TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А № 44 1953

А. СИВАДИ и О. СИЛЬДЕ

ВОПРОСЫ ТЕОРИИ БЫСТРОХОДНОГО ВЕТРОДВИГАТЕЛЯ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСЬЮ И ОБТЕКАЕМЫМИ ЛОПАСТЯМИ

ЭСТОНСКОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИН 1953

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Под идеальным ротором будем понимать следующую схему: вокруг вертикальной оси (прямая линия) расположены симметрично n (огромное число) крыльев бесконечной длины, параллельных оси и на расстоянии R (радиус ротора) от нее; крылья имеют в поперечном разрезе (перпендикулярном оси) обтекаемую форму (т. е. при обтекании ветра вокруг крыла образуется циркуляция, сообразно с принципом Чаплыгина), которая представляет собой прямолинейный отрезок длиною $2c$ (c — половина ширины крыла, толщина крыла незначительна); отрезок ширины крыла перпендикулярен к плоскости, проходящей через ось ротора и среднюю прямую линию крыла; ротор, как твердое тело, вращается вокруг оси с угловой скоростью ω, которая принимается за чрезвычайно большую (случай симметричного течения) или сравнительно большую (случай асимметричного течения). Это движение ротора поддерживается ветром, рассматриваемым как идеальная жидкость плотности ϱ, имеющая перед ротором постоянную скорость V, направленную перпендикулярно к оси ротора; ветер отдает ротору часть своего количества движения и энергии; $nc\omega = K$ имеет порядок скорости ветра V (примерно $\frac{1}{3}V$), так что, в случае симметричного течения, nc является ничтожно малой величиной, а в случае асимметричного течения, nc сравнимо с R, но все же значительно меньше R.

Примем ось ротора за ось z (направлена вверх), линию направления скорости ветра V вдали перед ветряком — за ось x-ов, а ось y-ов направим перпендикулярно к осям x и z. Так как явления в плоскостях, параллельных плоскости x-y, происходят одинаково, то можно рассматривать явления только в плоскости x-y

и таким образом всю задачу идеального ротора преобразовать в плоскую задачу (на плоскости x-y). Все величины, линейно зависящие от расстояний в направлении оси z, мы отнесем к единице длины в этом направлении, так что, если в направлении оси z будет рассматриваться длина l (длина крыла), то эту величину (l) надо вводить во все полученные формулы как множитель.

Положение крыла определяется полярным углом φ.

Приводя в движение ротор, ветер теряет часть своей скорости, а потому скорости в различных точках будут различными.

Введем следующие обозначения:

n — число крыльев;

c — половина ширины крыла;

ω — угловая скорость вращения ротора;

l — длина крыла;

$K = nc\omega$

V — скорость ветра вдали перед ротором;

V_x — проекция скорости ветра на ось x;

V_y — проекция скорости ветра на ось y;

V_R — проекция скорости ветра на направление радиуса в точках окружности, по которой двигаются крылья ($V_R > 0$, если ветер удаляется от центра ротора, т. е. от начала координат);

V_φ — проекция скорости ветра на направление касательной к окружности;

V_e — V_R в передней части ротора[1] $\left(\frac{\pi}{2} \leqslant \varphi \leqslant \frac{3\pi}{2}\right)$;

V_t — V_R в задней части ротора $\left(-\frac{\pi}{2} \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2}\right)$;

V_0 — V_R в передней точке окружности ($x = -R$; $y = 0$; $\varphi = \pi$);

V_1 — V_R в задней точке окружности ($x = R$; $y = 0$; $\varphi = 0$);

V_{xe} — V_x в передней части ротора;

V_{xt} — V_x в задней части ротора;

V_{x0} — V_x в передней точке окружности;

---

[1] Передней частью ротора названа та половина его, которая обращена против направления ветра, т. е. в сторону отрицательных x-ов.

V_x — V_x в задней точке окружности;

V_2 — V_x на оси x-ов вдали за ротором;

V_x — V вдали перед ротором;

V_z — скорость удлинения прямолинейного канала циркуляции;

V_Γ — скорость удлинения канала циркуляций, уводимых вместе с потоком [2];

$$k = \frac{K}{2V_z}.$$

Не трудно представить, что

$$V_R = V_x \cos\varphi + V_y \sin\varphi$$
$$V_\varphi = V_y \cos\varphi - V_x \sin\varphi.$$

2. ИДЕАЛЬНЫЙ РОТОР С СИММЕТРИЧНЫМ ТЕЧЕНИЕМ

Случай симметричного течения получается при условии, что $\omega \to \infty$. Вследствие обтекаемой формы крыла вокруг него образуется циркуляция при обдувании ветром. Величину этой циркуляции при ничтожно малой ширине крыла можно принять по Чаплыгину равной [3]

$$-2\pi c V_R.$$

По законам гидродинамики вместе с этой циркуляцией в воздухе должна возникнуть другая циркуляция той же интенсивности, но с обратным вращением. Эта последняя циркуляция уносится ветром в канал течения за ветряком. Так как V_R меняется при движении крыла, то в канал течения уносятся все новые и новые циркуляции, так что весь канал за ветряком заполнен циркуляциями. Эти циркуляции в канале течения позади ветряка и вызывают изменение скорости в движении ветра. Циркуляции вокруг крыльев в общей сумме дают весьма малую

---

[2] В этой работе принимается, что

$$V_z = V_\Gamma = \frac{1 + k^2}{(1 + k)^2} V.$$

[3] А. И. Некрасов. Теория крыла в нестационарном потоке, 1947 г., стр. 273, формулы 10 и 11.

величину и никакого заметного влияния на общее течение воздуха не имеют.

Для простоты будем считать циркуляцию в канале распределенной по всей площади канала. Каждое крыло при движении от положения $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi$ посылает в канал циркуляцию

$$2\pi c(V_0 - V_1),$$

а все крылья в секунду посылают в половину канала, расположенную в сторону положительных y-ов, циркуляцию

$$2\pi c(V_0 - V_1) \cdot \frac{n\omega}{2\pi} = K(V_0 - V_1).$$

В другую половину канала посылается циркуляция такой же интенсивности, но обратного вращения. Отсюда видно, что плотность интенсивности циркуляций в канале зависит от V_R и конечно от скоростей течения в канале; но эти скорости в свою очередь зависят от плотности интенсивности. Получается условие равновесия: скорости V_R должны быть такими, чтобы образуемые ими плотности интенсивностей циркуляций имели бы следствием эти же самые скорости. Но в таком общем виде проблема является очень сложной и не стоящей усилий, тем более, что сходство созданной схемы с действительностью сомнительно. Поэтому мы упростим задачу тем, что заменим циркуляции, движущиеся вместе с потоком воздуха по каналу течения, циркуляциями, уходящими прямолинейно от места рождения, параллельно оси x-ов с постоянной скоростью V_z, равной для всех циркуляций. Такое распространение циркуляций не может быть объяснено гидродинамически, а является лишь математической схемой для сложных совокупностей действительных явлений, основанной на строгом соблюдении законов импульса и энергии [4]. По принципу прямолинейного распространения циркуляций мы рассмотрели и задачу ветряков с горизонтальной осью и пришли, в предположении, что скорость распространения циркуляций та же, что дается Г. Х. Сабининым, к формулам, точно соответствующим тем, которые получаются по его теории.

---

[4] Такие циркуляции с успехом были применены А. Я. Миловичем в книге «Теория динамического взаимодействия тел и жидкостей», 1940 г.

Перейдем к математическому изложению вопроса. Пусть даны n прямолинейных лучей, имеющих направление оси x с начальными точками $P_1, P_2, \ldots, P_n$; пусть вдоль этих лучей равномерно расположены циркуляции так, что на единицу длины приходятся соответственно циркуляции $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$; пусть $\sum_{i=1}^{n} \gamma_i = 0$. Возьмем на плоскости некоторую точку P, обозначим $PP_1 = z_1$, $PP_2 = z_2, \ldots, PP_n = z_n$; пусть $PP_1, PP_2, \ldots, PP_n$ образуют с положительным направлением оси x соответственно углы $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ $(-\pi < \alpha_i < \pi)$. Обозначим проекции скоростей, вызванных этими циркуляциями в точке P, на координатные оси через v_x и v_y; тогда легко доказать, что

$$v_x = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \alpha_i$$

$$v_y = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{n} \gamma_i nlz_i;$$

эти формулы позволяют вычислить скорости, вызываемые прямолинейными циркуляциями за ротором в любой точке плоскости. Нас же тут особенно интересуют значения этих скоростей в точках окружности движения крыльев.

На дуге окружности крыльев, соответствующей центральному углу $\mathrm{d}\varphi$, посылается в канал течения ежесекундно циркуляция $K\mathrm{d}V_R$ ввиду того, что скорость движения циркуляции V_z на единицу длины в полосе канала, которая соответствует центральному углу $\mathrm{d}\varphi$, приходится циркуляция

$$\frac{K\mathrm{d}V_R}{V_z}.$$

Отсюда, заменяя суммирование интегрированием, получаем

$$v_x = \frac{K}{2\pi V_z} \int_{\varphi_1=0}^{\varphi_2=2\pi} \alpha \, \mathrm{d}V_R$$

$$v_y = \frac{K}{2\pi V_z} \int\limits_{\varphi_1=0}^{\varphi_2=2\pi} nlz \, \mathrm{d}V_R,$$

где интегрирование выполняется вдоль всей окружности крыльев.

Эти интегралы дают для точки окружности, которой соответствует полярный угол φ_0 (если взять $\frac{K}{2V_z} = k$), в

случае $\frac{\pi}{2} \leqslant \varphi_0 \leqslant \frac{3}{2}\pi$

$v_x = \kappa V_R(\varphi_0)$ [т. е. V_R в точке с полярным углом φ_0], откуда

$$V_{xe} = V + v_x = V + \kappa V_R(\varphi_0),$$

и в случае $-\frac{\pi}{2} \leqslant \varphi_0 \leqslant \frac{\pi}{2}$

$$v_x = \kappa[2V_R(\pi - \varphi_0) - V_R(\varphi_0)],$$

откуда

$$V_{xt} = V + v_x = V + \kappa[2V_R(\pi - \varphi_0) - V_R(\varphi_0)];$$

всюду же на окружности

$$v_y = -\frac{k}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} V_R \operatorname{ctg} \frac{\varphi - \varphi_0}{2} \, \mathrm{d}\varphi = V_y,$$

так как направление основного течения перпендикулярно оси y.

При интегрировании надо учесть, что

$$\int\limits_0^{2\pi} V_R \, \mathrm{d}\varphi = 0$$

вследствие непрерывности течения.

Имея в виду зависимость

$$V_R = V_x \cos\varphi + V_y \sin\varphi,$$

можем, заменяя V_x и V_y их значениями, получить интегральное уравнение для V_R, которое будет иметь различный вид для передней и задней части ротора, а именно (если взять $\varphi_0 = \vartheta$) для передней части $\left(\frac{\pi}{2} \leqslant \vartheta \leqslant \frac{3}{2}\pi\right)$:

$$V_R(\vartheta) = [V + \kappa V_R(\vartheta)]\cos\vartheta -$$

$$-\frac{k}{2\pi}\sin\vartheta \int_0^{2\pi} V_R(\varphi)\operatorname{ctg}\frac{\varphi-\vartheta}{2}\,d\varphi,$$

и для задней части $\left(-\frac{\pi}{2} \leqslant \vartheta \leqslant \frac{\pi}{2}\right)$:

$$V_R(\vartheta) = [V + 2\kappa V_R(\pi-\vartheta) - \kappa V_R(\vartheta)]\cos\vartheta -$$

$$-\frac{k}{2\pi}\sin\vartheta \int_0^{2\pi} V_R(\varphi)\operatorname{ctg}\frac{\varphi-\vartheta}{2}\,d\varphi.$$

В первом уравнении можно $V_R(\vartheta)$ заменить через $V_e(\vartheta)$, а во втором $V_R(\vartheta)$ через $V_t(\vartheta)$ и $V_R(\pi-\vartheta)$ через $V_e(\pi-\vartheta)$; тогда указание части ротора оказывается лишним.

Эти два интегральных уравнения можно соединить в одно, если применить сингулярный оператор D, который определяется следующим образом:[5]

$$D(V) = \begin{cases} 2k[V(\pi-\vartheta) - V(\vartheta)] & \text{когда } -\frac{\pi}{2} \leqslant \vartheta \leqslant \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{когда } \frac{\pi}{2} \leqslant \vartheta \leqslant \frac{3\pi}{2}; \end{cases}$$

получается уравнение

$$V(\vartheta) = [V + kV(\vartheta) + D(V)]\cos\vartheta -$$

$$-\frac{k}{2\pi}\sin\vartheta \int_0^{2\pi} V(\varphi)\operatorname{ctg}\frac{\varphi-\vartheta}{2}\,d\varphi$$

или

$$V(\vartheta)[1 - \kappa\cos\vartheta] = V\cos\vartheta +$$

$$+\left[\cos\vartheta D(V) - \frac{k}{2\pi}\sin\vartheta \int_0^{2\pi} V(\varphi)\operatorname{ctg}\frac{\varphi-\vartheta}{2}\,d\varphi\right].$$

---

[5] На эту возможность указал доцент А. Сярев (Таллинский политехнический институт).

Не имея возможности получить решения в виде элементарных функций, представляем $V_R(\varphi)$ рядом Фурье

$$V_R(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\varphi$$

(здесь $a_0 = 0$, так как $\int\limits_0^{2\pi} V_R \mathrm{d}\varphi = 0$).

Следующей задачей является нахождение коэффициентов a_1, a_2, a_3, ...

Можно доказать, что

$$\int\limits_0^{2\pi} \cos n\varphi \operatorname{ctg} \frac{\varphi - \vartheta}{2} \mathrm{d}\varphi = 2\pi \sin n\vartheta \qquad \text{и}$$

$$\int\limits_0^{2\pi} \sin n\varphi \operatorname{ctg} \frac{\varphi - \vartheta}{2} \mathrm{d}\varphi = 2\pi \cos n\vartheta, \qquad \text{откуда}$$

$$\int\limits_0^{2\pi} V_R \operatorname{ctg} \frac{\varphi - \vartheta}{2} \mathrm{d}\varphi = -2\pi \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\vartheta \qquad \text{и}$$

$$V_y = k \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\varphi$$

(если в последнем равенстве заменить ϑ через φ).

$$V_e = (V + k \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\varphi) \cos\varphi + k \sin\varphi \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\varphi$$

и

$$V_t = V_e' - 4k \sum_{i=1}^{\infty} a_{2i-1} \cos(2i-1)\varphi \cos\varphi,$$

где V_e' обозначает выражение для V_e.

$$a_m = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} V_R \cos m\varphi \mathrm{d}\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} V'_e \cos m\varphi \mathrm{d}\varphi -$$

$$-\frac{4k}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sum_{i=1}^{\infty} a_{2i-1}\cos(2i-1)\varphi\cos\varphi\cos m\varphi \mathrm{d}\varphi =$$

$$= \frac{V}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\cos(m+1)\varphi + \cos(m-1)\varphi]\,\mathrm{d}\varphi +$$

$$+\frac{k}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n[\cos(n+m-1)\varphi + \cos(n-1-m)\varphi]\,\mathrm{d}\varphi -$$

$$-\frac{k}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sum_{i=1}^{\infty} a_{2i-1}[\cos(2i+m)\varphi + \cos(2i+m-2)\varphi +$$

$$+\cos(2i-m)\varphi + \cos(2i-m-2)\varphi]\,\mathrm{d}\varphi.$$

В полученном трехчлене первый член равен V, если $m = 1$, в остальных случаях он равен 0. Второй член равен $\kappa \cdot a_{m+1}$. Третий член в случае четного m равен $-k(a_{m-1} + a_{m+1})$, а в случае нечетного m он представляется бесконечным рядом. Отсюда получается

$$a_{2h} = -ka_{2h-1}.$$

Для нахождения коэффициентов с нечетными индексами получается линейная бесконечная система уравнений:

$$\begin{cases} \left(1 + k^2 + \frac{16k}{3\pi}\right) a_1 + \frac{16k}{15\pi} a_3 - \frac{16k}{105\pi} a_5 + \ldots = V \\ \frac{16}{15\pi} a_1 + \left(1 + k^2 + \frac{144k}{35\pi}\right) a_3 + \frac{80k}{63\pi} a_5 + \ldots = 0 \\ -\frac{16}{15} a_1 + \frac{80k}{63\pi} a_3 + \left(1 + k^2 + \frac{400k}{99\pi}\right) a_5 + \ldots = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Для практических целей, если довольствоваться точностью логарифмической линейки, можно вычислить a_1, a_3 и a_5 из первых трех уравнений этой системы, отбросив все члены, кроме членов содержащих a_1, a_3 и a_5.

Нетрудно получить следующие соотношения:

$$V_{x_0} = \frac{V}{1+k}$$

$$V_{x_1} = \frac{(1-k)V}{(1+k)^2},$$

следовательно

$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \ldots = \frac{V}{1+k},$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots = \frac{(1-k)V}{(1+k)^2} \quad \text{и}$$

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \ldots = \frac{V}{(1+k)^2}.$$

Из последнего равенства можно получить приближенное значение a_7, если a_1, a_3, a_5 найдены, но это уже не является существенным.

На единицу длины в половине канала течения приходится циркуляция

$$\frac{K(V_0 - V_1)}{V_z} = 2k(V_0 - V_1),$$

откуда

$$V_2 = V + 2k(V_0 - V_1) = V\left(\frac{1-k}{1+k}\right)^2. \tag{1}$$

Обозначим через X и Y координатные оси, связанные с крылом, причем ось X идет вдоль крыла в сторону, противоположную движению крыла, а ось Y перпендикулярна к крылу. Проекции относительной скорости ветра на эти оси будут соответственно $R\omega$ (так как $R\omega$ чрезвычайно большая в сравнении с V_φ, то последнюю не надо принимать в расчет) и V_R. Вследствие ничтожно малой ширины крыла можно проекции давления ветра (на единицу длины крыльев) на направления этих осей по известным формулам представить следующим образом: [6]

$$F_x = -\varrho V_R \cdot 2\pi c V_R = -2\pi\varrho c V_R^2,$$

$$F_y = \varrho R\omega 2\pi c V_R = 2\pi\varrho c\omega R V_R.$$

[6] А. И. Некрасов, стр. 232, формулы (11.5).

Так как F_x в сравнении с F_y является весьма малым, то его не надо принимать в расчет при вычислении общего давления ветра на крылья.

Пусть P_x и P_y будут проекции общего давления ветра на оси x и y (на единицу длины крыльев), тогда

$$P_x = \varrho KR \int_0^{2\pi} V_R \cos \varphi d\varphi ,$$

или заменив V_R рядом Фурье и сделав соответствующие вычисления, получаем

$$P_x = \pi \varrho KR a_1$$

и аналогично

$$P_y = \varrho KR \int_0^{2\pi} V_R \sin \varphi d\varphi .$$

Для мощности W, отдаваемой ветром ротору (на единицу длины крыльев) получаем формулу

$$W = \frac{2\pi \varrho c \cos R}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_R^2 d\varphi = \varrho KR \int_0^{2\pi} V_R^2 d\varphi$$

или, выражая V_R рядом Фурье,

$$W = \pi \varrho KR \sum_{i=1}^{n} a_i^2 .$$

Коэффициент идеального полезного действия вычисляется по формуле

$$\xi_i = \frac{W}{\varrho R V^3} = \frac{\pi K \sum_{i=1}^{n} a_i^2}{V^3} .$$

Нетрудно доказать, что вычисленные по данным формулам P_x и W в точности равны соответственно секундному уменьшению количества движения и энергии ветра. Следовательно, законы сохранения количества движения и энергии соблюдены.

В уравнениях коэффициентов ряда Фурье для V_R встречается величина

$$k = \frac{K}{2V_z}.$$

Следовательно, чтобы пользоваться полученными формулами для P_x, W и ξ_i, надо знать k, а для этого V_z, т. е. скорость распространения прямолинейных циркуляций.

Чисто теоретических предпосылок для определения скорости распространения прямолинейных циркуляций не имеется, достоверные значения для V_z можно получить лишь из результатов соответствующего эксперимента. Если исходить из той картины для канала течения, которую мы дали в начале изложения (т. е. циркуляции уносятся течением), то получаются следующие формулы:

$$V_2^2 = V^2 + 2K(V_0 - V_1) \tag{2}$$

$$V_\Gamma = \frac{V + V_2}{2}$$

(V_Γ — скорость удлинения канала течения).

Если теперь принять

$$V_z = V_\Gamma = \frac{V + V_2}{2} = \frac{1 + k^2}{(1 + k)^2} V,$$

то окажется, что значения для V_2 по формулам (1) и (2) совпадают; также оказываются равными секундные приращения количеств движения воздуха в канале течения

$$m_0 V_\Gamma,$$

где m_0 масса воздуха, проходящая в секунду через единицу длины ротора.

В таком случае прямолинейно распространяющиеся циркуляции заменяют приближенно циркуляции, идущие по каналу вместе с течением воздуха.

Но можно, например, предположить, что V_z равняется средней скорости воздуха на конце канала течения по ширине этого канала (что соответствовало бы определению V_z по Сабинину), или что V_z равняется скорости движения, установившейся дорожки Кармана. Сообразно с этими гипотезами мы получаем (обозначая V_z соответственно через V_{z_1} и V_{z_2}).

$$V_{z_1} = \frac{\Phi + \frac{1}{2}\pi k a_1}{\Phi + \pi k a_1},$$

где

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} \sin n\varphi_0 ,$$

а φ_0 полярный угол точки, в которой линия тока касается окружности крыльев (где $V_R = 0$; $\frac{\pi}{2} < \varphi_0 < \pi$), и

$$V_{z_2} = V\left(1 - \frac{k\sqrt{2}}{(1+k)^2}\right).$$

Эти формулы дают для V_z бо́льшие значения и почти совпадают друг с другом при значениях $к$, имеющих практический интерес.

В случае $V_z = V_\Gamma$ получается

$max\, \xi_i = 0{,}526$ при $к \approx \frac{1}{3}$, а в случае $V_z = V_{z_1}$

$max\, \xi_i = 0{,}644$ (при $0{,}4 < к < 0{,}5$) (по приближенным расчетам).

Несмотря на то, что в первом случае $max\, \xi_i$ значительно меньше, этот случай дает все-таки несколько меньшие данные для размеров крыла на единицу получаемой мощности.

3. ИДЕАЛЬНЫЙ РОТОР С АСИММЕТРИЧНЫМ ТЕЧЕНИЕМ

Асимметричное течение получается при ограниченных значениях ω. Момент вращения уже не является ничтожно малым, а также величина nc. Вследствие этого нельзя оставить без внимания циркуляции, образующиеся вокруг крыльев. Принимая их в расчет, получаем для V_R интегральные уравнения, отличные от уравнений в предыдущей главе. Даем эти уравнения без доказательства. Пусть

$$I(\varphi) = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_R \operatorname{ctg}\frac{\vartheta - \varphi}{2}\, d\vartheta ,$$

тогда

$$V_e(\varphi) = [V + kV_e(\varphi)] \cos\varphi + k\left(\sin\varphi + \frac{V_z}{R\omega}\right) I(\varphi)$$

$$V_t(\varphi) = [V + 2kV_e(\pi - \varphi) - kV_t(\varphi)] \cos\varphi + k\left(\sin\varphi + \frac{V_z}{R\omega}\right) I(\varphi).$$

В каждом из этих уравнений, по сравнению с прежними, прибавляется член $\frac{kV_z}{R\omega} I(\varphi)$, который и вызывает асимметрию. Теперь необходимо положить

$$V_R = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi).$$

В случае, если $\frac{kV_z}{R\omega}$ мало, здешние a_n почти не отличаются от полученных для симметричного течения, а

$$b_1 = \frac{kV_z}{R\omega} a_1.$$

Теперь

$$P_x = \pi\varrho KRa_1,$$
$$P_y = \pi\varrho KRb_1,$$
$$W = \pi\varrho KR \sum_{i=1}^{\infty} (a_i^2 + b_i^2).$$

В общем изменения от допущения асимметрии течения незначительны и можно с ними не считаться в первом приближении.

4. СВОДКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Для идеального ротора с вертикальной осью и прямолинейными крыльями обтекаемой формы, в случае симметричного течения ветра, получены следующие формулы:

$$V_z = V_\Gamma = \frac{1 + k^2}{(1 + k)^2} V$$

$$\frac{V_R}{V} = U_R, \quad \frac{V_x}{V} = U_x, \quad \frac{V_y}{V} = U_y, \quad \frac{V_\varphi}{V} = U_\varphi$$

$$\frac{V_z}{V} = U_z = \frac{1+k^2}{(1+k)^2}$$

$$\frac{K}{V} = K' = 2kU_z = \frac{2k(1+k^2)}{(1+k)^2}$$

$$V_R = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos i\varphi.$$

Пусть $a_i' = \frac{a_i}{V}$, тогда

$$U_R = \sum_{i=1}^{\infty} a_i' \cos i\varphi, \quad V_R = V \sum_{i=1}^{\infty} a_i' \cos i\varphi,$$

$$a_{2h}' = -ka_{2h-1}'.$$

a_1', a_3' и a_5' определяются уравнениями (если для a_1' довольствоваться точностью логарифмической линейки):

$$(1 + 1{,}698k + k^2)a_1' + 0{,}3396ka_3' - 0{,}04851ka_5' = 1$$

$$0{,}3396ka_1' + (1 + 1{,}310k + k^2)a_3' + 0{,}4042ka_5' = 0$$

$$-0{,}04851ka_1' + 0{,}4042ka_3' + (1 + 1{,}286k + k^2)a_5' = 0$$

$$-U_0 = a_1' - a_2' + a_3' - a_4' + \ldots = \frac{1}{1+k}$$

$$U_1 = a_1' + a_2' + a_3' + a_4' + \ldots = \frac{1-k}{(1+k)^2}.$$

$$a_1' + a_3' + a_5' + a_7' + \ldots = \frac{1}{(1+k)^2}$$

$$V_{xe} = V + \kappa V_e; \quad U_{xe} = 1 + \kappa U_e$$

$$V_{xt} = V + 2\kappa V_e(\pi - \varphi) - \kappa V_t(\varphi)$$

$$U_{xt} = 1 + 2\kappa U_e(\pi - \varphi) - \kappa U_t(\varphi)$$

$V_e(\pi - \varphi)$ и $U_e(\pi - \varphi)$ — значения V_e и U_e в точке, где полярный угол равен $\pi - \varphi$.

$$V_y = \kappa \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin i\varphi; \quad U_y = \kappa \sum_{i=1}^{\infty} a_i' \sin i\varphi$$

$$V_R = V_x \cos\varphi + V_y \sin\varphi; \quad U_R = U_x \cos\varphi + U_y \sin\varphi$$

$$V_\varphi = V_y \cos\varphi - V_x \sin\varphi.$$

$$U_\varphi = U_y \cos\varphi - U_x \sin\varphi$$

$$V_2 = V + 2\kappa(V_0 - V_1) = V\left(\frac{1-k}{1+k}\right)^2$$

$$V_\Gamma = \frac{V + V_2}{2}.$$

Пусть $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_i^2 = A$ и $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_i'^2 = A'$; тогда $A = A'V^2$.

Суммарное давление ветра на ротор в направлении оси x-ов

$$P_x = \pi\varrho lRKa_1 = \pi\varrho lRK'a_1'V^2.$$

Суммарное давление ветра на ротор в направлении оси y-ов

$$P_y = 0.$$

Мощность, передаваемая ветром ротору

$$W = \pi\varrho lRKA = \pi\varrho lRK'A'V^3.$$

Идеальный коэффициент полезного действия ротора

$$\xi_i = \pi K'A';$$

$$max\ \xi_i = 0{,}526 \left(\text{при } k \approx \frac{1}{3}\right).$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Редактор А. Хумал.
Технический редактор Х. Коху.
Корректор А. Тихане.

Сдано в набор 7 IV 1953. Подписано к печати 3 VI 1953. Тираж 800. Бумага 54×84, $^{1}/_{16}$. Печатных листов 1,25. По формату 60×82 печатных листов 1,02. Учетно-издательских листов 0,71.
МВ-05748. Типография имени Ханса Хейдеманна, Тарту, Валликраави 4. Заказ 1672.

Цена 50 коп.