TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291

ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И АВТОМАТИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

VIII

ТАЛЛИН 1970

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 621

ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И АВТОМАТИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

VIII

ТАЛЛИН 1970

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 621.317.725

У.П. Тамм

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДЕТЕКТОРА ДЕЙСТВУЮЩИХ ЗНАЧЕНИЙ СО СКОЛЬЗЯЩИМ СМЕЩЕНИЕМ ОТ ФОРМЫ КРИВОЙ ИЗМЕРЯЕМОГО НАПРЯЖЕНИЯ

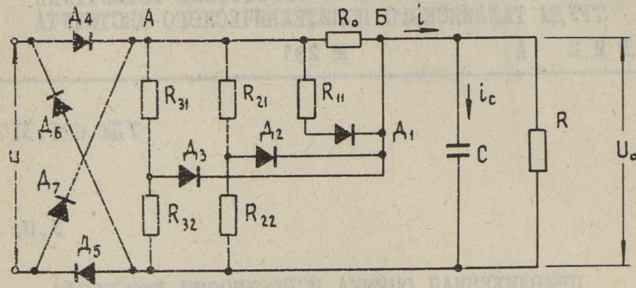
Детектор со скользящим смещением является наиболее простым и надежным детектором действующих значений из числа тех, которые обладают практически линейной функцией преобразования [I, 2, 3].

В схеме названного детектора осуществляется кусочно-линейная аппроксимация квадратичной зависимости между мгновенными значениями входного напряжения u и выходного тока i:

$$\frac{i}{U_0} = S\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 - g, \qquad (I)$$

где S и g - постоянные, имеющие размерность проводимости, U_0 - выходное постоянное напряжение детектора. Последнее образуется на резисторе нагрузки R (фиг. I), в котором течет усредненный выходной ток детектора. Усреднение тока i выполняется с помощью емкости C.

Кусочно-линейная аппроксимация квадратичной зависимости между i и u осуществляется благодаря тому, что по мере увеличения абсолютного значения входного напряжения $|u|$ поочередно отпираются диоды $Д_I ... Д_3$. Это приводит к соответствующему уменьшению эквивалентного сопротивления между точками А и Б схемы фиг. I. Заметим, что выходное напряжение U_0 выполняет роль напряжения смещения диодов $Д_I ... Д_3$. Следовательно, при изменении напряжения U_0 изменяется и форма аппроксимируемой квадратичной зависимости между i и u. Поэтому U_0 входит в выражение (I).



Фиг. 1. Одна из возможных схем детектора действующих значений со скользящим смещением

При рассмотрении вопросов кусочно-линейной аппроксимации предполагается, что диоды в схеме детектора являются идеальными ключевыми элементами, не обладающими обратным током и прямым падением напряжения. В таком случае, задаваясь значением $S = g$ (поскольку $i = 0$ при $|u| = U_0$), легко определить количество диодов и величины сопротивлений R_0, R_{11} и т.д., необходимые для кусочно-линейной аппроксимации (I) с требуемой точностью.

Реальные диоды обладают как обратным током, так и прямым падением напряжения. Поэтому на практике необходима наладка детектора, т.е. экспериментальное уточнение расчетных значений сопротивлений R_0, R_{11} и т.д. Наладка детектора и снятие его окончательной вольтамперной характеристики $i = f(u)$ проводится на постоянном токе. Притом цепочка RC на выходе схемы заменяется источником постоянной э.д.с.

Представляет интерес оценка максимально-возможной погрешности детектора со скользящим смещением от формы кривой измеряемого напряжения на основе вольтамперной характеристики, снятой на постоянном токе. Такая оценка будет ниже выведена в виде неравенств.

Та же оценка пригодна для определения упомянутой выше "требуемой" точности кусочно-линейной аппроксимации (I), т.е. при предварительном идеализированном расчете детектора.

Погрешностью детектора от формы кривой измеряемого напряжения может быть названа величина

$$\delta = \frac{U_н - U}{U_н}, \tag{2}$$

где $U_н$ и U – соответственно действующее значение напряжения по шкале детектора и действующее значение измеряемого напряжения, соответствующие одному и тому же значению U_0 на выходе детектора.

Действующее значение U напряжения $u(t)$ определяется, как известно, алгоритмом

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,dt},$$

где T – период (в общем случае интервал усреднения) напряжения $u(t)$,

t – текущее время.

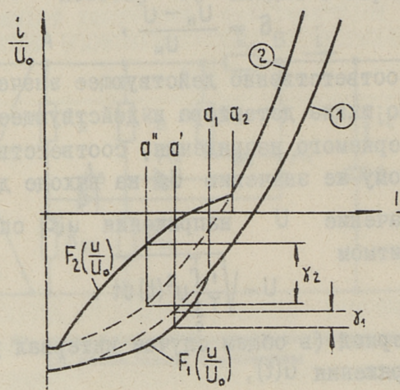
Допустим, что координаты i и u точек вольтамперной характеристики рассматриваемого детектора удовлетворяют условиям

$$\left.\begin{matrix} S_1\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 - g_1 & \text{при } \frac{|u|}{U_0} > a_1 \\ F_1\left(\frac{u}{U_0}\right) & \text{при } \frac{|u|}{U_0} \leq a_1 \end{matrix}\right\} \leq \frac{i}{U_0} \leq \left\{\begin{matrix} S_2\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 - g_2 & \text{при } \frac{|u|}{U_0} > a_2; \\ F_2\left(\frac{u}{U_0}\right) & \text{при } \frac{|u|}{U_0} \leq a_2, \end{matrix}\right. \tag{3}$$

где F_1 и F_2 – некоторые функции (кривые), все точки которых располагаются соответственно не выше параболы I и не ниже параболы 2 (фиг. 2).

Уравнения парабол I и 2 даны в верхней строке неравенств (3).

Поясним введение неравенств вида (3). Очевидно, что в области входных напряжений, при которых $|u|/U_0 > 1$, можно вписать нормированную по U_0 вольтамперную характеристику детектора $i/U_0 = f(u/U_0)$ в достаточно узкую область, ограниченную двумя близкими параболами I и 2. Для этого требуется определенное количество диодов $Д_I$, $Д_2$, ... и соответствующий подбор величин сопротивлений R_{11}, R_{12} и т.д. Однако в начальной части (т.е. при $|u|/U_0 \lesssim 1$) реальная



Фиг. 2. Границы области, в которую вписывается вольтамперная характеристика рассматриваемого детектора

вольтамперная характеристика значительно отклоняется в сторону от упомянутых парабол. Так, например, если $R_0=\infty$, то начальный участок вольтамперной характеристики представляет собой горизонтальную прямую.

В стационарном режиме справедливо

$$\int_0^T i_c dt = 0\,, \tag{4}$$

где i_c - ток заряда емкости C (фиг. I).

На основе очевидного равенства $i_c = i - U_0/R$ и левого неравенства (3) уравнение (4) преобразуется к виду

$$\int\limits_{|u|>a_1 U_0}\left(\frac{S_1}{U_0}u^2 - g_1 U_0\right)dt + \int\limits_{|u|\le a_1 U_0} F_1\left(\frac{u}{U_0}\right)U_0 dt - \int_0^T \frac{U_0}{R}dt \le 0. \tag{5}$$

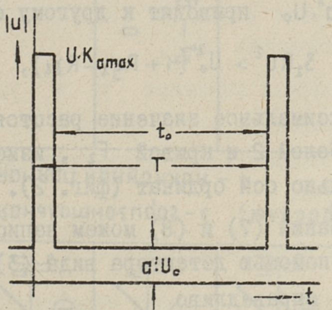
Первые два интеграла в левой части (5) распространяются на те интервалы времени периода T, в течение которых выполняются указанные при них неравенства напряжений.

В стационарном режиме и при достаточно большом значении отношения постоянной времени RC (фиг. I) к длительности периода T можно пренебрегать пульсациями напряжения U_0. В таком случае (5) легко преобразуется к виду

$$S_1 R U^2 \leq U_0^2 \left\{ 1 + R g_1 + \frac{R}{T} \int\limits_{|u| \leq a_1 U_0} \left[S_1 \left(\frac{u}{U_0} \right)^2 - g_1 - F_1 \left(\frac{u}{U_0} \right) \right] dt \right\}. \qquad (6)$$

С точки зрения максимально возможной погрешности от формы кривой напряжения представляет интерес максимально возможное значение интеграла в правой части неравенства (6). Точное решение этой проблемы невозможно без знания конкретного вида функции F_1. Однако для практических расчетов можно дать достаточно точную (притом завышенную) оценку этой величины.

Заметим, что подынтегральная функция в неравенстве (6) представляет собой расстояние между параболой I (фиг. 2) и кривой F_1, измеренное параллельно оси ординат. Обозначим максимальное значение этого расстояния через γ_1 (фиг. 2). Пусть γ_1 соответствует значению $|u|/U_0$, равному a'. Тогда нетрудно показать, что упомянутая завышенная оценка максимально возможного значения интеграла в правой части (6) составляет $\gamma_1 T$. Действительно, рассмотрим напряжение, форма кривой которого после двухполупериодного выпрямления имеет вид, изображенный на фиг. 3.



Фиг. 3. Кривая напряжения, при котором наблюдается близкая к максимальной отрицательная погрешность от формы кривой напряжения

Это напряжение имеет действующее значений U такое, что на выходе детектора образуется постоянное напряжение U_0. Коэффициент амплитуды напряжения имеет максимально допустимое для данного детектора значение $K_{a\,max}$ *.

* Коэффициентом амплитуды K_a называется отношение амплитудного значения напряжения к действующему.

Кривая напряжения состоит из двух прямоугольников высотой соответственно $UK_{a\,max}$ и $a'U_0$. Нетрудно показать, что при этом

$$t_0/T > 1 - (K_{a\,max})^{-2},$$

где t_0 - интервал времени в периоде T, в течение которого рассматриваемое напряжение имеет значение $|u| = a' \cdot U_0$.

Обычно детекторы со скользящим смещением предназначаются для измерения действующего значения напряжений с $K_{a\,max}$ = = 4 ... 5. В таком случае можно считать, что $t_0/T \approx 1$. При $K_{a\,max} = 4$ ошибка последней оценки не превышает +7%. Считая для напряжения вида фиг. 3 $t_0/T = 1$, приходим к приведенной выше оценке максимально возможного значения интеграла в правой части (6), равной $\gamma_1 T$.

Следовательно, при измерении напряжений любой формы кривой, можем вместо (6) написать:

$$S_1 R U^2 < U_0^2 (1 + Rg_1 + R\gamma_1). \qquad (7)$$

Аналогичные рассуждения на основании правого неравенства (3) и напряжения вида фиг. 3 с высотой нижней ступеньки, равной $a'' \cdot U_0$ приводят к другому соотношению

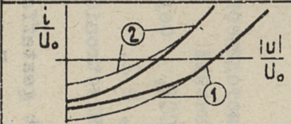
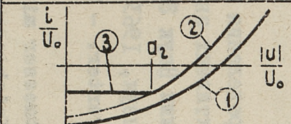
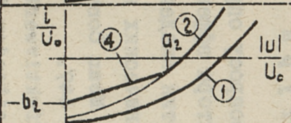
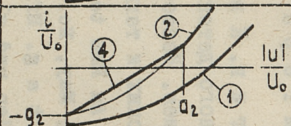
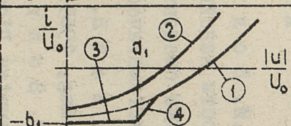
$$S_2 R u^2 > U_0^2 (1 + Rg_2 - R\gamma_2), \qquad (8)$$

где γ_2 - максимальное значение расстояния между параболой 2 и кривой F_2, измеренное параллельно оси ординат (фиг. 2).

Итак, на основании (7) и (8) можем написать, что при детектировании с помощью детектора вида (3) напряжений любой формы кривой справедливо

$$U_0 \sqrt{\frac{1 + Rg_1 + R\gamma_1}{RS_1}} > U > U_0 \sqrt{\frac{1 + Rg_2 - R\gamma_2}{RS_2}}. \qquad (9)$$

Обозначим значения левой и правой частей неравенства (9) соответственно U_1 и U_2. Тогда данному U_0 следует поставить в соответствие номинальное значение действующего значения детектируемого напряжения $U_н$, равное $U_н = 0{,}5(U_1 + U_2)$. Погрешность от формы кривой напряжения δ (см. определение (2)) при этом не может превышать

Вид функций F_1, F_2	Обозначения	Значение γ_1	Значение γ_2
	1,2 – параболы; 3 – горизонтальная прямая; 4 – наклонная прямая	0	0
		0	$S_2 a_2^2$
		0 при $b_2 \leq g_1$ $b_2 - g_1$ при $b_2 > g_1$	$\frac{(S_2 a_2^2 - g_2 + b_2)^2}{4 S_2 a_2^2} - b_2 + g_2$ при $b_2 < S_2 a_2^2 + g_2$ 0 при $b_2 \geq S_2 a_2^2 + g_2$
		0	$\frac{S_2 a_2^2}{4}$
		$S_1 a_1^2 - g_1 + b_1$ при $b_1 > S_1 a_1^2 - g_1$ 0 при $b_1 \leq S_1 a_1^2 - g_1$	0 при $b_1 \geq g_2$ $g_2 - b_1$ при $b_1 < g_2$

Фиг. 4. Виды функций F_1 и F_2 для начального участка вольтамперной характеристики рассматриваемого детектора.

$$|\delta| < \delta_{max} = \frac{U_н - U_2}{U_н} = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}. \qquad (10)$$

Повторим, что оценка максимально возможной погрешности δ_{max} по (10) является завышенной, поскольку оценка значения t_o/T, принятая при выводе (7) и (8), является завышенной. Для любого конкретного детектора ошибка определения δ_{max} по (10) может быть приближенно оценена путем уточнения максимально возможного значения t_o/T у напряжений вида фиг. 3. В случае детекторов с $K_{a\,max} \geq 3$ названная ошибка несущественна.

Если и начальный участок нормированной по U_o вольтамперной характеристики детектора располагается между параболами I и 2 (т.е. если кривая F_1 проходит выше параболы I, а кривая F_2 ниже параболы 2), то значения левого и правого неравенств (9) определяются только параболами I и 2. Таким образом, в этом случае в (9) следует подставить $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$. Физически это объясняется существованием напряжений, мгновенные значения u которых в течение всего периода T удовлетворяют условиям $|u| > a_1 \cdot U_o$ и $|u| > a_2 \cdot U_o$ (см. фиг. 2 и неравенства (3)).

На фиг. 4 приводятся значения γ_1 и γ_2 для некоторых наиболее распространенных видов функций F_1 и F_2 для начального участка вольтамперной характеристики детектора со скользящим смещением.

Литература

I. Л.И. Волгин. К вопросу определения методической погрешности линейного детектора эффективных значений со скользящим смещением. Известия Академии Наук ЭССР, серия физико-математических и технических наук, 1963, № 2.

2. H. Bath. An RMS to Mean Converter. - Electronic Engineering, 1965, May, No. 447.

3. E. Sonntag. Effektivwertmesser mit gestaffelt vorgespannten Dioden und gleitender Knickspannung. Hochfrequenz-technik und Elektroakustik, 1961, B.70. Nr.3.

U. Tamm

ESTIMATION OF THE WAVE FORM ERROR OF AN RMS TO MEAN CONVERTER EMPLOYING SLIDING BIAS

S u m m a r y

The article deals with problems of approximation of initial parts of current-voltage characteristic of an RMS to mean converter employing sliding bias. Formulas are derived for estimation of the wave form error of this converter.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 531.721.082.7

В.Р. Мяннама

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕКОТОРЫХ RC-ИНТЕГРАТОРОВ В ИЗМЕРИТЕЛЯХ ШУМОВ

Шумоизмерительные приборы, как правило, включают в себя усредняющий интегратор, предназначенный для подавления переменных составляющих (пульсации) выходного напряжения детектора и выделения постоянной составляющей. В качестве интегратора часто применяется RC-звено.

Для хорошего подавления переменных составляющих необходимо выбирать постоянную времени интегратора $\tau = RC$ достаточно большой. С другой стороны, при применении шумоизмерительного прибора для серийного измерения шумящих элементов при подключении к прибору каждого нового элемента возникает переходный процесс, продолжительность которого пропорциональна τ.

Для получения достаточной для измерения с заданной точностью информации требуется время [I]:

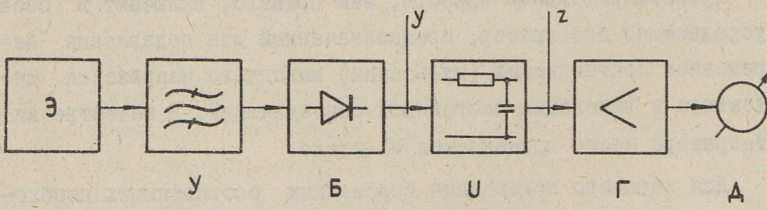
$$T_u = \frac{f(p)}{h_u^2} \cdot \frac{1}{B}, \qquad (I)$$

где h_u – относительное отклонение (погрешность) среднего квадратического значения сигнала в момент времени T_u от действительного значения с вероятностью p;

$f(p)$ – функция, обратная интегралу вероятностей;

B – ширина частотной полосы.

В реальных шумоизмерительных приборах процесс аккумуляции информации отражается в переходном процессе прибора, который главным образом определяется его интегратором. Продолжительность переходного процесса T, под которой будем подразумевать время от начала измерения, в течение которого погрешность выходного напряжения интегратора будет больше допустимой, оказывается при реальных интеграторах всегда больше T_u. В зависимости от типа интегратора, а также от выбора его параметров, величина T будет в большей или меньшей степени отличаться от T_u. Нашей задачей является оптимизировать параметры RC-интегратора так, чтобы продолжительность переходного процесса в нем при заданном входном сигнале была минимальной.



Фиг. 1.

В дальнейшем предполагаем, что измерение шума производится по блок-схеме фиг. I. На фиг. I обозначены: Э - измеряемый элемент, У - усилитель с полосой пропускания B; Б - квадратичный детектор, U - RC-интегратор; Г - дополнительный усилитель; Д - показывающий прибор, y и z - выходы соответственно детектора и интегратора.

Пусть при подключении измеряемого шумящего элемента ко входу измерительного прибора на входе интегратора возникает скачок напряжения:

$$U_y = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \bar{U}_y + \tilde{U}_y & \text{при } t \geq 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $\bar{U}_y$ и $\tilde{U}_y$ соответственно постоянная и переменная составляющие U_y.

На выходе интегратора получаем переходный процесс, который для $\bar{U}_y$ и $\tilde{U}_y$ рассмотрим отдельно. При этом будем исходить из спектра мощности выходного сигнала квадратичного детектора, приведенного в [I] на фиг. 3в.

Для $\bar{U}_y$ имеем

$$\bar{U}_y = \sqrt{4a^2A^2B^2} = 2aAB, \tag{3}$$

где A – высота спектра,

a – коэффициент передачи блоков У и Б.

Для переменной составляющей $\tilde{U}_y$ имеем:

$$\tilde{U}_y^2 = \tilde{S}_y = \begin{cases} \dfrac{2a^2A^2}{\pi}\left(2\pi B - |\omega|\right) & \text{при } |\omega| < 2\pi B, \\ 0 & \text{при } |\omega| \geq 2\pi B. \end{cases} \tag{4}$$

Сигнал на выходе интегратора, возникающий при скачке $\bar{U}_y$ на выходе интегратора (при нагрузке интегратора $R_н = \infty$):

$$\bar{U}_{z\,пер} = \bar{U}_y\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \tag{5}$$

Оценим переходный процесс и для переменной составляющей входного сигнала. Рассмотрим вначале переходный процесс синусоидального сигнала при RC-звене. При входном сигнале

$$u_y = U_m \cos(\omega t + \psi)$$

получим для выходного сигнала:

$$u_{z\,пер} = \frac{U_m}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\left[\cos(\omega t + \psi - \varphi) - \cos(\psi - \varphi)\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right], \tag{6}$$

где $\varphi = \operatorname{arctg}\omega\tau.$

Мощность выходного сигнала на единицу сопротивления в течение периода

$$U_{z\,ср}^2 = \frac{\omega}{2\pi}\int_t^{t+2\pi/\omega} u_{z\,пер}^2 \cdot dt = \frac{U^2}{1+\omega^2\tau^2}\left[1 + \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}\cdot\frac{2}{\pi}\cdot\cos\alpha\left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\omega\tau}}\right)\times\right. \tag{7}$$

$$\left.\times\left(\omega\tau\sin(\omega t+\alpha) - \cos(\omega t+\alpha)\right)\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\omega\tau}{2\pi}\cos^2\alpha\left(1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega\tau}}\right)\cdot e^{-\frac{2t}{\tau}}\right] = U^2\cdot\Phi(\omega),$$

где $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$ и $\alpha = \psi - \varphi$.

При данном спектре входного сигнала имеем (после некоторых упрощений выражения (7) и при условии $2\pi B\tau >> 1$, выполнение которого будет показано далее):

$$\tilde{U}^2_{z\,пер} = \sigma^2_z(t) = 2\int_0^{2\pi B} \tilde{U}^2_y \cdot \Phi(\omega)\cdot d\omega < \frac{2a^2A^2B}{\tau}\left[1+0{,}52e^{-\frac{t}{\tau}}+2e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]. \quad (8)$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением $\tilde{U}_{z\,пер}$ только при $t=\infty$ и покажем, что погрешность в данном случае пренебрежительно мала. При $t=\infty$

$$\tilde{U}_{z\,пер} = \tilde{U}_z = aA\sqrt{\frac{2B}{\tau}}. \quad (9)$$

Основой для дальнейшего анализа является погрешность от переходного процесса постоянной составляющей:

$$h_{пер} = \frac{\bar{U}_{z\,пер}}{\bar{U}_{z\,пер}(t=\infty)} - 1 = -e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{I0})$$

и погрешность от пульсации:

$$h_{п\sigma} = \frac{\tilde{U}_z}{\bar{U}_{z\,пер}(t=\infty)} = \pm\frac{1}{\sqrt{2B\tau}}. \quad (\text{II})$$

При условии нормального распределения амплитуды $\tilde{U}_z$, вероятность получения погрешности $h_{п\sigma}$ меньше указанного $p = 68{,}3\%$. Для обобщения полученных результатов на другие значения вероятности воспользуемся опять функцией $f(p)$, заменяя действительную полосу пропускания B на эквивалентную B', где

$$B' = \frac{B}{f(p)}. \quad (\text{I2})$$

При замене B на B' выражение (II) примет вид:

$$h_п = \pm\frac{1}{\sqrt{2B'\tau}}, \quad (\text{I3})$$

а вместо формулы (I) получим:

$$T_u = \frac{1}{h_u^2}\cdot\frac{1}{B'}. \quad (\text{I4})$$

Целесообразно также ввести следующие безразмерные величины:

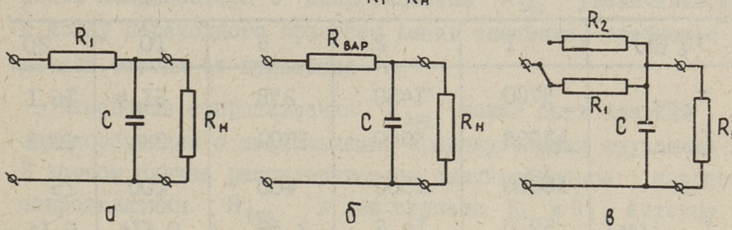
$$T_o = TB'; \quad \tau_o = \tau B'; \quad T_{ou} = T_u B'. \quad (\text{I5})$$

Теперь можем приступить к минимизации продолжительности переходного процесса.

I. RC-интегратор с постоянными параметрами

Рассмотрим оптимизацию параметра τ простого RC-интегратора, схема которого приведена на фиг. 2а. В данном случае постоянная времени τ определяется по формуле:

$$\tau = \frac{R_1 \cdot R_н}{R_1 + R_н} \cdot C. \qquad (I6)$$



Фиг. 2

Погрешность выходного сигнала интегратора можно рассчитывать по формуле:

$$h_c = |h_п| + |h_{пер}| = e^{-\frac{T_o}{\tau_o}} + \frac{1}{\sqrt{2\tau_o}}. \qquad (I7)$$

Величина T_o определяется из выражения

$$T_o = -\tau_o \ln\left(h_c - \frac{1}{\sqrt{2\tau_o}}\right). \qquad (I8)$$

Найдем экстремум T_o по τ_o:

$$\frac{\partial T_o}{\partial \tau_o} = 0; \quad -\ln\left(h_c - \frac{1}{\sqrt{2\tau_o}}\right) = \frac{1}{2\left(h_c\sqrt{2\tau_o} - 1\right)}. \qquad (I9)$$

Условием минимума является $\frac{1}{h_c\sqrt{2\tau_o} - 1} > 1$.

Введя обозначение $\frac{1}{h_c\sqrt{2\tau_o} - 1} = N$,

получим из выражения (20):

$$\ln(N+1) - \frac{1}{2} N = \ln h_c. \qquad (20)$$

Минимуму T_o соответствует решение уравнения (20) $N > 1$.

Пользуясь решением уравнения (20), получим формулы для вычисления $\tau_{o\,опт}$ и $T_{o\,мин}$, а также для $\tau_{опт}$ и $T_{мин}$.

$$\tau_{\text{оопт}} = \frac{1}{2h_c^2}\left(\frac{1}{N}+1\right)^2; \quad \tau_{\text{опт}} = \frac{\tau_{\text{оопт}}}{B'}$$

$$T_{\text{омин}} = \frac{\tau_{\text{о опт}}}{2}\cdot N; \quad T_{\text{мин}} = \frac{T_{\text{омин}}}{B'}. \tag{21}$$

Значения $\tau_{\text{оопт}}$, $T_{\text{омин}}$ и $T_{\text{оu}}$, а также $\tau_{\text{опт}}$ и $T_{\text{мин}}$ при $B' = 100$ гц приведены при некоторых значениях погрешности в таблице I.

Таблица I

h_c (%)	I	2	5	I0	20
$\tau_{\text{оопт}}$	5700	I450	238	6I,4	I6,I
$T_{\text{омин}}$	42999	9500	I300	284	60,2
$T_{\text{оu}}$	I0000	2500	400	I00	25
$\tau_{\text{опт}}$ [сек]	57,0	I4,5	2,38	0,6I4	0,I6
$T_{\text{мин}}$ [сек]	420	95,0	I3,0	2,84	0,60

Как видно из таблицы I, постоянные времени $\tau_{\text{опт}}$ при измерениях с большой точностью окажутся довольно большими. В таких случаях необходимо соединить RC-интеграторы с электронными усилителями (интегратор Миллера и др.).

Теперь выясним, в какой мере переходный процесс переменной составляющей входного сигнала интегратора увеличивает погрешность выходного сигнала интегратора. Для этого оценим относительное приращение погрешности $h_п$, пользуясь формулами (8), (9), (II) и (I4):

$$\Delta = \frac{h_п(t=T_{\text{мин}})}{h_п(t=\infty)} - 1 < \sqrt{1+2e^{-\frac{2T_{\text{мин}}}{\tau_{\text{опт}}}} + 0{,}52e^{-\frac{T_{\text{мин}}}{\tau_{\text{опт}}}}} - 1. \tag{22}$$

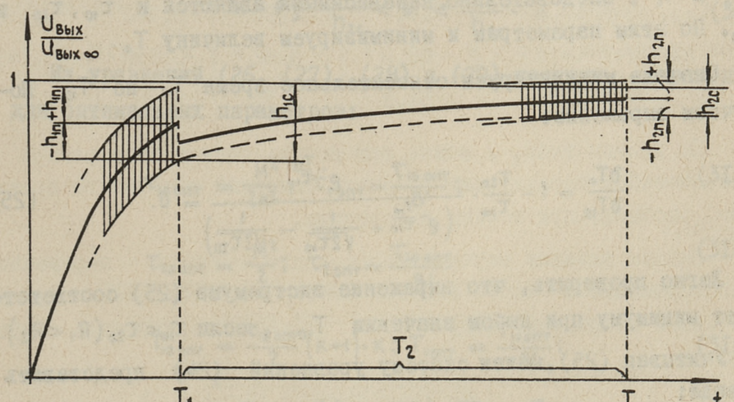
При общей погрешности h_c меньше 20% относительное приращение $\Delta <$ I%, т.е. относительно маленькое, поэтому можно пренебрегать его влиянием.

Сравнивая данные $T_{\text{омин}}$ и $T_{\text{оu}}$ из таблицы I, видим, что RC-интегратор с постоянными параметрами имеет продолжительность переходного процесса, довольно сильно отличающуюся от минимально возможной. Для получения более коротких продолжительности переходного процесса RC-интегратора надо его усовершенствовать.

2. RC -интегратор с переменными параметрами

Для дальнейшего сокращения времени переходного процесса RC -интегратора применяются интеграторы с переменными параметрами [I]. Принцип сокращения времени заключается в том, что при скачке напряжения на входе интегратора вначале конденсатор C (фиг. 2б) заряжается через маленькое сопротивление относительно большим током. В процессе зарядки конденсатора C сопротивление $R_{вар}$ увеличивается и к концу переходного процесса имеет значение, требуемое для данной ошибки от пульсации $h_п$.

Изменение сопротивления $R_{вар}$ может быть плавным или скачкообразным с несколькими промежуточными ступенями [I]. В данном случае рассматривается скачкообразное изменение сопротивления $R_{вар}$ в две ступени R_1 и R_2, которые переключаются в момент времени T_1 после начала переходного процесса. При большем количестве ступеней время переходного процесса T несомненно несколько сокращается, но из-за простой реализации и маленького количества настраиваемых параметров следует во многих случаях отдать предпочтение вышеупомянутому простому варианту, использование которого позволяет получить довольно хорошие результаты.



Фиг. 3

Основная схема для дальнейших расчетов приведена на фиг. 2в. В расчетах принимаем $R_н \gg \max(R_1, R_2)$.

Рассмотрим переходные процессы в таком интеграторе (фиг. 3). Анализ ведется принципиально также, как в п. I. Исходим из уравнений погрешностей:

$$h_{1c} = |h_{1пер}| + |h_{1п}| = e^{-\frac{T_{10}}{\tau_{10}}} + \frac{1}{\sqrt{2\tau_{10}}};$$

$$h_{2c} = |h_{2пер}| + |h_{2п}| = \left(e^{-\frac{T_{10}}{\tau_{10}}} + \frac{1}{\sqrt{2\tau_{10}}} - \frac{1}{\sqrt{2\tau_{20}}}\right) \cdot e^{-\frac{T_{20}}{\tau_{20}}} - \frac{1}{\sqrt{2\tau_{20}}}, \qquad (23)$$

где $\tau_{10} = \tau_1 B'$; $\tau_{20} = \tau_2 B'$; $\tau_1 = R_1 \cdot C$; $\tau_2 = R_2 \cdot C$; $T_{10} = T_1 \cdot B'$; $T_{20} = T_2 \cdot B'$.

Время переходного процесса $T = T_1 + T_2$.

Заданной для системы (23) считаем величину h_{2c}. Из системы (23) получим:

$$\begin{cases} T_{10} = -\tau_{10} \ln\left(h_{1c} - \frac{1}{\sqrt{2\tau_{10}}}\right); \\ T_{20} = \tau_{20}\left[\ln\left(e^{-\frac{T_{10}}{\tau_{10}}} + \frac{1}{\sqrt{2\tau_{10}}} - \frac{1}{\sqrt{2\tau_{20}}}\right) - \ln\left(h_{2c} - \frac{1}{\sqrt{2\tau_{20}}}\right)\right]; \\ T_0 = T_{10} + T_{20} \end{cases} \qquad (24)$$

Интегратор по схеме 2в имеет три независимых параметра: τ_1, τ_2 и T_1. Следовательно, независимыми являются и τ_{10}, τ_{20} и T_{10}. По этим параметрам и минимизируем величину T_0.

Сначала минимизируем относительное время T_0 по T_{10}. Получаем выражение:

$$\frac{\partial T_0}{\partial T_{10}} = 1 - \frac{\tau_{20}}{\tau_{10}} \cdot \frac{e^{-\frac{T_{10}}{\tau_{10}}}}{\left(e^{-\frac{T_{10}}{\tau_{10}}} + \frac{1}{\sqrt{2\tau_{10}}} - \frac{1}{\sqrt{2\tau_{20}}}\right)} = 0. \qquad (25)$$

Легко проверить, что выражение экстремума (25) соответствует минимуму при любом значении T_{10}, если $\tau_{10} < \tau_{20}$ $(R_1 < R_2)$.

Учитывая (25), можем систему уравнений (24) представить в виде:

$$\begin{cases} T_{10} = \frac{\sqrt{2\tau_{20}}\left(\sqrt{\tau_{10}} + \sqrt{\tau_{20}}\right)}{\sqrt{\tau_{10}}} \\ T_{20} = \tau_{20} \ln \frac{\tau_{20}}{\sqrt{\tau_{10}}\left(\sqrt{\tau_{10}} + \sqrt{\tau_{20}}\right)\left(h_{2c}\sqrt{2\tau_{20}} - 1\right)}; \\ T_0 = T_{10} + T_{20}. \end{cases} \qquad (26)$$

Аналогично найдем условия экстремума для T_0 по параметрам τ_{10} и τ_{20}:

$$\frac{\partial T_0}{\partial \tau_{10}} = \ln \frac{\sqrt{2\tau_{20}}\left(\sqrt{\tau_{10}}+\sqrt{\tau_{20}}\right)}{\sqrt{\tau_{10}}} - \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{2\tau_{20}}\left(\sqrt{\tau_{10}}+\sqrt{\tau_{20}}\right)}{\tau_{10}} = 0; \qquad (27)$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial \tau_{20}} = \ln \frac{\tau_{20}}{\sqrt{\tau_{10}}\left(\sqrt{\tau_{10}}+\sqrt{\tau_{20}}\right)\left(h_{2c}\sqrt{2\tau_{20}}-1\right)} + \frac{1}{2}\left(\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} - \sqrt{\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}}}\right) - \frac{1}{2}\,\frac{1}{h_{2c}\sqrt{2\tau_{20}}-1} = 0 \qquad (28)$$

Полученные выражения (27) и (28) целесообразно парепи - сать в виде:

$$\ln M(k+1) = \frac{k(k+1)}{2};$$

$$2\ln\frac{k+1}{k^2} - \frac{k+1}{k^2} = 2\ln\frac{1}{h_{2c}M-1} - \frac{1}{h_{2c}M-1}; \qquad (29)$$

$$\text{где } M = \sqrt{2\tau_{20}}; \quad k = \sqrt{\frac{\tau_{20}}{\tau_{10}}}.$$

Дополнительными условиями для получения минимума являются:

$$k > 1; \quad \frac{1}{h_{2c}} < M < \frac{1{,}5}{h_{2c}}. \qquad (30)$$

Из уравнений (26, (27), (28) и (29) получим выражения для оптимальных параметров:

$$\tau_{10\,опт} = \frac{M^2}{2k^2}; \quad \tau_{1\,опт} = \frac{\tau_{10\,опт}}{B'}; \qquad (3Iа)$$

$$\tau_{20\,опт} = \frac{M^2}{2}; \quad \tau_{2\,опт} = \frac{\tau_{20\,опт}}{B'} \qquad (3Iб)$$

$$T_{10\,опт} = \frac{\tau_{10\,опт}}{2}(k+1)\cdot k; \quad T_{1\,опт} = \frac{T_{10\,опт}}{B'}; \qquad (3Iв)$$

$$T_{0\,мин} = \frac{\tau_{20\,опт}}{2}\left(\frac{k^2-1}{k^2} + \frac{1}{h_{2c}M-1}\right); \quad T_{мин} = \frac{T_{0\,мин}}{B'}. \qquad (3Iг)$$

где M и k - решения системы уравнения (29).

В таблице 2 приведены значения $\tau_{10\,опт}$, $\tau_{20\,опт}$, $T_{10\,опт}$ и $T_{0\,мин}$ при некоторых значениях погрешности h_{2c}. Для сравнения продолжительностей переходных процессов в интеграторах с постоянными и переменными параметрами приведена в табл. 2 и величина $n = \dfrac{T_{0\,мин\,пост.\,пор.}}{T_{0\,мин\,пер.\,пор.}}$ при разных значениях h_{2c}.

Таблица 2

h_{2c} (%)	I	2	5	I0	20
$\tau_{10\,опт}$	75I	220	45,5	I4,5	4,99
$\tau_{20\,опт}$	6980	I770	290	74,2	I9,2
$T_{10\,опт}$	4630	I200	202	53,6	I4,5
$T_{0\,мин}$	22300	5450	835	200	47,0
n	I,88	I,74	I,56	I,42	I,28

Чтобы оценить абсолютные значения параметров, в табл. 3 приведены данные $\tau_{1\,опт}$, $\tau_{2\,опт}$, $T_{1\,опт}$ и $T_{мин}$ при $B' = $ I00гц.

Таблица 3

h_{2c}(%)	I	2	5	I0	20
$\tau_{1\,опт}$ [сек]	7,5	2,20	0,455	0,I45	0,050
$\tau_{2\,опт}$ [сек]	69,8	I7,7	2,90	0,742	0,I92
$T_{1\,опт}$ [сек]	46,3	I2,0	2.02	0,536	0,I45
$T_{0\,мин}$ [сек]	223	54,5	8,35	2,00	0,47

По данным табл. 2 можно при использовании интегратора с переменными параметрами получить заметный выигрыш во времени, особенно при точных измерениях.

Оценим влияние неучета переходного процесса переменной составляющей входного сигнала интегратора. Как и в п.I, вычисляем приращение погрешности $h_{2н}$ из-за переходного процесса:

$$\Delta < h_{1н}\left(1+\Delta_1\right)\left(\sqrt{1+0{,}52\,e^{-\frac{T_0-T_{10}}{\tau_{20}}}+2e^{-\frac{2(T_0-T_{10})}{\tau_{20}}}}-1\right), \tag{32}$$

где

$$\Delta_1 = \sqrt{1+0{,}52\,e^{-\frac{T_{10}}{\tau_{10}}}+2e^{-\frac{2T_{10}}{\tau_{10}}}}-1.$$

Приращение погрешности h_{1n} $\Delta < 1\%$ при значениях погрешности $h_{2c} < 10\%$, следовательно, его влияние на общую ошибку выходного сигнала интегратора пренебрежительно мало.

Проведенные вычисления по оптимизации параметров некоторых RC-интеграторов измерителей шума позволяют сделать следующие выводы:

1. Полученные в работе формулы позволяют определить оптимальные параметры RC-интеграторов с постоянными и переменными параметрами при заданной выходной погрешности.

2. Анализ показывает, что применение RC-интеграторов с переменными параметрами позволяет заметно уменьшить время переходного процесса в интеграторе, особенно при измерениях с большой точностью.

3. При малоточных измерениях RC-интегратор с переменными параметрами может себя не оправдать.

Литература

1. A. Ambrozy. Reducing the time requirement in direct-reading noise measurements. Periodica Polytechnica (Electrical Engineering), No.3, Budapest, 1965.

2. W.B. Dawenport, W.L. Root. An introduction to the theory of random signals and noise. McGraw-Hill, New York, 1958.

V.Männama

OPTIMIERUNG DER KENNDATEN EINIGER RC-INTEGRATOREN DER RAUSCHMESSER

Zusammenfassung

Es werden einige Möglichkeiten zur Verkürzung der Übergangszeit von RC-Integratoren näher betrachtet. Dabei werden Formeln zur Berechnung optimaler Kenndaten bei konstantem

und zeitlich variablem Widerstand dargelegt. Bei gegebenem Fehler des Ausgangssignals werden die Werte der optimalen Kenndaten gefunden. Auch werden vergleichende Angaben zur Übergangszeit der Integratoren bei gegebenem Fehler des Ausgangssignals gebracht.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 288 1970

УДК 621.317.757.18

Х.А. Таммет

О ВЫБОРЕ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМОВ

Шумовые свойства электронных цепей в области низких частот обычно характеризуются спектральной плотностью шумовых генераторов $S(f_1)$ или коэффициентом шума $F(f_1)$ на определенной частоте f_1 (часто f_1 = 1 кгц). Известно, что для измерения мощности или напряжения случайных сигналов требуется конечная полоса измерителя Δf ($\Delta f > 0$), так как статистическая погрешность измерения [1]

$$\delta_c \approx \frac{1}{\sqrt{\Delta f \cdot \tau}}, \tag{1}$$

где τ - постоянная интегрирования измерителя.

Поэтому в результате измерений получаем т.н. интегральные величины спектральной плотности $\overline{S(f_1)}$ или коэффициента шума $\overline{F(f_1)}$ [2]

$$\overline{S(f_1)} = \frac{\int_0^\infty S(f) K_1^2(f)\,df}{\int_0^\infty K_1^2(f)\,df} \tag{2}$$

и

$$\overline{F(f_1)} = \frac{\int_0^\infty F(f) K_1^2(f)\,df}{\int_0^\infty K_1^2(f)\,df}, \tag{3}$$

где $K_1(f)$ - передаточная функция по напряжению измерителя шума.

Очевидно [3,5], что при частотозависимой функции $F(f)$ (ввиду сходства (2) и (3) можем рассматривать одну из них) измеренная интегральная величина $\overline{F(f_1)}$ в общем отличается от значения $F(f_1)$, где частота f_1 определена через частоты среза f_l, f_h передаточной функции $K_1(f)$ (например как арифметическая или геометрическая средняя $f_1=\frac{1}{2}(f_l+f_h)$ или $f_1=\sqrt{f_l\cdot f_h}$ соответственно). При этом возникает систематическая погрешность

$$\delta_f=\frac{\overline{F(f_1)}-F(f_1)}{F(f_1)}. \qquad (4)$$

Рассматриваем вопросы расчета и минимизации относительной погрешности δ_f при определенном классе функции $F(f)$

$$F(f)=F(f_1)\left(\frac{f_1}{f}\right)^{\alpha}, \qquad (5)$$

где $\alpha = 0 \ldots 2$,

который охватывает все важнейшие виды шумов электронных и полупроводниковых приборов в области низких и средних частот [I,4,6]. Решение (4) при (5) во многом зависит от вида функции $K_1(f)$. В качестве примера принимаем частотную характеристику прямоугольной формы

$$K_1(f)=\begin{cases} K_1 & \text{при } f_l\leqslant f\leqslant f_h \\ 0 & \text{при } f>f_h,\ f<f_l. \end{cases} \qquad (6)$$

При учете (3), (5), (6) и $f_l<f_1<f_h$ получим после интегрирования (4)

$$\delta_f=\frac{f_1\ln f_h/f_l}{f_h-f_l}-1=\frac{1}{a}\ln\frac{1+a-am}{1-am}-1 \qquad (\alpha=1)$$

или (7)

$$\delta_f=\frac{f_1^{\alpha}(f_h^{1-\alpha}-f_l^{1-\alpha})}{(f_h-f_l)(1-\alpha)}-1=\frac{1}{a(\alpha-1)}\left[(1+a-am)^{1-\alpha}-(1-am)^{1-\alpha}\right]-1 \qquad (\alpha\neq 1)$$

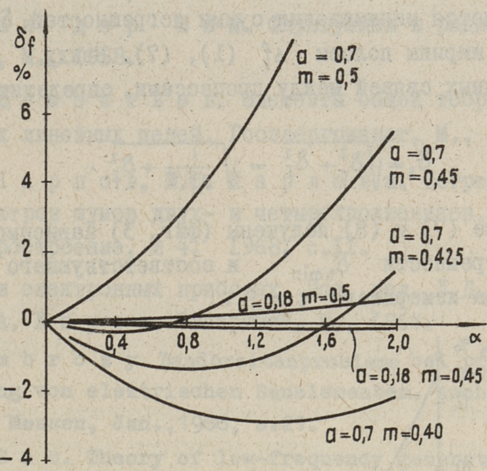
где относительные полосы пропускания

$$a=\frac{f_h-f_l}{f_1}$$

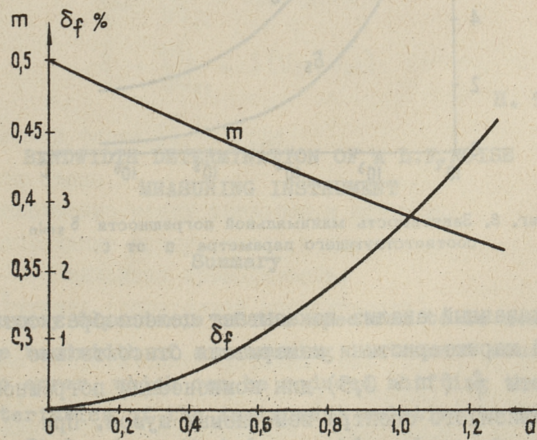
и

$$m=\frac{f_1-f_l}{f_h-f_l}.$$

Анализ (7) показывает, что при конкретных значениях α, a и $m\leqslant 0{,}5$ возможно получение нулевой погрешности ($\delta_f = 0$). Можно также найти при $0\leqslant\alpha\leqslant 2$ для каждой a такое m, чтобы $|\delta_f|=\min$. Результаты расчетов на ЭВМ на основе (7) приведены на фиг. I и 2.



Фиг. 1. Зависимость погрешности δ_f от показателя α при $a = 0{,}18$, $a = 0{,}7$ и различных m.

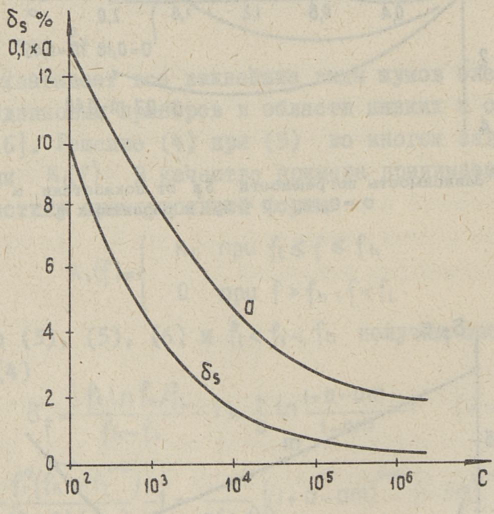


Фиг. 2. Зависимость минимальной погрешности δ_f и соответствующего этой m от a.

Более важным относительно общей погрешности измерения $F(f_1)$ является минимизация суммы погрешностей δ_c и δ_f, зависящих от ширины полосы Δf (1), (7). Ввиду отсутствия корреляционных связей между процессами, определяющими δ_c и δ_f

$$\delta_s = \sqrt{\delta_c^2 + \delta_f^2} = \sqrt{\frac{1}{a f_1 \tau} + \delta_f^2} \, . \qquad (8)$$

На основе (7) и (8) получены (фиг. 3) зависимость наименьшей погрешности $\delta_{s\,min}$ и соответствующего этому a от параметра измерителя $c = f_1\tau$.



Фиг. 3. Зависимость минимальной погрешности $\delta_{s\,min}$ и соответствующего параметра a от c.

Вышеуказанный анализ показывает целесообразность сдвига частотной характеристики измерителя относительно номинальной частоты f_1 ($m < 0,5$) для компенсации погрешности из-за частотозависимого спектра измеряемых шумов. При заданной величине погрешности δ_s на основе фиг. 3 можно определить параметры прямоугольной полосы пропускания измерителя шумов при минимальной постоянной интегрирования $\tau = c/f_1$.

Следует учитывать зависимость оптимальных параметров (δ_{min}, a, m) от вида передаточной функции измерителя. При отличающей от (6) передаточной функции необходимо решать аналогичную задачу заново.

Л и т е р а т у р а

I. А. В а н д е р З и л. Флуктуации в радиотехнике и физике. ГЭИ, М., I958.

2. Е.П. Д е м е н т ь е в. Элементы общей теории и расчета шумящих линейных цепей. Госэнергоиздат, М., I963.

3. Ю.С. К а р п о в, И.С. К а р п о в а. Погрешности измерения спектров шумов двух- и четырехполюсников. Известия ВУЗ. Приборостроение, № 4, I968, с.II.

4. Шумы в электронных приборах. Под. ред. Л.Д.С м у л л и н а, Г.А. Х а у с а. "Энергия", М., I964.

5. A. A m b r o z y. Bandbreitenprobleme bei präziser Rauschmessung von elektrischen Bauelementen. Archif für technisches Messen, Jan.,1966, s.21.

6. C.T. S a h. Theory of low-frequency generation noise in junction-gate field-effect transistors. IEEE Tr. on Electron Devices, v.ED-11,April 1964, p.128.

H. Tammet

BANDWIDTH DETERMINATION OF A L.F.NOISE MEASURING INSTRUMENT

Summary

Frequency dependence of the spectrum to be measured within the bandwidth of a measuring instrument causes a systematic error, which can be reduced shifting the frequency characteristics of the instrument relative to its nominal frequency. It is shown that for a given class of spectral functions and for an ideal quadrangular frequency characteristics the instrument's optimal frequency parameters and integration time can be determined if limits of errors are specified.

Литература

1. А.В а н - д е р - З и л. Флуктуации в радиотехнике и физике. ГЭИ, М., 1958.

2. Е.П. Д е ч е н и т ь е в. Элементы общей теории и расчета шумящих линейных цепей. Госэнергоиздат, М., 1963.

3. О.С. К а р п о в, Н.Г. К а р п о в а. Погрешности измерения спектров шумов двух- и четырехполюсников. Известия ВУЗ, Приборостроение, № 4, 1968, с.11.

4. Шумы в электронных приборах. Под. ред. Л.Д. Смулина, Г.А. Х а у с а. "Энергия", М., 1964.

5. A. A m b r o s y. Bandbreitenprobleme bei präziser Rauschmessung von elektrischen Bauelementen. Archif für technisches Messen, Jan., 1968, s.21.

6. C.T. S a h. Theory of low-frequency generation noise in junction-gate field-effect transistors. IEEE Tr. on Electron Devices, v.ED-11, April 1964, p.128.

Н. Таммет

BANDWIDTH DETERMINATION OF A L.F.NOISE MEASURING INSTRUMENT

Summary

Frequency dependence of the spectrum to be measured within the passband of a measuring instrument causes a systematic error, which can be reduced shifting the frequency characteristics of the instrument relative to the nominal frequency. It is shown that for a given class of spectral functions and for an ideal quadrangular frequency characteristics the instrument's optimal frequency parameters and integration time can be determined if limits of errors are specified.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 621.382.322.012

Х.А. Таммет, Г.И. Шифф

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ АППРОКСИМАЦИИ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ

При анализе электронных схем на полевых транзисторах с переходом (ПТ) часто требуется знание вольт-амперных характеристик (ВАХ) ПТ

$$I_D = I_D(U_{GS}, U_{DS}) \tag{1}$$

или их малосигнальных параметров

$$G_{DS} = \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} = G_{DS}(U_{GS}, U_{DS}), \tag{2}$$

$$S = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = S(U_{GS}, U_{DS}) \tag{3}$$

в аналитической форме [1,7], где

I_D - ток стока,
U_{GS} - напряжение между затвором и истоком,
U_{DS} - напряжение между стоком и истоком
$G_{DS} = \frac{1}{R_{DS}}$ - выходная проводимость,
S - крутизна (переходная проводимость).

Известные теоретические формулы ВАХ [2, 3, 4, 8, 9,10, 11, 12, 13], полученные на основе упрощенных физических моделей ПТ, являются очень сложными функциями и в то же время существенно отличаются от действительных. Поэтому вместо этих применяются эмпирические функции аппроксимации реальных ВАХ ПТ [2,5,6]. Целью настоящей статьи является представление результатов экспериментальной проверки и уточнение широкоиспользуемой степенной аппроксимации ВАХ ПТ в режиме насыщения.

Аппроксимация проходной характеристики ПТ. Общераспространенным [2,6,8] является аппроксимация проходной характеристики (ВАХ при $U_{DS} = \mathrm{const}$) степенной функцией

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n, \tag{4}$$

где I_{DSS} – ток стока при $U_{GS} = 0$,

U_p, n – параметры аппроксимации.

Многими авторами [2,6,8] экспериментально показана хорошая точность вышеприведенной аппроксимации при относительно больших токах стоков $I_D \approx (0{,}01...1)\, I_{DSS}$.

Для аппроксимации с (4) в более широком диапазоне токов стока была разработана методика определения параметров аппроксимации по трем точкам проходной характеристики (I_{DSS}, $I_{D1} - U_{GS1}$, $I_{D2} - U_{GS2}$).

$$\begin{aligned} I_{D1} &= I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS1}}{U_p}\right)^n, \\ I_{D2} &= I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS2}}{U_p}\right)^n. \end{aligned} \tag{5}$$

Решение системы уравнений (5) относительно неизвестных (n и U_p) приведет к решению трансцендентных уравнений, которые приводимы к алгебраическому виду при выполнении условия

$$\frac{I_{D2}}{I_{DSS}} = \left(\frac{I_{D1}}{I_{DSS}}\right)^2. \tag{6}$$

При (6) получим из (5) следующие формулы для расчета неизвестных

$$n = \frac{\lg \frac{I_{D1}}{I_{DSS}}}{\lg\left(\frac{U_{GS2}}{U_{GS1}} - 1\right)}, \tag{7}$$

$$U_p = \frac{U_{GS1}^2}{2U_{GS1} - U_{GS2}}. \tag{8}$$

При области аппроксимации по току стока ($I_{DSS} \cdots I_{D2}$) промежуточная точка (I_{D1}) определяется на основе (6) по соотношению

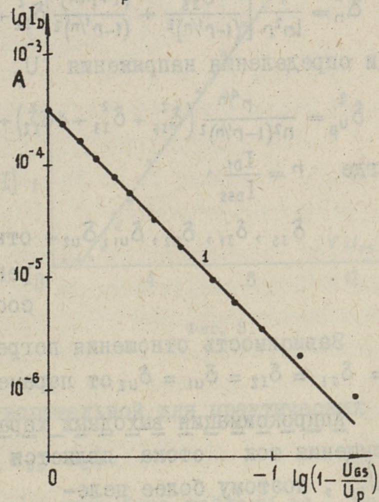
$$I_{D1} = \sqrt{I_{D2} \cdot I_{DSS}} \quad . \tag{9}$$

Экспериментально были исследованы планарные ПТ двухсторонней диффузией области затвора и планарно-эпитаксиальные ПТ отечественного и зарубежного производства.

Совпадение экспериментальных данных с прямой

$$\lg I_D = \lg I_{DSS} + n \lg \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)$$

(кривая I на фиг. I) показывает хорошую аппроксимацию проходной характеристики ПТ функцией вида (4) при небольших диапазонах токов стока ($\frac{I_D}{I_{DSS}}$ = = 0,0I...I). При увеличении диапазона токов погрешность аппроксимации при всех исследованных ПТ возрасла и для всего управляемого диапазона тока стока ($\frac{I_D}{I_{DSS}} \approx 10^{-7}...1$) существенного отличается от степенной функции фида (4).



Фиг. 1

Одной причиной отличия предполагается влияние объемного сопротивления полупроводника на участке между областью канала и контактом истока (R_S). Учет влияния сопротивления R_S, как показали проведенные исследования, повышает точность аппроксимации проходной характеристики при больших диапазонах изменений тока стока ($\frac{I_D}{I_{DSS}} \approx 10^{-6}...1$). В то же время из-за дополнительного параметра (R_S) усложняются функция аппроксимации, определение параметров аппроксимации, и применение их при расчетах.

Анализ погрешностей определения параметров n и U_p. Погрешности определения параметров аппроксимации проходной характеристики n и U_p (7) и (8) находим по непроявленным уравнениям, полученным из системы уравнения (5), учитывая общее правило расчета относительной погрешности функции $f(u, v, \cdots)$

$$\delta^2_{f(u,v\dots)} = \left[\frac{f'_u(u,v,\dots)}{f(u,v,\dots)}u\right]^2 \delta_u^2 + \left[\frac{f'_v(u,v,\dots)}{f(u,v,\dots)}v\right]^2 \delta_v^2 + \dots ,$$

где δ_u, δ_v – относительные погрешности измерения величин $u, v, \dots$, которые считаем независимыми.

В итоге получим относительные погрешности определения показателя n

$$\delta_n^2 = \frac{1}{\ln^2 r}\left[\frac{\delta_{IS}^2}{(1-r^{1/n})^2} + \frac{(1+r^{1/n})^2}{(1-r^{1/n})^2}\delta_{I2}^2 + \frac{r^{2/n}}{(1-r^{1/n})^2}\delta_{I3}^2 + \frac{n^2(1+r^{1/n})^2}{r^{2/n}}\left(\delta_{U2}^2+\delta_{U3}^2\right)\right]$$

и определения напряжения U_p

$$\delta_{U_p}^2 = \frac{r^{4/n}}{n^2(1-r^{1/n})^2}\left(\delta_{IS}^2 + \delta_{I3}^2 + 4\delta_{I2}^2\right) + \frac{4r^{2/n}}{(1-r^{1/n})^2}\delta_{U2}^2 + \frac{(1+r^{1/n})^2}{(1-r^{1/n})^2}\delta_{U3}^2 ,$$

где $r = \dfrac{I_{D1}}{I_{DSS}}$,

$\delta_{IS}, \delta_{I1}, \delta_{I2}, \delta_{U1}, \delta_{U2}$ – относительные погрешности измерения I_{DSS}, I_{D1}, I_{D2}, U_{GS1}, U_{GS2} соответственно.

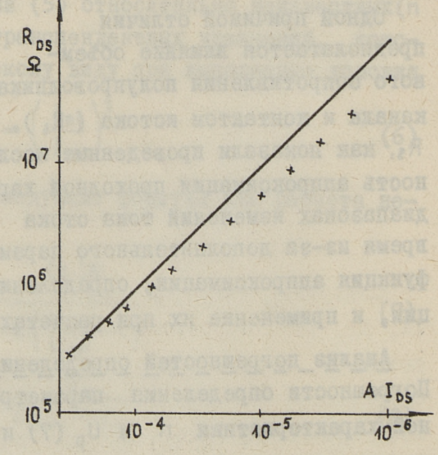
Зависимость отношения погрешностей δ_n и δ_{U_p} и $\delta = \delta_{IS} = \delta_{I1} = \delta_{I2} = \delta_{U1} = \delta_{U2}$ от параметра r приведена на фиг. 4.

Аппроксимация выходных характеристик ПТ. В области насыщения ток стока является малозависимым от напряжения U_{DS}, поэтому более целесообразно во многих случаях аппроксимировать зависимость выходной проводимости (сопротивления) (2).

При степенной проходной характеристике (4) получим по (2)

$$G_{DS} = \frac{\partial I_{DSS}}{\partial U_{DS}}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n = G_{DSS}\frac{I_D}{I_{DSS}} , \qquad (10)$$

где выходная проводимость при $U_{GS} = 0$ $G_{DSS} = \dfrac{\partial I_{DSS}}{\partial U_{DS}}$ зависит только от напряжения U_{DS}. Ввиду неточ-

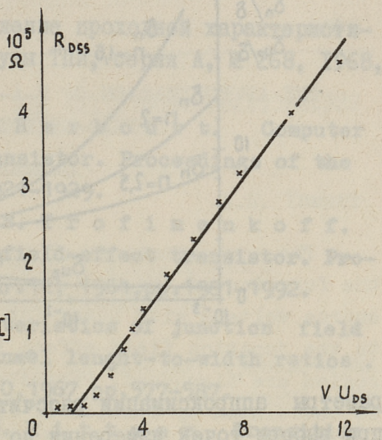


Фиг. 2

ности аппроксимации (4) экспериментально снятые зависимости $R_{DS}(I_D)$ (например точки на фиг. 2) часто не точно совпадают с (I0) (прямая I на фиг. 2).

Погрешность аппроксимации уменьшается при учете сопротивления R_S, но как было уже отмечено, это приведет к значительному усложнению формул аппроксимации.

Зависимость проводимости G_{DSS} от напряжения U_{DS} на основе физической модели [I2,I] является линейной. Анализ результатов измерений (фиг. 3) показывает, что для многих экземпляров ПТ точность аппроксимации линейной функцией (кривая 2) при $U_{DS} > U_a$ является удовлетворительной для практических расчетов



Фиг. 3

$$R_{DSS} = B\,(U_{DS} - U_a). \tag{II}$$

Параметры аппроксимации (B, U_a) могут быть найдены по результатам двух измерений выходного сопротивления (проводимости) R_{DSS1}, R_{DSS2} при соответствующих напряжениях U_{DS1}, U_{DS2}

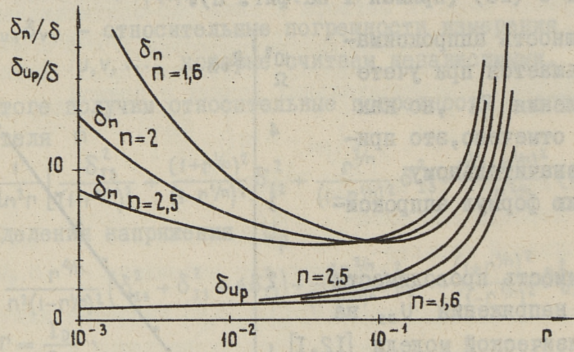
$$B = \frac{R_{DSS2} - R_{DSS1}}{U_{DS2} - U_{DS1}}, \tag{I2}$$

$$U_a = \frac{R_{DSS2} U_{DS1} - R_{DSS1} U_{DS2}}{R_{DSS2} - R_{DSS1}}. \tag{I3}$$

Напряжения U_{DS1} и U_{DS2} выбираются в начальной и конечной области аппроксимации.

З а к л ю ч е н и е

Проведенная работа показала, что точность аппроксимации проходной характеристики степенной функцией уменьшается по мере увеличения диапазона аппроксимации по току стока. Па-



Фиг. 4

раметры аппроксимации рассчитываются по формулам (7) и (8) при выборе точек измерения по условию (9). Аппроксимации зависимости выходной проводимости от режима ПТ (10,11) являются грубыми, но сравнительно простыми и условленная ими погрешность расчета цепей находится в допустимых пределах для инженерных расчетов [1].

Очевидно, что требуется дальнейшее исследование ПТ в более большом количестве для определения статистики параметров и погрешностей аппроксимации.

Литература

1. Х.А. Таммет. О выборе режима работы н.ч. усилительного каскада на полевых транзисторах. Настоящий сборник, стр. 181 - 188.

2. Б.В. Малин, М.С. Сонин. Параметры и свойства полевых транзисторов. "Энергия", М. 1967.

3. М.С. Сонин. Вольтамперные характеристики и параметры полевого транзистора с произвольным распределением заряда в канале и затворе. Известия ВУЗов СССР, Радиоэлектроника, т. 10. № 9-10, 1967, с. 901-911.

4. Л, Севин. Полевые транзисторы. Изд. "Советское Радио", М. 1968.

5. В.Н. И л ь и н. Об аппроксимациях вольт-амперных характеристик МОП-транзисторов. Приборы и системы управления, № 7, 1968, с. 26-28.

6. Х.А. Т а м м е т. Определение проходной характеристики канального транзистора. Труды ТПИ, серия А, № 268, 1968, с. 53-58.

7. B.D. R o b e r t s, C.O. H a r b o u r t. Computer models of the field-effect transistor. Proceedings of the IEEE, vol.55, No.11,1967,pp.1921-1929.

8. R.S.C. C o b b o l d, F.N. T r o f i m e n k o f f. Theory and application of the field-effect transistor. Proceedings of the IEE.vol.111, No.12, 1964,pp.1981-1992.

9. J.R. H a u s e r. Characteristics of junction field effect devices with small channel lenght-to-width ratios. Solid-State Electronics, vol.10,1967,pp.577-587.

10. G.F. N e u m a r k, E.S. R i t t n e r. Transition from pentode to triode-like characteristics in field-effect transistors. Solid State Electronics, vol.10,1967,pp.299-304.

11. R. Z u l e e g. Multi-channel field-effect transistor theory and experiment. Solid-State Electronics, vol.10,1967, pp.559-576.

12. F.N. T r o f i m e n k o f f, A. N o r d q u i s t. FET operation in the pinchoff mode. Proceedings of the IEE, vol.115,No.4,1968,pp.496-502.

13. S.Y. W u, C.T. S a h. Current saturation and drain conductance of junction-gate field-effect transistors. Solid-State Electronics, vol.10,1967,pp.593-609.

H. Tammet, G. Schiff

THE APPROXIMATION OF V-A-CHARACTERISTICS OF THE FIELD-EFFECT TRANSISTOR

Summary

The approximations of the transfer characteristic and the function of the drain-source conductance of the drain-source voltage with power-law and linear functions according to the junction field-effect transistor in the saturation region are discussed. Parameters of the approximations can be calculated by results of five measurements. Experimental results show that the precision of the approximations is satisfactory for the practical use.

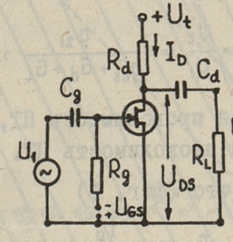
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 621.375.423:621.382.322

Х.А. Таммет

О ВЫБОРЕ РЕЖИМА РАБОТЫ Н.Ч. УСИЛИТЕЛЬНОГО КАСКАДА НА ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

При конструировании усилителей на полевых транзисторах (ПТ) часто одной из главных задач ставится получение от схемы максимального усиления по напряжению K. Вопросы оптимизации параметров схемы, в том числе и режима работы ПТ, с целью получения максимального K в литературе до сих пор мало освещены. При этом приводятся противоречивые рекомендации по выбору тока стока ПТ для максимизации K – применить режим с малым током стока [5,8] или с током, близким к току насыщения стока I_{DSS} [2].



Фиг. 1. Схема RC-каскада на ПТ с общим истоком

В данной работе рассматривается оптимизация режима ПТ в RC - каскаде (фиг. I) для максимизации коэффициента усиления на средних частотах. Ограничение анализа схемы только средними частотами возможно при правильном расчете емкостей C_g, C_d исходя из нижней частоты среза частотной характеристики $f_н$ и при выполнении условия

$$\frac{R_d R_L}{R_d+R_L}\left(C_{gs}+C_{ds}+C_p\right) << \frac{1}{2\pi f_b},$$

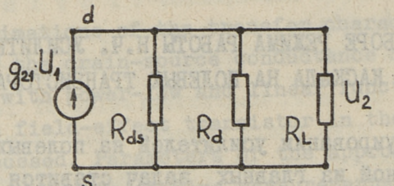
где f_b - высшая частота среза,

C_p - суммарная паразитная емкость,

C_{gs}, C_{gd} - емкости между затвором-истоком и затвором-стоком,

$R_d = \frac{1}{G_d}$ - сопротивление в цепи стока,

$R_L = \frac{1}{G_L}$ - сопротивление нагрузки.



Фиг. 2. Упрощенная эквивалентная схема каскада на средних частотах

При этом полная эквивалентная схема каскада [2] упрощается (фиг. 2) . На основе фиг. 2 коэффициент усиления по напряжению в области средних частот

$$K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{g_{21}}{g_{ds} + G_d + G_L}, \qquad (I)$$

где g_{21} - проходная проводимость ПТ,

$g_{ds} = \frac{1}{R_{ds}}$ - выходная проводимость ПТ.

Следует учитывать, что (фиг. I)

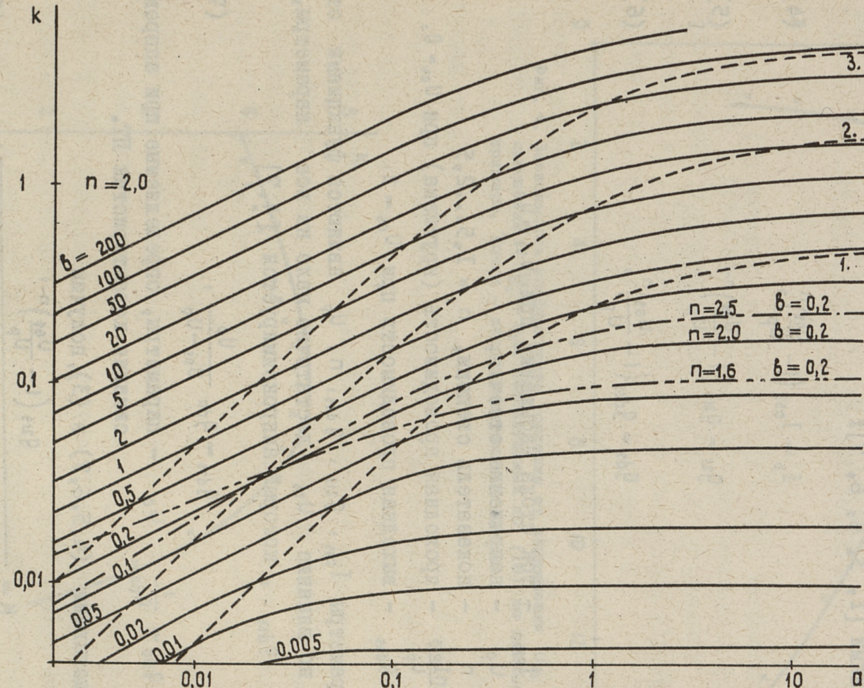
$$G_d = \frac{I_D}{U_t - U_{DS}} \qquad (2)$$

и что ток стока I_D g_{21} и g_{ds} являются функциями от напряжений затвор-исток U_{GS} и сток-исток U_{DS} :

$$I_D = I_D(U_{GS}, U_{DS}),$$

$$g_{21} = g_{21}(U_{GS}, U_{DS}), \qquad (3)$$

$$g_{ds} = g_{ds}(U_{GS}, U_{DS}).$$



Фиг. 3. Зависимость нормализованной функции максимального усиления K от переменной a при $n = 2{,}0$ и различных b. Кривые 1 – 3 обозначают различные режимы смещения ($\frac{U_{GS}}{U_P}$ = 0; 0,7; 0,9 соответственно)

Обычно G_L задан параметрами последующего каскада или нагрузки, напряжение источника питания U_t ограничено (сверху) или определено стандартным блоком питания, поэтому в дальнейшем можно считать G_L и U_t постоянными (заданными).

В области насыщения функции (3) аппроксимируются с достаточной для практических расчетов точностью степенными функциями [I, 3, 4, 6, 7]:

$$I_D = I_{DSS}\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n, \tag{4}$$

$$g_{21} = g_{21S}\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^{n-1}, \tag{5}$$

$$g_{ds} = g_{dss}\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n, \tag{6}$$

где I_{DSS} – ток стока насыщения при $U_{GS}=0$,

U_p – напряжение отсечки,

n – показатель степени, $n \approx$ I,5...2,5

$g_{21S}=\frac{nI_{DSS}}{U_p}$ – проходная проводимость (крутизна) при $U_{GS}=0$,

g_{dss} – выходная проводимость при $U_{GS}=0$.

Параметры I_{DSS}, g_{21S}, g_{dss}, n, U_p являются функциями от U_{DS}, но влияние U_{DS} достаточно мало на все параметры, кроме g_{dss}, который аппроксимируется [4,7]

$$g_{dss} = g_{da}\frac{U_p}{U_{DS}-U_a}, \tag{7}$$

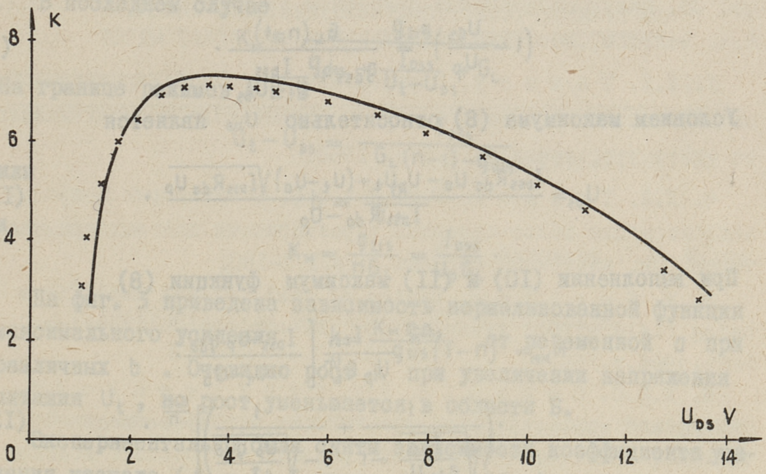
где $g_{da}=\frac{1}{R_{da}}$, U_a – параметры, определяемые при аппроксимации характеристик ПТ.

Подставляя (4,5,6,7) в (3), получим

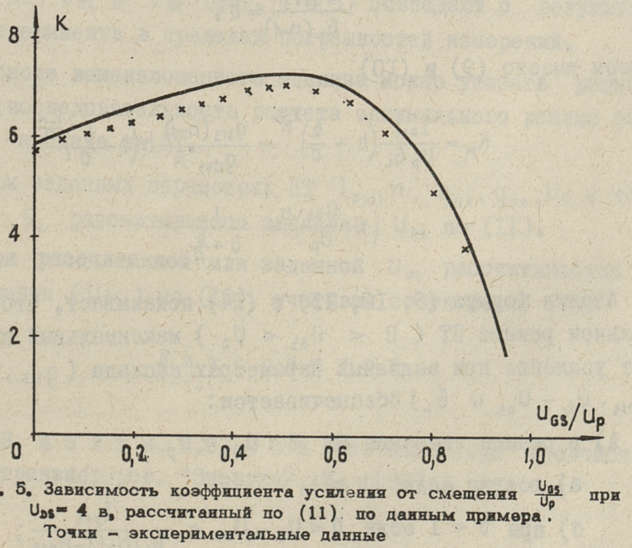
$$K = \frac{g_{21S}\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^{n-1}}{\frac{U_p g_{da}}{U_{DS}-U_a}\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n+\frac{I_{DSS}}{U_t-U_{DS}}\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n+G_L}. \tag{8}$$

Можно доказать, что функция (8) $K=K(U_{GS},U_{DS})$ имеет максимум относительно U_{GS}

$$K_M = \frac{I_{DSS}}{U_p G_L^{1/n}}(n-1)^{\frac{n-1}{n}}\left(g_{dss}+\frac{I_{DSS}}{U_t-U_{DS}}\right)^{\frac{1-n}{n}} \tag{9}$$



Фиг. 4. Зависимость коэффициента усиления от напряжения U_{DS} при смещении $\frac{U_{GS}}{U_p} = 0{,}5$, рассчитанный по (10) по данным примера. Точки – экспериментальные данные



Фиг. 5. Зависимость коэффициента усиления от смещения $\frac{U_{GS}}{U_p}$ при U_{DS} = 4 в, рассчитанный по (11) по данным примера. Точки – экспериментальные данные

при выполнении условия

$$\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n = \frac{G_L(n-1)}{g_{dss}+\frac{I_{DSS}}{U_t-U_{DS}}}. \qquad (10)$$

Условием максимума (8) относительно U_{DS} является

$$U_{DS}=\frac{I_{DSS}R_{da}U_a-U_pU_t+(U_t-U_a)\sqrt{I_{DSS}R_{da}U_p}}{I_{DSS}R_{da}-U_p}. \qquad (11)$$

При выполнении (10) и (11) максимум функции (8)

$$K_{MM}=(n-1)^{\frac{n-1}{n}}\frac{I_{DSS}}{U_pG_L^{1/n}}\left[\frac{I_{DSS}-U_pg_{da}}{U_t-U_a}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{I_{DSS}}{g_{da}U_p}}-1}+\frac{1}{1-\sqrt{\frac{U_pg_{da}}{I_{DSS}}}}\right)\right]^{\frac{1-n}{n}}. \qquad (12)$$

Рассматриваем более подробно соотношения (9) и (10). Обозначая

$$\frac{g_{dss}}{I_{DSS}}\left(U_t-U_{DS}\right)=a$$

и

$$\frac{g_{dss}}{G_L(n-1)}=b,$$

имеем вместо (9) и (10)

$$K_M=\frac{I_{DSS}}{U_pG_L}\left(b+\frac{b}{a}\right)^{\frac{1-n}{n}}=\frac{g_{21s}(n-1)}{g_{dss}\cdot n}\cdot b\left(b+\frac{b}{a}\right)^{\frac{1-n}{n}} \qquad (13)$$

и

$$\left(1-\frac{U_{GS}}{U_p}\right)^n=\frac{1}{b+\frac{b}{a}}. \qquad (14)$$

Анализ формул (9, 10, 13) и (14) показывает, что в нормальном режиме ПТ ($0 < U_{GS} < U_p$) максимальный коэффициент усиления при заданных параметрах каскада (g_{21s}, g_{dss}, n, I_{DSS}, $U_t - U_{DS}$ и G_L) обеспечивается:

А) в режиме смещения ПТ $0<U_{GS}<U_p$

а) всегда если $b \geq 1$,

б) при $b < 1$ если $0<U_t-U_{DS}<\frac{I_{DSS}}{G_L(n-1)-g_{dss}}$;

Б) в режиме нулевого смещения $U_{GS}=0$ при $b < 1$ если

$$U_t - U_{DS} \geq \frac{I_{DSS}}{G_L(n-1) - g_{dss}}.$$

В последнем случае

$$K_M = \frac{g_{21s}}{g_{dss} + \frac{I_{DSS}}{U_t - U_{DS}} + G_L}.$$

На границе режимов А и Б

$$U_t - U_{DS} = \frac{I_{DSS}}{G_L(n-1) - g_{dss}}$$

или

$$b = \frac{a}{a+1}$$

и

$$K_M = \frac{g_{21s}}{nG_L} = \frac{I_{DSS}}{U_p G_L}.$$

На фиг. 3 приведена зависимость нормализованной функции максимального усиления $k = \frac{K_M g_{dss}}{g_{21s}}$ от переменной a при различных b. Очевидно рост k при увеличении напряжения питания U_t, но рост уменьшается в области Б.

Экспериментально были сняты зависимости коэффициента усиления каскада (G_L = I4,I мксим, U_t = I5 в) на ПТ (с параметрами U_p = 2,I3 в, I_{DSS} = 0,38 ма, n = I,87, U_a = I,2 в, R_{da} = 92,5 ком), которые представлены на фиг. 4 и 5. Рассчитанный по (II) и (I0) оптимальный режим ПТ (U_{GS} = I,07 в, U_{DS} = = 3,93 в) и теоретические зависимости коэффициента усиления (8) от U_{GS} и U_{DS} (фиг. 4 и 5) совпадают с результатами эксперимента в пределах погрешностей измерений.

На основе вышеизложенного анализа можно указать рациональную последовательность расчета оптимального режима работы RC -каскада на ПТ.

I. При заданных параметрах ПТ I_{DSS}, n, g_{21s}, g_{da}, U_a и каскада U_t, G_L рассчитывается значение U_{DS} по (II).

2. При рассчитанной или заданной U_{DS} рассчитывается режим смещения (U_{GS}) по (I0), учитывая соотношение (7).

Литература

I. Б.В. Малин, М.С. Сонин. Параметры и свойства полевых транзисторов. "Энергия", М. 1967.

2. Б.В. М а л и н, М.С. С о н и н. Канальные транзисторы. Сб. Полупроводниковые приборы и их применение, ред. Я.А. Федотов, вып. 1965, с.65.

3. Х.А. Т а м м е т. Определение проходной характеристики канального транзистора. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 268, 1968.

4. Х.А. Т а м м е т, Г.И. Ш и ф ф. О некоторых вопросах аппроксимации вольт-амперных характеристик полевых транзисторов. См. настоящий сборник, стр.173-180.

5. W. G o s l i n g. Design of small signal amplifiers using field effect transistors. Electronic Engineering, Sept.1966,p.568.

6. R.S.C. C o b b o l d, F.N. T r o f i m e n k o f f. Theory and application of the FET. Pt.1, Proceedings of the IEE, vol.111, 1964, No.12, p.1981.

7. F.N. T r o f i m e n k o f f, A. N o r d q u i s t. FET operation in the pinchoff region. Proceedings of the IEE, vol.115, No.4, 1968, p.496.

8. C.R. Z i m m e r. Output network design for field-effect transistors. Solid State Design, No.2, 1965, p.36.

H. Tammet

OPERATING POINT DETERMINATION OF L.F. FIELD-EFFECT TRANSISTOR STAGE

Summary

The analysis presented in the article shows the conditions for determination the drain-source and gate-source voltages of a field-effect transistor to maximize l.f. amplification factor of RC-coupled common source stage. The load resistance, power supply voltage and field-effect transistor parameters (power-law approximation is used for FET output characteristics) are considered to be specified.

Presented experimental results are in good agreement with the theory, differences in absolute value being due to the errors of measurements.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 621.375:621.382.322

П.Э. Мартверк, Э.А. Шульц

АНАЛИЗ КАСКАДА ШИРОКОПОЛОСНОГО УСИЛИТЕЛЯ НА ПОЛЕВОМ ТРАНЗИСТОРЕ

Основные свойства одиночного усилительного каскада на полевом транзисторе при различном его включении известны [1-5], однако приведенный в литературе анализ не является исчерпывающим и не позволяет произвести расчет всех характеристик, представляющих интерес для широкополосного усилителя. Ниже приводится анализ схем одиночного усилительного каскада на полевом транзисторе, проведенный с целью изучения частотных зависимостей коэффициента передачи и входного и выходного сопротивлений в области средних и высших частот и получения формул для расчета этих частотных характеристик.

В основу анализа заложена приведенная на фиг. 1 эквивалентная схема полевого транзистора. Нагрузка каскада принята реостатно-емкостной, ее проводимость $Y_L = G_L + pC_L$. Внутреннее сопротивление генератора входного напряжения e чисто активное $R_i = \frac{1}{G_i}$.

Коэффициенты передачи напряжения генератора e и напряжения на входе каскада U, соответственно K_e и K_U, а также входная $Y_{вх}$ и выходная $Y_{вых}$ проводимости рассчитываются по известным формулам (например [6]).

$$K_e = \frac{U_2}{e}; \quad K_U = \frac{U_2}{U_1}; \quad Y_{вх} = \frac{i_1}{U_1}; \quad Y_{вых} = -\frac{i_2}{U_2} \Bigg|_{\substack{e=0 \\ Y_2=0}},$$

Т а б л и ц а I

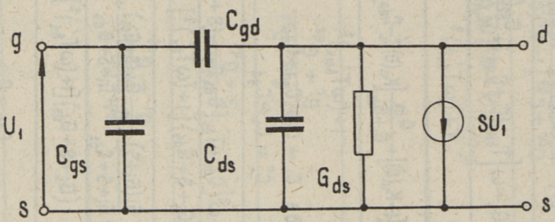
Характеристика параметров	Схема включения полевого транзистора		
	ОИ	ОС	ОЗ
$K_u(p)$		$K_u(0)\dfrac{1+p\tau}{1+pT'_{вых}}$	
$K_u(0)$	$-\dfrac{S}{G_L+G_{ds}}$	$\dfrac{S}{G_L+G_{ds}+S}$	$\dfrac{S+G_{ds}}{G_L+G_{ds}}$
τ	$-\dfrac{C_{gd}}{S}$	$\dfrac{C_{gs}}{S}$	$\dfrac{C_{ds}}{S+G_{ds}}$
$T'_{вых}$	$\dfrac{C_L+C_{ds}+C_{gd}}{G_L+G_{ds}}$	$\dfrac{C_L+C_{ds}+C_{gs}}{G_L+G_{ds}+S}$	$\dfrac{C_L+C_{ds}+C_{gd}}{G_L+G_{ds}}$
$K_e(p)$		$K_e(0)\dfrac{1+p\tau}{1+p(T_{вх}+T_{вых})+p^2\cdot n}$	
$K_e(0)$	$K_u(0)$	$K_u(0)$	$K_u(0)\dfrac{1}{1+K_u(0)\frac{G_L}{G_i}}$
$T_{вх}$	$\dfrac{C_{gs}+C_{gd}\left[1+\lvert K_u(0)\rvert\right]}{G_i}$	$\dfrac{C_{gd}+C_{gs}\left[1-K_u(0)\right]}{G_i}$	$\dfrac{C_{gs}+C_{ds}\left[1-K_u(0)\right]}{G_i+K_u(0)G_L}$
$T_{вых}$	$T'_{вых}$	$T'_{вых}$	$\dfrac{C_L+C_{gd}+C_{ds}\frac{G_i+S}{G_i+S+G_{ds}}}{G_L+G_{ds}\frac{G_i+S}{G_i+S+G_{ds}}}$

Продолжение таблицы I

n	$\dfrac{C_{gs}C_{gd}+(C_{gs}+C_{gd})(C_L+C_{ds})}{G_i(G_L+G_{ds})}$	$\dfrac{C_{gs}C_{gd}+(C_{gs}+C_{gd})(C_L+C_{ds}')}{G_i(S+G_L+G_{ds})}$	$\dfrac{C_{gs}C_{ds}+(C_{gs}+C_{ds})(C_L+C_{gd})}{(G_i+S+G_{ds})G_L+G_iG_{ds}}$
$G_{\text{вх}}(\omega)$	$\omega^2 C_{gd}\lvert K_u(0)\rvert \dfrac{T'_{\text{вых}}-\tau}{1+(\omega T'_{\text{вых}})^2}$	$\omega^2 C_{gs}K_u(0)\dfrac{\tau-T'_{\text{вых}}}{1+(\omega T'_{\text{вых}})^2}$	$K_u(0)\dfrac{G_L+\omega\left[T'_{\text{вых}}(C_L+C_{gd})+\dfrac{C_{ds}(C_{ds}-G_{ds}T'_{\text{вых}})}{K_u(0)(G_L+G_{ds})}\right]}{1+(\omega T'_{\text{вых}})^2}$
$C_{\text{вх}}(\omega)$	$C_{gs}+C_{gd}\left[1+\lvert K_u(0)\rvert\dfrac{1}{1+(\omega T'_{\text{вых}})^2}\right]$	$C_{gd}+C_{gs}\left[1+K_u(0)\dfrac{1+\omega^2\tau T'_{\text{вых}}}{1+(\omega T'_{\text{вых}})^2}\right]$	$C_{gs}+\dfrac{C_{ds}[1-K_u(0)]+\dfrac{G_{ds}}{G_L+G_{ds}}[K_u(0)C_L'-C_{ds}]+\omega^2\dfrac{T'_{\text{вых}}}{G_L+C_{ds}}C_{ds}C_L''}{1+(\omega T'_{\text{вых}})^2}$ где $C_L'=C_L+C_{gd}+C_{ds}$, $C_L''=C_L+C_{gd}$
$G_{\text{вых}}(\omega)$	$G_{ds}+\omega^2 C_{gd}\dfrac{S}{G_i}\dfrac{T'_{\text{вх}}-\tau}{1+(\omega T'_{\text{вх}})^2}$	$S+G_{ds}+\omega^2 C_{gs}\dfrac{S}{G_i}\dfrac{\tau-T'_{\text{вх}}}{1+(\omega T'_{\text{вх}})^2}$	$\dfrac{G_{ds}G_i+\omega^2\{C_{ds}+T'_{\text{вх}}[G_{ds}C_{gs}-(S+G_{ds})C_{ds}]\}}{(G_i+S+G_{ds})[1+(\omega T'_{\text{вх}})^2]}$
$C_{\text{вых}}(\omega)$	$C_{ds}+C_{gd}\left[1+\dfrac{S}{G_i}\dfrac{1+\omega^2\tau T'_{\text{вх}}}{1+(\omega T'_{\text{вх}})^2}\right]$	$C_{ds}+C_{gs}\left[1-\dfrac{S}{G_i}\dfrac{1+\omega^2\tau T'_{\text{вх}}}{1+(\omega T'_{\text{вх}})^2}\right]$	$C_{gd}+\dfrac{C_{ds}\dfrac{G_i(G_i+S)}{G_i+S+C_{ds}}+C_{gs}\dfrac{G_{ds}(S+G_{ds})}{G_i+S+G_{ds}}+\omega^2T'_{\text{вх}}C_{ds}C_{gs}}{(G_i+S+G_{ds})[1+(\omega T'_{\text{вх}})^2]}$
$T'_{\text{вх}}$	$\dfrac{C_{gs}+C_{gd}}{G_i}$	$\dfrac{C_{gs}+C_{gd}}{G_i}$	$\dfrac{C_{gs}+C_{ds}}{G_i+S+G_{ds}}$

где U_2 - напряжение на выходе.

Полученные соотношения сведены в таблицу I.



Фиг. 1. Эквивалентная схема полевого транзистора

Схема с общим истоком исследована в литературе наиболее полно [2, 5].

Вид частотной характеристики $K_u(j\omega)$, а также $K_e(j\omega)$ определяется в интересующей области полюсами этих функций, так как нуль, равный $\frac{1}{\tau}$, обычно находится далеко справа от начала координат. Для современных высокочастотных транзисторов верхняя граничная частота по уровню - 3дб для $K_e(\omega)$

$$\omega_в(e) \approx \frac{1}{T_{вх} + T_{вых}}.$$

Площадь усиления по K_e,

$$Q(e) = \left|K_e(0)\right| \omega_в(e) \approx \frac{S}{G_L + G_{ds}} \cdot \frac{1}{T_{вх} + T_{вых}}.$$

При уменьшении R_i $Q(e)$ растет и достигает наибольшего значения при $R_i = 0$

$$Q(e)\Big|_{R_i=0} = \frac{S}{C_L + C_{ds} + C_{gd}} = \left|K_u(0)\right| \omega_в(u) = Q(u).$$

Активная составляющая входная проводимости $G_{вх}(\omega)$ остается положительной при любых значениях Y_L реостатно-емкостного характера и в области, где $\omega T'_{вых} \ll 1$, растет пропорционально ω^2. При малых R_i, когда $T_{вх} \ll T_{вых}$, учитывая сделанное выше замечание относительно нуля $K_e(p)$, можно выражение для $G_{вх}(\omega)$ привести к виду

$$G_{вх}(\omega) = \frac{\frac{\omega}{\omega_в}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_в}\right)^2} \omega C_{gd} K_u(0).$$

Минимальное значение $G_{вх}$ в полосе пропускания получается на частоте $\omega_в$,

$$G_{вх}(\omega_в) = \frac{1}{2} Q C_{gd}.$$

Отсюда видно, что большое входное сопротивление в полосе пропускания может быть получено лишь при малых значениях проходной емкости C_{gd}. Как известно, меньшие значения C_{gd} присущи полевым транзисторам с изолированным затвором, а среди них минимальные C_{gd} обеспечиваются при тетродной структуре полевого транзистора.

Зависимость входной емкости $C_{вх}$ от частоты в полосе пропускания выражена слабо. С ростом частоты $C_{вх}$ падает и при $R_i = 0$; $\omega = \omega_в$

$$C_{вх}(\omega_в) = C_{gs} + C_{gd} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} |K_u(0)|\right].$$

Лишь в предельном случае, когда $C_{вх}$ определяется исключительно вторым слагаемым динамической емкости, уменьшение $C_{вх}$ в полосе пропускания будет при больших значениях $K_e(0)$ двукратным.

Активная составляющая выходной проводимости $G_{вых}$ также относительно слабо зависит от частоты в полосе пропускания. При $R_i = 0$

$$G_{вых}(\omega) = G_{ds} = const.$$

Мало изменяется в полосе пропускания и выходная емкость $C_{вых}$. При $R_i = 0$

$$C_{вых}(\omega) = C_{ds} + C_{gd} = const.$$

Схема с общим стоком, истоковый повторитель, обеспечивает относительно малую входную емкость и большую выходную проводимость по сравнению со схемой ОИ. Тем самым, при прочих равных условиях, верхняя граничная частота здесь больше.

Ввиду малости $T_{вых}$ при относительно небольших G_i здесь возможно образование комплексно-сопряженных полюсов. Подобная ситуация возникает при $q > 0,25$,

где
$$q=\frac{n}{(T_{вх}+T_{вых})^2}.$$

И хотя и здесь нуль $K_e(p)$, как и для схемы с ОИ, в большинстве случаев (но не всегда) расположен достаточно далеко от начала координат, тем не менее при $q>0{,}5$ у амплитудно-частотной характеристики будет подъем на частоте [6]
$$\omega_{рез}=\frac{1}{T_{вх}+T_{вых}}\sqrt{\frac{1}{q}\left(1-\frac{1}{2q}\right)}$$
с относительной величиной
$$\frac{K_e(\omega_{рез})}{K_e(0)}=\frac{2q}{\sqrt{4q-1}}.$$
Значение $\omega_в$ по складу - 3дб в этих условиях
$$\omega_в=\frac{1}{T_{вх}+T_{вых}}\sqrt{\frac{1}{q}\left(1-\frac{1}{2q}+\sqrt{2-\frac{1}{q}+\frac{1}{4q^2}}\right)}.$$

Активная составляющая входной проводимости $G_{вх}$ при малых ω растет пропорционально ω^2, как в схеме с ОИ. Но здесь при
$$T'_{вых}>\tau$$
входная проводимость $G_{вх}$ отрицательная при любых ω. Указанное условие выполняется практически всегда. В этих условиях наибольшее по модулю $G_{вх}$ получается при $T'_{вых}\gg\tau$ и $\omega T_{вых}\gg I$,
$$|G_{вх}|_{max}=\frac{C_{gs}}{T'_{вых}}K_u(0).$$

В этих же условиях $C_{вх}$ с ростом частоты растет за счет увеличения динамической составляющей. Предельное изменение $C_{вх}(\omega)$ соответствует условиям $T'_{вых}\gg\tau$ и $K_u(0)\approx 1$ и равно C_{gs}.

Активная составляющая выходной проводимости изменяется при изменении частоты в пределе от значения
$$G_{вых}(0)=S+C_{ds}$$
до значения
$$G_{вых}(\infty)=S\frac{C_{gd}}{C_{gs}+C_{gd}}+G_{ds}+G_i\left(\frac{C_{gc}}{C_{gs}+C_{gd}}\right)^2.$$

Выходная емкость на низких частотах может быть как положительной, так и отрицательной:
$$C_{вых}(0)=C_{ds}+C_{gs}\left(1-\frac{S}{G_i}\right).$$

При достаточно больших ω $C_{вых}$ всегда положительная, так как

$$C_{вых}(\infty) = C_{ds} + C_{gs}\frac{C_{gd}}{C_{gs}+C_{gd}}$$

$C_{вых}(0) < 0$, т.е. выходная проводимость имеет индуктивный характер, если

$$G_i < \frac{S}{1 + \frac{C_{ds}}{C_{gs}}}.$$

Обычно $\frac{C_{ds}}{C_{gs}} << 1$, и тогда это условие может быть представлено как $G_i < S$.

Схема с общим затвором имеет малое входное и большое выходное сопротивление. Коэффициент передачи напряжения $K_e(0)$ зависит от отношения $\frac{G_L}{G_i}$, определяющего глубину внутренней отрицательной обратной связи. Верхняя граничная частота полосы пропускания для $K_e(\omega)$ определяется обычно $T_{вых}$, так как τ мало и $T_{вых} >> T_{вх}$. Учитывая, что $G_{ds} << S$, то и здесь $T_{вых} \approx T'_{вых}$.

Кроме того, активная составляющая входной проводимости положительная при любых ω. На нулевых частотах

$$G_{вх}(0) = K_u(0)\,G_L \approx S,$$

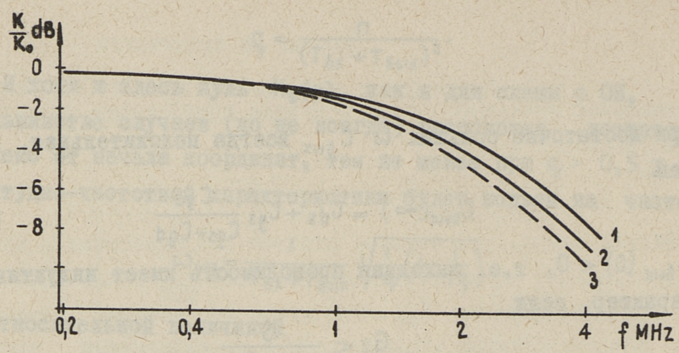
так как $G_{ds} << S$, а в широкополосных усилителях $G_{ds} << G_L$.

Зависимость $G_{вх}$ от частоты при обычно выполняющихся между параметрами соотношениях, когда $K_u(0) > 1$, $C_{ds} << C_L$ и $G_{ds} << G_L$, имеет вид

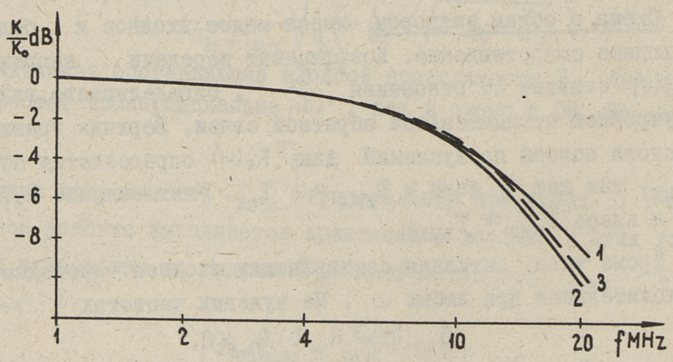
$$G_{вх}(\omega) \approx \frac{S}{1+(\omega T'_{вых})^2}.$$

В полосе пропускания спад $G_{вх}$ примерно двукратный. Ввиду того, что в полосе пропускания числитель в выражении для динамической составляющей $C_{вх}$ от частоты зависит мало, изменение этой динамической составляющей $C_{вх}$ происходит аналогично $G_{вх}(\omega)$. Входная емкость может стать отрицательной, на нулевых частотах условием индуктивного характера входного сопротивления является неравенство

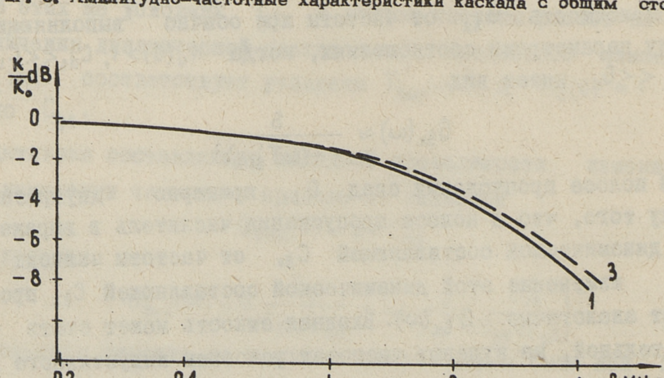
$$C_{gs} + \frac{G_{ds}}{G_L}K_u(0)(C_L + C_{gd}) < C_{ds}[K_u(0) - 1]$$



Фиг. 2 . Амплитудно-частотные характеристики каскада с общим истоком



Фиг. 3. Амплитудно-частотные характеристики каскада с общим стоком



Фиг. 4. Амплитудно-частотные характеристики каскада с общим затвором

или

$$K_u(0) > \frac{1+\frac{C_{gs}}{C_{ds}}}{1-\frac{C_{gd}+C_L}{C_{ds}}\cdot\frac{G_{ds}}{G_L}}.$$

При заданных параметрах полевого транзистора индуктивный характер входной проводимости вообще возможен лишь при значениях коэффициента усиления $K_u(0)$, превышающих граничную величину

$$K_{u_{гр}}(0) = 1 + \frac{C_{gs}}{C_{ds}}.$$

$K_{u_{гр}}(0)$ фиксируется, исходя из предыдущего неравенства, при условии, что

$$\frac{C_{gd}+C_L}{C_{ds}}\cdot\frac{G_{ds}}{G_L} \ll 1.$$

Расчетные и экспериментальные амплитудно-частотные характеристики $K_e(\omega)$ для каскада на полевом транзисторе со следующими параметрами:
S = 0,75 мсим; G_{ds} = 0,024 мсим; C_{gs} = 4,3 пф; C_{gd} = 2,3пф; C_{ds} = I,3 пф при реостатно-емкостной нагрузке с C_L = I0 пф и G_L = 0,I4 мсим приведены, для различных схем включения, на фиг. 2, 3 и 4. Приведенные на фиг. 2, 3 и 4 сплошные кривые отражают экспериментально снятые зависимости; при этом кривая I снята при R_i = 50 ом, кривая 2 - при R_i = I ком. Расчетные кривые показаны пунктирами; при этом для схем с ОИ и ОС (фиг. 2 и 3, соответственно) расчет выполнен для R_i = = I ком, для схемы с ОЗ (фиг. 4) R_i = 50 ом.

Коэффициенты усиления на нулевой частоте $K(0)$ составляют 4,6; 0,82 и 4,7 для схем с ОИ, ОС и ОЗ соответственно.

Как видно из приведенных фигур, совпадение расчетных и эквивалентных кривых весьма хорошее.

Литература

I. J.S. Sherwin. The FET as an amplifier. Wescon 66 Technical Papers Part 6.

2. В.Н. Кононов, С.А. Горянков. Исследование усилителя с заземленным истоком на полевом транзисторе. "Электросвязь", 1968, № I.

3. В.В. М а л и н, М.С. С о н и н. Параметры и свойства полевых транзисторов. "Энергия", М. 1967.

4. Л. С е в и н. Полевые транзисторы."Советское радио", М. 1968.

5. В.П. М о р о з о в, М.С. С о н и н. Частотные свойства усилительного каскада на полевом транзисторе. В сб. "Полупроводниковые приборы и их применение", Вып. 16, "Советское радио", М.1966.

6. В.П. С и г о р с к и й, А.И. П е т р е н к о. Основы теории электронных схем. "Техника", Киев 1967.

7. 2N4416,2N4417 n Channel FET for VHF/UHF amplifier applications. Union Carbide Electronics. Jan.1967.

P. Martverk, E. Schults

ON ANALYSIS OF BROAD-BAND AMPLIFIER STAGE ON FIELD-EFFECT TRANSISTOR

Summary

The complex frequency response, input and output impedances for the single amplifier stage on field-effect transistor in the case of resistive-capacitive loading for three different connections of the transistor are studied. Some experimental results are described.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 681.140

Р.Р. Убар

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПОРЯДОЧЕНИЯ МНОЖЕСТВА ЭЛЕМЕНТОВ НА ВРЕМЕННОЙ ОСИ

В статье рассматривается множество частично упорядоченных элементов. Из них следует строить в каком-то смысле оптимальную последовательность, учитывая заданные ограничения.

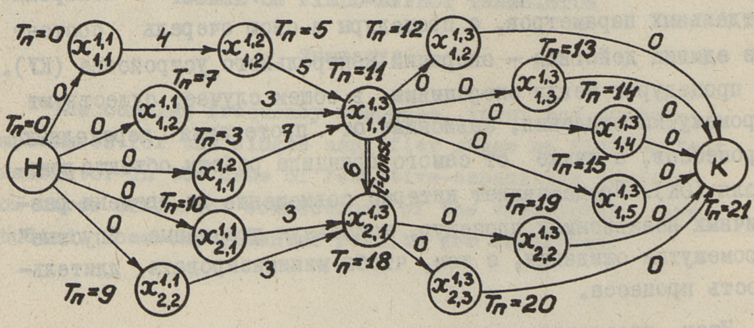
Такая задача возникает, например, при оптимизации процессов в автоматических системах контроля (АСК). Процесс можно представить в виде совокупности процедур контроля отдельных параметров, а процедуры в свою очередь состоят из единиц действия - операций контрольного устройства (КУ). В процедурах между операциями, в общем случае, существуют промежутки ожидания, зависящие от протекания переходных процессов, а также от самого принципа работы объекта контроля (ОК). Представляет интерес совмещение во времени различных независимых процедур, используя указанные "пустые" промежутки ожидания, с тем, чтобы минимизировать длительность процесса.

Итак, рассмотрим множество элементов R, состоящее из непересекающихся подмножеств R_p и $R_{p,i} \subseteq R_p$, где $p=1,2,\dots m$; $i=1,2,\dots n_p$. Элементами в данном случае являются неперекрывающие друг друга отрезки на временной оси. (Для упрощения описания алгоритма принято, далее, что все элементы имеют одинаковую длительность, равную единице времени). Элементы разделяются на разные типы, причем каждому типу соответствует индекс r, $r=1,2,\dots,\alpha+1$, где α зависит от конкретной проблемы. Обозначим элементы через $x_{i,j}^{(p,r)}$, где $j=1,2,\dots h_i^{(p,r)}$, а $h_i^{(p,r)}$ - количество элементов типа r в $R_{p,i}$. Имеется соотношение:

$$h_i^{(p,\alpha+1)} = \sum_{r=1}^{\alpha} h_i^{(p,r)} + 1. \tag{I}$$

Между всеми $x_{i,j}^{(p,\alpha+1)} \in R_{p,i}$ и $x_{i,j}^{(p,r)} \in R_{p,i}$, $r \neq \alpha+1$, существует попарная связь. Дадим такую интерпретацию: любой элемент типа $r=1,2,\dots\alpha$ открывает какой-то поток, а соответствующий ему элемент из группы „$r=\alpha+1$" закрывает тот же поток, причем длительность потока определяется местонахождением соответствующих двух элементов на временной оси. Во всех $R_{p,i}$ всегда остается один элемент вне такого отображения. Назовем его центральным, так как на временной оси он должен находиться левее остальных из группы „$r=\alpha+1$".

Множество R можно представить в виде m связных ориентированных графов, выражающих все заданные отношения порядка между элементами внутри соответствующих $R_p \subset R$. На фиг. I приведен типичный для рассматриваемой задачи граф.



Фиг. 1

Дугам присваиваются значения минимальных допустимых расстояний между соответствующими соседними элементами на временной оси. Дуги, изображающие строго неизменные интервалы, отмечаются надписью „$t = const$".

Дадим краткое истолкование принятых определений на основе приведенного примера АСК. Множество R представляет из себя совокупность всех операций КУ, а подмножества R_p и $R_{p,i}$ - процедуры контроля. Потоки интерпретируют воздействия КУ на ОК, причем r указывает на различный вид воздействия. Центральный элемент объединяет операции получения и обработки информации контроля.

Формулируем следующую задачу: упорядочить все элементы на возможно коротком участке временной оси так, чтобы были учтены заданные временные зависимости между элементами, а также чтобы были выполнены заданные ограничения на максимальное количество одновременных потоков.

На первом этапе производится полное упорядочение элементов внутри R_p. Для всех элементов определяются "предельные времена начала" T_n на независимых участках временной оси $\{0, T_{кр;p}\}$, где $T_{кр;p}$ - критический путь графа R_p удовлетворяет соотношению:

$$T_{кр;p} = \max\{T_n\}_p + 1. \qquad (2)$$

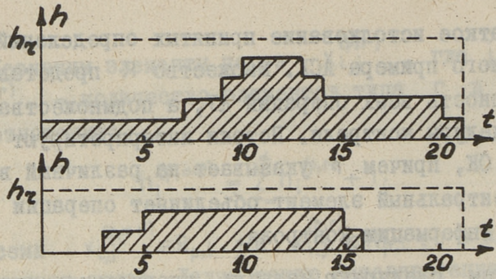
Из всех T_n составим матрицы $A^{(p,r)} = \{a_{i,j}^{(p,r)}\}$, где p,r - индексы матриц, а i,j - индексы строк и столбцов в матрицах. Элементы множества нумеруются, так что индекс p увеличивался в порядке уменьшения $T_{кр;p}$, а j увеличивался в порядке увеличения T_n при данных p,r,i. При $i>1$ для всех подграфов $R_{p,i}$ вычисляются частные критические пути:

$$T_{кр;p,i} = \max_j\{a_{i,j}^{(p,\alpha+1)}\} + 1 - \sum_{k=1}^{i-1} T_{кр;p,k}. \qquad (3)$$

Тогда

$$T_{кр;p} = \sum_{i=1}^{n_p} T_{кр;p,i}. \qquad (4)$$

Из индексов строк, соответствующих подграфам, имеющим дуги „$t=\text{const}$", составим множество пар $M=\{p',i'\}$. Для всех $R_{p',i'}$ значение $T_{кр;p',i'}$ нельзая далее увеличивать. Для каждого p и i фиксируются множества индексов $\{\rho\}_{p,i}$, включающие в себя пока по одному элементу $\rho=p$.



Фиг. 2

На фиг. 2 приведена эпюра одновременно включенных потоков для графа на фиг. I. Такие эпюры по аналогии с сетевым планированием назовем эпюрами использованных ресурсов(ЭИР) Пунктиром на высоте h_r обозначено ограничение количества одновременных потоков типа r. Геометрической интерпретацией совмещения подмножеств является наложение одних ЭИР на другие, причем, естественно, запрещено превышение уровней h_r. Наложение производится до тех пор, пока остаток области между уровнем и окончательной ЭИР не будет минимальным.

Приступая к описанию алгоритма, сначала рассмотрим его по частям, а затем кратко опишем общий ход решения задачи.

I°. Построение матриц $B^{(t,v)}$.

В соответствии с принятой выше интерпретацией назовем их матрицами свободных ресурсов:

$$B^{(t,v)} = \left\{ b_{i,u}^{(t,v)} \right\},$$

здесь $t = 1, 2, \dots m$; $v = 1, 2, \dots \alpha$; $i = 1, 2, \dots n_t$; $u = 1, 2, \dots h_v$;

h_v – уровень ограничения.

Матрицы строят на основе значений $a_{i,j}^{(p,r)}$, причем $r = v$. Все элементы $b_{i,u}^{(t,v)}$ вычисляются по следующим формулам:
При $i = I$

$$b_{i,u}^{(t,v)} = -\min_{j,s,p} \left\{ a_{s,j}^{(p,v)} \right\}, \tag{5}$$

где $s=1,2,\dots n_p$; $j=1,2,\dots h_s^{(p,v)}$; $p\in\{\varrho\}_{t,i}$, а $a_{s,j}^{(p,v)}$ должны удовлетворять условию:

$$0 \leq a_{s,j}^{(p,v)} < \min_{p,k}\left\{a_{i,1}^{(t,\alpha+1)}, a_{k,1}^{(p,\alpha+1)}\right\}, \tag{6}$$

где $p\in\{\varrho\}_t$, $p\neq t$; $k=1,2,\dots n_p$, причем u изменяется в обратном порядке: $u=h_v, h_v-1,\dots 2,1$. На каждом шагу исключается выбранная минимальная $a_{s^\circ,j^\circ}^{(p,v)}$ из совокупности $\left\{a_{s,j}^{(p,v)}\right\}_{v=const}$. Если наступает ситуация, когда $\left\{a_{s,j}^{(p,v)}\right\}_v \equiv \varnothing$, то при всех остальных u в данной строке:

$$b_{i,u}^{(t,v)} = -\min_{p,k}\left\{a_{i,1}^{(t,\alpha+1)}, a_{k,1}^{(p,\alpha+1)}\right\}. \tag{7}$$

При $i>1$ сначала вычисляется показатель

$$K_i^{(t,v)} = k^{(t,v)}\left[a_{i-1,1}^{(t,\alpha+1)}\right] + \sum_{\substack{r=1\\ r\neq v}}^{\alpha}\sum_{s=1}^{i-1} h_s^{(t,r)} - \left(\sum_{s=1}^{i-1} h_s^{(t,\alpha+1)} - 1\right), \tag{8}$$

где $k^{(t,v)}\left[a_{i-1,1}^{(t,\alpha+1)}\right]$ — количество элементов $a_{s,j}^{(t,v)}$,

где $s=1,2,\dots n_t$; $j=1,2,\dots h_s^{(t,v)}$,

находящихся в промежутке

$$0 < a_{s,j}^{(t,v)} < a_{i-1,1}^{(t,\alpha+1)}. \tag{9}$$

Величина $K_i^{(t,v)}$ показывает, какое количество потоков типа v сохранилось после происхождения $(i-1)$-го подмножества в t-ом подмножестве.

Для всех $u = h_v, h_v-1,\dots, h_v-K+1$,

где $K = K_i^{(t,v)}$

$$b_{i,u}^{(t,v)} = 0,$$

а при остальных $u=h_v-K, h_v-K-1,\dots 2,1$ для данных t,v,i поступаем аналогично случаю $i = 1$, используя вместо формул (5-7) соответственно формулы (11-13).

$$b_{i,u}^{(t,v)} = -\min_{j,s,p}\left\{a_{s,j}^{(p,v)}\right\} + \sum_{k=1}^{i-1} T_{kp;\,t,k} \tag{11}$$

$$\sum_{k=1}^{i-1} T_{kp;\,t,k} \leq a_{s,j}^{(p,v)} < \min_{p,k}\left\{a_{i,1}^{(t,\alpha+1)},\ a_{k,1}^{(p,\alpha+1)}\right\} \qquad (12)$$

$$b_{i,u}^{(t,v)} = -\min_{p,k}\left\{a_{i,1}^{(t,\alpha+1)},\ a_{k,1}^{(p,\alpha+1)}\right\} + \sum_{s=1}^{i-1} T_{kp;\,t,s}\,, \qquad (13)$$

где $\qquad a_{k,1}^{(p,\alpha+1)} \geq \sum_{s=1}^{i-1} T_{kp;\,t,s}\,.$

Если при $i>1$; $K_i^{(t,v)} = 0$, то для всех u согласно случаю $i=0$ действуем по формулам (II-I3).

Геометрическое истолкование матриц $\left\{b_{i,u}^{(t,v)}\right\}$ такое: элемент матрицы выражает длину свободной области (или свободных запасов) ЭИР множества $R_{t,i}$ и для v-го типа потоков на n-ом уровне, где $n=h_v+1-u$.

2°. Построение матриц $C^{(s,v)}$.

По приведенной интерпретации назовем их матрицами занятых ресурсов:

$$C^{(s,v)} = \left\{c_p^{(s,v)}\right\},$$

где $\qquad s=1,2,\dots m,\ \ v=1,2,\dots\alpha;\ p=1,2,\dots,$

причем $p\leq h_v$. Матрицы строят на основе $\left\{b_{i,u}^{(t,v)}\right\}$. Алгоритм построения целесообразно дать блок-схемой (фиг. 3).

Геометрически интерпретируем элементы матриц $\left\{c_p^{(s,v)}\right\}$ в каком-то смысле объемом занятой области (т.е. занятых ресурсов) на ЭИР подмножества R_s для v-го типа элементов на соответствующем уровне.

В качестве примера приведены в виде таблиц I - 3 матрицы

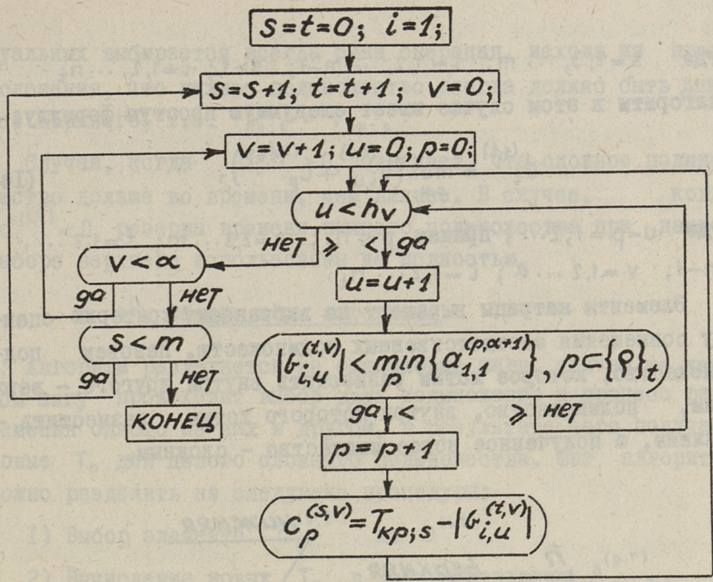
$$\left\{a_{i,j}^{(p,r)}\right\},\ \left\{b_{i,u}^{(t,v)}\right\} \text{ и } \left\{c_p^{(s,v)}\right\}$$

для графа на фиг. I.

3°. Построение матриц $D^{(s,t)}$.

В соответствии с принятой интерпретацией назовем их матрицами взаимодействия множеств или матрицами оценок выбора.

$$D^{(s,t)} = \left\{d_i^{(s,t)}\right\},$$



Фиг. 3

Таблица I

p \ r		1		2		3				
	i \ j	1	2	1	2	1	2	3	4	5
1	1	0	7	3	5	11	12	13	14	15
	2	9	10			18	19	20		

Таблица 2

t \ v		1					2		
	i \ u	1	2	3	4	5	1	2	3
1	1	-11	-10	-9	-7	0	-11	-5	-3
	2	-2	-2	-2	0	0	-2	-2	-2

Таблица 3

s \ v	1					2		
p	1	2	3	4	5	1	2	3
1	11	12	14	21		16	18	

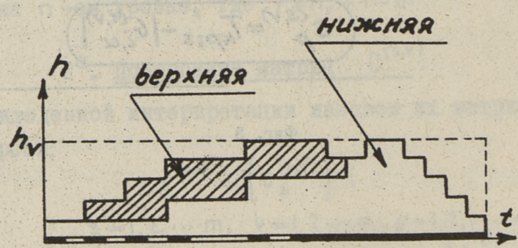
где $s=2,3,\dots m$; $t=1,2,\dots m-1$; $s>t$; $i=1,2,\dots n_t$.

Алгоритм в этом случае имеет следующую простую формулу:

$$d_i^{(s,t)} = \max_{p,v}\left(b_{i,u}^{(t,v)} + c_p^{(s,v)}\right), \tag{I4}$$

где $u=p=1,2\dots$, причем $p \leq h_v$; $s=2,3\dots m$; $t=1,2\dots$, $m-1$; $v=1,2\dots\alpha$; $i=1,2\dots n_t$.

Элементы матрицы выражают по выбранному критерию оценку совмещения соответственных подмножеств. Назовем подмножество, которое хотим разместить внутри другого,- верхним, подмножество, внутри которого хотим разместить,- нижним, а полученное новое множество - сложным.



Фиг. 4

На фиг. 4 приведены эпюры, соответствующие этим подмножествам (нижняя и верхняя). Жирными линиями на временной оси обозначены места нахождения элементов сложного подмножества. Характеристики нижних подмножеств получаем из $B^{(t,v)}$, а верхних - из $C^{(s,v)}$. Теперь понятен и смысл операций (I4): они дают оценки попыткам разместить подмножества R_s в подмножестве $R_{t,i}$. Вполне естественно, что в качестве верхних подмножеств не имеет смысла рассматривать какие-либо $R_{s,i} \subseteq R_s$, а следует рассматривать целиком связное подмножество R_s. Излишне также повторение дуальных операций - размещение R_t в R_s, поскольку имеется оценка размещения R_s в R_t. Поэтому из дуальных выбирается всегда одна операция, исходя из предположения, что нижнее подмножество всегда должно быть длиннее верхнего, т.е. $T_{кр;t} > T_{кр;s}$.

Случай, когда $d_i^{(s,t)} > 0$, означает, что сложное подмножество дольше во времени, чем нижнее. В случае, когда $d_i^{(s,t)} < 0$, резервы времени нижнего подмножества при данном выборе верхнего использованы не полностью.

4°. Общий ход алгоритма.

Алгоритм разделяется на одинаковые шаги, причем на каждом шагу происходит выбор двух подмножеств и процесс размещения одного из них в другом, в результате чего получаем новые T_n для целого сложного подмножества. Шаг алгоритма можно разделить на следующие процедуры:

1) Выбор элемента $d_{i^\circ}^{(s^\circ,t^\circ)}$ из $D^{(s,t)}$.

2) Вычисление новых T_n в соответствующих $A^{(p,r)}$.

3) Введение изменений в соответствующие матрицы $B^{(t,v)}$, $C^{(s,v)}$ и $D^{(s,t)}$.

Охарактеризуем кратко эти процедуры.

Анализ матриц $D^{(s,t)}$ на каждом шагу начинается среди элементов $d_{i'}^{(s,t')} \leq 0$, где $(t',i') \in M$. Из них выбирается максимальный. Если таких элементов много, то необходимо составлять из них матрицу $E^{(s,t')}$ (выкладка из $D^{(s,t')}$), а из нее выбирать любой единичный элемент (в строке или столбце). Если в $E^{(s,t')}$ не имеется таких строк или столбцов с одним элементом, следует ввести из $D^{(s,t')}$ и $E^{(s,t')}$ следующие элементы (максимальные среди оставшихся в $D^{(s,t')}$), пока не появилась искомая ситуация.

Выбор такого элемента $d_{i'}^{(s,t')} \leq 0$, где $(t',i') \in M$, может оказаться ошибочным, если в конце шага окажется, что нарушено условие „$t = const$". В этом случае нужно начать данный шаг с новым выбором, а ошибочно выбранный элемент исключить из дальнейшего рассмотрения. При окончании шага необходимо исключить из дальнейшего анализа из всех матриц $D^{(s,t)}$, т.е. у которых $s = s^\circ$ или $t = t^\circ$.

Если элементы $d_{i'}^{(s,t')} \leq 0$ (где $(t', i') \in M$) в $D^{(s,t)}$ отсутствуют, то следует рассмотреть все элементы, удовлетворяющие условиям $d_i^{(s,t)} \leq 0$ и $(t, i) \notin M$. При этом выбор производится по вышеизложенному принципу. При наличии только положительных $d_i^{(s,t)} > 0$, когда $(t, i) \notin M$, выбор производится по критерию минимальности. При этом элементы $d_i^{(s,t)} > T_{кр;s}$ не рассматриваются.

Последним шагом алгоритма будет шаг, приводящий к одной из следующих ситуаций: все $D^{(s,t)}$ вырождаются или все элементы в оставшихся матрицах (обозначаем их индексом s^*) удовлетворяют условиям

а) $d_i^{(s^*,t)} \geq T_{кр;\,s^*}$ или

б) $d_i^{(s^*,t)} > 0$, если $(t, i) \in M$.

В первом случае процесс упорядочения полностью окончен. Во втором случае необходимо найти

$$a_{max} = \max_p \left\{ a_{i,j}^{(p,\alpha+1)} \right\}, \tag{15}$$

где $p = 1, 2, \dots m; \quad p \in \left\{ s^* \right\}$

и проделать все вычисления для какого-нибудь $p_\circ$:

$$a_{ij}^{(p_\circ,r)} = a_{i,j}^{(p_\circ,r)} + a_{max}, \tag{16}$$

где $p_\circ \in \left\{ s^* \right\}$.

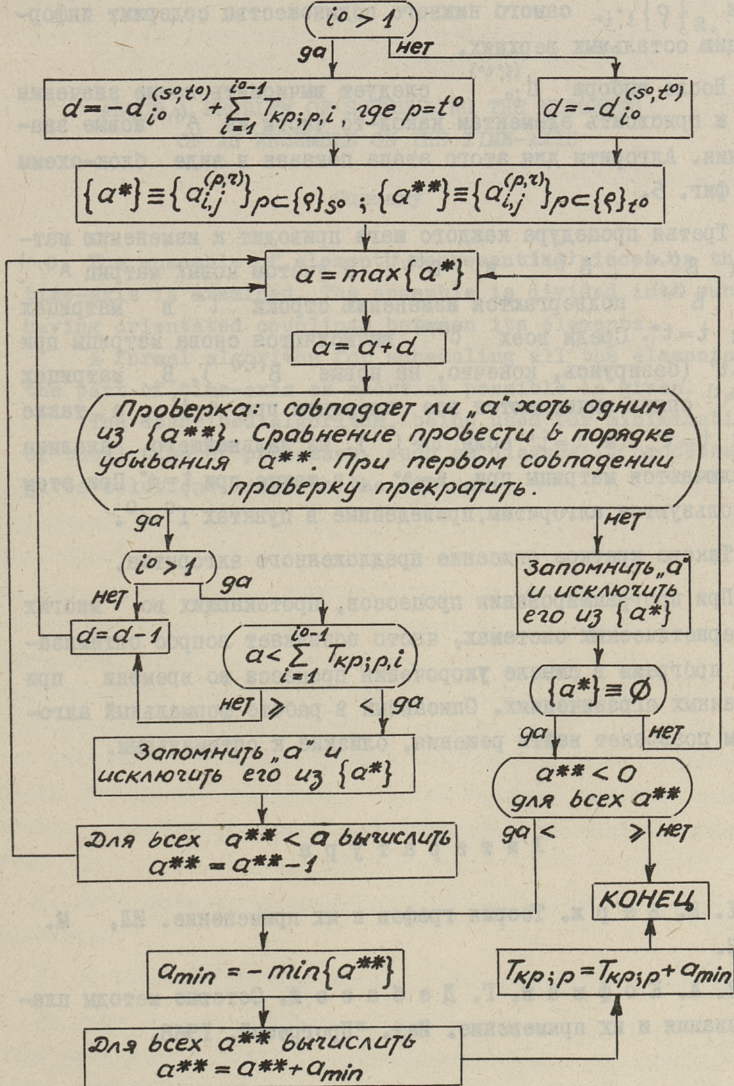
Затем следует исключать выбранный $p_\circ$ из множества $\left\{ s^* \right\}$ и повторить те же операции по формулам (15) и (16) для другого $p_\circ \in \left\{ s^* \right\}$. Этот алгоритм повторяется до тех пор, пока не будет выполнено условие $\left\{ s^* \right\} \equiv \varnothing$. При этом процесс упорядочения заканчивается и во втором случае.

На каждом шагу после выбора какого-нибудь $d_{i_\circ}^{(s^\circ,t^\circ)}$ $\left\{ \rho \right\}_{t^\circ, i^\circ}$ для нижнего подмножества необходимо увеличивать на $\left\{ \rho \right\}_{s^\circ}$ верхнего:

$$\left\{ \rho \right\}_{t^\circ, i^\circ} = \left\{ \rho \right\}_{t^\circ, i^\circ} \cup \left\{ \rho \right\}_{s^\circ}, \tag{17}$$

причем

$$\left\{ \rho \right\}_{s^\circ} = \bigcup_{i=1}^{n_{s^\circ}} \left\{ \rho \right\}_{s^\circ, i}. \tag{18}$$


$i^o > 1$
да
нет
$d = -d_{i^o}^{(s^o,t^o)} + \sum_{i=1}^{i^o-1} T_{кр;p,i}$, где $p = t^o$
$d = -d_{i^o}^{(s^o,t^o)}$
$\{a^*\} \equiv \{a_{i,j}^{(p,\tau)}\}_{p \subset \{\varrho\}_{s^o}}$; $\{a^{**}\} \equiv \{a_{i,j}^{(p,\tau)}\}_{p \subset \{\varrho\}_{t^o}}$
$a = \max\{a^*\}$
$a = a + d$
Проверка: совпадает ли „a" хоть одним из $\{a^{**}\}$. Сравнение провести в порядке убывания a^{**}. При первом совпадении проверку прекратить.
да
нет
$i^o > 1$
нет
да
$d = d - 1$
$a < \sum_{i=1}^{i^o-1} T_{кр;p,i}$
нет $\geqslant$
< да
Запомнить „a" и исключить его из $\{a^*\}$
Для всех $a^{**} < a$ вычислить $a^{**} = a^{**} - 1$
$a_{min} = -\min\{a^{**}\}$
Для всех a^{**} вычислить $a^{**} = a^{**} + a_{min}$
Запомнить „a" и исключить его из $\{a^*\}$
$\{a^*\} \equiv \emptyset$
да
нет
$a^{**} < 0$ для всех a^{**}
да <
$\geqslant$ нет
КОНЕЦ
$T_{кр;p} = T_{кр;p} + a_{min}$

Фиг. 5

Если верхнее и нижнее подмножества сложные, то $\{\rho\}_{t^\circ}$ или $\{\rho\}_{t^\circ_1 i^\circ}$ самого нижнего подмножества содержит информацию остальных верхних.

После выбора $d_{i^\circ}^{(s^\circ_1 t^\circ)}$ следует вычислить новые значения T_n и присвоить элементам какой-то части из $A^{(p,r)}$ новые значения. Алгоритм для этого этапа показан в виде блок-схемы на фиг. 5.

Третья процедура каждого шага приводит к изменению матриц $B^{(t,v)}$, $C^{(s,v)}$ и $D^{(s,t)}$ с учетом новых матриц $A^{(p,r)}$. В $B^{(t,v)}$ подвергаются изменению строки i° в матрицах при $t=t^\circ$. Среди всех $C^{(s,v)}$ вычисляются снова матрицы при $s=t^\circ$ (базируясь, конечно, на новые $B^{(t,v)}$). В матрицах $D^{(s,t)}$ опять вычисляются все элементы при $s=t^\circ$, а также при $t=t^\circ$ (и $i=i^\circ$ если $i>1$). Из дальнейшего анализа исключаются матрицы при $s=s^\circ$, а также при $t=s^\circ$. При этом используются алгоритмы, приведенные в пунктах I^0-3^0.

Таково краткое описание предложенного алгоритма.

При программировании процессов, протекающих во многих кибернетических системах, часто возникает вопрос оптимизации программ в смысле укорочения процесса во времени при заданных ограничениях. Описанный в работе формальный алгоритм позволяет найти решения, близкие к оптимальным.

Литература

I. К. Б е р ж. Теория графов и их применение. ИЛ, М. 1962.

2. А. К о ф м а н, Г. Д е б а з е й. Сетевые методы планирования и их применение. Изд. "Прогресс", 1968.

R. Ubar

ABOUT A PROBLEM OF SCHEDULING THE ELEMENTS OF AN ENSEMBLE ON THE TIME-AXIS

Summary

The ensemble of elements representing pieces on the time-axis is examined. The ensemble is divided into subsets having orientated couplings between its elements.

A formal algorithm for scheduling all the elements on the part of time-axis as short as possible is given.

The described algorithm, being used for minimization of total time of processes, such as diagnostic processes, gives solutions close to the optimum.

[illegible]

Такого [illegible] предложенного [illegible].

При [illegible]

Л и т е р а т у р а

1. [illegible]
1962.

2. [illegible]

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 658.511.6:658.512:658.513

Э.П. Калм

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РИТМА СБОРОЧНОГО КОНВЕЙЕРА

Характерной чертой развития приборостроения является сейчас все большее внедрение многопредметных непрерывных поточных линий, в первую очередь сборочных конвейеров (СК), так как сборочные работы часто занимают основную часть объема выполняемых работ. В то же время нет единой точки зрения по многим вопросам анализа и проектирования работы СК. В частности, отсутствуют методы определения таких качественных характеристик, как оптимальный ритм и минимальный небаланс (коэффициент загрузки) линий. В литературе [1,2] показано, что экономическая эффективность, выраженная через себестоимость выпускаемой продукции, должна являться основой сравнительного анализа работы СК и зависит от двух основных факторов:

1. От синхронизации операций, т.е. от степени балансировки конвейера,

2. От степени дифференциации технологического процесса.

По мере развития дифференциации трудоемкость сборки сначала практически линейно уменьшается. Такая зависимость, однако, наблюдается до определенного предела, переход которого приводит к противоположным результатам. Отсутствие единой точки зрения в определении числа рабочих мест привело к тому, что на практике существуют две притивоположные тенденции - укрупнение и расчленение операций. В этой статье мы попытаемся показать, что для каждой конкретной технологической ситуации существует оптимальный ритм СК и дать удобный для практического применения алгоритм, минимизирующий небаланс.

Ради наглядности будем представлять начальную информацию, т.е. перечень работ (технологически неделимых операций) и их последовательность выполнения при сборке в виде ориентированного графа G_0, не содержащего контуров, в которых вершины представляют собой технологические ограничения порядка выполнения [3], а дуги интерпретируют работы (длина дуг равняется продолжительности работ). Кроме того, заданная в таком виде информация дает возможность значительно сократить время решения поставленных выше вопросов.

По литературным данным [4] общепринятых методов определения оптимального такта нет. Распределение работ между рабочими обычно выполняется по методу проб, отнюдь не являющимся рациональным. В целях разработки соответствующего алгоритма сперва рассматриваем факторы, характеризующие экономическую эффективность СК.

Синхронность работы СК может быть охарактеризована коэффициентом небаланса (незагруженности) линии

$$P_1 = \frac{T_{max} - \bar{T}}{T_{max}} \cdot 100\,\%\,, \tag{I}$$

где T_{max} - максимальная,

$\bar{T}$ - средняя арифметическая продолжительность операций.

При полной синхронизации, возможной лишь теоретически, все операции по своей продолжительности равны такту T конвейера

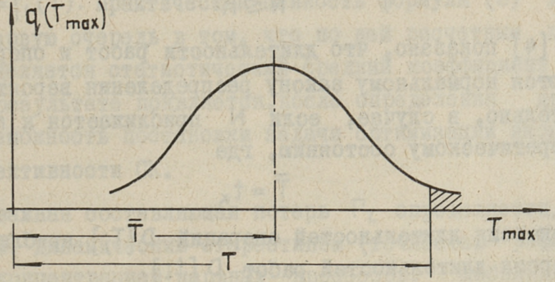
$$T_1 = T_2 = \cdots = T_j = \cdots = T_N = T; \tag{2}$$

N - число операций (рабочих мест).

Из (I), (2) и сказанного видно, что коэффициент небаланса характеризует потери производительности СК, вызванные его неполной синхронизацией.

Поскольку T_j имеет случайный характер, естественно полагать, что по разным причинам (неполадки в производстве и т.д.), это время в отдельных случаях может принимать значение T_{max}, которое значительно больше средней величины $\bar{T}$. Согласно (I) ясно, что максимальная продолжительность любой операции должна быть ограничена и удовлетворять неравенству $T_{max} \leq T$.

С другой стороны, при том же числе рабочих производительность СК растет с уменьшением такта T. Одновременно полностью удовлетворить эти противоречивые требования не удается. Критерием компромисса является обеспечение непрерывного режима работы СК. Для этого, если известна дифференциальная функция статистического распределения продолжительности операций $q(T_{max})$, задаем предельную величину (мало отличающуюся от единицы) интегральной функции распределения $Q(T_{max} < T)$ (нештрихованная площадь на фиг.I), определяющую действительную продолжительность ритма T. Тогда с принятой вероятностью $Q(T)$ T_{max} не будет превышать T.



Фиг. 1

Из вышесказанного следует, что P_1 является случайной величиной и поэтому может иметь локальные минимумы и максимумы при некоторых величинах T. На эту возможность указывается также в работе [2]. В той же статье, далее, приводится кривая функции $P_1 = f_1(T)$, полученная путем обобщения экспериментальных данных, которая свидетельствует о том, что с увеличением продолжительности T небаланс P_1 нелинейно уменьшается.

Проведенный нами сравнительный анализ показывает, что приведенная кривая соответствует среднеарифметической величине P_1 и может быть аналитически выражена. Характер кривой объясняется тем, что с увеличением T отношение $t_i/T_{i=1,2,\ldots,n}$ (n - число работ, t_i - продолжительность работы) уменьшается. Нетрудно убедиться, что уменьшение отношения t_i/T дает возможность более равномерно распределить работы в операции. В случае одного рабочего $P_1 = 0$. Этим и определяется первая характерная точка функции $P_1 = f_1(T)$. Второй точкой может быть принята максимальная величина небаланса P_{1max} при минимальном возможном значении ритма T. Нетрудно увидеть, что средняя длительность операций не может принимать меньшего значения, чем средняя длительность работ

$$\bar{T} \geq t_к , \tag{3}$$

потому что при постоянной трудоемкости (предполагаем $\sum_{i=1}^{n} t_i =$ пост.) в любом случае соблюдается следующее равенство

$$N \cdot \bar{T} = n \cdot t_к , \tag{4}$$

где $N \leq n$.

В [4] показано, что длительности работ и операций подчиняются нормальному закону распределения вероятностей. Следовательно, в случае, если N приближается к n, придем к теоретическому состоянию, где

$$\bar{T} = t_к \tag{5}$$

и дисперсия длительностей операций $D[T_j]$ приближается к дисперсии длительностей работ $D[t_i]$.

В практике t_i может принимать любое значение $(0 \leq t_i \leq T)$. Отсюда непосредственно следует, что кривая распределения плотности вероятности $q(T_{max})$ на фиг. I начинается с начала координат. Учитывая теперь симметричность кривой $q(T_{max})$ относительно $\bar{T}$, придем к важному выводу, который математически может быть записан в виде следующего равенства

$$T_{max} = \bar{T} = \frac{1}{2} T_{max} , \tag{6}$$

откуда получим максимальное численное значение небаланса в процентах

$$P_{1max} = \frac{T_{max} - \bar{T}}{T_{max}} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}T_{max}}{T_{max}} \cdot 100\% = 50\% . \quad (7)$$

Характер функции $P_1 = f_1(T)$ существенно зависит еще от сложности графа G_o. Действительно, с уменьшением числа путей в G_o уменьшается и вероятность того, что удастся синхронизировать линию. Объясняется это уменьшением возможностей перераспределения операций между собой. Поэтому при увеличении числа путей, начиная от единицы и выше, функция $P_1 = f_1(T)$ превращается в кривую более высокого порядка. Необходимая нелинейность может быть учтена при помощи степени сложности графа, которая, согласно [5], задается отношением $n/r-1 = s$, где n - число дуг, r - число узлов в графе. Применяя вышеописанный эвристический подход, представим общую аналитическую формулу для P_1 в виде

$$P_1 = \left(\frac{t_к}{T}\right)^s \cdot 50\% . \quad (8)$$

Практические расчеты показывают, что полученная формула с хорошей точностью аппроксимирует действительную кривую функции $P_1 = f_1(T)$. Практическая ценность формулы (8) выражается в первую очередь в том, что по ней расчетным путем легко определяется статистический средний коэффициент небаланса. В результате появляется, после определения других потерь, возможность постановки задачи оптимизации экономической эффективности СК.

Вторая важная составляющая потерь P_2 определяется, главным образом, динамическим стереотипом (точностью рефлекса на время, концентрацией нервных процессов, лабильностью нервной системы) рабочего и имеет линейный характер в интересующем нас пределе (фиг. 2)

$$P_2 = c \cdot T , \quad (9)$$

$c = tg\,\alpha$ - угол наклона прямой, зависящий от сложности конструкции прибора и имеющий по данным [I] величину 0,03 -0,04 [%/сек]. Из фиг. 2 видно, что суммарные потери имеют явно выраженный минимум, соответствующий максимальной производительности СК. На основе [I] и проведенного нами анализа можно показать, что у СК, имеющего большой объем ручного труда, найденный максимум производительности приблизительно соответствует максимальной экономической эффективности.

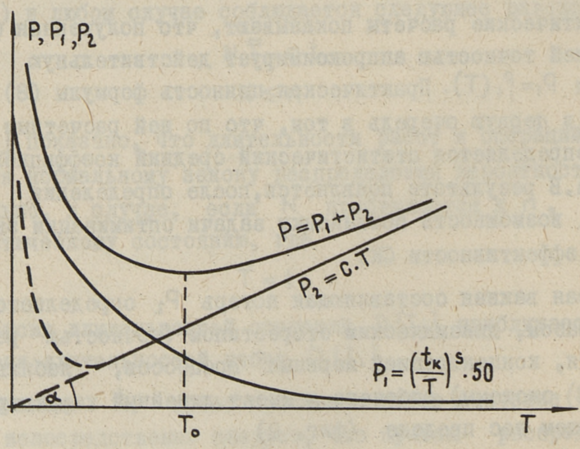
Приравнивая первые производные P_1 и P_2 по T

$$\frac{dP_1}{dT} = -\frac{dP_2}{dT}, \qquad (10)$$

получим величину продолжительности оптимального такта

$$T_0 = T = \sqrt[s+1]{\frac{t_k^s \cdot 50}{c}}. \qquad (11)$$

Ввиду того, что суммарная трудоемкость задана, выбирается такое N, чтобы действительный T_0 был возможно ближе к расчетному. Практическая польза (11) будет очевидной только тогда, когда можем практически минимизировать небаланс при заданной T_0. В дальнейшем и рассматривается такой алгоритм, который минимизирует небаланс СК.



Фиг. 2

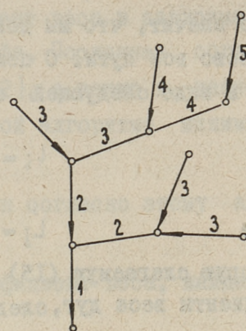
Известно множество алгоритмов минимизации небаланса СК [3]. Среди них наиболее полным является алгоритм Т. Ху [3], однако этот алгоритм распространяется на узкий класс графов, представляющих дерево с равными по длине дугами (фиг. 3). Согласно этому алгоритму, каждая дуга снабжается индексом l_i, представляющим коэффициент веса данной дуги, численное значение которого равняется длине пути, начинающегося с рассматриваемой дуги и кончающегося в конце графа, то есть

$$l_i = L_i, \qquad (I2)$$

где l_i - коэффициент веса i-той дуги,

L_i - длина пути, начинающегося с i-той дуги.

Так, например, первая дуга пути 5-4-3-2-I (фиг. 3) имеет коэффициент веса 5, так как этот путь состоит из пяти дуг, имеющих единичную длину.



Фиг. 3

Ху доказал [3], что на совершение всего объема работ требуется минимальное время тогда, когда все работы выполняется по мере уменьшения их коэффициентов веса, причем их можно выполнять как параллельно, так и последовательно. Если несколько работ имеют одинаковые индексы, то эти работы выбираются в любой последовательности.

Нами предполагается алгоритм минимизации небаланса, который является аналогом алгоритма Ху, однако применим на более сложных графах. Основой этого алгоритма служит формула, аналогичная (I2), определяющая коэффициент веса дуг

$$l_i = L_{ki}, \qquad (I3)$$

где l_i - коэффициент веса i-той дуги длиной t_i,

L_{ki} - средняя длина всех путей подграфа G_i, начинающегося с i-той дуги.

Рассматриваются только те пути и их длины, которые соединяют начало и конец подграфа. Средняя длина пути в подграфе G_i определяется по формуле средней арифметической

$$L_{ki} = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^{q} L_j , \quad j = 1, 2, \dots , q, \tag{I4}$$

где q - число всех путей между начальным и конечным узлами подграфа G_i.

Это значит, что мы должны для каждого подграфа определить заново все пути. С целью упрощения формулы (I4), перепишем ее в виде следующей суммы:

$$l_i = L_{ki} = t_i + \frac{1}{q} \sum_{j=1}^{q} L_j' , \tag{I5}$$

где $L_j' = L_1 - t_i, \dots , L_q' = L_q - t_i .$

Вторую слагаемую (I5) в свою очередь выражаем через коэффициенты веса дуг, следующих непосредственно за рассматриваемой дугой

$$l_i = t_i + \frac{1}{q} \sum_{u=1}^{h} q_u \cdot l_u , \quad h \le q, \tag{I6}$$

где h - число дуг, следующих непосредственно за i -той дугой,

l_u - коэффициент веса,

q_u - число путей (определяемое аналогично q) этих дуг.

Определение коэффициентов веса по (I6) начинается с конца графа и не требует повторных расчетов. Именно последнее обстоятельство делает применение (I6) малотрудоемким как вручную, так и на ЭВМ.

Из (I6) видно, что коэффициент веса зависит от двух факторов. Первая составляющая равняется длине самой дуги. Вторая составляющая учитывает с одной стороны сложность графа, а с другой стороны зависит от длин путей L_j , которые в свою очередь зависят от средней длины дуг t_k. С уменьшением степени сложности графа увеличивается влияние t_k . Статистический характер второй составляющей вносит в формулу (I6) некоторую неточность. Объясняется это тем, что с уменьшением степени сложности графа увеличивается влияние t_k. Поэтому в конце графа, особенно при малой степени сложности ($s < 2$), увеличивается разброс коэффициентов веса дуг.

Из (I6) выявляется и вторая важная ее особенность, показывающая правильность данной формулы. При определении коэффициента веса каждой последующей дуги её длину складывают с коэффициентом веса предыдущей дуги (когда q = пост.), в результате чего увеличивается коэффициент веса в зависимости от длины самой дуги и сложности графа. Последнее согласуется с результатами, полученными в [2], а также в данной работе при выводе (8) и является основой алгоритма минимизации небаланса СК.

Формулируем теперь основные действия согласно этому алгоритму:

I. Каждой работе присваивается коэффициент веса, найденный по (I6).

2. Суммируются времена работ по порядку уменьшения их коэффициентов веса до получения ритма.

3. Действия по пункту 2 повторяются до тех пор, пока все работы в операции не будут распределены.

Предполагаемый статистический метод баланса СК, который по сравнению с аналогичными алгоритмами имеет при такой же точности заметно меньшую трудоемкость (при вычислении на ЭВМ уменьшаются объем памяти и машинное время), удобен для практического применения для всех видов конвейерных линий.

Вопросы, рассмотренные в этой статье, ранее в литературе комплексно не освещались и поэтому не были доведены до практической законченности. Полученные нами результаты могут уже служить вспомогательным материалом людям, занимающимся проектированием и внедрением СК, где вопросы экономической эффективности становятся на первый план, а также цеховому руководству, которое практически добивается ритмичной работы конвейера.

Эти задачи особенно актуальны в мелко- и среднесерийном производстве при большой номенклатуре продукции.

Л и т е р а т у р а

I. И.М. Т к а л и н. Поточное производство электрических приборов. "Энергия", Л. 1965.

2. How to step up the efficiency of assembly line operation. "The Iron Age", 1961, June 8, pp.89-91.

3. T.C. H u. Parallel sequencing and assembly line problems. "Operations Research", 1961, v.9, No.6, pp.841-848.

4. E.J. I g n a l l, A review of assembly line balancing. "The Journal of Industrial Engineering", 1965, No.4, pp.244-254.

5. А.М. Г о р л о в. Расчет сетевых графиков по методу критического пути. М. 1965.

E. Kalm

BESTIMMUNG DES OPTIMALEN RHYTMUS DES MONTAGELAUFBANDES

Zusammenfassung

Im Artikel werden die Hauptfaktoren analysiert, von denen der Rhytmus des Montagelaufbandes wesentlich abhängt. Man gibt hier eine mathematische Beschreibung dieser Faktoren, wie auch die Funktionen vom Rhytmus. Auf der Grundlage der genannten Funktionen finden wir analytisch den optimalen Rhytmus des Montagelaufbandes.

Man gibt die Hauptideen eines balancierenden Algorithmus des Montagelaufbandes an.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 658.512

Р.Р. Иыерс, Э.П. Калм

АЛГОРИТМ СИНХРОНИЗАЦИИ ОПЕРАЦИЙ СБОРОЧНОГО КОНВЕЙЕРА

Эффективность поточных методов производства существенно зависит от степени выравнивания длительности отдельных рабочих операций на конвейерных линиях. Такое выравнивание, называемое синхронизацией, означает, что весь объем работ распределяют с максимальной равномерностью на заданное число (n) рабочих мест.

Весь объем работ состоит из элементарных (технологически неделимых) операций; при этом заданы их длительность и порядок выполнения. Такую совокупность исходных данных целесообразно представить в виде направленного графа (сетевого графика), где дуги графа интерпретируют элементарные операции, а распределение дуг соответствует последовательности выполнения элементарных операций. Сетевой график можно рассматривать как частично упорядоченное множество дуг.

Математически задача синхронизации операций может быть записана в следующем виде. Заданы:

I) конечное множество $A=\{a\}$ (элементарные операции);

2) множество A частично упорядочено и отношение порядка $a_p \prec a_q$ обозначает, что элемент a_q следует за элементом a_p;

3) каждому элементу множества A соответствует неотрицательное число $t(a)$ - величина элемента (длительность элементарной операции);

4) число n (количество рабочих операций), которое определяет:

а) количество подмножеств $A_1, \ldots, A_n$ с величинами подмножеств $t(A_1), \ldots, t(A_n)$ (длительности рабочих операций)

$$t(A_i) = \sum_{a \in A_i} t(a),$$

б) исходную величину T_{oo} (средняя длительность рабочих операций)

$$T_{oo} = \frac{1}{n} \sum_{a \in A} t(a).$$

Необходимо определить подмножества $A_1, \ldots, A_n$ соответственно условиям:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A, \tag{I}$$

$$A_i \cap A_j = \Phi, i, j = 1, \ldots, n, i \neq j. \tag{2}$$

Если $a_p < a_q$, $a_p \in A_i$ и $a_q \in A_j$, то $A_i < A_j$. (3)

Минимизируется

$$\max_{i=1,\ldots,n} |t(A_i) - T_{oo}|. \tag{4}$$

По предложенному ниже алгоритму вычисляют несколько частных решений (соответственно условиям I, 2, 3) и находят из них лучшее (условие 4), притом, чем больше количество частных решений, тем меньше лучшее из них отличается от оптимального (условия 4). Нахождение частного решения состоит из образования подмножеств A_i. Образование A_i считается законченным, если $t(A_i)$ с некоторой точностью соответствует T_{oo}. В случае невозможности выполнения условий разбиения входе решения снижают точность соответствия.

Программа для своей работы составляет и использует множество $M (M \subset A)$, элементы которого $m_j (j = 1, \ldots, s)$ используются для образования подмножеств A_i. Множество M в начале решения состоит из начальных элементов (т.е. из элементов, для которых нет предыдущих элементов), но входе решения туда включают новые элементы, предыдущие которым уже включены в подмножество A_i (условие 5).

В дальнейшем образование подмножества A_i зависит от признака упорядочения множества M. Рассмотрены два вида упорядочения множества M:

А. По мере уменьшения $t(m)$ [I].

Б. По мере уменьшения коэффициента веса $l(m)$, $m \in M$.

Два вида упорядочения дают нам разные варианты решения поставленной задачи. Вид упорядочения выбирается ключами на пульте и в ходе решения не меняется (метод А или метод Б).

Коэффициент веса $l(a)$ вычисляют по следующей рекуррентной формуле [2]

$$l(a) = t(a) + \frac{1}{q(a)} \sum_b q(b) \cdot l(b),$$

где

$$q(a) = \begin{cases} \sum\limits_b q(b) & \text{если существует элемент } b \text{, непосредственно следующий за элементом } a, \\ 1, & \text{иначе,} \end{cases}$$

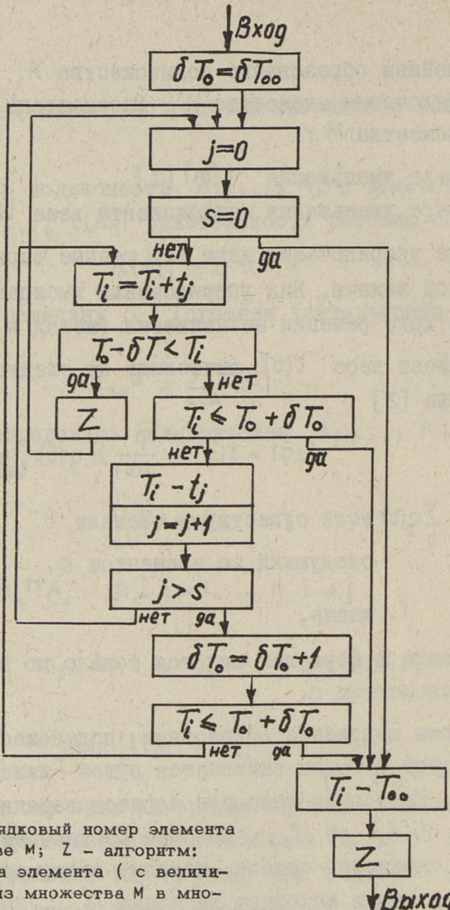
и суммирование в формулах ведется только по непосредственно следующим элементам n.

Рассмотрим подробнее образование подмножеств A_i (фиг.I). Каждое частное решение начинается путем изменения начального условия. Начальным условием берется заданное допустимое отклонение $t(A_i)$ от T_{oo}, которое обозначаем δT_{oo}. Для предотвращения скопления ошибок, кождому следующему подмножеству вычисляют новую исходную величину T_o. Заданное допустимое отклонение $t(A_i)$ от T_o обозначаем δT_o. В начале алгоритма частного решения принимают $T_o = T_{oo}$ и $\delta T_o = \delta T_{oo}$.

По алгоритму вычисляют последовательно сумму величин элементов множества M, начиная с первого элемента $T_i = \sum\limits_{m \in M} t(m)$. При этом после каждого суммирования проверяется условие

$$T_o - \delta T_o < T_i \,. \tag{6}$$

Пока условие (6) выполняется, данный элемент переносят из множества M в множество A_i, а M пополняют соответственно условию (5) новыми элементами. Названные операции "переноса" и "пополнения" осуществляются по алгоритму τ (см.фиг. I).



Фиг. 1. j – порядковый номер элемента в множестве M; Z – алгоритм: 1) переноса элемента (с величиной t_j) из множества M в множество A_i; 2) положения множества M новыми элементами

Если условие (6) не выполняется, то проверяется условие

$$T_i \leq T_o + \delta T_o . \tag{7}$$

Если и (7) не выполняется, то из суммы вычитают величину последнего элемента и проверяют условие (6) со следующим элементом множества M. Если никакой элемент из M не удовлетворяет условиям (6) и (7), то эти условия делают менее жесткими, увеличивая отклонение

$$\delta T_o = \delta T_o + 1 .$$

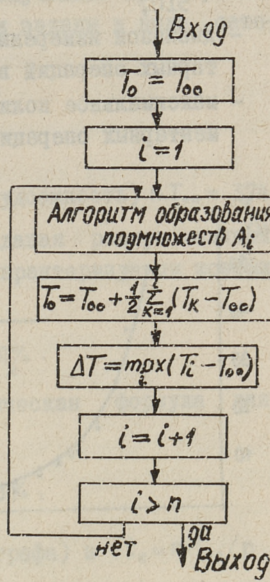
При выполнении условия (7) образование множества A_i считают законченным и вычисляют отклонение его величины T_i от T_{oo}.

После образования A_i начинается образование подмножества A_{i+1} (фиг. 2). Новую исходную величину для A_{i+1} вычисляют из соотношения

$$T_o = T_{oo} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{i}(T_k - T_{oo}).$$

После выделения всех подмножеств определяется максимальное отклонение величин всех образованных подмножеств от T_{oo}

$$\Delta T = \max_{i=1,\dots,n}(T_i - T_{oo}).$$



Фиг. 2

Задавая разные начальные отклонения δT_{oo} и решая снова задачу разбиения, мы получим новые варианты с новыми отклонениями ΔT. Теперь из этих вариантов выбирается частное решение с минимальным отклонением $(\min \Delta T)$. Данные разбиения этого частного решения печатаются, чем и заканчивается решение задачи.

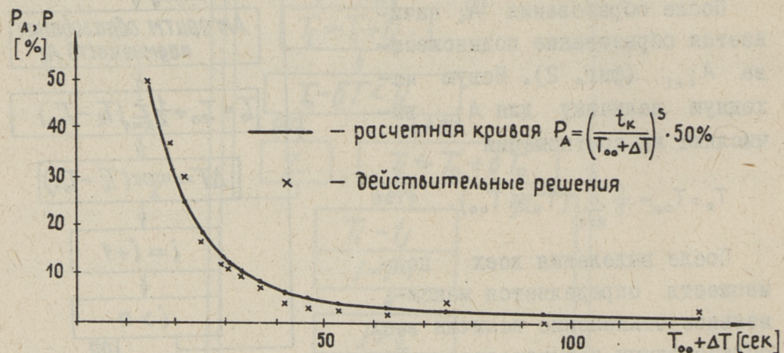
Количество разных частных решений определяется следующим образом. При первом частном решении δT_{oo} принимается равным нулю, при следующих - увеличивается на единицу и т.д. до тех пор, пока

$$\delta T_{oo} \leq \min \Delta T. \tag{8}$$

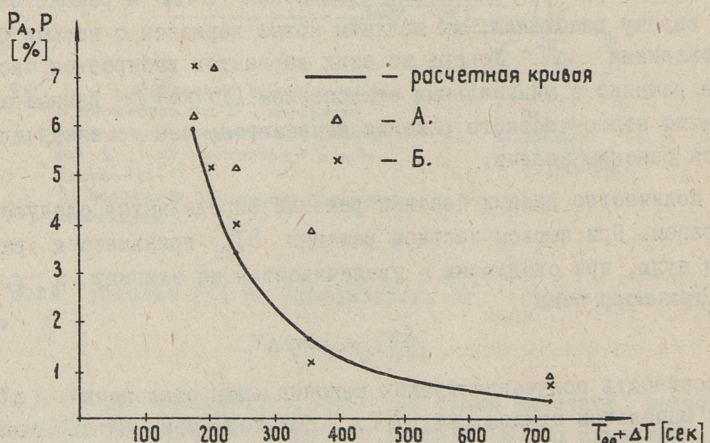
Вероятность получения лучших максимальных отклонений (ΔT) при начальном отклонении δT_{oo} большем, чем $\min \Delta T$ очень мала.

Программа составлена для ЭЦВМ "Минск-22" и предназначена для распределения технологического процесса сборки между рабочими на конвейерных линиях, чем и определяются технические данные программы:

- максимальное количество дуг (элементарных операций) - 510;
- диапазон измерений длин дуг (время выполнения элементарных операций в сек.) - целые числа от 0 до 999;
- максимальное количество дуг в подмножестве (число элементарных операций для одной рабочей операции) - 60.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3 и 4 приводятся данные, полученные при решении двух задач. Исходные данные задач были заданы в виде сетевого графика.

Для первой задачи:

- количество дуг $p = 25$,
- количество вершин $r = 13$,
- сумма величин всех дуг (общая трудоемкость) $n.T_{oo} = 374$.

Задача была решена многократно, задавая разную величину n. Точность синхронизации операций характеризуется коэффициентом небаланса (P) [3].

$$P = \frac{\Delta T}{T_{oo} + \Delta T} \cdot 100\% .$$

В работе [2] была выведена аналитическая формула для коэффициента небаланса

$$P_A = \left(\frac{t_к}{T_{oo} + \Delta T} \right)^s \cdot 50\% ,$$

где $p / r-1 = s$ (степень сложности графа) и $t_к = n \cdot T_{oo} / p$.

Результаты, полученные при решении первой задачи, были найдены по методам А и Б данного алгоритма и ручным способом. Из них лучшие результаты нанесены на фиг. 3 под наименованием "действительные решения". Так же представлена и расчетная кривая.

Поскольку многие варианты одной и той же самой задачи решены при помощи разных методов, причем получены и оптимальные решения (P = 0), то можно предполагать,что действительная кривая целиком является близкой к оптимальной.

Из фиг. 3 так же видно, что расчетная кривая с хорошей точностью совпадает с действительной кривой коэффициента небаланса и тем самым может быть принята основной для сравнения разных алгоритмов синхронизации операций по точности решения.

Опыт практического использования данного алгоритма подтверждает, что точность решения существенно зависит от способа определения коэффициента веса элемента (рассматривались методы А и Б). Преимущество метода Б особенно выделяется при таких графах, где дуги и вершины не распределены равномерно, т.е. отношение $p/r-1$ изменяется в широких пределах для разных подграфов A_i. Последнее иллюстрируется на фиг. 4, где приведены результаты разбиения технологического процесса сборки лампового вольтметра со следующими данными: $p = 117$, $r = 57$, $n \cdot T_{oo} = 7224$. Из графика видно, что метод Б дает лучшие результаты.

Предложенный алгоритм отличается более высокой точностью и скоростью решения и тем самым может стать существенным дополнением к уже существующим [4] алгоритмам синхронизации операций.

Литература

1. T.R. Hoffman. Assembly line balancing with a precedence matrix, "Management Science", 1963, v. 9. No. 4, July, pp. 551-563.

2. Э.П. Калм. Определение оптимального ритма сборочного конвейера. Труды Таллинского политехнического института, сер. А, № 288, 1970, стр. 213 - 222.

3. How to step up the efficiency of assembly line operation, "The Iron Age", 1961, June 8, pp. 89-91.

4. E.I. Ignall. A review of assembly line balancing, "The Journal of Industrial Engineering", 1965, v. 16, No. 4, pp. 244-254.

R. Jõers, E. Kalm

DER ALGORITHMUS EINER BALANCIERUNG DER OPERATIONEN EINES MONTAGELAUFBANDES

Zusammenfassung

Im Artikel gibt man den mathematischen Aufbau der Aufgabe vom Balancieren des Montagelaufbandes. Man legt den Algorithmus vom Balancieren des Montagelaufbandes vor und auch seine Beschreibung sowie die Resultate seiner praktischen Anwendung.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

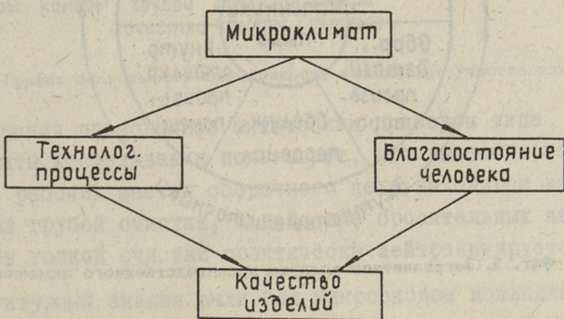
СЕРИЯ А № 291 1970

УДК 658.21:621.37/39

Э.А.Хансен, М.Э.Пуусепп, Б.Я.Саар

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УМЕНЬШЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ПЫЛИ В ПРОИЗВОДСТВЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ИЗДЕЛИЙ

Как известно [I, 5], микроклимат в производственных помещениях оказывает существенное влияние на качество и параметры полупроводниковых изделий. При этом влияние микроклимата распространяется как через технологические процессы, так и через условия труда оператора (фиг. I).



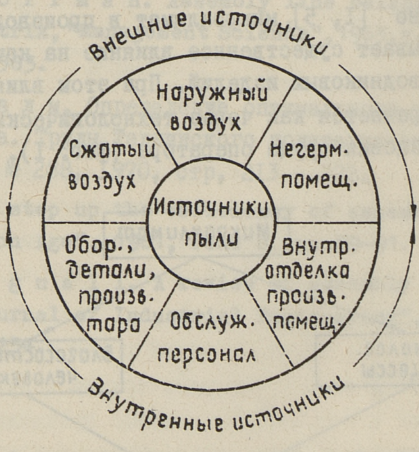
Фиг. 1. Влияние микроклимата на качество изделий

В настоящей статье рассмотрено влияние одного из компонентов микроклимата - пыли - на качество полупроводниковых изделий через технологические процессы.

Если поддерживание температуры и влажности в производственных помещениях является в настоящее время технически решенной задачей, то пылесодержание воздуха колеблется, как правило, в больших пределах и не подлежит еще строгому управлению. Исследование причин, порождающих производственную пыль, и возможности снижения пылесодержания воздуха приобретает особую важность в связи с широким внедрением планарной технологии изготовления полупроводниковых изделий, а особенно интегральных схем [4, 5]. Как известно, выход годных интегральных схем непосредственно и количественно зависит от пылесодержания окружающего воздуха:

$$\text{процент выхода годных интегральных схем} \longrightarrow \text{пылесодержание воздуха} \times \frac{\text{активная площадь схемы}}{\text{общая площадь схемы}}.$$

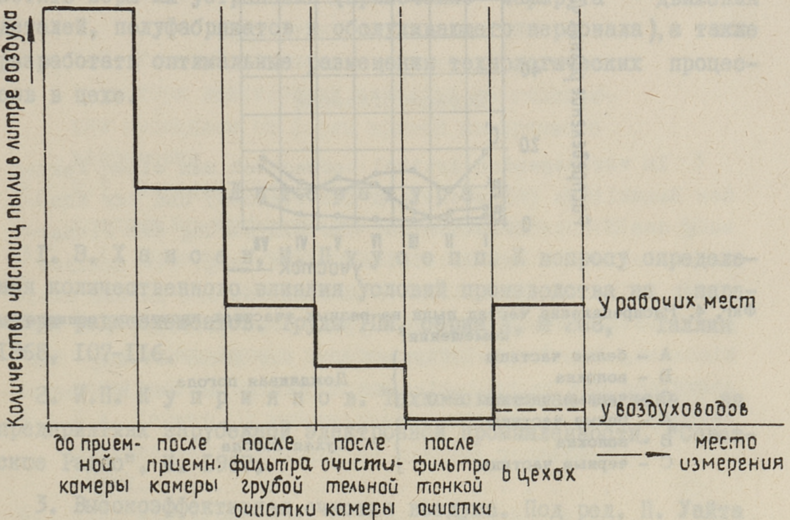
Источники производственной пыли подразделяются на внешние и внутренние (фиг. 2).



Фиг. 2. Загрязнители воздуха производственного помещения

В литературе опубликованы результаты исследований атмосферного пылесодержания в зависимости от погоды, направления и силы ветра, расположения производственных помещений и т.д. [2,3,5]. Источники внутренней пыли сравнительно менее исследованы. Также имеется мало сведений о доминирующих источниках производственной пыли.

С целью выявления доминирующих источников пыли, а также эффективности работы воздухофильтров на одном из полупроводниковых заводов проведена серия опытов по определению пылесодержания на разных стадиях очистки воздуха и на рабочих местах (фиг. 3).



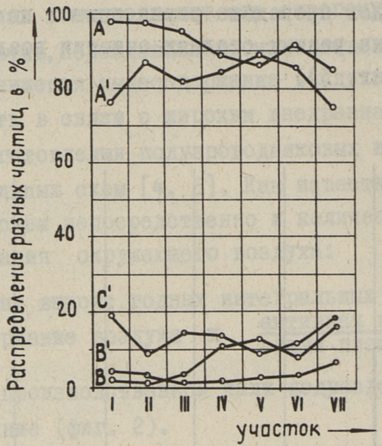
Фиг. 3. График зависимости запыленности воздуха от участка измерения

Измерения проводились оптическим прибором типа АЗ-2М. Результаты исследования показывают, что пылесодержание воздуха на рабочих местах сборочного цеха находится на уровне фильтров грубой очистки, а действие оросительных камер и фильтров тонкой очистки практически нейтрализируется.

Структурный анализ пыли под микроскопом позволяет утверждать, что повышение пылесодержания воздуха на рабочих местах обусловлено внутренними источниками пыли (фиг. 4).

Так, 80 - 90% частиц пыли имеют размеры порядка 20-30мкм и белый цвет, что на основе данных, приведенных в [2], позволяет их отождествлять с частицами перхоти или сигаретного пепла. Последний может попасть в производственные помещения через входные шлюзы.

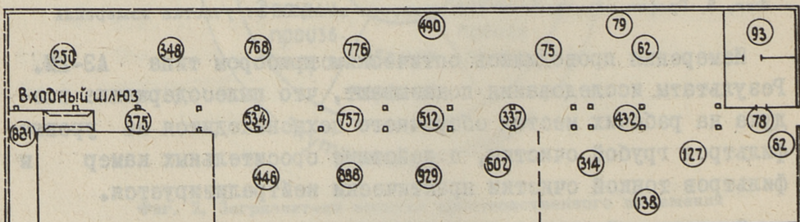
Однако следует учитывать, что повышение пылесодержания на рабочих местах может произойти также за счет внешних источников, путем проникновения пыли через негерметичные сое-



Фиг. 4. Распределение частиц пыли на разных участках производственного помещения:

А – белые частицы
В – волокна
С – черные частицы с=0
} Дождливая погода

А – белые частицы
В – волокна
С – черные частицы
} Сухая погода



Фиг. 5. Топологическое распределение пыли в сборочном цехе. Числа в кружках обозначают среднее количество пылинок в литре воздуха на указанном месте

динения строительных конструкций и даже путем диффузии через определенные стройматериалы [6].

В целях определения конкретных источников производственной пыли и возможностей уменьшения их влияния экспериментально снято топологическое распределение пыли в сборочном цехе (фиг. 5).

Анализ полученного распределения позволяет строить гипотезы о возможных источниках пыли (движение производственного персонала, недостаточные требования к микроклимату в подсобных помещениях, грязная межцеховая тара и пр.), наметить меры их устранения (примечание маршрута движения деталей, полуфабрикатов и обслуживающего персонала), а также разработать оптимальные размещения технологических процессов в цехе.

Литература

I. Э. Хансен, М. Пуусепп. К вопросу определения количественного влияния условий производства на параметры радиоэлементов. Труды ТПИ, серия А, № 268, Таллин 1968, 107-116.

2. И.П. Куприянов. Технологическая гигиена на предприятиях зарубежной электронной промышленности. "Советское Радио", М. 1967.

3. Высокоэффективная очистка воздуха. Под ред. П. Уайта и С. Смита. Перевод с англ. Б.И. Мячкова и В.Т. Лапенко под ред. канд.хим.наук Б.И. Мячкова. Атомиздат, М. 1967.

4. Ф. Пресс. Литографические процессы при производстве интегральных схем. "Энергия" М. 1968.

5. K. Iffart. Der Einfluß des Staubes auf die Reproduzierbarkeit der Herstellung von Halbleiterbauelementen und Maßnahmen zur Verhiderung dieses Einflusses. Feingerätetechnik 1967, Nr. 2.S. 82-83.

6. H. Reinders. Besseres Raumklima - weiße Räume-weniger Fehlleistung. Staub 1966, Nr.8, S.339-341.

E. Hansen, M. Puusepp, B. Saar

EINIGE FRAGEN ZUR VERMINDERUNG DES STAUBEINFLUSSES IN DER HALBLEITERHERSTELLUNG

Zusammenfassung

Im vorliegenden Artikel beobachtet man einen Faktor des Raumklimas (hinsichtlich des Staubes) und der Erhöhung des Staubeinflusses bei der Einführung der Planartechnologie in der Halbleiterherstellung. Die Analyse einer Reihe von Experimenten ermöglicht den Aufbau einiger Hypothesen zur Bestimmung der Staubquellen, zur Verhinderung des Staubeinflusses und zur Ausarbeitung der Anordnung des technologischen Prozesses in der Montageabteilung.

Содержание

ТРУДЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ
И
АВТОМАТИКЕ
Сборник статей УIII
Таллинский политехнический институт
Редактор Г. Вяльямяэ
Технический редактор Л. Лоопер
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 27 мая 1969 года.

Сдано в набор 9 окт. 1969 года. Подписано к печати 7 мая 1970 года.
Бумага 60х90/16. Печ. л. 6,0 + приложение. Уч.-изд. л. 4,45.
Тираж 400. МВ-04373. Зак. № 241 . Ротапринт ТПИ, Таллин,
ул. Коскла, 2/9. Цена 45 коп.

Цена 45 коп.