

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 56

1954

---

Х. Х. ЛАУЛЬ

# О РАСЧЕТЕ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СКЛАДЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ



ЭСТОНСКОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИН 1954



Er 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 56

1954

Х. Х. ЛАУЛЬ

# О РАСЧЕТЕ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СКЛАДЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ

P 23467

Erõu teaduste Akadeemia  
Keskraamatukogu



ЭСТОНСКОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИН 1954



## 1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Складчатыми конструкциями называются призматические оболочки, состоящие из конечного числа прямоугольных пластинок. Они применяются в разных отраслях техники, например при железобетонных покрытиях, бункерах, при водопроводных каналах, в авиотехнике и т. д. Такие конструкции рассчитываются обычно по методу Элерса или, если требуется увеличенная точность, то по методу В. З. Власова [1], [2].

В настоящем при расчете таких конструкций используется разработанный автором метод, т. н. *метод аппроксимации сдвигающих сил* [3], [4], [5], [6], базирующийся на полубезмоментной теории цилиндрических оболочек средней длины В. З. Власова.

Вводим следующие предпосылки:

- а) нагрузка вдоль складки — постоянная и в поперечном направлении — симметричная относительно гребня (или дна) складки, если конструкция такая;
- б) продольный пролет складки „ $L$ “ достаточно велик сравнительно с шириною граней „ $b$ “, в силу чего распределение продольных напряжений  $\sigma = \frac{T}{\delta}$  в пределах одной грани можно считать линейным;
- в) складка в продольном направлении однопролетная;
- г) продольные изгибающие моменты в гранях равняются нулю (в соответствии с „полубезмоментной теорией“ при расчете оболочек средней длины).

## 2. ОПИСАНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА

Расчет ведем в следующем порядке:

- а) Определяем главные усилия: продольные силы  $T_0$ , приращение сдвигающих сил  $\zeta = \partial S_0 / \partial x$  и поперечные моменты  $M_0$ , в т. н. начальной задаче, рассматривая

складку как работающую в продольном направлении большую балку с поперечным сечением всей конструкции (рис. 1).

б) Выбираем для  $\zeta_0$  (в продольном направлении постоянное) некоторое дополнение  $\Delta\zeta$  (предполагаем также в продольном направлении постоянным), выражение которого содержит конечное число неизвестных параметров  $a_i$ .

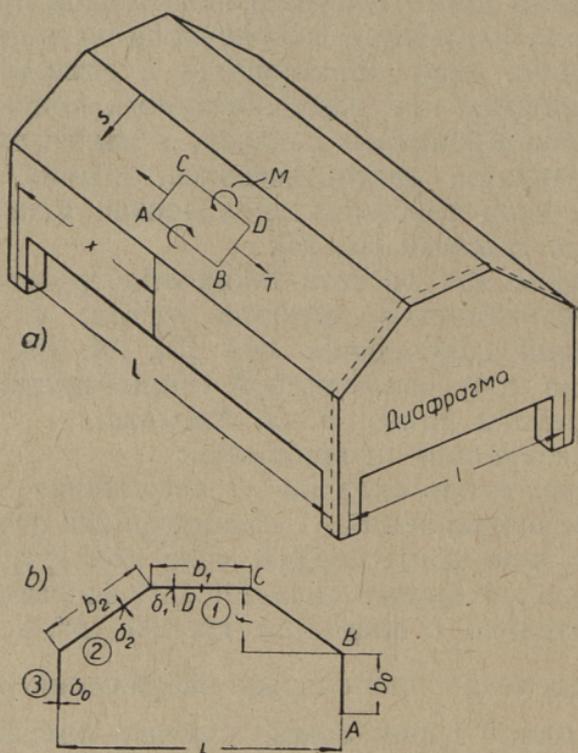


Рис. 1.

Для поперечного сечения, представленного на рис. 1 б, эпюра  $\Delta\zeta$  показана на рис. 2.

На грани 2 действующие треугольные части эпюры  $\Delta\zeta$  ( $a_B$  и  $a_C$ ) вызывают равномерное сжатие или растяжение грани 2 [6]. Параболическая часть  $\Delta\zeta$  эпюры ( $a_2$ ) обуславливает изгиб грани в своей плоскости. Так как грань 1 вследствие симметрии относительно гребня  $D$  не имеет изгиба в своей плоскости, то на грани 1 не

существует параболической части  $\Delta\zeta$  эпюры. Грань 3 по нижнему краю  $A$  сдвигающих сил не имеет, вследствие чего там  $\Delta\zeta = 0$ .

Таким образом, выражаем в грани  $i$  эпюру  $\Delta\zeta$  в форме

$$\Delta\zeta_i = \frac{4s(b_i-s)}{b_i^2} a_i + a_K \frac{s}{b_i} + a_L \frac{b_i-s}{b_i}, \quad (1)$$

где  $a_i$  — параметр, соответствующий параболической части эпюры  $\Delta\zeta$ ,

$a_L$  — параметр треугольной части эпюры  $\Delta\zeta$ , имеющей максимальную ординату на краю, где поперечная координата  $s=0$ .

$a_K$  — параметр треугольной части эпюры  $\Delta\zeta$ , имеющей максимальную ординату на противоположном краю.

$b_i$  — ширина грани  $i$ .

Дополнительные максимальные продольные силы в середине пролета складки в грани  $i$ , обусловленные эпюрой  $\Delta\zeta$  (срав.[3]):

$$\Delta(\max T) = \frac{L^2}{8} \frac{\partial}{\partial s} (\Delta\zeta) = \frac{L^2}{8} \left[ \frac{4(b_i-2s)}{b_i^2} a_i + \frac{a_K}{b_i} - \frac{a_L}{b_i} \right]. \quad (2)$$

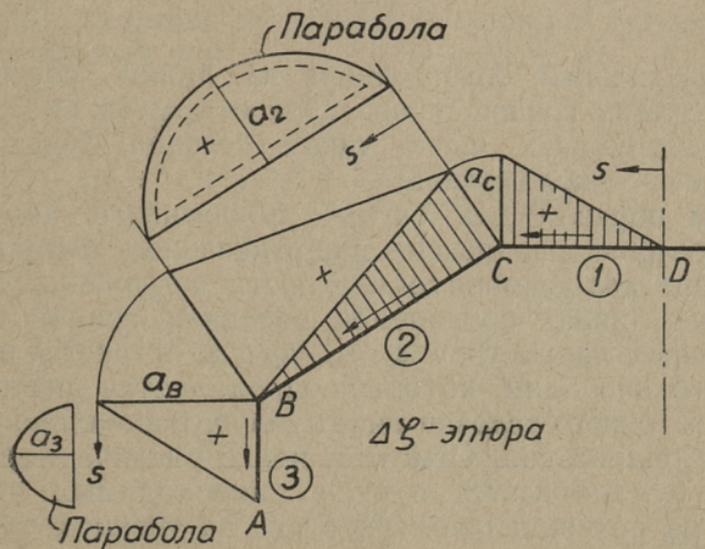


Рис. 2.

Дополнительные поперечные моменты  $\Delta M$ , вызванные эюрой  $\Delta \zeta$ , определяем рассматривая элементарную поперечную полосу (шириной  $dx = 1$ ) аналогично [3] (срав. примеры).

Параметры  $a_i$  связаны следующими условиями:

а) Вертикальная результирующая всей эюры  $\Delta \zeta$  равняется нулю (тем самым равняется нулю результирующий момент дополнительных продольных сил  $\Delta T$  всего поперечного сечения относительно любой горизонтальной оси).

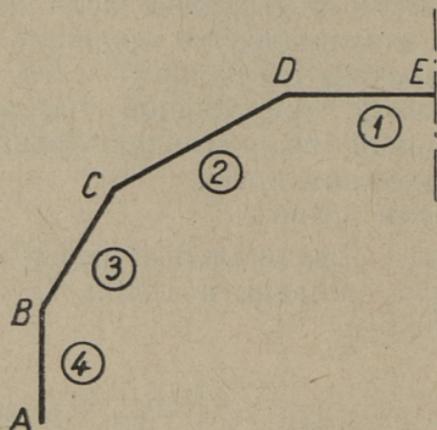


Рис. 3.

б) Продольные деформации на линии соединения соседних граней равны. При открытых складчатых конструкциях число таких условий будет  $n - 1$ , где  $n$  — число граней.

Таким образом для случая, показанного на рис. 2, кроме условия равновесия в вертикальном направлении имеем еще два условия совместности продольных деформаций на линиях соединения соседних граней  $B$  и  $C$ . Из четырех параметров  $a_2, a_3, a_B$  и  $a_C$  останется независимым только один, который определяется аналогично [3] путем одного условия минимума потенциальной энергии внутренних сил. Отметим, что с увеличением числа граней увеличивается и число необходимых условий минимума потенциальной энергии внутренних сил. Например, для случая, показанного на рис. 3, число необходимых условий 2.

в) Независимые параметры определяются из условий минимума потенциальной энергии внутренних сил в форме [3]

$$\frac{6}{\delta^3} \int M \frac{\partial M}{\partial a_K} ds + 0,2(6) \frac{1}{\delta} \int \max T \frac{\partial(\max T)}{\partial a_K} ds = 0, \quad (3)$$

где  $a_K$  — независимый параметр;  
 $\delta$  — толщина складки.

При составлении условий необходимо учесть только влияние поперечных моментов и продольных сил. Действительные усилия находятся путем суммирования:

$$\begin{aligned} M &= M_o + \sum a_i m_i, \\ \max T &= \max T_o + \Delta(\max T), \\ \max S &= -\frac{L}{2}(\zeta_o + \Delta\zeta). \end{aligned} \quad (4)$$

### 3. ПРИМЕРЫ

а) Складка покрытия.

Геометрические величины показаны на рис. 4.

Нагрузки в части складки  $q = 0,46$  т/м,  
 в части бортового элемента  $q_o = 1,05$  т/м.

Момент инерции поперечного сечения относительно горизонтальной оси  $z-z$ :  $J_{zz} = 2,18$  м<sup>4</sup>

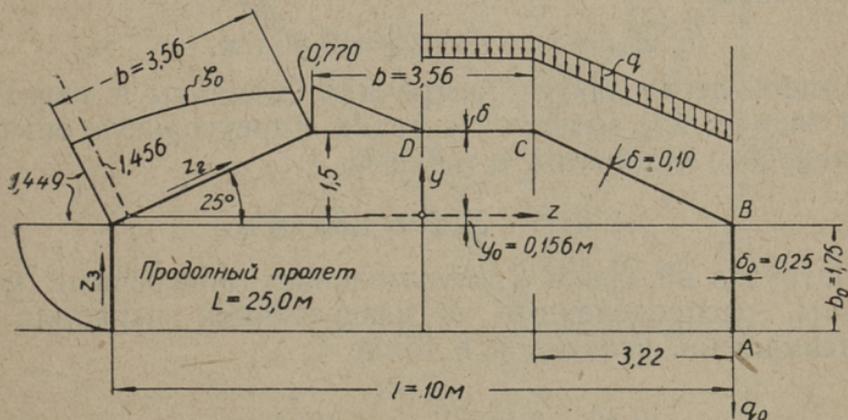


Рис. 4.

Нагрузка большой балки  $\bar{q} = 7,0$  т/м,

$$\max \bar{M} = \frac{\bar{q}L^2}{8} = 547 \text{ тм.}$$

Максимальные продольные силы в начальной задаче найдены по формуле

$$\max T_o = -\frac{\bar{M}y\delta}{J_{zz}}$$

и представлены на рис. 5 сплошной линией.

Приращение сдвигающих сил в начальной задаче

$$\zeta_o = \frac{\partial S_o}{\partial x} = -\frac{\bar{q}S_o z}{2J_{zz}}$$

представлено на рис. 4.

Результирующая сила от  $\zeta_o$  на грани 2

$$Z_{o2} = 4,46 \text{ т/м;}$$

результирующая сила от  $\zeta_o$  на грани 3

$$Z_{o3} = \frac{\bar{q}}{J_{zz}} \delta_o b_o^3 \left( \frac{y_o}{2} + \frac{b_o}{3} \right) = 1,61 \text{ т/м.}$$

Проверяем равновесия в вертикальном направлении

$$2(Z_{o2} \sin 25^\circ + Z_{o3}) = 6,99 \approx 7,0 \text{ т/м} = \bar{q}.$$

Таким образом на грани 3 действует результирующая сила вверх

$$Z_{o3}^* = 1,61 - 1,05 = 0,56 \text{ т/м.}$$

Теперь легко найти поперечные моменты в начальной задаче:  $Z_{o3}^*$  вызывает в грани 2 треугольную эпюру моментов с ординатой в точке С:

$$+ 0,56 \cdot 3,22 = 1,80 \text{ тм/м.}$$

Нагрузка на грани 2 обуславливает поперечные моменты, распределенные по квадратичной параболе и максимальной величиной в точке С

$$- 0,46 \cdot 3,56 \frac{3,22}{2} = - 2,64 \text{ тм/м.}$$

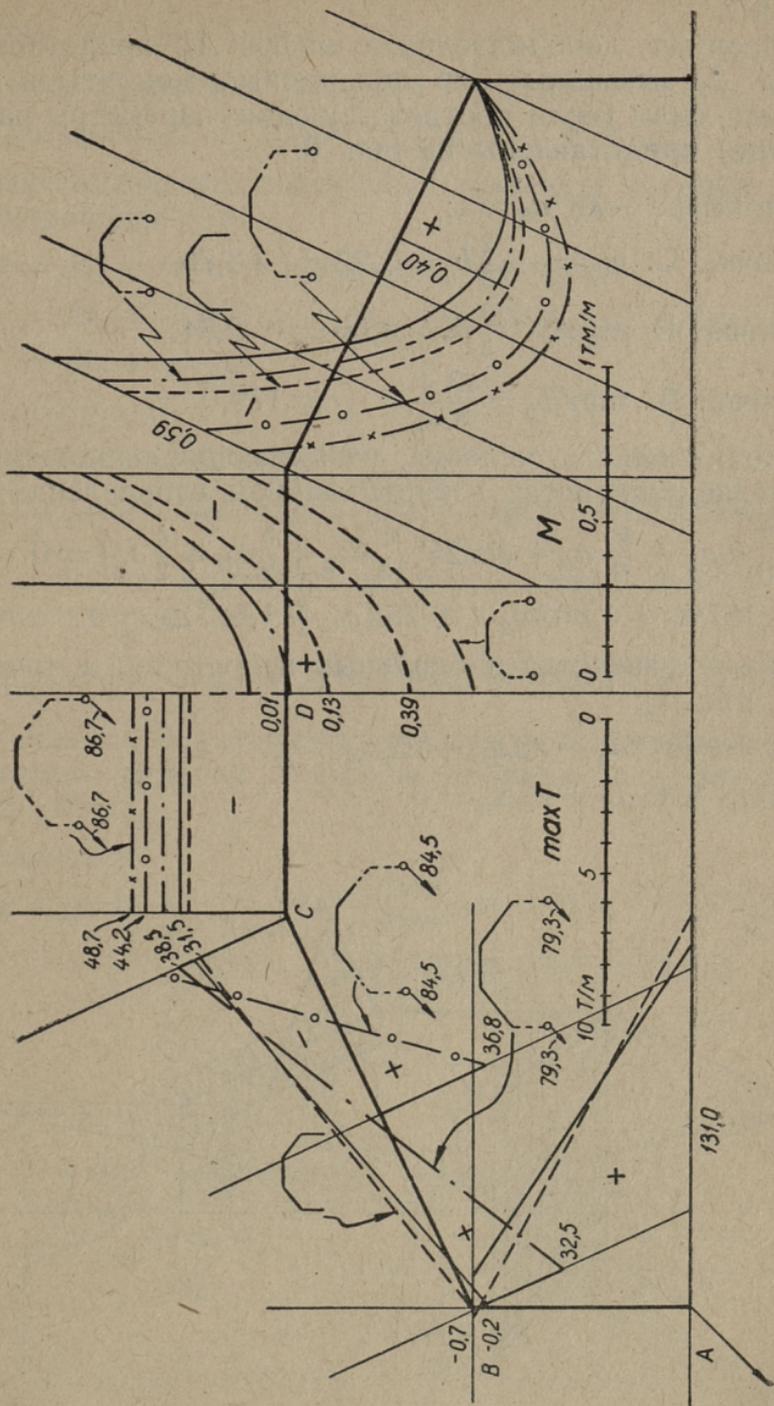


Рис. 5.

Эпюра моментов  $M_0$  показана на рис. 5 сплошной линией.

Выбранная дополнительная эпюра  $\Delta \zeta$  представлена на рис. 2, вызванные ею поперечные моменты и продольные силы (если соответствующие параметры равны единице) представлены на рис. 6.

Например: если  $a_3 = 1$ :

$$\text{В точке C: } m_3 = -\frac{2}{3} b_0 \cdot 3,22 = -3,76$$

$$\text{В точке D: } m_3 = -\frac{2}{3} b_0 \cdot 5,00 = -5,84$$

$$\text{В точке B: } \max T_3 = \frac{L^2}{8} \frac{4}{b_0} = 179,0$$

Дополнительные условия, связывающие параметры:  
Условие равновесия в вертикальном направлении:

$$\frac{2}{3} b_0 a_3 + \frac{b_0}{2} a_B + \sin 25^\circ \left( \frac{2}{3} b a_2 + \frac{b}{2} a_B + \frac{b}{2} a_C \right) = 0$$

$$\text{или } 1,167 a_3 + 1,002 a_2 + 0,752 a_C + 1,627 a_B = 0. \quad (a)$$

Условие равенства продольных напряжений в точке C (срав. рис. 6):

$$44 a_C = 87,7 a_2 - 22 a_C + 22 a_B \text{ т. е.}$$

$$87,7 a_2 - 66 a_C + 22 a_B = 0. \quad (б)$$

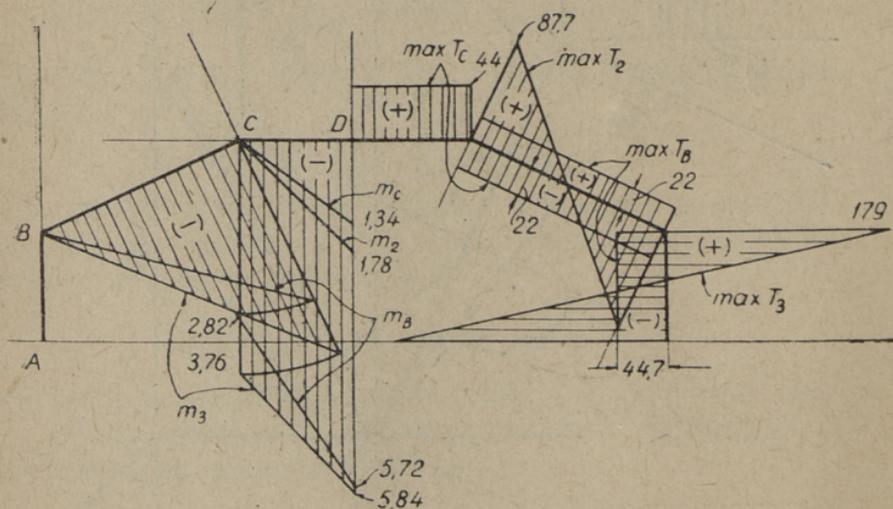


Рис. 6.

Условие равенства деформации в точке  $B$  (срав. рис. 6):  
 $179 a_3 + 219 a_2 + 55 a_c - 100 a_B = 0.$  (в)

Путем уравнений (а), (б) и (в) исключаем  $a_B$ ,  $a_2$  и  $a_3$ :  
 $a_B = 0,032 a_c$ ;  $a_2 = 0,762 a_c$ ;  $a_3 = -1,257 a_c$ .

Действительные поперечные моменты находим путем суммирования (4):

$$\begin{aligned} M &= M_o + m_B a_B + m_C a_C + m_2 a_2 + m_3 a_3 = \\ &= M_o + (0,032 m_B + m_C + 0,762 m_2 - 1,257 m_3) a_C = \\ &= M_o + m'_C a_C. \end{aligned} \quad (\text{г})$$

Аналогично

$$\max T = \max T_o + \max T'_C \cdot a_C. \quad (\text{д})$$

Линейные комбинации  $m'_C$  и  $\max T'_C$  представлены на рис. 7.

В условии минимума потенциальной энергии внутренних сил

$$\frac{6}{j^2} [(M_o m'_C ds + a_C [(m'_C)^2 ds] + 0,267 [(\max T'_C)^2 ds] a_C = 0$$

встречаются 3 интеграла; они берутся по половине поперечного сечения применяя таблицы для интегралов типа  $\int M m ds$ .

Например:

$$\begin{aligned} \int (\max T'_C)^2 ds &= 1,78 \cdot 44^2 + \frac{3,56}{3} [44^2 - 89,4 \cdot 44 + 89,4^2] + \\ &+ \frac{1,75}{3 \cdot 2,5} [224^2 - 224 \cdot 226 + 226^2] = 22300, \end{aligned}$$

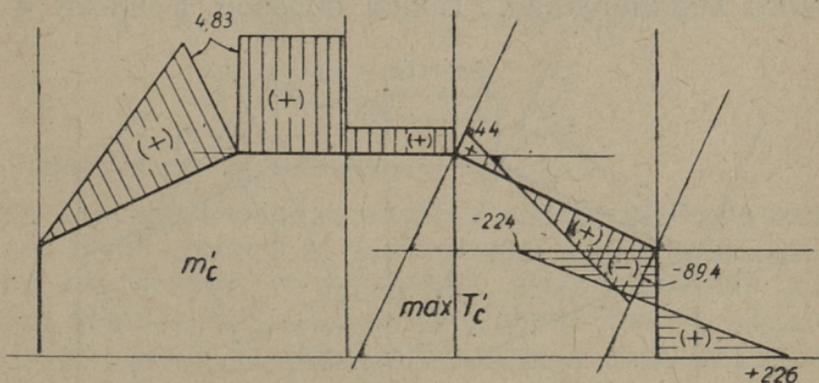


Рис. 7.

где коэффициент 2,5 в знаменателе последнего члена редуцирует толщину грани  $3 - \delta_o = 0,25$  м на толщину остальных граней  $\delta = 0,10$  м.

Аналогично найдены

$$\int M_o m'_c ds = 4,10; \quad \int (m'_c)^2 ds = 69,3.$$

Из условий минимума потенциальной энергии внутренних сил находим

$$a_c = 0,052.$$

$M$  и  $\max T$ , вычисленные путем (г) и (д), представлены на рис. 5 пунктиром. В разбираемом случае поправка  $\Delta \zeta$  не имеет существенного влияния на усилия, так как данное поперечное распределение нагрузки вызывает случайно при условии минимума потенциальной энергии внутренних сил почти линейное распределение продольных напряжений в вертикальном направлении. Естественно, такое явление не всегда имеет место. Рассматривая ту же задачу при отсутствии временной нагрузки и изоляции (непосредственно после распулочки), получаем усилия, показанные на рис. 8. Видим, что при такой нагрузке поправка  $\Delta \zeta$  изменяет существенно величины усилий.

б) В качестве следующего примера рассмотрим расчет балкона театра — рис. 9. Отметим, что задача выдвинута *В. З. Власовым* [2].

Геометрические данные показаны на рис. 9. Вследствие наличия мощной плиты пола фойе предполагаем, что плита 4 по продольному краю  $E$  в каждой точке закреплена от всех трех компонентов линейного, а также углового перемещения. Таким образом в плите 4 не

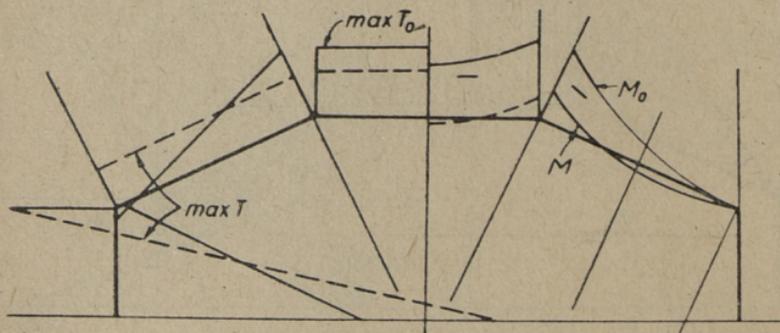


Рис. 8.

возникает продольных напряжений и в силу (2) приращения сдвигающих сил  $\zeta = \frac{\partial S}{\partial x}$  постоянные.

Так как в настоящей конструкция несимметричная и, кроме того, имеет продольный опор на линии  $E$ , то нецелесообразно применить решение начальной задачи, а определяем непосредственно приращение сдвигающих сил  $\zeta = \partial S / \partial x$ .

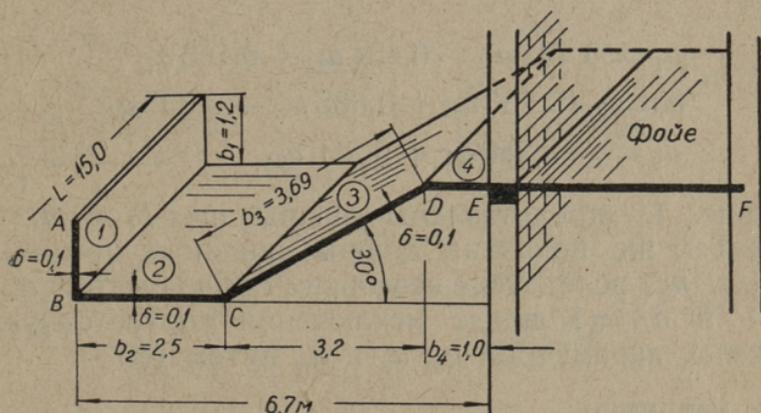


Рис. 9.

Учитывая вышеизложенное, назначим эпюру  $\zeta$  в таком виде, как она представлена на рис. 10, например в плите 2:

$$\zeta = a_2 \frac{4b(b_2 - b)}{b_2^2} + a_C \frac{b}{b_2} + a_B \frac{(b_2 - b)}{b_2} \text{ и}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial b} = a_2 \frac{4b_2 - 8b}{b_2^2} + \frac{a_C}{b_2} - \frac{a_B}{b_2}.$$

Общее число параметров — 6.

Так как элементарная полоска вследствие продольной опоры  $E$  находится в равновесии при любой комбинации параметров, то условиями, связывающими параметры, останутся только условия совместности продольных деформаций на линиях соединения соседних граней складки.

В данном случае возможно составить три таких уравнения:

$$\begin{aligned} \text{на линиях } B: & -\frac{4}{b_1} a_1 + \frac{1}{b_1} a_B = a_2 \frac{4}{b_2} + a_C \frac{1}{b_2} - a_E \frac{1}{b_2} \\ C: & -\frac{4}{b_2} a_2 + \frac{1}{b_2} a_C - \frac{1}{b_2} a_B = a_3 \frac{4}{b_3} + a_D \frac{1}{b_3} - a_C \frac{1}{b_3} \\ D: & -\frac{4}{b_3} a_3 + \frac{1}{b_3} a_D - \frac{1}{b_3} a_C = 0, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,491 a_B - 0,404 a_C + 0,163 a_D \\ a_2 &= -0,250 a_B + 0,588 a_C - 0,338 a_D \\ a_3 &= -0,250 a_C + 0,250 a_D. \end{aligned} \quad (A)$$

На рис. 11 представлены эпюры  $T_i$  и  $m_i$ , если  $a_i = 1$ . Там же показаны эпюры линейных комбинаций  $T'_i$  и  $m'_i$  вследствие независимых параметров  $a_B = 1$ ;  $a_C = 1$  и  $a_D = 1$  после исключения соответствующих зависимых параметров  $a_1$ ;  $a_2$  и  $a_3$  путем (A).

Так, например

$$m'_C = m_C - 0,404 m_1 + 0,588 m_2 - 0,250 m_3 \quad (\text{срав. A}).$$

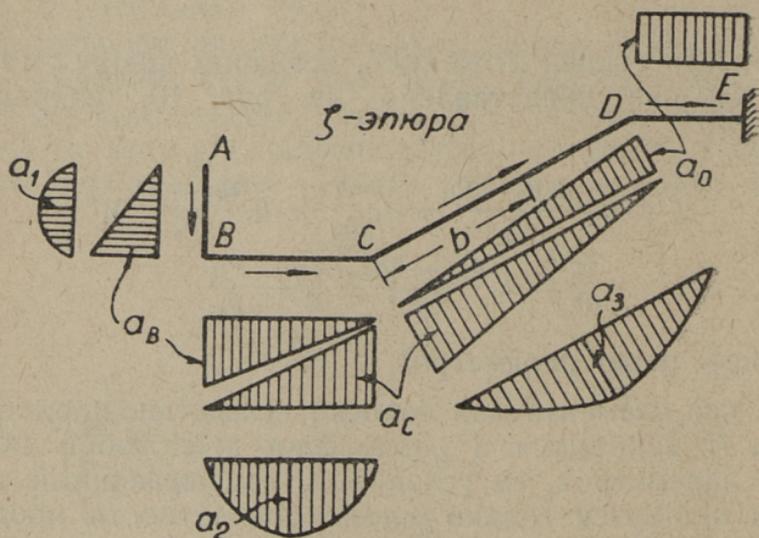


Рис. 10.

$$\max T'_C = \max T_C - 0,404 \max T_1 + 0,588 \max T_2 - 0,250 \max T_3,$$

$$\text{где } \max T_C = \frac{L^2}{8} \frac{\partial(\zeta_c)}{\partial s} \text{ и т. д.}$$

Окончательные усилия получаем путем суммирования (4)

$$M = M_0 + a_B m'_B + a_C m'_C + a_D m'_D \quad (\text{Б})$$

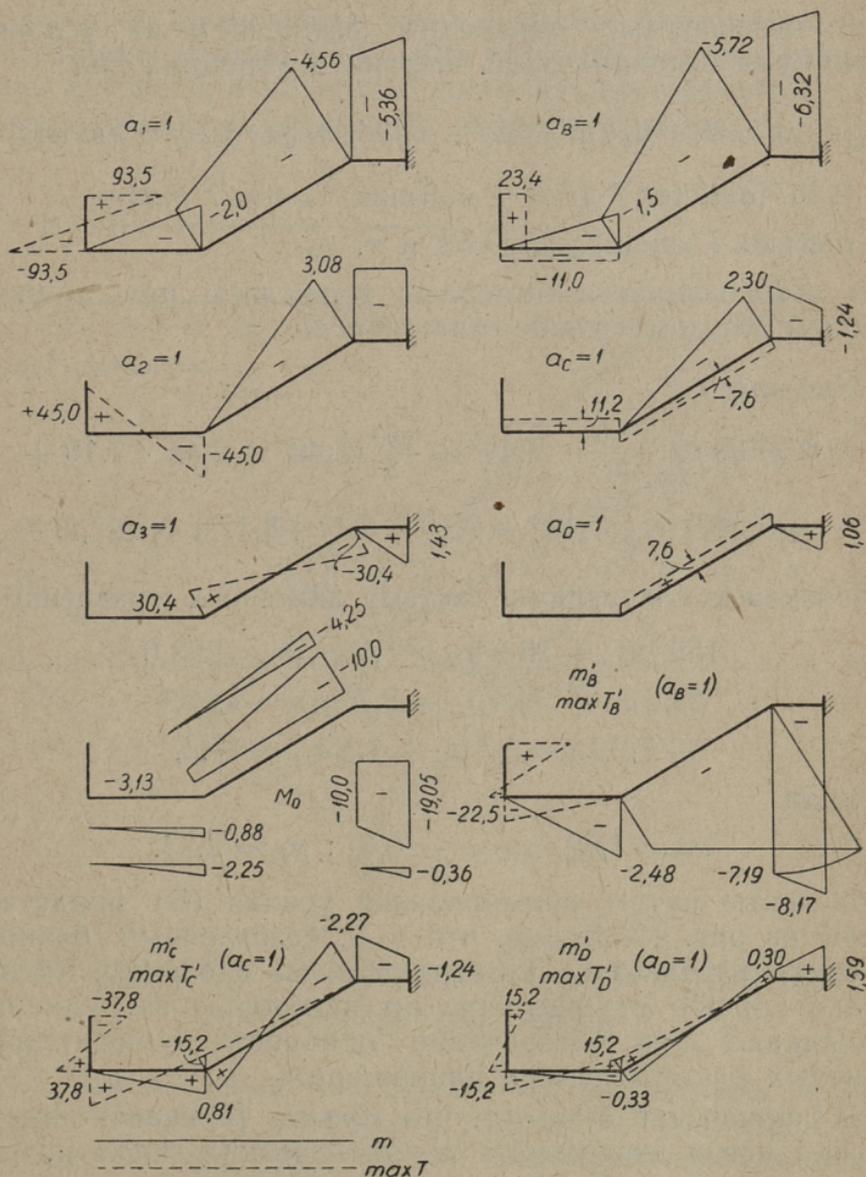


Рис. 11.

( $M_0$  — поперечный момент в элементарной полоске, если  $\xi$  отсутствует. Очевидно элементарная полоска является консолом).

$$\max T = a_B \max T'_B + a_C \max T'_C + a_D \max T'_D$$

$$\max S = -\frac{L}{2} (a_B \zeta_B + a_C \zeta_C + a_D \zeta_D + \sum_1^3 a_i \zeta_i),$$

где независимые параметры вычисляем из условий минимума потенциальной энергии внутренних сил:

$$\frac{6}{l^2} [\int M_0 m' a_B ds + a_B \int (m'_B)^2 ds + a_C \int m'_B m'_C ds + a_D \int m'_B m'_D ds] + \\ + 0,267 [a_B \int (\max T'_B)^2 ds + a_C \int (\max T'_B \max T'_C) ds + \\ + a_D \int (\max T'_B \max T'_D) ds] = 0 \text{ и т. д.,}$$

где встречающиеся интегралы вычисляем при помощи таблиц для интегралов типа  $\int M m ds$ .

Например

$$\int (m'_B)^2 ds = \frac{2 \cdot 5}{3} \cdot 2,48^2 + \frac{3,69}{3} (2,48^2 + 2,48 \cdot 7,19 + \\ + 7,19^2) + \frac{1}{3} (7,19^2 + 7,19 \cdot 8,17 + 8,17^2) = 157,2.$$

Получаем следующую систему линейных уравнений:

$$158,1 a_B + 28,6 a_C - 7,2 a_D = -293,0$$

$$28,6 a_B + 9,4 a_C - 2,7 a_D = -59,4$$

$$-7,2 a_B - 2,7 a_C + 1,5 a_D = 17,4,$$

откуда

$$a_B = 1,62; a_C = -0,61; a_D = 2,73.$$

Полученные путем суммирования усилия (Б) представлены на рис. 12. Видим, что т. н. безбалочный балкон, требующий наименьшие строительные габариты, технически хорошо осуществим, но некоторые затруднения возникают при обеспечении прочности относительно главных растягивающих напряжений.

В заключение отметим, что *Крэмер* [7] недавно предложил метод для расчета призматических складок, где для нахождения поперечных моментов и продольных напряжений дискретных линий (соединений соседних

граней) составляется система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Часть названных усилий возможно считать известными или выразить их через остальные т. н. независимые величины. Решение системы дифференциальных уравнений практически возможно тогда, если число независимых величин не превышает двух, т. е. при малом числе граней складки (вследствие чего *Крэмер* ограничивался простейшими примерами). Для решения задачи, показанной на рис. 4, необходимо составить систему четырех дифференциальных уравнений второго порядка.

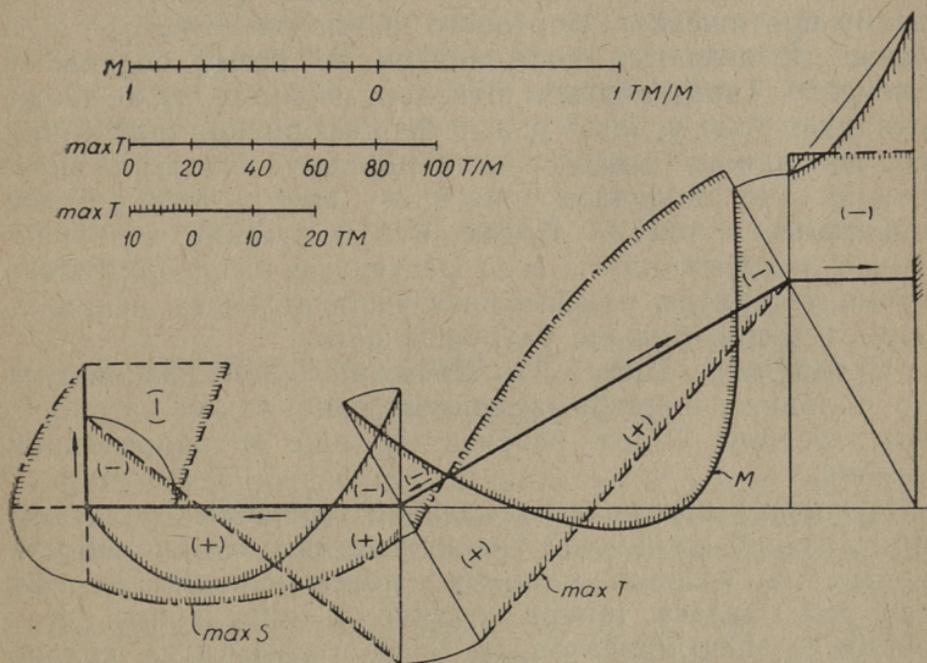


Рис. 12

#### 4. СКЛАДЧАТЫЕ КОНСТРУКЦИИ С ТРЕЩИНАМИ В РАСТЯНУТОЙ ЗОНЕ

При рассмотрении распределения продольных напряжений (рис. 5) возникает мысль о возможности укладки всей арматуры на дне бортового элемента и тем самым допускается развитие трещин в остальной растянутой зоне. Таким образом открывается

перспектива некоторой экономии арматуры, так как внутреннее плечо поперечного сечения увеличивается. При решении поставленной задачи мы вынуждены допустить некоторые дополнительные правдоподобные предположения, чтобы можно было осуществить расчет. Они изложены в [5].

Отметим, что в настоящем случае т.н. трещина не воспринимает продольных напряжений. Трещина, пересеченная расчетной арматурой и, таким образом способная воспринимать продольные напряжения, не является трещиной в данном смысле.

Вначале предполагаем, что трещина развивается по всему протяжению бортового элемента. Эпюра  $\zeta_0$ , а также  $\Delta\zeta$  являются постоянными по всему бортовому элементу. Таким образом отпадает параметр  $a_3$ , но также отпадает одно условие равенства деформаций (для линии В). Из одного условия потенциальной энергии внутренних сил получаем опять  $a_c$ . Результаты расчета показаны на рис. 5. Видим, что в склалке возникает новая дополнительная зона растянутая выше бортового элемента, притом максимальное растягивающее напряжение очевидно больше разрушающего.

Предполагая далее, что трещина будет развиваться до половины ширины наклонной грани, видим на рис. 5, что трещина будет развиваться еще в направлении гребня.

Наконец, предполагая наличие трещины по всему протяжению наклонной грани, уже нет необходимости применять условия минимума потенциальной энергии, так как задача теперь статически определима. Как видим из эпюр моментов, на рис. 5 в связи с этим сильно возрастают положительные моменты и почти исчезают отрицательные моменты.

Таким образом имеются две возможности конструкции:

а) конструировать в соответствии с эпюрами, найденными в предположении, что трещины не существуют (по упругой стадии), и уложить продольную главную арматуру, например, по всей высоте бортового элемента.

б) Конструировать в соответствии с эпюрами, найденными в предположении, что трещина поднимется до низа горизонтальной плиты. При этом арматура укладывается как стрингер на дне бортового элемента.

Очевидная экономия продольной арматуры по крайней

мере частично компенсируется перерасходом арматуры для восприятия увеличенных поперечных моментов. Но все же, как показал анализ, общая потребность арматуры, рассчитывая конструкцию с трещинами, получается на 15—20% меньше. Кроме того, армирование упрощается, так как поперечную арматуру для восприятия поперечных моментов укладывают непосредственно на опалубку.

Отметим, что *Г. Казински* (Стокгольм) [8] предлагал метод расчета складок с учетом влияния трещин. Несмотря на то, что при расчете не учитывается взаимодействие продольных сил и поперечных моментов, метод все же применим, если число граней не превышает трех. При изложении метода не описан случай, когда в начальной задаче соседние грани имеют на линии соединения существенные продольные напряжения разного знака. Таким образом, по предлагаемому методу трудно решить даже задачу, представленную на рис. 4, так как названный случай имеет место на линии соединения *B*.

## 5. РАСЧЕТ БУНКЕРОВ КАК СКЛАДЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Железобетонные бункера часто работают в продольном направлении призматическими складчатыми конструкциями и опираются только на торцевые диафрагмы. Иногда здесь встречаются громадные нагрузки и пролеты.

Рассматриваем представленный на рис. 13 открытый бункер с продольным пролетом между диафрагмами  $L = 15,0$  м. Усилия начальной задачи  $\max T_0$ ,  $M_0$  и  $\xi_0$  найдены из задачи большой балки и представлены на рис. 13 сплошной линией.

Предполагаем линейное распределение продольных напряжений в отдельных гранях. Соответствующая эпюра дополнения приращения сдвигающих сил  $\Delta \zeta$ , которая содержит 4 параметра:  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_C$  и  $a_B$ , представлена на рис. 14, а. На рис. 14, б показаны эпюры дополнений  $\Delta$  ( $\max T$ ) и  $\Delta M$ , если соответствующие параметры равняются единице.

Зависимые параметры исключаем путем условий:

а) Равновесие в вертикальном направлении:

$$2 a_1 + 1,67 a_2 + 1,5 a_C + 2,75 a_B = 0,$$

б) равенство продольных деформаций в точке В:

$$3,75 a_1 + 3,18 a_2 + 0,94 a_C - 1,73 a_B = 0,$$

в) равенство продольных деформаций в точке С (у стрингера):

$$3,75 a_1 - 3,58 a_C + 0,94 a_B^* = 0.$$

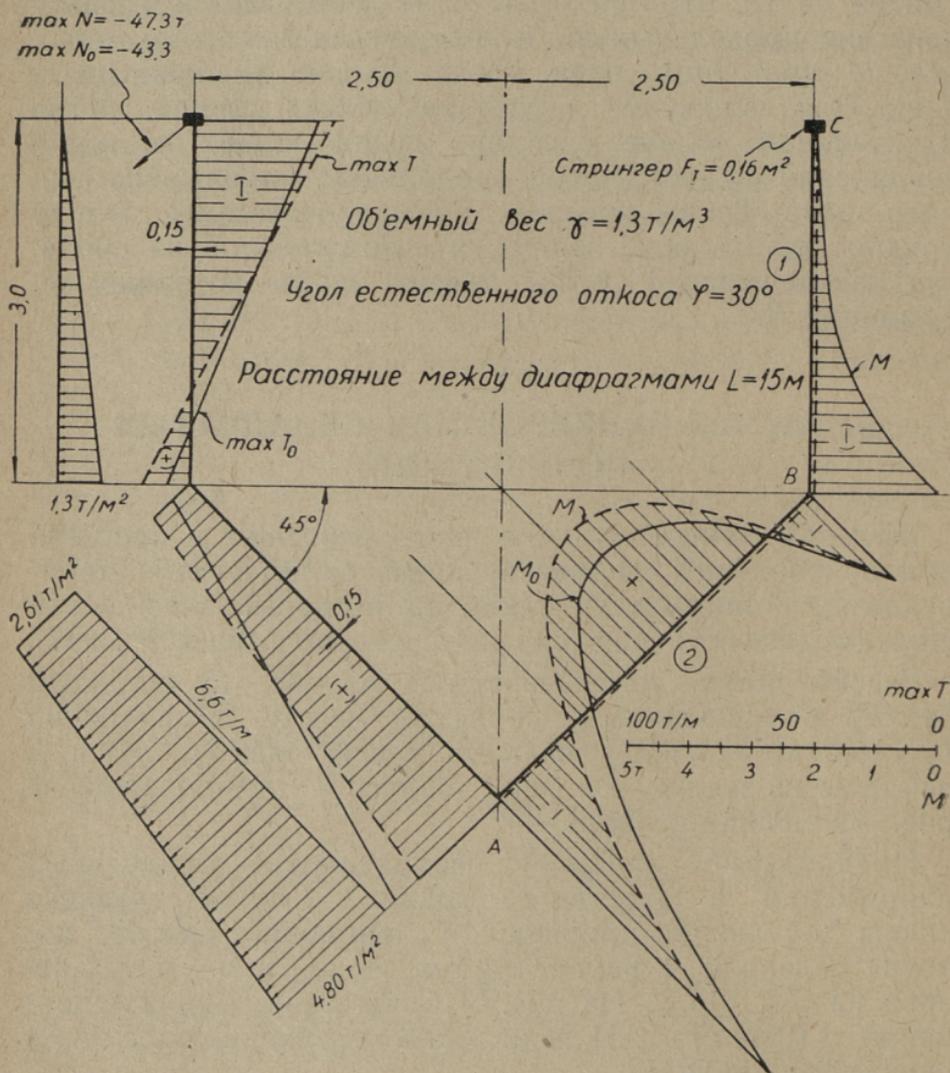


Рис. 13.

Отсюда:

$$a_1 = 1,02 a_C; a_2 = -1,67 a_C; a_B = -0,28 a_C.$$

Дальше составляем эпюры для линейных комбинаций  $\max T'_C$  и  $m'_C$  (рис. 14, в).

Интегралы, необходимые для одного условия минимума потенциальной энергии внутренних сил:

$$\int M_0 m'_C ds = 12,70; \int (m'_C)^2 ds = 71,8$$

$$\int (\max T'_C)^2 ds = 52000,$$

вычисляем путем таблиц интегралов типа  $\int M m ds$ .

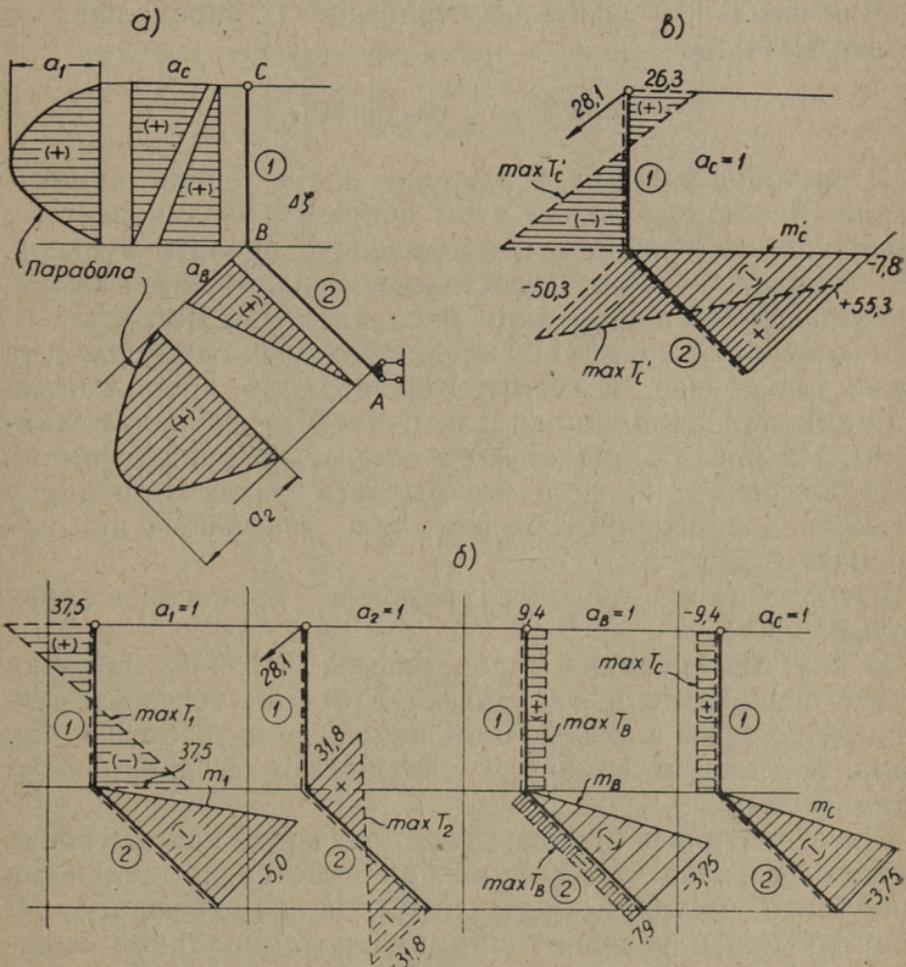


Рис. 14.

Из одного условия минимума потенциальной энергии

$$\frac{6}{\delta^2} [M_0 m' c ds + a_c (m' c)^2 ds] + 0,267 a_c (\max T' c)^2 ds + \\ + 0,267 \frac{\delta}{F_1} \frac{L^4}{64} a_c = 0,$$

где последний член выражает влияние потенциальной энергии стрингера  $C$  [4], находим

$$a_c = -0,164.$$

Действительные усилия определены путем суммирования и представлены на рис. 13 пунктиром.

Максимальное усилие в стрингере  $C$  определено по формуле [4]:

$$\max N = \frac{L^2}{8} [\zeta_{0c} + a_c].$$

В настоящем примере влияние  $\Delta \zeta$  не очень существенно. В общем влияние этой поправки увеличивается с уменьшением толщины и продольного пролета бункера. Но поправка может действовать сильно при каком-нибудь другом поперечном распределении нагрузки.

Рекомендуем применять представленную схему расчета даже для случая, когда бункер подперт продольными стенами или колоннами (если бункер не слишком длинный). На рис. 15 представлен открытый бункер, имеющий постоянные продольные опоры (в точках  $B$ ), наверху затяжки и поперечные стенки, т. е. диафрагмы на расстоянии  $L = 20$  м.

Расчет такого бункера возможно провести в двух положениях:

а) как обыкновенно, предполагая, что вся нагрузка будет воспринята продольными опорами, тогда элементарная полоска в поперечном направлении работает как рама, и главную арматуру укладывают в поперечном направлении и

б) рассматривая бункеры как складчатую конструкцию, причем нагрузка частично воспринимается продольными опорами и частично будет передана на диафрагму. В конструкции в условии минимума потенциальной энергии внутренних сил поперечные моменты уменьшаются. Опять открывается перспектива, что экономия арматуры

при восприятии уменьшенных в сравнении с случаем а) поперечных моментов больше, чем расход арматуры для восприятия продольных растягивающих сил.

Рассмотрим ход расчета случая б) на примере, представленном на рис. 15.

Возникающие в начальной задаче поперечные моменты  $M_0$  представлены на рис. 15 сплошной линией, притом элементарная полоска является рамой, один раз статически неопределимой. В начальной задаче продольные силы  $T_0$  и сдвигающие силы  $S_0$  равняются нулю (соотв.  $\zeta_0 = \partial S_0 / \partial x = 0$ ). Назначим дополнительную эпюру  $\Delta \zeta = \Delta \zeta$

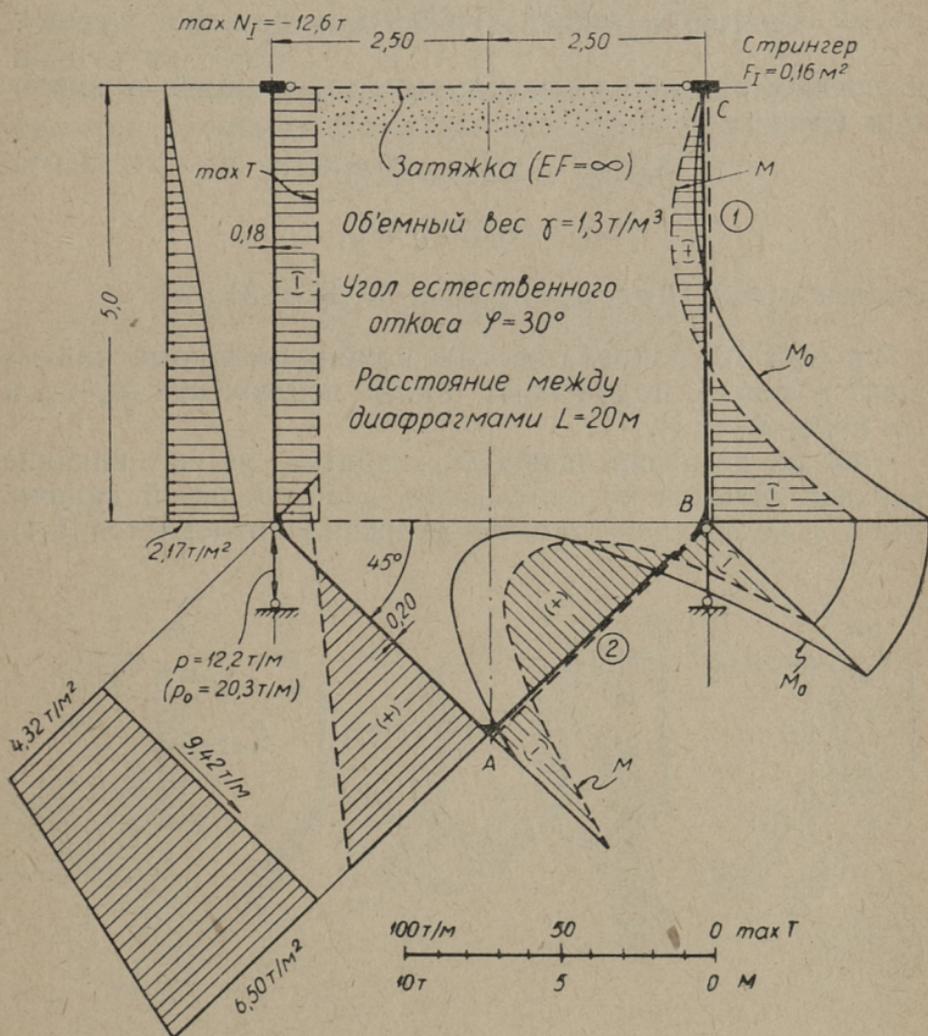


Рис. 15.

в форме, представленной на рис. 16, а. В грани 1 невозможно возникновение параболической части  $\zeta$  эпюры, так как она может в силу продольной опоры иметь только постоянные продольные напряжения. Для выбранных параметров  $a_2$ ,  $a_B$  и  $a_C$  добавляется еще четвертый — изменение реакции на продольной опоре —  $\Delta p$ .

На рис. 16, б показаны эпюры  $\max T$  и  $M$ , если соответствующие параметры равняются единице и если отсутствует верхняя затяжка.

Условие равновесия в вертикальном направлении даст

$$1,667 a_2 + 3,75 a_B + 2,5 a_C - \Delta p = 0$$

и условие равенства продольных деформаций в точках В и С:

$$5,09 a_2 - 2,29 a_B + a_C = 0,$$

$$a_B - 6,62 a_C = 0,$$

откуда  $a_2 = 2,76 a_C$ ;  $a_B = 6,62 a_C$  и  $\Delta p = 31,9 a_C$ .

На рис. 16, в представлены комбинированные эпюры  $\max T'_C$  и  $m'_{Co}$ , полученные путем исключения  $a_2$ ,  $a_B$  и  $\Delta p$  (если  $a_C = 1$ ).

Там же показана эпюра  $m'_C$ , притом учтено влияние верхней затяжки из статически неопределимой задачи.  $\max T'_C$  вследствие наличия затяжки не изменяется [6,4].

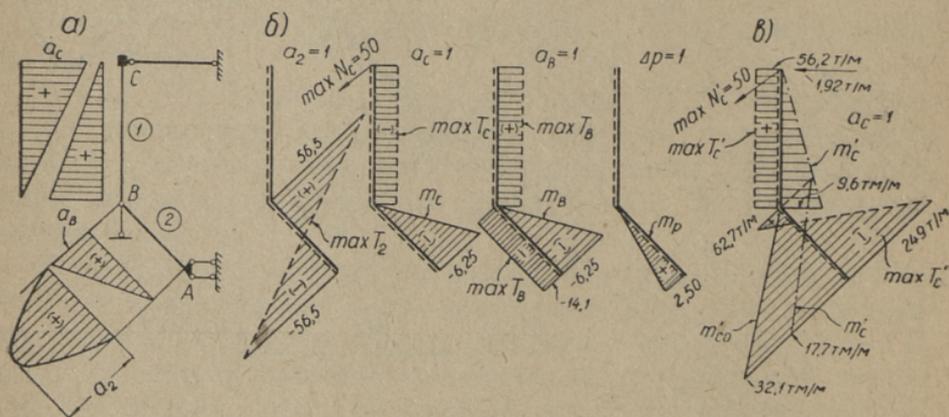


Рис. 16.

Из условия минимума потенциальной энергии внутренних сил находим

$$a_c = -0,253.$$

Действительные усилия найдены путем суммирования и показаны на рис. 15 пунктиром. Видим, что усилия существенно изменяются по сравнению с начальной задачей. Изменение реакции продольной опоры

$$\Delta p = -0,253 \cdot 31,9 = -8,17 \text{ т/м},$$

т. е. 41% от всей нагрузки будет передано на диафрагму.

Отмечаем, что в данном примере, т. е. при рассмотрении бункера как складки, общий расход арматуры уменьшается на 15%.

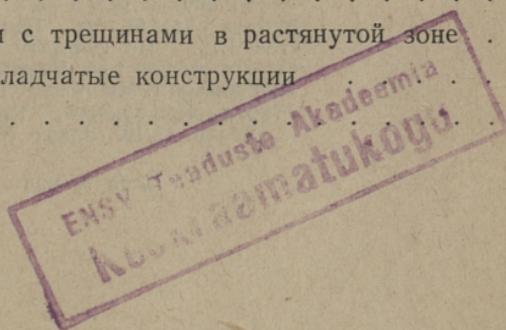
Естественно, что чем меньше продольный пролет, тем больше экономия арматуры при расчете бункера пространственной системой.

## БИБЛИОГРАФИЯ

1. *Власов В. З.* — Строительная механика оболочек, ОНТИ, 1936.
2. *Власов В. З.* — Общая теория оболочек, 1949 г.
3. *Лауль Х. Х.* — Применение метода Кастильяно-Ритца к расчету длинных цилиндрических оболочек (Труды Таллинского политехнического института, 1949 г.)
4. *Лауль Х. Х.* — Применение метода Кастильяно-Ритца для расчета длинных цилиндрических оболочек со стрингерами (Труды ТПИ, 1952 г.).
5. *Лауль Х. Х.* — Цилиндрические железобетонные оболочки с трещинами в растянутой зоне (Труды ТПИ, 1953 г.).
6. *Лауль Х. Х.* — Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности (Труды ТПИ, 1953 )
7. *Craemer, H. (Erunem)* — Design of prismatic Shells. Journal of the American Concrete Institute, 1953 II.
8. *Kazinczy, G.* — Die Berechnung der Falwerke nach dem Traglastverfahren. Intern. Vereinig. f. Brückenbau u. Hochbau, Dritter Kongress-Liege, 1948.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
1. Общие замечания . . . . .	3
2. Описание метода расчета . . . . .	3
3. Примеры . . . . .	7
4. Складчатые конструкции с трещинами в растянутой зоне . . . . .	17
5. Расчет бункеров как складчатые конструкции . . . . .	19
Библиография. . . . .	26



Редактор А. Гаршнек  
Технический редактор И. Вахтре  
Корректоры А. Тихане и Н. Круглова

Сдано в набор 10 V 1954. Подпи-  
сано к печати 20 VII 1954. Тираж 800.  
Бумага  $54 \times 84$ ,  $\frac{1}{16}$ . Печатных ли-  
стов 1,75. По формату  $60 \times 92$  пе-  
чатных листов 1,43. Учетно-издатель-  
ских листов 1. МВ 14502. Типография  
«Тарту Коммунист», Тарту, Юли-  
кооли 17/19. Заказ № 1485.

Цена 70 коп.



70 коп.