

Ер. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 82

1956

СБОРНИК СТАТЕЙ СТРОИТЕЛЬНОГО ФАКУЛЬТЕТА

ВЫПУСК I

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН 1957

Ер. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 82

1956

СБОРНИК СТАТЕЙ СТРОИТЕЛЬНОГО ФАКУЛЬТЕТА

ВЫПУСК I

Ер. 649

Tallinna Polütehnilise Akadeemia
Keskraamatukogu

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН 1957

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК.

Х. Х. ЛАУЛЬ

У. К. НИГУЛ

В настоящее время в строительной технике расширяется применение открытых цилиндрических железобетонных оболочек. Цилиндрические железобетонные оболочки обычно имеют краевые элементы и опираются на несущие диафрагмы, konstruированные либо в виде тонкой сплошной стены, либо в виде рамы. К расчету открытых цилиндрических железобетонных оболочек чаще всего применяют известные методы [1, 4, 6], основанные на теории тонких упругих оболочек, т. е. предполагают, что материал оболочки однороден и одинаково подчиняется закону Гука, как в растянутой, так и в сжатой зонах. В действительности же модуль деформации железобетона зависит от напряженного состояния и величины напряжений и, следовательно, различен в разных точках оболочки.

Если возникающие растягивающие напряжения в некоторых зонах оболочки превышают прочность бетона при растяжении R_p и предельная растяжимость бетона исчерпана, тогда в этих зонах возникают трещины. Хотя разработаны некоторые методы расчета цилиндрических оболочек с трещинами в растянутых зонах [2, 3], уверенное применение и дальнейшее развитие таких методов, очевидно, невозможны до тех пор, пока не накоплено достаточного количества экспериментальных данных. До сих пор проводилось вообще мало испытаний цилиндрических железобетонных оболочек, и только некоторые из них [2, 7, 8, 9] таким образом, что по экспериментальным данным возможно было судить о точности теории.

В 1955—1956 гг. авторы разработали методику и провели свои первые опыты* над моделями строительных цилиндрических же-

* Экспериментальное исследование цилиндрических железобетонных оболочек в Таллинском политехническом институте продолжается.

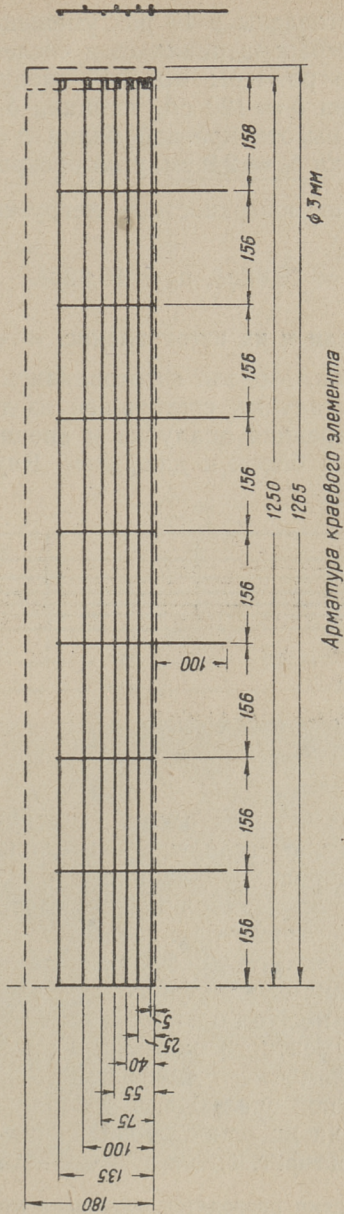
лезобетонных оболочек. Всего были испытаны 3 модели, из них две с тонкими стеновыми диафрагмами (тип «А») и одна с рамными диафрагмами (тип «В»).

1. Принцип моделирования и принятые геометрические отношения.

Собственный вес действительной строительной оболочки является ее главной нагрузкой, которая полностью воспринимается конструкцией в момент распалубивания. Обозначаем нагрузки действительной оболочки от собственного веса $q^* \text{ т/м}^2$ на криволинейной поверхности и $q_0^* \text{ т/м}$ на краевых элементах. При таком же объемном весе материала нагрузка от собственного веса в j раз уменьшенной модели $q = \frac{q^*}{j}$ на криволинейной поверхности модели и $q_0 = \frac{q_0^*}{j}$ на краевых элементах модели. Напряжения от собственного веса в модели в j раз меньше соответствующих напряжений действительной оболочки. Чтобы вызвать в уменьшенной модели напряжения, равные соответствующим напряжениям действительной оболочки, надо прибавить дополнительные нагрузки $p = (j - 1)q$ и $p_0 = (j - 1)q_0$. Нагрузки p и p_0 можно увеличивать ступенями, что в некотором смысле облегчает исследование напряженного состояния оболочки на моделях по сравнению с исследованием действительных оболочек. Но с другой стороны моделирование связано с довольно большими трудностями. К ним относятся:

- 1) Малая толщина криволинейной части уменьшенной модели затрудняет их изготовление и лимитирует коэффициент уменьшения j .
- 2) Трудно моделировать арматуру криволинейной части оболочки.
- 3) Практически очень сложно передать p на криволинейную поверхность точно по закону q и p_0 на краевые элементы по закону q_0 , соблюдая одновременно условие

$$\frac{q_0}{q} = \frac{p_0}{p} \quad (1)$$



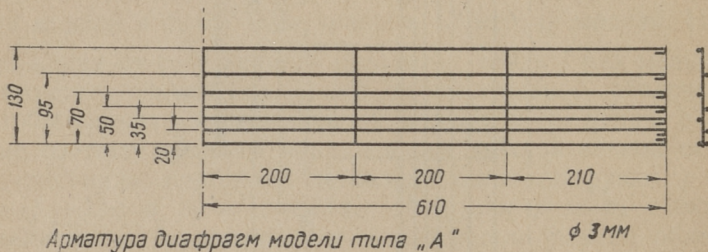
Фиг. 1.

Авторами изготовлены в 10 раз уменьшенные модели оболочки, которая рассматривалась в численном примере [4]. Абсолютные размеры моделей следующие: длина $l = 250$ см, ширина $b = 120$ см, толщина $\delta = 0,7$ см, радиус $R = 93$ см, высота краевой балки $h = 18$ см, толщина краевой балки $\delta_0 = 2,0$ см, угол раскрытия оболочки $\varphi = \frac{2\pi}{9}$; отношение поверхностной нагрузки и нагрузки краевого элемента

$$q_0 = 40,82q\delta, p_0 = 40,82p\delta. \quad (2)$$

2. Модели и их изготовление.

а) Опалубка. Модели изготовлялись на специальной деревянной опалубке, состоявшей из трех основных частей: стол, внутренняя опалубка и внешняя рама-опалубка для краевых балок и диафрагм. Внутренняя опа-



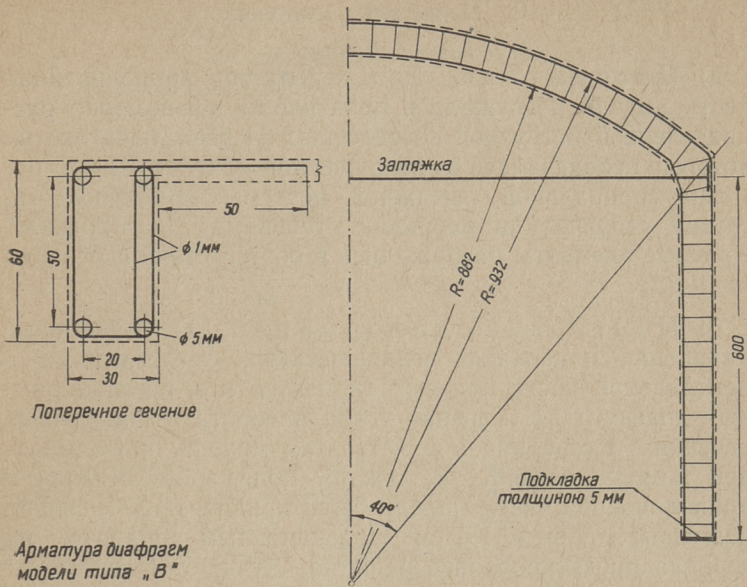
Фиг. 2.

лубка состояла из четырех секций, между которыми во время бетонирования закладывались клинья. Удаление клиньев облегчает распалубливание.

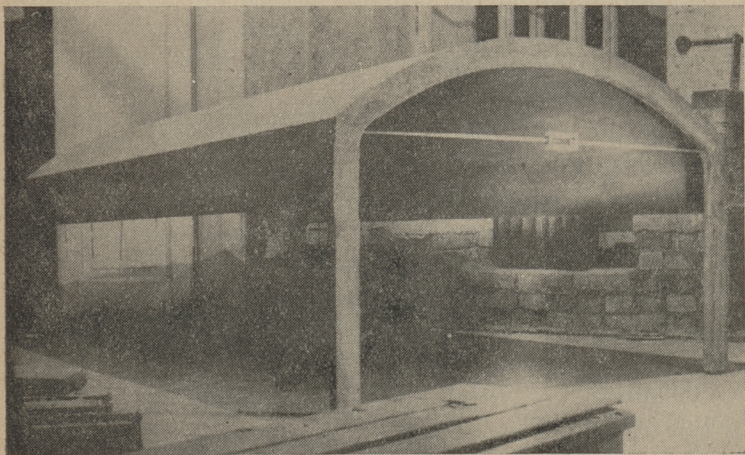
б) Арматура. Криволинейная часть оболочки не была армирована. Арматура краевых элементов * показана на фиг. 1, арматура диафрагм модели типа «А» на фиг. 2 и модели типа «В» на фиг. 3.

в) Раствор и бетонирование. Модели изготовлялись из цементного раствора 1:2. Цемент марки «400». Краевые элементы и диафрагмы бетонировались с фибрацией в двойной опалубке, а криволинейная поверхность без фибрации на односторонней опалубке. Готовая модель показана на фиг. 4.

* В настоящее время проводятся испытания моделей с предварительно напряженной арматурой в краевых элементах.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

3. Испытание моделей.

а) Нагружение. При испытании криволинейная часть модели нагружалась практически равномерно распределенной нагрузкой посредством 64 реек, нагрузка на которые передавалась от загрузочной платформы при помощи специальной рычажной системы. Внешнюю нагрузку увеличивали равными ступенями $\Delta p = 29 \text{ кг/м}^2$. Краевые элементы нагружались в соответствии с отношением (2).

б) Измерение деформаций. Относительные удлинения измерялись механическими тензометрами в центральной части краевых элементов и в ригелях рамных диафрагм. Измерение углов поворота в поперечных сечениях в середине и в четвертях модели проводилось при помощи зеркал. В каждом поперечном сечении к криволинейной части модели были прикреплены 9 зеркал размером $1,5 \text{ см} \times 1,5 \text{ см}$. Проекционным аппаратом на зеркала проектировалась решетка. Лучи, отраженные от зеркал, давали изображение линий решетки на экране. По перемещениям изображений на экране вычислялись углы поворота. Теоретическим и экспериментальным путем установлено, что при деформации оболочки перемещения изображений на экране, вызываемые линейными перемещениями зеркал (точек их прикрепления) по порядку величины меньше перемещений изображений, зависящих от поворота зеркал.

Изменение кривизны определялось механическими кривомерами по гребню модели.

в) Определение характеристик материала. Одновременно с каждой моделью изготавливались и сохранялись в тех же условиях:

1) Шестнадцать образцов, имеющих в плане размеры нормальных образцов для испытания раствора на растяжение, из них 8 образцов с толщиной криволинейной части оболочки (0,7 см) и 8 образцов с толщиной краевых элементов (2,0 см).

2) Три призмы $4 \text{ см} \times 4 \text{ см} \times 12 \text{ см}$ для определения призмной прочности R_{np} и модуля упругости E .

Средние прочностии материала.

	Модель „А“	Модель „В“
Криволинейная часть R_p	28	29
Краевые элементы R_p	35	38
R_{np}	423	450

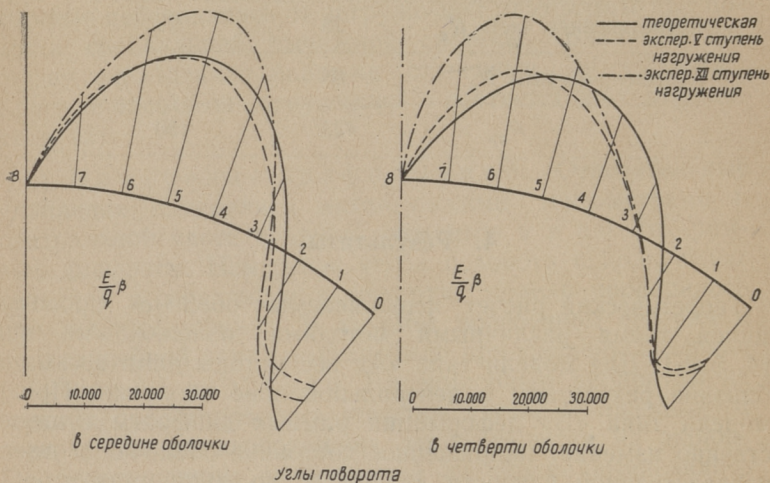
4. Результаты.

Теоретический расчет испытываемых оболочек проводился тремя различными методами, изложенными в [4, 5, 6]. Для модели типа «А» все методы дали весьма близкие результаты в центральной зоне оболочки. При модели типа «В» деформация рамных диафрагм существенно изменяет напряженное состояние оболочки в непосредственной близости диафрагм, но мало влияет на напряженное состояние оболочки в центральной зоне. Указанное обстоятельство подтверждается и результатами испытаний.

На фиг. 5 показаны графики теоретических и экспериментальных углов поворота в поперечных сечениях. До возникновения трещин эти графики весьма близки друг к другу. Самая большая разница намечается у грани сопряжения оболочки с краевой балкой, это, очевидно, объясняется тем, что в теоретических расчетах не учитываются крутящие моменты, воспринимаемые краевой балкой.

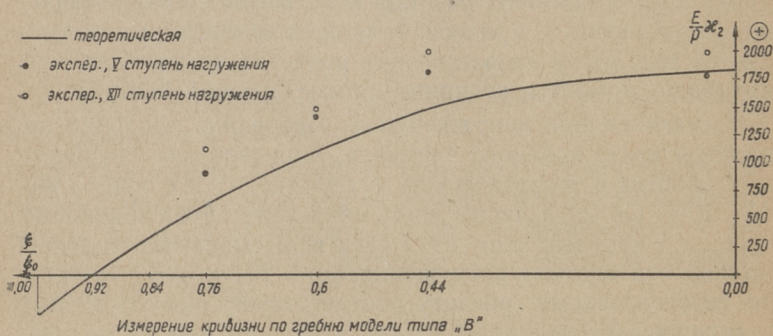
Растягивающие напряжения σ_0 в середине оболочки на нижнем краю краевого элемента, определяемые экспериментальным и теоретическим путем, сходятся с точностью 15—20%. Об этом лучше всего свидетельствует появление трещин в краевых элементах всех испытываемых моделей на седьмой ступени нагружения ($p = 201 \text{ кг/м}^2$), которой по теоретическому расчету соответствует $\sigma_0 = 31 \text{ кг/см}^2$ в модели «А» и $\sigma_0 = 32 \text{ кг/см}^2$ в модели «В» (См. таблица 1).

В криволинейной поверхности модели возникли трещины на 11-ой ступени нагружения ($p = 317 \text{ кг/м}^2$). Полное разрушение моделей, не имеющих арматуры в криволинейной части, наступило на 12-той или 13-той ступени нагружения.



Фиг. 5.

Распределение поперечных изгибающих моментов по длине гребня оболочки несколько отличается от теоретического (фиг. 6) распределения, вычисляемого по теории упругих оболочек.

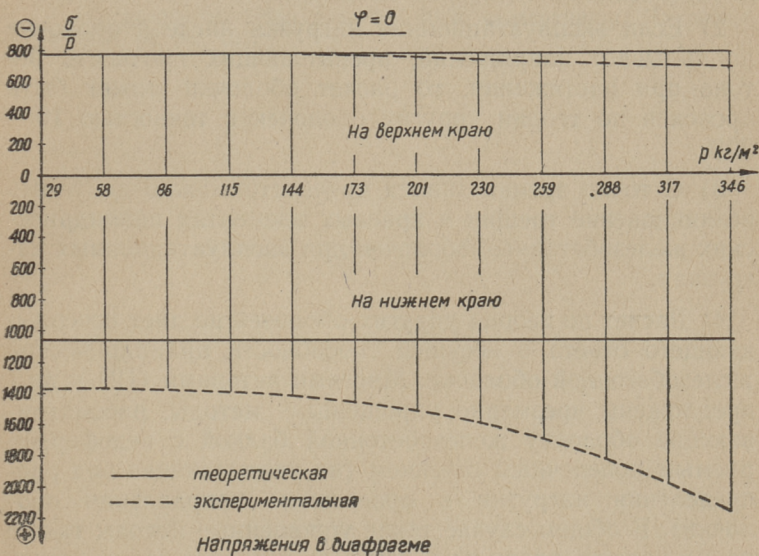


Фиг. 6.

Это можно объяснить следующим образом. Первое уравнение неразрывности деформации цилиндрической упругой оболочки можно свести к следующему виду:

$$\frac{\partial M_2}{\partial \xi} = \frac{\partial H}{\partial \varphi}, \quad (3)$$

где M_2 — поперечный изгибающий момент,
 H — крутящий момент.



Фиг. 7.

При симметричной оболочке и нагрузке в случае $H = 0$ из уравнения (3) следует, что M_2 по длине оболочки имеет постоянную величину. Повидимому железобетонная оболочка не в состоянии полностью воспринимать крутящие моменты и поперечные моменты распределяются по длине железобетонной оболочки более равномерно, чем при упругой оболочке.

При испытании модели «В» были определены относительные удлинения в верхней точке криволинейного ригеля рамной диафрагмы. Оказалось, что ригель в этой точке действительно растянут. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов дано на фиг. 7.

5. Выводы.

Поскольку результаты испытания одиночных оболочек не позволяют сделать далекоидущих обобщений, ограничиваемся следующими выводами:

1) Несложное оборудование позволяет довольно эффективно исследовать цилиндрические железобетонные оболочки.

2) Если эксплуатационная нагрузка нигде в оболочке не вызывает напряжений, превышающих прочность бетона при растяжении, то расчет оболочки может быть проведен по теории упругих оболочек с точностью 10—20%.

3) С точки зрения запаса прочности можно допустить возникновение трещин в краевых элементах цилиндрических железобетонных оболочек при эксплуатационных нагрузках.

4) Расчет по теории упругих оболочек не дает исчерпывающего ответа о несущей способности цилиндрической железобетонной оболочки. Многими авторами ([2] и др.) предложены чрезмерно упрощенные методы, рассматривающие оболочку железобетонной балкой с недеформируемым поперечным сечением (не учитывающие вид распределения нагрузки в поперечном направлении оболочки). В общем случае такие упрощенные методы также не позволяют правильно оценить несущую способность цилиндрической железобетонной оболочки.

Литература.

1. Власов В. З. Общая теория оболочек. 1949 г.
2. Зоделава Г. Д. Экспериментально-теоретическое исследование работы железобетонных сводов-оболочек за пределами упругости. Известия ПМСГЭИ № 2. Тбилиси 1948 г.
3. Лауль Х. Х. Цилиндрические железобетонные оболочки с трещинами в растянутой зоне. Труды Таллинского Политехнического Института № 45. 1953 г.
4. Лауль Х. Х. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. Труды Таллинского Политехнического Института № 50. 1953 г.

5. Нигул У. К. Исследование напряженного состояния железобетонной круговой цилиндрической оболочки при учете деформаций диафрагм. Автореферат диссертации. Таллин 1956 г.
6. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. 1951 г.
7. Шепотьев Л. С. Экспериментальное исследование железобетонной цилиндрической оболочки. Проект и стандарт № 7. 1936 г.
8. Discussion of „Analysis and tests of a cylindrical shell roof model” by Bruno Thürlimann and Bruce G. Johnston (Proc. Amer. Soc. Civil Engrs., 1955, 81, Nr. 654).
9. Haas A. M. — Ontwerp en berekening van shedschaaldaken in voorgespannen beton voor 2×40 m overspanning. (Ingenieur, 1956, 68, Nr. 15).

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И ВЛАЖНОСТНОГО РЕЖИМА СТЕНОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КРУПНОПОРИСТОГО БЕТОНА.

ДОКЕЛИН, С. А.

Теплотехнические свойства крупнопористого бетона сравнительно мало изучены. При этом общим недостатком большинства исследований являлось отсутствие учета влажности материала. Недостаточно ясен вопрос зависимости термического сопротивления стены из крупнопористого бетона от ее толщины.

Основной целью нижеописываемых исследований являлось определение зависимости теплотехнических свойств ограждающих конструкций из крупнопористого бетона от его влажности и толщины слоя бетона. Исследования проводились как в лабораторных условиях — в Таллинском политехническом институте, так и в натуральных условиях.

1. Лабораторные исследования.

Лабораторные исследования проводились преимущественно в течение двух зим 1952—53 и 1953—54 годов.

В качестве объектов исследования были выбраны следующие стеновые конструкции:

1. Стена № 3 — в 2 глиняных обыкновенных кирпича.
2. Стена № 4 — из крупнопористого бетона толщиной в 51 см.
3. Стена № 1 — из крупнопористого бетона толщиной в 25 см с наружным утеплением камышитом толщиной в 5 см.
4. Стена № 2 — из крупнопористого бетона толщиной в 25 см с внутренним утеплением камышитом толщиной в 5 см.

Все стены были оштукатурены с двух сторон, что поставило эталонную кирпичную стену № 3 при испытании в одинаковые условия с другими конструкциями.

Эталонная стена была выложена на холодном растворе из кирпича с объемным весом около 1800 кг/м^3 .

Стены из крупнопористого бетона возводились в опалубке. Объемный вес воздушно-сухого бетона 1600 кг/м^3 , состав по весу 1 : 10 (портландцемент М «400», известняковый щебень с крупностью зерен от 10 до 20 мм).

Исследование проводилось в климатической камере полустационарного режима. Таким образом при испытании образцы стен одной плоскостью соприкасались с холодным наружным воздухом, а другой стороной выходили в климатическую камеру со стационарной температурой и постоянной влажностью воздуха.

В соответствии с размерами проема камеры размер образцов исследуемых стен по ширине был принят 0,85 м и по высоте 1,35 м. Образцы располагались в 2 яруса: толщиной 0,51 м снизу, а толщиной $25 + 5$ сверху; при этом так, чтобы наружные поверхности образцов находились в одной плоскости. По периметру образцы имели тепловую изоляцию.

а) Методика испытаний.

Во время испытания стен в климатической камере проводились термометрические, термотранзитометрические наблюдения и наблюдения над влажностью. Во время испытаний в камере поддерживался постоянный климатический режим, соответствующий отопляемому помещению с нормальной влажностью воздуха — температура $+18^\circ$ и относительная влажность воздуха 60%. На протяжении одного месяца внутренний режим камеры соответствовал микроклимату банного помещения для мытья — температура $+30^\circ$ и относительная влажность воздуха 80%.

Термометрические и термотранзитометрические наблюдения проводились в зимний период. Влияние солнечной радиации было сведено до минимума ориентацией стен в отношении стран света. Расположение всех испытываемых образцов в одной плоскости ставило их в одинаковые условия в отношении ветровых воздействий, а также солнечной радиации.

Заданные температура и влажность воздуха поддерживались при помощи автоматических регуляторов. В качестве прерывателей и замыкателей постоянного тока в электрических цепях низкого напряжения применялись контактные термометры. При этом контактный термометр, использовавшийся для регулирования влажности воздуха работал как мокрый термометр психрометра. В цепи сетевого переменного тока с напряжением в 220 вольт импульсы передавались при помощи электронных реле с ртутно-стеклянными выключателями. Последние включали в сеть или выключали из нее приборы кондиционирования воздуха камеры — нагревательный прибор и увлажнитель, которые экранировались от образцов стеновых конструкций. Равномерность температуры воздуха достигалась искусственной циркуляцией воздуха при помощи двух вентиляторов.

При термометрических наблюдениях в качестве датчиков были применены (впервые при аналогичных измерениях) термистры. Выбор термистров в качестве датчиков для термометрических измерений был обусловлен их высоким температурным коэффициентом (при примененном типе датчика более чем в 20 раз выше, чем у медного термометра сопротивления), обеспечивающим высокую точность измерений при измерительной аппаратуре невысокой точности. При исследовании замеры омического сопротивления термистров производились мостом постоянного тока типа МВУ-49, позволявшим легко определять температуру с точностью в $0,1^\circ$. Другим преимуществом термистров является их маленькие габариты. Однако поскольку совершенно отсутствует опыт по применению их для замера температур в толще и на поверхности стен, то термистры дублировались термоэлементами. Выбор пал на хромель-копелевые термоэлементы, обладающие наивысшей термоэлектродвижущей силой и не подверженные действию влаги. Для измерения термоэлектродвижущей силы применялся лабораторный потенциометр завода «Эталон» в комплекте с нормальным элементом, сухим элементом и нольгальванометром. Цена деления потенциометра $1 \cdot 10^{-5}$ в обеспечивала при применении термоэлементов хромель-копель точность замеров $\pm 0,1^\circ \text{C}$.

Термистры и термоэлементы закладывались на границах отдельных слоев стен и в их толщу в центре каждой

панели во время их возведения. После оштукатуривания стен были установлены также поверхностные датчики.

Кроме указанных датчиков в каждую панель заделывалось еще по 3 коленчатых ртутных термометра с длиной колена в 5, 10 и 15 см и в панели № 1 и № 4 еще по одному термометру с глубиной заделки в 15 см и с удалением последних от края панели на 5 см. Эти два термометра предназначались для определения температурных изменений на краях панелей с различной толщиной слоя из крупнопористого бетона.

Для замера температуры внутреннего и наружного воздуха применялись как ртутные термометры, так и термографы с недельным заводом. Наружные измерительные приборы помещались в метеорологическом ящике.

Измерение температур производилось дважды в сутки (утром и вечером) в часы установленные с таким расчетом, чтобы среднее арифметическое двух замеряемых наружных температур с наибольшей вероятностью соответствовало среднесуточной температуре.

Кроме того, несколько раз за измерительный период производился круглосуточный замер температур с интервалами в три часа.

Параллельно с термометрическими наблюдениями велись также наблюдения над влажностью воздуха в камере и снаружи ее. Непрерывное фиксирование влажности воздуха осуществлялось при помощи недельных гигрографов, а ежесуточно утром и вечером — психрометрами Августа и аспирационным психрометром большой модели. Наблюдение велось также над влажностью материала стен. Для этого периодически из различных слоев стен брались пробы материала.

Термотранзитометрические наблюдения выполнялись при помощи тепломеров системы инж. З. З. Альперовича, которые крепились в центрах панелей на их внутренних поверхностях при помощи гипса. Показания тепломеров на протяжении всего измерительного периода регистрировались шеститочечным самопишущим пирометрическим милливольтметром. Самопишущий милливольтметр, как и прочая основная измерительная аппаратура, помещался вне климатической камеры в смежном помещении.

б) Обработка материалов наблюдений.

Из всего периода наблюдений выбирались отдельные отрезки времени от 10 до 14 суток с устойчивой средне-

суточной температурой наружного воздуха. За эти же интервалы времени, на основании данных наблюдения, вычислялись среднесуточные температуры наружных и внутренних поверхностей стен, а также в местах расположения датчиков внутри стен. Путем обработки записи самопишущего гальванометра определялись среднесуточные величины термоэлектродвижущей силы (E_n), развиваемой измерителями малых тепловых потоков.

Для нахождения истинной т.э.д.с. ($E_{ист}$) учитывалось влияние омических сопротивлений измерителей малых тепловых потоков, самопишущего милливольтметра и подводящих проводов. При этом названные омические сопротивления предварительно приводились к средним температурным условиям, в которых находились измерители и приборы.

Среднесуточные величины теплового потока (Q) в ккал/м² час определялись по формуле

$$Q = E_{ист} \cdot C$$

где C — чувствительность измерителя малых тепловых потоков в условиях испытания в ккал/м² час мв.

При вычислении сопротивления теплопередаче исследованных ограждений (R_0) следовали рекомендации К. Ф. Фокина, о необходимости учитывать изменения теплосодержания стен, происшедшие за время с начала наблюдения.

Температуры воздуха и в толще стен, по которым вычислялись термические сопротивления отдельных слоев конструкций и коэффициенты теплопроводности материалов, принимались как среднесуточные с начала наблюдений.

в) Результаты лабораторных исследований.

В первую зиму стеновые конструкции подвергались теплотехническим исследованиям в свежевыложенном виде. Распределение строительной влажности в толще конструкций через два месяца после их оштукатуривания приводится в таблице 1.

Из таблицы видно, что начальная влажность крупнопористого бетона по сравнению с кирпичной кладкой ниже, хотя и достигает 3,7%.

Влажность стеновых конструкций в марте месяца 1953 года

№№ стен	Конструкция стен с двухсторонней штукатуркой	Весовая влажность материала в %										
		Штукатурка		Бетон (кирпич) на удалении от внутр. поверхн. в см						Камышит		
		внутр.	наружн.	5	10	15	35	40	45			
1	Крупнопористый бетон — 25 см, камышит с наружи	2,22	4,33	2,16	1,83	2,21	—	—	—	—	—	31,40 (5,15)*
2	Крупнопористый бетон — 25 см, камышит внутри	2,15	4,21	—	1,80	3,70	—	—	—	—	—	16,2 (3,04)*
3	2 глиняных кирпича	3,36	5,98	2,21	—	3,12	5,23	—	—	—	4,63	—
4	Крупнопористый бетон — 51 см	2,54	3,33	3,22	3,71	2,06	2,96	1,46	—	—	3,20	—

* Весовая влажность камышита, приведенная к объемному весу крупнопористого бетона.

Теплотехнические характеристики стеновых конструкций из крупнопористого бетона, определенные при указанном их влажностном состоянии, приводятся в таблице 2.

Несоответствие расчетных величин сопротивления теплопередаче стен опытным объясняется в основном неправильным учетом влияния влажности на теплопроводность стеновых материалов, особенно же на теплопроводность кирпичной кладки.

Таблица 2

Теплотехнические характеристики стеновых конструкций из крупнопористого бетона, определенные в первую зиму испытаний

№№ п/п.	Наименование показателя	Стена № 1. Крупнопорист. бетон — 25 см, камышит снаружи.	Стена № 2. Крупнопорист. бетон, — 25 см, камышит внутри	Стена № 3. 2 глиняных кирпича	Стена № 4. Крупнопористый бетон — 51 см
1.	Расчетное сопротивление стены теплопередаче R_0 расч.	0,92	1,00	0,99	1,07
2.	Сопротивление стены теплопередаче из опыта R_0 опытно.	0,99	1,16	0,71	1,07
3.	Термическое сопротивление стенов из опыта $R_{ст}$	0,83	0,93	0,57	0,92
4.	Сопротивление стены теплопередаче $R_0 = R_{ст} + 0,183$	1,01	1,11	0,75	1,10

Таким образом в первую зиму термическое сопротивление стенов из крупнопористого бетона в 1,6 раза выше термического сопротивления кирпичной стенов, при равной толщине стенов в 51 см. Стены из крупнопористого бетона толщиной в 25 см и с утеплением камышитом, несмотря на значительную влажность последнего, по теплозащитным свойствам сравнимы со стеной из сплошного крупнопористого бетона толщиной в 51 см.

Наблюдение за суточными колебаниями температуры в толще стенов в зависимости от изменения температуры наружного воздуха показало, что все стены реагируют на

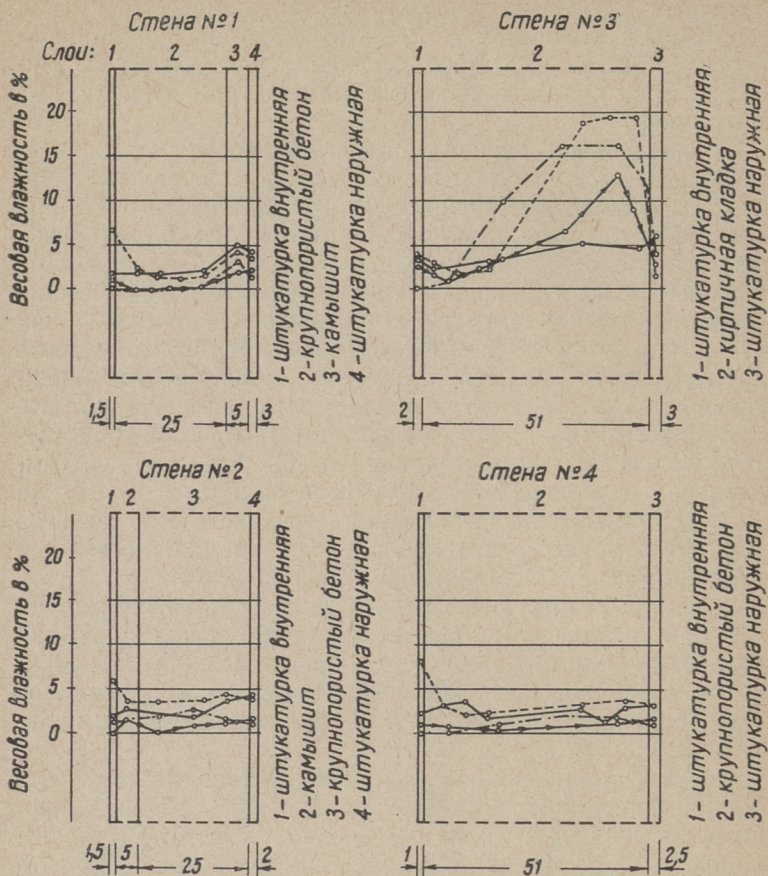
суточные колебания температуры наружного воздуха с одинаковой быстротой. При этом стена из крупнопористого бетона в некоторой степени даже менее чувствительна к суточным колебаниям температуры воздуха, чем кирпичная.

Сравнительная оценка теплоустойчивости исследовавшихся стен позволила сделать вывод, что теплоустойчивость стеновых конструкций из крупнопористого бетона, без утеплителя на внутренней стороне несколько хуже, чем теплоустойчивость кирпичной сплошной кладки. При внутреннем же утеплении стен из крупнопористого бетона, несмотря на одновременное уменьшение толщины, как всей стены, так и ее несущего слоя, теплоустойчивость крупнопористо-бетонных стеновых конструкций значительно превосходит теплоустойчивость кирпичной стены.

В конце зимнего измерительного периода 1953 года внутренний климат испытательной камеры был изменен. Температура внутреннего воздуха была поднята с $+18,0^\circ$ на $+30^\circ$, а относительная влажность воздуха с 60% до 80%. Соответствующее увеличение абсолютной влажности воздуха камеры составляло: с 9,3 на 25,5 мм рт. ст. Такой внутренний режим, отвечающий режиму мокрых помещений бань и прачечных, поддерживался в течение пяти недель. В конце этого периода были взяты пробы на влажность материала стен. Изменение влажности материалов стен за 35 дней показывается на фиг. 1 сплошной и пунктирной линиями.

Очень сильное накопление влаги наблюдалось в эталонной кирпичной стене. Средняя весовая влажность кирпича повысилась с 4,3 до 10,6%. Это соответствует влагонакоплению 58 кг на 1 м^2 стены или 69 г/м^2 час. При этом влага накапливалась в основном в наружной трети стены, хотя при этом влажность наружной штукатурки не повысилась. Причиной последнего следует считать осушающее действие наружного воздуха.

Картина распределения влаги и ее накопления в стеновых конструкциях из крупнопористого бетона была совершенно иная. В наружной штукатурке всех стен влагонакопления не наблюдалось. Наоборот влажность их внутренней штукатурки в среднем увеличилась на 5%. При этом, как в прилегающих к ней слоях, так и во всей толще крупнопористого бетона, накопление влаги было незначительным и даже в наружной трети толщины влажность



Фиг. 1. Изменение влажности материалов в стенах (влажность камышита приведена к γ крупнопористого бетона). Обозначения: — март 1953 г.; - - - апрель 1953 г.; - · - · - июнь 1953 г.; —→ март 1954 г.

крупнопористого бетона не превышала 4,5%. Увеличение же влажности в стене № 2 (с внутренним утеплением камышитом) составляло 1,1%, в стене № 4 (сплошной бетон) — только 0,7%, а в стене № 1 (камышит снаружи) влагонакопления совершенно не было. В последней стене даже наблюдалось дальнейшее просыхание камышита

(на 6,7%), хотя в стене № 2 ролит за этот же период увлажнился на 4,1%.

Влагонакопление в стене № 4 за 35 дней составило 5,5 кг на 1 м² стены или 6,6 г/м² час, т. е. примерно в 10 раз меньше, чем в кирпичной стене. Это обстоятельство позволяет рекомендовать крупнопористый бетон морозостойких составов в качестве материала для стен зданий с высокой влажностью внутреннего воздуха.

На фиг. 1 показано также просыхание исследовавшихся стен в период с апреля 1953 года по март 1954 года. За этот период температура и влажность внутреннего воздуха камеры регулировалась только на протяжении трех последних месяцев ($t = +18^{\circ}$, $\varphi = 60\%$), в остальное время температура воздуха в камере колебалась от $+15$ до $+20^{\circ}$, а относительная влажность его — от 40 до 45%. Графики показывают, что если в течение первых двух месяцев сушки в кирпичной кладке происходило только некоторое перераспределение влаги, без снижения средней влажности стены, то в стеновых конструкциях из крупнопористого бетона за тот же период отмечено значительное просыхание: в среднем на 2,0%. Этому соответствует интенсивность влагоотдачи в стене толщиной в 51 см в размере 11 г/м² час. Это говорит о быстром просыхании стен из крупнопористого бетона. При этом стены продолжали сохнуть и зимою при абсолютной влажности внутреннего воздуха выше 9,0 мм рт. ст. Так скорость просыхания стенки № 4 в марте месяце 1954 года составляла 1,0 г/м² час. При этом в это же время наблюдалось дальнейшее просыхание наружного утепления из камышита. Внутреннее утепление из камышита наоборот показало повышение влажности, правда незначительное — на 1,0%. В зимнее время в период установленного микроклимата камеры повысилась также влажность внутренней штукатурки стен из крупнопористого бетона (на 1,5%).

В отношении расположения камышита можно сделать вывод, что при небольшой влажности воздуха помещений — не более 6—7 мм рт. ст., просыхание камышита на внутренней поверхности стены идет быстрее, чем при его расположении на наружной поверхности. При влажности воздуха выше 9 мм рт. ст. более рационально устанавливать камышит на наружной поверхности стены, так как в этом случае идет его просыхание в течение всего года; при внутреннем же расположении камышита влажность

его в зимний период будет повышаться, что нежелательно, хотя он и будет за лето высыхать. Выводы в отношении расположения камышита будут действительны и для других плитных теплоизоляционных материалов.

Так как имелись некоторые сомнения в правильности градуировки измерителя малых тепловых потоков, установленного на кирпичной стене, то на вторую зиму испытаний тепломеры были переставлены. При этом один измеритель вышел из строя. Таким образом на второй год термотранзитометрические наблюдения велись только над тремя конструкциями — стена № 1 выпала из поля наблюдения. Теплотехнические характеристики стен, полученные на второй год исследования, приводятся в нижеследующей таблице 3. Там же даются средние значения влажности материала стен.

Т а б л и ц а 3

Теплотехнические характеристики стеновых конструкций из крупнопористого бетона, определенные во вторую зиму испытаний

№№ п/п	Наименование показателя	Стена № 2	Стена № 3	Стена № 4
1	R_0 расчетное	1,32	0,95	1,10
2	R_0 из опыта	1,40	0,63	1,06
3	R стены из опыта.	1,18	0,49	0,98
4	$R_{ст} + 0,183$	1,36	0,67	1,16
5	Средняя весовая влажность :			
	крупнопор. бетона,	0,90	—	1,05
	кирпича,	—	5,50	—
	камышита	8,0	—	—

Из таблицы видно, что сопротивление теплопередаче стены из крупнопористого бетона толщиной в 51 см, при весовой влажности бетона в 1% ($R_0 = 1,16$) соответствует нормативному сопротивлению теплопередаче сухой кирпичной стены в $2\frac{1}{2}$ глиняных кирпича ($R_0 = 1,14$). При этом, как видно на примере стены № 1 (см. фиг. 1), в эксплуатационных условиях жилых зданий можно ожидать дальнейшего снижения влажности крупнопористого бетона. В феврале, марте месяцах средняя влажность крупнопористого бетона в названной стене составляла соответственно 0,35, 0,33%.

Стена № 2 с утеплением камышитом на вторую зиму показала повышение ее сопротивления теплопередаче за счет просыхания, (в меньшей мере — крупнопористого бетона и в большей мере — камышита). Интересно отметить, что термическое сопротивление этой стены оказалось в 2 раза выше термического сопротивления эталонной кирпичной стены, имевшей среднюю влажность в 5,5%. Таким образом применение облегченных стеновых конструкций из крупнопористого бетона, утепленного камышитом или цементным фибролитом, с теплотехнической точки зрения целесообразно.

В нижеследующей таблице 4 приводятся коэффициенты теплопроводности крупнопористого бетона при различной влажности материала, полученные путем их расчета по перепадам температуры в отдельных слоях стен с последующей обработкой данных графическим путем. Коэффициенты теплопроводности определялись отдельно в зависимости от толщины стены из крупнопористого бетона.

Таблица 4

Коэффициенты теплопроводности крупнопористого бетона ($\gamma = 1600 \text{ кг/м}^3$) в зависимости от его влажности и толщины слоя

Толщина стены в см	Коэффициенты теплопроводности в ккал/м час град.							
	при весовой влажности бетона в %							
	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
25	0,42	0,46	0,50	0,54	0,58	0,62	0,66	0,69
51	0,48	0,52	0,55	0,59	0,62	0,64	0,69	0,72
средняя	0,45	0,49	0,53	0,57	0,60	0,63	0,68	0,71

Как видно из таблицы, влияние толщины стены на теплопроводность крупнопористого бетона действительно имеется. Однако оно относительно невелико. Значительно большее влияние на величину коэффициента теплопроводности крупнопористого бетона оказывает влажность бетона.

Влажность материала сильно влияет также на теплотехнические свойства камышита. Это подтверждается данными полученными из опыта (см. табл. 5).

Влияние влажности материала на коэффициент теплопроводности камышита

Коэффициент теплопроводности	Весовая влажность в %					
	5	10	15	20	25	30
λ в ккал/м час град	0,065	0,08	0,10	0,12	0,13	0,15

Опыт применения термистров в качестве датчиков при термометрических наблюдениях себя оправдал. Серьезное внимание следует уделять качественному изолированию термистров.

2. Натурные исследования.

Целью натуральных испытаний стеновых конструкций из крупнопористого бетона являлось выявление возможностей применения их в сельскохозяйственных производственных зданиях.

Объектом исследования является двухрядный коровник на 100 голов в совхозе «Лунгу». Стены одной половины коровника были осуществлены в виде облегченной кирпичной кладки с засыпкой опилками и с растворными диафрагмами. Во второй половине стены были возведены из крупнопористого бетона под окна, а частично и выше. Коровник имел вентиляцию по системе докт. техн. наук проф. Л. К. Юргенсона.

Исследования производились в зимы 1953 и 1955 годов.

а) Методика испытаний.

При измерении термических сопротивлений методика испытаний принципиально оставалась прежней. Транзитометрические наблюдения велись при помощи тепломеров в комплекте с самопишущим гальванометром. Тепломеры устанавливались на внутренней стороне простенков. При измерениях температуры в толще стен использовались термоэлементы, заложенные в стены при их возведении.

Температура наружных и внутренних поверхностей стен, а также внутреннего и наружного воздуха против каждой из стен замерялась при помощи термистров. Кроме этого температура воздуха снаружи и на двух противоположных концах коровника (против испытываемых стен) замерялась ртутным термометром и термографами. Влажность воздуха замерялась гигрографами и психрометрами Августа и аспирационным. Замеры проводились в течение недели дважды в сутки. За этот период пробы материалов стен на влажность брались два раза.

С целью определения влияния стеновых конструкций и крупнопористого бетона на внутренний режим коровника в первый год наблюдений в течение целого месяца велись термометрические измерения и замеры влажности воздуха снаружи и на двух половинах коровника. За этот период замерялась также температура поверхностей стен.

В феврале месяце 1955 года при проведении сравнительных измерений была принята упрощенная методика. Термотранзитометрических измерений не проводилось, а для определения термических сопротивлений стеновых конструкций в течение суток было произведено семь замеров температуры на внутренних и наружных поверхностях стен, а также замеры температуры и влажности воздуха внутри помещения и вне его.

б) Результаты натурных исследований.

В первый год исследований, проводившихся в марте месяце, коровник находился в эксплуатации всего только два месяца. Внутренние штукатурные работы закончились на половине со стенами из крупнопористого бетона лишь в декабре месяце. Поэтому ко времени исследования внутренняя штукатурка на стенах из крупнопористого бетона, приготовленная на гидравлическом кукуермите (местное сланцезольное вяжущее) и извести, оказалась совершенно не отвердевшей, имела высокую влажность, доходившую почти до полного насыщения штукатурки водой, и во многих местах отслаивалась.

Влажностное состояние стеновых конструкций к началу термотранзитометрических измерений и изменение влажности стен за шестидневку показываются в таблице 6.

Таблица 6

Влажность стен в коровнике совхоза «Лунгу»

№ № стен	Конструкция стен	Наименование слоя	Весовая влажность в %	
			23.03.53	29.03.53
1.	Массивная стена из крупнопористого бетона (51 см) с двухсторонней штукатуркой. Заполнитель — гравий от 20 до 50 мм	Штукат. внутр.	29,4	25,7
		бетон 0—15 см	3,39	3,56
		бетон 15—25 мм	2,88	1,35
		бетон 25—35 мм	1,00	—
		бетон 35—45 мм	0,83	—
		бетон 45—51 мм	1,05	1,72
	штукат. наружн.	1,94	2,60	
2.	Облегченная стена из крупнопористого бетона (51 см) с двухсторонней штукатуркой. Заполнение из опилок толщиной 13 см. Гравий в бетоне от 8 до 20 мм.	штукат. внутр.	27,4	23,2
		бетон 0—5	—	4,01
		бетон 0—10	3,06	—
		бетон 5—10	—	2,55
		бетон 10—20	4,32	—
		опилки с наружн. стороны	53,4	—
		доска наружная	36,4	—
		бетон наружной ветви стены	3,34	1,72
	штукат. наружн.	2,33	2,92	
3.	Стена Попова (51 см) из глиняного кирпича с засыпкой опилками и растворными диафрагмами.	штукат. внутр.	4,21	21,2
		кирпич внутр.	1,72	9,90
		опилки:		
		с внутр. стороны	15,44	63,0
		из середины	—	157,5
		с наружн. стороны	33,23	100,0
		кирпич наружн.	2,16	11,5
	штукат. наружн.	2,40	8,98	

Примечания: 1) 29.03.53 пробы взяты из кирпичного про-
стенка на половине крупнопористого бетона.

2) В стене № 2 из-за недосмотра строителей была оставлена
внутренняя опалубка колодца из 20 миллиметровых досок.

Приведенные в таблице данные показывают, что влажность крупнопористого бетона в стенах коровника в первый год эксплуатации достигает 3%. Более высокая влажность внутреннего слоя крупнопористого бетона обусловлена миграцией влаги в жидкой фазе из насыщенного водой слоя штукатурки в прилегающий слой крупнопори-

стого бетона. Визуальные наблюдения показали, что первый ряд зерен гравия в бетоне был покрыт жидкокапельной влагой, далее же бетон был на ощупь сухой. Таким образом миграция влаги в жидкой фазе в крупнопористом бетоне незначительна. В стене № 3 из глиняного кирпича она оказалась более значительной. Это видно из того, что внутренняя штукатурка имела влажность на 10—20% ниже влажности внутренней штукатурки на крупнопористом бетоне, а также из высокой влажности внутреннего ряда кирпича (9,9%), где конденсации паров не могло быть. Влажность в наружной половине стены из крупнопористого бетона составляла всего 1%. Влажность засыпки из опилок в стене из крупнопористого бетона, несмотря на паропреграду в виде мокрой опалубки, была ниже чем в стене Попова, выложенной и засыпанной с ней одновременно. Зерна гравия крупнопористого бетона, соприкасавшиеся с досками опалубки с внешней стороны, были покрыты капельной влагой. Влажность наружной штукатурки на крупнопористом бетоне была в 3—4 раза ниже, чем на стене из кирпича, одновременно с ней выложенной.

Таким образом влажностное состояние стен из крупнопористого бетона в первый год эксплуатации лучше, чем у стены Попова.

Интересно отметить, что если наружная штукатурка внизу стен из крупнопористого бетона была сухая, то в стене Попова штукатурка была насыщена водой от цоколя почти до окон.

Для того, чтобы характеризовать температурно-влажностный режим коровника и его двух половин с разными стеновыми конструкциями в нижеследующей таблице 7 приводятся соответствующие данные замеров температуры и влажности воздуха на протяжении одной недели.

В приведенной таблице как температура, так и влажность на двух различных половинах коровника даны в виде средних по двум замерам в сутки.

Данные таблицы показывают, что в опытном коровнике не наблюдалось серьезной разницы между влажностно-тепловыми режимами на его противоположных половинах.

Термотранзитометрические и термометрические наблюдения позволили установить теплотехнические характеристики стеновых конструкций коровника в условиях первой зимы эксплуатации (см. таблицу 8).

Таблица 7

Результаты замеров температуры и влажности воздуха в коровнике совхоза «Лунгу»

Показатель	Числа марта месяца						
	23/24	24/25	25/26	26/27	27/28	28/29	29/30
Температура среднесуточная в град. (по термографу)	+11,5	+12,4	+15,2	+15,5	+11,6	+14,5	+12,8
Температура на половине стен Пoppers	12,2	11,2	12,9	12,0	10,5	13,2	13,2
Температура на половине стен из крупнопористого бетона	12,5	10,2	13,8	12,2	11,2	10,8	13,2
Относительная влажность среднесуточная в % (по гигрографу)	84	84	86	86	83	84	88
Влажность на половине стен Пoppers	82	77	74	68	72	77	91
Влажность на половине стен из крупнопористого бетона	85	75	74	73	77	73	86

Таблица 8

Теплотехнические характеристики стеновых конструкций коровника совхоза «Лунгу»

№№ п.п.	Наименование конструкции	Теоретич. (с учетом влажности)	Экспериментальные	
			R стены	R ₀
1.	Сплошная стена из крупнопористого бетона.	0,95	0,71	0,89
2.	Облегченная стена из крупнопористого бетона.	1,26	0,96	1,14
3.	Облегченная кирпичная стена.	1,74	1,63	1,81

Влажность стеновых конструкций коровника в совхозе «Лунгу» на третью зиму эксплуатации

№№ п/п.	Наименование конструкции стены.	Наименование слоя	Весовая влажность в %
1.	Сплошная стена из крупнопористого бетона.	Внутренняя штукатурка внутр. поверхность бетона бетон на расст. 5—10 см бетон на расст. 10—15 см бетон на расст. 40—45 см наружн. поверх. бетона наружная штукатурка	7,82 2,42 1,19 0,95 0,90 2,98 1,44
2.	Облегченная стена из крупнопористого бетона.	внутренняя штукатурка бетон на расст. 0—5 см бетон на расст. 5—10 см бетон на расст. 10—15 см бетон на расст. 15—20 см бетон на расст. 20—25 см бетон вплотную к опалубке изнутри тоже снаружи бетон наружн. ветви наружн. поверх. бетона наружн. штукатурка	2,95 2,37 1,94 1,80 0,91 0,86 1,12 1,91 1,66 1,43 2,31
3.	Облегченная кирпичная стена.	внутренняя штукатур. середина кирпича поверх. кирпича к опилкам внутр. слой опилок середина слоя опилок наружн. поверх. кирпича наружн. штукатурка	2,78 0,52 0,52 3,87 13,7 1,4 1,74

Испытания позволили уточнить коэффициент теплопроводности крупнопористого бетона на крупном заполнителе от 20 до 50 мм. При средней относительной влажности в 1,8% коэффициент теплопроводности получился равным $\lambda = 0,80$ ккал/м час град. Следовательно крупность заполнителя, вернее крупность пор крупнопористого бетона, в значительной степени снижает его теплозащитные свойства. Однако, и при данной крупности заполнителя стены из крупнопористого бетона, при нормальной

его влажности, по теплозащитным свойствам сопоставимы со сплошной кирпичной стеной.

Влажностное состояние стеновых конструкций коровника на третью зиму представлено в таблице 9. Если испытание первого года проходило при температурах наружного воздуха близких к нулю, то на этот раз наружная температура доходила ночью до $-21,6^{\circ}\text{C}$.

Высокая влажность внутренней штукатурки стены № 1 показывает на конденсацию пара на внутренней штукатурке при низкой температуре наружного воздуха. Влажность крупнопористого бетона в стене за исключением слоев, непосредственно прилегающих к штукатурке, в среднем составляла 1%, т. е. столько же, сколько в первую зиму эксплуатации. Это еще раз говорит о быстром просыхании крупнопористого бетона. Внутренняя штукатурка на обоих облегченных стенах имела одинаковую влажность. При этом влажность крупнопористого бетона, особенно в наружной ветви стены, была выше влажности кирпичной кладки. Это объясняется тем, что начальная влажность засыпки в стене из крупнопористого бетона была более высокой, чем в кирпичной стене. К тому же доски опалубки создавали в первой стене паропреграду. Наибольшее скопление влаги в этой стене было обнаружено при ее вскрытии в слое крупнопористого бетона, непосредственно прилегающем к доскам наружной опалубки — зерна гравия в бетоне были покрыты слоем льда. Это говорит о недопустимости устройства паропреград в толще стен из крупнопористого бетона.

Результаты определения сопротивлений теплопередаче стен вышеописанным упрощенным способом приведены в таблице 10.

Таблица 10

Результаты определения сопротивлений теплопередаче стеновых конструкций коровника в совхозе «Лунгу» на третью зиму эксплуатации

Показатель	Конструкция стен		
	№ 1 Сплошная стена из крупнопористого бетона	№ 2 Облегченная стена из крупнопористого бетона	№ 3 Облегченная кирпичная стена
R_0 в град. $\text{м}^2 \text{ час/к кал}$	1,00	1,89	2,44

Данные таблицы позволяют с известной точностью сопоставлять стеновые конструкции между собою. Таблица показывает, что в условиях коровника применение облегченной конструкции стены из крупнопористого бетона с теплотехнической точки зрения целесообразно. Стена № 1 применительно к рекомендациям докт. технич. наук, проф. Л. К. Юргенсона *, более пригодна для стен четырехрядных коровников и прочих сельскохозяйственных зданий большой ширины.

Заключение.

Результаты исследования позволяют сделать некоторые выводы в отношении теплотехнических свойств и влажностного режима стеновых конструкций из крупнопористого бетона. Можно считать установленным, что величина среднего коэффициента теплопроводности крупнопористого бетона практически не зависит от толщины стены. Выявлен характер зависимости теплопроводности крупнопористого бетона от его влажности (см. таблицу 4). Эксперименты показали, что весовая влажность крупнопористого бетона в стеновых конструкциях без паропреград не превышает 1%. Стены из крупнопористого бетона на много целесообразнее кирпичных в зданиях с высокой влажностью воздуха внутренних помещений и в частности в животноводческих постройках. Применение плитных утеплителей в виде, например, камышита и фибролита не отражается отрицательно на тепловлажностном режиме стеновых конструкций из крупнопористого бетона. При упругости пара в воздухе внутренних помещений выше 9 мм рт. ст. оказывается рациональнее устанавливать плитные утеплители на наружной поверхности стены. Установленный экспериментальным путем коэффициент теплопроводности крупнопористого бетона на заполнителе крупностью 10—20 мм при объемном весе бетона 1600 кг/м^3 и влажности его в 1% $\lambda = 0,55 \text{ ккал/м час град}$. Сопоставление полученного результата с имеющимися по данному вопросу литературными данными, определенными опытным путем (см. таблицу 11), позволило

* Л. К. Юргенсон. «Зависимость режима влажности, теплоты и содержания CO_2 в помещениях для сельскохозяйственных животных, в зависимости от ограждающих конструкций и установок аэрации». — 1951 г.

Литературные данные о результатах экспериментального исследования коэффициента теплопроводности крупнопористого бетона

Кем и когда проведено исследование	Испытатель- ная уста- новка	Размеры образ- цов в см		Фактура	Заполнитель			Объемный вес бетона в кг/м ³	Коэффи- циент теплопро- водности в ккал/м час град
		площадь	толщ.		вид	зерновой состав в мм	влаж- ность в % весов.		
1		3	4	5	6	7	8	9	10
В. Чернышев в 1931 г.	Лаборатор- ный прибор (очевидно типа Пэнсгена)	20×20	4	без фактуры	сиенитовый щебень	5—10	данных нет	1670 1770	0,69 0,72
Х. Петерсе- ном в 1943 г.	В щитовой климатичес- кой камере	254×142	15,2	Односторон- няя штука- турка и це- ментная по- краска с др. стороны	речной гравий	4,8—9,5 " 9,5—19,1 "	данных нет	1550 1820 1690 1840	0,37 0,53 0,59 0,79

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ф. В. Ушко- вым в 1951 г.	Специальная холодильная автоматиче- ская уста- новка (СХАУ)	70×70	20	Односторон- ная штука- турка	известняко- вый щебень	5—40	воздуш- носухое состо- яние	1850	0,72
				двухсторон- ная штука- турка	известняко- вый щебень	5—40	воздуш- носухое состо- яние	1850	0,66
К. Ф. Фоки- ным в 1954 г.	Опытный павильон	стены	40	Двухсторон- ная штука- турка	известняко- вый щебень	5—20	2	в воздушно- сухом состо- янии 1620	0,49
			50				2,8	0,54	
			60				3,7	0,57	
Во Всесоюз- ном научно- исследо- вательском институте им. Микояна	Неизвестно	стена	45	—	—	—	3,5	1900	0,73

установить зависимость величины коэффициента теплопроводности крупнопористого бетона от его объемного веса. В таблице 12 приведены коэффициенты теплопроводности крупнопористого бетона на заполнителе крупностью 10—20 мм, 5—20 мм, 5—40 мм и т. п.

Таблица 12

Рекомендуемые расчетные величины коэффициента теплопроводности крупнопористого бетона

Объемный вес крупнопористого бетона в кг/м ³	1600	1700	1800	1900
Коэффициент теплопроводности λ ккал/м час град.	0,55	0,60	0,65	0,75

Небольшой объем статьи не позволяет остановиться на анализе приведенных в таблице 11 литературных данных, а потому ограничимся замечанием, что при составлении таблицы 12 в расчет не принимались коэффициенты, полученные при испытании стен с односторонней штукатуркой, а также образцов толщиной в 4 см. Данные таблицы 12 не применимы к крупнопористому бетону, на заполнителе крупностью 5—10 и 20—40 мм, коэффициенты теплопроводности которого соответственно ниже или выше приведенных в таблице 12 коэффициентов.

О ВЛИЯНИИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СИЛ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СТРУКТУРЫ ПЕСЧАНЫХ ГРУНТОВ

КУЛЬБАХ В. Р.

В работе приводится анализ зависимостей, определяющих интенсивность воздействия фильтрационного потока на частицы песчаных грунтов и выясняется взаимоотношение между силами трения и фильтрационного давления. Далее даются общие зависимости для определения значений градиента напора и давления, исходя из уклонов линий равных напоров и равных давлений. При помощи этих зависимостей устанавливаются условия для оценки местной устойчивости затопленных и незатопленных откосов.

І. Современное состояние вопроса об учете фильтрационных сил

Впервые представления о силовом воздействии фильтрационного потока были изложены в работах Ф. Форхгеймера и Н. П. Пузыревского. К. Терцаги предлагал рассматривать фильтрационные силы как объемные силы и выдвинул зависимость для определения их интенсивности. Зависимость эта была математически выведена Н. Н. Павловским. Дальнейшее развитие методов учета сил взаимодействия скелета грунта и воды отражается в работах Э. Мейер-Петер, Г. Фавре, Р. Мюллер [17], И. Оде [18], Б. К. Ризенкампа [9], В. В. Фандеева [10], Н. М. Герсванова [3], И. Ф. Бурлай [2] и др. Задача определения напряженного состояния земляной среды, обусловленного воздействием фильтрационного потока, была решена В. А. Флориным [11].

Способы учета фильтрационных сил при расчете общей устойчивости откосов и оснований сооружений разработаны в работах К. Терцаги, Н. Н. Павловского, Р. Р. Чу-

гаева, А. И. Иванова, Е. Д. Кадомского, М. М. Гришина [4], Н. И. Цивинского, а в свете теории предельного равновесия — в работах В. В. Соколовского и С. С. Голушкевича. Способ расчета общей устойчивости с учетом фильтрационных сил в условиях нестабилизированного состояния приведен в работе В. А. Флорина [11].

Наиболее совершенным способом учета фильтрационных сил при расчете общей устойчивости следует признать способ замены фильтрационных сил граничными давлениями в воде, развитый Е. Д. Кадомским и В. А. Флориным.

Зависимости для оценки условий местной устойчивости оснований на основе уравнений равновесия выведены в работах К. Терцаги, В. С. Баумгарта, Н. Н. Павловского и Р. Р. Чугаева. Более общим критерием местной устойчивости оснований является условие отсутствия растягивающих напряжений, предложенный В. А. Флориным.

Способы оценки условий местной устойчивости откосов развиты сравнительно слабо. Условия равновесия частиц грунта для некоторых частных случаев приведены в работах Н. П. Пузыревского, М. Е. Кнорре, М. М. Гришина [4], Н. М. Герсеванова [3], Н. А. Цытовича, Н. Н. Маслова, В. В. Аристовского, К. П. Карпова [16], В. Бернадика [13] и Р. Гефели [15]. Попытка постановки общей задачи местной устойчивости откосов сделана В. Бернадиком, но вследствие одностороннего подхода к вопросу решение не приведено до конца. Приемлемые решения двух частных случаев приведены в работах Н. М. Герсеванова и В. В. Аристовского.

В результате обширных экспериментальных исследований явлений механической суффозии (работы В. С. Истоминой, Л. И. Козловой и др.), разработаны зависимости для определения вымывающих скоростей фильтрации и для подпора состава обратных фильтров. В то время вопрос о распределении фильтрационных сил между частицами разной крупности не имеет достаточно обоснованного решения.

Несмотря на актуальность и большое практическое значение вопросов воздействия фильтрационного потока на условия разрушения структуры грунта, часть этих вопросов до настоящего времени не нашла еще единого, удовлетворительного решения. В частности, в современной литературе встречаются еще противоречивые и не-

правильные представления об интенсивности воздействия фильтрационного потока. Особенно неясен вопрос о соотношении между силами трения и силами фильтрационного давления, а также вопрос о воздействии фильтрационного потока на частицы разной крупности в неоднородных песках. Способы расчетной оценки условий нарушения местной устойчивости откосов при воздействии фильтрационного потока в большинстве случаев не отражают действительных условий возникновения состояния предельного равновесия.

Настоящая работа должна содействовать в устранении указанного пробела в современной гидротехнической литературе. В результате критического анализа существующих работ, лабораторных и теоретических исследований условий разрушения структуры грунта приводятся зависимости, которые могут быть приняты в основу расчетной оценки этих условий в однородных грунтах. Неоднородные грунты будут рассматриваться в дальнейших работах.

II. Силы, характеризующие взаимодействие скелета грунта и движущейся в его порах воды.

При наличии фильтрационного потока на скелет грунта действуют следующие активные силы, распределенные по всему объему грунта и рассматриваемые поэтому как объемные силы:

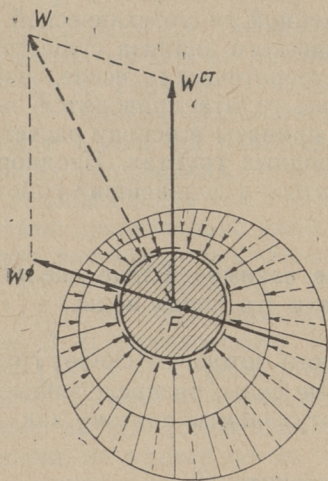
- 1) собственный вес скелета грунта $G_{сух}$,
- 2) силы взвешивания (архимедовы силы) W^{cm} ,
- 3) силы фильтрационного давления W^{ϕ} ,
- 4) силы трения между частицами скелета грунта и движущейся в его порах водой (точнее: между движущейся и молекулярно связанной водой) F .

Силы взвешивания W^{cm} , как известно, возникают вследствие разности гидростатических давлений по поверхности отдельных частиц и могут быть представлены в виде равнодействующей площади эпюры гидростатических давлений, направленной вертикально снизу вверх (см. фиг. 1). Силы же фильтрационного давления W^{ϕ} могут рассматриваться в виде геометрической разности равнодействующих эпюр общего (гидродинамического) и гидростатического давлений, т. е. в виде равнодействующей эпюры из-

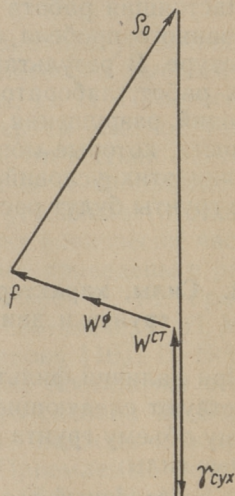
быточного давления, направленной по касательной к линии тока.

Силы трения F возникают в результате касательных напряжений и направлены по касательной к линии тока.

Все вышеуказанные силы на единицу объема грунта показаны на диаграмме фиг. 2. Их суммарное воздействие приводит к равнодействующей системе объемных сил интенсивностью ρ , уравнивающейся реакцией окружающего грунта ρ_0 .



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Силы, обусловленные воздействием воды на скелет грунта, на основании закона Ньютона вызывают возникновение реактивных сил, равных по интенсивности и противоположных по направлению, т. е. обратное воздействие скелета грунта на воду.

В результате на воду действуют следующие объемные силы:

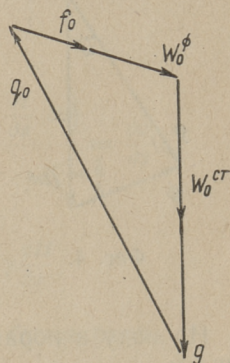
- 1) собственный вес воды G ,
- 2) силы, обратные силам взвешивания W_0^{cm} ,
- 3) силы, обратные силам фильтрационного давления W_0^{ϕ} ,

- 4) силы, обратные силам трения F_0 ,
- 5) силы инерции, которыми, ввиду их малости, пренебрегают.

Эти объемные силы, которые на единицу объема грунта представлены на фиг. 3, приводят к равнодействующей системе q , уравнивающейся реактивным давлением окружающей воды q_0 .

На грунтовую среду (т. е. на скелет грунта и воду) в целом в качестве активной силы действует только собственный вес насыщенного водой грунта, который уравнивается реакцией окружающего грунта и реактивным давлением окружающей воды. Остальные объемные силы отражают взаимодействие скелета грунта и движущейся в его порах воды, т. е. взаимно уравниваются и поэтому при рассмотрении условий равновесия грунтовой среды в целом не подлежат учету.

Для установления интенсивности воздействия фильтрационного потока на скелет грунта в современной гидротехнической литературе встречаются в основном три разных способа (не говоря об ошибочных). Сущность этих способов приводит к следующему.



Фиг. 3.

а) Общепринятый «гидравлический» способ.

Собственный вес скелета грунта складывается с силами взвешивания, в результате чего имеется объемная сила интенсивностью

$$\gamma_{взв} = \gamma_{сух} - (1 - m)\gamma,$$

где $\gamma_{взв}$ — объемный вес скелета грунта с учетом взвешивающего воздействия воды,

$\gamma_{сух}$ — объемный вес сухого скелета грунта,

γ — объемный вес воды,

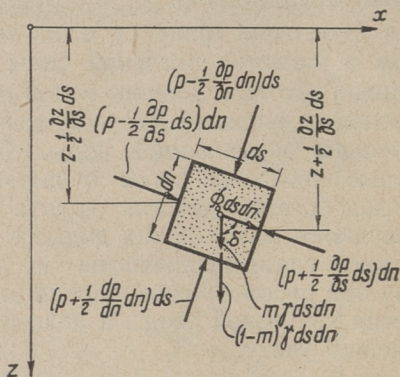
m — пористость.

Равнодействующая система объемных сил Q складывается из двух систем объемных сил — $\gamma_{взв}$ и ϕ (см. фиг. 4).

Интенсивность фильтрационных сил может быть определена из условий движения воды в элементарном объеме грунта, ограниченном двумя линиями тока и двумя линиями равных напоров (см. фиг. 5).



Фиг. 4.



Фиг. 5.

На воду в порах такого объема действуют следующие силы:

- 1) собственный вес воды $m\gamma dn ds$,
- 2) силы, обратные силам взвешивания $(1 - m)\gamma dn ds$,
- 3) силы, обратные фильтрационным силам $\phi_0 dn ds$,
- 4) давления на граничных поверхностях рассматриваемого объема

$$\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds\right) dn, \quad \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds\right) dn,$$

$$\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial n} dn\right) ds, \quad \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial n} dn\right) ds.$$

Здесь ds — элемент линии тока,

dn — элемент линии равного напора,

$p = \gamma(H + z)$ — давление в воде.

Проектируя все силы на направление касательной к линии тока, на основе принципа Даламбера получаем

$$\begin{aligned} \phi_0 ds dn &= \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) dn - \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) dn - \\ &- m\gamma ds dn \cos \delta - (1 - m)\gamma ds dn \cos \delta = \\ &= \frac{\partial p}{\partial s} ds dn - \gamma ds dn \cos \delta, \end{aligned}$$

где δ — угол отклонения вектора $\text{grad } H$ от оси z .

Отсюда

$$\phi_0 = \frac{\partial p}{\partial s} - \gamma \cos \delta.$$

С другой стороны

$$\cos \delta = \frac{\left(z + \frac{1}{2} \frac{\partial z}{\partial s} ds \right) - \left(z - \frac{1}{2} \frac{\partial z}{\partial s} ds \right)}{ds} = \frac{\partial z}{\partial s}.$$

В результате имеем

$$\phi_0 = \gamma \frac{\partial H}{\partial s} + \gamma \frac{\partial z}{\partial s} - \gamma \frac{\partial z}{\partial s} = \gamma \frac{\partial H}{\partial s},$$

и интенсивность фильтрационных сил будет равна

$$\phi = -\gamma \frac{\partial H}{\partial s} = -\gamma \text{grad } H.$$

б) «Гидродинамический» способ.

Собственный вес скелета грунта (без учета взвешивающего воздействия воды) и силы трения рассматриваются отдельно, а силы взвешивания складываются с силами фильтрационного давления. Такие суммарные силы давления направлены перпендикулярно линиям равных давлений.

Равнодействующая система объемных сил q складывается из трех систем объемных сил — $\gamma_{\text{сух}}$, ω и f (см. диаграмму фиг. 6).

Для определения интенсивности сил гидродинамического давления ω рассмотрим в начале давление на одну частицу.

Из гидродинамики известно, что равнодействующая сила давления на замкнутую поверхность на основании формулы Остроградского может быть выражена интегралом по объему.

$$W = - \int_S p dS = - \int_V \int \int \text{grad } p dV.$$

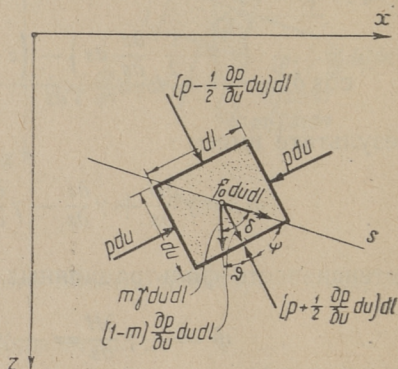
В силу произвольности объема V можно написать

$$W = - V \text{ grad } p.$$

Как известно, объем твердых частиц в единице объема грунта равен $(1 - m)$, стало быть, интенсивность суммарного давления будет равна $\omega = - (1 - m) \text{ grad } p$.



Фиг. 6.



Фиг. 7.

Интенсивность сил трения может быть выведена из уравнения движения воды в порах элементарного объема грунта, ограниченного двумя линиями равных давлений и двумя перпендикулярами к ним (см. фиг. 7).

На воду в порах такого объема действуют следующие силы:

1) собственный вес воды $m\gamma dl du$,

2) объемные силы, обратные силам суммарного давления воды на скелет грунта $(1 - m) \frac{\partial p}{\partial u} dl du$,

3) силы, обратные силам трения, направленные по касательной к линии тока $f_0 dl du$,

4) давления на граничных поверхностях рассматриваемого объема

$$\begin{aligned} & \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial u} du\right) dl, & \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial u} du\right) dl, \\ & \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial l} dl\right) du, & \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial l} dl\right) du. \end{aligned}$$

Здесь dl — элемент линии равного давления,
 du — элемент перпендикуляра к линии равного давления.

Проектируя все эти силы на направление касательной к линии тока и учитывая, что $\frac{\partial p}{\partial l} = 0$, на основе принципа Даламбера можно написать:

$$\begin{aligned} f_0 dl du &= \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial u} du\right) dl \cos \psi - \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial u} du\right) dl \cos \psi - \\ & - m\gamma du dl \cos \delta - (1 - m) \frac{\partial p}{\partial u} du dl \cos \psi = \\ & = m \frac{\partial p}{\partial u} du dl \cos \psi - m\gamma du dl \cos \delta, \end{aligned}$$

где δ — угол отклонения вектора $\text{grad } H$ от оси z ,
 ψ — угол между векторами $\text{grad } H$ и $\text{grad } p$.

Отсюда

$$f_0 = m \left(\frac{\partial p}{\partial u} \cos \psi - \gamma \cos \delta \right).$$

С другой стороны

$$\cos \delta = \frac{\partial z}{\partial s}, \quad \text{а} \quad \cos \psi = \frac{\partial u}{\partial s}.$$

Стало быть

$$f_0 = m \left(\frac{\partial p}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial s} - \gamma \frac{\partial z}{\partial s} \right) = m \left(\frac{\partial p}{\partial s} - \gamma \frac{\partial z}{\partial s} \right).$$

Подставляя $p = \gamma(H + z)$, получим

$$f_0 = m\gamma \frac{\partial H}{\partial s}.$$

В результате имеем интенсивность сил трения в виде

$$f = -m\gamma \frac{\partial H}{\partial s} = -m\gamma \text{grad } H.$$

Пользование «гидродинамическим» способом учета объемных сил, ввиду его сложности по сравнению с «гидравлическим» способом, не может быть рекомендовано для расчетной практики. Однако, сопоставление этих двух способов позволяет прийти к некоторым выводам, представляющих интерес при рассмотрении условий устойчивости структуры грунта.

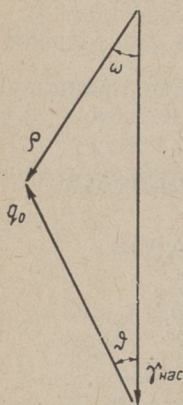
в) Способ «граничных давлений».

Собственный вес скелета складывается с собственным весом воды, в результате чего имеется объемная сила интенсивностью

$$\gamma_{нас} = \gamma_{сух} + m\gamma = \gamma_{взв} + \gamma.$$

Эта сила, как было указано выше, уравнивается реактивным давлением окружающей воды q_0 и реакцией окружающего грунта $q_0 = -q$ (см. диаграмму фиг. 8).

Легко убедиться, что граничные давления воды приводят к равнодействующей системе интенсивностью



Фиг. 8.

$$q_0 = - \text{grad } p.$$

Способ «граничных давлений» по существу является основой метода замены фильтрационных сил граничными давлениями в воде при расчете общей устойчивости земляных откосов и оснований сооружений.

*

Статическая эквивалентность равнодействующих систем объемных сил, полученных в соответствии с вышеуказанными способами, может быть доказана путем сопоставления их составляющих.

Так по «гидравлическому» способу

$$Q_x = -\gamma \frac{\partial H}{\partial x},$$

$$Q_z = \gamma_{взв} - \gamma \frac{\partial H}{\partial z}.$$

По «гидродинамическому» способу

$$\begin{aligned} q_x &= -m\gamma \frac{\partial H}{\partial x} - (1-m) \frac{\partial p}{\partial x} = -m\gamma \frac{\partial H}{\partial x} - \\ &\quad - (1-m) \left(\gamma \frac{\partial H}{\partial x} + \gamma \frac{\partial z}{\partial x} \right) = -\gamma \frac{\partial H}{\partial x}, \\ q_z &= \gamma_{\text{сyx}} - m\gamma \frac{\partial H}{\partial z} - (1-m) \frac{\partial p}{\partial z} = \gamma_{\text{сyx}} - m\gamma \frac{\partial H}{\partial z} - \\ &\quad - (1-m) \left(\gamma \frac{\partial H}{\partial z} + \gamma \frac{\partial z}{\partial z} \right) = \gamma_{\text{взв}} - \gamma \frac{\partial H}{\partial z}. \end{aligned}$$

По способу «граничных давлений»

$$\begin{aligned} q_x &= -\frac{\partial p}{\partial x} = -\gamma \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right) = -\gamma \frac{\partial H}{\partial x}, \\ q_z &= \gamma_{\text{нас}} - \frac{\partial p}{\partial z} = \gamma_{\text{нас}} - \gamma \left(\frac{\partial H}{\partial z} + \frac{\partial z}{\partial z} \right) = \\ &= \gamma_{\text{нас}} - \gamma - \gamma \frac{\partial H}{\partial z} = \gamma_{\text{взв}} - \gamma \frac{\partial H}{\partial z}. \end{aligned}$$

Также может быть доказана эквивалентность потенциальной функции равнодействующей системы объемных сил, определенной по разным способам.

На фиг. 9 сопоставлены все вышеуказанные способы на общей диаграмме. Небезинтересно ознакомиться со значением отдельных частей этой диаграммы.

Треугольник *OAC* представляет условие равновесия скелета грунта, а треугольник *ABC* — воды на основе «гидравлического» представления.

Исходя из «гидродинамической» точки зрения, можно убедиться, что многоугольник *ODEC* представляет условие равновесия скелета грунта, а многоугольник *DBCE* — воды.

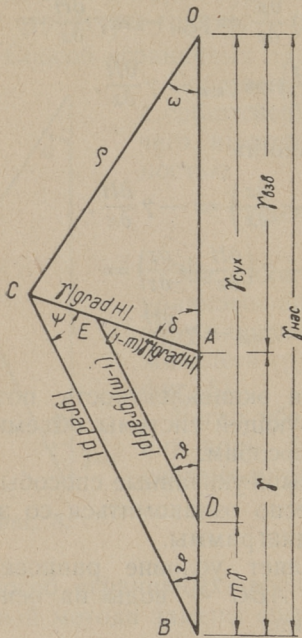
Большой треугольник *OBC* представляет условие равновесия грунтовой среды (скелета грунта + воды) в целом.

При наличии водонепроницаемых контактов между частями, не передающих давлений (что вообще сомнительно) силы давления уменьшаются. Их значение в долях от полного давления (при отсутствии водонепроницаемых контактов) характеризуется коэффициентом

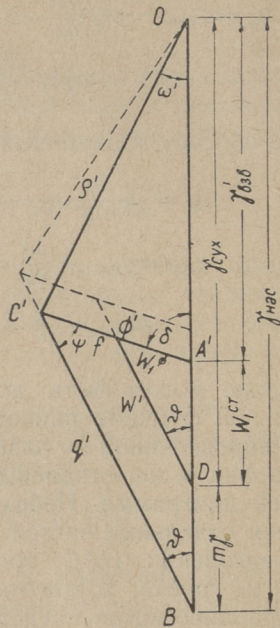
$$\alpha = 1 - \frac{S_0}{S},$$

где S_0 — площадь водонепроницаемых контактов между частицами в рассматриваемом объеме,
 S — общая площадь поверхностей всех частиц в этом же объеме.

Из условий движения воды вытекает, что силы трения при наличии водонепроницаемых контактов должны со-



Фиг. 9.



Фиг. 10.

хранить прежнюю величину, т. е. интенсивность будет по-прежнему равна

$$f = -m\gamma \text{ grad } H.$$

Остальные объемные силы получают другие значения (см. фиг. 10):

$$\begin{aligned} \omega_1^{cm} &= \kappa(1-m)\gamma, & \gamma'_{\text{взв}} &= \gamma_{\text{сух}} - \kappa(1-m)\gamma, \\ \omega_1^{\phi} &= \kappa(1-m)\gamma |\text{grad } H|, & \phi' &= [\kappa(1-m) + m]\gamma |\text{grad } H|, \\ \omega_1 &= \kappa(1-m) |\text{grad } \rho|, & q' &= [\kappa(1-m) + m] |\text{grad } \rho|. \end{aligned}$$

В то время углы наклона всех объемных сил, кроме равнодействующей системы q , остаются неизменными.

III. Анализ соотношений в общей диаграмме объемных сил.

а) Соотношение между интенсивностями сил трения и фильтрационного давления.

Сравнение сил, действующих на скелет грунта по «гидравлическому» и «гидродинамическому» представлениям (см. фиг. 9) показывает, что фильтрационные силы могут быть разложены на силы фильтрационного давления и силы трения

$$f = \gamma | \text{grad } H | = w^{\phi} + \dot{f}.$$

Интенсивности этих составляющих соответственно будут равны

$$w^{\phi} = (1 - m) \gamma | \text{grad } H |,$$

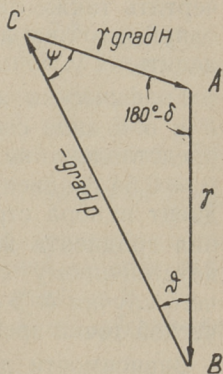
$$\dot{f} = m \gamma | \text{grad } H |.$$

Отсюда видно, что силы фильтрационного давления и силы трения оказываются величинами одинакового порядка. Кроме того, оказывается, что интенсивность сил трения не зависит от гранулометрического состава грунта. Это положение действительно во всех случаях ламинарной фильтрации, когда силы инерции не играют существенной роли.

Независимость интенсивности сил трения от гранулометрического состава грунта не означает, что воздействие фильтрационного потока на все частицы грунта одинаково. Естественно, что удельное значение сил трения на мелкие частицы больше, чем на крупные, так как поверхность мелких частиц на единицу объема частицы больше чем крупных. Но оказывается, что воздействие фильтрационного потока одинаковой интенсивности на частицы грунта одинакового диаметра в грунтах разного гранулометрического состава разное.

б) Соотношения в треугольнике сил, действующих на воду.

Из треугольника сил, действующих на воду в порах скелета грунта (см. фиг. 11), на основании теоремы синусов вытекают соотношения:



Фиг. 11.

$$\frac{\gamma}{\sin \psi} = \frac{\gamma}{\sin \vartheta} |\text{grad } H| = \frac{1}{\sin \delta} |\text{grad } p|,$$

где $\vartheta = \delta - \psi$ — угол отклонения вектора $\text{grad } p$ от оси z (см. фиг. 7).

Из первой зависимости может быть определено значение градиента напора

$$|\text{grad } H| = \frac{\sin \vartheta}{\sin \psi},$$

из второй — значение градиента давления

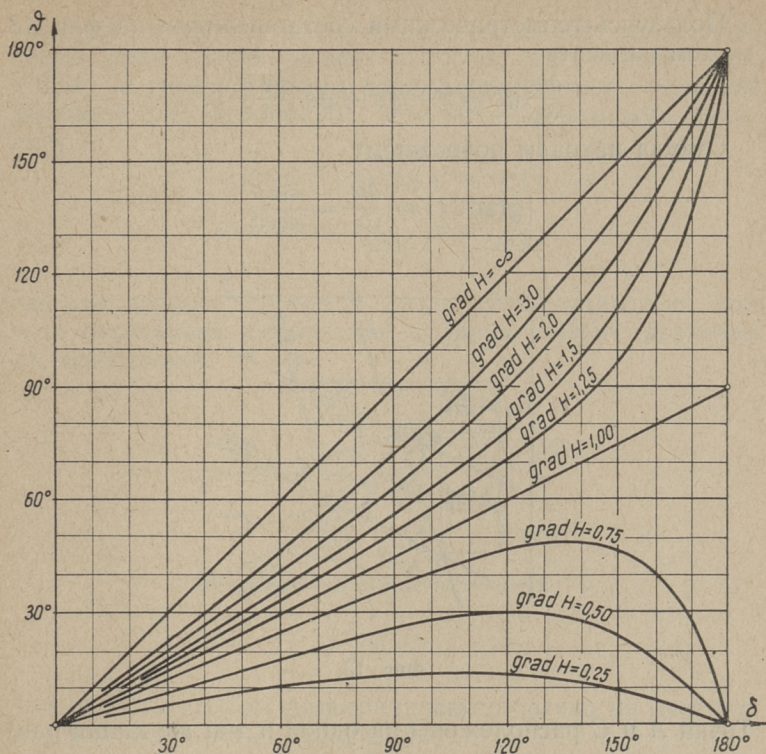
$$|\text{grad } p| = \gamma \frac{\sin \delta}{\sin \psi}.$$

Кроме того, видно, что отношение градиентов давления и напора обратно пропорционально отношению их направляющих синусов. Абсолютное значение градиента давления всегда больше (или равно) значения градиента напора.

Приведенные зависимости позволяют определить значения градиента напора и градиента давления в любой точке области фильтрации, если известны углы наклона линий равных давлений и равных напоров в этой точке. Достаточно построить систему линий равных напоров (на установке ЗГДА или методом конечных разностей), вычертить также линии равных давлений (учитывая, что на одной и той же линии равных давлений $\Delta H = \Delta z$) и определить их уклоны.

Графическая зависимость градиента напора от углов ϑ и δ в виде системы линий равных градиентов напора представлена на фиг. 12. Из графика видно, что при $\vartheta = 0,5\delta$ градиент напора равен единице, а при $\vartheta \rightarrow \delta$ градиент напора стремится к бесконечности. Обычно значения градиента напора, больше единицы соответствуют неустойчивому состоянию структуры грунта, вследствие чего случаи $\vartheta > 0,5\delta$ не представляют интереса с практической точки зрения.

Зависимости для определения значений градиента напора и градиента давления могут быть получены также из геометрических зависимостей в гидродинамической



Фиг. 12.

сетке фильтрации, состоящей из систем линий равных напоров и равных давлений. Рассмотрим участок области фильтрации, ограниченный двумя линиями равных напоров и двумя линиями равных давлений (см. фиг. 13). Пусть соответствующие значения напорной функции будут H и $H + \frac{\partial H}{\partial s} ds$, а функции давления — p и $p + \frac{\partial p}{\partial u} du$.

Направление линий равных напоров определяется углом наклона вектора $\text{grad } H$, равным δ , а линий равных давлений — углом наклона вектора $\text{grad } p$, равным ϑ .

Точки A и B расположены на одной и той же линии равных давлений, поэтому

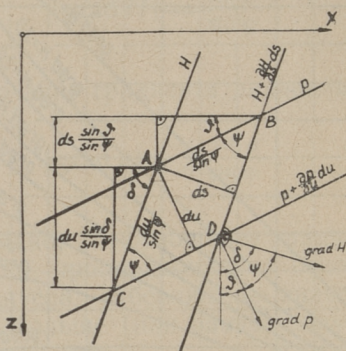
$$H_B - H_A = z_A - z_B.$$

Пользуясь геометрическими соотношениями на фиг. 13 можем написать

$$\frac{\partial H}{\partial s} ds = z - \left(z - ds \frac{\sin \vartheta}{\sin \psi} \right).$$

Откуда находим попержнему

$$|\text{grad } H| = \frac{\partial H}{\partial s} = \frac{\sin \vartheta}{\sin \psi}.$$



Фиг. 13.

Точки A и C расположены на одной и той же линии равных напоров, поэтому

$$p_C - p_A = \gamma(z_C - z_A).$$

Подставляя соответствующие соотношения на фиг. 13, имеем

$$\frac{\partial p}{\partial u} du = \gamma \left(z + du \frac{\sin \delta}{\sin \psi} \right) - \gamma z.$$

Отсюда

$$|\text{grad } p| = \frac{\partial p}{\partial u} = \gamma \frac{\sin \delta}{\sin \psi}.$$

Пользование зависимостями $|\text{grad } H| = \frac{\sin \vartheta}{\sin \psi}$ и $|\text{grad } p| = \gamma \frac{\sin \delta}{\sin \psi}$ оказывается особенно полезным при вычислении значений градиентов напора и давления на границах области фильтрации, так как граница области

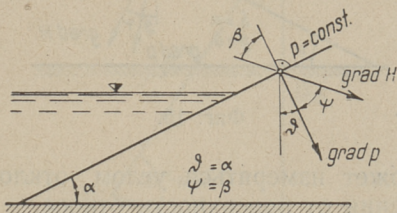
фильтрации обычно оказывается либо линией равных давлений, либо линией равных напоров, либо линией тока.

Так, на горизонтальном водонепроницаемом основании земляной плотины $\delta = 90^\circ$, $\vartheta = 90^\circ - \psi$ и можно написать

$$|\text{grad } H| = \text{ctg } \psi = \text{tg } \vartheta,$$

$$|\text{grad } p| = \gamma \frac{1}{\sin \psi} = \gamma \frac{1}{\cos \vartheta},$$

где для данного случая ϑ может рассматриваться как угол отклонения касательной к линии равного давления от горизонтали.



Фиг. 14.

В области выхода фильтрационного потока на дневную поверхность откоса (см. фиг. 14)

$$\vartheta = \alpha, \psi = \beta, \delta = \alpha + \beta,$$

где α — угол наклона откоса,

β — угол отклонения касательной к линии тока от внешней нормали к поверхности откоса.

Поэтому для рассматриваемого случая можем написать:

$$|\text{grad } H| = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

$$|\text{grad } p| = \gamma \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}.$$

В области выхода фильтрационного потока на затопленную поверхность откоса (см. фиг. 15)

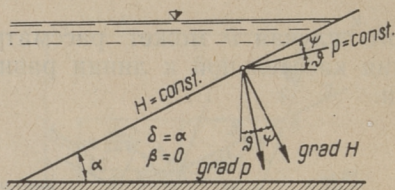
$$\delta = \alpha, \vartheta = \alpha - \psi.$$

Соответствующее значение градиента напора будет равно

$$|\text{grad } H| = \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\sin \psi},$$

а градиента давления —

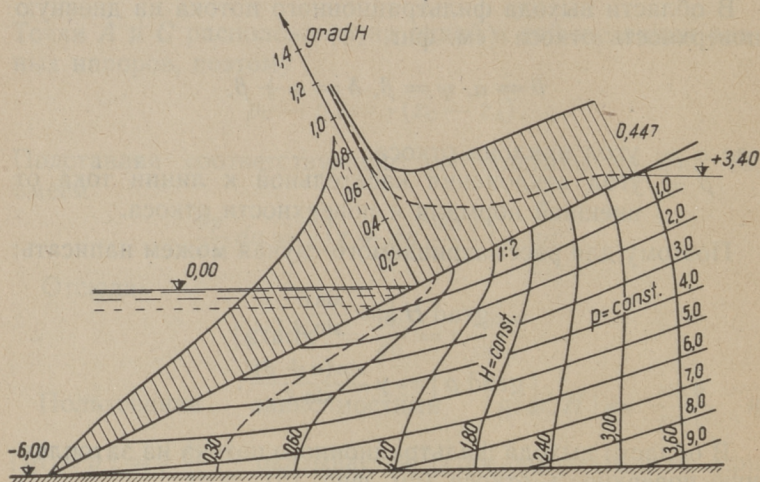
$$|\text{grad } p| = \gamma \frac{\sin \alpha}{\sin \psi}.$$



Фиг. 15.

Здесь ψ может измеряться углом отклонения линии равного давления от поверхности откоса.

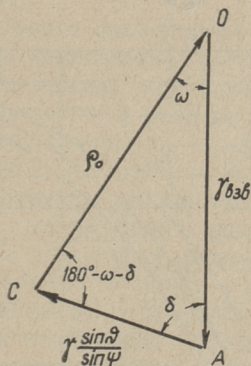
На фиг. 16 представлен пример определения выходных градиентов напора на низовом откосе земляной плотины. В рассматриваемой области выхода фильтрационного по-



Фиг. 16.

тока имеются и зона $H = \text{const}$ и зона $p = \text{const}$. Около точки уреза воды градиенты напора теоретически приближаются бесконечности. В действительности в этой области градиенты напора имеют большие, но конечные значения. Здесь ламинарный режим фильтрации нарушается и производится местное разрушение структуры грунта. Расчет градиентов напора в рассматриваемом примере произведен методом конечных разностей.

в) Соотношения в треугольнике сил, действующих на скелет грунта.



Фиг. 17.

Из треугольника сил, действующих на скелет грунта (см. фиг. 17), на основании теоремы синусов находим

$$\frac{\gamma}{\sin \omega} |\text{grad } H| = \frac{\gamma_{взв}}{\sin(\omega + \delta)} = \frac{\rho}{\sin \delta}.$$

Учитывая, что $|\text{grad } H| = \frac{\sin \vartheta}{\sin \psi} = \frac{\sin \vartheta}{\sin(\delta - \vartheta)}$, можем первую зависимость представить в виде

$$\begin{aligned} \gamma \sin \vartheta (\sin \omega \cos \delta + \cos \omega \sin \delta) &= \\ &= \gamma_{взв} \sin \omega (\sin \delta \cos \vartheta - \cos \delta \sin \vartheta). \end{aligned}$$

Сокращая на $\sin \vartheta \sin \omega \sin \delta$, имеем

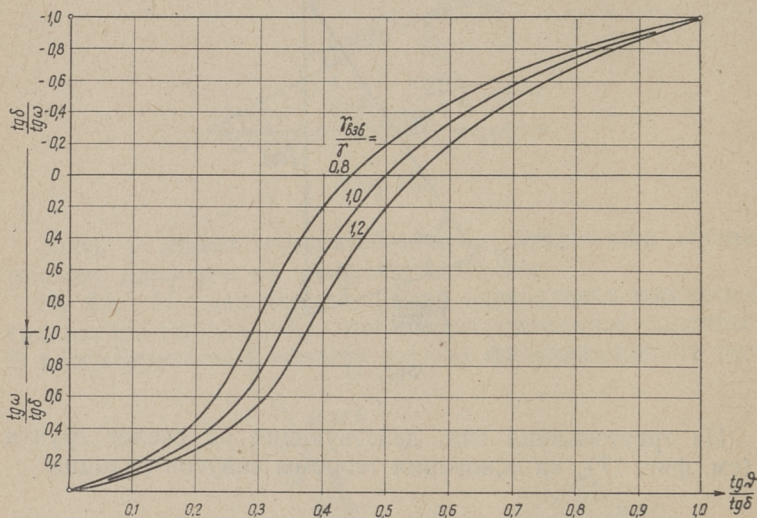
$$\frac{\gamma}{\text{tg } \delta} + \frac{\gamma}{\text{tg } \omega} = \frac{\gamma_{взв}}{\text{tg } \vartheta} - \frac{\gamma_{взв}}{\text{tg } \delta}.$$

Подставляя $\gamma_{нас} = \gamma_{взв} + \gamma$, получим

$$\frac{\gamma}{\text{tg } \omega} = \frac{\gamma_{взв}}{\text{tg } \vartheta} - \frac{\gamma_{нас}}{\text{tg } \delta}.$$

Отсюда может быть определен уклон равнодействующей реакции окружающего грунта на рассматриваемый объем

$$\text{tg } \omega = \frac{\gamma}{\frac{\gamma_{взв}}{\text{tg } \vartheta} - \frac{\gamma_{нас}}{\text{tg } \delta}} = \text{tg } \delta \frac{\gamma}{\gamma_{взв} \frac{\text{tg } \delta}{\text{tg } \vartheta} - \gamma_{нас}}.$$



Фиг. 18.

На графике фиг. 18 представлено отношение $\frac{\text{tg } \omega}{\text{tg } \delta}$ (или $\frac{\text{tg } \delta}{\text{tg } \omega}$) как функции от соотношения $\frac{\text{tg } \vartheta}{\text{tg } \delta}$.

Из второй зависимости в треугольнике сил, действующих на скелет грунта, может быть определена интенсивность равнодействующей системы объемных сил (или равнодействующей реакции окружающего грунта на рассматриваемый объем):

$$Q = \gamma_{взв} \frac{\sin \delta}{\sin (\omega + \delta)}.$$

Интенсивность и направление равнодействующей объемных сил определяет в конечном счете напряженное состояние земляной среды и условия ее устойчивости. Обе эти величины определяются как функции от объемного веса воды и углов наклона линий равных напоров и линий равных давлений.

IV. Об условиях нарушения местной устойчивости песчаных откосов.

Как известно, скорости фильтрации (т. е. и градиенты напора) при выходе фильтрационного потока на поверхность откоса распределены неравномерно. Вследствие этого условия устойчивости в разных точках области выхода фильтрационного потока на поверхность откоса разные. Следует отметить, что условия устойчивости зависят не только от интенсивности воздействия фильтрационного потока, а также от направления фильтрационных сил. Поэтому разрушение структуры грунта обычно имеет местный характер и принято говорить о нарушении местной устойчивости в отличие от нарушения общей устойчивости, когда движение захватывает большие массы грунта.

Лабораторные исследования и натурные наблюдения показывают, что нарушение местной устойчивости откосов из чистых однородных песков в условиях воздействия фильтрационного потока возникает в виде смещения тонкими слоями частиц песка, расположенных на поверхности откоса, причем плоскости сдвига практически параллельны поверхности откоса.

В соответствии с указанными наблюдениями при расчетной оценке условий нарушения местной устойчивости откосов, принимаем основное допущение о том, что плоскости сдвига параллельны поверхности откоса. Кроме того, считаем, что значение градиента напора в пределах смещающегося слоя равно его значению на поверхности откоса.

Как известно из теории предельного равновесия, условие сдвига может быть охарактеризовано равенством угла отклонения полного напряжения от нормали к плоскости сдвига и угла внутреннего трения песка. Принимая толщину смещающегося слоя равной единице, легко убедиться, что в рассматриваемом случае полное напряжение численно равно интенсивности равнодействующей системы

объемных сил ρ , причем угол его отклонения от нормали плоскости сдвига будет (см. фиг. 19) $\omega + \alpha$,

где α — угол наклона откоса,

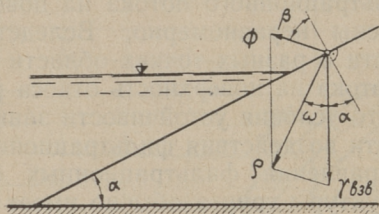
ω — угол отклонения объемной силы ρ от вертикали.

Стало быть, условие предельного равновесия можем представить в виде

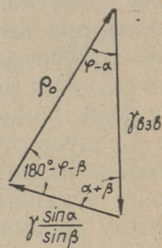
$$\omega + \alpha = \varphi,$$

или

$$\omega = \varphi - \alpha.$$



Фиг. 19.



Фиг. 20.

Отсюда следует, что в рассматриваемом случае угол ω определяет уменьшение уклона откоса вследствие воздействия фильтрационного потока.

Как было указано выше, угол ω определяется зависимостью

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\gamma}{\frac{\gamma_{взв}}{\operatorname{tg} \vartheta} - \frac{\gamma_{нас}}{\operatorname{tg} \delta}}.$$

а) Случай выхода фильтрационного потока на дневную поверхность откоса.

В случае выхода фильтрационного потока на дневную поверхность откоса

$$\vartheta = \alpha, \quad \delta = \alpha + \beta.$$

Подставляя эти значения, имеем

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\gamma}{\frac{\gamma_{взв}}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{\gamma_{нас}}{\operatorname{tg} (\alpha + \beta)}}.$$

Обычно заданы угол наклона линии тока β и угол внутреннего трения песка φ , а требуется определить угол наклона откоса в состоянии предельного равновесия. Угол α может быть определен подставкой $\omega = \varphi - \alpha$, но проще всего его определить непосредственно из треугольника сил, действующих на скелет грунта в единице объема, который для данных условий представлен на фиг. 20. Пользуясь теоремой синусов, можем написать

$$\frac{\gamma \sin \alpha}{\sin \beta \sin (\varphi - \alpha)} = \frac{\gamma_{взв}}{\sin (\varphi + \beta)}.$$

После преобразования и сокращения получим

$$\frac{\gamma}{\operatorname{tg} \beta} + \frac{\gamma}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\gamma_{взв}}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{\gamma_{взв}}{\operatorname{tg} \varphi},$$

откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{нас} + \gamma \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \beta}}.$$

В частном случае $\beta = 90^\circ$ (фильтрационный поток направлен параллельно поверхности откоса) получим известную зависимость [3]:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{нас}}.$$

В другом частном случае $\beta = 90^\circ - \alpha$ (фильтрационный поток направлен горизонтально) после подстановки и преобразования имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\gamma_{нас}}{2 \gamma \operatorname{tg} \varphi} \left(\sqrt{1 + \frac{4 \gamma_{взв} \gamma}{\gamma_{нас}^2} \operatorname{tg}^2 \varphi} - 1 \right).$$

Эта зависимость при $\gamma = 1,0$ превращается в равенство, полученное В. В. Аристовским.

Уклон откоса в условиях возникновения состояния предельного равновесия при заданном направлении линий тока может быть определен с помощью графика на фиг. 21. Из графика видно, что уклон откоса в области выхода фильтрационного потока на дневную поверхность откоса при $\gamma_{взв} = \gamma$ всегда должен быть меньше половинного угла внутреннего трения песка. Кроме того, видно, что значение угла α в зависимости от значения угла β колеблется в широких пределах (при $\gamma_{взв} = \gamma$ от

0 до $0,5\varphi$). Это объясняется тем, что угол β определяет не только направление, но и интенсивность фильтрационных сил.

В предельном случае $\beta = 0$ из графика находим $\alpha = 0$. Полученный результат есть следствие того, что в точке уреза воды градиент напора теоретически равен бесконечности. Из этого вытекает, что в области уреза воды состояние предельного равновесия возникает при любом уклоне откоса. Следует все же отметить, что при небольших уклонах откоса области предельного равновесия относительно малы и не представляют значительной опасности на устойчивость откоса в целом. Допустимые размеры таких областей могут определяться только на основе соответствующих экспериментальных исследований.

Обычно в основу расчетной оценки местной устойчивости откосов независимо от условий выхода воды на поверхность откоса принимается условие

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{нас}}.$$

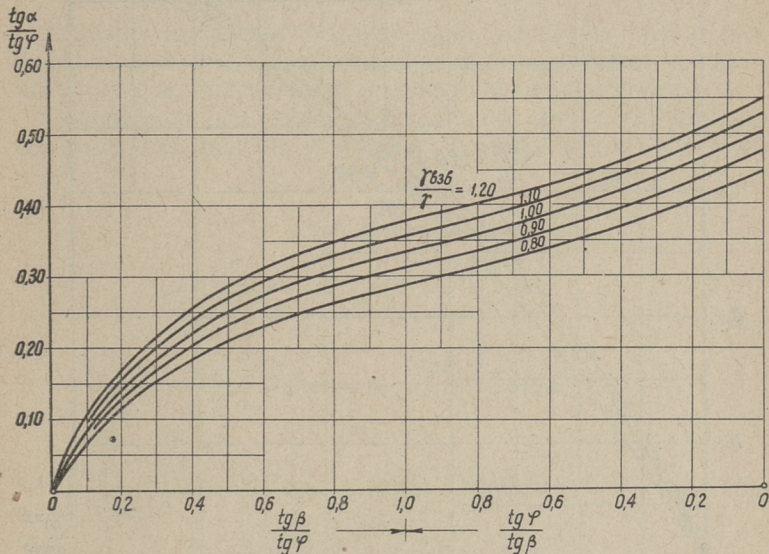
Легко видеть (см. фиг. 21), что эта зависимость соответствует наименее опасному направлению фильтрационных сил. Поэтому пользование указанной зависимостью допустимо только в условиях, когда линии тока действительно параллельны поверхности откоса по всей его протяженности. Практически встречается такой случай, когда основанием водопроницаемого пласта постоянной толщины залегает наклонный водоупор. Во всех остальных случаях следует пользоваться общей зависимостью

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{нас} + \gamma \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \beta}}.$$

Следует еще обратить внимание на то, что в некоторых случаях выхода фильтрационного потока на дневную поверхность откоса значительную роль при нарушении местной устойчивости откоса играет поверхностный размыв вследствие течения вниз по откосу воды, высачивающейся на поверхность откоса. Влияние такого размыва в вышеприведенных формулах не учтено. Первая попытка такого учета для одного частного случая сделана Б. И. Покровским [8]. Разработка приемлемых способов практического учета влияния поверхностного размыва для общего слу-

чая требует дополнительных экспериментальных и теоретических исследований.

б) Случай выхода фильтрационного потока на затопленную поверхность откоса.



Фиг. 21.

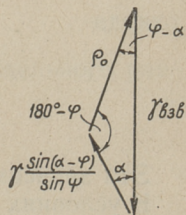
В условиях выхода фильтрационного потока на поверхность откоса под водой

$$\delta = \alpha, \vartheta = \alpha - \psi.$$

Угол отклонения равнодействующей объемных сил от вертикали определяется зависимостью

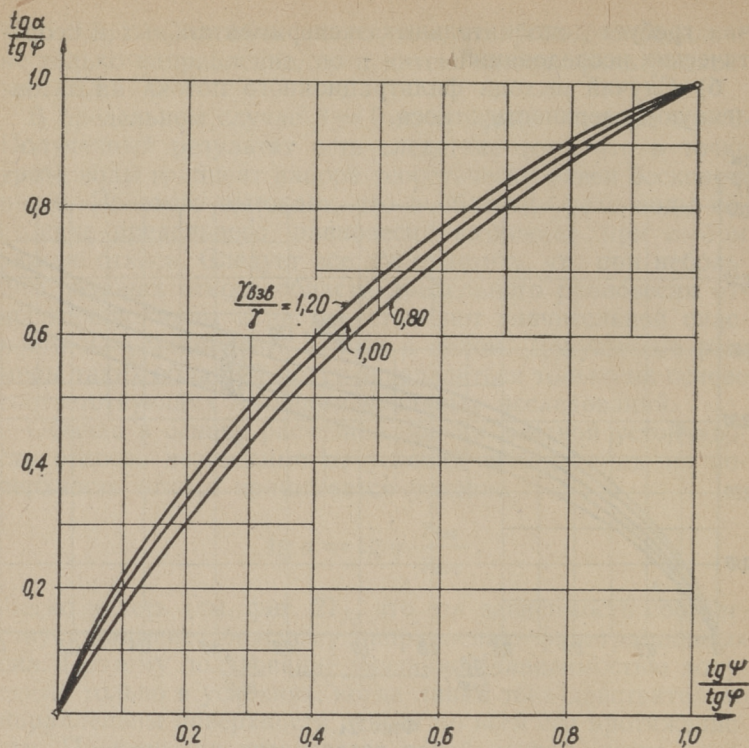
$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\gamma}{\frac{\gamma_{взв}}{\operatorname{tg}(\alpha - \psi)} \frac{\gamma_{нас}}{\operatorname{tg} \alpha}}.$$

Уклон откоса при возникновении состояния предельного равновесия определяется из соответствующего треугольника объемных сил (см. фиг. 22) на основании теоремы синусов



Фиг. 22.

$$\frac{\gamma \sin(\alpha - \psi)}{\sin \psi \sin(\varphi - \alpha)} = \frac{\gamma_{взв}}{\sin \varphi}.$$



Фиг. 23.

После преобразования и сокращения имеем

$$\frac{\gamma}{\text{tg } \psi} - \frac{\gamma}{\text{tg } \alpha} = \frac{\gamma_{\text{взв}}}{\text{tg } \alpha} - \frac{\gamma_{\text{взв}}}{\text{tg } \varphi},$$

откуда

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } \varphi \frac{\gamma_{\text{нас}}}{\gamma_{\text{взв}} + \gamma \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \psi}}.$$

Эта зависимость представлена на графике фиг. 23.

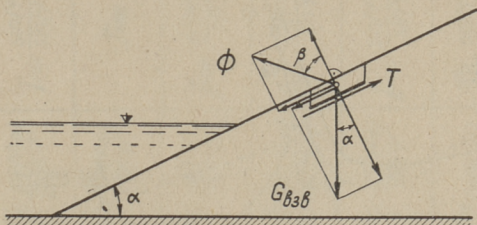
В условиях выхода фильтрационного потока на поверхность откоса под водой явления поверхностного размыва никакой роли не играют. Поэтому полученная зависимость никаких допущений кроме допущения параллельности

плоскостей сдвига поверхности откоса не содержит и может найти непосредственное пользование в соответствующих расчетах.

*

Условие предельного равновесия песчаных откосов в предложении, что плоскости сдвига параллельны поверхности откоса, может быть получено и иным путем.

Проектируя все силы, действующие на элементарный объем грунта, расположенный на поверхности откоса (см.



Фиг. 24.

фиг. 24), на направление касательной к поверхности откоса, имеем

$$G_{взв} \sin \alpha + \Phi \sin \beta = T,$$

где сопротивление сдвигу в предельном состоянии

$$T = (G \cos \alpha - \Phi \cos \beta) \operatorname{tg} \varphi.$$

Подставляя для единицы объема

$$G_{взв} = \gamma_{взв},$$

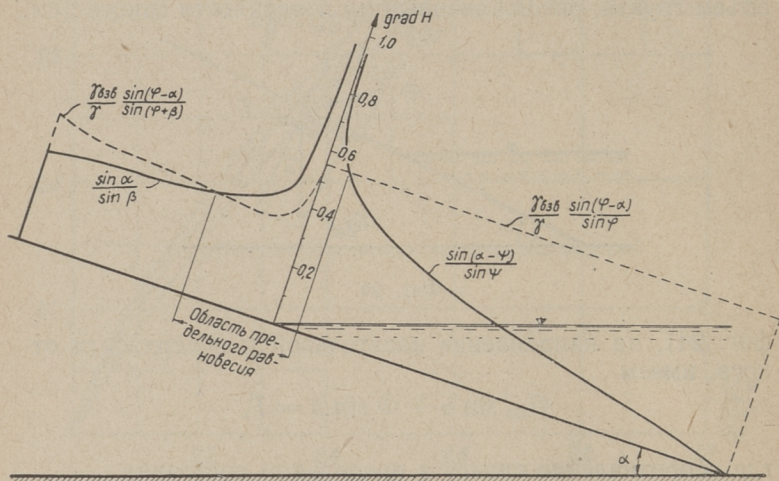
$$\Phi = \gamma |\operatorname{grad} H|,$$

получим после преобразования условие предельного равновесия в виде

$$|\operatorname{grad} H| = \frac{\gamma_{взв} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma \sin(\varphi + \beta)}.$$

В частном случае $\alpha = 0$, $\beta = 0$ получим известное условие фильтрационного выпора основания при воздействии восходящего фильтрационного потока.

Сопоставление значений градиента напора, соответствующих моменту возникновения состояния предельного равновесия с действительными его значениями дает наглядную картину о мере устойчивости по всей поверхности откоса. На фиг. 25 представлен пример такого сопоставления для случая выхода фильтрационного потока на поверхность низового откоса земляной плотины. Точки пересечения эппюр определяют границы области предельного равновесия.



Фиг. 25.

Уравнивая значение градиента напора из условия предельного равновесия с действительным его значением, можем определить уклон откоса в условиях возникновения состояния предельного равновесия.

Соответствующее уравнение для случая выхода фильтрационного потока на дневную поверхность откоса будет

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\gamma_{взв} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma \sin(\varphi + \beta)}$$

Отсюда после преобразования получим попержнему

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{нас} + \gamma \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \beta}}$$

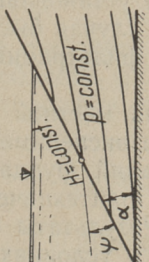
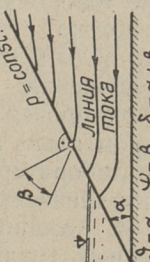
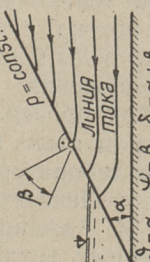
Условия на поверхности оттока	Характер фильтрационного потока	Действительные значения		Значения, характеризующие условие возникновения состояния предельного равновесия		
		grad H	grad p	grad H	grad p	tg α
На поверхности оттока $H = \text{const.}$ 	Общий случай	$\frac{\sin(\alpha - \psi)}{\sin \psi}$	$\gamma \frac{\sin \alpha}{\sin \psi}$	$\frac{\delta_{\text{зв}} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma}$	$\gamma_{\text{нас}} \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin(\varphi - \psi)}$	$\text{tg } \varphi \frac{\gamma_{\text{нас}}}{\delta_{\text{зв}} + \gamma \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \psi}}$
На поверхности оттока $p = \text{const.}$ 	Линии равных давлений горизонтальны $\psi = \alpha$	0	γ	$\frac{\delta_{\text{зв}} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma}$	$\gamma_{\text{нас}}$	$\text{tg } \varphi$
	Линии равных давлений параллельны поверхности оттока $\psi = 0$	∞	∞	$\frac{\delta_{\text{зв}} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma}$	$\gamma_{\text{нас}} \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi}$	0
	Общий случай	$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$	$\gamma \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$	$\frac{\delta_{\text{зв}} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma \sin(\varphi + \beta)}$	$\gamma_{\text{нас}} \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi}$	$\text{tg } \varphi \frac{\delta_{\text{зв}}}{\gamma_{\text{нас}} + \gamma \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \beta}}$
Линии тока параллельны поверхности оттока $\beta = 90^\circ$	Линии тока горизонтальны $\beta = 90^\circ - \alpha$	$\sin \alpha$	$\gamma \cos \alpha$	$\frac{\delta_{\text{зв}} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma \cos \varphi}$	$\gamma_{\text{нас}} \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi}$	$\text{tg } \varphi \frac{\delta_{\text{зв}}}{\gamma_{\text{нас}}}$
		$\text{tg } \alpha$	$\gamma \frac{1}{\cos \alpha}$	$\frac{\delta_{\text{зв}}}{\gamma} \text{tg}(\varphi - \alpha)$	$\gamma_{\text{нас}} \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi}$	$\text{tg } \varphi \frac{1}{\gamma_{\text{нас}}} \sqrt{1 + 4 \frac{\delta_{\text{зв}} \gamma}{\gamma_{\text{нас}}^2} \text{tg}^2 \varphi - 1}$
На поверхности оттока $p = \text{const.}$ 	Линии тока перпендикулярны поверхности оттока $\beta = 0$	∞	∞	$\frac{\delta_{\text{зв}} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma}$	$\gamma_{\text{нас}} \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi}$	0

Таблица 1.

В условиях выхода фильтрационного потока на затопленную поверхность откоса в предельном состоянии

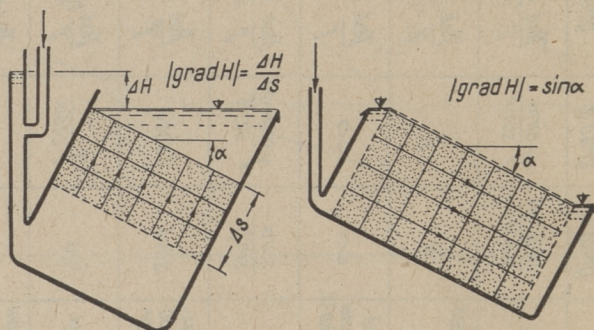
$$\frac{\sin(\alpha - \psi)}{\sin \psi} = \frac{\gamma_{взв} \sin(\varphi - \alpha)}{\gamma \sin \varphi}.$$

Для определения угла α получим как и выше

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{\gamma_{нас}}{\gamma_{взв} + \gamma \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \psi}}.$$

Такой же результат может быть получен из условия предельного равновесия грунтовой массы в целом путем уравнивания соответствующих значений градиента давления.

В таблице 1 приведена сводка зависимостей для определения значений градиента напора, градиента давления



Фиг. 26.

и уклона откоса в условиях возникновения состояния предельного равновесия. Указанные зависимости могут быть применены не только для случая установившегося фильтрационного потока, а также для случая быстрого снижения горизонта воды и для случая фильтрации при намыве земляных сооружений.

Для опытной проверки условий местной устойчивости откосов автором были проведены экспериментальные исследования в лаборатории оснований, фундаментов и механики грунтов Ленинградского Политехнического Института им. М. И. Калинина [5]. Результаты качественных и количественных исследований в условиях воздействия

равномерного фильтрационного потока (см. схемы на фиг. 26) показали хорошую сходимость с теоретическими зависимостями и полную приемлемость принятой расчетной модели. Качественные опыты для случаев неравномерной фильтрации в условиях установившегося и неустановившегося режимов также подтвердили вышеуказанные положения.

V. Основные выводы.

1. Фильтрационные силы складываются из сил трения (интенсивность $f = m\gamma | \text{grad } H |$) и сил фильтрационного давления (интенсивность $\omega^{\phi} = (1 - m) \gamma | \text{grad } H |$). Силы фильтрационного давления равны геометрической разности сил гидродинамического давления (интенсивность $\omega = (1 - m) \text{grad } p$) и сил взвешивания (интенсивность $\omega^{cm} = (1 - m) \gamma$).

2. Зависимости для оценки условий устойчивости структуры грунта, полученные из уравнений равновесия скелета грунта, в точности совпадают с зависимостями, полученными из уравнений равновесия грунтовой среды (скелета грунта + воды) в целом.

3. Если между частицами скелета грунта имеются водонепроницаемые контакты, то силы гидродинамического давления внутри области фильтрации уменьшаются пропорционально уменьшению свободной поверхности частиц, а силы трения остаются неизменными. Соответствующее значение фильтрационной силы на единицу объема грунта равно

$$\phi' = [\kappa (1 - m) + m] \gamma | \text{grad } H |,$$

а силы взвешивания —

$$\omega^{cm} = \kappa (1 - m) \gamma.$$

4. Значения градиента напора и градиента давления в любой точке области фильтрации могут быть представлены как соотношения тригонометрических функций их углов наклона:

$$| \text{grad } H | = \frac{\sin \vartheta}{\sin \psi},$$

$$| \text{grad } p | = \gamma \frac{\sin \delta}{\sin \psi}.$$

5. Для области выхода фильтрационного потока на дневную поверхность откоса

$$|\text{grad } H| = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

$$|\text{grad } p| = \gamma \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}.$$

Для области выхода фильтрационного потока на затопленную поверхность откоса

$$|\text{grad } H| = \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\sin \psi},$$

$$|\text{grad } p| = \gamma \frac{\sin \alpha}{\sin \psi}.$$

На поверхности горизонтального водонепроницаемого основания водопроницаемой среды

$$|\text{grad } H| = \text{tg } \vartheta,$$

$$|\text{grad } p| = \gamma \frac{1}{\cos \vartheta}.$$

6. Направление и значение равнодействующей объемных сил, действующих на скелет грунта, могут быть представлены как функции от объемного веса грунта и воды и углов наклона градиента напора и градиента давления

$$\text{tg } \omega = \frac{\gamma}{\frac{\gamma_{взв}}{\text{tg } \vartheta} - \frac{\gamma_{нас}}{\text{tg } \delta}},$$

$$\varrho = \gamma_{взв} \frac{\sin \delta}{\sin(\omega + \delta)}.$$

7. Уклон откоса в состоянии предельного равновесия может быть представлен в виде:

а) когда фильтрационный поток выходит на затопленную поверхность откоса

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } \varphi \frac{\gamma_{нас}}{\gamma_{взв} + \gamma \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \psi}}.$$

б) когда фильтрационный поток выходит на дневную поверхность откоса

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } \varphi \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{нас} + \gamma \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \beta}}.$$

Эти зависимости находятся в хорошем соответствии с результатами экспериментальных исследований.

8. Общепринятое условие местной устойчивости откоса

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{нас}}$$

является частным случаем вышеприведенной зависимости, причем в общем случае оно не соответствует ни максимальному значению градиента напора, ни наиболее опасному его направлению. Поэтому оно не может быть рекомендовано в качестве общего условия местной устойчивости откосов.

9. Размеры областей, находящихся в состоянии предельного равновесия на поверхности откоса, могут быть определены путем сравнения действительных значений градиента напора или давления с их значениями, соответствующими условию предельного равновесия.

Максимальные допустимые размеры таких областей могут определяться лишь путем соответствующих экспериментальных исследований.

Литература.

1. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. 1953.
2. Бурлай И. Ф. Приближенный способ расчета давления воды в грунтах. Труды Одесского Гос. Университета. Том VII. 1949.
3. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения. 1948.
4. Гришин М. М. Гидротехнические сооружения. 1954.
5. Кульбах В. Р. Оплывание песчаных откосов под воздействием фильтрационного потока. Диссертация. 1955.
6. Патрашев А. Н. Гидромеханика. 1953.
7. Полубарнинова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. 1952.
8. Покровский Б. И. К расчету устойчивости грунта на откосе. Гидротехническое строительство № 5. 1955.
9. Ризенкамф Б. К. Гидравлика грунтовых вод. Ученые записки Саратовского Гос. Университета. Том I. 1938.
10. Фандеев В. В. Определение сил при расчете устойчивости откосов земляных плотин. Гидротехническое строительство № 1. 1947.
11. Флорин В. А. Теория уплотнения земляных масс. 1948.
12. Bendel L. Ingenieurgeologie. 1949.
13. Bernatzik W. Baugrund und Physik. 1948.

14. Dachler R. Grundwasserströmung. 1936.
15. Haefeli R. The stability of slopes acted upon by parallel seepage. Proc. of the Intern. Conf. on soil mechanics and found. engin. 1948.
16. Karpoff K. P. Pavlovsky's Theory for Phreatic Line and slope stability. Proceedings Ass. Soc. Civ. Eng. v. 80. 1954.
17. Meyer-Peter E., Favre H., Müller R. Beitrag zur Berechnung der Standsicherheit von Erddämmen. Schweizerische Bauzeitung. Bd. 108 Nr. 4. 1937.
18. Ohde J. Beitrag zur Berechnung der Standsicherheit von Erddämmen. Schweizerische Bauzeitung. B. 109 Nr. 25. 1937.

О РАСЧЕТЕ ОТКРЫТЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В ПОПЕРЕЧНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДАХ.

НИГУЛ, У. К.

Задачу о расчете круговых цилиндрических оболочек можно свести к интегрированию одного разрешающего уравнения. К расчету коротких оболочек, а также к расчету оболочек средней длины, при необходимости точного определения напряженного состояния у криволинейных краев, следует применять теорию напряженного состояния с большим показателем изменчивости, приводящую к интегрированию уравнения:

$$\frac{\delta^2}{12 R^2 (1 - \mu^2)} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)^4 \Phi + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^4} = 0, \quad (1)$$

где R — радиус оболочки, δ — толщина оболочки, μ — коэффициент Пуассона, ξ и φ — безразмерные координаты.

Если на криволинейных краях оболочки средней длины учитывать только тангенциальные краевые условия, то при расчете оболочки может быть использована упрощенная (полубезмоментная) теория, предложенная В. З. Власовым и приводящая к интегрированию уравнения:

$$\frac{\delta^2}{12 R^2 (1 - \mu^2)} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial \varphi^8} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^4} = 0. \quad (2)$$

Применительно к расчету открытых цилиндрических оболочек в литературе [1, 2, 3] предлагают интегрировать уравнения (1) и (2) в продольных рядах балочных функций, что позволяет подчинять решение на прямолинейных краях оболочки произвольным краевым условиям. Вместе с тем, это связано с предписанием однородных краевых условий на криволинейных краях. Метод продольных рядов целесообразен при решении большого класса задач, в частности при расчете оболочек, опирающихся на недеформируемые в своей плоскости диафрагмы. Однако можно указать другие за-

дачи, в которых краевые условия на криволинейных краях неоднородны, но на прямолинейных близки к однородным. К ним относится, например, определение напряженного состояния, возникающего в открытой железобетонной оболочке от перемещений криволинейных краев, обусловленных деформацией диафрагм или несущих рам. Такие задачи целесообразно решать в поперечных рядах. Поперечными рядами следует пользоваться и в случае однородных краевых условий на всех краях оболочки, если имеется в виду определение напряженного состояния у криволинейных краев оболочки.

1. Постановка задачи.

В статье даются решения некоторых задач расчета открытых круговых цилиндрических оболочек в поперечных тригонометрических рядах.

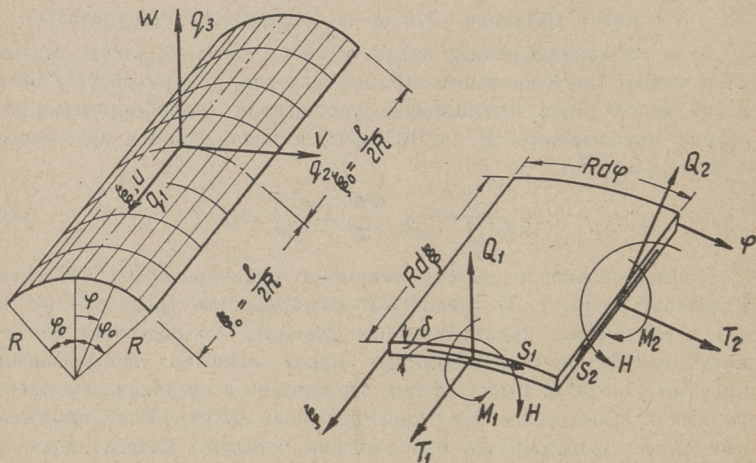
Принимаются следующие предположения:

- 1) Оболочка и нагрузка симметричны.
- 2) На прямолинейных краях оболочки выполняются краевые условия:

$$\varphi = \pm \varphi_0 : T_2 = 0, M_2 = 0, u = 0, w = 0. \quad (3)$$

- 3) Коэффициент Пуассона равняется нулю ($\mu = 0$).

Начало координат выбрано в центре оболочки; основное обозначение и положительные направления усилий, моментов и перемещений показаны на фиг. 1.



Фиг. 1.

Задача 1. Расчет оболочки при краевых условиях (3) и

$$\xi = \xi_0 : T_1 = 0, M_1 = 0, v = 0, w = 0 \quad (4)$$

в случае нормальной нагрузки, постоянной по длине оболочки

$$q_3 = \sum q_3^{(m)} \cos \lambda \varphi, \quad (5)$$

$$\text{где } \lambda_m = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{\varphi_0}, \quad (6)$$

m — целое число, $q_3^{(m)}$ — постоянная.

Задача 2. Расчет оболочки при краевых условиях (3) и (4) в случае тангенциальной нагрузки, постоянной по длине оболочки

$$q_2 = \sum q_2^{(m)} \sin \lambda \varphi, \quad (7)$$

где $q_2^{(m)}$ — постоянная.

Задача 3. Определение напряженного состояния ненагруженной оболочки, возникающего при перемещении ее криволинейных краев из начального состояния (4) в состояние:

$$\xi = \xi_0 : T_1 = 0, M_1 = 0, v = \sum v_m \sin \lambda \varphi, w = 0, \quad (8)$$

где v_m ($m = 1, 2, 3 \dots$) постоянные.

Задача 4. Определение напряженного состояния ненагруженной оболочки, возникающего при перемещении ее криволинейных краев из начального состояния (4) в состояние:

$$\xi = \xi_0 : T_1 = 0, M_1 = 0, v = 0, w = \sum w_m \cos \lambda \varphi, \quad (9)$$

где w_m ($m = 1, 2, 3 \dots$) постоянные.

Ряды (5), (7), (8), (9) можно теоретически рассматривать как бесконечные ряды Фурье. Но, поскольку, в практических расчетах ограничиваются конечным числом членов, пределы суммирования не указаны.

2. Решение по теории напряженного состояния с большим показателем изменчивости.

Общее решение однородного уравнения (1) ищут в форме:

$$\Phi = \sum c^{(m)} e^{k^{(m)} \xi} \cos \lambda \varphi. \quad (10)$$

Корни $k^{(m)}$ оказываются следующими:

$$k^{(m)}_{1,2,3,4} = \pm (b_1 \pm ib_2), \quad k^{(m)}_{5,6,7,8} = \pm (b_3 \pm b_4), \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{\gamma}{2} (K + 1), \quad b_2 = \frac{\gamma}{2K} (K + 1), \\ b_3 &= -\frac{\gamma}{2} (K - 1), \quad b_4 = \frac{\gamma}{2K} (K - 1), \\ K &= \sqrt{\sqrt{\left(\frac{2\lambda^2}{\gamma^2}\right)^2 + 1} + \frac{2\lambda^2}{\gamma^2}}, \quad \gamma = \sqrt[4]{3} \sqrt{\frac{R}{\delta}}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

b_1, b_2, b_3, b_4 и K зависят через λ от порядкового номера m . Комплексные постоянные $C_j^{(m)}$ ($j = 1, 2, \dots, 8$) определяются из краевых условий на криволинейных краях оболочки.

При всех рассматриваемых задачах усилия, моменты и перемещения выражаются в форме следующих рядов:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \sum T_1^{(m)} \cos \lambda \varphi, & T_2 &= \sum T_2^{(m)} \cos \lambda \varphi, \\ S &= \sum S^{(m)} \sin \lambda \varphi, & H &= \sum H^{(m)} \sin \lambda \varphi, \\ M_1 &= \sum M_1^{(m)} \cos \lambda \varphi, & M_2 &= \sum M_2^{(m)} \cos \lambda \varphi, \\ Q_1 &= \sum Q_1^{(m)} \cos \lambda \varphi, & Q_2 &= \sum Q_2^{(m)} \sin \lambda \varphi, \\ Q_1' &= \sum Q_1'^{(m)} \cos \lambda \varphi, & Q_2' &= \sum Q_2'^{(m)} \sin \lambda \varphi, \\ u &= \sum u^{(m)} \cos \lambda \varphi, & v &= \sum v^{(m)} \sin \lambda \varphi, \\ \omega &= \sum \omega^{(m)} \cos \lambda \varphi, & & \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где Q_1' и Q_2' обобщенные поперечные силы (в смысле Кирхгофа) на краях оболочки.

Решение задачи 1:

$$\begin{aligned}
 T_1^{(m)} &= q_3^{(m)} R P_{1,T_1}, & T_2^{(m)} &= -q_3^{(m)} R P_{1,T_2}, \\
 S^{(m)} &= -q_3^{(m)} R P_{1,S}, & H^{(m)} &= q_3^{(m)} \frac{R^2}{\lambda^2} P_{1,H}, \\
 M_1^{(m)} &= -q_3^{(m)} \frac{R^2}{\lambda^2} P_{1,M}, & M_2^{(m)} &= q_3^{(m)} \frac{R^2}{\lambda^2} (P_{1,w} + 1), \\
 Q_1^{(m)} &= -q_3^{(m)} \frac{R}{\lambda} P_{1,Q_1}, & Q_2^{(m)} &= q_3^{(m)} \frac{R}{\lambda} (P_{1,Q_2} - 1), \\
 Q_1'^{(m)} &= q_3^{(m)} \frac{R}{\lambda} (-P_{1,Q_1} + P_{1,H}), & Q_2'^{(m)} &= q_3^{(m)} \frac{R}{\lambda} (P_{1,Q_2'} - 1), \\
 v^{(m)} &= q_3^{(m)} \frac{R^4}{\lambda^5 B} (P_{1,v} - 1), & w^{(m)} &= q_3^{(m)} \frac{R^4}{\lambda^4 B} (P_{1,w} + 1).
 \end{aligned} \tag{14}$$

Решение задачи 2.

$$\begin{aligned}
 T_1^{(m)} &= -q_2^{(m)} \frac{R}{\lambda} (D P_{1,T_1} - P_{2,T_1}), \\
 T_2^{(m)} &= q_2^{(m)} \frac{R}{\lambda} (D P_{1,T_2} + 1 - P_{2,T_2}), \\
 S^{(m)} &= q_2^{(m)} \frac{R}{\lambda} (D P_{1,S} - P_{2,S}), \\
 H^{(m)} &= -q_2^{(m)} \frac{R^2}{\lambda^3} (D P_{1,H} - P_{2,H}), \\
 M_1^{(m)} &= q_2^{(m)} \frac{R^2}{\lambda^3} (D P_{1,M} - P_{2,M}), \\
 M_2^{(m)} &= -q_2^{(m)} \frac{R^2}{\lambda^3} (D P_{1,w} + 1 - P_{2,w}), \\
 Q_1^{(m)} &= q_2^{(m)} \frac{R}{\lambda^2} (D P_{1,Q_1} - P_{2,Q_1}), \\
 Q_2^{(m)} &= -q_2^{(m)} \frac{R}{\lambda^2} (D P_{1,Q_2} - 1 - P_{2,Q_2}), \\
 Q_1'^{(m)} &= q_2^{(m)} \frac{R}{\lambda^2} \{D (P_{1,Q_1} - P_{1,H}) - (P_{2,Q_1} - P_{2,H})\}, \\
 Q_2'^{(m)} &= -q_2^{(m)} \frac{R}{\lambda^2} (D P_{1,Q_2'} - 1 - P_{2,Q_2'}), \\
 v^{(m)} &= -q_2^{(m)} \frac{R^4}{\lambda^5 B} \{D (P_{1,v} - 1) - P_{2,v}\}, \\
 w^{(m)} &= -q_2^{(m)} \frac{R^4}{\lambda^5 B} (D P_{1,w} + 1 - P_{2,w}).
 \end{aligned} \tag{15}$$

Решение задачи 3.

$$\begin{aligned}
 T_1^{(m)} &= v_m B_1 \lambda (D_1 P_{1,T_1} - P_{2,T_1}), \\
 T_2^{(m)} &= -v_m B_1 \lambda (D_1 P_{1,T_2} - P_{2,T_2}), \\
 S^{(m)} &= -v_m B_1 \lambda (D_1 P_{1,s} - P_{2,s}), \\
 H^{(m)} &= v_m B_1 \frac{R}{\lambda} (D_1 P_{1,H} - P_{2,H}), \\
 M_1^{(m)} &= -v_m B_1 \frac{R}{\lambda} (D_1 P_{1,M} - P_{2,M}), \\
 M_2^{(m)} &= v_m B_1 \frac{R}{\lambda} (D_1 P_{1,w} - P_{2,w}), \\
 Q_1^{(m)} &= -v_m B_1 (D_1 P_{1,Q_1} - P_{2,Q_1}), \\
 Q_2^{(m)} &= v_m B_1 (D_1 P_{1,Q_2} - P_{2,Q_2}), \\
 Q_1'^{(m)} &= -v_m B_1 \{D_1 (P_{1,Q_1} - P_{1,H}) - (P_{2,Q_1} - P_{2,H})\}, \\
 Q_2'^{(m)} &= v_m B_1 (D_1 P_{1,Q_2'} - P_{2,Q_2'}), \\
 v^{(m)} &= v_m (P_{1,v} - \frac{1}{D_1} P_{2,v}), \\
 w^{(m)} &= v_m \lambda (P_{1,w} - \frac{1}{D_1} P_{2,w}).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Решение задачи 4.

$$\begin{aligned}
 T_1^{(m)} &= -w_m B_1 P_{2,T_1}, \quad T_2^{(m)} = w_m B_1 P_{2,T_2}, \\
 S^{(m)} &= w_m B_1 P_{2,s}, \quad H^{(m)} = -w_m B_1 \frac{R}{\lambda^2} P_{2,H}, \\
 M_1^{(m)} &= w_m B_1 \frac{R}{\lambda^2} P_{2,M}, \quad M_2^{(m)} = -w_m B_1 \frac{R}{\lambda^2} P_{2,w}, \\
 Q_1^{(m)} &= w_m B_1 \frac{1}{\lambda} P_{2,Q_1}, \quad Q_2^{(m)} = -w_m B_1 \frac{1}{\lambda} P_{2,Q_2}, \\
 Q_1'^{(m)} &= w_m B_1 \frac{1}{\lambda} (P_{2,Q_1} - P_{2,H}), \quad Q_2'^{(m)} = -w_m B_1 \frac{1}{\lambda} P_{2,Q_2'}, \\
 v^{(m)} &= -w_m \frac{1}{\lambda D_1} P_{2,v}, \quad w^{(m)} = -w_m \frac{1}{D_1} P_{2,w}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

В вышеизложенных формулах

$$B = \frac{E\delta^3}{12}, \quad B_1 = \frac{E\delta}{R}, \quad D = 1 + D_1,$$

$$D_1 = a^2\lambda^4, \quad a^2 = \frac{1}{4\gamma^4} = \frac{\delta^2}{12R^2}. \quad (18)$$

Безразмерные P -функции полностью определены относительными геометрическими размерами оболочки и порядковым номером m . P -функции зависят только от координаты ξ .

$$P_{1,T_1} = \frac{K(K^2-1)^2}{(K^4+1)(K^2+1)} \{G_1 - G_2r_2 - G_3 + G_4r_3\},$$

$$P_{1,T_2} = \frac{K}{K^4+1} \{(K^2+1)(G_1 - G_3) - (K^2-1)(G_2 - G_4)\},$$

$$P_{1,s} = \frac{2\lambda}{\gamma} \frac{K^2}{(K^2+1)(K^4+1)} \left\{ \frac{1}{K+1} [(K^3+K^2+K-1)G_5 - (K^3-K^2-K-1)G_6] + \frac{1}{K-1} [(K^3-K^2+K+1)G_7 - (K^3+K^2-K+1)G_8] \right\},$$

$$P_{1,H} = \frac{\lambda}{4\gamma} \frac{1}{(K^4+1)(K^2+1)} \{ (K-1)[(K^5-K^4-2K^2-K-1)G_5 + (K^5+K^4+2K^3+K-1)G_6] + (K+1)[(K^5+K^4+2K^2-K+1)G_7 + (K^5-K^4+2K^3+K+1)G_8] \},$$

$$P_{1,M} = \frac{\lambda^2}{2\gamma^2} \frac{K}{K^4+1} \{ (K^2-1)(G_1 - G_3) + (K^2+1)(G_2 + G_4) \},$$

$$P_{1,w} = \frac{4\lambda^2}{\gamma^4} r_1 \{ G_1r_2 + G_2 - G_3r_3 - G_4 \},$$

$$P_{1,Q_1} = \frac{\lambda}{\gamma} \frac{K}{K^4+1} \{ G_5K^2 + G_6 - G_7K^2 - G_8 \},$$

$$P_{1,Q_2} = \frac{1}{2(K^4+1)} \{ G_1(K^3-1)(K-1) + G_2K(K^2-1) + G_3(K^3+1)(K+1) - G_4K(K^2-1) \}, \quad (19)$$

$$P_{1,Q_2'} = \frac{1}{8K(K^4+1)} \{ G_1(K-1)^2(K^4+6K^3+6K^2+6K+1) + (G_2-G_4)(K^4+6K^2+1)(K^2-1) - G_3(K+1)^2(K^4-6K^3+6K^2-6K+1) \},$$

$$\begin{aligned}
P_{1,v} &= \frac{(K^2-1)^4}{64K^3(K^4+1)} \left\{ -[(K+1)^2 - \frac{2K(K-1)}{K+1}r_2]G_1 + \right. \\
&\quad \left. + (G_4 - G_2) \frac{6K^2 - K^4 - 1}{K^2 - 1} + [(K-1)^2 + \frac{2K(K+1)}{K-1}r_3]G_3 \right\}, \\
P_{2,T_1} &= \frac{1}{16} \frac{\lambda^2}{\gamma^2} \frac{1}{K} \frac{K^2-1}{K^4-1} \{r_5G_1 - r_6G_2 - r_5G_3 + r_7G_4\}, \\
P_{2,T_2} &= \frac{1}{64} \frac{1}{K^3} \frac{1}{K^4+1} \{r_8G_1 - r_9G_3 + (K^2-1)^3r_4(G_4 - G_2)\}, \\
P_{2,s} &= \frac{1}{32} \frac{\lambda}{\gamma} \frac{1}{K^2} \frac{1}{K^4+1} \{r_{10}G_5 - r_{11}G_6 + r_{12}G_7 - r_{13}G_8\}, \\
P_{2,H} &= \frac{1}{64} \frac{\lambda^3}{\gamma^3} \frac{1}{K^2} \frac{1}{K^4+1} \{r_{11}G_5 + r_{10}G_6 + r_{13}G_7 + r_{12}G_8\}, \\
P_{2,M} &= \frac{1}{128} \frac{\lambda^2}{\gamma^2} \frac{1}{K^3} \frac{1}{K^4+1} \{r_8G_2 - r_9G_4 + (K^2-1)^3r_4(G_1 - G_3)\}, \\
P_{2,w} &= \frac{1}{32} \frac{\lambda}{\gamma} \frac{1}{K} \frac{K^2-1}{K^4+1} \{r_6G_1 + r_5G_2 - r_7G_3 - r_5G_4\}, \\
P_{2,Q_1} &= \frac{1}{64} \frac{\lambda}{\gamma} \frac{1}{K^3} \frac{1}{K^4+1} \{K^2(K+1)^3(K^5 - 3K^4 + 6K^3 + \\
&\quad + 6K^2 - 11K + 9)G_5 + (K+1)^3(9K^5 - 11K^4 + 6K^3 + \\
&\quad + 6K^2 - 3K + 1)G_6 - K^2(K-1)^3(K^5 + 3K^4 + 6K^3 - \\
&\quad - 6K^2 - 11K - 9)G_7 - (K-1)^3(9K^5 + 11K^4 + 6K^3 - \\
&\quad - 6K^2 - 3K - 1)G_8\}, \\
P_{2,Q_2} &= \frac{1}{32} \frac{\lambda^2}{\gamma^2} \frac{1}{K^2} \frac{1}{K^4+1} \{(K+1)^2(K^2-1)(K^4 - 3K^3 + \\
&\quad + 6K^2 - 3K + 1)G_1 + K(K+1)^2(K^4 + 6K^3 - 6K^2 + \\
&\quad + 6K + 1)G_2 + (K-1)^2(K^2-1)(K^4 + 3K^3 + 6K^2 + \\
&\quad + 3K + 1)G_3 - K(K-1)^2(K^4 - 6K^3 - 6K^2 - \\
&\quad - 6K + 1)G_4\}, \\
P_{2,Q_2'} &= \frac{1}{128} \frac{\lambda^2}{\gamma^2} \frac{1}{K^3} \frac{1}{K^4+1} \{(K+1)^2[(K^2-1)(K^6 + 2K^7 - \\
&\quad - 17K^4 + 36K^3 - 17K^2 + 2K + 1)G_1 + (K^8 - 6K^3 + \\
&\quad + 16K^6 + 34K^5 - 34K^4 + 34K^3 + 16K^2 - 2K + 1)G_2] - \\
&\quad - (K-1)^2[(K^2-1)(K^6 - 2K^5 - 17K^4 - 36K^3 - \\
&\quad - 17K^2 - 2K + 1)G_3 + [K^8 + 2K^7 + 16K^6 - 34K^5 - \\
&\quad - 34K^4 - 34K^3 + 16K^2 + 2K + 1)G_4]\},
\end{aligned}$$

$$P_{2,\nu} = \frac{1}{64} \frac{\lambda^6}{\gamma^6} \frac{1}{K} \frac{1}{K^4 + 1} \{ (K^2 + 1)(K^4 - 18K^2 + 1)(G_2 - G_4) + (K^2 - 1)(K^4 + 18K^2 + 1)(G_3 - G_1) \},$$

В формулах (19):

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{\lambda^8}{\gamma^6} \frac{K^3(K^2 - 1)}{2(K^4 + 1)(K^2 + 1)^2}, \\ r_{2,3} &= \frac{(K^2 - 1)^2 \mp 2K(K^2 + 1)}{(K \pm 1)^2(K^2 - 1)}, \\ r_{4,5} &= K^4 \mp 6K^2 + 1, \\ r_{6,7} &= \frac{K \pm 1}{K \mp 1} (K^4 \mp 6K^3 + 6K^2 \mp K + 1), \\ r_{8,9} &= (K \pm 1)^4 (K^6 \mp 4K^5 + 19K^4 \mp 24K^3 + 19K^2 \mp K + 1), \\ r_{10,12} &= (K \pm 1)^2 (K^6 \mp 2K^5 + 11K^4 \mp 6K^3 + K^2 \pm 4K - 1), \\ r_{11,13} &= (K \pm 1)^2 (K^6 \mp 4K^5 - K^4 \pm 6K^3 - 11K^2 \pm 2K - 1). \end{aligned} \quad (20)$$

Для сокращения записи в формулах (20) принято, что первому индексу отвечают верхние и второму — нижние знаки. Величины r_j — постоянные, определяемые относительными геометрическими размерами оболочки и порядковым номером m .

$$\begin{aligned} G_1 &= \nu_1 \operatorname{ch} b_1 \xi \cos b_2 \xi + \nu_2 \operatorname{sh} b_1 \xi \sin b_2 \xi, \\ G_2 &= \nu_1 \operatorname{sh} b_1 \xi \sin b_2 \xi - \nu_2 \operatorname{ch} b_1 \xi \cos b_2 \xi, \\ G_3 &= \nu_3 \operatorname{ch} b_3 \xi \cos b_4 \xi + \nu_4 \operatorname{sh} b_3 \xi \sin b_4 \xi, \\ G_4 &= \nu_3 \operatorname{sh} b_3 \xi \sin b_4 \xi - \nu_4 \operatorname{ch} b_3 \xi \cos b_4 \xi, \\ G_5 &= \nu_1 \operatorname{sh} b_1 \xi \cos b_2 \xi + \nu_2 \operatorname{ch} b_1 \xi \sin b_2 \xi, \\ G_6 &= \nu_1 \operatorname{ch} b_1 \xi \sin b_2 \xi - \nu_2 \operatorname{sh} b_1 \xi \cos b_2 \xi, \\ G_7 &= \nu_3 \operatorname{sh} b_3 \xi \cos b_4 \xi + \nu_4 \operatorname{ch} b_3 \xi \sin b_4 \xi, \\ G_8 &= \nu_3 \operatorname{ch} b_3 \xi \sin b_4 \xi - \nu_4 \operatorname{sh} b_3 \xi \cos b_4 \xi. \end{aligned} \quad (21)$$

В формулах (21) приняты обозначения:

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{1}{\eta_1} \operatorname{ch} b_1 \xi_0 \cos b_2 \xi_0, \quad \nu_2 = \frac{1}{\eta_1} \operatorname{sh} b_1 \xi_0 \sin b_2 \xi_0, \\ \nu_3 &= \frac{1}{\eta_2} \operatorname{ch} b_3 \xi_0 \cos b_4 \xi_0, \quad \nu_4 = \frac{1}{\eta_2} \operatorname{sh} b_3 \xi_0 \sin b_4 \xi_0, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \operatorname{ch}^2 b_1 \xi_0 \cos^2 b_2 \xi_0 + \operatorname{sh}^2 b_1 \xi_0 \sin^2 b_2 \xi_0, \\ \eta_2 &= \operatorname{ch}^2 b_3 \xi_0 \cos^2 b_4 \xi_0 + \operatorname{sh}^2 b_3 \xi_0 \sin^2 b_4 \xi_0. \end{aligned} \quad (23)$$

Исследование вышеприведенных результатов позволяет отметить следующее.

1) Если $\lambda < \gamma$, тогда функции G_3, G_4, G_7, G_8 определяют основное напряженное состояние; функции G_1, G_2, G_5, G_6 — простой краевой эффект [2], возникающий у криволинейных краев оболочки. Выражения (21) можно упростить для функций G_1, G_2, G_5, G_6 приведя их к следующему виду:

$$\begin{aligned} G_1 &\approx G_5 \approx e^{b_1(\xi - \xi_0)} \cos b_2(\xi - \xi_0), \\ G_2 &\approx G_6 \approx e^{b_1(\xi - \xi_0)} \sin b_2(\xi - \xi_0), \end{aligned} \quad (24)$$

2) G -функции и P -функции имеют на криволинейных краях оболочки следующие значения:

$$\begin{aligned} G_1 &= G_3 = 1, \quad G_2 = G_4 = 0, \\ G_5 &= \frac{\text{th } b_1 \xi_0}{\cos^2 b_2 \xi_0 + \text{th}^2 b_1 \xi_0 \sin^2 b_2 \xi_0} \approx 1, \\ G_6 &= \frac{\text{tg } b_2 \xi_0}{\text{ch}^2 b_1 \xi_0 + \text{tg}^2 b_2 \xi_0 \text{sh}^2 b_1 \xi_0} \approx 0, \\ G_7 &= \frac{\text{th } b_3 \xi_0}{\cos^2 b_4 \xi_0 + \text{th}^2 b_3 \xi_0 \sin^2 b_4 \xi_0}, \\ G_8 &= \frac{\text{tg } b_4 \xi_0}{\text{ch}^2 b_3 \xi_0 + \text{tg}^2 b_4 \xi_0 \text{sh}^2 b_3 \xi_0}; \end{aligned} \quad (25)$$

$$P_{1,T_1} = P_{1,T_2} = P_{1,M} = P_{2,T_1} = P_{2,M} = P_{2,\nu} = 0,$$

$$P_{1,Q_2} = P_{1,Q_2'} = -P_{1,w} = P_{1,\nu} = P_{2,T_2} = 1, \quad (26)$$

$$P_{2,Q_2} = P_{2,Q_2'} = -P_{2,w} = D_1.$$

Остальные 6 P -функций приходится вычислять по общим формулам (19), принимая в них G -функции равным значениям (25).

3) Если $\lambda \geq \gamma$, тогда $K > 2$ и в практических расчетах можно расчетные формулы упростить. В рассматриваемом случае на криволинейных краях оболочки:

$$\begin{aligned}
P_{1,S} &\approx -\frac{2\gamma}{\lambda} \frac{K}{K^4+1}, \quad P_{1,H} \approx -\frac{\lambda}{\gamma} \frac{K^3}{K^4+1}, \\
P_{1,Q_1} &\approx \frac{2\lambda}{\gamma} \frac{K^3}{K^4+1}, \quad P_{2,S} \approx \frac{\lambda}{8\gamma} \frac{7K^4+1}{K(K^4+1)}, \\
P_{2,H} &\approx -\frac{\lambda^3}{16\gamma^3} K \frac{K^4+7}{K^4+1}, \\
P_{2,Q_1} &\approx \frac{\lambda}{32\gamma} \frac{K^8+22K^4+9}{K(K^4+1)}.
\end{aligned} \tag{27}$$

3. Решение по полубезмоментной теории.

С точностью полубезмоментной теории задачи 1, 2, 3 решаются исходя из уравнения (2). Усилия, моменты и перемещения можно также представить в форме рядов (13), где в данном случае:

$$\begin{aligned}
T_1^{(m)} &= AR \frac{2\gamma^2}{\lambda^2} \tilde{G}_4, \quad T_2^{(m)} = AR(\tilde{G}_3 - F_1), \\
S^{(m)} &= AR \frac{\gamma}{\lambda} (\tilde{G}_8 - \tilde{G}_7), \quad H^{(m)} = AR^2 \frac{1}{2\gamma\lambda} (\tilde{G}_7 + \tilde{G}_8), \\
M_1^{(m)} &= 0, \quad M_2^{(m)} = -AR^2 \frac{1}{\lambda^2} (\tilde{G}_3 - F_2), \\
Q_1^{(m)} &= AR \frac{1}{2\gamma} (\tilde{G}_7 + \tilde{G}_8), \quad Q_2^{(m)} = AR \frac{1}{\lambda} (\tilde{G}_3 - F_2), \\
v^{(m)} &= A \frac{4R\gamma^4}{B_1\lambda^5} (\tilde{G}_3 - F_2), \quad w^{(m)} = -A \frac{4R\gamma}{B_1\lambda^4} (\tilde{G}_3 - F_2).
\end{aligned} \tag{28}$$

Функции \tilde{G}_3 , \tilde{G}_4 , \tilde{G}_7 и \tilde{G}_8 вычисляются по формулам G_3 , G_4 , G_7 и G_8 принимая в формулах (21), (22) и (23)

$$b_4 = -b_3 = \frac{\lambda^2}{2\gamma}. \tag{29}$$

Решения задач 1, 2 и 3 отличаются друг от друга только по значениям A , F_1 и F_2 в формулах (28).

Решение задачи 1.

$$A = q_3^{(m)}, \quad F_1 = 0, \quad F_2 = 1. \tag{30}$$

Решение задачи 2.

$$A = -\frac{1}{\lambda} q_2^{(m)}, F_1 = 1, F_2 = 1. \quad (31)$$

Решение задачи 3.

$$A = \frac{\lambda^5 B_1}{4R\gamma^4}, F_1 = 0, F_2 = 0. \quad (32)$$

Литература.

1. В. В. Власов. Общая теория оболочек. 1949.
2. А. Л. Гольденвейзер. Теория упругих тонких оболочек. 1953.
3. В. В. Новожилов. Теория тонких оболочек. 1951.

О ВЛИЯНИИ ГАШЕНИЯ ЦИКЛОННОЙ ЗОЛЫ ГОРЮЧЕГО СЛАНЦА-КУКЕРСИТА.

ОТСМАН Р. Э.

В настоящее время в Эстонской ССР мощные промышленные котлы работают на пылевидном сланцевом топливе. Взвешенные пылевидные частицы горючего сланца сторают в топке и образуется зола, основная часть которой улавливается в золоуловителях мультициклонов. Эта зола, т. н. циклонная зола в нижеследующей статье рассматривается в качестве вяжущего для производства строительных деталей, твердение которых происходит в автоклаве в распалубленном виде.

Независимо от способа применения циклонной золы в качестве строительного вяжущего определяющее значение на качество последнего имеет влияние содержащейся в золе свободной извести.

По данным химического анализа * 98 различных проб циклонной золы количество свободной извести в золе колеблется в пределах 12—22%. Среднее содержание свободной CaO составляло 18%.

Вследствие значительного содержания свободной извести и малой величины гидромодуля неорганической части сланца-кукерсита (около 1,4), значительное количество (ориентировочно 30% всего материала) кислотных компонентов золы также не вступает в реакцию. Этому способствует то обстоятельство, что (с точки зрения образования вяжущего) измельчение сланца в шахтных мельницах котлов вылевидного сжигания и контакты между зернами сланцевой пыли во время нахождения в топке не достаточные.

* Диссертационная работа канд. техн. наук В. Х. Кикас'а.

Под влиянием высокой температуры обжига (максимальная температура факеля 1250—1350°) часть золы спекается, свободная известь и кислотная часть пережигаются, вследствие чего они обладают малой активностью.

Медленно гидратирующая свободная известь (в том числе и MgO), гашение которой по сравнению с медленно гасящейся строительной известью происходит раз в 15 медленнее, оказывается очень вредной в процессе твердения циклонной золы. Продолжительный срок гашения свободной извести является основным фактором, ограничивающим применение циклонной золы в качестве вяжущего.

Форсированное гашение т. е. ускоренная гидратация извести при высоких температурах открывает надежную перспективу для уменьшения вредного действия свободной извести циклонной золы.

В зависимости от характерного состава циклонной золы, где значительно содержатся и подобные цементным минералам компоненты, следует при возможности полном гашении пережженной извести предотвратить преждевременную гидратацию цементной части. Этому способствует обстоятельство, что при повышенных температурах давление водяного пара над $\text{Ca}(\text{OH})_2$ значительно ниже, чем давление пара над гидросиликатами кальция и алюминия.

Чтобы препятствовать испарению воды и для достижения более равномерно высокой температуры гашения целесообразно провести операцию гашения в закрытом пространстве под давлением насыщенного водяного пара.

Опыты по гашению циклонной золы производились под давлением водяного пара от 2,0 до 10,0 ати. Давление насыщенного пара придерживалось по температуре с точностью $\pm 0,2^\circ$. Исследования проведены в лаборатории строительных материалов кафедры строительных конструкций ТПИ.

Ниже приводится часть результатов опытов по гашению золы характеризующие влияние количества добавляемой воды на качества вяжущего.

Для гашения циклонной золы были взяты пробы зол, получаемых при низкой, средней и высокой паропроизводительности котла. Добавляя к пробам воду (т. н. воду гашения) до 15% от веса сухой золы пробы подвергались гашению под давлением насыщенного пара. Характер изменения весов отдельных проб в течение операции гаше-

ния приведен в таблице № 1. Гашение проводилось при давлении пара в 8,0 ати и при продолжительности 30 минут.

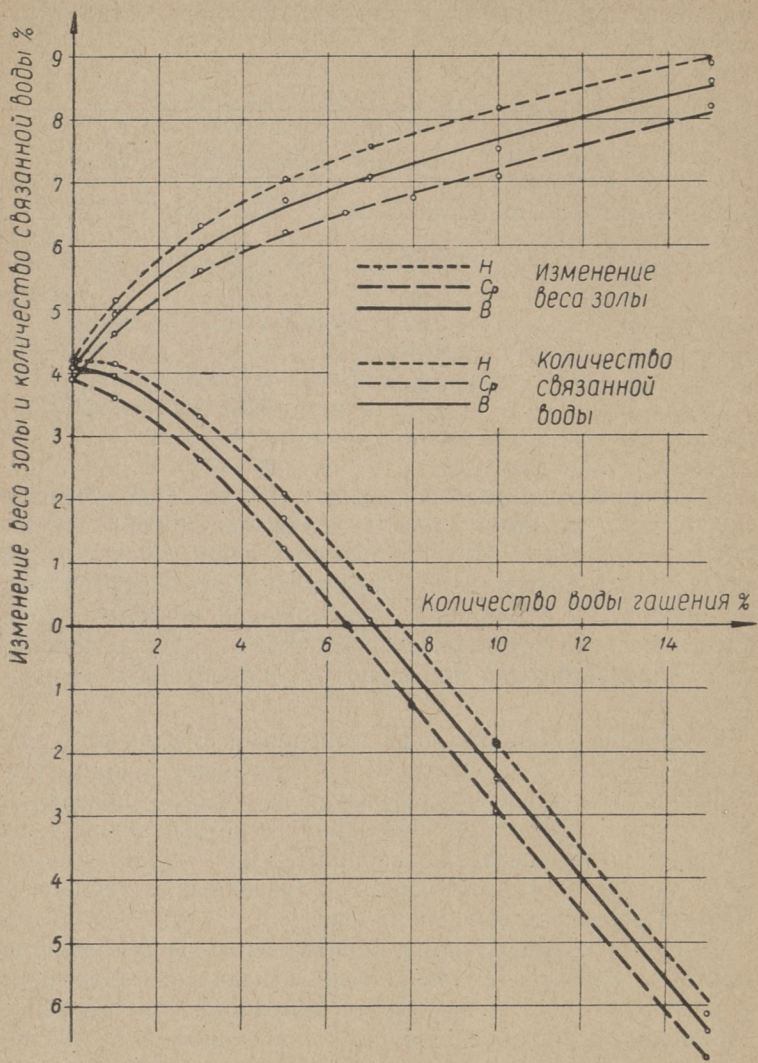
Таблица 1.

Количество воды гашения в %	Изменение веса пробы золы в %		
	Зола при производительности котла		
	низкой „Н“	средней „Ср“	высокой „В“
0	+ 4,20	+ 3,90	+ 4,05
1	+ 4,12	+ 3,60	+ 3,92
3	+ 3,30	+ 2,62	+ 2,96
5	+ 2,02	+ 1,20	+ 1,72
7	+ 0,56	—	+ 0,08
8	—	— 1,25	—
10	— 1,86	— 2,95	— 2,45
15	— 6,15	— 6,82	— 6,42

Полученные данные показывают, что золы, полученные при разных режимах работы котла, ведут себя аналогично. При малых количествах воды гашения зола поглощает и связывает из насыщенной атмосферы влагу и наоборот — отдает воду при больших ее количествах. Сухая зола без предварительной добавки воды поглощала при гидратации СаО примерно $\frac{2}{3}$ от требуемого количества воды.

В пределах добавки воды гашения от 5% до 15% вес проб изменяется практически по линейному закону. Изменение веса золы характеризует количество связанной воды в ней. Явно видно, что количество связанной воды непрерывно возрастает и изображает кривую напоминающую параболу. На основании приведенных в таблице 1 данных построены кривые на фиг. 1.

Для выяснения влияния количества воды гашения на вяжущие свойства циклонной золы были изготовлены из раствора жесткой консистенции цилиндрические образцы. Применялось зольное вяжущее, полученное путем гашения золы. Раствор состава 1 : 3,5 по весу, водо-вяжущие отношения 0,33. Формовка образцов производилась на гидравлическом прессе под давлением 150 кг/см². Ниже приводим результаты испытаний образцов после автоклавной обработки.



Фиг. 1.

Зависимость изменения веса зол, полученных при различной паропроизводительности котла, и количества связанной воды от добавки воды гашения.

Т а б л и ц а 2.

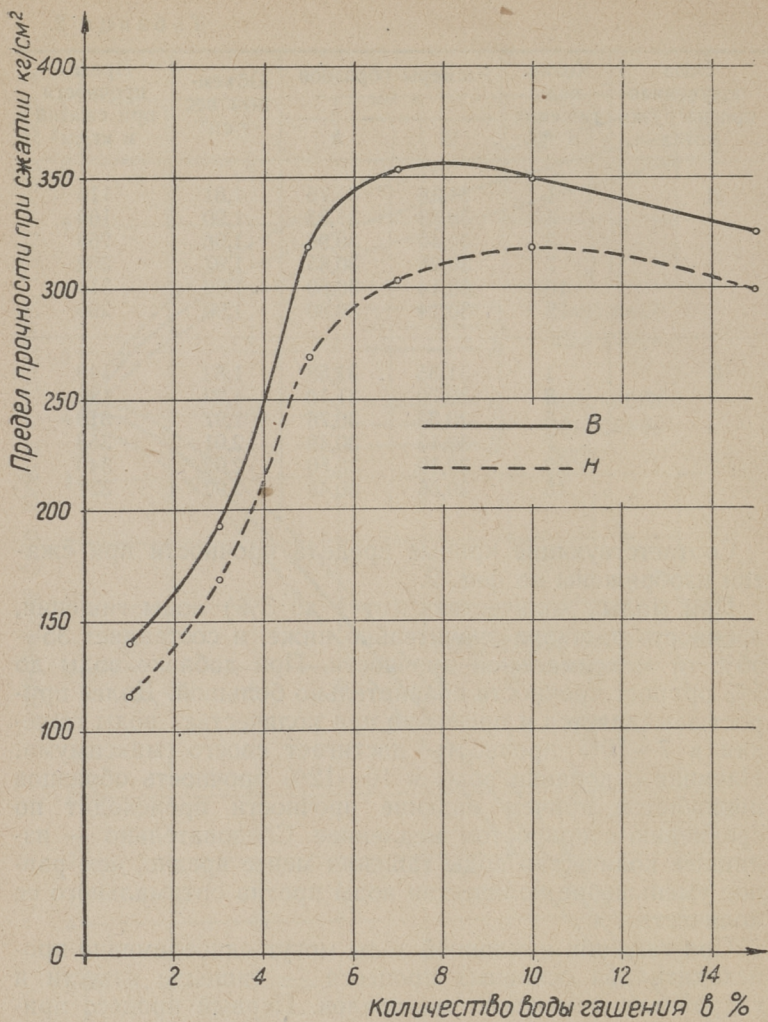
Зола полученная при нагрузке котла	Колич. воды гашения в %	Расмеры образцов в мм		Объем- ный вес г/см ³	Предел прочности при сжатии в кг/см ²
		Ø	h		
Н	1	31,36	31,76	1,81	116
	3	30,88	31,33	1,90	169
	5	30,40	30,95	1,96	268
	7	30,28	30,85	1,97	302
	10	30,14	30,80	1,99	318
	15	30,14	30,80	1,99	299
В	1	31,35	31,58	1,82	140
	3	30,70	31,10	1,92	192
	5	30,33	30,76	1,97	319
	7	30,16	30,49	2,01	353
	10	30,10	30,50	2,02	349
	15	30,06	30,49	2,02	327

Соответствующие кривые предела прочности при сжатии изображены на фиг. 2.

При малых количествах (от 1 до 3%) воды гашения, прочность раствора значительно ниже, и составляет 35—55% от максимальной прочности. При добавке воды до 5% прирост прочности сравнительно большой. Далее прирост замедляется и примерно при количествах воды гашения в 7—10% прочность достигает своего максимума. Начиная с добавки воды в 10—12% прочность образцов понижается, причем падение прочности происходит по сравнению с приростом медленнее. Следовательно — излишнее количество воды гашения менее вредно, чем равное уменьшение количества воды против оптимального ее количества.

При гашении циклонной золы могут одновременно происходить два основных процесса — гашение извести и гидратация цементных минералов. Первый процесс приводит к уменьшению разрушающего действия свободной извести, другой — к падению активности цементной части за счет преждевременной гидратации ее.

Рост прочности образцов (первая восходящая часть кривых) повидимому объясняется тем, что преобладающим процессом являлся первый из них, вследствие чего с увеличением количества воды гашения, вредное влияние свободной извести постепенно парализуется.



Фиг. 2.

Влияние количества воды гашения на прочность растворных образцов

Это подтверждается заметным измельчением зерен циклонной золы, т. к. в процессе гашения зерна свободной извести распадаются на мельчайшие частицы $\text{Ca}(\text{OH})_2$. Падающая часть кривой прочности повидимому характе-

ризуется преобладанием второго процесса — преждевременной гидратации цементных минералов. Если после гашения умеренным количеством воды вяжущее окажется сухим и рыхлым, то значительный избыток воды вызывает в нем образование комков, что при приготовлении растворов затрудняет получение однородной массы.

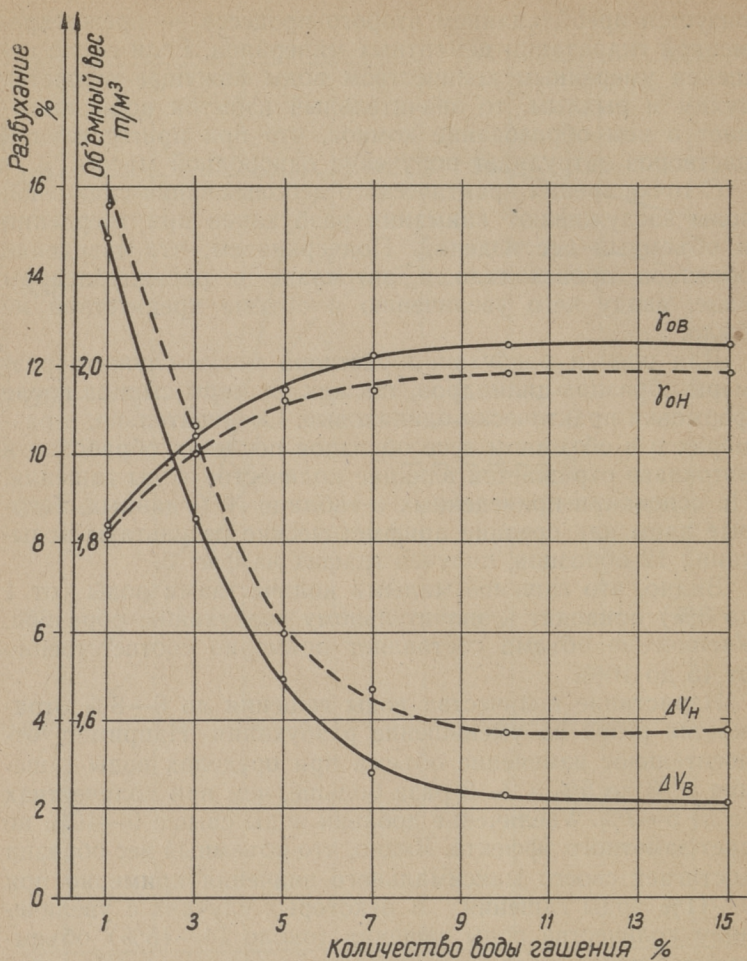
С точки зрения практического использования сланцевой золы заслуживают внимания разбухание при твердении и объемный вес изделий. Подчеркиваем, что твердение образцов происходило в автоклаве в распалубленном виде, ввиду чего увеличению в объеме препятствий не было.

Для оценки разбухания раствора могут служить размеры образцов-цилиндров, так как размеры сырцов после формовки практически одинаковые. Следовательно, в размерах и в объемном весе образцов после их обработки в автоклаве отражается влияние количества воды гашения. На основании приведенных в таблице № 2 данных, которые даны как средние арифметические результаты испытаний 12 образцов, получен график на фиг. 3.

Видно, что гашение малыми количествами воды (от 1 до 3%) приводит к значительному разбуханию образцов. Увеличение объема составляет примерно соответственно от 15 до 10%.

Нарастание количества воды гашения до 6—8% отражается резко на уменьшение разбухания. Например, относительное изменение объема при пределах воды гашения от 3 до 5% в 2—3 раза больше, чем при количествах ее от 5—7%. Увеличение добавки воды свыше 9—10% не дает заметного эффекта. Видно, что объемный вес образца достигнет своего максимального значения примерно при 9—11% воды гашения. В некоторых случаях с увеличением количества воды гашения (около 14—15%) объемный вес показывает незначительное уменьшение. Из этого и из размеров образцов можно сделать вывод, что уплотняемость золы, гашеной в некоторой степени с избытком воды, ухудшается и поэтому для получения массы с малой пористостью требуется при формовке изделия повышенное давление или более продолжительная операция уплотнения (например, вибрирование).

Серии образцов, изготовленные на вяжущем, полученном путем гашения циклонной золы, испытывались на морозостойкость непосредственным замораживанием и от-



Фиг. 3.

Влияние количества воды гашения на изменения в объеме и на объемный вес образцов.

таиванием. Из каждой серии подвергались испытанию 6—8 образцов.

При насыщении образцов отмечалось существенное различие в скоростях впитывания воды. Например, цилиндры, изготовленные на базе вяжущих гашеных малыми коли-

чествами воды, полностью насыщались уже в течение 10—15 минут, хотя они были погружены в воду только на $\frac{1}{3}$ высоты — и напротив образцы на вяжущем с 7—10% воды гашения не насыщались водой даже через несколько часов. Так как также среднее водопоглощение различных серий образцов изменялось до 2-х раз (от 6,5 до 11,8% от веса в воздушно-сухом состоянии), то результаты испытания на морозостойкость оказались ярко отличающимися.

При количествах воды гашения до 3% у образцов отмечались признаки разрушения уже после 2—3-го цикла замораживания. Повреждения образцов после каждого цикла быстро росли и преобладающая часть их выпадала после 5—6 цикла из-за почти полного разрушения. Отметим, что сравнительно качественными оказались цилиндры на базе золы гашеной водой в 5%.

Наилучшие результаты по отношению морозостойкости получены при количествах воды гашения от 7—11%. Падение прочности при сжатии названных образцов после 15-ти циклов замораживания составляло в среднем 20—25%. Несомненно, что морозостойкость более массивных образцов (изделий) значительно выше.

Повышенное количество воды (14—15%) при гашении циклонной золы приводит к понижению морозостойкости.

Комплексное изучение экспериментальных данных гашения циклонной золы показывает, что в натуральном виде — без предварительного гашения циклонная зола не гарантирует качества строительных изделий. Это особенно важно когда активизация твердения их происходит путем тепловлажностной обработки без применения форм, т. е. в распалубленном виде. Вышеизложенным подтверждается что количество воды гашения является одним из важнейших факторов для получения качественного вяжущего вещества из циклонной золы.

ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ В ПОСЛЕКРИТИЧЕСКОЙ СТАДИИ УПРУГОЙ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ МАЛОЙ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ, НАХОДЯЩЕЙСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОГО ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ.

ПОВЕРУС, Л. Ю.

В настоящей работе приводятся результаты исследования оболочки вращения малой положительной кривизны в послекритической стадии. Исследование является продолжением работы [2], в ходе которой выводились линейные соотношения, уравнения и формулы для определения критической нагрузки оболочки средней приведенной длины. Исследование проводится по методике, примененной в работе Н. А. Алумяэ [1], посвященной исследованию состояний равновесия цилиндрической оболочки средней приведенной длины, находящейся под действием всестороннего давления.

Критической нагрузкой определялось начало новых состояний равновесия, начало т. н. послекритической стадии. При описании таких неосесимметричных равновесных форм оболочки, предполагается, что характер деформации, существующий при критической нагрузке, продолжает существовать и в некотором протяжении в начале послекритической стадии. Исходя из этого предположения, можем при исследовании послекритической стадии оболочки, по крайней мере при исследовании начальной части ее, приложить методику упрощения уравнений, которая применялась при линейных упрощенных соотношениях. Применим в настоящей статье те же обозначения, что и в статье [2]. Пусть t будет толщина оболочки, R_2 — второй главный радиус кривизны срединной поверхности оболочки, μ — коэффициент Пуассона, $\lambda = \frac{t}{R_2 \sqrt{12(1-\mu^2)}}$ — малый параметр, $R_1 \geq R_2 \lambda^{-0,5}$ — радиус меридиана срединной поверхности обо-

лочки, α_1 и α_2 — внутренние координаты оболочки, A_1, A_2 — параметры Ляме, u, v, w составляющие перемещения, T_1, T_2 — нормальные силы начального напряженного состояния, F — функция напряжений.

1. Упрощенные нелинейные уравнения.

При выводе нелинейных соотношений производим упрощения с той же точностью как и при линейных, отбрасывая из выражений члены, которые на $\lambda^{0,5}$ раз меньше чем главные одержимые члены.

При оценке членов выражений, предположим, что для основной неосесимметричной деформации имеют место, как и при линейных зависимостях следующие качественные соотношения

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \alpha_1} \sim w, \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha_1^2} \sim w, \dots & \quad \frac{\partial w}{\partial \alpha_2} \sim \lambda^{-0,25} w, \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha_2^2} \sim \lambda^{-0,5} w, \dots \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \sim F, \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_1^2} \sim F, \dots & \quad \frac{\partial F}{\partial \alpha_2} \sim \lambda^{-0,25} F, \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_2^2} \sim \lambda^{-0,5} F. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Вывод нижеследующих соотношений производится с той же методикой, что и вывод уравнений местной потери устойчивости, удерживая кроме линейных и нелинейные главные члены. Обозначая штрихом и точкой частные производные

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (\dots) = (\dots)', \quad \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (\dots) = (\dots)'$$

получим следующие упрощенные формулы для элементов деформации.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{A_1} u' + \frac{w}{R_1} + \frac{1}{2A_1^2} w'^2 \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u + \frac{1}{A_2} v' + \frac{w}{R_2} + \frac{1}{2A_2^2} w'^2 \\ \gamma &= \frac{1}{A_2} u' + \frac{1}{A_1} v' - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} v + \frac{1}{A_1 A_2} w' w. \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= -\frac{1}{A_1^2} w'' \\ \kappa_2 &= -\frac{1}{A_2^2} w'' - \frac{1}{A_1^2 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w' \\ \tau &= -\frac{1}{A_1 A_2} w' \cdot + \frac{1}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w. \end{aligned} \quad (1.3)$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — относительные удлинения, γ — сдвиг, κ_1, κ_2 — изменения кривизны, τ — кручение срединной поверхности оболочки при переходе оболочки в неосесимметричное напряженное состояние.

Упрощенное нелинейное уравнение равновесия и уравнение совместности деформации выражаются с асимптотической погрешностью $\lambda^{0,5}$ в следующем виде:

$$T_2 \frac{A_1}{A_2} w'' + \frac{A_1}{A_2 R_1} F'' - \frac{1}{A_1 A_2} w'' F'' + \frac{A_2}{A_1 R_2} F'' - \frac{1}{A_1 A_2} w'' F'' -$$

$$- \frac{2}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w' F'' - \frac{2}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w' F' + \frac{2}{A_1 A_2^3} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 w' F' +$$

$$+ \frac{2}{A_1 A_2} w' F' - \frac{A_1}{A_2^3} \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} w'''' = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{A_2}{A_1 R_2} w'' + \frac{A_1}{A_2 R_1} w'' - \frac{1}{A_1 A_2} w'' w'' + \frac{1}{A_1 A_2} w'^2 -$$

$$- \frac{2}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w'' w' + \frac{1}{A_1 A_2^3} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 w''^2 + \frac{1}{Et A_2^3} F'''' = 0. \quad (1.6)$$

Решение системы (1.5), (1.6) должно удовлетворять теми же краевыми условиями что и линейные уравнения местной потери устойчивости, т. е. при $\alpha_1 = \pm \frac{L}{2R_{2,0}} = \pm l$

$$w = 0, w'' = 0. \quad (1.7)$$

Здесь L — длина оболочки, $R_{2,0}$ — второй главный радиус кривизны среднего параллельного круга оболочки.

Данные краевые условия соответствуют присоединению краев оболочки к тонкостенным диафрагмам. Решение системы (1.5), (1.6) отыскиваются в виде:

$$w(a_1, a_2) = \sum_{i=0}^n w_i \cos isa_2, \quad F(a_1, a_2) = \sum_{i=0}^m F_i \cos isa_2. \quad (1.8)$$

где $w_i = w_i(a_1), F_i = F_i(a_1), (m \geq n)$

Учитывая решениями (1.8) систему (1.5), (1.6) можно представить в развернутом виде:

$$T \frac{A_1}{A_2} m^2 s^2 \omega_m + \frac{A_1}{R_1 A_2} m s^2 F_m - \frac{A_2}{A_1 R_2} F_m'' +$$

$$+ \frac{A_1 E t}{A_2^3 12(1-\mu^2)} m^4 s^4 \omega_m + \frac{s^2}{2} \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ i^2 \left(-\frac{1}{A_1 A_2} \omega''_{m \pm i} F_i \right) + \right.$$

$$+ (m \pm i)^2 \left(-\frac{1}{A_1 A_2} \omega_{m \pm i} F_i'' \right) + i(m \pm i) \left(-\frac{2}{A_1 A_2} \omega'_{m \pm i} F_i' + \right.$$

$$+ \frac{2}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \omega_{m \pm i} F_i' + \frac{2}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \omega'_{m \pm i} F_i' -$$

$$\left. \left. - \frac{2}{A_1 A_2^2} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 \omega_{m \pm i} F_i \right) \right\} = 0. \quad (1.9)$$

$$- \frac{1}{E t} \frac{A_1}{A_2^2} m^4 s^4 F_m - \frac{A_2^2}{A_1 R_2} \omega_m'' + \frac{A_1}{R_1} m^2 s^2 \omega_m +$$

$$+ \frac{s^2}{2} \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ i^2 \left(-\frac{1}{A_1} \omega''_{m \pm i} \omega_i \right) + i(m \pm i) \left[-\frac{1}{A_1} \omega'_{m \pm i} \omega_i' + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{2}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \omega'_{m \pm i} \omega_i - \frac{1}{A_1 A_2^2} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 \omega_{m \pm i} \omega_i \right] \right\} = 0 \quad (1.10)$$

$$(m = 1, 2, \dots)$$

Если в уравнениях (1.9), (1.10) индексы функций ω_{m-i} , F_{m-i} $m-i=0$ придется множители этих функций умножить на два, но если индексы $m-i < 0$, придется их взять положительными.

Функции ω_0 и F_0 в уравнениях (1.9), (1.10) определяются следующими формулами

$$\omega_0 = -\frac{s^2}{4} \frac{R_2}{A_2^2} \sum_{i=1}^{\infty} i^2 \omega_i^2 \quad (1.11)$$

$$F_0'' = -\frac{s^2}{2} \frac{R_2}{A_2^2} \sum_{i=1}^{\infty} i \left[\omega_i' F_i + \omega_i F_i'' + 2\omega_i' F_i' - \frac{2}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \omega_i F_i' - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \omega_i' F_i + \frac{2}{A_2^2} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 \omega_i F_i \right]. \quad (1.12)$$

Формула (1.11) получена из условия $\varepsilon_2 = 0$ и формула (1.12) из уравнения равновесия.

Изменение потенциальной энергии оболочки при переходе от осесимметричного напряженного состояния в несимметричное состояние при определенной величине внешней нагрузки обозначим через Π и выразим следующей приближенной формулой

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{-l}^l \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{EtA_2^4} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_2^2} \right)^2 + \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)A_2^4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha_2^2} \right)^2 + T_2 \frac{1}{A_2^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \alpha_2} \right)^2 \right] A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2. \quad (1.13)$$

Здесь $l = \frac{L}{2R_{2,0}}$ — относительная полудлина оболочки. Π рассматривается в качестве функционала. Если в Π допустить в сравнение периодические относительно α_2 функции w , которые удовлетворяют краевые условия (1.7) и также периодические относительно α_2 функции F , которые определяются сравниваемыми функциями w посредством уравнения (1.6), тогда можно доказать, что условие стационарности

$$\delta\Pi = 0 \quad (1.14)$$

выражается уравнением (1.5).

Развертываем функцию напряжений F и функцию прогиба срединной поверхности w в ряд следующим образом:

$$F = \sum_{i=0}^{\infty} F_i \cos isa_2, \quad w = \sum_{i=0}^{\infty} w_i \cos isa_2 \quad (1.15)$$

где

$$F_i = F_i(\alpha_1), \quad w_i = w_i(\alpha_1)$$

После подстановки (1.15) в выражении изменения потенциальной энергии Π и после интегрирования по α_2 от 0 до 2π получается

$$\Pi = \frac{1}{2} \pi \int_{-l}^l \left[\frac{A_1}{EtA_2^3} \sum_{i=1}^{\infty} i^4 s^4 F_i^2 + \frac{Et^3 A_1}{12(1-\mu^2)A_2^3} \sum_{i=1}^{\infty} i^4 s^4 w_i^2 + T_2 \frac{A_1}{A_2} \sum_{i=1}^{\infty} i^2 s^2 w_i^2 \right] da_1. \quad (1.16)$$

2. Общие расчетные формулы для исследования после-критической стадии оболочки.

Функция прогиба срединной поверхности оболочки и функция напряжений аппроксимируется следующим образом

$$\begin{aligned} w(\alpha_1, \alpha_2) &= w_0(\alpha_1) + w_1(\alpha_1) \cos s\alpha_2, \\ F(\alpha_1, \alpha_2) &= F_0(\alpha_1) + F_1(\alpha_1) \cos s\alpha_2 + \\ &+ F_2(\alpha_1) \cos 2s\alpha_2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Далее воспользуемся уравнениями (1.9), (1.10). Если взять $m = 1$ получается из уравнений (1.9)

$$\begin{aligned} T_2 \frac{A_1}{A_2} s^2 w_1 + \frac{A_1}{A_2 R_1} s^2 F_1 - \frac{s^2}{A_1 A_2} w_0'' F_1 - \frac{A_2}{A_1 R_2} F_1'' - \\ - \frac{s^2}{A_1 A_2} w_1 F_0'' - \frac{2s^2}{A_1 A_2} w_1'' F_2 - \frac{s^2}{2A_1 A_2} w_1 F_2'' - \frac{2s^2}{A_1 A_2} w_1' F_2' + \\ + \frac{2s^2}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w_1 F_2' + \frac{2s^2}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} s^2 w_1' F_2 - \frac{2s^2}{A_1 A_2^3} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 w_1 F_2 + \\ + \frac{A_1}{A_2^3} \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} s^2 w_1 = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Функции F_1 и F_2 находим из уравнений (1.10), взяв $m = 1, m = 2$

$$F_1 = - \frac{EtA_2^4}{A_1^2 R_2 s^4} w_1'' + \frac{EtA_2^2}{R_1 s^2} w_1 - \frac{EtA_2^2}{A_1^2 s^2} w_0'' w_1 \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} F_2 = - \frac{EtA_2^2}{32A_1^2 s^2} w_1'' w_1 + \frac{EtA_2^2}{32A_1^2 s^2} w_1'^2 - \frac{EtA_2}{16A_1^2 s^2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w_1' w_1 + \\ + \frac{Et}{32A_1^2 s^2} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 w_1'^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

w_0 и F_0 определяются соотношениями (1.11), (1.12)

$$w_0 = - \frac{s^2 R_2}{4 A_2^2} w_1'^2. \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} F_0 = - \frac{s^2 R_2}{2 A_2^2} \left[w_1'' F_1 + w_1 F_1'' + 2w_1' F_1' - \frac{2}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w_1 F_1' - \right. \\ \left. - \frac{2}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} w_1' F_1 + \frac{2}{A_2^2} \left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right)^2 w_1 F_1 \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

3. Расчет симметричной оболочки

Для симметричной оболочки малой положительной кривизны вводим следующие обозначения

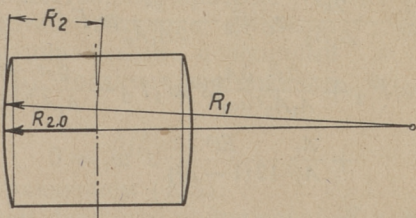
$$\alpha_1 = \frac{2l}{\pi} x, \quad s^2 = k^2 \frac{\pi}{2l} \lambda^{-0,5}, \quad \frac{1}{R_1} = \varrho \frac{\pi}{2l} \lambda^{0,5},$$

$$T_2 = Et \lambda^{1,5} \frac{\pi}{2l} \tau, \quad w_0 = \frac{2l}{\pi} \lambda^{0,5} \psi_0, \quad w_1 = \frac{2l}{\pi} \lambda^{0,5} \psi_1, \quad F_0 = Et \frac{2l}{\pi} \lambda^{1,5} \varphi_0$$

$$F_1 = Et \frac{2l}{\pi} \lambda^{1,5} \varphi_1, \quad F_2 = Et \frac{2l}{\pi} \lambda^{1,5} \varphi_2, \quad A_1 = A_2 = R_2 = R_{2,0} = 1$$
(3.1)

где

$$l = \frac{L}{2R_{20}}.$$



Фиг. 1.

Уравнение (2.2) после пренебрежения членами содержащими $\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}$ имеет в новых обозначениях (3.1) следующий вид

$$k^2 \psi_1 + k^2 \varrho \varphi_1 - k^2 \psi_0'' \varphi_1 - \varphi_1'' - k^2 \psi_1 \varphi_0'' - 2k^2 \varphi_2 \psi_1'' -$$

$$- \frac{1}{2} k^2 \psi_1 \varphi_2'' - 2k^2 \psi_1' \varphi_2' + k^4 \psi_1 = 0. \quad (3.2)$$

Формулы (2.3), (2.4) представляются обозначениями (3.1) в нижеприведенной форме

$$\varphi_1 = -\frac{\psi_1''}{k^4} + \frac{\varrho \psi_1}{k^2} + \frac{\psi_1 \psi_1'^2}{2} + \frac{\psi_1^2 \psi_1''}{2} \quad (3.3)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{32} \left(-\frac{\psi_1'' \psi_1}{k^2} + \frac{\psi_1'^2}{k^2} \right). \quad (3.4)$$

Форма, выпученной образующей срединной поверхности, аппроксимируется функцией

$$\psi_1 = a \cos x + b \cos 3x \quad (3.5)$$

$$\left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right).$$

Для нахождения коэффициентов a и b функции прогиба ψ_1 решается уравнение (3.2) вариационным методом Галеркина. Тогда получается следующая система уравнений

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{k^4} + k^4 + \tau k^2 + \varrho^2 + \frac{2\varrho}{k^2}\right)a - \frac{15}{16}a^3 - 9a^2b - \frac{387}{8}ab^2 - \\ & - k^2\varrho a^3 - 3k^2\varrho a^2b - 10k^2\varrho ab^2 + \frac{k^4}{16}(6a^5 + 65a^4b + 420a^3b^2 + \\ & + 414a^2b^3 + 690ab^4) = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{81}{k^4} + k^4 + \tau k^2 + \varrho^2 + \frac{18\varrho}{k^2}\right)b - 3a^3 - \frac{387}{8}a^2b - \frac{1215}{16}b^3 - \\ & - k^2\varrho a^3 - 10k^2\varrho a^2b - 9k^2\varrho b^3 + \frac{k^4}{16}(15a^5 + 210a^4b + \\ & + 414a^3b^2 + 1380a^2b^3 + 486b^5) = 0. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Вычисление изменения потенциальной энергии при переходе оболочки от осесимметричной в неосесимметричное напряженное состояние воспользуется формулой (1.16), учитывая соотношениями (2.1). После проведения изменения переменных соответственно (3.1) получается формула:

$$\Pi = \frac{1}{2} \pi E t \frac{2l}{\pi} \lambda^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [k^4(\varphi_1^2 + 16\varphi_2^2 + \psi_1^2) + \tau k^2 \psi_1^2] dx \quad (3.8)$$

где φ_1 , φ_2 и ψ_1 определяются соответственно формулами (3.3), (3.4) и (3.5).

Решение (3.8) дает соотношение:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{\pi}{2} Et\lambda^2 l \left[\left(\frac{1}{k^4} + k^4 + \tau k^2 + \varrho^2 + \frac{2\varrho}{k^2} \right) a^2 + \right. \\ & + \left(\frac{81}{k^4} + k^4 + \tau k^2 + \varrho^2 + \frac{18\varrho}{k^2} \right) b^2 - \frac{30}{64} a^4 - 6a^3b - \frac{774}{16} a^2b^2 - \\ & - \frac{2430}{64} b^4 - \frac{1}{2} k^2 \varrho a^4 - 2k^2 \varrho a^3 b - 10k^2 \varrho a^2 b^2 - \frac{9}{2} k^2 \varrho b^4 + \\ & + \frac{k^4}{8} (a^6 + 15a^5b + 105a^4b^2 + 138a^3b^3 + 345a^2b^4 + \\ & \left. + 81b^6) \right] \end{aligned} \quad (3.9)$$

Обозначим $\Pi = \frac{\pi}{2} Et\lambda^2 l \bar{\Pi}$.

Из условия $\delta \bar{\Pi} = 0$ следуют уравнения $\frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial a} = 0$, $\frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial b} = 0$ которые после вычисления выражений по (3.9) должны совпасть с уравнениями (3.6) и (3.7) и служат проверкой правильности хода решения.

Численный пример решен при $\kappa^2 = 1,96$, который соответствует критическому значению параметра нагрузки и при $\varrho = 1$. a , b и τ определяются тогда следующими соотношениями, полученными из уравнений (3.6), (3.7)

$$\begin{aligned} 1,96\tau + 6,1223 - 2,8975a^2 - 14,88ab - 67,975b^2 + \\ + 0,14010 (6a^4 + 65a^3b + 420a^2b^2 + 414ab^3 + 690b^4) = 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} 1,96\tau b + 35,1102b - 4,96a^3 - 67,975a^2b - 93,578b^3 + \\ + 0,24010 (13a^5 + 210a^4b + 414a^3b^2 + 1380a^2b^3 + \\ + 486b^5) = 0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Решения системы (3.10), (3.11) представлены в таблице 1 и на фиг. 2.

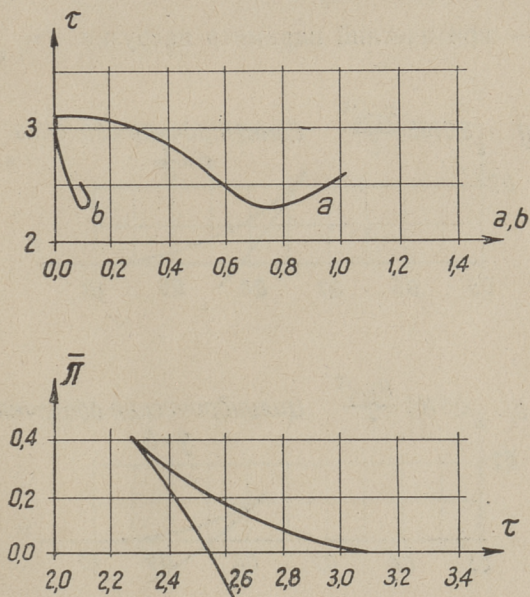
Изменение потенциальной энергии Π вычисляется по формуле (3.9). При $\kappa^2 = 1,96$ и $\varrho = 1$ получим

$$\begin{aligned} \bar{\Pi} = & 6,1223a^2 + 35,1102b^2 + 1,96\tau(a^2 + b^2) - 1,44875a^4 - \\ & - 9,9200a^3b - 67,975a^2b^2 - 46,789b^4 + \\ & + 0,48020 (a^6 + 13a^5b + 105a^4b^2 + 138a^3b^3 + \\ & \quad 345a^2b^4 + 81b^6). \end{aligned}$$

Таблица 1.

Изменение потенциальной энергии в зависимости от a и b приведено в таблице 1 и на фиг. 2.

a	0,0	0,4	0,6	0,7	0,75	0,8	0,9	1,0
b	0,0	0,0143	0,0604	0,0902	0,1000	0,1052	0,1012	0,0823
τ	-3,124	-2,844	-2,464	-2,297	-2,280	-2,307	-2,432	-2,557
$\bar{\Pi}$	0	0,0421	0,2481	0,3855	0,4028	0,3662	0,1886	0,0324



Фиг. 2.

Для сравнения поведения симметричной оболочки малой положительной кривизны, с поведением цилиндрической оболочки (симметричная оболочка при $\rho = 0$) в посткритической стадии, находим отношение изменения потенциальной энергии в начальную потенциальную энергию оболочки. Изменение потенциальной энергии Π и начальная потенциальная энергия Π_0 выражаются следующими формулами:

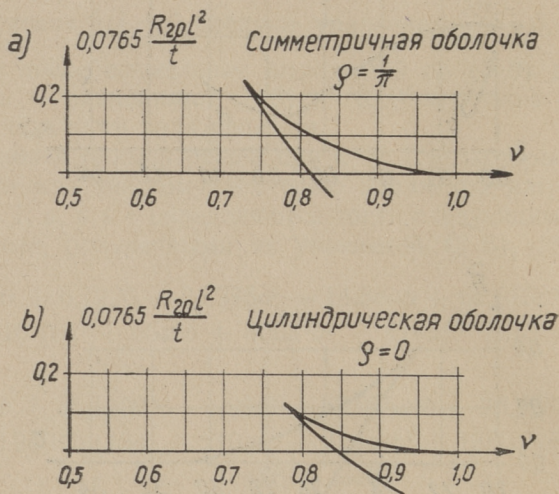
$$\Pi = \frac{\pi}{2} E t l \lambda^2 \tilde{\Pi}(\nu)$$

$$\Pi_0 = \frac{\pi^3 E t (5 - 4\mu) \lambda^3}{8 l} \tau_{кр}^2 \nu^2$$

из которых получим

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} = \frac{4 R_{2,0} \sqrt{12(1 - \mu^2)}}{(5 - 4\mu) \pi^2 \tau_{кр}^2} \frac{l^2}{t} \frac{\tilde{\Pi}(\nu)}{\nu^2}$$

где, $\tau_{кр}$ — критический параметр нагрузки, $\nu = \frac{\tau}{\tau_{кр}}$.



Фиг. 3.

Отношение $\frac{\Pi}{\Pi_0}$ представлено на фиг. 3.

Кривые на фиг. 3 определены с одинаковой точностью т. е. функция прогиба ψ_1 задана в виде (3.5) и число волн по параллели неосесимметричного состояния равновесия принято равным числу волн, образующихся при критическом давлении.

Как следует из фиг. 3 относительные энергетические барьеры разделяющие устойчивые состояния равновесия при докритических давлениях, являются при симметричных и цилиндрических оболочках величинами одного порядка.

Литература.

1. Алумяэ Н. А. Об определении состояний равновесия круговой оболочки при осесимметричной нагрузке. ППМ т. XVII, 1953.
2. Поверус Л. Ю. Устойчивость оболочки вращения с малой положительной кривизной под действием равномерно распределенного внешнего давления. Труды ТПИ Серия А № 65. 1955.

РАВНОВЕСИЕ ТОНКОСТЕННЫХ УПРУГИХ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В ПОСЛЕКРИТИЧЕСКОЙ СТАДИИ.

РЯЯМЕТ, Р. К.

В статье приводятся результаты по исследованию устойчивости равновесия упругой конической оболочки при больших значениях равномерно распределенного внешнего давления, т. е. при переходе от начального осесимметричного состояния в выпученное, неосесимметричное состояние.

Рассмотрим защемленную по основанию упругую коническую оболочку вращения с замкнутой вершиной.

Пусть s_0 — длина образующей срединной поверхности, r_0 — радиус нижнего края, β — угол конусности, t — толщина, s — расстояние произвольной точки срединной поверхности от вершины оболочки и r — от оси вращения, $r = s \cdot \sin \beta$, R_θ — радиус кривизны по параллельному кругу, θ — угол долготы образующей, q — внешнее нормальное давление, k — число волн срединной поверхности по параллельному кругу после потери устойчивости начального напряженного состояния.

При достаточно малых значениях внешней нагрузки напряженное состояние оболочки окажется безмоментным вплоть до некоторой узкой зоны около основания конуса, где возникает смешанное напряженное состояние, называемое краевым эффектом. Как показывают исследования, влиянием краевого эффекта при изучении поведения оболочки в целом можно пренебречь.

При безмоментном напряженном состоянии тангенциальные усилия T_s , T_θ определяются формулами

$$T_s = -\frac{1}{2} q R_\theta, \quad T_\theta = -q R_\theta. \quad (1)$$

Известно, что при достаточно малых значениях внешней нагрузки единственным возможным является осесимметричное напряженное состояние, а при достаточно больших значениях внешней нагрузки существуют также и неосесимметричные состояния равновесия. Целью настоящей работы является определение неосесимметричных состояний равновесия. Поставленная задача сводится к интегрированию системы, состоящей из нелинейного уравнения совместности деформации и нелинейного уравнения равновесия.

При переходе оболочки от начального состояния к выпученному состоянию возникают дополнительные нормальные усилия S_s , S_θ , касательное усилие S , изгибающие и крутящий моменты M_s , M_θ , H .

Усилия S_s , S_θ , S могут быть выражены через функцию напряжения F

$$S_s = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial F}{\partial s}, \quad S_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial s^2}, \quad S = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial s \partial \theta} + \frac{1}{sr} \frac{\partial F}{\partial \theta}. \quad (2)$$

Пусть будут: u , v , w — составляющие вектора перемещения точки; ε_s , ε_θ — относительные удлинения, γ — сдвиг; \varkappa_s , \varkappa_θ , τ — параметры изменения кривизны срединной поверхности при переходе оболочки от начального состояния к выпученному состоянию, E — модуль упругости и ν — коэффициент Пуассона.

Зависимость между составляющими вектора перемещения и элементами деформации определяются следующими приближенными соотношениями

$$\varepsilon_s = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial s} \right)^2, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w}{R_\theta} + \frac{u}{s} + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2,$$

$$\gamma = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{v}{s} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial s} \frac{\partial w}{\partial \theta}, \quad (3)$$

$$\varkappa_s = -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}, \quad \varkappa_\theta = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{s} \frac{\partial w}{\partial s},$$

$$\tau = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial \theta} + \frac{1}{sr} \frac{\partial w}{\partial \theta}. \quad (4)$$

Нелинейное условие совместности деформации

$$\begin{aligned}
 -\kappa_s \left(\frac{1}{R_\theta} - \kappa_\theta \right) - \tau^2 + \frac{\partial^2 \varepsilon_\theta}{\partial s^2} + \frac{2}{s} \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial s} - \frac{1}{s} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial s} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial \theta^2} - \\
 - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial s \partial \theta} - \frac{1}{sr} \frac{\partial \gamma}{\partial \theta} = 0
 \end{aligned} \quad (5)$$

и нелинейное условие равновесия

$$\begin{aligned}
 \frac{S_\theta}{R_\theta} - (T_s + S_s) \kappa_s - (T_\theta + S_\theta) \kappa_\theta - 2S\tau + \frac{\partial^2 M_s}{\partial s^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 H}{\partial s \partial \theta} + \\
 + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{sr} \frac{\partial H}{\partial \theta} + \frac{2}{s} \frac{\partial M_s}{\partial s} - \frac{1}{s} \frac{\partial M_\theta}{\partial s} = 0
 \end{aligned} \quad (6)$$

при помощи простейших физических соотношений

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_s = \frac{1}{Et} (S_s - \nu S_\theta), \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{Et} (S_\theta - \nu S_s), \quad \gamma = \frac{2(1+\nu)}{Et} S, \\
 M_s = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} (\kappa_s + \nu \kappa_\theta), \quad M_\theta = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} (\kappa_\theta + \nu \kappa_s), \\
 H = \frac{Et^3}{12(1+\nu)} \tau,
 \end{aligned} \quad (7)$$

функции напряжения F (2) и параметров изменения кривизны (4), можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{x} w' w'' - \frac{1}{x} w' \cdot w' \cdot + \frac{2}{x^2} w' \cdot w' \cdot - \frac{1}{x^3} w' \cdot w' \cdot + \sin^2 \beta w'' w' - \\
 - r_0 \cos \beta w'' + \frac{1}{Et} \left\{ \frac{1}{x^3 \sin^2 \beta} F \dots + \frac{2}{x} F'' \dots - \frac{2}{x^2} F' \dots + \frac{4}{x^3} F \dots + \right. \\
 \left. + \sin^2 \beta (x F'''' + 2 F''' - \frac{1}{x} F'' + \frac{1}{x^2} F') \right\} = 0 \quad (8) \\
 \left(\frac{1}{x} F \dots + \sin^2 \beta F' \right) w'' + \frac{1}{x} w'' F'' - \frac{2}{x} (w' \cdot - \frac{1}{x} w' \cdot) (F' \cdot - \\
 - \frac{1}{x} F \cdot) + r_0 \cos \beta F'' - \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left\{ \frac{1}{x^3 \sin^2 \beta} w'' \dots + \frac{2}{x} w'' \dots - \right. \\
 \left. - \frac{2}{x^2} w' \dots + \frac{4}{x^3} w'' \dots + \sin^2 \beta (x w'''' + 2 w''' - \frac{1}{x} w'' + \frac{1}{x^2} w') \right\} + \\
 + x T_s r_0^2 w'' + T_\theta \left(\frac{s_0^2}{x} w'' + r_0^2 w' \right) = 0, \quad (9)
 \end{aligned}$$

где штрихом и точкой обозначены частные производные

$$(\dots)' = \frac{\partial}{\partial x}(\dots), \quad (\dots)\cdot = \frac{\partial}{\partial \theta}(\dots) \quad (10)$$

а через x — безразмерная переменная

$$x = \frac{s}{s_0}. \quad (11)$$

Предположим, что характер деформации оболочки в некоторой начальной части послекритической стадии существенно не изменяется, т. е. что искомые функции (напряжения и прогиба) и их частные производные до четвертого порядка включительно существенно не изменяются при дифференцировании по x , при дифференцировании по θ увеличиваются в $\varepsilon^{-0.5}$ раз ^{(1), (4)}. Это предположение сводится к следующим оценкам

$$\begin{aligned} w' \sim w, \quad w'' \sim w, \dots, \quad w\cdot \sim \varepsilon^{-0.5}w, \quad w\cdot\cdot \sim \varepsilon^{-1}w, \dots, \\ F' \sim F, \quad F'' \sim F, \dots, \quad F\cdot \sim \varepsilon^{-0.5}F, \quad F\cdot\cdot \sim \varepsilon^{-1}F, \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\varepsilon^2 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \frac{t}{s}, \quad (13)$$

что не позволяет правильно определить искомые функции в окрестности точки $x = 0$. Однако, поскольку эти функции затухают при $x \rightarrow 0$, то при определении величины потенциальной энергии оболочки (имеющей явно интегральный характер) это приводит к допустимой ошибке.

Введем следующие обозначения

$$w = \psi \varepsilon s_0 \operatorname{ctg} \beta, \quad F = \varphi \varepsilon^3 E t s_0^2 \operatorname{ctg}^2 \beta, \quad (14)$$

$$T_s = -\frac{1}{2} x \sigma \varepsilon^3 E t \operatorname{ctg}^2 \beta, \quad T_\theta = -x \sigma \varepsilon^3 E t \operatorname{ctg}^2 \beta. \quad (15)$$

Тогда уравнения (8), (9) преобразовываются к виду

$$\begin{aligned} \psi'' \sin^2 \beta + \frac{\varepsilon^2}{x^3 \sin^2 \beta} \varphi \dots + \varepsilon \left(\frac{1}{x} \psi'' \psi\cdot\cdot - \frac{1}{x} \psi'\cdot \psi'\cdot + \frac{2}{x^2} \psi'\cdot \psi\cdot - \right. \\ \left. - \frac{1}{x^3} \psi\cdot \psi\cdot \right) + \varepsilon^2 \left[\frac{2}{x} (\varphi''\cdot\cdot - \frac{1}{x} \varphi'\cdot\cdot + \frac{2}{x^2} \varphi\cdot\cdot) \right] + \varepsilon \psi'' \psi' \sin^2 \beta + \\ + \varepsilon^2 [(x \varphi'''' + 2 \varphi'' - \frac{1}{x} \varphi'' + \frac{1}{x^2} \varphi') \sin^2 \beta] = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varphi'' \sin^2 \beta - \frac{\varepsilon^2}{x^3 \sin^2 \beta} \psi'''' - \varepsilon \sigma \psi'' + \varepsilon \left[\frac{1}{x} \psi'' \varphi'' - \frac{2}{x} (\psi' \cdot - \right. \\ \left. - \frac{1}{x} \psi \cdot) (\varphi' \cdot - \frac{1}{x} \varphi \cdot) + \frac{1}{x} \psi \cdot \varphi'' \right] + \varepsilon^2 \left[\frac{2}{x} (\psi'' \cdot - \frac{1}{x} \psi' \cdot + \right. \\ \left. + \frac{2}{x^2} \psi \cdot) \right] + \varepsilon \left[\psi'' \varphi' + \sigma \left(\frac{x^2}{2} \psi'' + x \psi' \right) \right] \sin^2 \beta + \\ + \varepsilon^2 [(x \psi'''' + 2 \psi''' - \frac{1}{x} \psi'' + \frac{1}{x^2} \psi') \varepsilon \sin^2 \beta] = 0. \quad (17) \end{aligned}$$

Соотношения (12) позволяют представить уравнение совместности деформации (16) и уравнение равновесия (17) в упрощенном виде. В уравнениях (16), (17) будем учитывать только главные линейные и главные нелинейные члены. Таким образом, пренебрегая членами порядка ε и меньше их по сравнению с главными имеем

$$\begin{aligned} \psi'' \sin^2 \beta + \frac{\varepsilon^2}{x^3 \sin^2 \beta} \varphi'''' + \varepsilon \left(\frac{1}{x} \psi'' \psi \cdot - \frac{1}{x} \psi' \cdot \psi' \cdot + \right. \\ \left. + \frac{2}{x^2} \psi' \cdot \psi \cdot - \frac{1}{x^3} \psi \cdot \psi \cdot \right) = 0, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi'' \sin^2 \beta - \frac{\varepsilon^2}{x^3 \sin^2 \beta} \psi'''' - \varepsilon \sigma \psi'' + \varepsilon \left[\frac{1}{x} \psi'' \varphi'' - \frac{2}{x} (\psi' \cdot - \right. \\ \left. - \frac{1}{x} \psi \cdot) (\varphi' \cdot - \frac{1}{x} \varphi \cdot) + \frac{1}{x} \psi \cdot \varphi'' \right] = 0. \quad (19) \end{aligned}$$

Решение системы (18), (19) должно удовлетворять краевым условиям

$$\psi = 0, \quad \psi' = 0. \quad (20)$$

Изменение потенциальной энергии оболочки при переходе от осесимметричного напряженного состояния в несимметричное при определенном значении внешней нагрузки можно определить по следующей приближенной формуле

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} \int_0^{s_0} \int_0^{2\pi} \frac{1}{Et} \left(\frac{\partial^2 F}{r^2 \partial \theta^2} \right)^2 + \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} \right)^2 + \\ + T_\theta \left(\frac{\partial w}{r \partial \theta} \right)^2 \} r d\theta ds. \quad (21) \end{aligned}$$

Соотношения (14), (15) позволяют представить формулы изменения потенциальной энергии (21) в виде

$$\Pi = \frac{1}{2} E t s_0^2 \varepsilon^4 \sin \beta \operatorname{ctg}^4 \beta \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{\varepsilon^2}{x^3 \sin^4 \beta} [(\varphi'')^2 + (\psi'')^2] - \frac{\varepsilon \sigma}{\sin^2 \beta} (\psi')^2 \right\} dx d\theta. \quad (22)$$

Решение системы (18), (19) ищем в виде

$$\psi(x, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(x) \cos kn\theta, \quad \varphi(x, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(x) \cos kn\theta, \quad (23)$$

где

$$k^2 = \frac{p}{\varepsilon} \sin^2 \beta. \quad (24)$$

При решении (23) изменение потенциальной энергии имеет следующий вид

$$\Pi = \frac{\pi E t^3}{24(1-\nu^2)} \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta} \int_0^1 \left\{ \frac{p^2}{x^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^4 [\varphi_n^2 + \psi_n^2] - \sigma p \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \psi_n^2 \right\} dx. \quad (25)$$

В первом приближении ищем ψ в виде

$$\psi(x, \theta) = \psi_0(x) + \psi_1(x) \cos k\theta. \quad (26)$$

Из уравнения (18) вытекает, что функцию φ нужно искать в форме

$$\varphi(x, \theta) = \varphi_0(x) + \varphi_1(x) \cos k\theta + \varphi_2(x) \cos 2k\theta. \quad (27)$$

Функции φ_1, φ_2 определяются из уравнения (18)

$$\varphi_1 = \frac{x^2}{p} \psi_1 \psi_0'' - \frac{x^3}{p^2} \psi_1''$$

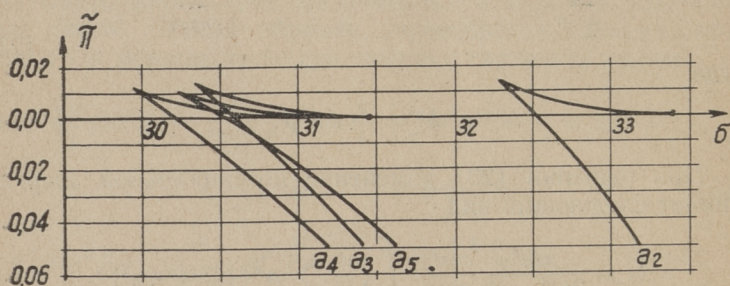
$$\varphi_2 = \frac{1}{32p} \{ x^2 \psi_1 \psi_1'' - x^2 (\psi_1')^2 + 2x \psi_1' \psi_1 - \psi_1^2 \}. \quad (28)$$

Уравнение (19) примет следующий вид

$$\varphi_1'' - \left(\frac{p^2}{x^3} - \sigma p \right) \psi_1 - \frac{p}{x} \left\{ \psi_0'' \varphi_1 + \psi_1 \varphi_0'' + 2\psi_1'' \varphi_2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \psi_1 \varphi_2'' + 2 \left(\psi_1' \varphi_2' - \frac{1}{x} \psi_1' \varphi_2 - \frac{1}{x} \psi_1 \varphi_2' + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{x^2} \psi_1 \varphi_2 \right) \right\} = 0 \quad (29)$$

и ψ_0, φ_0'' определяются через ψ_1, φ_1 по формулам

$$\psi_0 = \frac{p}{4x} \psi_1^2, \quad \varphi_0'' = \frac{p}{2} \left(\frac{1}{x} \psi_1 \varphi_1 \right)'' \quad (30)$$



Фиг. 1.

Функцию $\psi(x)$ аппроксимируем в виде

$$\psi_1 = x^2(1-x)^2 a_r x^r, \quad (r = 2, 3, 4, 5). \quad (31)$$

Коэффициенты выражения ψ_1 определяем методом Галеркина из уравнения (19). При вычислениях для p принимается значение, найденное при определении критической нагрузки ⁽⁴⁾.

Выражение изменения потенциальной энергии получаем из формулы (25)

$$\Pi = \frac{\pi E t^3 \cos^2 \beta}{24(1-\nu^2) \sin \beta} \int_0^1 \left\{ \frac{p^2}{x^3} (\varphi_1^2 + \psi_1^2 + 16\varphi_2^2) - \right. \\ \left. - \sigma p \psi_1^2 \right\} dx. \quad (32)$$

Результаты представлены на фиг. 1 и в таб. 1.

Таблица 1.

a	$\sigma(a_2)$	$\tilde{\Pi}(a_2)$	$\sigma(a_3)$	$\tilde{\Pi}(a_3)$	$\sigma(a_4)$	$\tilde{\Pi}(a_4)$	$\sigma(a_5)$	$\tilde{\Pi}(a_5)$
0	33,31	0,000	31,44	0,000	31,08	0,000	31,45	0,000
4	32,77	0,003	31,05	0,001	30,78	0,001	—	—
6	32,36	0,011	30,68	0,005	30,46	0,003	30,95	0,001
7	32,25	0,014	—	—	—	—	—	—
8	32,27	0,013	30,38	0,011	30,14	0,006	30,64	0,004
9	32,50	0,001	30,32	0,013	—	—	—	—
10	32,99	-0,034	30,37	0,011	29,92	0,011	30,37	0,007
11	33,85	-0,106	30,56	0,002	29,90	0,001	—	—
12	—	—	30,94	-0,021	—	—	30,21	0,010
13	—	—	31,54	-0,058	—	—	—	—
14	—	—	—	—	30,13	0,003	—	—
15	—	—	—	—	30,43	-0,011	30,28	0,008
16	—	—	—	—	30,90	-0,035	30,43	0,003
17	—	—	—	—	31,56	-0,074	30,69	-0,007
18	—	—	—	—	—	—	31,08	-0,021
81	—	—	—	—	—	—	31,61	-0,048

В этой таблице

$$\tilde{\Pi} = \frac{24(1 - \nu^2) \sin \beta}{\pi Et^3 \cos^2 \beta} \Pi. \quad (33)$$

Вычисления показывают, что наименьшие значения для потенциальной энергии оболочки в послекритической стадии получаются в случае $r = 4$.

Поэтому во втором приближении рассматриваем два варианта

$$\psi_1 = x^2(1 - x)^2(a_3x^3 + a_4x^4) \quad (34)$$

и

$$\begin{aligned} \psi(x, \theta) &= \psi_0(x) + \psi_1(x) \cos k\theta + \psi_2(x) \cos 2k\theta, \\ \varphi(x, \theta) &= \varphi_0(x) + \varphi_1(x) \cos k\theta + \varphi_2(x) \cos 2k\theta + \\ &+ \varphi_3(x) \cos 3k\theta + \varphi_4(x) \cos 4k\theta, \end{aligned} \quad (35)$$

где

$$\psi_1 = x^2(1 - x)^2ax^4, \quad \psi_2 = x^2(1 - x)^2bx^8. \quad (36)$$

Функции ψ_0 и φ_0'' в уравнении равновесия (19) в случае решения (34) определяются выражениями (30) и в случае решения (35), (36) — формулами

$$\psi_0 = \frac{p}{4x}(\psi_1^2 + 4\psi_2^2), \quad \varphi_0'' = \frac{p}{2} \left(\frac{1}{x} \psi_1 \varphi_1 + \frac{4}{x} \varphi_2 \psi_2 \right)''. \quad (37)$$

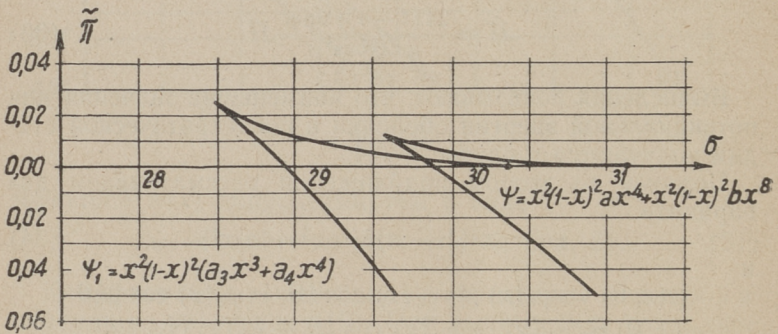
Результаты приведены в таблицах 2 и 3 и на фиг. 2.

Таблица 2.

a_3	0	10	20	24	30	34	38	40
$-a_4/a_3$	—	0,879	0,880	0,881	0,880	0,877	0,873	0,870
σ	30,35	29,92	28,96	28,63	28,49	28,81	29,68	30,40
$\tilde{\Pi}$	—	0,001	0,012	0,021	0,023	0,008	-0,050	-0,105

Таблица 3.

b	0,0	0,3	0,6	1,0	1,3	1,5	1,6	1,7
$\pm a$	0,0	4,046	5,954	8,205	9,998	11,449	12,399 16,656	14,133 15,109
σ	31,08	30,62	30,19	29,73	29,54	29,59	29,76 32,33	30,40 31,00
$\tilde{\Pi}$	0,000	0,001	0,004	0,009	0,013	0,011	0,005 -0,137	-0,023 -0,054



Фиг. 2.

В третьем приближении берем вариант решения

$$\psi_1 = x^2(1-x)^2(a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5), \quad (38)$$

при этом функции ψ_0 и φ_0'' определяются выражениями (30).

При всех этих вариантах функции φ_1, φ_2 , а в случае (35), (36) также φ_3, φ_4 определяются из уравнения (18). Первоначально неопределенные коэффициенты, в выражениях ψ_1, ψ_2 фигурирующие, определялись, как это было

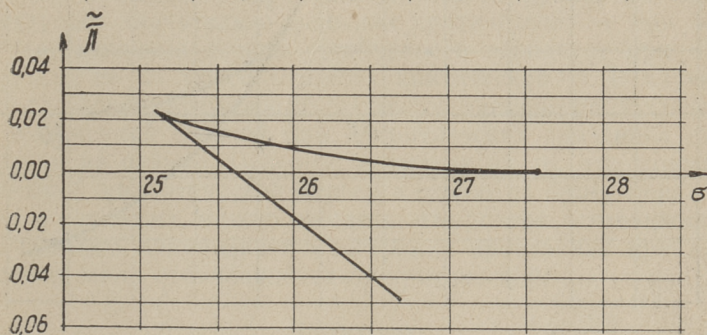
указано уже ранее, методом Галеркина из уравнения (19). При вычислениях для p , как правило, принималось значение, найденное при определении критической нагрузки.

Вычисления показывают, что к наименьшим значениям потенциальной энергии оболочки в послекритической стадии приводит вариант решения (38).

В связи с ограниченным объемом статьи не оказалось возможным подробно представить ход решения — уравнения оказываются слишком длинными. Данные решения, соответствующие этому варианту (38), приводятся в нижеследующей таблице 4 и на фиг. 3.

Таблица 4.

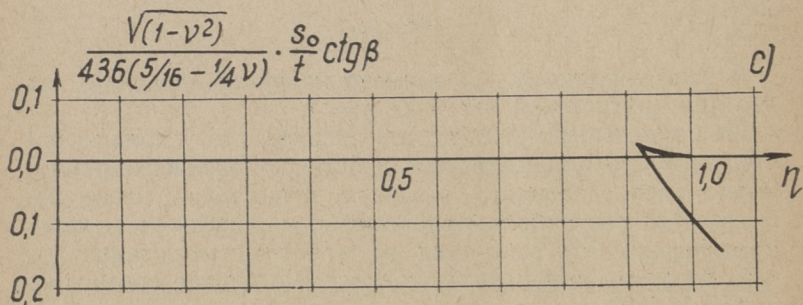
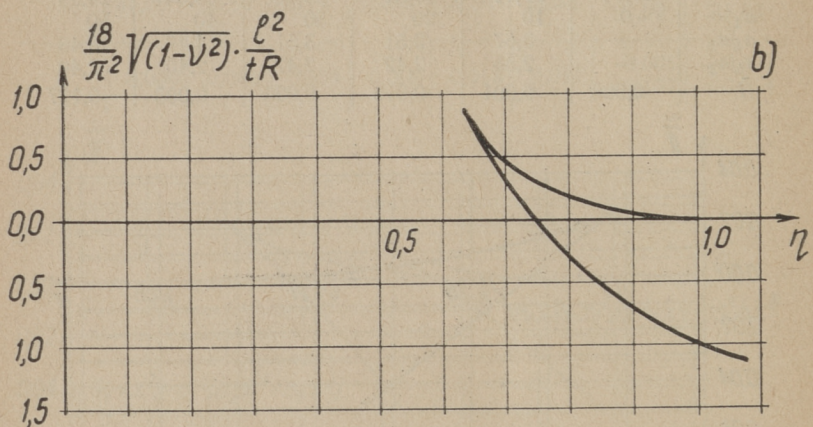
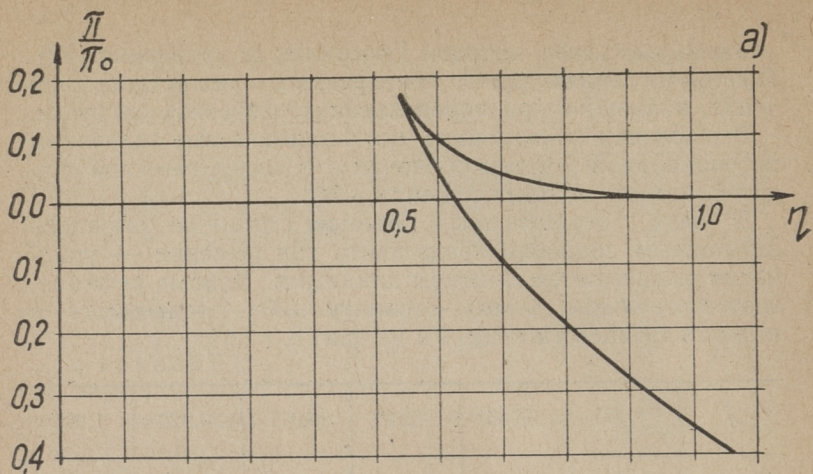
η	1,000	0,985	0,938	0,911	0,928	1,020
σ	27,54	27,11	25,82	25,10	25,54	28,09
a_3	0	10	20	30	40	50
$-a_4/a_3$	—	3,67	3,51	3,51	4,49	3,48
a_5/a_3	—	2,55	2,42	2,42	2,40	2,40
$\tilde{\Pi}$	0,000	0,001	0,010	0,023	0,003	-0,127



Фиг. 3.

В этой таблице η — параметр нагрузки $\eta = q/q_{кр}$, так что при критической нагрузке $\eta = 1$.

Из приведенных результатов следует, что у конической оболочки, находящейся под действием внешнего равномерно распределенного давления, существуют неосесимметричные состояния равновесия при нагрузках меньше критических. Эти состояния имеют меньшую потенциальную энергию, чем начальное осесимметричное состояние, если $\eta \geq 0,93$.



Фиг. 4.

На фиг. 4 сопоставляются некоторые результаты исследования оболочек в послекритической стадии. Рассматривается величина Π/Π_0 , где Π — изменение потенциальной энергии оболочки при переходе от начального состояния в выпученное, Π_0 — потенциальная энергия начального (осесимметричного) напряженного состояния. На фиг. 4 даются зависимости между Π/Π_0 и параметром нагрузки η в трех случаях. Случай а) относится к осевому сжатию ⁽⁶⁾, случай в) — к боковому давлению круговой цилиндрической оболочки средней длины ⁽³⁾, случай же с) — соответствует настоящему исследованию.

График а) и в) весьма похожи, однако, благодаря большому множителю l/t (l — длины оболочки) относительный энергетический барьер Π/Π_0 в случае в) значительно выше, чем в случае а), что затрудняет переход оболочки от начального в выпученное состояние при нагрузках, меньше критических. Это показывают и эксперименты с цилиндрическими оболочками: потеря устойчивости начального состояния при осевом сжатии происходит при нагрузках значительно меньших критической; — при боковом давлении потеря устойчивости возникает при нагрузках не на много меньших критической ⁽⁵⁾. В случае же с) область возможного состояния равновесия оболочки с выпученной стенкой при докритических значениях нагрузки не велико. Поэтому, несмотря на то, что относительный энергетический барьер в случае с) будет меньше, чем в случае в), можно ожидать, что потеря устойчивости начального напряженного состояния происходит при нагрузке, мало отличающейся от критической.

Литература.

1. Алумяэ Н. А. Об определении состояний равновесия круговой оболочки при осесимметричной нагрузке. ПММ. Том XVII, в. 5, 1953.
2. Власов В. З. Общая теория оболочек. 1949.
3. Оллик К. К. Устойчивость упругой круговой цилиндрической оболочки при больших внешних боковых давлениях. Труды ТПИ № 65, 1955 г.
4. Рямет Р. К. Критическая нагрузка конической оболочки, находящейся по действию равномерно распределенного внешнего давления. Труды ТПИ № 65, 1955 г.
5. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем. 1946.
6. Leggett P. M. A., Jones R. P. N. The behaviour of a cylindrical shell under axial load when the buckling load has been exceeded. Rep. & M., N 2190, 1942.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

	Стр.
1. Лауль Х. Х., Нигул У. К. Экспериментальное исследование цилиндрических железобетонных оболочек	3
2. Докелин С. А. Исследование теплотехнических свойств и влажностного режима стеновых конструкций из крупнопористого бетона	14
3. Кульбах В. Р. О влиянии фильтрационных сил на устойчивость структуры песчаных грунтов	37
4. Нигул У. К. О расчете открытых круговых цилиндрических оболочек в поперечных тригонометрических рядах	71
5. Отсман Р. Э. О некоторых факторах при гашении циклонной золы горючего сланца-кукерсита	83
6. Поверус Л. Ю. Исследование состояний равновесия в послекритической стадии упругой оболочки вращения малой положительной кривизны, находящейся под действием равномерно распределенного внешнего давления	92
7. Ряямет Р. К. Равновесие тонкостенных упругих конических оболочек в послекритической стадии	104

СБОРНИК СТАТЕЙ СТРОИТЕЛЬНОГО ФАКУЛЬТЕТА

Выпуск I

Издательство

Таллинского Политехнического Института

Редактор Э. Соонурм

Технический редактор В. Кульбах

Корректор Х. Реммель

Сдано в набор 25. I 1957. Подписано к печати 28. V 57. Бумага 54×84, 1/16. Печатных листов 7,25. По формату 60×92 печатных листов 5,95. Учетно-издательских листов 5,00. Тираж 800. МВ-04092. Заказ. 335.

Типография имени Ханса Хейдеманна, г. Тарту, ул. Валликраави, 4. ЭССР.

Цена 3 руб. 50 коп.

~~10.6A~~

1.3.

Цена 3 р. 50 к.

TLÜ AKADEEMILINE RAAMATUKOGU



1 0200 00487466 9