Ep. 6. 7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
PUBLICATIONS FROM THE TALLINN INSTITUTE OF TECHNOLOGY
Seeria A nr. 29 1947

H. MUISCHNEEK

GAUSS-LAMBERTI KOORDINAATIDE ÜMBERARVUTAMISEST GAUSS-KRÜGERI KOORDINAATIDEKS EESTI NSV TERRITOORIUMIL

С СОКРАЩЁННЫМ ПЕРЕВОДОМ НА РУССКИЙ ЯЗЫК:

Г. К. МУЙЖНЕК

О ПЕРЕВЫЧИСЛЕНИИ КООРДИНАТ ГАУССА-ЛАМБЕРТА В КООРДИНАТЫ ГАУССА-КРЮГЕРА НА ТЕРРИТОРИИ ЭСТОНСКОЙ ССР

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЙ ЭКЗЕМПЛЯР
„.....“ ..... 194.....г.

P20549

ENSV Teaduste Akadeemia
Keskraamatukogu

RK „TEADUSLIK KIRJANDUS“
TARTU, 1947

Probleem.

Kodanlikus Eestis tarvitati maaellipsoidi tasapinnale kujutamisel Gauss-Lamberti projektsiooni. 1940. a., mil Eesti astus NSVL rahvaste perre, tekkis vajadus üle minna kogu NSVL-s tarvitatavale Gauss-Krügeri projektsioonile. Tekib probleem, kuidas seda teha kõige lihtsamalt, kuidas otseselt kõige väiksema ajakuluga ümber arvutada Gauss-Lamberti koordinaadid Gauss-Krügeri koordinaatideks. Probleem on lihtsustatud, kuna kodanlikus Eestis tarvitati sama ellipsoidi, mida NSVL-s, s. o. Besseli ellipsoidi.

§ 1. Gauss-Lamberti koordinaadid Eesti NSV territooriumil.

Gauss-Lamberti projektsioon on konformne koonuseline projektsioon. Eesti NSV territooriumi osas kujutati Besseli maaellipsoidi konformselt kahele koonusele, mis puutusid ellipsoidi sobivaid paralleele mööda. Puuteparalleeli mööda, missugust muidu kujutati vastavale koonusele moonutamatult, ei tarvitatud mõõtkava 1:1, vaid vähendati seda 1:40 000 võrra. Iga koonus laotati tasapinnale. Seejuures kujunesid meridiaanid tasapinnal sirgete kimbuna ja paralleelid kontsentriliste ringidena, milliste ühine keskpunkt langes kokku meridiaanide kimbu keskpunktiga. Laotatud koonustele loodi ristkoordinaadid nullpunktiga ühe nn. algmeridiaani ja puuteparalleeli lõikepunktis. Algmeridiaaniks valiti meridiaan pikkusega 25° Greenwichist ida poole. X-teljeks valiti algmeridiaan positiivse suunaga põhja, kuna Y-teljeks algmeridiaanile ristiolev sirge positiivse suunaga itta. Tarvitati kaht koonust; Põhja-Eesti koonus puuteparalleeli laiusega 59°06′ ja Lõuna-Eesti koonus puuteparalleeli laiusega 58°06′. Nii saadud punktide ristkoordinaate nimetatakse Gauss-Lamberti koordinaatideks[1]).

Tähistame neid koordinaate siin tähtedega x' ja y'. Koordinaatidele positiivsete väärtuste ja x-de puhul üle kogu Eesti NSV territooriumi ühise süsteemi saamiseks liideti mõnes asutuses nende koor-

dinaatide väärtustele Põhja-Eestis x-dele arv 200 000,000 ja y-dele arv 200 000,000 ning Lõuna-Eestis vastavalt 88 634,860 ja 200 000,000. Neid punktide ristkoordinaate tähistame tähtedega X' ja Y'.

§ 2. Gauss-Krügeri koordinaadid NSVL-s.

NSVL-s tarvitatakse nn. Gauss-Krügeri koordinaate, missugused on saadud järgmiselt. Võetakse maaellipsoidi meridiaani mööda puutuv silinder. Puutemeridiaan kujutatakse silindrile moonutamatult mõõtkavas 1 : 1, kõik muu konformselt. Silinder laotatakse tasapinnale, kusjuures meridiaanid peale puutemeridiaani ja paralleelid peale ekvaatori kujunevad tasapinnal kõveratena. Puutemeridiaan (ka telgmeridiaan) ja ekvaator kui täisnurga all ristuvad sirged valitakse laotatud silindril loodava ristkoordinaatide süsteemis x- ja y-telgedeks. Positiivseks x-telje suunaks on põhjasuund ja positiivseks y-telje suunaks idasuund. Niisugusele puutesilindrile kujutatakse kas 3- või 6-pikkuskraadiline maaellipsoidi riba (tsoon). Telgmeridiaanideks on Eesti NSV-s 3°-ste ribade puhul meridiaanid pikkustega 21°, 24° ja 27° ida pool Greenwichi ja 6°-ste ribade puhul meridiaanid pikkustega 21° ja 27°. 3°-stest ribadest läheb tarvis Eesti NSV-s riba telgmeridiaaniga 21° ainult teoreetiliselt, kuna selles ribas esineb ainult läänepoolne Saaremaa osa, missugust võib aga veel kujutada ribas telgmeridiaaniga 24° (vt. joonis). Need Gauss-Krügeri koordinaadid tähistame X ja Y-ga. Suurte X-i väärtuste vältimiseks tarvitame siin abinullpunkte (koordinaatide kohalikke algusi), mis on määratud telgmeridiaani ja mingi paralleeli lõikepunktina. Gauss-Krügeri koordinaate tähistame nende abinullpunktide suhtes x ja y-ga. Siis on:

$$x = X - B \text{ ja } y = Y; \tag{1}$$

kus B on telgmeridiaani osa pikkus ekvaatorist vastava paralleelini (vt. konstantide tabel).

§ 3. Koordinaatide ümberarvutamise probleemi lahendustest.

Gauss-Lamberti koordinaatide ümberarvutamise probleemi Gauss-Krügeri koordinaatideks Eesti NSV-s lahendati algul sel teel, et arvutati Gauss-Lamberti koordinaadid ümber geograafilisteks koordinaatideks ja geograafilised koordinaadid omakorda Gauss-Krügeri koordinaatideks, kasutades olemasolevaid tabeleid[2]). Muidugi on see ehk kõige loomulikum ümberarvutamise viis, nõudmata mingit uut kaalut-

lust piirdub ta olemasolevate arvutusvõtetega, kuid ta nõuab suurt ajakulu, vähemalt mitu tundi iga punkti jaoks. Tekkis mõte, otsida otseseid ümberarvutamisviise. 1944. a. töötaski A. Vuuk poolotsese viisi välja nimetatud koordinaatide ümberarvutamiseks[3]). A. Vuuki menetlus on järgmine: arvutatakse ühes projektsioonis punkti ristkoordinaatidest tema polaarkoordinaadid, transformeeritakse siis ühest projektsioonist teise raadiusvektor (kaugus) ja direktsiooninurk ning arvutatakse teises projektsioonis polaarkoordinaatidest jälle ristkoordinaadid. Ülesande lahendamiseks tarvitab A. Vuuk kuni kaheksakohalisi logaritme. Arvutamise kestuse kohta puuduvad meil andmed.

§ 4. Käsitletud koordinaatide ümberarvutamise meetod.

Jaotame Eesti NSV territooriumi piirkondadesse.

Esiteks: Gauss-Lamberti koordinaatide puhul Põhja-Eesti piirkonnaks ja Lõuna-Eesti piirkonnaks, mis on eraldatud paralleeliga 58°36′. Põhja-Eesti nullpunkti (koordinaatide alguse), s. o. algmeridiaani pikkusega 25° Greenwichist ida poole lõikepunkt puuteparalleeliga 59°06′, tähistame *A*-ga (vt. joonis), Lõuna-Eesti oma, s. o. sama algmeridiaani lõikepunkti puuteparalleeliga 58°06′ — *B*-ga.

Teiseks: Gauss-Krügeri koordinaatide 3°-ste ribade puhul — piirkonnaks telgmeridiaaniga 24° ja piirkonnaks telgmeridiaaniga 27°, eraldatud meridiaaniga 25°30′. Piirkonnas telgmeridiaaniga 24° valime kaks abinullpunkti, nimelt telgmeridiaani lõikepunktid paralleelidega 59°06′ ja 58°06′. Need abinullpunktid märgime tähtedega *C* ja *F*. Analoogiliselt valime kaks abinullpunkti piirkonnas telgmeridiaaniga 27°. Need märgime vastavalt *D* ja *G*.

Kolmandaks: Gauss-Krügeri koordinaatide 6°-ste ribade puhul: piirkondadeks telgmeridiaanidega 21° ja 27°, eraldatud meridiaaniga 24°. Neis piirkondades valime analoogiliselt eelmisele neli abinullpunkti *E*, *H*, *D* ja *G*, milledest kaks on ühised varem valitud abinullpunktidega *D* ja *G*.

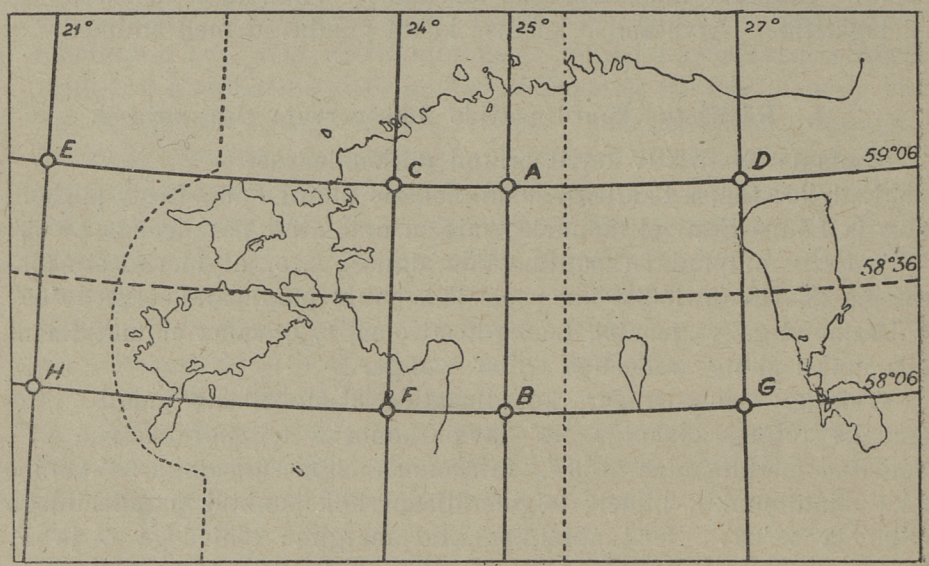
Gauss-Lamberti koordinaadid arvutame ümber Gauss-Krügeri koordinaatideks vastavalt piirkondade kattumisele üldjoontes järgmiselt:

Esiteks viime läbi koordinaatide x' ja y' transformatsiooni Gauss-Lamberti projektsioonis sihiga, et peale seda transformatsiooni oleks mõlemal koordinaatide süsteemil ühine algus, ühised teljed ja ühine mõõtkava. See transformatsioon koosneb kahest osast:

a) Paralleel-lükkest, s. o. Gauss-Lamberti koordinaatide nullpunkti ülekandmisest mingisse Gauss-Krügeri koordinaatide abinullpunkti,

nimelt nullpunkti A ülekandmisest ühte abinullpunktidest E, C või D, või nullpunkti B vastav ülekandmine ühte abinullpunktidest H, F või G vastavalt piirkondade kattumisele. Saadud koordinaate tähistame x'' ja y''.

b) Telgede pöördest koos mõõtkava muutmisega, et uus x-telg kulgeks mööda valitud abinullpunktist läbiminevat meridiaani ja mõõtkava suureneks $\frac{40\,000}{39\,999}$ korda, kuna see Gauss-Lamberti projektsioonis oli vä-



Territoorium, millel tarvitati Gauss-Lamberti koordinaate.
Территория на которой применяли координаты Гаусса-Ламберта.

hendatud 1 : 40 000 võrra ja NSVL-s tarvitatava Gauss-Krügeri projektsiooni mõõtkava telgmeridiaani mööda on 1 : 1. Saadud koordinaate nimetame omakorda x''' ja y'''.

Teiseks arvutame ümber saadud koordinaadid x''' ja y''' Gauss-Lamberti projektsioonis Gauss-Krügeri koordinaatideks x ja y, mis eelnenud transformatsiooni tõttu kujuneb välja väikeste paranduste juurdelisamiseks (maksimaalselt mõni meeter) Gauss-Lamberti transformeeritud koordinaatidele x''' ja y''', mis ongi selle meetodi hüve.

Käsitletud meetodi abil on kerge arvutada isegi suure täpsusega, näiteks 0,1-mm-se täpsusega. Lähteandmete täpsuse juures ± 0,5 mm saame siis lõppresultaadi täpsusega ± 0,7 mm, mis on liigagi suur.

Seejuures läheb arvutamiseks tarvis: arvutusmasin, maksimaalselt kuuekohaline trigonomeetriliste funktsioonide loomulike väärtuste tabel ja arvutuslükati — arvutusmasina asendamiseks lihtsamail korrutamistel. Tavaliste täpsuste juures (1 cm) läheb tarvis maksimaalselt 5-kohalist tabelit.

§ 5. Paralleel-lüke.

Paralleel-lükke teostamiseks on vaja teada abinullpunktide Gauss-Lamberti koordinaadid, millised tähistame mingi abinullpunkti jaoks tähtedega „$-x_0'$“ ja „$-y_0'$“ (miinus selleks, et valemites (4) oleks märk +). Need võrduvad näiteks F. Oja[2]) järgi:

$$\begin{aligned} -x_0' &= R_0'(1-\cos\Delta\lambda') \text{ ja} \\ -y_0' &= -R_0'\sin\Delta\lambda', \end{aligned} \qquad (2)$$

milles saab kergesti veenduda joonise abil.

Valemites tähendavad:

R_0' — raadiusvektorit meridiaanide lõikepunktist kuni vastava puuteparalleelini Gauss-Lamberti projektsioonis ja $\Delta\lambda'$ — meridiaanide koonduvust Gauss-Lamberti projektsioonis, s. o. nurka algmeridiaani ja vastava meridiaani vahel. Ta on positiivne lääne pool Gauss-Lamberti projektsiooni algmeridiaanist ja negatiivne sellest ida pool.

Omakorda:

$$\Delta\lambda' = \Delta\lambda \sin\varphi, \qquad (3)$$

kus $\Delta\lambda$ on Gauss-Lamberti projektsiooni vastava nullpunkti ja valitud abinullpunkti geograafiliste pikkuste vahe ja φ on vastava puuteparalleeli laius.

x_0' ja y_0' väärtused on võetud konstantide tabelisse (vt. lk. 21). Nende väärtuste arvutamiseks tarvitati F. Oja poolt arvutatud R_0' väärtusi, nimelt Põhja-Eesti jaoks $R_0' = 3\ 826\ 110,7082$[2]) ja Lõuna-Eesti jaoks $R_0' = 3\ 979\ 063,2049$[2]), kuna $\sin\varphi$, $\sin\Delta\lambda'$ ja $\cos\Delta\lambda'$ loomulikud väärtused arvutati vähemalt 13-kohaliselt.

Paralleel-lükke valemid on järgmised:

$$\begin{aligned} x'' &= x' + x_0' \text{ ja} \\ y'' &= y' + y_0'. \end{aligned} \qquad (4)$$

§ 6. Telgede pööre koos mõõtkava muutumisega.

Vastavalt §-le 4 peame nüüd teljed pöörama nurga $\Delta\lambda'$ võrra (vt. eelmist §) ja ühtlasi suurendama mõõtkava. Selleks kasutame tavalisi telgede pööramisvalemeid, korrutades valemite paremaid pooli mõõtkava muutmise mõttes veel arvuga $m = \frac{40\,000}{39\,999}$, saame:

$$x''' = x'' m \cos \Delta\lambda' + y'' m \sin \Delta\lambda' \text{ ja}$$
$$y''' = y'' m \cos \Delta\lambda' - x'' m \sin \Delta\lambda'. \tag{5}$$

Et arv „$m \cos \Delta\lambda'$“ on väga lähedane 1-le, siis asendame arvutamise lihtsustamiseks ta järgmiselt:

$$m \cos \Delta\lambda' = 1 - (1 - m \cos \Delta\lambda'). \tag{6}$$

Valemid (5) muutuvad siis järgmiselt:

$$x''' = x'' - x''(1 - m \cos \Delta\lambda') + y'' m \sin \Delta\lambda' \text{ ja}$$
$$y''' = y'' - y''(1 - m \cos \Delta\lambda') - x'' m \sin \Delta\lambda'. \tag{7}$$

Tähistame neis valemites:

$$1 - m \cos \Delta\lambda' = a \text{ ja}$$
$$m \sin \Delta\lambda' = b, \tag{8}$$

a on alati positiivne, kuna b märk oleneb $\Delta\lambda'$ märgist. Saame lihtsad transformatsiooni valemid:

$$x''' = x'' - ax'' + by'' \text{ ja}$$
$$y''' = y'' - ay'' - bx''. \tag{9}$$

a ja b väärtused leiduvad konstantide tabelis. Nende arvutamiseks tarvitati eelmises §-s nimetatud $\sin \Delta\lambda'$ ja $\cos \Delta\lambda'$ väärtusi.

§ 7. Transformeeritud Gauss-Lamberti koordinaatide ümberarvutamine Gauss-Krügeri koordinaatideks.

Et peale eelmistes §-des käsitletud transformatsioonide Gauss-Lamberti ja Gauss-Krügeri koordinaatide süsteemide nullpunktid, teljed ja mõõtkavad ühtuvad, siis on koordinaatide ümberarvutamine lihtne, nagu kohe näeme. Seda probleemi on teoreetiliselt meie andmetel kõige otstarbekamalt lahendanud Wl. K. Hristow[4]), kes, tarvitades punkti polaarkoordinaate, mis on määratud tuntud valemitega

$$\tan \Theta = \frac{y'''}{x'''} \text{ ja}$$
$$P = \frac{x'''}{\cos \Theta} = \frac{y'''}{\sin \Theta}, \tag{10}$$

tuletab järgmised koordinaatide transformatsiooni valemid[5]) ühtelangevate nullpunktide ja ühtelangevate x-telgede puhul:

$$x = x''' - D_3 P^3 \cos 3\Theta - D_4 P^4 \cos 4\Theta - D_5 P^5 \cos 5\Theta - \ldots \text{ ja}$$
$$y = y''' - D_3 P^3 \sin 3\Theta - D_4 P^4 \sin 4\Theta - D_5 P^5 \sin 5\Theta - \ldots, \tag{11}$$

kus x ja y on punkti Gauss-Krügeri koordinaadid valitud abinullpunkti suhtes ja x''' ja y''' on eelmistes §-des käsitletud viisil transformeeritud Gauss-Lambertli koordinaadid. Koefitsiendid D_3, D_4 ja D_5 on ellipsoidi teise ekstsentrilisuse (e'), puuteparalleeli laiuse (φ) ja telgmeridiaani kõverusraadiuse abinullpunktis (N) funktsioonid.

Tähistame:

$$\eta^2 = e'^2 \cos^2\varphi \text{ ja}$$
$$t = \tan\varphi, \tag{12}$$

siis on:

$$\left.\begin{aligned} D_3 &= +\frac{1}{6}\,\frac{1}{N^2}\,(1+\eta^2), \\ D_4 &= +\frac{1}{24}\,\frac{1}{N^3}\,t\,(1-3\eta^2-4\eta^4) \text{ ja} \\ D_5 &= -\frac{1}{120}\,\frac{1}{N^4}\,(5-3t^2+14\,\eta^2-3\eta^2t^2). \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

D_5-s on üks väiksema suurusjärgu liige ära jäetud. Nende koefitsientide väärtused mõlemate puuteparalleelide jaoks leiduvad konstantide tabelis. Kasutamise hõlbustamiseks on nad seal korrutatud arvu 10 astmetega. Valemites (11) osutuvad liikmed koefitsientidega D koordinaatide väikesteks parandusteks. Liikme koefitsiendega D_3 väärtus küünib 3°-se riba puhul ainult mõne meetrini ja 6°-se riba puhul 25 meetrini; järgmise liikme väärtus küünib ainult sama suurte arvudeni cm-tes ja viimase liikme väärtus on maksimaalselt 3 mm.

Wl. K. Hristow tuletab ka valemeid, mis lubavad transformeerimata Gauss-Lamberti koordinaate kohe ümber arvutada Gauss-Krügeri koordinaatideks, kuid neis valemeis on varjatud kujul §-des 5 ja 6 käsitletud transformatsioonid sees ja arvutamine nendega nõuab paljukohalisi tabeleid.

X ja Y saamiseks tarvitame valemeid:

$$\begin{aligned} X &= x + B \text{ ja} \\ Y &= y. \end{aligned} \tag{14}$$

§ 8. Arvutuste kontrollimine; ümberpöördud ülesanne.

Igal arvutamisel tekib küsimus, kuidas tulemusi kontrollida? Kuna arvutused ei võta palju aega, on parimaks kontrolliks kahe isiku poolt arvutamine. Kuid võib kontrolliks protsessi ümber pöörata, s. o. saadud Gauss-Krügeri koordinaatidest arvutada uuesti Gauss-Lamberti koordinaadid. Arvutamine toimub analoogiliselt, kuid vastupidises järjekorras ja üldiselt teiste koefitsientidega. Ümberarvutamise valemid on järgmised[6]):

$$\begin{aligned} x''' &= x + D'_3P'^3\cos 3\Theta' + D'_4P'^4\cos 4\Theta' + D'_5P'^5\cos 5\Theta' + \ldots \text{ ja} \\ y''' &= y + D'_3P'^3\sin 3\Theta' + D'_4P'^4\sin 4\Theta' + D'_5P'^5\sin 5\Theta' + \ldots, \end{aligned} \tag{15}$$

kus:

$$\left.\begin{aligned} D'_3 &= D_3, \\ D'_4 &= D_4 \text{ ja} \\ D'_5 &= \frac{1}{120}\,\frac{1}{N^4}\,(5 + 3t^2 + 6\eta^2 + 3\eta^2 t^2) \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

ning P' ja Θ' on punkti (x, y) polaarkoordinaadid ja määratud valemitega:

$$\tan\Theta' = \frac{y}{x} \text{ ja}$$

$$P' = \frac{x}{\cos\Theta'} = \frac{y}{\sin\Theta'}. \quad (17)$$

Edasi

$$\begin{aligned} x'' &= x''' - a'x''' - b'y''' \text{ ja} \\ y'' &= y''' - a'y''' + b'x''', \end{aligned} \quad (18)$$

kus

$$\begin{aligned} a' &= 1 - m' \cos\Delta\lambda' \text{ ja} \\ b' &= m' \sin\Delta\lambda' \end{aligned} \quad (19)$$

ja omakorda

$$m' = \frac{39\,999}{40\,000} \quad (20)$$

ning lõpuks

$$\begin{aligned} x' &= x'' - x_0' \text{ ja} \\ y' &= y'' - y_0'. \end{aligned} \quad (21)$$

Siin esinevad uued konstandid on samuti antud konstantide tabelis.

§ 9. Koordinaatide ümberarvutamine juurdelisatud skeemi kohaselt.

Juurdelisatud arvutusskeemil on kaks kolonni. Igas kolonnis on 5 veergu. 1. veerus on märgitud tehete järjekorranumbrid ja märgiga „*“ konstantide ning algandmete kohad. 2. veerus on tehete valemid, kusjuures horisontaaljooned, mis läbivad 2., 3., 4. ja 5. veergu, tähendavad ülalolevate arvude algebralist liitmist. 3. veerus on näidatud maksimaalselt tarvisminev kohtade arv peale koma, oletades, et koordinaatide ühikuks on meeter. 4. veerus on märgid ja 5. veerus toimetatakse arvutamist.

Enne arvutamisele asumist märgime punkti nime, arvutamise kuupäeva ja arvutaja nime ning teeme kindlaks telgmeridiaani Gauss-Krügeri süsteemis ja puuteparalleeli Gauss-Lamberti süsteemis. Siis kirjutame skeemi punkti koordinaadid Gauss-Lamberti süsteemis ning kirjutame tabelist välja konstandid x_0', y_0', a, b, D_3, D_4 ja tarbe korral B. B asemel võib tarvitada teist suurust, olenevalt sellest, mis-

sugusest paralleelist X loetakse. Peale selle võime asuda arvutamisele. Tehted 1 ja 2, kui tavaline liitmine, ei nõua selgitust. Järgnevalt teeme kindlaks tehete 3, 4, 5 ja 6 · juures korrutise märgid. Selleks on skeemil x'', y'' ja b ette paigutatud sulud, kuhu märgitakse vastava suuruse märk. a ees sulud puuduvad, sest a on alati positiivne. Analoogiliselt toimime tehetes 30.—33.-ni. Selleğa teeme kindlaks, et näiteks 3. tehte märk on (— ja — =) +, 4. oma (—, + ja — =) + jne. Märkide veerus on aga 3., 5. ja 6. tehte kohal täht t ja ainult 4. tehte kohal +. See tähendab, et nende suuruste asemel võetakse 5. veerus dekaadiline täiendusarv, seda tehakse nimelt sellepärast, et nende märk on vastupidine esimese liidetava märgile (x''- või y''-märgile) ning me peaksime need muidu liitmise asemel lahutama. Selle vältimiseks paigutamegi 5. veergu täiendusarvu. Näiteks 6. tehte korral peaks olema arv + 786,81. Selle asemel aga kirjutame (+ 786,81 =) 1000 — 213,19 ehk lühidalt × 213,19. See tähendab, et peame liitma arvule $x'' = 33\,229{,}98$ arvu 213,19 ja summast lahutama 1000, sest × on 4. kohal enne koma. Praktiliselt tähendavad siis need lamavad ristid liitmisel arvu „— 1“ vastavas numbrite vertikaalreas. Analoogiliselt toimime tehetes 30.—33.-ni.

Seame aritmomeetrisse arvu x'' ühe kohaga peale koma, mis on sümboolselt tähistatud $x''(1)$-ga [võrdle ka $y''(1)$], ning korrutame järgemööda a-ga ja b-ga. Samuti teostame tehted 5 ja 6. x'' ja y'' võetakse ühe kohaga peale koma esiteks sellepärast, et hariliku aritmomeetri mahutavus ei luba võtta x'' ja y'' suurema arvu kohtadega peale koma, teiseks sellepärast, et suuremat täpsust pole vaja.

Aritmomeetril on võimalus saada kohe korrutiste dekaadilisi täiendusi, kui pöörata vänta vastupidises suunas. Tulemusena saame arvu, milles alguses on rida 9-aid ja alles siis teised numbrid, näiteks tehte 5 puhul saame tulemusena 9995421821252. Eraldame 9 (= 8 + 1) kohta peale koma, 9995,421821252 ning kirjutame arvutusskeemi esiteks 9-te rea viimase 9 asemele sümboli × ja siis temale järgnevad numbrid, s. o. meie näites × 5,42. Tuleb tähele panna, et masin kõlistaks selle operatsiooni juures ainult üks kord, nimelt vända esimese pöörde järel. Teine ja järgmised kellad signaliseeriksid nimelt, et oleme masina võimsusest üle läinud, s. o. korrutises eespool (väljaspool masina võimsuspiirkonda) esinevad nähtamatult 9-st erinevad arvud. Tehte 6 puhul saame aritmomeetril tulemusena arvu 9213,194746766. Skeemi kirjutame × 213,19. Masin kõlistas üks kord! Arvutame nüüd kokku 1, 3, 6 ja 2, 5, 4, arvestades nagu üleval tähendatud × kui „—1“-ga, saame tulemusena 7 ja 8.

Sellega teostasime paralleel-lükke (tehted 1 ja 2) ning telgede pöörde koos mõõtkava-muutmisega Gauss-Lamberti projektsioonis (tehted 3—8). Nüüd arvutame punkti polaarkoordinaadid. Selleks jagame $y''' : x'''$, saame tan Θ viie kohaga peale koma (9. tehe). x'''- ja y'''- märkide järgi määrame rumbi nimetuse tavalisel viisil. Märgime rumbi nimetuse ja leiame tabelist tema väärtuse sekundilise täpsusega (10. tehe). Arvutame 11. tehtena asimuudi Θ, millega üks polaarkoordinaatidest on käes. Teise polaarkoordinaadi, s. o. kauguse P, leidmiseks otsime tabelist sin Θ (12. tehe) ja cos Θ (13. tehe) väärtuse viie kohaga peale koma. Tehtena 14 ja 15 jagame x''' ja y''' vastavalt cos Θ ja sin Θ-ga ning saame P. Kirjutame ta skeemi täismeetrites. Üks neist arvudest on teise, samuti asimuudi kontrollarvuks, kusjuures nad võivad ka veidi erineda piiratud cos ja sin täpsuse tõttu. Täpsem neist on teatavasti see, mis saadakse absoluutse väärtuse poolest suuremast koordinaadist (x''' ja y'''), antud juhul teine arv.

Asume Gauss-Lamberti teisendatud koordinaatide paranduste leidmisele (tehted 16—19). Selleks astendame esiteks P. Astendamise otstarbeks, suurte arvude vältimiseks ja arvestades seda, et D-d on omakorda väga väikesed suurused, jagame P arvuga 10^5, s. o. 100 000-ga. Praktiliselt viime koma viie koha võrra vasemale. Saame arvu $P \cdot 10^{-5}$, mille ruut on $P^2 \cdot 10^{-10}$, kolmas aste $P^3 \cdot 10^{-15}$ jne. Seame arvu $P \cdot 10^{-5}$ meie näitel 0,62166 masinasse, korrutame ta iseenda väärtusega, kirjutame tulemuse 5 kohaga peale koma skeemi. Kustutame aritmomeetris tulemuse ja arvu pöördelugejas ning korrutame masinasse jäetud arvu 0,62166 omakorda arvuga $P^2 \cdot 10^{-10} = 0{,}38646$. Saame kolmanda astme, mida protokollime 4 kohaga peale koma. Analoogiliselt korrutades $P \cdot 10^{-5} \cdot P^3 \cdot 10^{-15}$ saame $P^4 \cdot 10^{-20}$ kahe kohaga peale koma. Päris lihtne on D_3P^3 ja D_4P^4 korrutiste saamine (vt. tehted 20 ja 21). Selleks korrutame näiteks $D_3 \cdot 10^{15} \cdot P^3 \cdot 10^{-15}$. Saame D_3P^3 korrutise, kuna 10^{15} ja 10^{-15} koonduvad. Meie näites korrutame $0{,}2402 \cdot 4{,}0850 = 0{,}981$.

Järgnevalt leiame 3Θ ja 4Θ (tehted 22 ja 23) ning vastavad rumbid (tehted 24 ja 25). Me näitel pole vaja otsida 4Θ, $R(4\Theta)$, cos 4Θ ja sin 4Θ, kuna $D_4P^4 = 0{,}004$. Korrutades nimelt selle arvu cos-ga või sin-ga saame arvud alla 4 mm, s. o. 0 cm. Leiame nüüd sin 3Θ ja cos 3Θ (tehted 26 ja 27). Ülejäänud tehete kohta pole vaja enam midagi juurde lisada, arvestades ka eelmises §-s antud valemeid.

Märkus I. Muidugi võime tehted 3 kuni 8 ja 30—33 teostada ka mm-se täpsusega ümardades lõppresultaadid cm-ni. Sellega väldime üksikute ümardamiste mõju resultaatidele, mis võib cm-se täpsusega arvutamisel siin küündida kuni 2 cm-ni.

Märkus II. Kohtade arv peale koma on kalkuleeritud cm-se täpsuse jaoks äärrajoonides. Algpunktidele lähemal ei ole tarvis nii palju kohti peale koma.

Märkus III. Kindlad plussid on skeemil ette ära märgitud.

Märkus IV. $R(\Theta)$ all skeemil mõistetakse rumbi, mis vastab asimuudile Θ.

Märkus V. Θ-kordsete väärtuste arvutamisel on väga sobiv tarvitada 400°-st süsteemi, kui vastavad tabelid on olemas. Meil oleks: $R(\Theta) = SE$: 65°,0502; $\Theta = 134°,9498$; $3\Theta = 404°,85$ ja $R(3\Theta) = NE$: 4°,85.

О перевычислении координат Гаусса-Ламберта в координаты Гаусса-Крюгера на территории Эстонской ССР.

Сокращённый перевод.

(Формулы напечатаны только в эстонском тексте, где их можно найти по соответствующему №).

Проблема.

До 1940 г. в Эстонии пользовались для изображения земного эллипсоида на плоскости проекцией Гаусса-Ламберта. Со вступлением ЭССР в братскую семью народов СССР нужно было перейти на упо требляемую в СССР проекцию Гаусса-Крюгера. Возникла проблема непосредственного перевычисления координат наиболее простым и экономичным способом. Решение этой проблемы облегчается тем обстоятельством, что в Эстонии применялся тот же эллипсоид, что и в СССР, т. е. эллипсоид Бесселя.

§ 1. Координаты Гаусса-Ламберта на территории ЭССР.

Проекция Гаусса-Ламберта — коническая конформная. Для изображения территории ЭССР в проекции Гаусса-Ламберта применялись два конуса: северный, касавшийся эллипсоида по параллели 59°06′, и южный с параллелью касания 58°06′. Масштаб по параллели касания, которая изображалась на конусе без искажения, брался не 1:1, а уменьшался на 1:40000. При этом на развёрнутых на плоскость конусах меридианы изображались пучком лучей, а параллели — концентрическими окружностями с центром в вершине этого пучка лучей. На каждом развёрнутом конусе строили прямоугольную систему координат с началом в точке пересечения т. н. начального меридиана и параллели касания (точки A и B на чертеже). За начальный меридиан был взят меридиан 25° восточной долготы от Гринвича. За ось X-ов был принят начальный меридиан с положительным направлением на север, за ось Y-ов — прямая перпендикулярная начальному меридиану с положительным направлением на восток. Полученные таким образом прямоугольные координаты точек называются координатами Гаусса-Ламберта[1]).

Эти координаты обозначены нами через x' и y'. Для получения единой системы положительных координат на всей территории ЭССР в некоторых учреждениях прибавляли к обеим координатам в северной Эстонии число 200 000,000, а в южной Эстонии к x-ам число 88 634,860 и к y-ам число 200000,000. Полученные таким образом координаты мы будем обозначать через X' и Y'.

§ 2. Координаты Гаусса-Крюгера в СССР.

В проекции Гаусса-Крюгера территория ЭССР изображается трёхградусными зонами с осевыми меридианами в 21°, 24° и 27° и шестиградусными зонами с осевыми меридианами в 21° и 27°. При трёхградусных зонах зона с осевым меридианом в 21° нужна в ЭССР лишь теоретически, поскольку захватываемая ею западная часть острова Сааремаа может быть практически изображена в трёхградусной зоне с осевым меридианом в 24°. Координаты Гаусса-Крюгера мы обозначаем через X и Y. При употреблении частных начал, за которые принимаем точки пересечения осевых меридианов с параллелями 59°06′ и 58°06′ (точки E, C, D, H, F и G на чертеже) координаты Гаусса-Крюгера обозначаем соответственно через x и y. x и y связаны с X и Y формулами (1), где B — длина осевого меридиана от экватора до соответственной параллели.

§ 3. О решениях проблемы перевычисления координат.

Вначале перевычисление координат в ЭССР производили путём промежуточного вычисления географических координат, пользуясь имеющимися таблицами[2]). А. Вуук предложил способ непосредственного перевычисления, требующий однако применения многозначных таблиц[3]).

§ 4. Предлагаемый способ перевычисления координат.

Предлагаемый нами способ перевычисления координат является способом малых поправок. Прежде всего трансформируем координаты x' и y' в проекции Гаусса-Ламберта, чтобы после трансформации у обеих систем координат были: общее начало, общие оси и общий масштаб. Эта трансформация координат состоит из двух частей:

а) переноса начала координат в какое-нибудь ближайшее к перевычисляемой точке частное начало, конкретно — начала A в одно из частных начал E, C или D, или соответственно — начала B в H, F или G, причём полученные координаты мы обозначаем через x'' и y'';

б) поворота осей с изменением масштаба, чтобы новая ось была направлена по меридиану, проходящему через новое начало, и масштаб увеличен в $\frac{40\,000}{39\,999}$ раз (см. § 1).

Полученные в этом случае координаты обозначаем в свою очередь через x''' и y'''.

Во второй фазе трансформации перевычисляем координаты x''' и y''' в координаты Гаусса-Крюгера x и y, что сводится после первой фазы к вычислению небольших поправок к координатам x''' и y'''; последнее и является главным преимуществом предлагаемого метода. Поправки эти не превышают нескольких метров (при шестиградусной зоне максимальная равна 25 метрам), вследствие чего вычисление с большой точностью по предлагаемому методу не представляет затруднений. При точности вычислений в 0,1 мм нужны максимально шестизначные таблицы. При обыкновенных точностях, как в приложенном примере на вычисление, достаточны пятизначные таблицы. Кроме таблиц для вычислений, нужен арифмометр, и полезна логарифмическая линейка для замены арифмометра при умножении, где требуемая точность это допускает.

§ 5. Перенос начала координат.

Для переноса начала координат необходимы координаты частных начал в проекции Гаусса-Ламберта, которые обозначим через: „$-x_0$“ и „$-y_0$“ (минус взят с целью получения плюсов в формулах переноса начала). Эти координаты по Ф. Оя[2]) находятся по формулам (2), в чём нетрудно убедиться самому с помощью чертежа. В формулах (2):

R_0' — радиус соответствующей параллели касания в развёрнутой проекции Гаусса-Ламберта,

$\Delta\lambda'$ — сближение меридианов в проекции Гаусса-Ламберта.

Это сближение меридианов вычисляется по формуле (3), где $\Delta\lambda$ — разность долгот начального мередиана и соответствующего частного начала. Знак этой разницы определяет и знак $\Delta\lambda'$ (долготы взяты со знаком плюс!). φ в формуле (3) — широта параллели касания.

Перенос начала координат производится по формулам (4). Значения x_0' и y_0' даны в таблице постоянных. Для их вычисления мы пользовались вычисленными Ф. Оя значениями R_0'. Для северной Эстонии $R_0' = 3\,826\,110{,}7082$, для южной Эстонии — $R_0' = 3\,979\,063{,}2049$[2]). $\sin\varphi$, $\sin\Delta\lambda'$ и $\cos\Delta\lambda'$ вычислены с точностью 13 знаков после запятой.

§ 6. Поворот осей с изменением масштаба.

Поворот осей на угол $\Delta\lambda'$ (см. § 4 и § 5) с увеличением масштаба в $m = \frac{40\,000}{39\,999}$ раз производится по формуле (5), где правые стороны помножены на m. Для практических вычислений формулу

(5) целесообразно трансформируем, пользуясь формулой (6), в формулу (7), которую, вводя обозначения (8), преобразуем в рабочую формулу (9). Значения a и b находим в таблице постоянных. Для их вычисления мы пользовались названными в предыдущем § значениями $\sin\Delta\lambda'$ и $\cos\Delta\lambda'$.

§ 7. Перевычисление трансформированных координат Гаусса-Ламберта в координаты Гаусса-Крюгера.

После вышеуказанных трансформаций начала координат, оси координат и масштабы обеих систем совпадают. Перевычисление координат сводится теперь, как увидим, к вычислению поправок к координатам x''' и y'''. Эту проблему на основе наших данных наиболее рационально разрешил Вл. К. Христов[4]). Пользуясь полярными координатами точек, вычисляемыми по формулам (10), Вл. К. Христов выводит для нашего случая (общее начало координат, общие координатные оси и общий масштаб) формулы (11). Мы изменили в формулах Вл. К. Христова знак коэффициентов D. Коэффициенты D являются функциями второго эксцентриситета эллипсоида (e'), широты параллели касания (φ) и радиуса кривизны осевого меридиана в частном начале (N). Вводя обозначения (12), получаем для D формулы (13). Значения коэффициентов D находим в таблице постоянных. В формулах (11) члены с коэффициентами D являются небольшими поправками. Величина члена с коэффициентом D_3 при трёхградусных зонах не превышает нескольких метров, при шестиградусных зонах она достигает 25 метров. Величина следующего члена достигает тех же чисел, но в сантиметрах, а величина третьего поправочного члена, с коэффициентом D_5, не превышает 3 мм.

Вл. К. Христов выводит формулы, позволяющие непосредственно перевычислять нетрансформированные координаты Гаусса-Ламберта в координаты Гаусса-Крюгера, но в них в скрытом виде заключены трансформации § 5 и § 6, и вычисления с их помощью требуют многозначных таблиц.

Для вычисления X и Y пользуемся формулой (14).

§ 8. Контроль вычислений; обратная задача.

Для контроля лучше всего вычислять в две руки. Можно, однако, и обратить процесс, вычисляя по координатам Гаусса-Крюгера координаты Гаусса-Ламберта. Вычисления аналогичны предыдущим, но производятся в известном смысле в обратном порядке и в общем с другими коэффициентами. Формулы[6]) от (15) до (21) понятны без объяснений. Новые постоянные, встречающиеся в формулах, находим в таблице постоянных.

§ 9. Перевычисление координат по прилагаемой схеме.

В прилагаемой схеме 2 колонны, в каждой колонне 5 столбцов. В первом столбце каждой колонны обозначен порядковый номер операции, а знаком „ * “ места постоянных, выписываемых из таблицы, и места исходных данных. Во втором столбце — формулы операций, причём горизонтальные линии, пересекающие 2-ой, 3-ий, 4-ый и 5-ый столбцы, обозначают алгебраическое сложение вышерасположенных чисел. В третьем столбце обозначено необходимое количество знаков после запятой, принимая за единицу измерения метр. В четвёртом столбце даны знаки, а пятый предназначен для вычислений.

Пользование схемой подробно описывать не будем. Отметим лишь, что скобки во втором столбце (см. операции от 3-ей до 6-ой и от 30-ой до 33-ей) предназначены для знака соответствующего числа за ними. В операциях от 3-ей до 6-ой символы x'' (1) или y'' (1) означают, что для умножения достаточно взять x'' или y'' с одним знаком после запятой, что важно в связи с габаритом арифмометра. P (операции 14 и 15) определяется два раза для контроля. Для удобства вычисления степеней числа P, делим его на 10^5, что даёт $P.\ 10^{-5}$ (операция 16). Возводим это число последовательно в степени 2-ую, 3-ью и 4-ую. Соответственно в таблице постоянных даны значения не D_3 и D_4, а $D_3 \cdot 10^{15}$ и $D_4 \cdot 10^{20}$. Таким образом, при перемножении, например, $P^3 \cdot 10^{-15}$ на $D_3 \cdot 10^{15}$, числа 10^{-15} и 10^{15} сокращаются.

В пояснение примера отметим: в столбцах знаков буква „t“ означает, что знак соответствующего числа в пятом столбце обратен знаку первого слагаемого, например, знак числа операции 6-ой — „плюс“ обратен знаку числа операции 1-ой — „минус“ (первое слагаемое!). Числа при этом, со своей стороны, вписаны в десятичном дополнении для удобства алгебраического сложения, т. е. число: $\times 213{,}19$ обозначает числа: $+1000 - 786{,}81$.

Примечание I. Во избежание ошибок при округлении, операции от 3-ей до 8 ой и от 30-ой до 33-ей полезно производить с лишним знаком после запятой, что не проведено в примере.

Примечание II. Количество знаков после запятой, обозначенное в схеме, необходимо для достижения требуемой точности в 1 см у края зон; ближе к частным началам такого количества знаков не требуется.

Примечание III. Определённые плюсы внесены в схему.

Примечание IV. $R(\Theta)$ обозначает румб, соответствующий азимуту Θ.

Примечание V. Для вычисления 3Θ и 4Θ полезно определять Θ в 400-градусной системе, если имеются под рукой таблицы; в этом случае указанные величины легко вычислить на арифмометре (см. пример в эстонском тексте).

Arvutusskeem.
Схема вычисления.

Punkti nimi: .....
Наименование точки:

Telgmeridiaan: ..... Puuteparalleel: .....
Осевой меридиан: Параллель касания:

Arvutamise kuupäev: ..... Arvutaja: .....
Дата вычисления: Вычислитель:

*	$+x'$	2			*	$+y'$	2		
*	$+x_0'$	2			*	$+y_0'$	2		
1	$+x''$	2			2	$+y''$	2		
3	$-a(\ )x''$ (1)	2			5	$-a(\ )y''$ (1)	2		
6	$+(\ )b(\ )y''$(1)	2			4	$-(\ )b(\ )x''$(1)	2		
7	$+x'''$	2			8	$+y'''$	2		
30	$-D_3P^3(\ )\cos 3\Theta$	2			31	$-D_3P^3(\ )\sin 3\Theta$	2		
32	$-D_4P^4(\ )\cos 4\Theta$	2			33	$-D_4P^4(\ )\sin 4\Theta$	2		
34	$+x$	2			35	$Y=+y$	2		
*	$+B$	2			*	a	8	+	
34 a	X	2			*	b	8		
14	$P=x''':\cos\Theta$	0	+		9	$\tan\Theta=y''':x'''$	5		
15	$P=y''':\sin\Theta$	0	+						
					*	$D_3\cdot 10^{15}$	4	+	
16	$P\ .10^{-5}$	5	+		*	$D_4\cdot 10^{20}$	4	+	
17	$P^2\cdot 10^{-10}$	5	+						
18	$P^3\cdot 10^{-15}$	4	+		20	D_3P^3	3	+	
19	$P^4\cdot 10^{-20}$	2	+		21	D_4P^4	3	+	
11	Θ	″			10	$R(\Theta)$	″		
22	3Θ	′			24	$R(3\Theta)$	′		
23	4Θ	′			25	$R(4\Theta)$	′		
13	$\cos\Theta$	5			12	$\sin\Theta$	5		
27	$\cos 3\Theta$	4			26	$\sin 3\Theta$	4		
29	$\cos 4\Theta$	2			28	$\sin 4\Theta$	2		

Arvutusnäide.
Пример на вычисление.

Punkti nimi: NN
Наименование точки:

Telgmeridiaan: 24°
Осевой меридиан:

Puuteparalleel: 59° 06′
Параллель касания:

Arvutamise kuupäev: 17. 01. 1947.
Дата вычисления:

Arvutaja: H. Muischneek
Вычислитель:

*	$+x'$	2	—	32 800,92	*	$+y'$	2	—	4 759,72
*	$+x_0'$	2	—	429,06	*	$+y_0'$	2	+	57 297,91
1	$+x''$	2	—	33 229,98	2	$+y''$	2	+	52 538,19
3	$-a(-)x''(1)$	2	t	$\times$ 7,10	5	$-a(+)y''(1)$	2	t	$\times$ 5,42
6	$+(+)b(+)y''(1)$	2	t	$\times$ 213,19	4	$-(+)b(-)x''(1)$	2	+	497,65
7	$+x'''$	2	—	32 440,27	8	$+y'''$	2	+	53 031,26
30	$-D_3P^3(+)\cos 3\Theta$	2	—	0,98	31	$-D_3P^3(+)\sin 3\Theta$	2	t	$\times$ 3
32	$-D_4P^4(\ )\cos 4\Theta$	2			33	$-D_4P^4(\ )\sin 4\Theta$	2		
34	$+x$	2	—	32 441,25	35	$Y=+y$	2	+	53 031,19
*	$+B$	2	+	6 553 123,84	*	a	8	+	0,00008 714
34 a	X	2	+	6 520 682,59	*	b	8	+	0,01497 587
14	$P=x''':\cos\Theta$	0	+	62 168	9	$\tan\Theta=y''':x'''$	5	—	1,63474
15	$P=y''':\sin\Theta$	0	+	62 166					
					*	$D_3\cdot 10^{15}$	4	+	4,0850
16	$P\cdot 10^{-5}$	5	+	0,62166	*	$D_4\cdot 10^{20}$	4	+	0,0265
17	$P^2\cdot 10^{-10}$	5	+	0,38646					
18	$P^3\cdot 10^{-15}$	4	+	0,2402	20	D_3P^3	3	+	0,981
19	$P^4\cdot 10^{-20}$	2	+	0,15	21	D_4P^4	3	+	0,004
11	Θ	″		121° 27′ 17″	10	$R(\Theta)$	″		SE: 58° 32′ 43″
22	3Θ	′		364° 22′	24	$R(3\Theta)$	′		NE: 4° 22′
23	4Θ	′			25	$R(4\Theta)$	′		
13	$\cos\Theta$	5	—	0,52182	12	$\sin\Theta$	5	+	0,85306
27	$\cos 3\Theta$	4	+	0,9971	26	$\sin 3\Theta$	4	+	0,0761
29	$\cos 4\Theta$	2			28	$\sin 4\Theta$	2		

Konstantide tabel.
Таблица постоянных.

	Põhja-Eesti. Puuteparalleel laiusega 59°06′ Северная Эстония. Параллель касания 59°06′.	Lõuna-Eesti. Puuteparalleel laiusega 58°06′ Южная Эстония. Параллель касания 58°06′

A. Konstandid Gauss-Lamberti koordinaatide ümberarvutamiseks Gauss-Krügeri koordinaatideks.

Постоянные для перевычисления координат Гаусса-Ламберта в координаты Гаусса-Крюгера.

1. Üldised.
Общие.

B =	+ 6 553 123,844	+ 6 441 748,809
$D_3 \cdot 10^{15}$ =	+ 4,08499	+ 4,08584
$D_4 \cdot 10^{20}$ =	+ 0,02650	+ 0,02548
$D_5 \cdot 10^{25}$ =	+ 0,00017	+ 0,00014

2. Telgmeridiaan pikkusega 21°.
Осевой меридиан в 21° долготы.

x_0' =	− 6 862,9788	− 6 986,9050
y_0' =	+ 229 063,1636	+ 235 698,6552
a =	+ 0,00176 8766	+ 0,00173 0960
b =	+ 0,05986 9906	+ 0,05923 6191
X_0' =	− 206 862,9788	− 95 621,7650
Y_0' =	+ 29 063,1636	+ 35 698,6552

3. Telgmeridiaan pikkusega 24°.
Осевой меридиан в 24° долготы.

x_0' =	− 429,0564	− 436,8014
y_0' =	+ 57 297,9132	+ 58 957,0195
a =	+ 0,00008 7141	+ 0,00008 4777
b =	+ 0,01497 5872	+ 0,01481 7179
X_0' =	− 200 429,0564	− 89 071,6614
Y_0' =	− 142 702,0868	− 141 042,9805

4. Telgmeridiaan pikkusega 27°.
Осевой меридиан в 27° долготы.

x_0' =	− 1 716,1296	− 1 747,1098
y_0' =	− 114 582,9758	− 117 901,0951
a =	+ 0,00042 3542	+ 0,00041 4086
b =	− 0,02994 8386	− 0,02963 1106
X_0' =	− 201 716,1296	− 90 381,9698
Y_0' =	− 314 582,9758	− 317 901,0951

	Põhja-Eesti. Puuteparalleel laiusega 59°06′ Северная Эстония. Параллель касания 59°06′.	Lõuna-Eesti. Puuteparalleel laiusega 58°06′ Южная Эстония. Параллель касания 58°06′

B. Konstandid Gauss-Krügeri koordinaatide ümberarvutamiseks Gauss-Lamberti koordinaatideks.
Постоянные для перевычисления координат Гаусса-Крюгера в координаты Гаусса-Ламберта.

Märkus: Konstandid B, x_0', y_0', X_0' ja Y_0' on samad, mis „A“ all, ja sellepärast ei ole neid siin korratud.
Примечание: Постоянные B, x_0', y_0', X_0' и $У_0'$ те же, что в разделе „A“, и поэтому здесь не повторены.

1. Üldised.
Общие.

$D'_3 \cdot 10^{15} =$	+ 4,08499	+ 4,08584
$D'_4 \cdot 10^{20} =$	+ 0,02650	+ 0,02548
$D'_5 \cdot 10^{25} =$	+ 0,00067	+ 0,00064

2. Telgmeridiaan pikkusega 21°.
Осевой меридиан в 21° долготы.

$a' =$	+ 0,00181 8677	+ 0,00178 0873
$b' =$	+ 0,05986 6913	+ 0,05923 3229

3. Telgmeridiaan pikkusega 24°.
Осевой меридиан в 24° долготы.

$a' =$	+ 0,00013 7136	+ 0,00013 4772
$b' =$	+ 0,01497 5124	+ 0,01481 6439

4. Telgmeridiaan pikkusega 27°.
Осевой меридиан в 27° долготы.

$a' =$	+ 0,00047 3520	+ 0,00046 4065
$b' =$	— 0,02994 6889	— 0,02962 9624

Kirjandus ja märkused.
Литература и примечания.

1. Oja, F. — Gauss-Lamberti kartograafiline projektsioon ja asimuutide määramine. „Geodeet“ III, Tallinn, 1928, lk. 5.
   Оя, Ф. — Картографическая проекция Гаусса-Ламберта и определение азимутов. Сборник „Геодет“ III, Таллин, 1928, стр. 5. (На эстонском языке).
2. Gauss-Lamberti koordinaatide osas tarvitati: F. Oja, Geodeetiliste koordinaatide ümberarvutamiste tabelid „Geodeet“ VIII, Tallinn, 1934, lk. 15.
   В части координат Гаусса-Ламберта были использованы таблицы: Ф. Оя, Таблицы для перевычислений геодезических координат. Сборник „Геодет“ VIII, Таллин, 1934, стр. 15. (На эстонском языке).
3. Masinakiri Tallinna Polütehnilise Instituudi Geodeesialaboratooriumis.
   Машинопись в Геодезической лаборатории Таллинского Политехнического Института (на эстонском языке).
4. Hristow, Wl. K. — Ueber die Transformation von Mercator — und Gauss-Krügerschen Koordinaten in Mecklenburgische Koordinaten und umgekehrt. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1935, lk. 129.
5. Wl. K. Hristow'il on *D*-d vastasmärgiga.
6. Vt. eespool-mainitud Wl. K. Hristow'i töö. Siin tarvitatakse teisi tähti.
   См. также вышеозначенную работу Вл. К. Христова. Здесь введены другие обозначения.

Sisukord.

Lk.

Probleem 3
§ 1. Gauss-Lamberti koordinaadid Eesti NSV territooriumil 3
§ 2. Gauss-Krügeri koordinaadid NSVL-s 4
§ 3. Koordinaatide ümberarvutamise probleemi lahendusest 4
§ 4. Käsitletud koordinaatide ümberarvutamise meetod 5
§ 5. Paralleel-lüke 7
§ 6. Telgede pööre koos mõõtkava muutumisega 7
§ 7. Transformeeritud Gauss-Lamberti koordinaatide ümberarvutamine Gauss-Krügeri koordinaatideks 8
§ 8. Arvutuste kontrollimine; ümberpöördud ülesanne 9
§ 9. Koordinaatide ümberarvutamine juurdelisatud skeemi kohaselt . . . 10
О перевычислении координат Гаусса-Ламберта в координаты Гаусса-Крюгера на территории Эстонской ССР (Сокращённый перевод) 14
Проблема 14
§ 1. Координаты Гаусса-Ламберта на территории ЭССР 14
§ 2. Координаты Гаусса-Крюгера в СССР 15
§ 3. О решениях проблемы перевычисления координат 15
§ 4. Предлагаемый способ перевычисления координат 15
§ 5. Перенос начала координат 16
§ 6. Поворот осей с изменением масштаба 16
§ 7. Перевычисление трансформированных координат Гаусса-Ламберта в координаты Гаусса-Крюгера 17
§ 8. Контроль вычислений; обратная задача 17
§ 9. Перевычисление координат по прилагаемой схеме 18
Arvutusskeem
Схема вычисления 19
Arvutusnäide
Пример на вычисление 20
Konstantide tabel
Таблица постоянных 21
Kirjandus ja märkused
Литература и примечания 23

Vastutav toimetaja R. Lutsar.
Tehniline toimetaja H. Kohu.

Ladumisele antud 27. X 47. Trükkimisele antud 13. I 48. Paberi kaust 67×95. 1/16. Trükipoognaid 1½. Autoripoognaid 1,2. Arvestuspoognaid 1,27. MB 01011. Laotihedus trpg. 46 900. Tiraaž 1200. Trükikoja tellimus nr. 2135. Trükikoda „Hans Heidemann“, Tartu, Vallikraavi 4.

Hind rbl. 1.50

Г. К. Муйжнек, О перевычислении координат Гаусса-Ламберта в координаты Гаусса-Крюгера на территории Эстонской ССР. На эстонском и русском языке. Эгосиздат „Научная Литература“, Тарту.

ENSV Teaduste Akadee[illegible]
Tearaamatukogu