

Ер. 6.7
379

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISE

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 379

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

VII

ТАЛЛИН 1975

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

VII

Эр. 2.7

ТАЛЛИНН КИТОВУСЛАХ ИСТИКОВИ ТУСЛАХ
ТАЛЛИНН КИТОВУСЛАХ ИСТИКОВИ ТУСЛАХ

1975

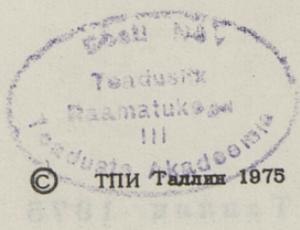
№ 240

1975

ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ

СБОРНИК СТАТЕЙ

VII



УДК 539.126

К. Лойде,

Р.-К. Лойде

ИНВАРИАНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ
($n, 0$) ГРУППЫ ДЕ СИТТЕРА

I. Группа де Ситтера ($SO(I, 4)$ или $SO(2, 3)$) как вспомогательная группа играет в релятивистской теории частиц довольно важную роль [1]. Оказывается, что многие известные уравнения для частиц с высшими спинами связаны с этой группой. В работе [2] показано, что уравнения Рариты-Швингера и Баргмана-Вигнера эквивалентны уравнениям типа $SO(I, 4)$ соответствующих представлений с некоторыми добавочными условиями. Уравнение Баргмана-Вигнера для спина $s = \frac{n}{2}$ (n — целое число) связано с представлением $(\frac{n}{2}, \frac{n}{2})$, а уравнение Рариты-Швингера для спина $s = n + \frac{1}{2}$ связано с представлением $(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ группы $SO(I, 4)$. Кроме этих рассмотрены и уравнения типа $SO(I, 4)$ для произвольных представлений (n_1, n_2) , но со специальными добавочными условиями, которые выделяют спин $s = n_2$ [3, 4, 5].

В данной статье рассмотрим представления $(n, 0)$ для описания частиц с целочисленным спином. С представлением $(I, 0)$ связано известное пятикомпонентное уравнение Кеммера-Дэффина для спина 0. Покажем, что с представлением $(2, 0)$ связано одно уравнение для спина $s = I$, данное в работе [6].

2. Рассмотрим общее уравнение типа $SO(I, 4)$ [2]

$$(p_\mu S^{\mu 5} - \kappa) \psi(p) = 0, \quad \kappa > 0, \quad (1)$$

где $S^{\mu 5}$ и генераторы группы Лоренца $S^{\mu\nu}$ удовлетворяют коммутационным соотношениям группы $SO(I, 4)$

$$\begin{aligned} [S^{\mu 5}, S^{\nu 5}] &= S^{\mu\nu}, \\ [S^{\mu\nu}, S^{\rho 5}] &= g^{\nu\rho} S^{\mu 5} - g^{\mu\rho} S^{\nu 5}, \\ [S^{\mu\nu}, S^{\rho\sigma}] &= g^{\mu\sigma} S^{\nu\rho} + g^{\nu\rho} S^{\mu\sigma} - g^{\mu\rho} S^{\nu\sigma} - g^{\nu\sigma} S^{\mu\rho} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{и } g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1.$$

Представлению $(n, 0)$ группы $SO(I, 4)$ соответствует весовая диаграмма фиг.1, где h – собственные значения оператора S^{05} и σ – собственные значения оператора iS^{12} (σ – проекция спина). Поскольку h пробегает значения $n, n-1, \dots, -n$, то общее уравнение описывает частицы с массами

$$m_i = \frac{\kappa}{n}, \frac{\kappa}{n-1}, \dots, \kappa. \quad (3)$$

Собственное значение $h = 0$ отбрасывается требованием $\kappa \neq 0$.

Представлению $(n, 0)$ соответствуют спины $s = n, n-1, \dots, 0$. Ввиду предыдущего условия спин $s = n$ тоже отбрасывается и максимальный возможный спин в уравнении $s = n-1$, который соответствует собственным значениям $h = \pm 1$ и массе $m_i = \kappa$. Остальные спины $s = n-k$ ($k = 2, \dots, n$), в общем, многократные, т.е. соответствуют нескольким собственным значениям h .

В случае представления $(2, 0)$ (фиг.2) имеется следующее соответствие между массами и спинами: спину $s = 1$ соответствуют $h = \pm 1$, т.е. масса $m_i = \kappa$, спину $s = 0$ соответствуют $h = \pm 2$, т.е. масса $m_i = \frac{\kappa}{2}$. Отбрасываются спины $s = 2$ и 0 , соответствующие $h = 0$. Итак, общее уравнение в данном случае описывает частицу со спином 1 и массой κ и частицу со спином 0 и массой $\frac{\kappa}{2}$.

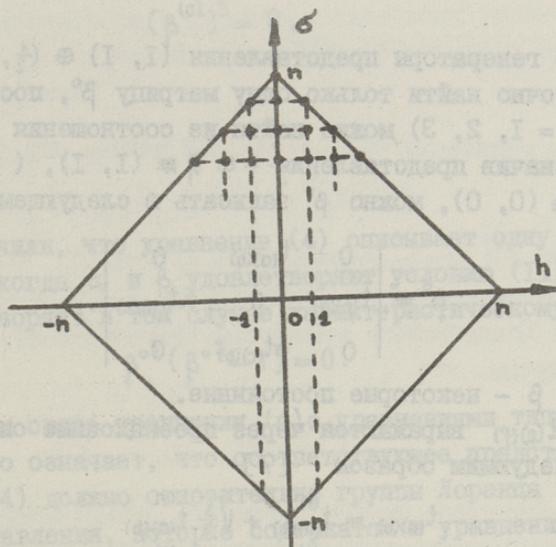
3. В работе [6] было приведено 14-компонентное уравнение для частицы со спином 1 , которое преобразуется по представлению $(1, 1) \oplus (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \oplus (0, 0)$ группы Лоренца. Выведем это уравнение, применяя формализм работы [7], и покажем связь этого уравнения с уравнением типа $SO(I, 4)$ для представления $(2, 0)$.

Рассмотрим инвариантное уравнение

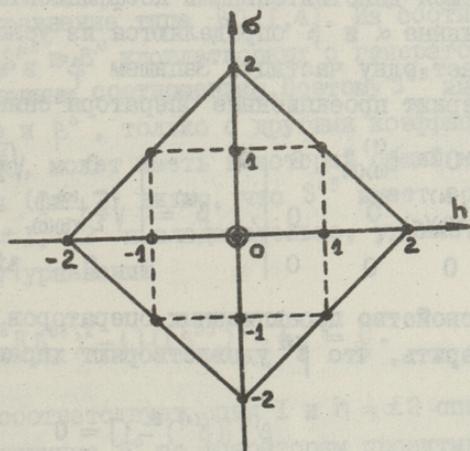
$$(p_\mu \beta^\mu - m) \psi(p) = 0, \quad (4)$$

где $\psi(p)$ преобразуется по представлению $(1, 1) \oplus (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \oplus (0, 0)$ группы Лоренца. Так как матрицы β^μ удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[S^{\mu\nu}, \beta^\rho] = g^{\nu\rho} \beta^\mu - g^{\mu\rho} \beta^\nu, \quad (5)$$



Фиг. 1. Весовая диаграмма представления $(n, 0)$.



Фиг. 2. Весовая диаграмма представления $(2, 0)$.
Двукратный вес отмечен кружком.

где $S^{\mu\nu}$ - генераторы представления $(I, I) \oplus (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \oplus (0, 0)$, то достаточно найти только одну матрицу β^0 , поскольку остальные β^k ($k = 1, 2, 3$) можно найти из соотношения (5).

Обозначив представления $(a) \equiv (I, I)$, $(b) \equiv (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ и $(c) \equiv (0, 0)$, можно β^0 записать в следующем виде [7]

$$\beta^0 = \begin{vmatrix} 0 & t_{(a)(b)} & 0 \\ t_{(b)(a)} & 0 & \alpha t_{(b)(c)} \\ 0 & \beta t_{(c)(b)} & 0 \end{vmatrix}. \quad (6)$$

где α и β - некоторые постоянные.

Матрицы $t_{(e)(f)}$ выражаются через проекционные операторы спина $t_{(e)(f)}^{(s)}$ следующим образом [7]

$$\begin{aligned} t_{(a)(b)} &= t_{(a)(b)}^{(1)} + \sqrt{\frac{3}{2}} t_{(a)(b)}^{(0)} \\ t_{(b)(a)} &= t_{(b)(a)}^{(1)} + \sqrt{\frac{3}{2}} t_{(b)(a)}^{(0)} \\ t_{(b)(c)} &= t_{(b)(c)}^{(0)} \\ t_{(c)(b)} &= t_{(c)(b)}^{(0)} \end{aligned} \quad (7)$$

(мы пользуемся действительными коэффициентами Клебша-Гордана).

Постоянные α и β определяются из условия, что уравнение описывает одну частицу. Запишем β^0 в виде $\beta^0 = \beta^{(1)} + \beta^{(0)}$ [8], где $\beta^{(1)}$ содержит проекционные операторы спина 1 и $\beta^{(0)}$ - спина

0. Тогда

$$\beta^{(1)} = \begin{vmatrix} 0 & t_{(a)(b)}^{(1)} & 0 \\ t_{(b)(a)}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \beta^{(0)} = \begin{vmatrix} 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} t_{(a)(b)}^{(0)} & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} t_{(b)(a)}^{(0)} & 0 & \alpha t_{(b)(c)}^{(0)} \\ 0 & \beta t_{(c)(b)}^{(0)} & 0 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Используя свойство проекционных операторов $t_{(e)(f)}^{(s)} t_{(f)(g)}^{(s)} = \delta_{ss'} t_{(e)(g)}^{(s)}$, легко проверить, что $\beta^{(1)}$ удовлетворяют характеристическому уравнению

$$\beta^{(1)} [(\beta^{(1)})^2 - 1] = 0 \quad (9)$$

и поэтому уравнение (4) описывает частицу со спином 1. Из требования, что уравнение описывает только частицу со спином 1, мы получим, что $\beta^{(0)}$ должен быть нильпотентным [8]. Последнее требование определяет α и β . Условию $(\beta^{(0)})^2 = 0$ невозможно удовлетворить никакими α и β , поэтому требуем

$$(\beta^{(0)})^3 = 0, \quad (10)$$

из которого

$$\alpha \beta = -\frac{3}{2}. \quad (11)$$

Итак, мы получили, что уравнение (4) описывает одну частицу со спином I, когда α и β удовлетворяют условию (11). Матрица β^0 удовлетворяет в том случае характеристическому уравнению

$$\beta^{\circ 3} (\beta^{\circ 2} - 1) = 0. \quad (12)$$

Исследуем связь уравнения (4) с уравнениями типа $SO(I, 4)$. Во-первых, это означает, что соответствующее представление группы $SO(I, 4)$ должно относительно группы Лоренца иметь такие же представления, которые содержатся в уравнении (4). Во-вторых, решение уравнения (4) должно удовлетворять найденному уравнению типа $SO(I, 4)$.

Единственное представление группы $SO(I, 4)$, которое разлагается на представление $(I, I) \oplus (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \oplus (0, 0)$ группы Лоренца — это неприводимое представление $(2, 0)$. Найдем соответствующее уравнение типа $SO(I, 4)$. Из соотношений (2) и (5) видно, что $S^{\mu 5}$ и β^{μ} удовлетворяют с генераторами $S^{\mu\nu}$ одинаковым коммутационным соотношениям. Поэтому S^{05} имеет такой же общий вид, что и β^0 , только с другими коэффициентами α и β , и кроме того, может иметь некоторый общий множитель. Из весовой диаграммы (фиг. 2) видно, что S^{05} имеет собственные значения $h = 0, \pm 1, \pm 2$ и следовательно, удовлетворяет характеристическому уравнению

$$S^{05} [(S^{05})^2 - 1] [(S^{05})^2 - 4] = 0. \quad (13)$$

Поскольку $h = \pm 1$ соответствует спин I и $h = \pm 2$ спин 0, то разлагая S^{05} аналогично β^0 по операторам проектирования спина $S^{05} = S^{(1)} + S^{(0)}$, операторы $S^{(1)}$ и $S^{(0)}$ должны удовлетворять характеристическим уравнениям

$$S^{(1)} [(S^{(1)})^2 - 1] = 0, \quad (14)$$

$$S^{(0)} [(S^{(0)})^2 - 4] = 0. \quad (15)$$

Сравнивая уравнения (14) и (9), мы видим, что

$$S^{(1)} = \beta^{(1)}.$$

Поскольку S^{05} и β^0 имеют общую структуру, то запишем $S^{(0)}$ в таком же виде, что и $\beta^{(0)}$ [8], только с другими коэффициентами γ и δ (вместо α и β). γ и δ определяем из уравнения (15). Получим, что

$$\gamma \delta = \frac{5}{2}. \quad (16)$$

Прямым вычислением можно проверить, что найденный оператор S^{05} вместе с $S^{\mu\nu}$ удовлетворяет коммутационным соотношениям группы $SO(1, 4)$ [2].

Какова связь между этими двумя уравнениями? Без потери общности можно рассматривать уравнения в системе покоя $\vec{p}=0$, $\hat{p}^0 = \varepsilon m$. Кроме того, в уравнении (1) вместо \varkappa запишем m . Тогда собственным значениям $S^{05} \pm 1$ соответствует масса покоя m , ± 2 — масса покоя $\frac{m}{2}$. Уравнения (1) и (4) имеют в системе покоя вид

$$S^{05} \psi = \varepsilon h \psi, \quad (17)$$

$$\beta^0 \psi = \varepsilon \psi. \quad (18)$$

Запишем решения через проекционные операторы [8]. Для второго уравнения проекционный оператор собственного значения ± 1 (т.е. решения уравнения) имеет вид

$$P_{\pm 1}^1 = \frac{1}{2} \beta^{(1)} (\beta^{(1)} \pm 1). \quad (19)$$

Решение уравнения (18) выражается через $P_{\pm 1}^1$ следующим образом

$$\psi_{\pm 1}^1 = P_{\pm 1}^1 \psi. \quad (20)$$

Выпишем операторы проектирования для уравнения (I7). Так как S^{05} удовлетворяет характеристическому уравнению (I3), то общий вид проекционных операторов собственных значений $\pm I$ и ± 2 следующий

$$\begin{aligned} \Pi_{\pm 1} &= -\frac{1}{8} S^{05} [(S^{05})^2 - 4] (S^{05} \pm 1), \\ \Pi_{\pm 2} &= \frac{1}{24} S^{05} [(S^{05})^2 - 1] (S^{05} \pm 2), \end{aligned} \quad (2I)$$

где $\Pi_{\pm h} S^{05} = S^{05} \Pi_{\pm h} = \pm h \Pi_{\pm h}$. Используя разложение $S^{05} = \beta^{(1)} + S^{(0)}$ и учитывая, что собственным значениям $\pm I$ соответствует спин I, ± 2 - спин 0, мы получим проекционные операторы (2I) в виде

$$\begin{aligned} \Pi_{\pm 1}^1 &= \frac{1}{2} \beta^{(1)} (\beta^{(1)} \pm 1) \equiv P_{\pm 1}^1, \\ \Pi_{\pm 2}^0 &= \frac{1}{8} S^{(0)} (S^{(0)} \pm 2). \end{aligned} \quad (22)$$

Как видно, проекционный оператор решения с массой m и спином I совпадает с проекционным оператором $P_{\pm 1}^1$ уравнения (I8). Следовательно, совпадают и соответствующие решения. Итак, решение уравнения (I8) удовлетворяет уравнению (I7).

Уравнение (I7) имеет кроме того еще решение с массой $\frac{m}{2}$ и нулевым спином

$$\Psi_{\pm 2}^0 = \Pi_{\pm 2}^0 \Psi. \quad (23)$$

Это решение, конечно, уравнению (I8) не удовлетворяет.

Чтобы добиться эквивалентности этих уравнений, надо уравнению (I7) прибавить добавочные условия, которые запретили бы решение $\Psi_{\pm 2}^0$. Самая простая возможность требовать

$$\Pi_{\pm 2}^0 \Psi = 0. \quad (24)$$

Итак, уравнение (4) эквивалентно уравнению типа $SO(I, 4)$ с добавочными условиями.

В заключение можно сделать еще некоторые замечания. Мы можем записать β^0 в виде $\beta^0 = S^{05} + \pi^0$, где $\pi^0 = \beta^{(0)} - S^{(0)}$. Из этого разложения можно было бы ожидать, что π^0 является некоторым оператором проектирования, так как S^{05} имеет собственную функцию $\Psi_{\pm 2}^0$, которая не является собственной функцией оператора β^0 . Но оказывается, что π^0 не является оператором проектирования.

Применяя представление $(3, 0)$ группы $SO(1, 4)$ для описания спина $s = 2$, нужно найти добавочные условия, которые выделяют соответствующее решение. Представление $(3, 0)$ разлагается на представление $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}) \oplus (1, 1) \oplus (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \oplus (0, 0)$ группы Лоренца. Используя это представление, мы не получим уравнение (4), которое описывало бы только одну частицу со спином 2.

Л и т е р а т у р а

1. М. К э и в. Irreducible Representations of $O(5)$ -Group in Relativistic Particle Physics, Preprint FAI-2, Tartu 1969.
2. М. К н и в, К. Л о й д е, И. М е й т р е. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 289, II, 1970.
3. М.М. В а к р и. Nuovo Cimento, 51A, 864 (1967).
4. В.И. Ф у щ и ч. ТМФ, 4, 360 (1970).
5. В.-К. Л о и д е. On Some Representations of Inhomogeneous Groups, Preprint FAI-19, Tartu 1972.
6. А. Ш а м а л у, А.З. С а р р и. Nuovo Cimento, 2B, 235 (1971).
7. В.-К. Л о и д е. Some Remarks on Relativistically Invariant Equations, Preprint FAI-10, Tartu 1972.
8. В.-К. Л о й д е. Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 23, 203 (1974).

Invariant Equations and Representations (n,0)
of the de Sitter Group

Э.А. Рубин

S u m m a r y

A possibility to use the representations (n,0) of the de Sitter group to describe particles with higher spins is considered. It is shown that one equation for the spin $s = 1$ given in the paper of Shamaly and Capri is equivalent to the $SO(1,4)$ -type equation for representation (2,0) with subsidiary conditions.

Исследованы процессы анодного растворения с добавлением окислителя (0,2N CuSO₄, 0,6N ZnSO₄, 2N H₂SO₄, 64 мг-эквивалент) в растворах при положительных потенциалах катода, разности потенциалов до 10 мВ. Потенциал катода измерялся по отношению к нормальному каломельному электроду. Так же основными параметрами были условия и характера его поверхности можно воспользоваться интервал потенциалов катода разделить на две области (на фигурах обозначены римскими цифрами): в первой области (при более низких потенциалах катода) получается зернистая бронза, выходящая гладкая поверхность, во второй области - слитая блестящая поверхность желтого цвета с легким красным оттенком. Образцы обеих областей на фиг. 2, 3 пронумерованы (арабскими цифрами) в порядке возрастания потенциала катода. Образцы проведены в вакууме порядка 10⁻⁴ мм рт.ст. при температурах: 100, 150, 200, 250 и 300°C. Длительность опыта - 2 часа.

После осаждения и после каждого отжига определялись: фазовый состав, диаметр решеток твердого раствора - рентгенографически; микроструктура - прибором ИМЭ - 3; микроморфология кристаллической решетки и средние размеры кристаллических областей - методом газомеханического анализа формы дифракционной линии (220). Металлы увеличенных исследованных подробно описаны в работах [1 - 3].

УДК 669.35'6:669.857:669-153:

548.735

Э.И. Рузалеп

УПРОЧНЕНИЕ И РАЗУПРОЧНЕНИЕ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКИХ
СПЛАВОВ МЕДИ И ОЛОВА ПРИ ОТЖИГЕ

Исследовались электролитически осажденные сплавы меди и олова, полученные из сернокислых растворов с добавками тиомочевины ($0,2N \text{ CuSO}_4$; $0,6N \text{ SnSO}_4$; $2N \text{ H}_2\text{SO}_4$; $64 \frac{\text{мг}}{\text{л}}$ тиомочевины). Сплавы осаждались при постоянных потенциалах катода, разнящихся ступенями по 10 мВ . Потенциал катода измерялся по отношению к нормальному каломельному электроду. Уже на основании внешнего вида осадка и характера его поверхности можно весь использованный интервал потенциалов катода разделить на две области (на фигурах обозначены римскими цифрами): в первой области (при более низких потенциалах катода) получается зеркальная бронза, имеющая гладкую поверхность, во второй области — слегка блестящие осадки с гладкой поверхностью желтого цвета с легким красным оттенком. Образцы обеих областей на фиг. 2, 3 нумерованы (арабскими цифрами) в порядке повышения потенциала катода. Отжиги проведены в вакууме порядка $10^{-4} \text{ мм рт.ст.}$ при температурах: 100 , 150 , 200 , 250 и 300°C . Длительность отжига — 2 часа.

После осаждения и после каждого отжига определялись: фазовый состав, параметр решетки твердого раствора — рентгенографически; микротвердость — прибором ПМТ-3; микроискажения кристаллической решетки и средние размеры кристаллических блоков — методом гармонического анализа формы интерференционной линии (220). Методика указанных исследований подробнее описана в работах [1 — 3].

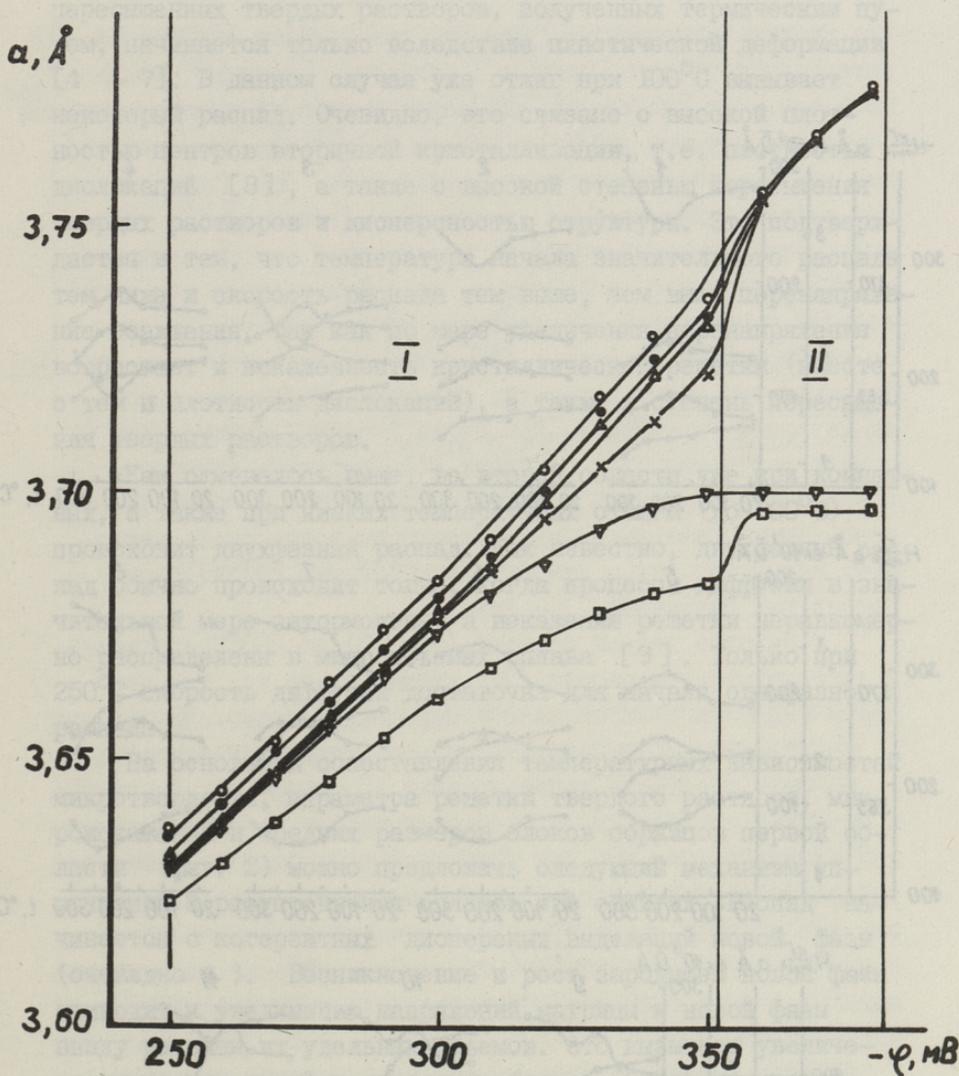
Как было установлено в предыдущих работах [1 - 3], в использованном интервале потенциалов катода (см. фиг. 1) на катоде образуются пересыщенные твердые растворы олова и меди. Степень пересыщения твердых растворов увеличивается по мере увеличения перенапряжения катода - об этом свидетельствует увеличение параметра решетки твердых растворов (фиг. 1). С увеличением перенапряжения увеличиваются и микротвердость, микроискажения кристаллической решетки и дисперсность кристаллических блоков.

Основные результаты настоящей работы представлены на фиг. 1 - 3. При отжиге происходит распад пересыщенных твердых растворов (уменьшение параметра решетки). При этом температура начала значительного распада тем ниже и скорость распада тем выше, чем выше пересыщенность твердого раствора. У сплавов второй области с течением времени еще до отжига происходит частичный т.н. двухфазный распад. Состав исходного раствора остается неизменным, появляется раствор с меньшим содержанием олова ($\alpha = 3, 633A$). Двухфазный распад продолжается и при отжигах при 100, 150 и 200°C. Судя по интенсивности рентгеновских линий, после отжига при 200°C значительная часть исходного твердого раствора распадается, но оставшаяся часть сохраняет высокую пересыщенность и только отжиг при 250°C вызывает значительное уменьшение параметра исходного твердого раствора, т.е. начинается интенсивный однофазный распад. Вместе с тем на рентгенограммах появляются линии ϵ -фазы.

Температурные зависимости микротвердости отдельных образцов имеют максимумы, которые с повышением перенапряжения катода при осаждении (с увеличением порядкового номера образца на фиг. 2) перемещаются в сторону более низких температур отжига. У образцов, полученных при более высоких перенапряжениях (конец первой области и вторая область - фиг. 2, 3), после спада максимума следует новое увеличение микротвердости.

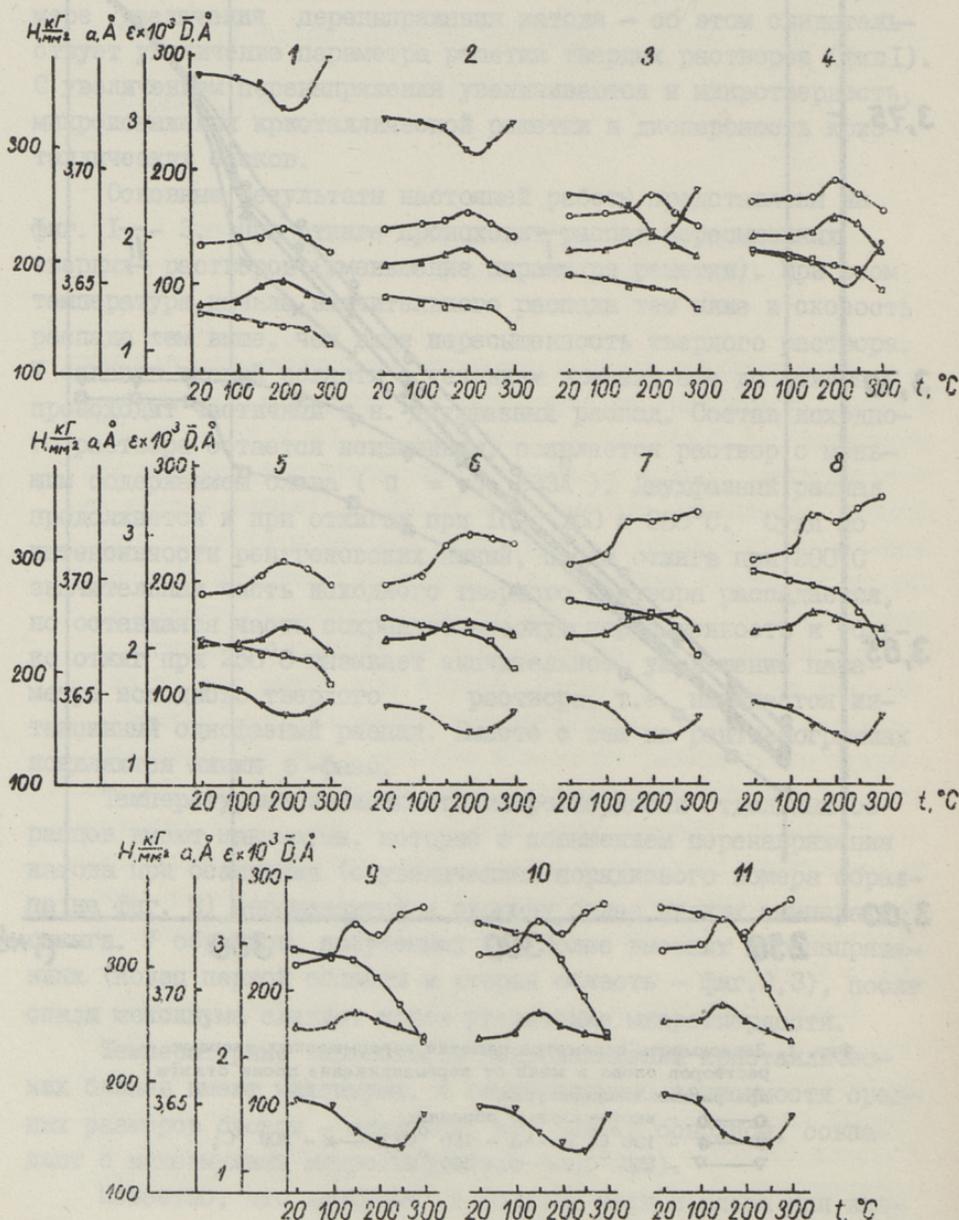
Температурные зависимости микроискажений кристаллических блоков имеют максимумы, а температурные зависимости средних размеров блоков - минимумы, которые, в основном, совпадают с максимумами микротвердости (фиг. 2, 3).

Известно, что диффузия в сплавах меди и олова при низких температурах происходит настолько медленно, что распад



Фиг. 1. Зависимость параметра решетки пересыщенных твердых растворов олова в меди от перенапряжения после отжига при разных температурах.

○—○ — неотожженные образцы;
 ●—● — 100°C; ▲—▲ — 150°C; ×—× — 200°C;
 ▼—▼ — 250°C; □—□ — 300°C.



Фиг. 2. Зависимость микротвердости H (○—○), параметра решетки твердых растворов a (□—□), микронскажений ϵ (△—△) и средних размеров блоков \bar{D} (▽—▽) образца 1 области от температуры отжига.

пересыщенных твердых растворов, полученных термическим путем, начинается только вследствие пластической деформации [4 - 7]. В данном случае уже отжиг при 100°C вызывает некоторый распад. Очевидно, это связано с высокой плотностью центров вторичной кристаллизации, т.е. плотностью дислокаций [8], а также с высокой степенью пересыщения твердых растворов и дисперсностью структуры. Это подтверждается и тем, что температура начала значительного распада тем ниже и скорость распада тем выше, чем выше перенапряжение осаждения, так как по мере увеличения перенапряжения возрастает и искаженность кристаллической решетки (вместе с тем и плотность дислокаций), а также и степень пересыщения твердых растворов.

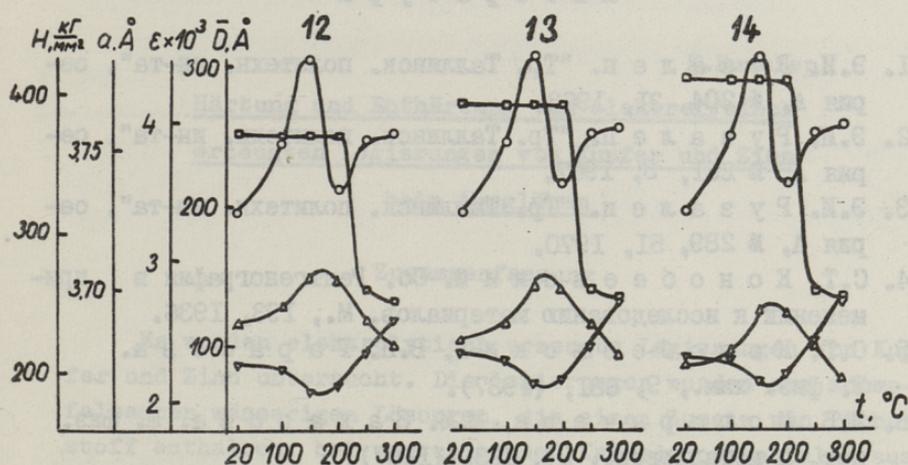
Как отмечалось выше, во второй области уже при комнатных, а также при низких температурах отжига (до 200°C) происходит двухфазный распад. Как известно, двухфазный распад обычно происходит тогда, когда процессы диффузии в значительной мере заторможены, а искажения решетки неравномерно распределены в микрообъемах сплава [9]. Только при 250°C скорость диффузии достаточна для начала однофазного распада.

На основании сопоставления температурных зависимостей микротвердости, параметра решетки твердого раствора, микроискажений и средних размеров блоков образцов первой области (фиг. 2) можно предложить следующий механизм упрочнения и разупрочнения сплавов при отжигах. Распад начинается с когерентных дисперсных выделений новой фазы (очевидно ϵ). Возникновение и рост зародышей новой фазы приводит к увеличению напряжений матрицы и новой фазы ввиду разницы их удельных объемов. Это вызывает увеличение микроискажений и дробление блоков. Сплав упрочняется. Когда напряжения достигают такой величины, что вызывают пластическую деформацию исходной и вновь образующейся фазы, когерентный рост нарушается и начинается интенсивная диффузия атомов, что ведет к снятию микроискажений, коагуляции блоков, а затем - к интенсивному распаду. Сплав разупрочняется. То обстоятельство, что микроискажения начинают уменьшаться и блоки расти при несколько бо-

лее низких температурах, чем те, при которых начинается интенсивный распад (начало I области), очевидно, связано с тем, что для снятия указанных искажений кристаллической решетки требуется диффузия атомов на меньшие расстояния, чем для некогерентного роста новой фазы. При более высоких пересыщениях твердых растворов (конец первой области) снятие микроискажений и интенсивный распад начинаются при одинаковой температуре, но блоки вначале еще продолжают уменьшаться. Особенности поведения этих сплавов, по-видимому, определяются более интенсивным распадом их. До максимума микротвердости, очевидно, действует такой же механизм упрочнения. При более высоких температурах отжига результат двух основных конкурирующих процессов — возрастающей диффузии и деформации матрицы и новой фазы — иной. Новое увеличение микротвердости после спада максимума можно связать с относительно большим количеством дисперсных выделений ϵ — фазы.

У сплавов второй области (фиг. 3) до 200°C протекает только двухфазный распад. Это указывает на то, что процессы диффузии в значительной мере заторможены. Но так как α — фаза весьма пересыщена оловом, то для образования ϵ — фазы требуются малые добавки атомов олова. Поэтому и возможен двухфазный, т.е. протекающий в некоторых участках сплава распад уже при комнатной температуре. Когерентный рост зародышей ϵ — фазы вызывает большие напряжения как в самой матрице, так и в выделяющейся фазе. Об этом свидетельствует увеличение микроискажений решетки, уменьшение размеров блоков и обусловленное этим увеличение микротвердости.

Когда напряжения достигают определенной величины, опять происходит пластическая деформация и нарушение когерентного роста ϵ — фазы. После этого скорость диффузии возрастает, что приводит к снятию искажений кристаллической решетки, а затем к интенсивному распаду оставшегося твердого раствора. Очевидно, большие изменения происходят в решетке "бедного" раствора и выделений, так как резкому уменьшению микротвердости при 200°C соответствует только некоторое уменьшение микроискажений и увеличение размеров



Фиг. 3. Зависимость микротвердости H (○—○), параметра решетки твердых растворов a (□—□), микроскажений ϵ (Δ—Δ) и средних размеров блоков \bar{D} (▽—▽) образцов II области от температуры отжига.

блоков исходного твердого раствора. Дальнейшее повышение микротвердости можно связать с возрастающим количеством выделений ϵ -фазы. Об этом свидетельствует ход кривых микротвердости и параметра решетки исходного твердого раствора. Интенсивному распаду при 250°C соответствует и резкое увеличение микротвердости, менее интенсивный распад при 300°C вызывает только некоторое увеличение микротвердости. Уменьшение скорости однофазного распада при 300°C (несмотря на то, что степень пересыщения еще высокая) может быть вызвано коллоидным равновесием между пересыщенным твердым раствором и дисперсными частицами новой фазы [9].

Упрочнение электролитических сплавов меди и олова при отжиге в настоящей работе установлено впервые. Оно может значительно расширить область применения этих сплавов.

Л и т е р а т у р а

1. Э.И. Рузалец. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 204, 31, 1963.
2. Э.И. Рузалец. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 251, 3, 1967.
3. Э.И. Рузалец. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 289, 51, 1970.
4. С.Т. Конобеевский и др. Сб. Рентгенография в применении к исследованию материалов. М., 193, 1936.
5. С.Т. Конобеевский, В.П. Тарасова. Ж. физ. хим., 9, 681, (1937).
6. И.Б. Могаричева, М.И. Захарова. Ж. физ. мет. и металловед., 24, 623, (1967).
7. М.И. Захарова, И.Б. Могаричева. Докл. АН СССР, 179, 320, 1968.
8. Н.Н. Буйнов, Р.Р. Захарова. Распад металлических пересыщенных твердых растворов. М., 1964.
9. С.С. Штейнберг. Металловедение. Свердловск, 1961.

Härtung und Enthärtung von elektrolytisch
erzeugten Legierungen von Kupfer und Zinn
beim Ausglühen

Zusammenfassung

Es wurden elektrolytisch erzeugte Legierungen von Kupfer und Zinn untersucht. Die Legierungen wurden aus schwefelsauren wässrigen Lösungen, die einen Zusatz von Tioharnstoff enthalten, bei verschiedenen Kathodenpotentialen ausgeschieden. Röntgenographische Untersuchungen zeigten, dass diese Legierungen übersättigte Lösungen des Zinns in Kupfer sind. Übersättigung wächst mit steigendem Kathodenpotential. Die Legierungen wurden getempert bei 100, 150, 200 und 300°C und dann Gitterkonstante, Mikrohärté, Mikrodeformationen des Kristallgitters und mittlere Grösse der Mosaikblöckchen bestimmt. Beide letzteren Charakteristiken wurden durch harmonische Analyse der Intensitätsverteilungskurven der Röntgeninterferenzen ermittelt.

Es wurde festgestellt, dass die übersättigten Lösungen beim Tempern zerfallen. Mit steigender Temperatur erreicht die Mikrohärté ein Maximum. Bei Legierungen, die bei höheren Potentialen ausgeschieden sind, geht die Mikrohärté mit steigender Temperatur noch durch ein Minimum und zeigt weiteren Anstieg. Mikroprozesse bei Anwachsen und Verminderung der Mikrohärté wurden geklärt.

УДК 537.533.35; 621.797.
12.

Э.П. Тимма, Б.Л. Мейлер

ЭЛЕКТРОННО-МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
СЛОЕВ ЗОЛОТА, ПОЛУЧЕННЫХ КАТОДНЫМ РАСПЫЛЕНИЕМ

Метод катодного распыления золота находит в настоящее время широкое распространение для создания контактов и выводов в интегральных схемах, фотосопротивлениях и других приборах микроэлектроники. В связи с этим значительный интерес представляет исследование структуры тонких слоев золота, так как она во многом определяет такие существенные свойства, как адгезию слоя к подложке, сопротивляемость термоудару, прочность контактов и т.п.

Нами была исследована структура тонких золотых пленок, используемых для контактирования фотосопротивлений. Золотые контакты наносились частично на полированную, частично на матированную поверхность подложки из плавленого кварца методом распыления золота чистоты 99,99% при следующих режимах:

- | | | | |
|----|--------------|-------------|-----------|
| 1. | $U = 1,7$ кВ | $J = 60$ мА | в воздухе |
| 2. | $U = 1,0$ кВ | $J = 60$ мА | в воздухе |
| 3. | $U = 1,5$ кВ | $J = 30$ мА | в воздухе |
| 4. | $U = 1,7$ кВ | $J = 60$ мА | в аргоне |

Геометрия реакционной камеры оставалась постоянной, поэтому в случае режима 3 остаточное давление было меньше, чем в остальных режимах. Кроме того, нами были исследованы контакты фотосопротивлений, забракованных при испытании на термоудар.

Пленки золота исследовались на электронном микроскопе УЭМВ-100К при ускоряющем напряжении 75 и 100 кВ. Для изучения топографии поверхности пленок использовался метод

оттененных углеродных реплик. Оттенение производилось платиной либо окисью вольфрама. Реплики отделялись при помощи желатинны, тщательно промывались в нескольких дистиллированных водах и вылавливались на поддерживающие сеточки. Кристаллическая структура пленок исследовалась методом просвечивающей электронной микроскопии и микродифракции. Исследуемая пленка золота отделялась от подложки при помощи желатинны, промывалась и вылавливалась на поддерживающие сеточки.

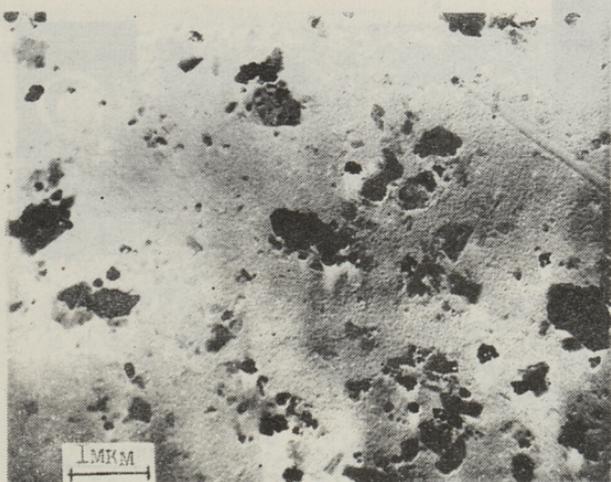
Исследованные фотосопротивления не были специально изготовлены для изучения, а были отобраны из серийно выпускаемой продукции.

Исследованные пленки золота имели форму трапеции площадью около 3 мм^2 и толщину несколько тысяч ангстрем. Толщина пленок весьма неоднородна и меняется не только от образца к образцу, но и в пределах одного образца, причем всегда толщина пленки по краям образца меньше и во многих образцах на краях пленка полупрозрачна и имеет напросвет серо-зеленый оттенок. Только эти участки имели достаточно малую толщину для просвечивающей электронной микроскопии.

Исследования показали, что при всех режимах пленки золота повторяют топографию подложки (фиг. 1 а и б). На полированной поверхности они гладкие, иногда заметны следы царапин, вызванных дефектами полировки подложек. На матированной подложке пленка имеет неровную поверхность повторяющую рельеф подложки. Ни в том, ни в другом случае отдельные кристаллиты золота не выявляются. После испытания на термоудар структура пленок золота не отличается от описанной выше, т.е. перекристаллизации не происходит.

Обращает на себя внимание тот факт, что на полированной поверхности пленка золота растет неоднородно. Наряду с гладким поликристаллическим слоем обнаруживаются тонкие неправильной формы монокристаллические "листочки" размером $0,1 - 1 \text{ мкм}$, которые легко отделяются вместе с репликами (фиг. 2). Эти "листочки" обычно ориентированы плоскостью (110) параллельно подложке и часто накладываются один на другой.

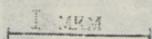
Исследование золотых пленок напросвет показало, что пленки состоят из хаотически ориентированных друг относительно друга, плотно сросшихся кристаллитов (фиг. 3 а и б),



Фиг. 1. Топография поверхности пленок золота;

а) на полированной поверхности;

б) на матированной поверхности.



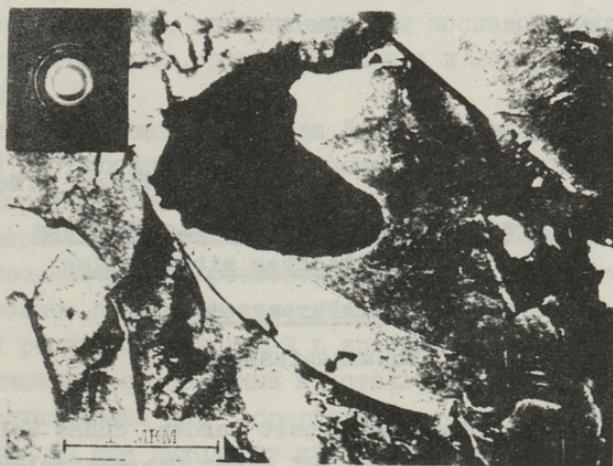
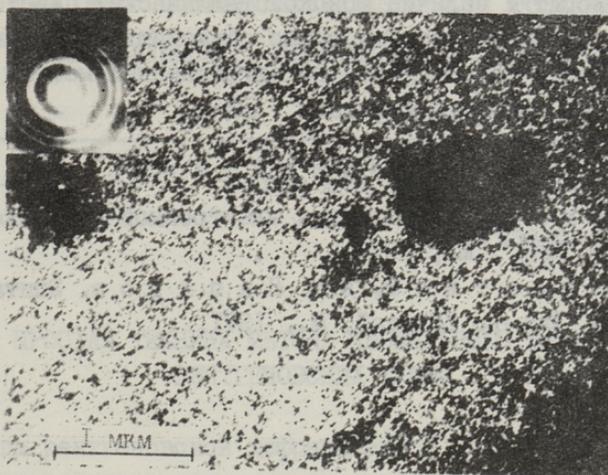
Фиг. 2. Монокристаллический "листочек" золота на полированной поверхности. Ускоряющее напряжение 75 кВ.

размеры которых находятся на пределе разрешения микроскопа (около 50 \AA). Никаких существенных различий в кристаллической структуре этих пленок, выращенных на полированной поверхности и матированной поверхности, а также при различных режимах выращивания, обнаружено не было. Для обнаружения влияния условий выращивания на величину кристаллитов нами были обработаны электронограммы напросвет. Величина кристаллитов определялась по полуширине брэгговских отражений по формуле [1]:

$$B = \frac{0,89\lambda}{\beta \cos\theta},$$

где λ - длина волны электрона;
 β - полуширина дифракционной линии;
 θ - брэгговский угол;
 B - размеры кристаллита.

Полуширина дифракционной линии определялась фотометрированием электронограмм. Величина кристаллитов определялась как средняя, полученная для отражений разных порядков. Измерения показали, что в пределах ошибок методики величина кристаллитов мало зависит от условий выращивания и составляет для полированной поверхности $40-45 \text{ \AA}$, для матированной поверхности $40-50 \text{ \AA}$, для пленок, полученных в атмосфере ар-



Фиг. 3. Микрофотографии напросвет пленок золота:
 а) на полированной поверхности. Ускоряющее напряжение 75 кВ;
 б) на матированной поверхности. Ускоряющее напряжение 100 кВ.

гона, 50–65 Å. Пленки, прошедшие испытание на термоудар, имеют величину кристаллитов 45–60 Å.

Таким образом, кристаллическая структура изученных нами пленок оказалась в значительной степени идентичной, и не может оказывать существенного влияния на адгезию пленок золота к подложке. Адгезия, по-видимому, в большей степени определяется предварительной обработкой и чистотой

подложки перед наращиванием. О недостаточной чистоте подложки говорит и наличие монокристаллических "листочков" золота, появление которых можно объяснить облегчением монокристаллического роста на загрязненных местах по механизму пар-жидкость-кристалл [2].

Л и т е р а т у р а

1. Г. Шиммель. Методика электронной микроскопии. Изд-во "Мир", М., 1972.
2. Л.С. Палатник, И.И. Папиров. Эпитаксиальные пленки. Изд-во "Наука", М., 1971.

E.Timma, B.Meiler

Untersuchung durch Kathodenzerstäubung erzeugter Goldschichten mittels Elek-

tronenmikroskopie

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden dünne Goldschichten durch Kathodenzerstäubung auf einer Quarzunterlage erzeugt. Es wurde die Abhängigkeit der Struktureigenschaften und der Adhäsion der erzeugten Goldschichten von Wachstumsbedingungen und Beschaffenheit der Oberfläche der Quarzunterlage untersucht.

Durch elektronenmikroskopische Aufnahmen (mit Elektronenmikroskop УЭМБ-100 k) sind mittlere Abmessungen der Kristallite der Goldschichten bestimmt worden. Es wurde das Vorhandensein grösserer monokristalliner Gebiete (0,1-1 μ m) festgestellt. Diese Erscheinung wird durch Verschiedenheit der Wachstumsbedingungen erklärt.

УДК 539.26:621.315.592:548.55

Э.И. Рузалеп

ПРОСТАЯ ТЕХНИКА МЕТОДА АНОМАЛЬНОГО ПРОХОЖДЕНИЯ
РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ

Методы рентгеновской дифракционной топографии являются в настоящее время основными неразрушающими методами исследования структурных дефектов в объеме кристалла.

Основные методы, применяемые при исследованиях полупроводниковых материалов, это метод Лэнга и метод аномального прохождения.

Физическая сущность метода Лэнга основана на явлении первичной экстинкции. Явление аномального прохождения (эффект Бормана) заключается в аномально высокой прозрачности совершенных кристаллов в случае дифракции по Лауэ (на прохождение). Теоретическое объяснение эффекта было дано на основе полуфеноменологической динамической теории рассеяния рентгеновских лучей в кристалле [1 - 3]. Если на толстый совершенный кристалл падает плоская монохроматическая волна под брэгговским углом к отражающим плоскостям, то при выходе из кристалла волна делится на прошедший и отраженный пучки. Оба пучка имеют очень высокую интенсивность. При достаточно толстых кристаллах можно пользоваться немонохроматизированным излучением, поскольку в этом случае сам кристалл выполняет роль монохроматора. При недостаточно толстых кристаллах, пропускающих кроме данного характеристического излучения еще и непрерывный спектр, при помощи экрана преграждают путь прошедшему в прямом направлении пучку.

Дефекты, встречающиеся на пути волнового поля в кристалле и нарушающие строгую периодичность кристалла, уменьшают интенсивность рентгеновских лучей. Метод весьма чувствитель-

лен к дислокациям. На пленке, помещенной за кристаллом, дефекты выявляются в виде светлых участков на темном фоне. На отпечатках получается обратный контраст. Часто вокруг изображений дислокаций наблюдаются черно-белые контрасты [4, 5] или даже появляется обратный контраст.

Метод применим к исследованию "толстых" кристаллов. Кристалл считается "толстым", если $\mu t \gg 1$ (μ - коэффициент истинного поглощения, t - толщина кристалла).

В качестве отражающих плоскостей при исследовании германия и кремния обычно используют плоскости (110), так как было показано, что эффект аномального прохождения в алмазной решетке для этих плоскостей наибольший [6].

По сравнению с методом Лэнга техника метода аномального прохождения проще. Требования к точности ориентировки кристалла почти на один порядок ниже, чем в случае метода Лэнга.

Для получения топографии с большой площади кристалла применяют сканирование, т.е. одновременное возвратно-поступательное движение образца и жестко связанной с ним пленки в направлении нормали к отражающим плоскостям при обязательном экранировании прямого пучка.

Так как специальные топографические камеры выпускаются в очень ограниченном количестве, весьма большое значение приобретает приспособление стандартного рентгеновского оборудования к топографическим исследованиям. После некоторой перестройки в качестве топографической камеры весьма успешно можно использовать головку ПП-2 гониометра ГУР-5. Указанная головка позволяет производить ориентировку кристалла вокруг трех взаимно перпендикулярных осей. Для топографических исследований целесообразно закрепить исследуемую кристаллическую пластину в задней стороне цилиндрического отверстия головки. Так как этим кристалл выводится из центра головки, полезно весь кристаллодержатель соответственно передвинуть. Кассета для фотопластинки закрепляется на кристаллодержателе. Экран для отрезания прямого пучка закрепляется на основании головки. Головка ПП-2 имеет механизм, позволяющий осуществить сканирование. Для сканирования был использован мотор СД-2. При выбранной нами передаче одно перемещение (9 мм) совершается за 25 мин.

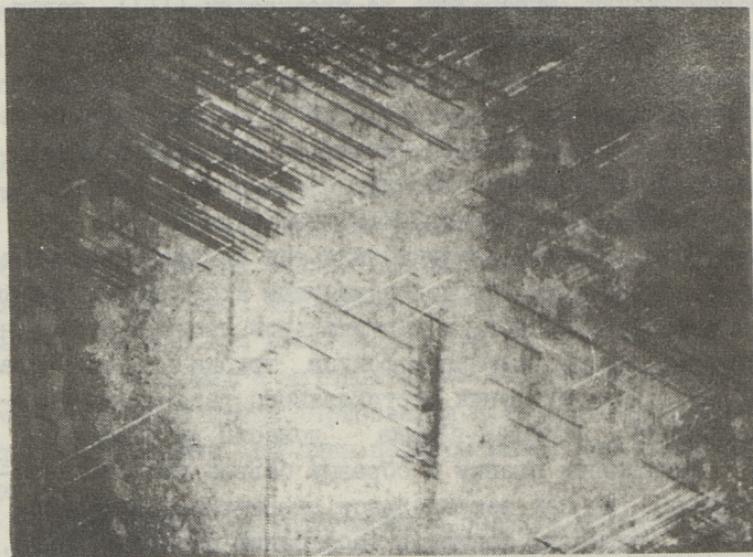
Были исследованы монокристаллические кремниевые пластинки с эпитаксией, вырезанные по плоскостям (III), толщиной 0,2 мм. Три совокупности отражающих плоскостей (IIО) перпендикулярны к поверхности пластинки. Съёмки произведены на рентгеновской установке УРС-50И в фильтрованном излучении железа (трубка БСВ-3). Кристалл ставился в отражающее положение при помощи счетчика. В качестве фотоматериала использовались пластинки НИКФИ (Эмульсия МР).

Недостатком данной техники является плохое разрешение дефектов в направлении, перпендикулярном к плоскости падающего и отраженного пучков (в вертикальном направлении). Оно обусловлено большими размерами фокуса трубки в этом направлении (2 мм). Для улучшения вертикального разрешения пришлось расстояние образец-пленка довести до минимума (2-3 мм). Приблизить пленку к образцу больше уже технически невозможно. Так как вертикальное разрешение прямо пропорционально размерам фокуса и расстоянию образец-пленка, и обратно пропорционально расстоянию фокус-образец (~ 170 мм), то оно составляет ~ 30 мкм. Такое разрешение все же оказалось достаточным для разделения отдельных дислокаций. Перестройкой рентгеновской установки вертикальное разрешение может быть улучшено приблизительно на порядок. Чтобы линейный фокус лежал в горизонтальной плоскости, трубку приходится ставить вертикально. Горизонтальное разрешение, определяемое расстоянием образец-пленка и угловой шириной отражения, в наших условиях меньше 10 мкм.

Съёмки произведены при напряжении 25 кВ и токе 8 мА, экспозиция - 5 часов.

На фиг. 1 приведена топография кремниевой пластинки (лучи выходили со стороны эпитаксиального слоя). На фиг. 2 представлена топография той же пластинки после стандартного влажного окисления при температуре 1200°C . Видны, в основном, полосы скольжения, состоящие из отдельных дислокаций в направлениях (IIО). После окисления число их markedly увеличилось. Несмотря на невысокое значение μt (~ 5), дислокации дают вполне достаточный контраст.

Как можно судить по качеству полученных топографий, предлагаемая техника метода аномального прохождения вполне применима для решения разных проблем, связанных с производством полупроводниковых приборов.



Фиг. 2. Топография той же пластины после стандартного влажного окисления. х 7.



Фиг. 1. Топография кремниевой пластины с эпитаксией. х 7.

Л и т е р а т у р а

1. W. H. Z a c h a r i a s e n. Theory of x-ray diffraction in crystals, 1945.
2. M. L a u e. Röntgenstrahlinterferenzen, 1960.
3. M. L a u e. Röntgenwellenfelder in Kristallen, 1959.
4. A. A u t h i e r. J. Phys. radium, 21, 665, 1960.
5. Л. Н. Д а н и л ь ч у к, Т. А. С м о р о д и н а. Сб. Рост кристаллов, 5, 321, 1965.
6. V. G e r o l d, F. M e i e r. Phys. Zs., 155, 387, 1959.

E. Rusalep

Einfache Technik für die Methode des
anormalen Durchgangs der Röntgenstrah-
len durch Kristall

Zusammenfassung

Durch geringe Umgestaltung des Kristallhalters III-2 des Röntgenoniometers IVP-5 wurde eine einfache skanierende Röntgenkamera für topographische Röntgendiffraktionsuntersuchungen der Defekte von Monokristallen, mittels Methode des anomalen Durchgangs der Röntgenstrahlen, erhalten.

С о д е р ж а н и е

1. К. Лойде, Р.-К. Лойде. Инвариантные уравнения и представления $(n, 0)$ группы де Ситтера	3
2. Э.И. Рузалеп. Упрочнение и разупрочнение электролитических сплавов меди и олова при отжиге	13
3. Э.П. Тимма, Б.Л. Мейлер. Электронно-микроскопическое исследование слоев золота, полученных катодным распылением	23
4. Э.И. Рузалеп. Простая техника метода аномального прохождения рентгеновских лучей	29

Содержание

1. К. Кюлье, Р.-К. Лойде. Исследования в области физики и математики (в 10) 3

2. С. М. Гурьян. Углубленные исследования в области физики и математики 13

3. С. М. Гурьян, В. А. Мейер. Задача о взаимодействии волн 23

4. С. М. Гурьян. Проблемы техники и математики 33

Таллинский политехнический институт. Труды ТПИ № 379. ТРУДЫ ПО ФИЗИКЕ, сборник статей УП. Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 22 дек. 1974 г. Ответственный редактор Г. Метс. Технический редактор В. Ранник. Подписано к печати 8 апреля 1975 г. Бумага 60x90/16. Печ. л. 2,25+0,125 прилож. Уч.-изд. л. 1,8. Тираж 350. МВ-02900. Рота-принт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № 356. Цена 18 коп.

Т Р У Д Ы П О Ф И З И К Е

Сборник статей VII

УДК 539.126

Инвариантные уравнения и представления $(n, 0)$ группы де Ситтера. Лойде К., Лойде Р.-К. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 379, с. 3-11.

Рассмотрена возможность применения представлений $(n, 0)$ группы де Ситтера для описания частиц с высшими спинами. Показано, что одно уравнение для спина $s = 1$, данное в работе Шамэли и Капри, эквивалентно уравнению типа $S_0(1, 4)$ для представления $(2, 0)$ с добавочными условиями.

Фигур 2; библиография - 8 названий.

УДК 669.35.6; 669.857; 669-153; 548.735

Упрочнение и разупрочнение электролитических сплавов меди и олова при отжиге. Рузалеп Э.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 379, с. 13-21.

Исследовались электролитические пересыщенные твердые растворы олова в меди, полученные из сернокислых растворов с добавками тиомочевины. По данным рентгеноструктурного анализа сплавы представляют собой пересыщенные твердые растворы олова в меди. Отжиги проведены при температурах: 100, 150, 200, 250 и 300°C. Определялись: параметр решетки твердого раствора (рентгенографически), микротвердость, микроискажения кристаллической решетки и средние

размеры кристаллических блоков (метод гармонического анализа формы интерференционной линии).

При отжигах происходит распад пересыщенных твердых растворов. Температурные зависимости микротвердости имеют максимумы. У сплавов, осажденных при больших потенциалах катода, микротвердость после максимума и минимума еще увеличивается. Выяснен механизм упрочнения и разупрочнения. Фигур 3, библиография - 9 названий.

УДК 537.533.35; 621.797.12

Электронно-микроскопическое исследование слоев золота, полученных катодным распылением. Тимма Э.П., Мейлер Б.Л. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 379, с. 23-28.

Методом катодного распыления осаждались пленки золота на кварцевой подложке. Исследовалась зависимость структурных свойств и адгезии в зависимости от условий напыления и характера кварцевой подложки. На электронно-микроскопических снимках (выполненных на электронном микроскопе УЭМВ-100 к) определялись средние размеры кристаллитов золотых пленок. Было установлено наличие сравнительно больших монокристаллических областей (0,1 - 1 мкм). Это явление объясняется условиями роста этих областей. Фигур 3, библиография - 2 названия.

УДК 539.26; 621.315.592; 548.55

Простая техника метода аномального прохождения рентгеновских лучей. Рузалеп Э.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 379, с. 29-33.

На базе головки ПП-2 гониометра ГУР-5 собрана простая сканирующая камера для рентгеновских дифракционных топографических исследований структурных дефектов монокристаллов методом аномального прохождения рентгеновских лучей. Фигур 2, библиография - 6 названий.

Ep.6.7

TPI

530

Toimetised

N 379

1975

Цена 18 коп.