse seda jaotust, võttes arvesse investori arvamust vara tulevase tootluse kohta (Mankert 2006).

Mudelit käsitleti üksikasjalikumalt Winckelmann, Litterman ja He töödes aastatel 1998-2003. Mudel on kombinatsioon Sharpe'i CAPM-kontseptsioonidest (1964), Sharpe'i pöördoptimeerimise probleemist (1974) ja Markowitzi optimeerimismudelidest (1952).

1.2.1. Black-Littermani mudeli eelised

Markowitzi riski/tulu suhte optimeerimisel põhineva väärtpaberiportfelli loomisel on kõige olulisem lähtepunkt oodatava tulu vektor. Sellegipoolest on juba ammu näidatud, et suhteliselt väike muutus ühe portfelli vara eeldatavas tootluses Markowitzi optimeerimise kasutamisel võib kaasa tuua portfelli struktuuri revideerimise rohkem kui 50% võrra. Otsides optimeerimisprobleemi lahendamiseks sobivamat lähtepunkti, püüdsid Black, Litterman ja Hee oma töödes kasutada mitmeid alternatiivseid võimalusi varade tulevase tootluse ennustamiseks: ajaloolistel andmetel põhinev prognoos, kõigi varade samade tulude prognoos turul ja sama tootluse prognoos kõigi riskiühikute varade kohta. On näidatud, et kõik need alternatiivsed prognoosid viivad Markowitzi optimeerimisega rakendatuna piirangute puudumisel suurte pikkade ja lühikeste positsioonidega portfelli struktuurini. Lühikeseks müügi piirangute korral tekkivad portfellid väga kontsentreeritud ja sisaldavad suhteliselt vähe erinevat tüüpi varasid (Bevan, Winkelmann 1998).

Fisher Blacki ja Robert Littermani poolt välja töötatud Black-Littermani väärtpaberiportfelli koostamise mudel on meetod tõhusa väärtpaberiportfelli loomiseks, mis suures osas lahendab ebapiisava hajutamise ja portfelli struktuuri kõrge tundlikkuse probleemid portfelli kvaliteedi suhtes. Lisaks võimaldab Black-Littermani mudel investoril võtta arvesse oma isiklikku prognoosi konkreetsete varade tasuvuse ja nende tasakaalulise turukasumlikkuse suhte kohta, ehitada uue oodatava kasumlikkuse vektori ja selle alusel saada uusi erinevaid kombinatsioone investeerimisportfellis olevatest väärtpaberitest. Black-Littermani mudeli alusel saadud portfellid eristuvad portfellis olevate väärtpaberite kaalude suurema stabiilsusega, mis võib oluliselt vähendada tehingukulusid portfelli tasakaalustamisel (Fabozzi, Focardi, Kolm 2006).

Black-Littermani mudeli tõeline tugevus seisneb selles, et kui on olemas risk või beeta või muud piirangud. Nendes tingimustes pole optimaalsed kaalud enam ilmsed ega intuiitiivsed. Sellegipoolest võib investor olla kindel, et sama riski ja tulu suhe, mis viib intuiitiivsete tulemusteni, mis on piiranguteta kooskõlas investori kavandatud seisukohtadega, jääb kehtima ka piirangute korral (He, Litterman 1999).

1.2.2. Black-Littermani optimaalne portfell

Black-Littermani mudelis valitakse neutraalseks lähteasenduseks "tasakaalu" varade tootlus. Tasakaalu tootlus on see, mis tuleb eeldusest, et turg on hetkel tõhus. Eeldatava (olemasoleva turustruktuuri järgi) tasakaalu tootluse vektori saab turukapitalisatsiooni struktuuri kohta olemasolevast informatsioonist Sharpe'i pöördoptimeerimise probleemi lahendamisel (Mankert 2006).

$$\Pi = \lambda \Sigma w_m, \tag{4}$$

kus:

Π - tasakaalu tootlusvektor

λ - riskikartlikkuse koefitsient

Σ – tootluste kovariatsioonimaatriks

w_m - varade turukapitalisatsiooni kaal

Riskikartlikkuse koefitsient (λ) iseloomustab oodatava riski-tulu kompromissi. See on määr, millega investor loobub eeldatavast tulust väiksema dispersiooniga. Pöördoptimeerimise protsessis toimib riski vältimise koefitsient liigse tulu pöördoptimeerimise hinnangu skaleerimistegurina. Kaalutud pöördoptimeeritud ületootlus võrdub kindlaksmääratud tururiski preemiaga. Kõrge tootlus riskiühiku kohta (suur λ) toob kaasa varade tootluse hinnangu tõusu.

Finantsvarade hindamise mudel (CAPM) põhineb kontseptsioonil, et riski (mõõdetuna tootluse standardhälbega) ja tulu vahel on lineaarne seos ning eeldatakse tootluse normaalset jaotust. Kuna investorid hoiavad riskantseid varasid ainult turuportfellis, määrab tasakaalu korral erinevate varade turukapitalisatsioon nende osakaalu turuportfellis. CAPM-i turu portfellil on maksimaalne Sharpe'i suhe kõigist tõhusal piiril asuvatest portfellidest (Walters 2014).

Tasakaalu tootlusvektor Π valemist saame CAPM mudelist mis on väärtipaberi tulususte hindamise alguspunkt (Paju 2014).

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f), \quad (5)$$

kus:

$E(R_i)$ – eeldatav tootlus

R_f – riskivaba tulumäär

β_i – beetakordaja

R_m – turu oodatav tulu määr

$(R_m - R_f)$ – tururiski preemia

CAPM mudel esitame selle vektorkujul:

$$e - r_f = \beta(e_m - r_f), \quad (6)$$

kus:

e – väärtpaberite oodatavate tulususte mõõtmeline vektor

r_f – riskivaba tulumäär

e_m – turuportfelli oodatav tulusus

Ning β :

$$\beta = \frac{\text{cov}(r, r_m)}{\sigma_m^2}, \quad (7)$$

kus:

r_m – turuportfelli tulusus

σ_m^2 – tulususe dispersioon

Siis turuportfelli tulusus r_m :

$$r_m = \sum_{i=1}^N w_{mi} r_i = (w_m)^T r = r^T w_m, \quad (8)$$

kus:

w_m – turuportfelli kaalud

Kasutades valemi (6),(7) saame (Paju 2014):

$$\Pi = e - r_f = \beta(e_m - r_f) = \frac{\text{cov}(r, r_m)}{\sigma_m^2}(e_m - r_f) = \frac{e_m - r_f}{\sigma_m^2} \text{cov}(r, r^T w_m) \quad (9)$$

Riskikartlikkuse koefitsiendi võib kirjutada ka kui:

$$\delta = \frac{e_m - r_f}{\sigma_m^2} \quad (10)$$

Ning arvestame, et $\text{cov}(r, r^T w_m) = \Sigma w_m$.

Lõpuks saame:

$$\Pi = \delta \Sigma w_m, \quad (11)$$

Kus $\delta = \lambda$ ning väljendab antud olukorras investori riskikartlikkust.

Saame, et valemid (4) = (11).

$$\Pi = \delta \Sigma w_m = \Pi = \lambda \Sigma w_m.$$

Kuna eeldatava tasakaalu tootluse vektor arvutatakse varade turukapitalisatsiooni kaaludest, siis on ilmne, et tasakaalu tootluse vektori kasutamine varade osakaalu arvutamiseks väärtpaberiportfellis toob kaasa turuportfelli koostamise, millesse on kaasatud kõik turul olevad varad proportsionaalselt nende kauplemissahtudega. Kui investoril ei ole isiklike prognoose muude instrumentide kui turuinstrumentide tulevase tootluse kohta, pakub mudel investorile turuportfelli hoidmist. Seega võib Black Littermani mudeli lähtepunktiks pidada eeldatavate tasakaalutulude vektorit, mis on turu suhtes neutraalne (Satchell, Scowcroft 2000).

Enne Black-Littermani mudeli kasutamise peamiste elementide ja põhimõtete kirjeldamist on oluline tuua välja kombineeritud tootlusvektori arvutamise valem, mis on mudeli järelduste tulemus:

$$E[R] = [(\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau \Sigma)^{-1} \Pi + P' \Omega^{-1} Q], \quad (12)$$

kus:

$E[R]$ – on uus kombineeritud tootlusvektor ($N \times 1$)

τ – skalaar.

Σ – instrumentide tootluste kovariatsioonimaatriks ($N \times N$)

P – maatriks, mis identifitseerib investori prognooside objektiks olevad varad ($K \times N$ maatriks või 1 vaate erijuhul $1 \times N$ reavektor).

Ω – kovariatsioonimaatriks, mis väljendab vaadete usaldusväärsust ($K \times K$)

Π – oodatava tasakaalu tootlusvektor ($N \times 1$)

Q – ennustav vektor ($K \times 1$)

K – investorite ennustuste arv.

N – varade arv portfellis.

Üks aspektidest Black-Littermani mudelis, mis praktikas enim raskusi tekitab, on investori prognooside vormistamine ja sisendandmete kujundamine kajastatavasse mudelisse. Mudeli raames ei nõuta investori prognoosi olemasolu iga vara kohta.

Väga sageli on investeerimisportfelli halduritel või investoritel oma isiklikud seisukohad portfelli kuuluvate finantsvarade tulevase tootluse kohta, mis erinevad tasakaaluturu hinnangust. Black-Littermani mudel võimaldab selliseid prognoose väljendada absoluutsel või suhtelisel kujul. Investoril võib olla aktsiast absoluutne ülevaade. Näiteks aktsia A tootluse määr on n protsenti. Investoril võib olla ka suhteline prognoos tootlusest. Näiteks B aktsia tootlus on k protsendi võrra suurem kui C aktsia tootlus.

Vektor Q iseenesest ei anna mingit teavet investorite vaadete mõju kohta nende portfelli tootlusele. Vaateid tuleb integreerida. Iga positiivse vaate puhul täidetakse vastav lahter P 1-ga ja iga negatiivse vaate puhul -1-ga. Seega, kui usutakse, et varade tootlus A ületab varade tootlust B , tähendab see, et ollakse varade A tootluse suhtes positiivselt häälestatud. Teisest küljest on vaade varale B negatiivne. Kuna ei ole mingit vaadet vara C kohta, siis märgistatakse vastav lahter 0-ga. Samamoodi täidetakse järgmine rida. Kui vaated on suhtelised, peaks maatriksi P rea summa olema 0 ja 1, kui vaade on absoluutne

Oletame, et aktsia portfell koosneb kolmest aktsiast, st $N=3$, ning investoril on kaks vaadet, st $K=2$. Investor usub, et vara A ületab varade tootlust B x_1 protsendi võrra, ning vara B ületab varade tootlust C x_2 protsendi võrra.

Ehk siis:

$$Q = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Kooskõlas Markowitzi keskmise dispersioonanalüüsi põhimõtetega vaadete usaldusväärsust Ω on:

$$\Omega = P(\tau\Sigma)P^T \tag{13}$$

Oma töös kasutavad He ja Litterman väärtust $\tau = 0,025$, samas kui teised uurijad kasutavad väärtust $\tau = 1$. Käesolevas töös kasutatakse väärtust $\tau = 1$, mis tähendab, et ei selgita välja teguri τ määramatust. Kui aga τ ei ole võrdne 1-ga, tuleks parameeter kalibreerida maksimaalse tõenäosuse hindaja meetodil, kus T on valimite arv ja N on varade arv.

Üldiselt on Black-Littermani mudel tasakaalu tagastusvektori (Π) ja prognooside vektori (Q) keeruline kaalutud keskmine, milles suhtelised kaalud sõltuvad skalaarist (τ) ja prognooside määramatusest (Ω). Paraku on skalaar ja prognooside määramatus kõige abstraktsemad ning neid mudeli parameetreid on raske täpselt määrata. Mida suurem on prognoosi usalduse kindlus, seda lähemal on uus kombineeritud tuluvektor prognoositud väärtustel põhinevale vektorile. Investorite prognooside arvestamise tulemusena saadakse uus kombineeritud tootlusvektor E [R], millest seejärel arvutatakse portfelli uued varade osakaalud (Walters 2014).

2. ANDMED JA METOODIKA

2.1. Balti finantsturu statistiliste andmete kogumine ning prognoosimine

Bakalaureusetöös kasutatakse testide läbiviimiseks Balti aktsiaturu statistikat (vaadeldav periood on 2009-2019). Portfelli koostamiseks on töö autor valinud 10 erinevat Balti ettevõtte aktsiat ning indeksi OMX Baltic Benchmark GI, mis koosneb suurimatest ja enim kaubeldud aktsiatest Nasdaq Balti väärtpaberiturul ja hõlmab kõiki valdkondi. Indeksi ja aktsiate väärtused ning tootlused on võetud perioodist 01.01.2009 kuni 31.12.2019 ning on vaadeldud iga päeva. Ajavahemik valiti selliselt, et saadud andmete põhjal koostada optimaalne portfelli ning kontrollida tulemusi aastate 2020-2021 andmete põhjal. Informatsioon ettevõtte kapitalisatsiooni kohta on võetud Nasdaq Baltic koduleheküljelt. (Nasdaq Baltic)

Tabel 1. Aktsiate keskmine tootlus (aastas) perioodil jaanuar 2009 kuni detsember 2019

Aksia	Tootlus(%)
Arco Vara ARC1T	6,00%
Baltika BLT1T	3,19%
Harju Elekter HAE1T	25,68%
Merko Ehitus MRK1T	22,24%
Nordecon NCN1T	7,36%
Šiaulių bankas SAB1L	22,83%
Tallink Grupp TAL1T	17,22%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	25,90%
Tallinna Vesi TVE1T	6,15%
Ekspress Grupp EEG1T	13,03%

Allikas: Nasdaq Baltic, autori arvutused

Indeksi OMX Baltic Benchmark GI keskmine tootlus on 20,3% aastas.

Tabelis nr 1 on arvutatud aktsiate keskmised tootlused perioodil jaanuar 2009 kuni detsember 2019.

Tabelis nr 2 on ära toodud turuportfelli koosseis ning portfelli kuuluvate aktsiate turukapitalisatsioon ja osakaal portfellis. Ettevõtte kapitalisatsioon on seisuga 31. detsember 2019. Osakaalud põhinevad järgmisel valemil:

$$w_{mi} = \frac{\text{aktsia } i \text{ turukapitalisatsioon}}{\sum_{i=1}^N \text{aktsia } i \text{ turukapitalisatsioon}}, \quad (14)$$

kus:

w_{mi} – i-nda aktsia osakaal turuportfellis

Tabel 2. Turuportfelli koosseis ning portfelli kuuluvate aktsiate turukapitalisatsioon ja osakaal portfellis

Aktsia	Turukapitalisatsioon(EUR)	Osakaal(%)
Arco Vara ARC1T	10 258 138	0,55%
Baltika BLT1T	7 300 730	0,39%
Harju Elekter HAE1T	74 684 894	3,99%
Merko Ehitus MRK1T	166 026 000	8,88%
Nordecon NCN1T	33 346 747	1,78%
Šiaulių bankas SAB1L	303 967 489	16,25%
Tallink Grupp TAL1T	653 804 871	34,95%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	362 489 880	19,38%
Tallinna Vesi TVE1T	234 000 000	12,51%
Ekspress Grupp EEG1T	24 582 393	1,31%
Kokku	1 870 461 142	100%

Allikas: Nasdaq Baltic, autori arvutused

Black Littermani mudeli lähtepunktiks on turuportfelli koostamine, mis on toodud tabelis nr 2.

2.2. Finantsvarade hindamismudel CAPM

Finantsvarade hindamismudel (CAPM) põhineb Harry Markowitzi (1959) välja töötatud portfelli valiku mudelil. Mudel eeldab, et investorid on riskikartlikud ja portfelli vahel valides hoolivad nad ainult oma ühe perioodi investeringutasuvuse keskmisest ja dispersioonist (Fama, French 2004).

Alates Sharpe'ist (1964) ja Lintnerist (1965) on majandusteadlased süstemaatiliselt uurinud varade hinnakujunduse teooriat, täpsemalt tarbija portfelli valiku teooriat. Sharpe (1964) ja Lintner (1965) tutvustasid finantsvarade hindamismudelit (CAPM), et uurida seost oodatava tulu ja süstemaatilise riski vahel. CAPM-i väljatöötamise päevast peale peeti seda üheks peamiseks mudeliks aktsia- või võlakirjaportfelli hinna määramisel (Merton 1973).

CAPM andis olulise evolutsioonilise sammu kapitaliturgude tasakaalu teorias, võimaldades investoritel paremini hinnata väärtpapereid süstemaatilise riski funktsioonina. Sharpe (1964) arendas oma CAPM-i tuletamisel märkimisväärselt edasi tõhusa piiri ja kapitalituru joone kontseptsioone (Mangram 2013).

Omakapitali hind on kindlaks määratud kolme järgneva teguriga: riskivaba tulumäär, tururiski preemia ning riski korrigeerimine, mis väljendab konkreetse ettevõtte riski konkreetsetes tegevusharus. Enim kasutatud omakapitali hindamise meetod on CAPM mudel. Finantsvarade hindamismudel määratleb ettevõtte süstemaatilise riski, kasutades selleks beetakordajat. Beeta mõõdab investeringu süstemaatilist riski ehk riski, mida ei ole võimalik hajutada.

Beetakordaja näitab ka seda, kas ettevõtte on turul riskitaseme poolest keskmisest ettevõttest riskantsem või mitte. Turuindeksi beeta on võrdne ühega, seega ettevõtte, mille aktsia beetakordaja on alla ühe, ei ole riskantsem kui turu keskmine ning kui aktsia beetakordaja on üle ühe, siis on tegemist riskantsema aktsiaga kui turu keskmine.

CAPM mudelil on teiste nõutava tulu arvutamise meetodite ees mitmeid eeliseid, mis on loetletud allpool ning selgitavad, miks see on olnud populaarne juba üle 40 aasta:

-Arvestatakse ainult süstemaatilist riski, mis peegeldab tegelikkust, kus enamik investoreid on hajutanud portfelle, millest mittesüstemaatiline risk on sisuliselt elimineeritud.

-See on teoreetiliselt tuletatud seos nõutava tulu ja süstemaatilise riski vahel, mida on sageli empiirilisel uuritud ja testitud.

-Seda peetakse üldiselt palju paremaks meetodiks omakapitali maksumuse arvutamiseks kui dividendikasvu mudelit, kuna see võtab selgesõnaliselt arvesse ettevõtte süstemaatilise riski taset võrreldes aktsiaturuga tervikuna.

Alustuseks kogutakse turult saadaolev informatsioon. Indeksi ja aktsiate tulususte põhjal hinnatakse beetakordajat, mis näitab, kas ettevõtte on turul riskitaseme poolest keskmisest ettevõttest riskantsem või mitte. Väärtused ja tootlused on võetud perioodist 01.01.2009 kuni 31.12.2019 ning on vaadeldud igapäevaselt.

Riskivabaks tulumääraks võetakse $R_f=1\%$ aastas, või päevane $R_f = 0,0027\%$. Turu oodatav tulu määr on $R_m = 20\%$ aastas ning tururiski preemia $(R_m-R_f) = 19\%$.

Valemi (5) abil saab nüüd hinnata CAPM mudeliga saadud hinnanguid oodatavatele tulusustele.

Tabelis nr 3 on ära toodud turuportfelli koosseis ning portfelli kuuluvate aktsiate osakaal portfellis, CAPM mudeliga saadud hinnangud oodatavatele tulusustele ning aktsiate beetakordaja.

Tabel 3. Turuportfelli koosseis ning portfelli kuuluvate aktsiate osakaal portfellis, CAPM mudeliga saadud hinnangud oodatavatele tulusustele ning aktsiate beetakordaja

Aksia	w market	CAPM	beeta
Arco Vara ARC1T	0,55%	21,27%	1,067
Baltika BLT1T	0,39%	23,97%	1,209
Harju Elekter HAE1T	3,99%	17,76%	0,882
Merko Ehitus MRK1T	8,88%	19,93%	0,996
Nordecon NCN1T	1,78%	20,18%	1,010
Šiaulių bankas SAB1L	16,25%	18,85%	0,940
Tallink Grupp TAL1T	34,95%	29,92%	1,522
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	19,38%	21,38%	1,073
Tallinna Vesi TVE1T	12,51%	8,30%	0,384
Ekspress Grupp EEG1T	1,31%	17,78%	0,883

Allikas: Nasdaq Baltic, autori arvutused

Valemite (1) ja (2) abil leiame vastavalt portfelli oodatav tulusus 21,98% ning standardhälve 19,54%.

3. VÄÄRTPABERIPORTFELLIDE KOOSTAMINE BALTI FINANTSTURU NÄITEL

Käesoleva empiirilise osa eesmärk on võrrelda Markowitzi ja Black-Littermani mudeleid ning koostada aktsiatega investeerimisportfell kasutades uuritavaid mudeleid ning ühtlasi selgitada välja parimad varade kombinatsioonid Balti finantsturu näitel.

3.1. Harry Markowitzi optimaalse väärtpaberiportfelli arvutused

Kaasaaegne portfelli teooria põhineb eeldusel, et ratsionaalsed investorid kalduvad valima portfelli, mis annab suurima tootluse väikseima riski korral. Tõhusa piiri konstrueerimiseks peab esmalt minimeerima portfelli dispersiooni antud oodatava tootluse juures. Enne seda määratletakse järgnev: m on varade arv, R_i on vara eeldatav tootlus i ja R_p on portfelli tootlus p , mis on näha valemist (1).

Alguses fikseeritakse, et portfelli koostamiseks valitakse 10 erinevat Balti ettevõtete aktsiat, ehk $m=10$, seejärel arvutatakse investeringu tulusus ehk investeringu tulumäär ehk investeringu tootlus, mis näitab protsentuaalset tulumäära teatud perioodis. Päevase aktsia tootluse põhjal arvutatakse välja valitud perioodi keskmine tootlus. Aktsiate keskmised tootlused perioodil jaanuar 2009 kuni detsember 2019, on ära toodud tabelis nr 1. Järgmisena leitakse aktsiate tulususte kovariatsioonimaatriks.

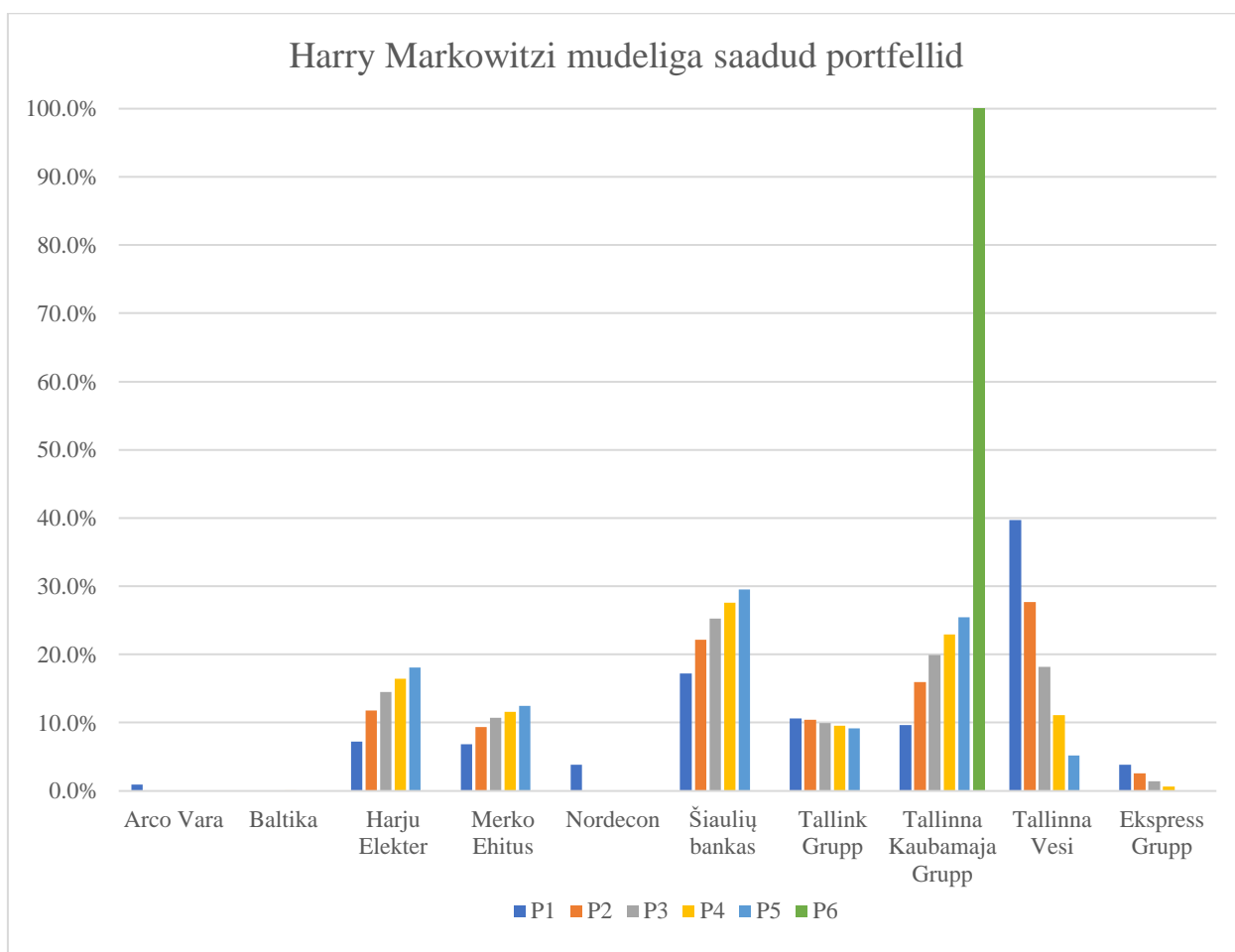
Kovariatsioon on portfelliteooria oluline komponent, mis mõõdab, kuidas kaks vara liiguvad paralleelselt üles või alla. Positiivne kovariatsioon tähendab, et kaks vara liiguvad koos, samas kui negatiivne kovariatsioon tähendab, et kaks vara liiguvad vastassuunas. Oluline on märkida, et varade portfelli koostamisel peab arvestama varade kovariatsiooniga. Kovariatsioon võimaldab mõõta portfelli dispersiooni. Võttes arvesse ainult ühte vara, siis piisab ainuüksi oodatava tulevase tulu ja tulevase dispersiooni hindamisest. Hästi hajutatud portfelli omamiseks on oluline omada negatiivse kovariatsiooniga varasid, sest kui ühe väärtpaberi tootlus langeb, siis vastupidise

väärtpaberi tootlus tõuseb ja seega on võimalik tasaarveldada potentsiaalne kahjum (Goetzmann, Brown, Gruber, Elton 2014).

Kovariatsioonimaatriksi leidmiseks kasutati töövahendina MS Exceli funktsiooni *Covariance*. Tulususte kovariatsioonid on esitatud maatriksina lisas nr 3.

Valemite (1) ja (2) abil leiame vastavalt portfelli oodatava tulususe ning standardhälbe. MS Excelis Solver funktsiooni abil leitakse aktsiate kaalud nii, et portfelli standardhälve oleks võimalikult väike ning samal ajal portfelli oodatav tootlus võimalikult kõrge. Seejärel luuakse erinevad portfellid, mille hulgast leitakse parima tootluse ja riski suhtega portfelli.

Saadud tulemused portfellide kohta on esitatud lisas nr 1.



Joonis 1. Osakaalude võrdlus Harry Markowitzi mudeliga saadud portfellide vahel
Allikas: Nasdaq Baltic, autori arvutused

Lisas nr 1 esitatud andmete põhjal on koostatud Joonis 1, kus on näha osakaalude võrdlus Harry Markowitzi mudeliga saadud portfelli vahel. Etteantud andmetega selgitatakse välja parima Sharpe'i suhtarvuga portfelli. Antud suhtarv iseloomustab seda, kui hästi kompenseerib vara tootlus investorile võetud riski.

Järgmisena selgitame välja optimaalseima portfelli Harry Markowitzi mudeliga saadud portfelli hulgest.

Portfelli P1 oodatav tulusus on 14,93%, risk on 16,36%. Portfelli P2 oodatav tulusus on 18,14%, risk on 17%. Portfelli P3 oodatav tulusus 20,06%, risk on 18%. Portfelli P4 oodatav tulusus on 21,46%, risk on 19%. Portfelli P5 oodatav tulusus on 22,66%, risk on 20%. Portfelli P6 oodatav tulusus on 25,9%, risk on 32,53%.

Lisaks leiame portfelli Sharpe'i suhtarvud, et välja selgitada, milline portfell on optimaalseim.

Portfelli P1 Sharpe'i suhtarv on 0,34. Portfelli P2 – 0,42. Portfelli P3 – 0,45. Portfelli P4 – 0,47. Portfelli P5 – 0,48 ning portfelli P6 Sharpe'i suhtarv on 0,44.

Sharpe'i suhtarvu järgi optimaalseim portfell on P5, kus on 6 aktsiat, mis on esitatud tabelis nr 4.

Tabel 4. Harry Markowitzi mudeliga saadud optimaalne portfell

Aktsia	Tulusus (%)	P5 w
Arco Vara ARC1T	6,00%	0,00%
Baltika BLT1T	3,19%	0,00%
Harju Elekter HAE1T	25,68%	18,10%
Merko Ehitus MRK1T	22,24%	12,48%
Nordecon NCN1T	7,36%	0,00%
Šiaulių bankas SAB1L	22,83%	29,58%
Tallink Grupp TAL1T	17,22%	9,18%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	25,90%	25,43%
Tallinna Vesi TVE1T	6,15%	5,25%
Ekspress Grupp EEG1T	13,03%	0,00%

Allikas: Nasdaq Baltic, autori arvutused

3.2. Black-Littermani mudeli arvutused

Neutraalseks lähtepositsiooniks Black-Littermani mudelis valitakse "tasakaalu" varade tootlus. Portfelli koostamiseks valitakse samasugused 10 Balti ettevõtete aktsiad. Valemi (14) abil leitakse portfelli kuuluvate aktsiate turukapitalisatsioon ja osakaal portfellis, mis on toodud tabelis nr 2.

Kuna eeldatava tasakaalu tootluse vektor arvutatakse varade turukapitalisatsiooni kaaludest, siis on ilmne, et tasakaalu tootluse vektori kasutamine varade osakaalu arvutamiseks väärtpaperiporfellis toob kaasa turuporfelli, millesse on kaasatud kõik turul olevad varad proportsionaalselt nende kauplemissahtudega.

Eeldatava tasakaalu tootluse vektori saab arvutada (4) valemi abil - kõik vajalik on juba ette arvutatud. Riskikartlikkuse koefitsient meil on $\lambda=8,3$, turukapitalisatsioon ja osakaal portfellis on toodud tabelis nr 2 ning on leitud ka kovariatsioonimaatriks.

Eeldatava tasakaalu tootlused on järgmised:

Aksia ARC1T tasakaalu tootlus on 25,24%, BLT1T on 29,55%, HAE1T on 22,37%, MRK1T on 28,16%, NCN1T on 24,84%, SAB1L on 24,69%, TAL1T on 43,95%, TKM1T on 33,32%, TVE1T on 11,85% ning aksia EEG1T tootlus on 21,06%

Portfelli kohta investoril on kaks vaadet $K=2$. Mudeli raames ei nõuta investori prognoosi olemasolu iga vara kohta.

Esimene vaade on, et MRK1T aksia ületab TAL1T aksia tootlust 0,05 protsendi võrra päevas. Ning teine vaade on, et HAE1T aksia ületab TKM1T aksia tootlust 0,03 protsendi võrra päevas. Mõlemad on suhtelised vaated ning kuna vaated on suhtelised, peaks maatriksi P rea summa olema 0 ja 1, kui vaated on absoluutsed. Alloleva maatriksi esimene rida väljendab vaadet 1 ja teina rida vaadet 2.

Maatriksi P ning Q :

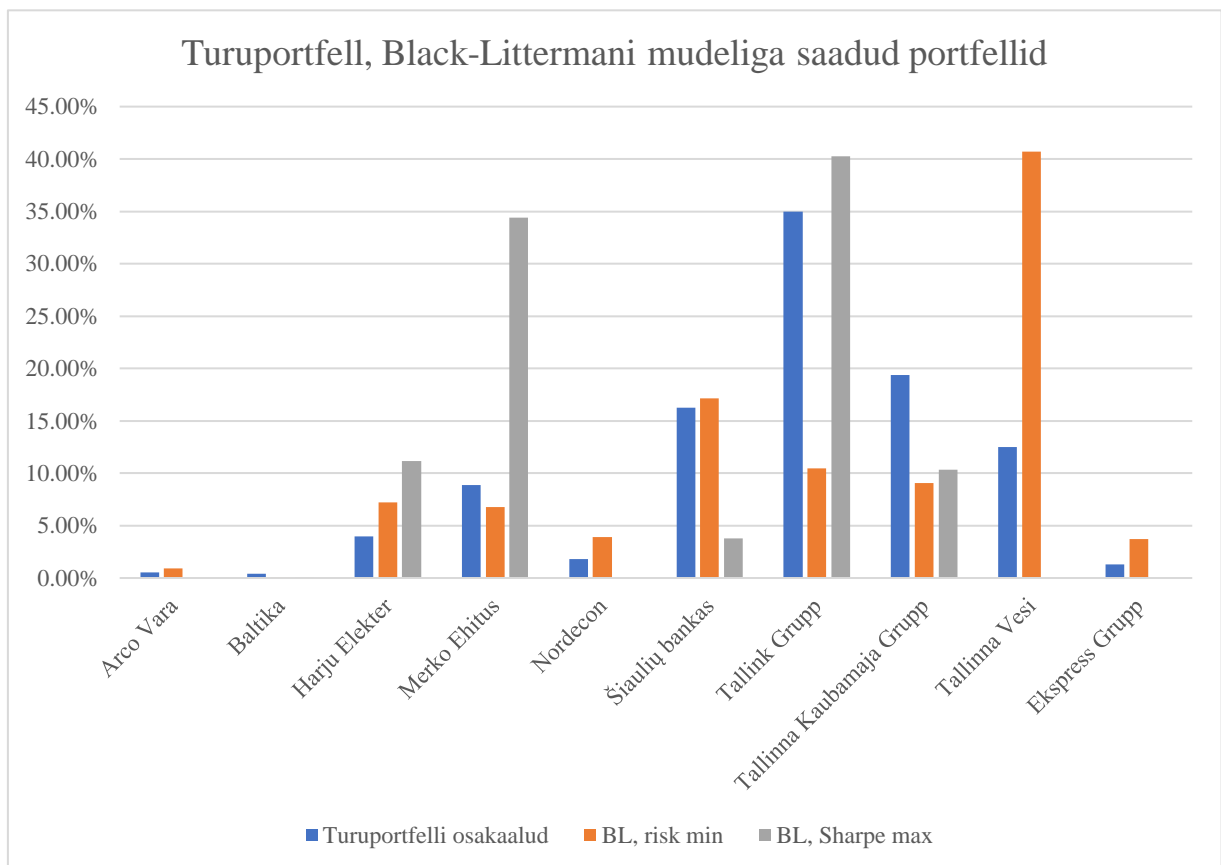
$$Q = \begin{bmatrix} 0,05\% \\ 0,03\% \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Valemi (13) abil leitakse vaadete usaldusväärsus Ω . Käesolevas töös kasutatakse väärtust $\tau = 1$, mis tähendab, et ei selgitata välja teguri τ määramatust.

$$\Omega = \begin{vmatrix} 0,000529 & 0,000026 \\ 0,000026 & 0,000482 \end{vmatrix}$$

Nüüd, kui olemas on (Ω) vaadete usaldusväärsus, maatriks P , tasakaalu tootlused, investori kaks vaadet ja kovariatsioonimaatriks. sisestatakse kõik näitajad Black-Littermani valemisse (12) ja saadakse uus kombineeritud tootlusvektor iga aktsia kohta, mis on esitatud tabelis nr 5.

Lisas nr 2 esitatud andmete põhjal on koostatud Joonis 2, kus on näha osakaalude võrdlus Black-Littermani mudeliga saadud portfelli ja turuportfelli vahel.



Joonis 2. Osakaalude võrdlus Black-Littermani mudeliga saadud portfelli ja turuportfelli vahel
Allikas: Nasdaq Baltic, autori arvutused

Etteantud andmetega selgitatakse välja parima Sharpe'i suhtarvuga portfell. Leitud on erinevad portfelliid: esimene on turuportfell, teine on minimaalse riskiga ning kolmas parima Sharpe'i suhtarvuga portfell.

Turuportfelli oodatav tulusus on 21,98%, risk on 19,54%. Minimaalse riskiga portfelli oodatav tulusus on 22,2%, risk on 16,36%. Parima Sharpe'i suhtarvuga portfelli oodatav tulusus on 34,62%, risk on 23,4% ning Sharpe'i suhtarv 0,7.

Tabel 5. Black-Littermani mudeliga saadud optimaalne portfell

Aksia	B-L Tulusus (%)	B-L w
Arco Vara ARC1T	26,39%	0,00%
Baltika BLT1T	29,76%	0,04%
Harju Elekter HAE1T	29,39%	11,17%
Merko Ehitus MRK1T	37,28%	34,41%
Nordecon NCN1T	25,03%	0,00%
Šiaulių bankas SAB1L	24,92%	3,77%
Tallink Grupp TAL1T	36,05%	40,28%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	29,39%	10,34%
Tallinna Vesi TVE1T	11,78%	0,00%
Ekspress Grupp EEG1T	21,85%	0,00%

Allikas: Nasdaq Baltic, autori arvutused

3.3. Optimaalse portfelli leidmine ja tulemuste analüüsimine

Käesoleva empiirilise osa eesmärk oli võrrelda Markowitzi ja Black-Littermani mudeleid. Autor koostas mitmeid investeerimisportfelle kasutades Markowitzi ja Black-Littermani mudeleid. Optimaalsete portfelliidide leidmiseks koguti aktsiate ajaloolisi andmeid Balti turult (2009-2019) ning arvutati vastavad tootlused ja kasutati finantsvarade hindamise mudelit (CAPM). Optimaalsete portfelliidide leidmiseks kasutati MS Excel'i tarkvara funktsioone *Solver* ja *Covariance*.

Harry Markowitzi mudeliga saadud optimaalne portfell on esitatud tabelis nr 4, kus oodatav tulusus on 22,66%, risk on 20% ning on ainult kuus aktsiat kümnest.

Black-Littermani mudeliga saadud optimaalne portfelli on esitatud tabelis nr 5, kus oodatav tulusus on 34,62%, risk on 23,4% ning sama portfelli on samuti ainult kuus aktsiat kümnest. Oluline on märkida, et madalama riski tasemega Black-Littermani portfelli on investorile atraktiivsem, kui Markowitzi optimaalne portfelli, kuna sama tulumääraga on riski tase madalam ning Sharpe'i suhtarv on kõrgem.

Tulemuste analüüsimiseks on indeksi ja aktsiate väärtused ning tootlused võetud perioodist 01.01.2009 kuni 31.12.2019, et saadud andmete põhjal optimaalseimate portfelli tulemusi kontrollida aastate 2020-2021 andmete põhjal.

Käesolevas töös oletatakse, et optimaalsed portfelliid on juba 2020. aasta alguseks koostatud ja parimad välja valitud - tulemus tabelis nr 6. Investeeritakse perioodil 02.01.2020-30.06.2021.

Tabel 6. Harry markowitzi mudeliga saadud optimaalse portfelli koosseis, minimaalse riski Black-Littermani mudeliga saadud portfelli koosseis ning Black-Littermani mudeliga saadud optimaalse portfelli koosseis

Aksia	P5, w	B-L min risk, w	B-L Sharpe'i max, w
Arco Vara ARC1T	0,0%	0,9%	0,0%
Baltika BLT1T	0,0%	0,0%	0,0%
Harju Elekter HAE1T	18,1%	7,2%	11,2%
Merko Ehitus MRK1T	12,5%	6,8%	34,4%
Nordecon NCN1T	0,0%	3,9%	0,0%
Šiaulių bankas SAB1L	29,6%	17,1%	3,8%
Tallink Grupp TAL1T	9,2%	10,5%	40,3%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	25,4%	9,1%	10,3%
Tallinna Vesi TVE1T	5,2%	40,7%	0,0%
Ekspress Grupp EEG1T	0,0%	3,7%	0,0%

Allikas: Autori arvutused

Aktsiate hinnad perioodil 02.01.2020-30.06.2021 on toodud tabelis nr 7 ning hinnamuutused on toodud lisades nr 4,5,6.

Tabel 7. Aktsiate hinnad perioodil 02.01.2020-30.06.2021

Aksia	02.01.2020	30.12.2020	30.06.2021
Arco Vara ARC1T	1,14	1,21	2,25
Baltika BLT1T	0,136	0,41	0,34
Harju Elekter HAE1T	4,32	5,18	8,18
Merko Ehitus MRK1T	9,56	9,46	15,1
Nordecon NCN1T	1,03	1,14	1,41
Šiaulių bankas SAB1L	0,502	0,498	0,665
Tallink Grupp TAL1T	0,966	0,738	0,757
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	8,9	9,16	9,44
Tallinna Vesi TVE1T	11,7	13,25	14,26
Ekspress Grupp EEG1T	0,8	0,795	0,994

Allikas: Nasdaq Baltic

Esimesel aastal Harry Markowitzi mudeliga saadud optimaalne portfelli näitas 2,51% tootlust, aga juba poole aasta pärast oli portfelli tootlus 33,71%, mis on 22,46% keskmiselt aastas. Saadud tulemus on täpselt see, mis oli prognoositud. Investeering on reeglina pikaajaline tegevus.

Tabel 8. Harry Markowitzi mudeliga saadud optimaalne portfelli

P5	w	02.01.2020- 30.12.2020(%)	02.01.2020- 30.06.2021(%)
Harju Elekter HAE1T	18,1%	20%	89%
Merko Ehitus MRK1T	12,5%	-1%	58%
Šiaulių bankas SAB1L	29,6%	-1%	32%
Tallink Grupp TAL1T	9,2%	-24%	-22%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	25,4%	3%	6%
Tallinna Vesi TVE1T	5,2%	13%	22%
		2,51%	33,71%

Allikas: Autori arvutused

Võrreldes Markowitzi mudeliga, näitas esimesel aastal minimaalse riski Black-Littermani mudeliga saadud portfelli 4,94% tootlust, kuna see portfelli on väiksema volatiilsusega. Poole aasta pärast oli tootlus 26,43%, mis on madalam kui Markowitzi mudeliga saadus tulemus.

Tabel 9. Minimaalse riski Black-Littermani mudeliga saadud portfelli

BL	w	02.01.2020-30.12.2020(%)	02.01.2020-30.06.2021(%)
Arco Vara ARC1T	0,9%	6%	97%
Baltika BLT1T	0,0%	201%	150%
Harju Elekter HAE1T	7,2%	20%	89%
Merko Ehitus MRK1T	6,8%	-1%	58%
Nordecon NCN1T	3,9%	11%	37%
Šiaulių bankas SAB1L	17,1%	-1%	32%
Tallink Grupp TAL1T	10,5%	-24%	-22%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	9,1%	3%	6%
Tallinna Vesi TVE1T	40,7%	13%	22%
Ekspress Grupp EEG1T	3,7%	-1%	24%
		4,94%	26,43%

Allikas: Autori arvutused

Sellel perioodil olid halvimal tulemusel kolmandas investimisportfelli, mis oli Black-Littermani mudeliga saadud optimaalne portfelli, kus esimese aasta jooksul oli tootlus -7,3% ning perioodi lõpus oli kogutootlus 23,11%. See näidis kinnitab, et investimisel tuleb plaani järgida ja mitte paanikat vältida.

Tabel 10. Black-Littermani mudeliga saadud optimaalne portfelli

BL max	w	02.01.2020-30.12.2020(%)	02.01.2020-30.06.2021(%)
Arco Vara ARC1T	0,0%	6%	97%
Baltika BLT1T	0,0%	201%	150%
Harju Elekter HAE1T	11,2%	20%	89%
Merko Ehitus MRK1T	34,4%	-1%	58%
Nordecon NCN1T	0,0%	11%	37%
Šiaulių bankas SAB1L	3,8%	-1%	32%
Tallink Grupp TAL1T	40,3%	-24%	-22%
Tallinna Kaubamaja Grupp TKM1T	10,3%	3%	6%
Tallinna Vesi TVE1T	0,0%	13%	22%
Ekspress Grupp EEG1T	0,0%	-1%	24%
		-7,30%	23,11%

Allikas: Autori arvutused

Siinkohal tuleb märkida, et sellel perioodil olid investorile atraktiivsemad väiksema riski tasemega Black-Littermani portfelli ning Harry Markowitzi mudeliga saadud optimaalne portfelli võrreldes

Black-Littermani mudeliga. Siiski ei saa sellest olulisi järeldusi teha, kuna tegemist on võrdlemisi väikse ajavahemikuga.

3.4. Analüüsi järeldused ja ettepanekud tulevikuks

Selle töö raames autorit huvitas idee, kuidas portfelliteooria optimaalselt kasutada, kuidas aitab investeerimisriski vähendada.

Analüüsi käigus on õnnestus koostada mitmeid erinevaid investeerimisportfelle ning leida head tootlust genereerivad portfellikombinatsioonid. Erinevate portfelli loomisega näidati, et Black-Littermani mudelit kasutades integreeritakse investorite isiklikud vaated portfelli optimeerimise protsessi. Kaaluvektoreid analüüsides on näha, et aktsiate hulk varieerub, kui kasutada erinevaid vaateid. Näiteks positiivse vaatega aktsiate kaal kasvab ja negatiivse vaatega aktsiate kaal väheneb. See tähendab, et Black-Littermani mudel loob mitmekesisema portfelli, säilitades samal tasemel tootluse. Lisaks selgus, et Black-Littermani portfelli võib anda sama suure riskitasemega suuremat tulu.

Analüüsi tulemuse põhjal on soovitatav investoritel tugineda mitte ainult ajaloolistele andmetele, mida on mõnikord ka raske hankida, vaid kasutada ka kaasaegset analüüsi portfelli hajutamiseks Black-Littermani mudeli abil. Kiiresti muutuv maailmas mängib portfelli optimeerimisel olulist rolli ka ootamatute muutustega kohanemine.

Autor arvab, et järgnevate uuringute puhul oleks huvitav arvestada investori käitumist, tema teadmisi investeerimisest ning kogemusi portfelli loomisel ja haldamisel.

KOKKUVÕTE

Töö eesmärgiks oli võrrelda Balti börsil noteeritud ettevõtete aktsiaid ja uurida, millised on parima riski ja tulu suhtega investeerimisportfellid kasutades Markowitzi ja Black-Littermani optimeerimismudeleid. Eesmärgi saavutamiseks püstitas autor uurimisküsimused, millega sooviti uurida, kuidas portfelliteooria aitab investeerimisriski vähendada, millised on Markowitzi portfelliteooria eeldused ja puudused, millised on Black-Littermani mudeli eelised võrreldes Markowitzi portfelliteooriaga ning kuidas koostada aktsiatega investeerimisportfell kasutades uuritavaid mudeleid ning ühtlasi selgitada välja optimaalseim portfell.

Autor kasutas uurimisküsimustele vastamiseks Markowitzi portfelliteooriat, mis hõlmas teoreetilist osa, tuues välja mudeli eeldused ja puudused ning empiirilises osas tehti vastavad arvutused, sealhulgas leiti oodatav tulumäär, selle standardhälve ehk risk ning kovariatsioon ja korrelatsiooni. Lisaks on autor välja toonud Black-Littermani mudeli olemuse ja eelised võrreldes eelnimetatud mudeliga. Empiirilises osas on tehtud vastavad arvutused kasutades Black-Littermani mudelit.

Markowitzi optimeerimisülesande lahendamiseks kasutati Solveri funktsiooni, mis aitas etteantud andmetega välja selgitada parima Sharpe'i suhtarvuga portfelli. Antud suhtarv iseloomustab seda, kui hästi kompenseerib vara tootlus investorile võetud riski. Markowitzi mudeli analüüsi tulemusena saadi optimaalse portfelli puhul oodatavaks aasta tootluseks 22,66% ning standardhälbeks ehk riskiks 20%. Minimaalse riskiga portfelli puhul on oodatavaks tulumääraks 14,93% ning riskitase 16,36%.

Black-Littermani optimeerimisülesande lahendamisel saadi parima Sharpe'i suhtarvuga portfelli puhul oodatavaks aasta tootluseks 34,62% ning standardhälbeks ehk riskiks 23,4%. Minimaalse riskiga portfell oli selline, milles oodatavaks tulumääraks saadi 22,2% ning risk oli 16,36%. Võrreldes analüüsitavaid mudeleid ning saadud optimaalseid portfelle, selgus, et väiksema riski tasemega Black-Littermani portfell on investorile atraktiivsem, kui Markowitzi optimaalne portfell kuna sama tulumääraga on riski tase madalam. Black-Littermani mudel hõlmab ka investori vaateid ning hinnanguid hindade ja turutasakaalu kohta ja ei võta arvesse ainult ajaloolisi

andmeid. Seega võimaldab antud mudel investoril koostada parim võimalik portfelli, mis võtab arvesse nii ajaloolisi andmeid, kuid võimaldab sisse arvestada investori prognoose.

Autor peab oluliseks välja tuua, et ei ole võimalik ennustada finantsturgude arengut ainult mineviku infole tuginedes. Arvesse peab võtma, et tulevikus toimuvaid sündmuseid ei ole võimalik ette näha ja börsil mängib olulist rolli ka inimpsühholoogia mille tõttu investorid võivad teha ebaefektiivseid otsuseid. Erinevad majandusteooriad, sealhulgas ka Markowitzi portfelliteooria, Black-Littermani mudel, sisaldavad olulisi aspekte investeerimisalaste analüüside tegemiseks ja annavad hea baasi investeerimisotsuste tegemiseks. Siiski on tähtis meeles pidada, et riski hajutamine on portfelli koostamisel võtmetähtsusega ning seda saab teha investeerides erinevatesse väärtpaberitesse ja varaklassidesse. Ajalooliselt on teada, et majandus on tsükliline ning finantsturgudel toimuvad tõusud ja langused. Otsuseid tuleb teha ratsionaalselt, mitte lähtudes emotsionaalsest hetkeseisust.

SUMMARY

APPLICATION OF PORTFOLIO THEORY MODELS ON THE BALTIC FINANCIAL MARKET

Marek Sarkisjan

The purpose of the study was to compare the shares of companies listed on the Baltic stock exchange and to find out which investment portfolios have the best risk-return ratios using the Markowitz and Black-Litterman optimization models. To achieve this, the author asked how portfolio theory helps reduce investment risk, what are the assumptions and disadvantages of Markowitz's portfolio theory, what are the advantages of the Black Litterman model over Markowitz's portfolio theory, and how to create an optimized portfolio.

To answer the research questions, the author used Markowitz's portfolio theory, which included a theoretical part, outlining the assumptions and disadvantages of the model, and calculations done in empirical part, including expected return, standard deviation, and covariance and correlation. In addition, the author explains the nature and advantages of the Black-Litterman model over the Markowitz's portfolio model. In the empirical part, the corresponding calculations have been done using the Black-Litterman model.

To solve the Markowitz optimization task, the Solver function was used, which helped to determine the portfolio with the best Sharpe ratio with the given data. This ratio shows how well the return on assets compensates the risk taken by the investor. As a result of the analysis of the Markowitz model, the expected annual return for the optimal portfolio was 22.66% and the risk level was 20%. For the portfolio, where the risk was minimal the expected rate of return was 14.93% and the risk level was 16.36%.

Solving Black-Litterman's optimization task, the portfolio with the best Sharpe ratio had an expected annual return 34.62% and the risk level 23.4%. The portfolio with minimal risk was with

an expected rate of return 22.2% and a risk level was 16.36%. Comparing the analyzed models and the obtained optimal portfolios, the result was that the lower-risk Black-Litterman portfolio is more attractive to the investor than Markowitz's optimal portfolio due to the lower level of risk with the same rate of return. The Black-Litterman model also includes investor's views and estimates of prices and market equilibrium and does not include only historical data. What is more, this model allows the investor to compile the best possible portfolio, which takes into account the historical data, and allows to take into account the investor's forecasts.

The author considers it important to point out that it is not possible to predict the development of financial markets only based on past information. It is clear that future events are unpredictable and that psychology also plays an important role in the stock market, which can lead to inefficient decisions made by investors. Various economic theories, including Markowitz's portfolio theory, the Black Litterman model, contain important aspects for investment analysis and provide a good basis for investment decisions. However, it is important to remember that risk diversification is the key when building a portfolio and risk can be reduced by investing in different asset classes. Historically, the economy has been cyclical and financial markets are booming and busting. Decisions must be made rationally, not based on the emotions.

KASUTATUD ALLIKATE LOETELU

Best, M. J., & Grauer, R. R. (1991). On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results. *The review of financial studies*, 4(2), 315-342.

Bevan, A., & Winkelmann, K. (1998). "Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience." *Fixed Income Research*, Goldman, Sachs & Company, December.

Black, F., & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. *Financial analysts journal*, 48(5), 28-43.

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2018). *Investments* (Eleventh Edit).

Bruce M. Collins and Frank J. Fabozzi. (1999) *Derivatives and equity portfolio management*.

Fabozzi, J. F., Focardi, M. S., Kolm, N. P. (2006) *Incorporating Trading Strategies in the Black-Litterman Framework*. *The Journal of Trading*, 1(2), 28-37.

Fabozzi, F. J., & Markowitz, H. M. (Eds.). (2011). *The theory and practice of investment management: Asset allocation, valuation, portfolio construction, and strategies* (Vol. 198). John Wiley & Sons.

Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The capital asset pricing model: Theory and evidence. *Journal of economic perspectives*, 18(3), 25-46.

Goetzmann, W. N., Brown, S. J., Gruber, M. J., & Elton, E. J. (2014). *Modern portfolio theory and investment analysis*. John Wiley & Sons, 237.

He, G., Litterman, R. (1999) *The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios*.

He, G., Litterman, R. (2002) *The Intuition Behind the Black-Litterman Model Portfolios*.

Mankert, C. (2006). *The Black-Litterman Model: mathematical and behavioral finance approaches towards its use in practice*.

Mangram, M. E. (2013). A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory. *Global journal of business research*, 7(1), 59-70.

Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection in The Journal of Finance* Vol. 7.

Merton, R. C. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 867-887.

Nasdaq. URL: <https://www.nasdaqbaltic.com/statistics/et/statistics>

Nurmet, M., Roos, A., Sander, P., Ivanova, N. (2012) Finantsturud- ja institutsioonid. Tartu Ülikooli Kirjastus.

Paju, S. (2014) Black-Littermani mudel. URL: http://193.40.4.3/bitstream/handle/10062/42535/paju_silja_msc_2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

Roosaare, J blogi. URL: <http://roosaare.com/>.

Ross, S. A. (2013). The arbitrage theory of capital asset pricing. In Handbook of the fundamentals of financial decision making: Part I (pp. 11-30).

Sander, P. (1999) Portfelliteooria I. Tartu Ülikooli Kirjastus.

Sander, P. (2003) Portfelliteooria II. Tartu Ülikooli Kirjastus.

Satchell, S., Scowcroft, A (2000). A demystification of the Black–Litterman model: Managing quantitative and traditional portfolio construction. Journal of Asset Management, Vol. 17.

Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. The journal of finance, 19(3), 425-442.

Walters, J. (2014) The Black-Litterman Model in Detail.

LISAD

Lisa 1. Väärtpaperiportfellid Harry Markowitzi mudeli järgi

Aksia	P1	P2	P3
Arco Vara	1,0%	0,0%	0,0%
Baltika	0,0%	0,0%	0,0%
Harju Elekter	7,2%	11,8%	14,5%
Merko Ehitus	6,8%	9,4%	10,7%
Nordecon	3,9%	0,0%	0,0%
Šiaulių bankas	17,2%	22,2%	25,3%
Tallink Grupp	10,6%	10,5%	9,9%
Tallinna Kaubamaja Grupp	9,7%	15,9%	20,0%
Tallinna Vesi	39,7%	27,7%	18,2%
Ekspress Grupp	3,8%	2,6%	1,5%

Aksia	P4	P5	P6
Arco Vara	0,0%	0,0%	0,0%
Baltika	0,0%	0,0%	0,0%
Harju Elekter	16,4%	18,1%	0,0%
Merko Ehitus	11,6%	12,5%	0,0%
Nordecon	0,0%	0,0%	0,0%
Šiaulių bankas	27,6%	29,6%	0,0%
Tallink Grupp	9,6%	9,2%	0,0%
Tallinna Kaubamaja Grupp	22,9%	25,4%	100,0%
Tallinna Vesi	11,2%	5,2%	0,0%
Ekspress Grupp	0,7%	0,0%	0,0%

	Expected return	Portfolio risk
P1	14,93%	16,36%
P2	18,14%	17,00%

P3	20,06%	18,00%
P4	21,46%	19,00%
P5	22,66%	20,00%
P6	25,90%	32,53%

Allikas: Autori arvutused

Lisa 2. Väärtpaperiportfellid Black-Littermani mudeli järgi

Aksia	market cap/CAPM	BL	BL max
Arco Vara	0,55%	0,9%	0,0%
Baltika	0,39%	0,0%	0,0%
Harju Elekter	3,99%	7,2%	11,3%
Merko Ehitus	8,88%	6,8%	33,5%
Nordecon	1,78%	3,9%	0,0%
Šiaulių bankas	16,25%	17,1%	5,0%
Tallink Grupp	34,95%	10,5%	39,4%
Tallinna Kaubamaja Grupp	19,38%	9,1%	10,7%
Tallinna Vesi	12,51%	40,7%	0,0%
Ekspress Grupp	1,31%	3,7%	0,0%

	Expected return	Portfolio risk
market cap/CAPM	21,98%	19,54%
BL	22,20%	16,36%
BL max	34,62%	23,40%

Allikas: Autori arvutused

Lisa 3. Kovariatsioonimaatriks

Cov	Arco Vara	Baltika	Harju Elekter
Arco Vara	0,001153521	0,000196093	0,000108158
Baltika	0,000196093	0,003643789	7,87948E-05
Harju Elekter	0,000108158	7,87948E-05	0,000369119
Merko Ehitus	0,000106221	0,000102643	8,71737E-05
Nordecon	0,000117964	0,000113377	8,47165E-05
Šiaulių bankas	5,31116E-05	7,48328E-05	6,12604E-05
Tallink Grupp	8,60872E-05	9,27002E-05	5,10342E-05
Tallinna Kaubamaja Grupp	8,34051E-05	8,34481E-05	8,86734E-05

Tallinna Vesi	2,94528E-05	4,8572E-05	2,40217E-05
Ekspress Grupp	0,000138446	8,80166E-05	7,35706E-05

Merko Ehitus	Nordecon	Šiaulių bankas
0,000106221	0,000117964	5,31116E-05
0,000102643	0,000113377	7,48328E-05
8,71737E-05	8,47165E-05	6,12604E-05
0,000362464	9,74885E-05	5,73159E-05
9,74885E-05	0,000416717	5,16826E-05
5,73159E-05	5,16826E-05	0,000244284
6,95891E-05	8,19673E-05	5,45759E-05
8,73233E-05	9,83249E-05	5,44854E-05
2,2993E-05	3,15902E-05	2,01259E-05
8,74455E-05	0,000104116	4,67064E-05

Tallink Grupp	Tallinna Kaubamaja Grupp	Tallinna Vesi	Ekspress Grupp
8,60872E-05	8,34051E-05	2,94528E-05	0,000138446
9,27002E-05	8,34481E-05	4,8572E-05	8,80166E-05
5,10342E-05	8,86734E-05	2,40217E-05	7,35706E-05
6,95891E-05	8,73233E-05	2,2993E-05	8,74455E-05
8,19673E-05	9,83249E-05	3,15902E-05	0,000104116
5,45759E-05	5,44854E-05	2,01259E-05	4,67064E-05
0,000305291	7,76576E-05	2,44742E-05	6,74961E-05
7,76576E-05	0,000289916	2,47775E-05	6,57405E-05
2,44742E-05	2,47775E-05	0,000144643	3,53479E-05
6,74961E-05	6,57405E-05	3,53479E-05	0,00057149

Allikas: Autori arvutused

Lisa 4. Harry markowitzi mudeliga saadud optimaalne perioodil 02.01.2020-30.06.2021

P5	w	1	02.01.2020
Harju Elekter	18,1%	0,041900411	4,32
Merko Ehitus	12,5%	0,013049873	9,56
Šiaulių bankas	29,6%	0,589184777	0,502
Tallink Grupp	9,2%	0,094980015	0,966
Tallinna Kaubamaja Grupp	25,4%	0,028567525	8,9
Tallinna Vesi	5,2%	0,004483847	11,7

30.12.2020	%	30.06.2021	%
5,18	20%	8,18	89%
9,46	-1%	15,1	58%
0,498	-1%	0,665	32%
0,738	-24%	0,757	-22%
9,16	3%	9,44	6%
13,25	13%	14,26	22%

Allikas: Autori arvutused

Lisa 5. Minimaalse riski Black-Littermani mudeliga saadud portfell perioodil 02.01.2020-30.06.2021

BL	w	1	02.01.2020
Arco Vara	0,9%	0,00821141	1,14
Baltika	0,0%	0,002473193	0,136
Harju Elekter	7,2%	0,016702415	4,32
Merko Ehitus	6,8%	0,007062288	9,56
Nordecon	3,9%	0,038005452	1,03
Šiaulių bankas	17,1%	0,341570579	0,502
Tallink Grupp	10,5%	0,108477022	0,966
Tallinna Kaubamaja Grupp	9,1%	0,010202996	8,9
Tallinna Vesi	40,7%	0,03480863	11,7
Ekspress Grupp	3,7%	0,046452805	0,8

30.12.2020	%	30.06.2021	%
1,21	6%	2,25	97%
0,41	201%	0,34	150%
5,18	20%	8,18	89%
9,46	-1%	15,1	58%
1,14	11%	1,41	37%
0,498	-1%	0,665	32%
0,738	-24%	0,757	-22%
9,16	3%	9,44	6%
13,25	13%	14,26	22%
0,795	-1%	0,994	24%

Allikas: Autori arvutused

**Lisa 6. Black-Littermani mudeliga saadud optimaalne portfelli perioodil
02.01.2020-30.06.2021**

BL max	w	1	02.01.2020
Arco Vara	0,0%	0	1,14
Baltika	0,0%	0,002690332	0,136
Harju Elekter	11,2%	0,025861207	4,32
Merko Ehitus	34,4%	0,035988718	9,56
Nordecon	0,0%	0	1,03
Šiaulių bankas	3,8%	0,075078608	0,502
Tallink Grupp	40,3%	0,416986961	0,966
Tallinna Kaubamaja Grupp	10,3%	0,011613788	8,9
Tallinna Vesi	0,0%	0	11,7
Ekspress Grupp	0,0%	0	0,8

30.12.2020	%	30.06.2021	%
1,21	6%	2,25	97%
0,41	201%	0,34	150%
5,18	20%	8,18	89%
9,46	-1%	15,1	58%
1,14	11%	1,41	37%
0,498	-1%	0,665	32%
0,738	-24%	0,757	-22%
9,16	3%	9,44	6%
13,25	13%	14,26	22%
0,795	-1%	0,994	24%

Allikas: Autori arvutused

Lisa 7. Lihtlitsents

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks¹

Mina Marek Sarkisjan

1. annan Tallinna Tehnikaülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose portfelliteooria mudelite rakendamise balti finantsturul, mille juhendaja on lektor Kalle Ahi,
 - 1.1 reprodutseerimiseks lõputöö säilitamise ja elektroonse avaldamise eesmärgil, sh TalTechi raamatukogu digikogusse lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
 - 1.2 üldsusele kättesaadavaks tegemiseks TalTechi veebikeskkonna kaudu, sealhulgas TalTechi raamatukogu digikogu kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. Olen teadlik, et käesoleva lihtlitsentsi punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
3. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest ning muudest õigusaktidest tulenevaid õigusi.

¹*Lihtlitsents ei kehti juurdepääsupiirangu kehtivuse ajal, välja arvatud ülikooli õigus lõputööd reprodutseerida üksnes säilitamise eesmärgil.*