

Ep. 6.7  
497

ISSN 0136-3549  
0134-3823

TALLINNA  
POLÜTEHNILISE INSTITUUDI  
TOIMETISED  
497  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО  
ИНСТИТУТА

ТРИ  
'80

РАСЧЕТ  
И ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
ПРИБОРОВ,  
УСТРОЙСТВ  
И СИСТЕМ  
ТЕХНИЧЕСКОЙ  
КИБЕРНЕТИКИ





Ep. 6.7

497

**ТР  
'80**

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 621.317+681.32+62-501

●  
РАСЧЕТ  
И ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
ПРИБОРОВ,  
УСТРОЙСТВ  
И СИСТЕМ  
ТЕХНИЧЕСКОЙ  
КИБЕРНЕТИКИ

Электротехника и автоматика ХУП

Таллин 1980

68751/97



## ОПИСАНИЕ НЕИСПРАВНОСТЕЙ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

Большинство результатов в теории технической диагностики цифровых устройств (ЦУ) получено для классической модели неисправностей типа логических констант. Но из практики известно, что эта модель во многих случаях не соответствует реальным требованиям. С одной стороны, модель не учитывает всех практически важных типов логических неисправностей – короткие замыкания (КЗ), перепутывание связей (ПС) и т.д., с другой стороны, при постоянном увеличении степени интеграции микросхем попытка перечисления всех константных неисправностей внутри микросхемы приводит к резкому увеличению размерности задачи диагностики. К тому же, в последнем случае стремление локализовать неисправности до входов и выходов отдельных логических элементов становится излишним.

В работах [1, 2] введена более общая модель задания неисправностей, чем логические константы, в виде булевого дифференциала и дополнительных логических условий. Приведены примеры описания некоторых неисправностей расширенного класса, включающего также КЗ и ПС. Но получение дополнительных условий для этих неисправностей базировалось на анализе их физической сути и механизма их действия в схеме.

Целью данной работы является предложение общего формального подхода к генерированию математической модели для произвольной логической неисправности. Предлагаемый подход впервые позволяет формально учитывать неисправности (например, при синтезе тестов), которые изменяют класс объекта, в частности, превращают комбинационную схему (КС) в последовательную или наоборот.

Пусть  $Z$  – множество переменных, каждая из которых представляет некоторую связь (сигнальный путь) между моду-

лями рассматриваемого ЦУ. Представим тогда ЦУ в виде системы уравнений непосредственных связей [3]:

$$z_k = f_k(Z_k), \quad z_k \in Z, \quad Z_k \subset Z, \quad (I)$$

где каждая функция  $f_k$  описывает некоторый модуль с выходом  $z_k$  и с множеством входных переменных  $Z_k$  (в случае многовыходных модулей функция  $f_k$  представляет некоторую часть модуля).

Обозначим через  $R$  множество всех логически описываемых одиночных неисправностей в ЦУ. Элементы множества  $R$  представим через булевы переменные  $r_i$  так, чтобы  $r_i = 0$  при отсутствии в схеме соответствующей неисправности и  $r_i = 1$  в противном случае. Для каждой переменной  $z_k \in Z$  выделим подмножество неисправностей  $R_k \subset R$ . Это — неисправности, связанные с точкой, носящей логический сигнал  $z_k$  (логические константы в точке  $z_k$ , КЗ между  $z_k$  и другими точками, ПС между  $z_k$  и другими точками, а также любые неисправности внутри элемента, выходом которого является  $z_k$ ).

Дифференциалом  $dz_k$  обозначим ложное изменение значения переменной  $z_k$ . Спецификацию отдельных неисправностей  $r_{ki} \in R_k$ , влияющих непосредственно на значение  $z_k$ , зададим в виде системы дополнительных логических условий

$$W_{ki}(Z) = 1, \quad i: r_{ki} \in R_k. \quad (2)$$

Выполнение условия (2) для конкретного  $i$  требуется для того, чтобы неисправность  $r_{ki}$  была локально активизирована, т.е. чтобы в ее присутствии произошло изменение значения  $z_k$ . Практически условие (2) требует зафиксирования значений определенных переменных  $z \in Z$ .

Рассмотрим теперь следующий способ формального генерирования дополнительных условий вида (2) для произвольных неисправностей.

В работе [2] предложен способ параметрического задания неисправностей, базирующийся на понятии обобщенной функции, введенной Ротом [4] для учета неисправностей из класса логических констант. Пусть задано некоторое ЦУ с функцией  $z = f(Z)$ . Если известно, что неисправность  $r \in R$  преобразует эту функцию в другой вид  $z = f'(Z)$ , то можно сконструировать обобщенную функцию

$$\tilde{z} = \tilde{f}(z, r) = \bar{r} f(z) \vee r f'(z), \quad (3)$$

описывающую поведение модуля с функцией  $f$  как в случае отсутствия, так и в случае присутствия неисправности  $r$ . Параметр  $r$  можно при этом формально рассматривать как некоторую входную переменную. Дифференцируя теперь также формально функцию (3) относительно переменной  $r$ , можно найти условие, при котором изменение значения  $r$  влияет и на значение функции (3), т.е. появление неисправности  $r$  обнаруживается в точке  $z$ . Из вышесказанного следует, что дополнительные условия вида (2) для любой неисправности  $r \in R$  можно определить путем решения уравнения

$$w(z) = \frac{\partial \tilde{f}(z, r)}{\partial r} = 1. \quad (4)$$

Рассмотрим приведенные ниже примеры, приводя для некоторой переменной  $z_k$  соответствующие обобщенные функции относительно рассматриваемых неисправностей, а также их частные булевы производные.

1. Логическая константа  $z_k = 0$ .

а) обобщенная функция:  $\tilde{z}_k = \bar{r} z_k \vee r 0 = \bar{r} z_k$ ;

б) производное:  $w = \partial z_k / \partial r = z_k$ .

2. Логическая константа  $z_k = 1$ .

а) обобщенная функция:  $\tilde{z}_k = \bar{r} z_k \vee r 1 = z_k \vee r$ ;

б) производное:  $w = \partial z_k / \partial r = \bar{z}_k$ .

3. Короткое замыкание между  $z_k$  и  $z_j$ .

а) обобщенная функция:  $\bar{z}_k = \bar{r} z_k \vee r z_k z_j = z_k (\bar{r} \vee r z_j)$ ;

б) производное:  $w = \partial z_k / \partial r = z_k \bar{z}_j$ .

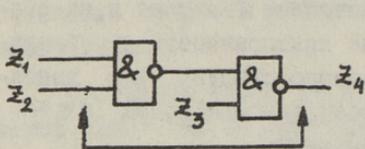
4. Перепутывание связей между  $z_k$  и  $z_j$ .

а) обобщенная функция:  $\tilde{z}_k = \bar{r} z_k \vee r z_j$ ;

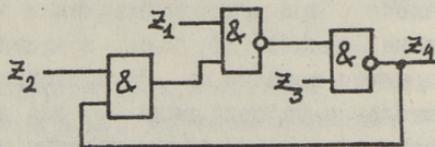
б) производное:  $w = \partial z_k / \partial r = z_k \oplus z_j$ .

В числе проблем диагностики ЦУ малоисследованной областью является диагностика неисправностей, в результате которых увеличивается количество возможных состояний цифрового автомата. Обычно, при синтезе тестов делается ограничение, что неисправность не может породить в объекте новые состоя-

ния. Так, например, при синтезе теста для КС предполагается, что неисправности не преобразуют КС в последовательностную схему. Но этим ограничением сразу же исключается из рассмотрения список реальных неисправностей типа КЗ, которые образуют в схеме паразитные обратные связи. В итоге ухудшается достоверность решаемых задач диагностики.



Фиг. 1. Комбинационная схема с коротким замыканием.



Фиг. 2. Последовательностная схема.

Предложенный способ формального генерирования дополнительных условий из обобщенных функций позволяет преодолеть указанный пробел. Рассмотрим сказанное на примере схемы, приведенной на фиг. 1. В результате КЗ между  $z_2$  и  $z_4$ , заданная КС, реализующая функцию

$$z_4 = z_1 z_2 \vee \bar{z}_3, \quad (5)$$

преобразуется в последовательностную схему (в автомат Мура), приведенную на фиг. 2, с функцией перехода (выхода)

$$z_4 = z_1 z_2 z'_4 \vee \bar{z}_3, \quad (6)$$

где  $z'_4$  — обозначает переменную  $z_4$ , относящуюся к предыдущему такту.

Обобщенная функция, с учетом выражений (5) и (6), приобретает следующий вид

$$\begin{aligned} \tilde{z}_4 &= \bar{r}(z_1 z_2 \vee \bar{z}_3) \vee r(z_1 z_2 \tilde{z}'_4 \vee \bar{z}_3) = \\ &= z_1 z_2 (\bar{r} \vee \tilde{z}'_4) \vee \bar{z}_3. \end{aligned} \quad (7)$$

Дифференцируя  $\tilde{z}_4$  по  $r$ , получим

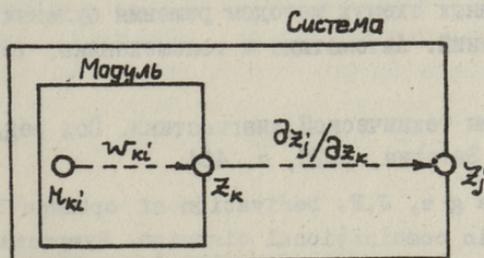
$$W = \partial \tilde{z}_4 / \partial r = z_1 z_2 z'_4 = 1. \quad (8)$$

После решения установочной задачи для  $\tilde{z}'_4 = 1$ , находим из (8), что для локальной активизации заданной неисправности КЗ в точке  $z_4$  требуется подача двух последовательных наборов (—0) и (III).

Параметрическое задание неисправностей в выражении обобщенной функции (3) возможно всегда, когда известно, каким образом неисправность будет преобразовывать функцию. Это особенно важно для тех случаев, когда внешнее поведение неисправного модуля известно, а физическая суть неисправности точно не определена. Для многих неисправностей в сети связей, например, для рассмотренных неисправностей КЗ и ПС соответствующее логическое изменение схемы определяется достаточно просто.

При функциональном подходе к проверке заданного модуля отдельные физические неисправности модуля не будут перечислены. Следовательно, в этом случае и предложенный здесь способ формального генерирования дополнительных условий вида (2) неприменим. Но как показано в [2], тесты, найденные по функциональному подходу для некоторого заданного модуля, непосредственно интерпретируются как дополнительные условия, образуя т.н. функциональную модель неисправностей [2].

Рассмотренный дифференциальный способ задания неисправностей является общим и применим для произвольных логических неисправностей. Модель может быть использована как при решении прямой задачи диагностики (при диагнозе технического состояния объекта), так и при решении обратной задачи (при синтезе тестов).



Фиг. 3. Двухэтапная активизация неисправности при синтезе теста, согласно уравнению (11).

При диагнозе любое ложное изменение значения переменной  $z_k$  (по причине неисправностей  $r_{ki} \in R_k$ ) можно формально описать в виде импликации

$$dz_k \rightarrow \bigvee_i r_{ki} w_{ki}, \quad i: r_{ki} \in R_k. \quad (9)$$

Тогда при ложном изменении  $z_k$  подозреваемые неисправности могут быть определены решением уравнения

$$\bigvee_i r_{ki} w_{ki} = 1, \quad i: r_{ki} \in R_k. \quad (I0)$$

При синтезе тестов задача конструирования входных наборов для неисправности  $r_{ki} \in R_k$  сводится к совместному решению двух уравнений:

$$\begin{cases} w_{ki}(Z) = 1, \\ \partial z_j / \partial z_k = 1, \end{cases} \quad (II)$$

где  $z_j$  — выходная переменная ЦУ, представляющая некоторую контрольную точку (см. фиг. 3).

Решение первого уравнения системы (II) соответствует локальной активизации неисправности  $r_{ki}$  до точки  $z_k$ . Решение второго уравнения можно интерпретировать как условие транспортировки ложного сигнала из точки до проверяемого выхода  $z_j$ .

#### Л и т е р а т у р а

1. U b a r, R. Fehlerbestimmung in kombinatorischen Schaltungen durch Lösung der Boole'schen Differentialgleichungen. — Nachrichtentechnik/Elektronik, 1978, 28, Н.8, S.330-334.

2. У б а р Р. Выделение подозреваемых неисправностей в комбинационных схемах методом решения булевых дифференциальных уравнений. — Автоматика и телемеханика, 1979, № II, с. 170-183.

3. Основы технической диагностики. Под ред. П.П. Пархоменко. М., Энергия, 1976, с. 464.

4. P o a g e, J.F. Derivation of optimum tests to detect faults in combinational circuits. Symposium on Mathematical Theory of Automata. Polytechnic Institute of Brooklyn, 1962.

Fehlerbeschreibung für digitale Einrichtungen

## Zusammenfassung

Es wird das mathematische Modell von logischen Fehlern in digitalen Einrichtungen betrachtet, das durch das Boolesche Differential und zusätzliche logische Bedingungen gegeben wird. Eine Methode zur formalen Synthese dieses Modells wird vorgeschlagen. Mit Hilfe dieser Methode gibt es jetzt die Möglichkeit zur formalen Betrachtung von Fehlern, die eine kombinatorische Schaltung in eine Folgeschaltung umgestalten werden. Es werden die Möglichkeiten der Verwendung dieses Modells bei der Fehlerdiagnose sowie Testsynthese gezeigt.



ОПИСАНИЕ ЦВМ МОДЕЛЮ ВЕКТОРНЫХ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ  
ГРАФОВ С ЦЕЛЮ СИНТЕЗА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ МИКРОПРОГРАММ

Трудности использования известных структурных методов синтеза тестов для сложных цифровых систем, в частности ЦВМ, обусловлены большой размерностью математических моделей, описывающих объекты данного класса.

В работах [1-3] развит аппарат альтернативных графов (АГ), обеспечивающий более сжатое описание цифровых схем, чем традиционный язык булевых выражений, а также предложены методы синтеза тестов, базирующиеся на аппарате АГ. Целью настоящей статьи является дальнейшее развитие модели АГ путем введения понятия векторных альтернативных графов (ВАГ) и расширения интерпретации весовой функции вершин графов. Модель ВАГ предназначена для сжатого представления многоразрядных операционных устройств (ОУ) цифровых систем, причем в пределе может быть получено  $n$ -кратное сжатие описания объекта, где  $n$  - разрядность ОУ. Модель АГ можно рассматривать как частный случай модели ВАГ. Методы синтеза тестов, разработанные для модели АГ [3], непосредственно распространяются и на модель ВАГ.

## I. Описание объекта

Рассмотрим операционное устройство цифровой системы в виде композиции на операционный и управляющий автоматы [4].

Функцию операционного автомата (ОА) можно задавать на множестве переменных

$$Z = S \cup Y \cup X,$$

где  $S$  - множество многоразрядных переменных, представляющих обрабатываемые в ОА слова;

$Y$  – множество одноразрядных переменных, представляющих управляющие сигналы ОА;

$X$  – множество одноразрядных переменных, представляющих осведомительные сигналы ОА.

Наименование и формат слова  $z \in S$  задается в виде  $z(n_1: n_2)$ , где  $n_1$  и  $n_2$  – номера старшего и младшего двоичных разрядов слова,  $n_1 < n_2$ . В случае выделения в слове одноразрядных полей, используется обозначение  $z(i)$ , где  $i$  – рассматриваемый разряд,  $n_1 \leq i \leq n_2$ .

На множестве  $Z$  определяется некоторое множество функций

$$\Omega = \Phi \cup \Psi,$$

где  $\Phi$  – множество микроопераций, реализуемых в ОА, а

$\Psi$  – множество булевых функций, используемых в качестве логических условий при управлении процессами в ОА.

Каждой переменной  $y_i \in Y$  сопоставляется микрооперация  $S = q_i(S)$ , где  $q_i \in \Phi$  – можно рассматривать как множество булевых функций над разрядами слов  $S$  (в частном случае функции для всех разрядов могут совпадать). Каждой переменной  $x_j \in X$  сопоставляется некоторая булева функция  $x_j = q_j(S)$ ,  $q_j \in \Psi$ .

Множество  $Z$  можно разбить на следующие подмножества:

$$Z = Z_{\text{вх}} \cup Z_{\text{вн}} \cup Z_{\text{вых}},$$

где  $Z_{\text{вх}}$  – множество входных переменных ОА  $Z_{\text{вх}} = D \cup Y$ , где  $D \subseteq S$ ;

$Z_{\text{вых}}$  – множество выходных переменных ОА  $Z_{\text{вых}} = R \cup X$ , где  $R \subseteq S$ ;

$Z_{\text{вн}}$  – множество внутренних переменных ОА,

$$Z_{\text{вн}} = S \setminus (D \cup R).$$

Множество  $Z$  будет ранжировано согласно функциональной зависимости переменных  $z_k \in Z$ . С первым рангом сопоставим выходные переменные  $Z_1 = Z_{\text{вых}}$ . В общем случае, если для  $k$ -го ранга  $Z_k \neq \emptyset$ , то со следующим рангом,  $(k+1)$ -рангом будут сопоставлены переменные из множества

$$Z_{k+1} = Z'_k \setminus (Z'_k \cap (\bigcup_{i=1}^k Z_i \cup D)),$$

где  $Z'_k$  – множество аргументов функций, которые вычисляют значения переменных  $z_j \in Z_k$  предыдущего ранга.

Таким образом, каждому  $i$ -му рангу ( $i = \overline{1, k}$ , где  $Z_k \neq \emptyset$ , а  $Z_{k+1} = \emptyset$ ) соответствует некоторое подмножество  $\Omega_i \subseteq \Omega$  функций

$$z_j = q_j(Z'_i), q_j \in \Omega_i, z_j \in Z_i,$$

определяющих значения переменных данного ранга. Для каждой микрооперации  $q_j \in \Omega_i \cap \Phi$  сопоставлен управляющий сигнал  $y_j \in Z'_i \cap Y$ . Обозначая множество ранжированных переменных через  $Z^*$ , можно, очевидно, написать

$$Z^* = \bigcup_{i=1}^k Z_i = Z_{\text{вых}} \cup Z_{\text{вн}},$$

где  $Z_{\text{вых}} = Z_1$ .

Каждой переменной  $z_j \in Z^*$  будет сопоставлен ВАГ или система ВАГ.

## 2. Определение модели ВАГ

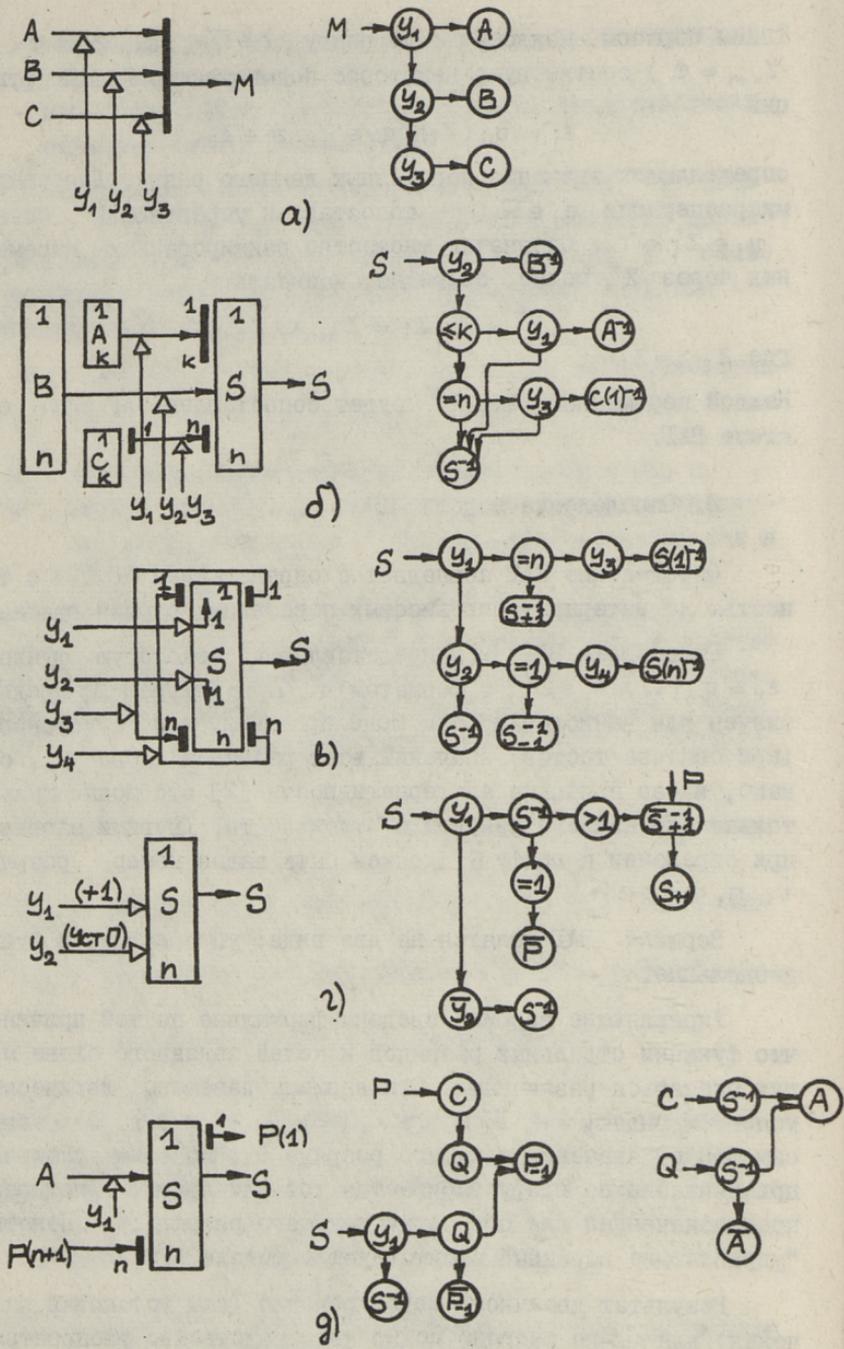
Определение ВАГ совпадает с определением АГ [2] с точностью до интерпретации весовых переменных вершин графа.

Рассмотрим ВАГ  $G_k$ , представляющий некоторую функцию  $z_k = q_k(Z)$ ,  $z_k \in Z^*$  с форматом  $z_k(n_1; n_2)$ . Граф  $G_k$  предназначен для вычисления (при моделировании) или установки (при синтезе тестов) значений всех разрядов слова  $z_k$ , однако, из-за принципа альтернативности [2] это можно делать только для каждого разряда в отдельности. Другими словами, при обращении к графу  $G_k$ , должен быть задан номер разряда  $i$ ,  $n_1 \leq i \leq n_2$ .

Вершины ВАГ делятся на два вида: управляющие и функциональные.

Управляющие вершины введены формально по той причине, что функции отдельных разрядов и полей заданного слова могут оказаться различными. Эти вершины взвешены логическим условием вида  $i = k$ ,  $i > k$ ,  $i \geq k$ ,  $i < k$ ,  $i \leq k$  и т.д. В зависимости от значения текущего разряда  $i$ , по этим условиям при движении по графу выбирается тот или другой подграф, предназначенный для обработки текущего разряда. Понятие "управляющие вершины" отсутствует в модели АГ.

Результат двоичного моделирования (или установки значения) для  $i$ -го разряда можно непосредственно распространить и на другие разряды  $j$ ,  $n_1 \leq j \leq n_2$ ,  $j \neq i$ , с учетом ог-



Фиг. 1. Структурные схемы и модели ВАГ для типовых операционных элементов и схем ЦВМ.

раничений, полученных из условий в пройденных управляющих вершинах. Пусть, например, задан формат  $z_k(0:15)$  и при вычислении значения  $z(i)$  пройдены управляющие вершины с условиями  $i < 10$ ,  $i \geq 5$  и  $i \neq 8$ , то полученный результат вычисления распространяется на разряды 5, 6, 7 и 9.

Функциональные вершины ВАГ имеют тот же смысл, что и все вершины АГ [2], однако их интерпретация шире. В общем случае весовые переменные вершин ВАГ имеют вид  $z[A]_{\pm k}^{-\tau}$ , где  $z$  — может быть простой булевой переменной (тогда параметры  $A$  и  $\pm k$  опускаются), векторной переменной, т.е. словом (тогда параметр  $A$  опускается) или элементом массива (памяти). Если  $z$  является элементом массива, то  $A$  указывает адрес этого элемента. Признак  $\tau$  указывает на запаздывание во времени на  $\tau$  тактов, аналогично [2]. В случае  $\tau = 0$  верхний индекс  $\tau$  опускается и значение  $z$  относится к текущему такту. Признак  $\pm k$  указывает на сдвиг в пространстве по разрядной сетке: значение  $z$  будет отнесено не к текущему разряду  $i$ , а к разряду  $i \pm k$ . В случае  $k = 0$  нижний индекс  $\pm k$  также опускается. Заметим, что в модели АГ признаки  $A$  и  $k$  отсутствовали.

### 3. Примеры ВАГ для операционных схем ЦВМ

Рассмотрим некоторые типичные операционные элементы и схемы ЦВМ и их модели в виде ВАГ. При описании соответствующих микроопераций используется язык функционального микропрограммирования [4].

Мультиплексер или совокупность управляемых шин представлен в виде структурной схемы и модели ВАГ на фиг. 1а. Функция мультиплексера

$$M = \begin{cases} A, & \text{если } y_1 = 1, \\ B, & \text{если } y_2 = 1, \\ C, & \text{если } y_3 = 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

сводится к 3-м микрооперациям передачи  $M:=A$ ,  $M:=B$  и  $M:=C$ , инициируемым управляющими сигналами  $y_1, y_2, y_3$ . Модель ВАГ включает здесь только функциональные вершины. Функции для всех разрядов совпадают.

Схема регистровых передач рассматривается на фиг. 1б. В схеме реализуются микрооперации

$$y_1: S(1:k) := A(1:k),$$

$$y_2: S(1:n) := B(1:n),$$

$$y_3: S(n) := C(1).$$

Модель ВАГ имеет управляющие вершины с условиями  $i \leq k$  и  $i = n$  с целью выделения подграфов, соответствующих разным полям слова S.

Сдвигающий регистр, в котором реализуются микрооперации

$$y_1: S(1:n) := S(2:n) \cdot 0,$$

$$y_1, y_3: S(1:n) := S(2:n) \cdot S(1),$$

$$y_2: S(1:n) := 0 \cdot S(1:n-1),$$

$$y_2, y_4: S(1:n) := S(n) \cdot S(1:n-1),$$

представлен на фиг. 1в.

Счетчик, реализующий микрооперации

$$y_1: S(1:n) := S(1:n) + 1,$$

$$y_2: S(1:n) := 0,$$

рассматривается на фиг. 1г. Модель ВАГ имеет два входа: для вычисления состояния счетчика S и для вычисления значения вспомогательной переменной P.

Сумматор с функцией

$$y_1: S(1:n) := S(1:n) + A(1:n),$$

показан на фиг. 1д. Модель ВАГ представляет собой систему из четырех графов для вычисления состояния аккумулятора S и значений вспомогательных переменных P, C и Q. Введение подходящих вспомогательных переменных позволяет отказаться от лишнего повторения одинаковых подграфов.

Пример некоторого более сложного комбинированного операционного элемента, реализующего микрооперации

$$y_1: S := \neg S$$

$$y_2: S := S + B^*, \text{ где}$$

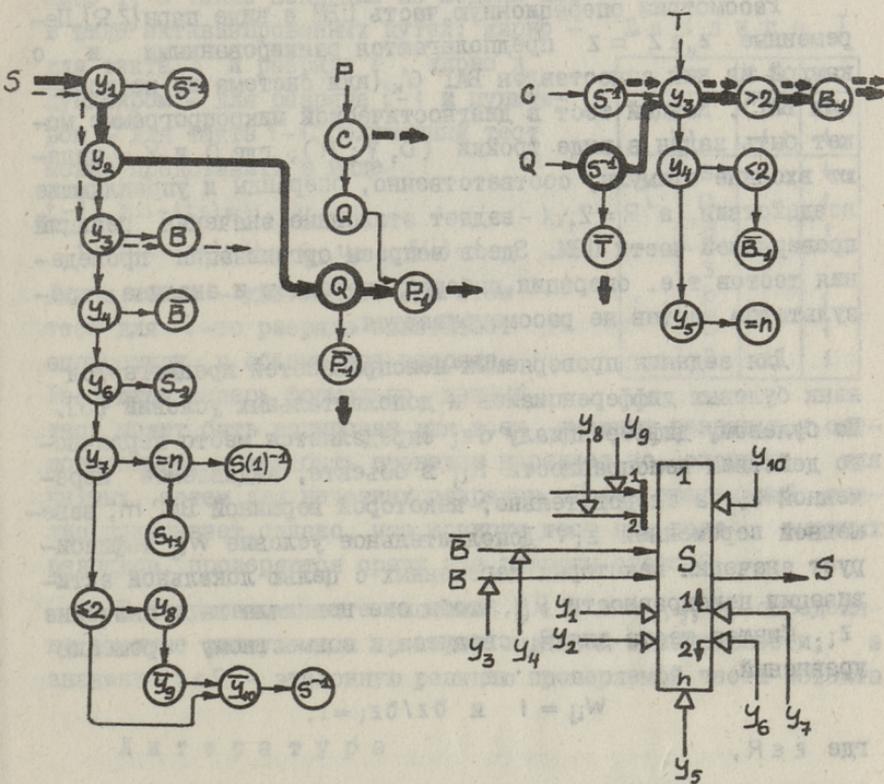
$$B^* = \begin{cases} 00 \cdot B(3:n), & \text{если } y_3 = 1, \\ 11 \cdot \neg B(3:n), & \text{если } y_4 = 1, \\ 1, & \text{если } y_5 = 1. \end{cases}$$

$$y_3: S := B,$$

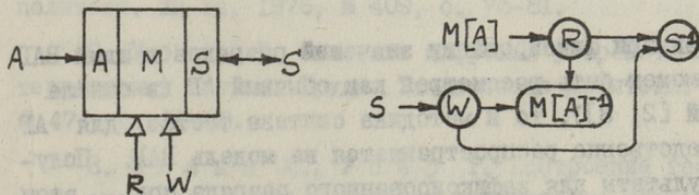
$$y_4: S := \neg B,$$

- $y_6: S := 00.S(3:n),$   
 $y_7: S := S(1:n-1).S(1),$   
 $y_8: S(1:2) := 11,$   
 $y_9: S(1:2) := 00,$   
 $y_{10}: S := 0,$

приведен на фиг. 2.



Фиг. 2. Структурное обозначение и модель ВАГ для комбинированного операционного элемента ЦВМ.



Фиг. 3. Структурное обозначение и модель ВАГ для запоминающего устройства.

Модель ВАГ для запоминающего устройства, где реализуются операции считывания (по сигналу R) и записи (по сигналу W), представлена на фиг. 3.

#### 4. Синтез диагностических микропрограмм ЦВМ на модели ВАГ

Рассмотрим операционную часть ЦВМ в виде пары  $\{Z, \Omega\}$ . Переменные  $z_k \in Z^* \subset Z$  предполагаются ранжированными и с каждой из них сопоставлен ВАГ  $G_k$  (или система из нескольких ВАГ). Каждый тест в диагностической микропрограмме может быть задан в виде тройки  $(D, Y; R)$ , где D и Y — задают входные стимулы, соответственно, операнды и управляющие воздействия, а  $R = Z_1 \setminus X$  — задает эталонные значения реакций проверяемой части ЦВМ. Здесь вопросы организации проведения тестов т.е. операции выборки операндов и анализа результатов тестов не рассматриваются.

Для задания проверяемых неисправностей предлагается язык булевых дифференциалов и дополнительных условий [5]. По булевому дифференциалу  $dz_i$  определяется место первичного действия неисправности  $R_{ij}$  в объекте, задаваемое переменной  $z_i$ , а следовательно, некоторой вершиной ВАГ  $m$ , взвешенной переменной  $z_i$ . Дополнительное условие  $W_{ij}$  зафиксировывает значения некоторых переменных с целью локальной активизации неисправности  $R_{ij}$ , чтобы она повлияла на значение  $z_i$ . Синтез теста для  $R_{ij}$  сводится к совместному решению уравнений

$$W_{ij} = 1 \quad \text{и} \quad \partial z / \partial z_i = 1,$$

где  $z \in R$ ,

в результате чего определяется некоторый набор значений переменных тройки  $(D, Y, R)$ . Такая задача решена на модели АГ в [3].

Так как при фиксировании значений разрядов каждый ВАГ формально может быть рассмотрен как обычный АГ (в смысле определений [2, 3]), то и методика синтеза тестов для АГ [3] непосредственно распространяется на модель ВАГ. Получаемые результаты для зафиксированного разряда при этом могут быть обобщены и для других разрядов.

Рассмотрим сказанное на примере схемы на фиг. 2. Пусть необходимо проверить в такте  $t$  переменную  $P$  на неисправность  $P=0$ , заданную дифференциалом  $dP$  и дополнительным условием  $P=1$ . Построим тест для вершины, имеющей вес  $P_{-1}$ . Фиксируя разряд  $i$ , получим тест, который обеспечивает чувствительность переменной  $S(i)$  относительно изменения значения  $P(i-1)$ . Результаты процесса синтеза теста приведены в таблице I, а также показаны на модели ВАГ

в виде активизированных путей: жирно — для такта  $t$  и разряда  $i$ , жирно и пунктиром — для разряда  $i-1$  и пунктиром — для такта  $t-1$ . Полученный тест можно представить в виде

$t-1$ )  $B(i-1:i)=11, y_3=1;$

$t$ )  $B(i-1:i)=11, y_2, y_3=1, S(i)=1.$

Длина теста — два такта. При этом тест для  $i$ -го разряда охватывает аппаратуру в объеме два разряда.

Рассуждая теперь формально, данный тест может быть копирован для всех смежных разрядов, а следовательно, может быть проведен параллельно, сначала для четных, затем для нечетных разрядов. Более тщательный анализ показывает, однако, что копируя тест для всех смежных разрядов, проверяются сразу все разряды слова  $P$ .

В полученном тесте значения  $B \in D$  и  $y_2, y_3 \in Y$  определяют входные стимулы для проверки заданной неисправности, а значения  $S \in R$  — эталонную реакцию проверяемой части объекта.

#### Л и т е р а т у р а

1. У б а р Р. Генерирование тестов для цифровых схем при помощи модели альтернативных графов.—Труды Таллинского политехн. ин-та, 1976, № 409, с. 75–81.
2. У б а р Р. Описание цифровых устройств моделью альтернативных графов.—Труды Таллинского политехн. ин-та, 1980, № 474, с. II–33.
3. П л а к к М., У б а р Р. Построение тестов цифровых схем при помощи модели альтернативных графов.—Автоматика и телемеханика, 1980, № 5, с. 152–163.

Т а б л и ц а I

| Z              |   | t-1 | t |
|----------------|---|-----|---|
| $y_2$<br>$y_3$ |   |     | 1 |
|                |   | 1   | 1 |
|                |   |     |   |
| $i$            | S | 1   | 1 |
|                | Q |     | 1 |
|                | B | 1   | 1 |
| $i-1$          | S | 1   |   |
|                | P |     | 1 |
|                | C |     | 1 |
|                | B | 1   | 1 |

4. Майоров С.А., Новиков Г.И. Структура электронных вычислительных машин. Л., Машиностроение. 1979, 384 с.

5. U b a r, R. Fehlerbestimmung in kombinatorischen Schaltungen durch Lösung der Boole'schen Differentialgleichungen.—Nachrichtentechnik/Elektronik, 1978, 28, H.8, S.330-334.

R. Ubar

Beschreibung von EDVA durch vektorielle alternative Graphen zwecks Testsynthese

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird das Modell von vektoriellen alternativen Graphen (VAG) für die Beschreibung mehrstelliger Strukturelemente von digitalen Systemen vorgeschlagen. Das Modell von VAG ist als eine weitere Entwicklung des Modells von alternativen Graphen, die sich für die Beschreibung von digitalen Schaltungen eignen, zu sehen. Es sind einige Möglichkeiten zur formalen Testsynthese auf Grundlage des Modells von VAG beschrieben.

## МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПАРНЫХ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ТЕСТОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ СХЕМ

Предлагается метод построения парных диагностических тестовых последовательностей для контроля кратных неисправностей типа логических констант в последовательностных схемах. Целью данного метода является построение парных диагностических тестовых последовательностей, проверяющих максимальное число точек в последовательностных схемах. Метод базируется на применении D-алгоритма Рота.

### 1. Введение

В настоящее время в связи со все ускоряющимися темпами развития вычислительной техники и проникновения ее в самые различные области науки и практики значительная роль отводится проблемам ее надёжности, контроля и диагноза.

Качество последнего при контроле, осуществляемом посредством диагностических тестов, непосредственно зависит от трех аспектов:

- диагностируемости данного цифрового устройства, определяемой в процессе его проектирования выбором конечного варианта схемной реализации;

- эффективности применяемого метода постановки диагноза неисправностей;

- эффективности построения системы диагностических тестовых комбинаций.

В результате разработки рассмотренного в [3] обобщения метода диагноза неисправностей в комбинационных схемах, предложенного в [1] и расширенного в [2], на случай после-

довательностных схем выяснилось, что при проведении диагноза последних необходимо использовать информацию не только собственно тестовых, но и предыдущих, установочных комбинаций. Это обстоятельство позволяет строить систему диагностических тестов таким образом, чтобы установочные комбинации также контролировали состояние некоторых точек последовательностных схем. К преимуществам такого построения, в первую очередь, следует отнести сокращение количества измерений состояний на выходах схемы, сокращение числа весьма трудоемких операций перемножения диагностических таблиц (см. [2 ; 3]), а также некоторое сокращение количества обрабатываемой информации, связанной с установочными тактами.

Метод осуществляет построение системы тестовых комбинаций с проверяющими установочными тактами по D-алгоритму Рота.

## 2. Постановка задачи

Пусть  $Z^t$  - множество состояний всех переменных проверяемой последовательностной схемы в  $t$ -том такте, а  $Z^{(t)}$  - совокупность всех  $Z^t$ , определяемая множеством тестовых комбинаций.

Последовательностью тестовых комбинаций  $Z^{(t)}$ , или тестовой последовательностью назовем множество  $n+1$  следующих друг за другом во времени тестовых комбинаций  $\{Z^{t-n}, Z^{t-n+1}, \dots, Z^t\}$  таких, где каждая последующая (с учетом сигнала на линии ОС) обусловлена предыдущими, т.е. множество значений переменных последовательностной схемы, образующих один многотактовый активизированный путь. Иными словами, тестовая последовательность состоит из конечной  $Z^t$  и предшествующих ей установочных тестовых комбинаций  $Z^{t-i}$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Парой тестовых последовательностей назовем, соответственно,  $(Z^{(t_1)}, Z^{(t_2)})$ , в которой  $Z^{t_1}$  и  $Z^{t_2}$  образуют между собой тест-пару в обычном понятии.

Заметим, что некоторая пара тестовых последовательностей может содержать в себе другие пары тестовых последовательностей, если в схеме имеется возможность активизации нескольких путей через линию ОС (см. пример в конце статьи).

## Теорема

Пара последовательностей тестовых комбинаций ( $Z^{(t_1)}$ ,  $Z^{(t_2)}$ ), построенная для проверки линии ОС, проверяет также и все те внутренние и входные точки контура, в которых удовлетворяется одно из следующих условий:

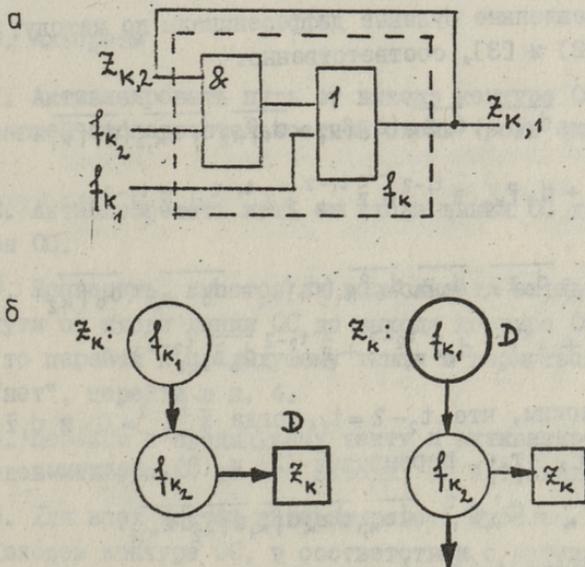
1. Тестовые комбинации в установочных тактах образуют между собой пары относительно данной точки;

2. В разных тактах (в конечном и установочном или в двух установочных) переменной в данной точке присваиваются различные значения, причем в каждом из этих тактов данная точка принадлежит одному и тому же активизированному пути.

Для доказательства рассмотрим контур с ОС в наиболее общем виде

$$z_{k,1}^{t-1} = f_k(z_k^{(t)}) = f_{k_1}(z_{k_1}^t) + f_{k_2}(z_{k_2}^t) z_{k,2}^{t-1}, \quad (I)$$

где  $f_{k_1}$  и  $f_{k_2}$  — произвольные булевы функции, не зависящие от  $z_{k,2}^{t-1}$  (здесь второй индекс при переменной  $z_k$  указывает ветвь: 1 — выход контура ОС, 2 — линия ОС) (фиг. 1 а).



Фиг. 1.

Такой вид может быть получен по методу, предложенному в [2] путем рассмотрения действительных функций  $f_{k_1}$  и  $f_{k_2}$  как некоторых фиктивных модулей на входах контура.

Построим пару последовательностей следующим образом:

$$z_k^{t_1} = 1, z_k^{t_2} = 0, f_{k_1}(z_{k_1}^{t_1}) = f_{k_1}(z_{k_1}^{t_2}) = 0, f_{k_2}(z_{k_2}^{t_1}) = f_{k_2}(z_{k_2}^{t_2}) = 1,$$

$$z_k^{t_1-1} = 1, z_k^{t_2-1} = 0, f_{k_1}(z_{k_1}^{t_1-1}) = 1, f_{k_1}(z_{k_1}^{t_2-1}) = f_{k_2}(z_{k_2}^{t_1-1}) = f_{k_2}(z_{k_2}^{t_2-1}) = 0,$$

активизируя пути, указанные жирно на фиг. I.б и I.в.

Таким образом  $Z_k^{t_1}$  и  $Z_k^{t_2}$  образуют тест-пару относительно  $z_{k,2}$ , причем  $Z_k^{t_1-1}$  и  $Z_k^{t_2-1}$  образуют тест-пару относительно  $f_k$ , т.е.  $f_{k_1}$  удовлетворяет первому условию, а  $f_{k_2}$  - второму, т.к.  $f_{k_2}(z_{k_2}^{t_1}) \neq f_{k_2}(z_{k_2}^{t_1-2})$  (а равно и  $f_{k_2}(z_{k_2}^{t_2}) \neq f_{k_2}(z_{k_2}^{t_2-1})$ ) и  $f_{k_2}(z_{k_2}^{t_1}), f_{k_2}(z_{k_2}^{t_1-1})$  принадлежат к активизированному пути (фиг. I.б, в).

Тем самым, доказательство приведенной выше теоремы сводится к доказательству полноты построенной нами пары тестовых последовательностей  $(Z_k^{(t_1)}, Z_k^{(t_2)})$ , для чего построим направленные булевы дифференциалы по методу, описанному в [2] и [3], соответственно:

$$\Phi_k^1 = \overline{d_1 \tilde{z}_{k,1}^{t_1}} = \overline{d_1 z_{k,1}} \overline{d_1 z_k} (d_0 f_{k_1} + \overline{d_1 f_{k_2}} \overline{d_1 z_{k,2}} (\overline{d_1 f_{k_1}} + d_0 f_{k_2} z_k^{t_1-2} \overline{d_1 \tilde{z}_{k,2}^{t_1-2}} + \overline{z_k^{t_1-2}} d_0 \tilde{z}_{k,2}^{t_1-2}))$$

и

$$\Phi_k^2 = \overline{d_0 \tilde{z}_{k,1}^{t_2}} = \overline{d_0 z_{k,1}} \overline{d_0 z_k} \overline{d_0 f_{k_1}} (d_1 f_{k_2} + \overline{d_0 z_{k,2}} (\overline{d_0 f_{k_2}} + z_k^{t_2-2} d_1 \tilde{z}_{k,2}^{t_2-2} + \overline{z_k^{t_2-2}} \overline{d_0 \tilde{z}_{k,2}^{t_2-2}})).$$

Предположим, что  $t_2-2 = t_1$ , тогда  $\overline{z_{k,2}^{t_2-2}} = 0$  и  $d_1 \tilde{z}_{k,2}^{t_2-2} = d_1 \tilde{z}_{k,2}^{t_1} = 0$ , т.е. перемножая (2) и (3), получим

$$\Phi_k^{(2)} = \Phi_k^1 \Phi_k^2 = \overline{d z_{k,1}} \overline{d z_k} \overline{d f_{k_1}} \overline{d f_{k_2}} \overline{d z_{k,2}}.$$

Предполагая  $t_1-2 = t_2$ , получим тот же результат.

Отсюда следует, что полнота пары  $(Z_K^{(t_1)}, Z_K^{(t_2)})$  доказана, а вместе с нею доказана и наша теорема.

В частном случае, если выделить переменную  $z_i$ , определяющую сигнал на выходе контура в установочном такте, т.е. если

$$z_{K,1}^t = f_K(Z_K^t) = z_i f_{K_1}(Z_{K_1}^t) + f_{K_2}(Z_{K_2}^t) z_{K,2}^{t-1} \quad (5)$$

и

$$z_K^{t_1} = 1, \quad z_K^{t_2} = 0, \quad z_i^{t_1} = z_i^{t_2} = 0, \quad f_{K_1}(Z_{K_1}^{t_1}) = f_{K_1}(Z_{K_1}^{t_2}) = 1,$$

$$f_{K_2}(Z_{K_2}^{t_1}) = f_{K_2}(Z_{K_2}^{t_2}) = 1, \quad z_K^{t_1-1} = 1, \quad z_K^{t_2-1} = 0,$$

$$z_i^{t_1-1} = 1, \quad z_i^{t_2-1} = 0, \quad f_{K_1}(Z_{K_1}^{t_1-1}) = f_{K_2}(Z_{K_2}^{t_2-1}) = 1,$$

$$f_{K_2}(Z_{K_2}^{t_1-1}) = f_{K_2}(Z_{K_2}^{t_2-1}) = 0,$$

получим по аналогии с (4):

$$\Phi_K^{(2)} = \overline{dz_{K,1}} \overline{dz_K} \overline{dz_i} \overline{df_{K_1}} \overline{df_{K_2}} \overline{dz_{K,2}}, \quad (6)$$

т.к. в данном случае первому условию удовлетворяет  $z_i$ , а  $f_{K_1}$  — не удовлетворяет ни одному из них.

### 3. Алгоритм

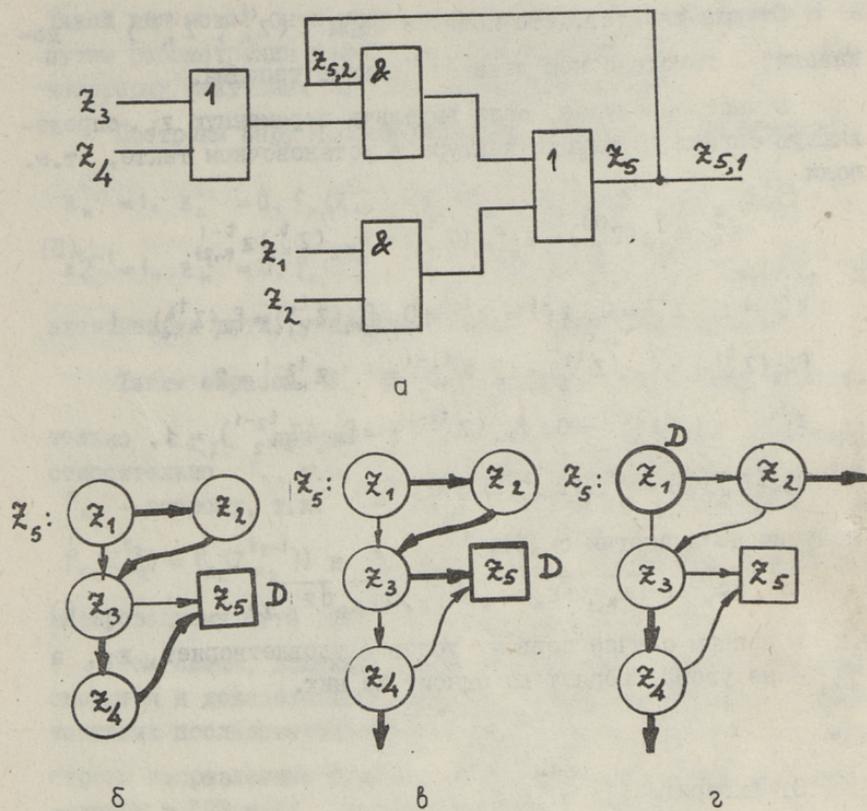
1. Активизировать путь от выхода контура ОС до выхода проверяющей последовательностной схемы (если они не совпадают).

2. Активизировать путь от входа линии ОС до выхода контура ОС.

3. Проверить, имеется ли возможность активизации другого пути от входа линии ОС до выхода контура ОС; если — "да", то перейти к предыдущему такту и вернуться в п. 2; если — "нет", перейти в п. 4.

4. Перейти к предыдущему такту и активизировать путь от входов контура ОС до его выхода, не затрагивая линии ОС.

5. Для всех тактов активизировать пути от входов схемы до входов контура ОС, в соответствии с активизацией путей, проведенной в пп. 1, 2.



Фиг. 2.

Если внутри данного контура ОС или со стороны его входов имеются другие контуры ОС, то появляется необходимость рекурсивного применения данного алгоритма.

В качестве иллюстрации данного метода рассмотрим последовательностную схему, изображенную на фиг. 2, а и описываемую функцией

$$z_{5,1}^t = z_1 z_2 + (z_3 + z_4) z_{5,2}^{t-1}.$$

Поскольку выход схемы и выход контура ОС совпадают, отпадает выполнение п. I алгоритма.

п. 2. Активизируем путь от линии ОС до выхода (фиг. 2, б) через  $z_4$ , получая входной набор  $Z_5^{t_1} = Z_5^{t_2} = \{1, 0, 0, 1\}$  [4].

п. 3. Имеется возможность активизации второго пути от линии ОС до выхода через  $z_3$ . Возвращаемся к п. 2, соответственно, в тактах  $t_1 - 1$  и  $t_2 - 1$ .

Таблица I.

| $Z^t, \Phi^t$ | A | $z_{5,1}$    | A  | $z_5$     | $z_1$     | $z_2$     | $z_3$     | $z_4$       | $z_{5,2}$    | A  | $z_5$ | $z_1$ | $z_2$     | $z_3$     | $z_4$     | $z_{5,2}$   |
|---------------|---|--------------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|--------------|----|-------|-------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| $Z^0$         |   | I            |    | I         | I         | I         | o         | o           | x            |    | I     | I     | I         | o         | o         | x           |
|               |   |              | I  | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ |           | I           | $\bar{o}\#$  | 2  | o     |       |           | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           |           |             | $\bar{o}\#$  |    | o     |       |           | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           |           | I           | $\bar{o}\#$  |    | o     |       |           | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    |           |           |           |           |             |              |    | o     |       |           |           |           | $\bar{I}\#$ |
|               |   |              |    |           |           |           |           |             |              |    | o     |       |           |           |           | $\bar{I}\#$ |
| $Z^1$         |   | I            |    | I         | I         | o         | I         | o           | I            |    | I     | I     | o         | I         | o         | I           |
|               |   |              | 3  | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | I         |           |             |              | 4  | o     |       |           |           | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           | $\bar{o}$ |             | $\bar{o}/I$  |    | o     |       |           | o         | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           |           | I           | $\bar{o}/I$  |    | o     |       | $\bar{I}$ | o         | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    |           |           |           |           |             |              |    | o     |       | $\bar{I}$ |           |           | o/2         |
|               |   |              |    |           |           |           |           |             |              |    |       |       | $\bar{I}$ |           |           | o/2         |
|               |   |              | 3' | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | I         |           |             | $\bar{o}$    | 4' | o     |       | $\bar{I}$ | o         | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ |             | $\bar{o}\#$  |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           |           | I           | $\bar{o}$    |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}\#$ |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ |           | I           | $\bar{o}\#$  |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | o           |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           |           | I           | $\bar{o}\#$  |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}\#$ |
| $Z^2$         |   | I            |    | I         | I         | o         | o         | I           | I            |    | I     | I     | o         | o         | I         | I           |
| $\Phi^2$      | 5 | $\bar{o}/6'$ | 6  | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | I         |           |             |              | 7  | o     |       |           | $\bar{I}$ | o         |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           | I         |             | $\bar{o}/3'$ |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | o         |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           |           | $\bar{o}$   | $\bar{o}/3'$ |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | o         | o/4'        |
|               |   |              |    |           |           |           |           |             |              |    | o     |       | $\bar{I}$ |           |           | o/4'        |
|               |   |              | 6' | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | I         |           |             | $\bar{o}$    | 7' | o     |       |           | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | I         |             | $\bar{o}\#$  |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | o         |             |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           | I         |             | $\bar{o}$    |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | o         | $\bar{I}\#$ |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$ | $\bar{o}$   | $\bar{o}$    |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | o           |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           | I         | $\bar{o}$   | $\bar{o}\#$  |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}\#$ |
|               |   |              |    | $\bar{o}$ |           |           | I         | $\bar{o}\#$ |              |    | o     |       | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ | $\bar{I}\#$ |
| $Z^3$         |   | o            |    | o         | o         | I         | o         | o           | I            |    |       |       |           |           |           |             |
|               |   |              | 8  | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ |           | $\bar{I}$ | $\bar{I}$   |              |    |       |       |           |           |           |             |
|               |   |              |    | $\bar{I}$ |           | o         | I         | I           |              |    |       |       |           |           |           |             |
|               |   |              |    | $\bar{I}$ | $\bar{I}$ |           |           |             | o/7'         |    |       |       |           |           |           |             |
|               |   |              |    | $\bar{I}$ |           | o         |           |             | o/7'         |    |       |       |           |           |           |             |



п.2. Получаем входной набор  $Z_5^{t_1-1} = Z_5^{t_2-1} = \{1, 0, 1, 0\}$ ,  
(фиг. 2,в).

п.3. Третьего пути от линии ОС до выхода нет.

п.4. В тактах  $t_1-2$  и  $t_2-2$  активизируем путь от  $z_1$  до выхода  
(фиг. 2,г), получая, соответственно, входные наборы

$$Z_5^{t_1-2} = \{D, 1, 0, 0\} \quad \text{и} \quad Z_5^{t_2-2} = \{\bar{D}, 1, 0, 0\}.$$

При полученной паре тестовых последовательностей ( $Z_5^{(t_1)}$ ,  $Z_5^{(t_2)}$ ) значения  $z_1$  удовлетворяют первому условию теоремы, а значения  $z_2, z_3$  и  $z_4$  - второму. Следовательно, полученная пара последовательностей должна быть полная.

Полноту полученной пары последовательностей ( $Z_5^{(t_1)}, Z_5^{(t_2)}$ ) проверим по методу, описанному в [3], взяв  $t_1=2$  и  $t_2=5$  и составив диагностическую таблицу I.

Итак, пара последовательностей ( $Z_5^{(t_1)}, Z_5^{(t_2)}$ ) полная. При этом значение выходного сигнала  $z_5$  потребовалось измерять только дважды, в тактах 2 и 5 (соответственно, отпала и необходимость хранения соответствующей информации в графе  $Z_5^I$ ), а следовательно, только один раз перемножаются диагностические таблицы ( $\Phi_5^2$  и  $\Phi_5^5$ ). Для сравнения при построении обычных тест-пар потребовалось бы 6 измерений и, соответственно, 5 перемножений диагностических таблиц. Например:

| t | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ | $z_4$ | $z_{5,2}^{t-1}$ | $z_5^t$ |                    |
|---|-------|-------|-------|-------|-----------------|---------|--------------------|
| 0 | 0     | 0     | 0     | 0     | X               | 0       | -установочный такт |
| 1 | I     | 0     | I     | 0     | 0               | 0       |                    |
| 2 | I     | 0     | 0     | I     | 0               | 0       |                    |
| 3 | I     | I     | I     | 0     | 0               | I       |                    |
| 4 | I     | 0     | I     | 0     | I               | I       |                    |
| 5 | I     | 0     | 0     | I     | I               | I       |                    |
| 6 | I     | 0     | 0     | I     | I               | I       |                    |

## Л и т е р а т у р а

1. Пархоменко П.П. Диагноз технического состояния дискретных устройств методом выделения подозреваемых неисправностей. I. Комбинационные устройства. Устойчивые неисправности. - Автоматика и телемеханика, 1971, № 6, с. 126-137.

2. У б а р Р.Р. Декомпозиционный метод диагноза неисправностей в комбинационных схемах. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1978, № 457, с. 3-22.

3. Г р и г о р ь е в а К., У б а р Р. Метод диагноза неисправностей в последовательностных схемах. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1979, № 474, с. 35-45.

4. У б а р Р.Р. Описание цифровых устройств моделью альтернативных графов. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1979, № 474, с. II-33.

K. Grigoryeva

Diagnostic Testsequences Generation for  
Sequential Circuits

Summary

The diagnostic test generation method for sequential circuits is presented in this paper. Pairs of testsequences are generated by Roth's D-algorithm. An example is given to illustrate the application of this method to particular sequential circuit.

ТАБЛИЧНЫЙ СПОСОБ СИНТЕЗА ТЕСТОВ ДЛЯ  
КОМБИНАЦИОННЫХ БЛОКОВ

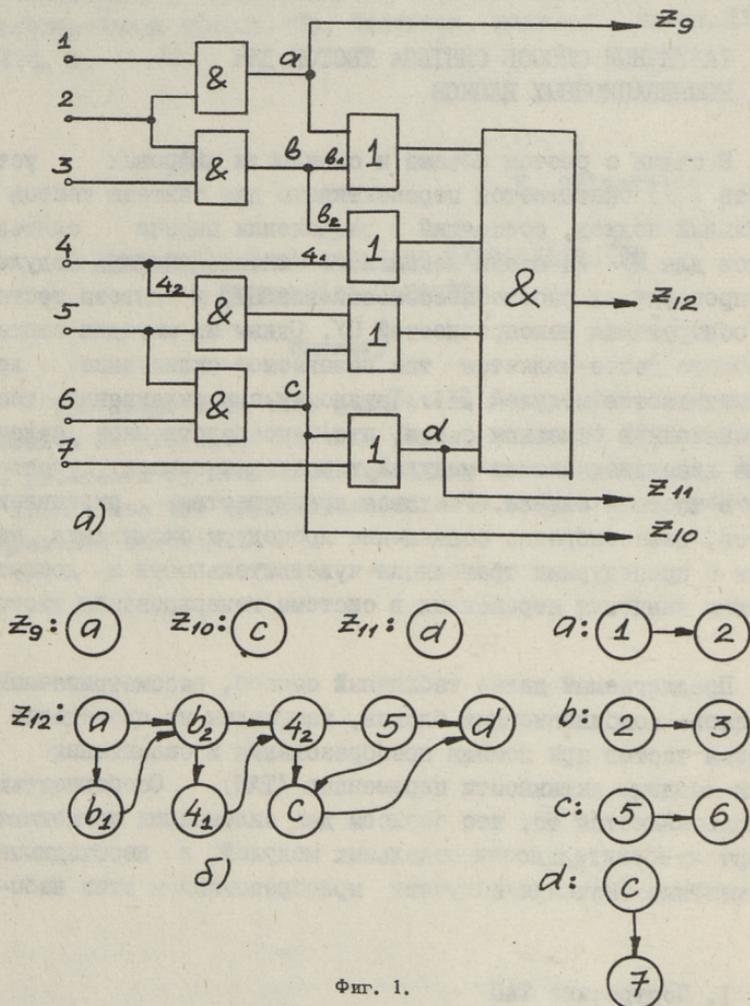
В связи с ростом объема и сложности цифровых устройств (ЦУ) оказывается перспективным для синтеза тестов модульный подход, состоящий в разделении задачи синтеза тестов для ЦУ на этапы локального синтеза тестов модулей для проверки их работоспособности вне ЦУ, и синтеза тестов для обнаружения неисправностей ЦУ. Одним из методов синтеза общего теста является так называемое склеивание локальных тестов модулей [1]. Трудности при склеивании тестов связаны в основном с тем, что непосредственное склеивание локальных тестов модулей в реальных схемах удается лишь в частном случае. Учитывая преимущества склеивания тестов, целесообразно совмещение процедуры склеивания наборов с процедурами трансляции чувствительности и доопределения значения переменных в системе генерирования тестов ЦУ.

Предлагаемый далее табличный способ, рассматриваемый на основе комбинационных блоков, направлен на проведение синтеза тестов при помощи преобразования и склеивания строк таблицы активности переменных (ТАП). Особенностью подхода является то, что базисом для склеивания применяют наборы чувствительности отдельных модулей, а необходимые константные значения получают преобразованием этих наборов.

## I. Построение ТАП

Предлагаемый подход базируется на таблице активности переменных, построенной для блока ЦУ. В дальнейшем под блоком понимается схема (часть схемы) ЦУ, для которой со-

ставляется ТАП и который может быть соединен другими блоками. Комбинационный блок  $B = (X, Z)$  охарактеризован множеством входных  $X_1 = \{x_1, \dots, x_m\}$  и выходных  $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$  переменных, связь которых описывается в структурном или функциональном виде. Модель блока представляется в виде иерархической системы альтернативных графов (АГ) [2], в которой каждой АГ соответствует одновыходной модуль блока.



Фиг. 1.

Структура соединения входных и выходных переменных блока представляется на матрице соединений (МС). Строкам  $i$  МС ( $i=1, 2, \dots, m+r$ ) соответствуют переменные первичных входов и переменные внутренних точек разветвлений (ТР)  $V = \{b_1, \dots, b_r\}$ ,

а столбцам  $j$  ( $j = 1, \dots, r+n$ ) - переменные ТР и первичных выходов. Значение элемента МС  $a_{ij} = p$  показывает число  $p$  вхождения вершин  $i \in \{XUV\}$  в АГ  $j$ ,  $j \in \{BUZ\}$ ,  $p > 1$  описывает кратность сходящегося разветвления  $i$  в пределах модуля  $j$ .

В качестве примера рассматривается многовыходной блок (фиг. 1а) с соответствующей иерархической системой структурных АГ (фиг. 1б). Ветви, выходящие из ТР  $i$  с  $a_{ij} > 1$  на фиг. 1 снабжены индексами, а все остальные ветви однозначно охарактеризованы выходами модулей  $j$ . МС для примера приведен в табл. I.

Т а б л и ц а I

|   | a | b | c | d | z <sub>9</sub> | z <sub>10</sub> | z <sub>11</sub> | z <sub>12</sub> |
|---|---|---|---|---|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | 1 |   |   |   |                |                 |                 |                 |
| 2 | 1 | 1 |   |   |                |                 |                 |                 |
| 3 |   |   |   |   |                |                 |                 |                 |
| 4 |   |   |   |   |                |                 |                 | 2               |
| 5 |   |   | 1 |   |                |                 |                 | 1               |
| 6 |   |   | 1 |   |                |                 |                 |                 |
| 7 |   |   |   | 1 |                |                 |                 |                 |
| a |   |   |   |   | 1              |                 |                 | 1               |
| b |   |   |   |   |                |                 |                 | 2               |
| c |   |   |   | 1 |                | 1               |                 | 1               |
| d |   |   |   |   |                |                 | 1               | 1               |

В ТАП представляются наборы чувствительности переменных  $i \in \{XUV\}$ , относительно выходов соответствующих модулей. Для вершин  $i$  в АГ  $j$ ,  $a_{ij} \geq 1$ , определяют на АГ  $j$  все пути  $P_{ij} = \{p_{ij1}, \dots, p_{ijt}\}$ , проверяющие  $i$  на АГ  $j$  парными наборами методом, рассмотренным в [3]. Элемент  $e_k \in r_s$  принимает значение из  $\{0, 1, x, D, \bar{D}\}$ ,

где  $D(\bar{D})$  - чувствительная координата,  $D \in \{0, 1\}$ . Сравнительно с направленным булевым дифференциалом направление изменения чувствительной координаты  $i$  относительно координаты  $j$  определено следующим образом:

$$j = D, \\ i = \begin{cases} D, & \text{если при } i=1 \quad j=1 \\ \bar{D}, & \text{если при } i=0 \quad j=1 \end{cases} \quad (I)$$

В случае  $\exists a_{ij} > 1$ ,  $i = 1, \dots, m+r$  выполняется соединение векторов  $k, l \in P_{ij}$  согласно праву ОС, приведенному в табл. 2.

Векторы  $k$  и  $l$  соединимы приписыванием координате  $e_n$  значения  $x$ , если  $e_{n|k} < OC > e_{n|l} = 1$  и  $\forall e_i, i \neq n, e_{i|k} < OC > e_{i|l} = 0$ .

Описанное сжатие соответствует определению первичных импликантов по непересекающимся простым импликантам на карте Карно для  $\partial_j / \partial_i$ .

Т а б л и ц а 2

|           | 0           | 1           | D           | $\bar{D}$   | x           |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0         | 0           | 1           | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ |
| 1         | 1           | 0           | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ |
| D         | $\emptyset$ | $\emptyset$ | 0           | $\emptyset$ | $\emptyset$ |
| $\bar{D}$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | 0           | $\emptyset$ |
| x         | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | 0           |

Полученные проверяющие наборы располагаются в ТАП группированием векторов  $P_{ij}$  по переменным  $i$ . ТАП для примера фиг. 1 приведена в табл. 3. Группы строк  $P_i$  составлены из строк подгрупп  $P_{ij}$ ,  $j=1, \dots, n+r$ ,  $a_{ij} \geq 1$ . В случае  $a_{ij} > 1$  к проверяемой переменной  $i$  в табл. 3 добавлены индексы ветви. По содержанию,  $P_{ij}$  описывает полное пересекающее покрытие разностной функции  $\delta_j/\delta_i$ . Это свойство наборов  $l \in P_{ij}$  использовано в дальнейшем при определении оператора блокирования.

Таблица 3

| Переменная | №              | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | a | b | c | d | z <sub>9</sub> | z <sub>10</sub> | z <sub>11</sub> | z <sub>12</sub> |
|------------|----------------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1          | 1              | D  | 1 |   |   |   |   |   | D |   |   |   |                |                 |                 |                 |
| 2          | 2              | 1  | D |   |   |   |   |   | D |   |   |   |                |                 |                 |                 |
|            | 3              |    | D | 1 |   |   |   |   |   | D |   |   |                |                 |                 |                 |
| 3          | 4              |    | 1 | D |   |   |   |   | D |   |   |   |                |                 |                 |                 |
| 4          | 4 <sub>2</sub> | 5  |   |   | D | 1 |   |   |   | 1 | 0 | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | 4 <sub>1</sub> | 6  |   |   | D |   |   |   | 1 | 0 | 1 | 1 |                |                 |                 | D               |
| 5          | 7              |    |   |   | 1 | D |   |   | 1 |   | 0 | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | 8              |    |   |   | 1 | D |   |   | 0 | 1 | 0 | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | 9              |    |   |   |   | D | 1 |   |   |   | D |   |                |                 |                 |                 |
| 6          | 10             |    |   |   | 1 | D |   |   |   |   | D |   |                |                 |                 |                 |
| 7          | 11             |    |   |   |   |   |   | D |   |   | 0 | D |                |                 |                 |                 |
| a          | 12             |    |   |   |   |   |   |   | D |   |   |   | D              |                 |                 |                 |
|            | 13             |    |   |   | 1 | 1 |   |   | D | 0 |   | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | 14             |    |   |   | 1 | 0 |   |   | D | 0 | 1 | 1 |                |                 |                 | D               |
| b          | b <sub>2</sub> | 15 |   |   | 0 |   |   |   | 1 | D | 1 | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | b <sub>1</sub> | 16 |   |   | 1 | 1 |   |   | 0 | D | 1 | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | b <sub>1</sub> | 17 |   |   | 1 | 0 |   |   | 0 | D | 1 | 1 |                |                 |                 | D               |
| c          | 18             |    |   |   | 1 | 0 |   |   |   | 1 | D | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | 19             |    |   |   | 0 |   |   |   |   | 1 | D | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | 20             |    |   |   | 1 | 0 |   |   | 1 | 0 | D | 1 |                |                 |                 | D               |
|            | 21             |    |   |   |   |   |   |   |   |   | D |   |                | D               |                 |                 |
|            | 22             |    |   |   |   |   |   | 0 |   |   | D | D |                |                 |                 |                 |
| d          | 23             |    |   |   | 1 | 1 |   |   | 1 |   |   | D |                |                 |                 | D               |
|            | 24             |    |   |   | 1 | 0 |   |   | 1 |   | 1 | D |                |                 |                 | D               |
|            | 25             |    |   |   | 0 |   |   |   |   | 1 | 1 | D |                |                 |                 | D               |
|            | 26             |    |   |   | 1 | 1 |   |   | 0 | 1 |   | D |                |                 |                 | D               |
|            | 27             |    |   |   | 1 | 0 |   |   | 0 | 1 | 1 | D |                |                 |                 | D               |
|            | 28             |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   | D |                |                 |                 | D               |

Таким образом, ТАП содержит множество наборов чувствительности вершин  $i \in \{X \cup V\}$ ,  $i=1, \dots, m+r$ , определенных на множестве входов модуля  $j$ ,  $a_{ij} \geq 1$ . В дальнейшем рассматривается синтез тестов для ЦУ методом преобразования и склеивания строк ТАП.

## 2. Определение операции на ТАП

Определение 1. Склеиванием называется операция на ТАП, проведенная между координатами двух строк ТАП согласно оператору склеивания (СКЛ), приведенного в табл. 4.

Синтез тестов по принципу активизации путей состоит из этапа активизации существенного пути от места появления неисправности, до первичного выхода схемы, и из этапа доопределения необходимых значений, для обеспечения чувствительности активизированного пути. По содержанию, оба этапа должны реализоваться также при синтезе тестов методом склеивания.

Т а б л и ц а 4

|           |             |             |             |             |           |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
|           | 0           | 1           | D           | $\bar{D}$   | x         |
| 0         | 0           | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | 0         |
| 1         | $\emptyset$ | 1           | $\emptyset$ | $\emptyset$ | 1         |
| D         | $\emptyset$ | $\emptyset$ | D           | $\emptyset$ | D         |
| $\bar{D}$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\bar{D}$   | $\bar{D}$ |
| x         | 0           | 1           | D           | $\bar{D}$   | x         |

Определение 2. Активизация чувствительного пути с  $i$  до первичного выхода выполняется на ТАП поочередным склеиванием двух строк  $l \in P_{ij}$ ,  $m \in P_{jk}$ , пока  $k \in Z$ .

Обеспечение условий чувствительности для данного пути в этапе доопределения требует склеивания с наборами, обеспечивающими константное значение выхода модуля. Необходимые при этом наборы вырабатываются соответственно двумя способами:

I) Определение 3. Фиксирование  $e_{k|m} = D$  на  $e_{k|m}^* = 1(0)$  на базисе строки  $m \in P_{rk}$  выполняется заменой  $e_{r|m} = D$  на  $e_{r|m}^* = 1(0)$  или  $e_{r|m} = \bar{D}$  на  $e_{r|m}^* = 0(1)$  (операция замены ЗАМ).

По сути дела, такой заменой на наборе  $m$  фиксируется один из двух конечных путей, входящих в состав парного набора проверки  $r$  на АГ  $k$ . Очевидно ЗАМ на строке  $m \in P_{rk}$  является для фиксации значения координаты  $e_k$ , применяемой в случае, если  $r$  не принадлежит к чувствительному пути. В таком случае можно увеличить склеиваемость набора  $m^*$  устранением из  $m^*$  значения переменных, находящихся в  $m$  на конечном пути к противоположному значению сравнительно с  $m$ . Сказанное выполняется симуляцией пути на АГ  $k$  при значении из  $m^*$  до выходения из АГ, а все не использованные при этом значения  $m^*$  удаляются.

2) Если применение ЗАМ приведет к противоречию, то вместо него необходимо применять операцию блокирования.

Определение 4. Фиксирование  $e_{\kappa|m} = D$  на  $e_{\kappa|m^{**}} = 1(0)$  на базисе строки  $m \in P_{rk}$  вне зависимости от значения  $e_r$  проводится операцией блокирования (БЛОК) к значению  $r$ . При этом образуется строка  $m^{**}$  следующим образом:

1.  $e_{r|m} = D$  заменяется на  $e_{r|m^{**}} = X$ .

2. Выбирается некоторый  $p$ ,  $e_{p|m} = 1(0)$ , значение которого заменяется на противоположное  $e_{p|m^{**}} = \bar{e}_{p|m} = 0(1)$ , если удовлетворены следующие условия:

а)  $e_{p|m} = 1(0)$ ,  $\forall e_{p|n} = 0(1)$ ,  $m, n \in P_{rk}$

б)  $\exists l \in P_{rk}$

в) в МС  $\alpha_{rk} = 1$ ,

и если значение зафиксированной таким образом константы

$$e_{\kappa|m^{**}} \left. \begin{array}{l} e_{\kappa|m^{**}} = 1, \text{ если } P_{rk} p = D(\bar{D}) \quad e_{p|m} = 0(1), \\ e_{\kappa|m^{**}} = 0 \text{ в противоположных случаях} \end{array} \right\} \quad (2)$$

удовлетворяют требованию.

Замечание. Операция БЛОК может дать решение также при выборе  $\alpha_{rk} > 1$ . При этом условие а) не учитывается, а необходимым оказывается симуляция набора  $m^{**}$  на АГ к для проверки результата. Кроме того, как и при  $m^*$  можно применять симуляцию для устранения ненужных значений в  $m^{**}$ .

Определение 5. Условия чувствительности обеспечиваются склеиванием строки  $l \in P_{ij}$  для всех переменных  $e_{\kappa|l} = 1(0)$ ,  $\kappa \in V$  со строками  $m^*$  и/или  $m^{**}$ ,  $m \in P_{rk}$ . Процедура повторяется, пока при всех несклеенных  $e_{\kappa|l} = 1(0)$   $\kappa \in X$ .

Таким образом, при помощи операции ЗАМ и БЛОК от парных тестов, проверяющих вершину  $i$  через выход модуля  $j$ , получаются наборы с требуемым значением  $j$  при фиксированном, а также при безразличном значении  $i$ . Склеивание строк ТАП с преобразованными строками позволяет получить проверяющие наборы для блока.

### 3. Применение ТАП

На описанной основе вырабатываются методы для решения частичных задач синтеза тестов, возникающих при модульном подходе, путем склеивания строк ТАП.

#### 1. Локальный синтез тестов для блока.

Пример. Обеспечение проверки вершины  $a$  в строке  $I_3 \in P_a, z_{12} \text{ ИДОИД}(4, 5, a, b, d, z_{12})$  (табл. 3) выполняется склеиванием строки  $I_3$  со строками, обеспечивающими  $b=0, d=1$ . Выбираем строки  $m_b = 4, m_d = 22$ . Проводится преобразование  $m_b^* = \{I00\} (2, 3, b), m_b^{**} = \{00\} (2, b), m_d^* = \{0II\} (7, c, d), m_d^{**} = \{II\} (7, d)$ . Для склеивания с  $I_3 = \{IIDOI\} (4, 5, a, b, d)$  выбирается  $m_b^*$  и  $m_d^{**}$ , так как использование  $m_d^*$  требовало бы доопределения таким же образом значения  $c=1$ . Результатом склеивания является вектор  $\{I0IIIDOI\} (2, 3, 4, 5, 7, a, b, d)$ . Полученный таким образом набор позволяет кроме  $a$  через  $z_{12}$  проверить также первичный вход  $I$  (строка  $I$  в табл. 3,  $a=D, 1=D$  склеивается с полученным вектором). Проведение через  $a$  проверки первичного входа  $2$  требовало бы выполнения склеивания со строкой  $m_b^{**}|_3 = \{00\} (3, b)$ .

Таким образом, применение ТАП позволяет склеиванием строк образовывать чувствительные пути в блоке. Порядок склеивания строк вырабатывается в соответствии с требованиями, предъявленными множеству искомым тестов блока при решении конкретной задачи. С тем на ТАП применение описанных операций позволяет реализовать различные алгоритмы генерирования тестов.

#### 2. Склеивание проверяющих наборов на межблоковом уровне.

- Трансляция проверяющих наборов через последующий блок. В качестве одного из вариантов предлагается в ТАП последующего блока довести условия чувствительности на наборах, проверяющих входные переменные, до первичных входов. Наличие в модифицированном таким образом ТАП некоторого входного набора, склеиваемого с транслируемым набором, является необходимым (но недостаточным) условием для выполнения трансляции. Если такой входной набор находится, то полный транслирующий набор вырабатывается вышеописанным об-

разом. Предлагаемый подход позволяет определить трансляцию также по нескольким чувствительным входам одновременно.

— Обеспечение требуемых выходных наборов в качестве входов последующего блока. Переход от чувствительных наборов на наборы с константными значениями выходов модулей, позволяет решить эту задачу на ТАП путем склеивания. Наличие при этом информации о чувствительности позволяет решение данной задачи соединить с определением неисправностей блока, проверка которых одновременно осуществляется.

Решение рассмотренных в данном пункте задач не требует применения МС. Однако заданная с МС структура сходящихся разветвлений позволяет выработать алгоритмы выбора наборов при склеивании с целью уменьшения перебороч при склеивании наборов ТАП.

### Заключение

Рассматривался синтез тестов для комбинационных устройств путем преобразования и склеивания строк ТАП, который содержит наборы чувствительности одновыходных модулей блока. Применение такой модели позволяет выполнить склеивание наборов образом, который по содержанию сравнителен с активизацией путей, а также соединить тестовые наборы блоков непосредственным склеиванием. Одинаковые правила склеивания и представления склеиваемых наборов позволяют на базисе ТАП выработать разные алгоритмы, необходимые для решения частных задач синтеза тестов при модульном подходе.

### Л и т е р а т у р а

1. Гуляев В.А. Использование метода подсхем при построении тестов для блоков вычислительных машин. — Электроника и моделирование. 1975, № 10, с. 91-99.

2. Убар Р.Р. Генерирование тестов при цифровых схемах при помощи модели альтернативных графов. — Тр. Таллинск. политехн. ин-та, № 409, Таллин, 1976, с. 75-81.

3. Плакк М.П., Убар Р.Р. Построение тестов цифровых схем при помощи модели альтернативных графов. — Автоматика и телемеханика, 1980, № 5, с. 152-163.

Tabellarisches Verfahren zur Testsynthese  
für kombinatorische Blöcke

Zusammenfassung

Es wird ein tabellarisches Verfahren zur Testsynthese für kombinatorische Schaltnetzwerke vorgestellt, das auf der Sensibilitätstabelle von Variablen beruht. Das vorgeschlagene Herangehen ermöglicht, die bei Modulprinzip der Testsynthese entstehenden Aufgaben unter Verwendung von Modifizieren und Zusammenkleben der Tabellenzeilen zu lösen.



П.Л. Лейс, А.В. Судницын

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ МИКРОПРОГРАММНЫХ АВТОМАТОВ  
С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ЧИСЛО ВХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

## I. Введение

Настоящая работа посвящена проблеме декомпозиционного синтеза микропрограммных автоматов (МПА), при котором ограничено число входных переменных (каналов) компонентных автоматов. Такая задача возникает, например, при синтезе МПА на базе БИС. Как известно, одной из характеристик программируемой логической матрицы (ПЛМ) является число входных полюсов, а микропроцессор ограничен по длине принимаемого входного слова за цикл. В [1] был рассмотрен метод декомпозиции МПА по ортогональному множеству разбиений  $P = \{\pi_1, \dots, \pi_i, \dots, \pi_n\}$  на множестве внутренних состояний декомпозируемого автомата. С каждым разбиением  $\pi_i, 1 \leq i \leq n$  сопоставляется компонентный автомат, свойства которого определены как свойствами разбиения  $\pi_i$ , так и свойствами других разбиений из  $P$ . Выбор множества  $P$  осуществляется на основе анализа декомпозируемого автомата. Задача выбора исходного МПА с учетом ограничений на число входных переменных компонентных автоматов решается в [2], где сформулировано достаточное условие, которому должны удовлетворять разбиения  $\pi_i$  из множества  $P$ . В данной работе уточняются некоторые понятия и приводится необходимое и достаточное условие существования такой декомпозиции. Это, в свою очередь, позволит расширить класс МПА, декомпозируемых с учетом данных ограничений. Следует отметить, что тем самым обобщаются и результаты, полученные в [3], определяющие условия ослабленной функциональной зависимости функций возбуждения элементов памяти от внешних входных переменных.

## 2. Основные понятия

При решении поставленной задачи достаточно рассмотреть модель МПА без выходных сигналов и функции выходов.

Определение 1.

Микропрограммный автомат (без выхода) есть тройка

$$A = (S, \{0, 1\}^l, \delta),$$

где  $S$  — конечное множество состояний автомата,

$\{0, 1\}^l$  —  $l$ -мерное булево пространство входов.

$\delta: S \times \{0, 1\}^l \rightarrow S$  — функция перехода автомата.

Двоичные входные переменные, соответствующие входным каналам МПА, обозначим через  $x_1, \dots, x_l$ . Каждому переходу МПА из состояния  $s_m$  в состояние  $s_t$  будем ставить в соответствие комплекс 0-кубов [4]

$$K^0(s_m, s_t) = \{z \in \{0, 1\}^l \mid \delta(s_m, z) = s_t\}.$$

Безыбыточное покрытие комплекса  $K^0(s_m, s_t)$  [4] обозначим через  $C(s_m, s_t)$ . Введем вспомогательную функцию  $F_\pi: S \times \{0, 1\}^l \rightarrow \pi$ , определенную следующим образом

$$F_\pi(s, z) = B, \text{ если } \delta(s, z) \in B,$$

где  $\pi$  — некоторое разбиение на  $S$  и  $B \in \pi$ .

Каждой паре  $(s, B) \in S \times \pi$  ставим в соответствие комплекс 0-кубов

$$K^0(s, B) = \{z \in \{0, 1\}^l \mid F_\pi(s, z) = B\}.$$

Безыбыточное покрытие комплекса  $K^0(s, B)$  обозначим через  $C(s, B)$ . Будем говорить, что каждый куб размерности  $r$  имеет  $(l-r)$  связанных координат и  $r$  свободных координат.

Определение 2 [5].

Неполностью определенным разбиением (НОР)  $\tau = \{B_1, \dots, B_q, B_d\}$  на множестве  $S$  называется множество непересекающихся подмножеств множества  $S$ , объединение которых есть  $S$ . Здесь  $B_1, \dots, B_q$  — классы эквивалентности, а  $B_d$  — специальный блок, который может быть и пустым, такой, что  $B_d = S \setminus \bigcup_{i=1}^q B_i$ . Элементы  $B_d$  могут быть произвольным образом распределены между блоками  $B_i, i = 1, \dots, q$  для образования полностью определенного разбиения.

### Определение 3.

Сумма двух НОР  $\tau_1$  и  $\tau_2$  есть НОР  $\tau$  на множестве  $S$  такова что 1)  $s_m$  и  $s_t$  принадлежат одному и тому же неспециальному блоку НОР  $\tau$ , если и только если существует последовательность элементов из  $S$ ,  $s_m = s_0, s_1, \dots, s_n = s_t$ , в которой для  $0 \leq j \leq n-1$ ,  $s_j$  и  $s_{j+1}$  принадлежат одному и тому же неспециальному блоку либо в  $\tau_1$ , либо в  $\tau_2$ .

2)  $s_m$  и  $s_t$  принадлежат специальному блоку НОР  $\tau$ , если и только если они принадлежат специальным блокам как в  $\tau_1$ , так и в  $\tau_2$ .

### Определение 4.

НОР  $\tau_1$  меньше или равно НОР  $\tau_2$ ,  $\tau_1 \leq \tau_2$ , если и только если 1) для всех неспециальных блоков  $B_i \in \tau_1$  существует  $B_j \in \tau_2$  такой, что  $B_i \subseteq B_j \cup B_{d_2}$ .

2) если существует множество  $A_2 = \{B_j \in \tau_2 \mid j \neq d_2 \& B_j \subseteq B_{d_1}\}$ , то существует и множество  $A_1 = \{B_i \in \tau_1 \mid i \neq d_1 \& B_i \subseteq B_{d_2}\}$ , по мощности большее, чем  $|A_2|$ .

Множество всех разбиений  $\pi$  не меньших, чем НОР  $\tau$ , обозначим через  $G(\tau)$ .

### 3. Метод выбора разбиений

В исходном МПА каждому состоянию  $s$  и каждой входной  $k$ -й переменной, существенной при переходе из состояния  $s$ , можно поставить в соответствие наименьшее НОР  $\alpha(s, k) = \{B_i, B_d\}$  такое, что для всех  $B_i$  из  $\alpha(s, k)$  в комплексе кубов  $C(s, B_i)$  координата  $k$  - свободная либо, если МПА определен не полностью, существует  $C^*(s, B_i)$  - комплекс минимальной мощности, удовлетворяющий условиям

1)  $C(s, B_i) \subseteq C^*(s, B_i)$ ;

2)  $C^*(s, B_i)$  имеет свободную  $k$ -ю координату.

Нетрудно заметить, что такое расширение комплекса  $C(s, B_i)$  до комплекса  $C^*(s, B_i)$  всегда возможно за счет элементов из  $K_{dc}^0(s)$  - комплекса тех 0-кубов, для которых переход из состояния  $s$  не определен.

Определение 5.

Первичным  $\alpha$  - разбиением называется разбиение

$$\alpha(\kappa) = \sum_{s \in S} \alpha(s, \kappa).$$

Из определения следует, что первичное разбиение  $\alpha(\kappa)$  есть разбиение на  $S$  такое, что для всех  $s$  из  $S$  и  $B$  из  $\alpha(\kappa)$  либо в комплексе  $C(s, B)$ , либо в комплексе  $C^*(s, B)$   $\kappa$ -я координата свободна.

Определение 6.

$\alpha$  - разбиением называется разбиение

$$\alpha(L') = \sum_{\kappa \in L'} \alpha(\kappa),$$

где  $L' \subseteq \{1, \dots, l\}$ .

Как показано в [2], для различных  $\kappa \in L'$  и  $p \in L'$  существуют независимые расширения комплексов  $C(s, B_\kappa)$  и  $C(s, B_p)$ , т.е. если  $B_\kappa \cap B_p = \emptyset$ , то  $C'(s, B_\kappa) \cap C'(s, B_p) = \emptyset$ ,

где  $B_\kappa \ni \alpha(s, \kappa)$ ,  $B_p \ni \alpha(s, p)$ ;  $B_\kappa, B_p \in \pi$ .

$$C'(s, B_\kappa) = C^*(s, B_\kappa) \setminus C(s, B_\kappa),$$

$$C'(s, B_p) = C^*(s, B_p) \setminus C(s, B_p).$$

Пусть  $L_\alpha \subseteq \{1, \dots, l\}$  - множество несущественных внешних входных переменных для компонентного автомата  $A_i$ , построенного по разбиению  $\pi_i$  из  $P$ .

Справедлива следующая теорема.

Теорема.

Поведение компонентного автомата  $A_i$  существенно не зависит от множества внешних входных переменных  $L'$ , т.е.

$L' \subseteq L_\alpha$ , только в том случае, если

$$\pi_i \geq \alpha(L'). \quad (I)$$

Доказательство. В [3] показано, что  $L = L_{c\alpha}$ , где  $L_{c\alpha}$  - множество несущественных переменных комплексов  $\{C(s_j, B_r) / s_j \in S,$

$B_r \in \pi_i\}$ . Следовательно, доказательство теоремы сводится к доказательству утверждения

$$\pi_i \geq \alpha(L') \Leftrightarrow L' \subseteq L_{c\alpha}. \quad (2)$$

Пусть  $\kappa \in L'$ , но не содержится в  $L_{c\alpha}$ , т.е. существуют  $s \in S$  и  $B \in \pi_i$  такие, что в  $C(s, B)$   $\kappa$ -я координата связана, и не существует  $C^*(s, B)$ , в котором  $\kappa$ -я координата

Таблица 1

| Исход. сост. | Сост. перех.                    | Входной сигнал            |
|--------------|---------------------------------|---------------------------|
| I            | 6                               | $x_1$                     |
|              | 2                               | $\bar{x}_1 x_2$           |
|              | 8                               | $\bar{x}_1 \bar{x}_2$     |
| 2            | 4                               | $x_1 x_3$                 |
|              | 6                               | $x_1 \bar{x}_3$           |
|              | 2                               | $\bar{x}_1 x_2 x_3$       |
|              | 3                               | $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$ |
|              | 8                               | $\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$ |
| 9            | $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$ |                           |
| 3            | 4                               | $x_1$                     |
|              | I                               | $\bar{x}_1 x_2$           |
|              | 7                               | $\bar{x}_1 \bar{x}_2$     |
| 4            | 3                               | $x_1$                     |
|              | 5                               | $\bar{x}_1$               |
| 5            | I                               | $x_1 x_3$                 |
|              | 3                               | $x_1 \bar{x}_3$           |
|              | 5                               | $\bar{x}_1 x_3$           |
| 6            | $\bar{x}_1 \bar{x}_3$           |                           |
| 6            | I                               | $x_1$                     |
|              | 4                               | $\bar{x}_1$               |
| 7            | 2                               | $\bar{x}_1$               |
|              | 3                               | $x_1$                     |
| 8            | 2                               | $\bar{x}_1 x_3$           |
|              | I                               | $x_1 x_3$                 |
|              | 3                               | $\bar{x}_3$               |
| 9            | I                               | I                         |

Таблица 2

| Исход. сост. | Сост. перех. | Входной сигнал        |
|--------------|--------------|-----------------------|
| $s_1$        | $s_2$        | $x_1$                 |
|              | $s_1$        | $\bar{x}_1 x_2$       |
|              | $s_3$        | $\bar{x}_1 \bar{x}_2$ |
| $s_2$        | $s_1$        | $x_1$                 |
|              | $s_2$        | $\bar{x}_1$           |
| $s_3$        | $s_1$        | 1                     |

Таблица 3

| Исход. сост. | Сост. перех. | Входной сигнал  |
|--------------|--------------|-----------------|
| $t_1$        | $t_2$        | $\bar{x}_1$     |
|              | $t_3$        | $x_1$           |
| $t_2$        | $t_2$        | $\bar{x}_1 x_3$ |
|              | $t_1$        | $x_1 x_3$       |
|              | $t_3$        | $\bar{x}_3$     |
| $t_3$        | $t_1$        | 1               |

свободна (в случае неполноты определенного автомата). Но  $\pi_i \geq \alpha(L') \geq \alpha(s, k)$ , что опровергает исходное утверждение и доказывает достаточность условия (2).

Пусть теперь  $L' \subseteq L_x$ , но  $\pi_i \leq \alpha(L)$ . В этом случае существуют  $s \in S$  и  $k \in L'$  такие, что  $\alpha(s, k) \geq \pi_i$ . Однако по определению  $\alpha(s, k)$  есть наименьшее НОР такое, что для всех  $B \in \alpha(s, k)$  в  $C^*(s, B)$   $k$ -я координата свободная. Следовательно, исходное предположение неверно и условие (2) является необходимым. Теорема доказана.

Из теоремы непосредственно следует метод выбора искомого ортогонального множества разбиений  $\{\pi_i\}$  ( $1 \leq i \leq n$ ). Метод основан на том, что для каждого разбиения  $\pi_i$  существует соответствующее  $\alpha$ -разбиение, удовлетворяющее ограничению по числу входных переменных.

Пример: Рассмотрим декомпозицию МПА  $A$ , заданного в табл. 1, имеющего три существенных входных переменных. По таблице переходов МПА  $A$  находим, что  $\alpha(x_2) = (\overline{2,8}; \overline{3,6,9}; \overline{1,4,7}; \langle 5 \rangle)$ ,  $\alpha(x_3) = (\overline{1,2,3}; \overline{4,5,6}; \overline{8,9}; \langle 7 \rangle)$ . На множестве состояний исходного автомата есть два ортогональных разбиения со свойством подстановки [1]:

$$\pi_1 = (\overline{1,2,3}; \overline{4,5,6}; \overline{7,8,9}) \quad \text{и} \quad \pi_2 = (\overline{1,4,7}; \overline{2,5,8}; \overline{3,6,9}).$$

Нетрудно заметить, что  $\pi_1 \geq \alpha(x_3)$  и  $\pi_2 \geq \alpha(x_2)$ . В результате декомпозиции МПА  $A$  по множеству разбиений  $\{\pi_1, \pi_2\}$  получим параллельную сеть автоматов  $A_1$  и  $A_2$  [1], заданный соответственно в табл. 2 и в табл. 3, каждый из которых имеет по две существенных входных переменных.

#### Л и т е р а т у р а

1. J a k o b s o n, G., K e e v a l l i k, A., L e i s, P. Some aspects of the construction of microprogram automata networks. IFAC-symposium "Discrete systems". Dresden, 1977, pp. 120-128.

2. Л е й с П. Л., С у д н и ц ы н А. В. Один метод декомпозиционного синтеза микропрограммных автоматов на программируемых логических матрицах. - Труды Международного Семинара "Прикладные аспекты теории автоматов", Т. I, с. 253-262, Варна, 1979.

3. Лучко В.М. Разработка и исследование алгоритмических методов экономичного кодирования внутренних состояний микропрограммных автоматов. - Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, Л., 1973, с. 18.

4. Миллер Р. Теория переключательных схем. Т. I, М., Наука, 1970, 416 с.

5. Wilkens, E.J. Realisation of sequential machines using random access memory. - "IEEE Trans. Comput.", 1978, vol. C-27, N. 5, pp. 429-441.

P. Leis, A. Sudnitsyn

A Method for Decomposition of Microprogram Automata within the Restriction for the Maximum Number of Binary Inputs

Summary

A method for decomposition of the microprogram automation to component automata with restricted number of binary inputs is presented. The necessary and sufficient conditions for the automata decomposition existence are defined.



Т.Э. Парве, Т.В. Трумм

АВТОКОМПЕНСАЦИОННЫЙ ПРОЦЕНТОМЕТРИЧЕСКИЙ  
ИЗМЕРИТЕЛЬ КОМПЛЕКСНОЙ ПРОВОДИМОСТИ  
С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ ДИСКРЕТНОГО ДЕЙСТВИЯ

Для проведения определенных научных экспериментов [1] необходимо осуществить измерение изменений во времени составляющих комплексной проводимости относительно их начальных значений в процентном виде. Из известных реализаций измерителей комплексных составляющих проводимости [2, 3] большинство требуют определения процентного изменения расчетным путем с использованием начальных значений составляющих, и в связи с этим являются мало пригодными для непрерывной регистрации изменений составляющих. Кроме того, большинство этих приборов дают на исследуемый двухполюсник слишком высокое напряжение, что делает их непригодными для применения в исследованиях электрохимических процессов. Известные же специально разработанные приборы [3, 4, 5] не обеспечивают разрешающей способности порядка 0,1 % и выше по обеим составляющим комплексной проводимости, независимо от того, применен ли в них принцип параметрического уравнивания [6] или управляемых источников [7, 8].

Исследование известных технических решений измерителей комплексных составляющих (ИКС) показало, что самое сильное ограничивающее влияние на разрешающую способность оказывает наличие фазовой погрешности в узлах квадратурного синхронного детектирования. Для обеспечения разрешающей способности в 0,1 % следует даже при выгодных отношениях комплексной проводимости обеспечить суммарную фазовую погрешность преобразующего тракта ниже 0,1°. Такое значение фазового сдвига в диапазоне звуковых частот может быть обеспечено при применении синхронных детекторов дискретного действия.

Естественно, что при этом и управляемые источники для питания измерительной схемы целесообразно выполнить в виде устройств дискретного действия, однако при подаче на емкостный элемент напряжения ступенчатой формы, форма тока через него приобретает вид последовательности коротких импульсов [3, п. 4-23], заряд которых изменяется во времени по закону, первая гармоника которого квадратурна относительно первой гармоники напряжения, если длительность импульсов достаточно мала. Малая длительность импульсов тока может быть обеспечена малым внутренним сопротивлением источника напряжения. Например, для обеспечения погрешности квадратурности меньше  $0,1^\circ$  на частоте 10 кГц тока в конденсаторе с емкостью 1 мкФ, внутреннее сопротивление источника ступенчатого напряжения не должно превышать 0,025 Ом. В реальных же устройствах ограничена и величина выходного тока источника. Например, требуемое пиковое значение выходного тока источника при высоте скачка ступенчатого напряжения 0,25 В и при выходном сопротивлении 0,025 Ом достигает 10 А. Естественно, из-за большого значения пикового тока затруднена реализация источников ступенчатых напряжений. К сравнению, амплитуда первой гармоники тока через конденсатор при указанных выше условиях имеет значение 0,1 А при значении первой гармоники ступенчатого напряжения 1 В.

Вторым фактором, ограничивающим повышение разрешающей способности ИКС является наличие в напряжениях, подаваемых на измерительную схему, помех, которые, могут практически без затухания проникнуть на вход усилителя сигнала разбаланса. Такими являются, например, помехи от неравенства переходных процессов разных источников ступенчатых напряжений подключенных одновременно к измерительной схеме. Из-за этих помех придется ограничиться малыми значениями коэффициента усиления у усилителя сигнала разбаланса, чтобы избежать перенасыщения усилителя помехой. Для обеспечения достаточного значения коэффициента передачи преобразовательной цепи в целом, придется увеличить коэффициенты передачи синхронных детекторов и усилителей постоянного тока. С другой стороны, реализация усилителя сигнала разбаланса с большим коэффициентом усиления затруднена также требованием малых фазовых сдвигов, которое трудно выполняется уже на высших частотах звукового диапазона частот [9].

Сильное влияние на разрешающую способность имеет отношение значения комплексных составляющих проводимости исследуемого двухполюсника. Если автокомпенсационный измеритель реализован по схеме с управляемыми источниками [3], то в цепи автокомпенсации измерительная цепь будет входить как звено, передача  $K$  которого по вещественной составляющей  $G$  от источника на вход усилителя сигнала разбаланса зависит от мнимой составляющей  $B$  исследуемой комплексной проводимости. При равновесии передача  $K$  выражается формулой

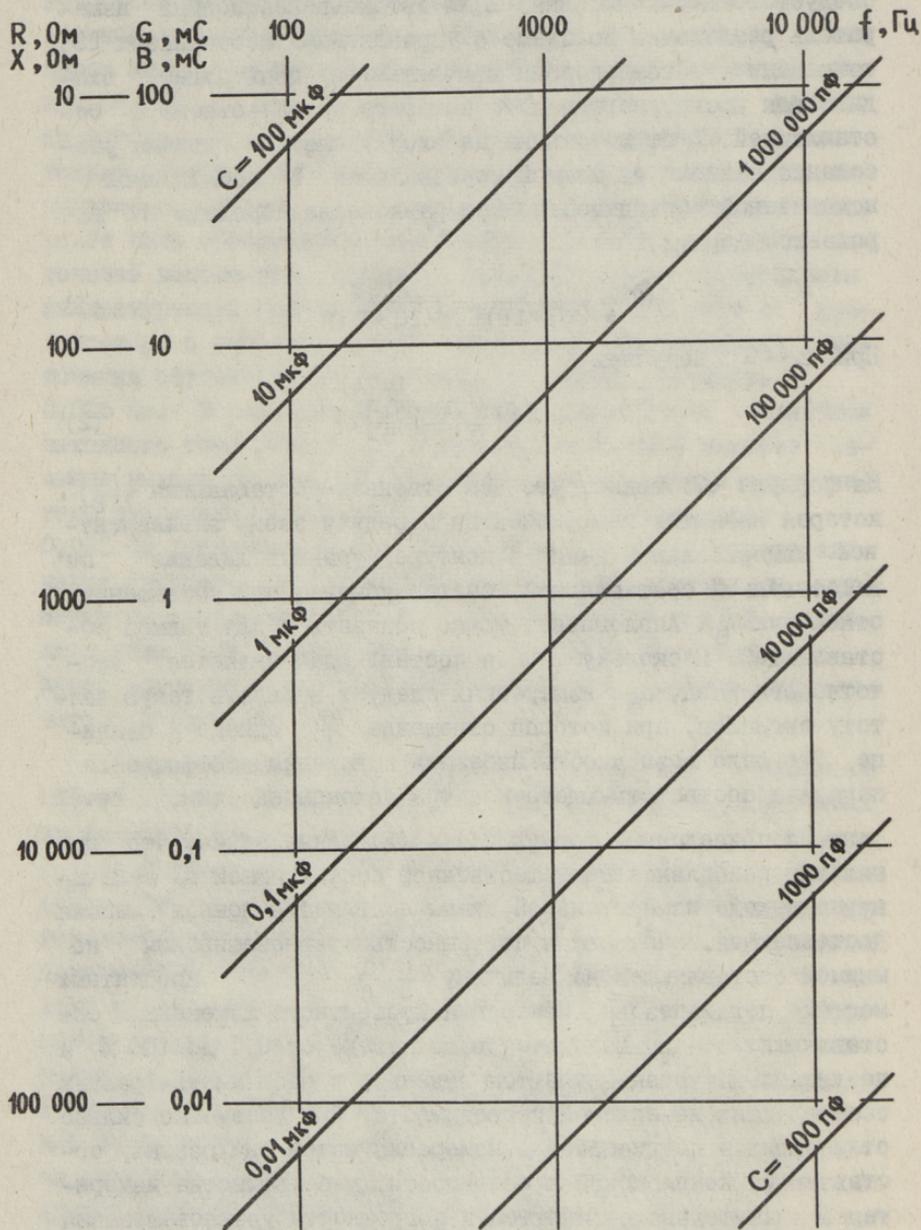
$$K = \frac{2G^2}{(2G+2B)^2} - j \frac{2GB}{(2G+2B)^2}. \quad (1)$$

При  $B \ll G$  получаем

$$K \approx \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{G}{B} \right)^2 - j \frac{G}{B} \right]. \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что вещественная составляющая  $\frac{1}{2} \left( \frac{G}{B} \right)^2$ , которая является коэффициентом передачи звена эквивалентной измерительной цепи в контуре уравнивания по вещественной составляющей, быстро убывает при уменьшении отношения  $\frac{G}{B}$ . Аналогичное можно показать и для мнимой составляющей. Поскольку мнимая составляющая является частотнозависимой, при измерениях следует выбирать такую частоту сигналов, при которой отношение  $\frac{G}{B}$  близко к единице. Это дало возможность избежать повышения коэффициента передачи соответствующего контура автокомпенсации.

Из приведенных формул (1) и (2) также видно, что при наличии разбаланса по вещественной составляющей на величину на выходе измерительной схемы появляется ложная мнимая составляющая, вызывающая погрешность уравнивания по мнимой составляющей на величину  $\frac{1}{2} \cdot \frac{G}{B} \cdot \frac{\Delta G}{G}$ . В процентных мостах поддиапазоны измерения процентного изменения составляющих обычно находятся в диапазоне от 0,1 до 100 % и поддиапазоны устанавливаются отдельно и разными для разных составляющих измеряемой проводимости. При установке сильно отличающихся поддиапазонов измерения изменений разных составляющих комплексной проводимости, у большинства измерителей значительно отличаются и погрешности уравнивания по разным составляющим, и, как было показано выше, погрешность будет больше для составляющей с меньшей проводимостью.



Фиг. 1. Номограмма зависимости проводимости емкости от частоты.

Например, если расчетная погрешность уравнивания по одной составляющей равна 0,01 %, то при отношении  $\frac{B}{G} = 10$  погрешность уравнивания по вещественной составляющей  $G$  равна 1 %, что вызывает ложную составляющую в показании процентного изменения мнимой составляющей с величиной 0,05 %, которая при измерении малых изменений может оказаться вполне заметной. Если же при анализе учитывать и фазовые сдвиги и другие факторы, ухудшающие разрешающую способность измерителя, влияние отношения значений комплексных составляющих на разрешающую способность проявляется еще сильнее.

В большинстве случаев больший интерес представляет измерение изменения вещественной составляющей  $G$ , на точность которой заметно сказывается относительная величина мнимой составляющей  $\frac{B}{G}$ . На фиг. 1 в качестве примера приведена диаграмма, по которой легко определить отношения  $\frac{G}{B}$  и  $\frac{B}{G}$  в диапазоне частот от 100 Гц до 10 кГц при разных значениях емкости чисто емкостной мнимой составляющей измеряемой проводимости.

По приведенным выше причинам автокомпенсационные процентометрические измерители комплексной проводимости по разрешающей способности по составляющей с большей проводимостью лишь незначительно уступают измерителям прямого преобразования и практически не отличаются от них по разрешающей способности по составляющей с меньшей проводимостью, но обеспечивают при этом прямое измерение процентных изменений обоих составляющих комплексной проводимости исследуемого двухполюсника.

#### Л и т е р а т у р а

1. Ш е р е м е т Л.П. Особенности и средства измерения параметров электрохимического импеданса. - В кн.: Электрические и магнитные измерения. Киев, Наукова думка, 1977, с. 124-130.

2. Э п ш т е й н С.Л. Характеристики приборов для измерения основных электрических параметров конденсаторов и диэлектрических материалов. Обзор, вып. I (443), М., 1977.

3. К н е л л е р В.Ю. Автоматическое измерение составляющих комплексного сопротивления. М.-Л., Энергия, 1967, с. 88.

4. Р е з б е н В.А. Электронный процентметр для измерения и записи величин изменяющихся сопротивлений  $z = r + jx$  или проводимостей  $y = g + jb$  электролитов и полупроводников. - Журнал физической химии, т. 25, 1961, № 4, с. 934-938.

5. Ш к у р и н Г.П. Справочник по электро- и электронноизмерительным приборам. М., Воениздат, 1972, 448 с.

6. Справочник по радиоизмерительным приборам. М., Энергия, 1976. 624 с.

7. N a s h i m o t o, S., T a m a m u r a, T. An automatic wide-range digital LCR meter. - Hewlett-Packard Journal, 1976, Sept., p. 9 - 16.

8. В о л г и н Л.И. Линейные электрические преобразователи для измерительных приборов и систем. М., Сов. радио, 1971 333 с. (гл. 4.2).

9. П а р в е Т.Э. Предусилитель для синхронных измерительных преобразователей. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, Таллин, 1978, № 457, с. 65-73.

T. Parve, T. Trumm

An Automatic Compensating Percentmetric Device  
for the Measurements of the Complex Conductance  
Components by means of the Stepwise Signal

Converters

Summary

In this paper there are discussed the problems connected with the projecting of the automatic compensating measurement device for measuring percentual changes in the values of the complex conductance components of the twoport under the test. The main attention is paid to the analysis of the resolution ability of the bridge-type measurement device with automatic compensation. It is shown that the resolution ability of such a device is greatly affected by the ratio of the conductance values of the complex components and by the technical realization of the device. It is also shown that for the low-frequency operation the stepwise conversion of the signals may be used in appropriate diapason of the frequency and of the capacitive component of the conductance.



Б.И. Гордон, С.А. Сеппель, Л.К. Эйнер

КОНИЧЕСКИЕ ПЛАСТОМЕТРЫ И ПРИБОРЫ  
ВЕЙЛЕРА-РЕБИНДЕРАКлассификация, функциональные и структурные схемы,  
основные зависимости

Все известные конические пластометры (КП) и приборы Вейлера-Ребиндера (ПВР) по величине, задаваемой для нагружения рабочего органа (конуса или пластинки) и величине, непосредственно измеряемой (во время пенетрации конуса или сдвига пластинки), несмотря на различия в конструкциях и принципе действия, можно подразделить на четыре типа [1, 2] (таблицы 1 и 2). Хотя в литературе ПВР типа Б и не встречаются (видимо из-за сложности практической реализации мгновенных перемещений), по соображениям полноты и общности классификаций, данный тип введен в таблицу как возможный.

Приборы типа В и Г имеют два преимущества перед приборами типа А и Б:

1) могут обладать целыми наборами различных режимов и скоростей нагружения рабочего органа (конуса или пластинки);

2) они измеряют релаксацию (или ползучесть), в отличие от приборов типа А и Б, из которых лишь лучшие это позволяют.

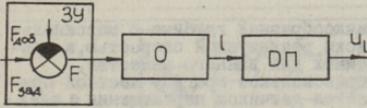
Благодаря последнему пластометры типов В и Г позволяют получать не только пластические характеристики (прочность), но и упруговязкие характеристики [3] исследуемой среды.

По функциональным схемам КП и ПВР, имеющимся в литературе [4 - 20] и приведенным в таблицах 1 и 2, были по-

| Тип | Функциональная схема | Задаваемая и измеряемая величина   |
|-----|----------------------|--|
| A1  |                      | <p>А. Задается скачкообразное усилие, измеряется глубина погружения конуса.</p> <p>А1. Источник усилия - собственный вес, увеличиваемый как правило за счет дополнительных пригрузов. Ось приложения силы совпадает с осью конуса.</p> <p>Глубина погружения конуса определяется например:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) по ризкам на конусе или окуляром по ризкам на хвостовике;</li> <li>в) индикатором часового типа;</li> <li>с) датчиком перемещения с электрическим выходом, например, фотоэлектрическим.</li> </ul>  |
| A2  |                      | <p>Коромысловые, блочные, рычажные.</p> <p>а) Коромысловые. Конус уравнивается гирями. Усилие задается путем устранения части гирь. Глубина погружения конуса определяется окуляром по ризкам на хвостовике.</p> <p>в) Рычажные. Конус уравнивается противовесом. Скачкообразное усилие задается дополнительными гирями. Глубина погружения конуса определяется индикатором часового типа.</p> <p>с) Под действием части неуравновешенной массы конуса (задаваемое усилие) он повисает на контактах, управляющих питанием привода, который поднимает столик с исследуемой смесью, в результате чего конус внедряется в нее. Привод отключается, когда усилие на конусе превышает задаваемое усилие. После спадения усилия замыкающиеся контакты снова включают привод. Опыт завершается, когда при включенном приводе заглобление конуса более не происходит, т.е. заданное усилие уравновешено усилием на конусе.</p> |

Таблица I

Структурная схема и основные зависимости



где ЗУ - задатчик усилия;  
 0 - объект (исследуемая смесь);  
 ДП - датчик перемещения (в некоторых конструкциях может отсутствовать);  
 F - суммарное усилие на конусе;  
 $F_{зад}$  - задаваемое усилие;  
 $F_{доб}$  - добавочное возмущающее усилие;  
 $l$  - глубина погружения конуса;  
 $u_l$  - выходное (входное) напряжение, пропорциональное перемещению;  
 $m_k$  - масса конуса с хвостовиком;

$$F = F_{зад} - F_{доб} (1); \quad l = f(t); \quad u_l = c \cdot l (2);$$

$$a) F_{зад} = m_k g (3); \quad F_{доб} = \pm m_k a + F_{Арх} (4).$$

Примечание 2. Результатом опыта является установившаяся глубина  $l_{уст}$  ( $l_{уст} = f(F)$ ).

$$b) F_{зад} = (m_k + m_z) g (5);$$

$$F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} - F_{иנד} - m_{иנד} g \pm (m_k + m_z + m_{иנד}) a (6);$$

см. примеч. 2.

$$c) F_{зад} = (m_k + m_z) g (7);$$

$$F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} \pm (m_k + m_z) a (8)$$

Примечание 3. Результатом опыта является изменение глубины погружения конуса  $l$  в процессе всего опыта,

Примечание I. Здесь и в дальнейшем все массы приведены к оси конуса.

$g$  - ускорение свободного падения;

$a$  - ускорение движения конуса;

$F_{Арх}$  - выталкивающая сила, равная весу исследуемой смеси в объеме погруженной части конуса;

$F_{уст}$  - усилие с которым конус действует на объект после достижения глубины  $l_{уст}$ ;  $F_{уст}$  отличается от  $F$  на величину членов, включенных в  $a$ ;

$m_z$  - масса гирь;

$F_{тр}$  - усилие трения;

$F_{иנד}$  - усилие реакции ножки индикатора, зависящее от перемещения;

$m_{иנד}$  - масса подвижных частей индикатора

a) Структур.схему, (I) и (2) см. в А1.

где  $m_{кор}$  - масса коромысла, чашечек и подвесов;  
 $m_n$  - масса противовеса;

$$F_{зад} = (m_k - m_z) g (9);$$

$$F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} \pm (m_k + m_z + m_{кор}) a (10);$$

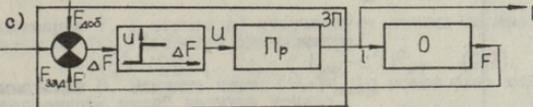
см. примеч.2.

в) Структур.схему, (I) и (2) см. в А1.

$$F_{зад} = m_z g (11);$$

$$F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} - F_{иנד} \pm (m_k + m_z + m_{кор} + m_{иנד} + m_n) a (12);$$

см. примеч.2.



где ЗП - задатчик перемещения;  
 $\Delta F$  - ошибка системы автоматического регулирования;  
 $u$  - напряжение питания двигателя;  
 Пр - привод (двигатель+редуктор);  
 $m_{ст}$  - масса столика с исследуемой смесью и чашей для нее;  
 $m_{пр}$  - масса подвижных частей привода.

$$F = F_{зад} - F_{доб} = \Delta F (13);$$

$$F_{зад} = (m_k - m_z) g (14);$$

$$F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} - F_{иנד} \pm (m_{ст} + m_{пр} + m_{иנד}) a (15);$$

$$l = f(t) (16);$$

см. примеч.2.

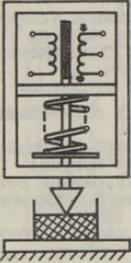
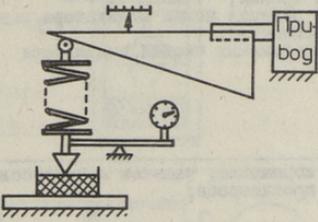
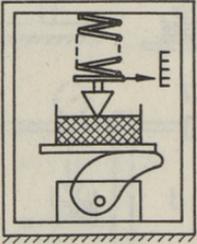
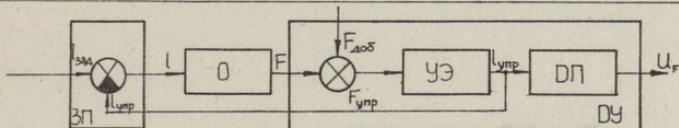
|   |   |   |
|---|---|---|
| Б |    | <p>Задается скачкообразная глубина с максимальной практически реализуемой скоростью, в пределах, допустимых для данного вещества. Усилие, пропорциональное прогибу жесткой пружины, измеряется датчиком перемещения с электрическим выходом, например, дифференциальным трансформатором.</p>                                      |
| В |    | <p>Задаваемое усилие изменяется по определенной закономерности, задаваемой, например, деформацией через шаблон гибкой пружины. Перемещение измеряется датчиком перемещения, например, индикатором часового типа.</p>  |
| Г |  | <p>Задаваемое перемещение изменяется по определенной закономерности, задаваемой, например, шаблоном. Усилие измеряется датчиком усилия, например:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) жестким динамометром;</li> <li>в) состоящим из жесткого упругого элемента и датчика перемещения на базе датчика Холла.</li> </ul> |

Таблица I (продолжение)



$$F = F_{упр} - F_{доб} \quad (17);$$

$$l = l_{зад} \cdot l_{упр}; l_{упр} \ll l_{зад}; l \approx l_{зад} \quad (18);$$

$$U_F = c \cdot l_{упр} = c' \cdot F_{упр};$$

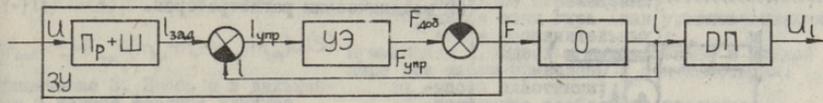
$$F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} - m_k(g \pm a) \quad (19);$$

Примечание 4. Влияние члена  $m_k g$  можно компенсировать в случае т.н. "утопленного нуля" датчика усилия.

$$F = f(l, t) \quad (20).$$

Примечание 5. Результатом опыта является установившееся усилие  $F_{уст} = f(l)$ .

где УЭ - упругий элемент (пружина) датчика усилия;  
 ДУ - датчик усилия;  
 $l_{зад}$  - задаваемое перемещение;  
 $l_{упр}$  - прогиб (растяжение) упругого элемента (пружины) датчика усилия;  
 $F_{упр}$  - усилие упругого элемента (пружины) датчика усилия;  
 $U_F$  - напряжение на выходе датчика перемещения, пропорциональное усилию  $F_{упр}$ .

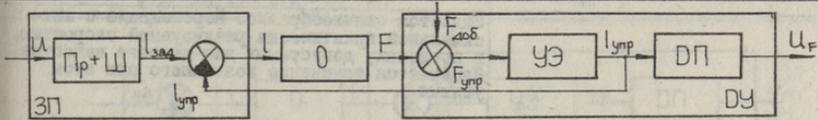


где Ш - шаблон

$$F = F_{упр} - F_{доб} \quad (21); F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} + F_{инд} + (m_{инд} - m_k)g \pm (m_{инд} + m_k)a \quad (22);$$

$$l_{упр} = l_{зад} - l; l \ll l_{зад}; l_{упр} \approx l_{зад} \quad (23); l = f(F, t) \quad (24); \text{ см. примеч. 3.}$$

Примечание 6. Влияние члена  $(m_{инд} - m_k)g$  можно компенсировать в случае т.н. "утопленного нуля" датчика перемещения.



$$F = F_{упр} - F_{доб} \quad (25); F_{доб} = F_{Арх} + F_{тр} \pm (m_{ст} + m_{ш} + m_{пр})a_1 \pm (m_k + m_{дп})a_2 - (m_k + m_{дп})g \quad (26);$$

где  $m_{ш}$  - масса шаблона;

$m_{дп}$  - масса подвижных частей ДП.

$$l \ll l_{зад}; l_{упр}; l_{упр} \ll l_{зад}; l \approx l_{зад} \quad (27).$$

Примечание 7. В случае а) отсутствует датчик перемещения ДП, а масса  $m_{дп}$  заменяется на  $m_{стр}$  (стрелка динамометра).

$$F = f(l, t) \quad (28); U_F = c \cdot l_{упр} = c' \cdot F_{упр} \quad (29).$$

Примечание 8. Влияние члена  $(m_k + m_{дп})g$  может быть компенсировано в случае т.н. "утопленного нуля" датчика усилия.

В случае а) см. примеч. 5.

В случае в) результатом опыта является изменение усилия  $F_{упр}$  в процессе всего опыта.

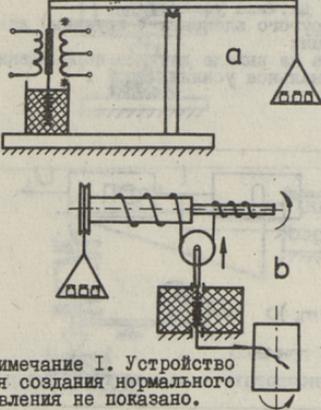
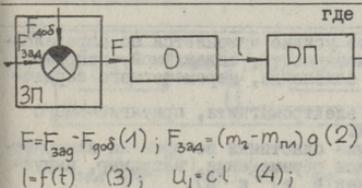
| Тип | Функциональная схема   | Задаваемая и измеряемая величина  |
|-----|--|---|
| А   |  <p data-bbox="135 860 397 918">Примечание I. Устройство для создания нормального давления не показано.</p> | <p data-bbox="536 488 1023 608">Задается скачкообразное усилие, измеряется перемещение пластинки во времени. Коромысловые, блочные, рычажные. Подвижная часть уравнивается частью гирь. Усилие задается дополнительными гирями (пригрузами). Зависимость изменения перемещения во времени</p> <p data-bbox="536 608 1023 679">а) измеряется датчиком перемещения (например, индуктивным) и регистрируется на самописце; в) через механическую передачу регистрируется механическим регистратором.</p> |
| Б   |  | <p data-bbox="536 932 1023 1021">Задается скачкообразное перемещение с максимальной практически реализуемой скоростью, в пределах, допустимых для данного вещества. Измеряется изменение возникшего при этом усилия.</p>  |

Таблица 2.

Структурная схема и основные зависимости



- где
- ЗУ - задатчик усилия;
  - 0 - объект (исследуемая смесь);
  - ДП - датчик перемещения (в некоторых конструкциях может отсутствовать);
  - F - суммарное усилие на пластинке;
  - F<sub>зад</sub> - задаваемое усилие;
  - F<sub>дооб</sub> - добавочное (возмущающее) усилие;
  - l - перемещение пластинки;
  - u<sub>1</sub> - выходное (входное) напряжение, пропорциональное перемещению;
  - m<sub>2</sub> - масса всех гирь (как уравновешивающих, так и дополнительных);

$$F = F_{зад} - F_{дооб} \quad (1); \quad F_{зад} = (m_2 - m_{н1})g \quad (2);$$

$$l = f(t) \quad (3); \quad u_1 = cl \quad (4);$$

$$a) F_{дооб} = F_{тр} - F_{пр} \pm (m_{н1} + m_2 + m_{кор} + m_{ДП})a \quad (5)$$

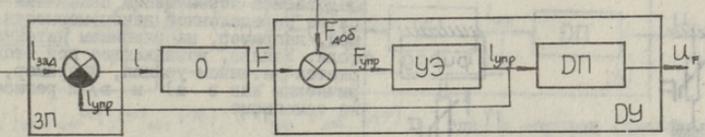
Примечание 3. Здесь и в дальнейшем в данной таблице влияние члена  $F_{пр}$  может быть компенсировано в случае т.н. "утопленного нуля" и при соблюдении двух условий:

- пластинка во время всего цикла измерения остается в среде;
- за время измерения плотность среды остается неизменной.

Примечание 2. Здесь и в дальнейшем в данной таблице все массы приведены к оси пластинки.

- m<sub>н1</sub> - масса пластинки;
- g - ускорение свободного падения;
- F<sub>тр</sub> - усилие трения;
- F<sub>пр</sub> - выталкивающая сила, равная весу исследуемой смеси в объеме пластинки;
- m<sub>кор</sub> - масса коромысла, чашечки и подвесов;
- m<sub>ДП</sub> - масса подвижных частей датчика перемещения;
- a - ускорение движения пластинки;
- m<sub>бл</sub> - масса блока, коловорота и нити.

$$b) F_{дооб} = F_{тр} - F_{пр} \pm (m_{н2} + m_{бл} + m_{ДП})a \quad (6)$$



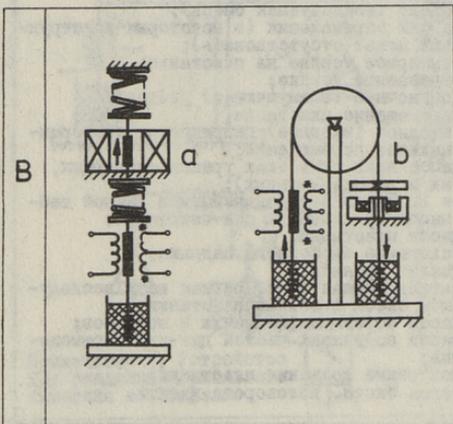
$$l = l_{зад} - l_{упр}; \quad l_{зад} \gg l_{упр}; \quad l \approx l_{зад} \quad (7); \quad \text{где}$$

$$F = F_{упр} - F_{дооб} \quad (8);$$

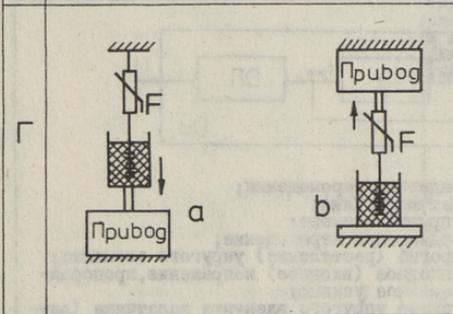
$$F_{дооб} = F_{тр} - F_{пр} \pm a \sum m \quad (9);$$

$$u_r = c \cdot l_{упр} = c' \cdot F_{упр} \quad (10).$$

- ЗП - задатчик перемещения;
- ДУ - датчик усилия;
- УЭ - упругий элемент;
- l<sub>зад</sub> - задаваемое перемещение;
- l<sub>упр</sub> - прогиб (растяжение) упругого элемента;
- u<sub>р</sub> - выходное (входное) напряжение, пропорциональное усилию;
- F<sub>упр</sub> - усилие упругого элемента задатчика (датчика) усилия.

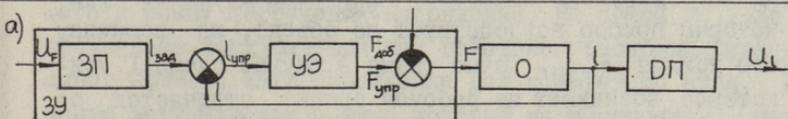


Задаваемое усилие изменяется по определенной закономерности, задаваемой, например: а) током соленоида, перемещающего сердечник; в) током электромагнита, притягивающего сердечник. Перемещение пластинки во времени измеряется датчиком перемещения, например, индуктивным, как в а) и в).



Задаваемое перемещение пластинки изменяется по определенной закономерности, задаваемой, например, напряжением питания двигателя. Усилие, возникающее при этом, измеряется датчиком усилия, например, тензометрическим как в а) и в) и регистрируется на самописце.

Таблица 2 (продолжение)

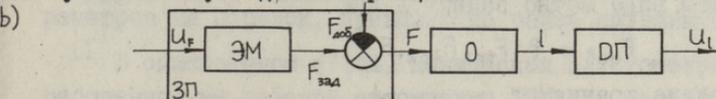


где  $m_{3y}$  - масса подвижных частей датчика усилия.

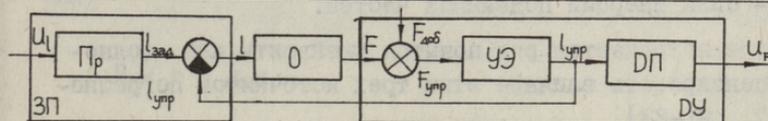
$$l = |l_{3ад} - l_{уупр}| \ll l; \quad l_{3ад} \approx l_{уупр} \quad (11);$$

$$F - F_{уупр} = F_{дос} \quad (12); \quad F_{дос} = F_{тр} - F_{Арх} \pm (m_{п1} + m_{рп} + m_{3y})a + (m_{п1} + m_{рп} + m_{3y})g \quad (13);$$

Примечание 4. Влияние члена  $(m_{п1} + m_{рп} + m_{3y})g$  может быть скомпенсировано в случае т.н. "утопленного нуля" датчика перемещения.



$$F - F_{3ад} = F_{дос} \quad (14); \quad F_{дос} = F_{тр} \pm (2m_{п1} + m_{рп} + m_{3y})a \quad (15); \quad \text{где ЭМ - электромагнит}$$



$$l = |l_{3ад} - l_{уупр}| \ll l; \quad l \approx l_{3ад} \quad (16); \quad F = F_{уупр} = F_{дос} \quad (17);$$

$$a) F_{дос} = F_{тр} - F_{Арх} \pm (m_{ст} + m_{рп})a_1 \pm (m_{п1} + m_{рп})a_2 + (m_{п1} + m_{рп})g \quad (18);$$

$$b) F_{дос} = F_{тр} - F_{Арх} \pm (m_{рп} + m_{п1} + m_{рп})a + (m_{п1} + m_{рп})g \quad (19)$$

где Пр - привод (двигатель+редуктор);  
 $m_{рп}$  - масса подвижных частей привода;  
 $m_{ст}$  - масса столика с исследуемой смесью и чашей для нее

Примечание 5. Как в (18), так и в (19) влияние члена  $(m_{п1} + m_{рп})g$  может быть скомпенсировано в случае т.н. "утопленного нуля" датчика усилия.

строены структурные схемы и выведены основные зависимости для всех типов приборов. Как и следовало ожидать, оказалось, что однотипные КП и ПВР описываются идентичными структурными схемами. Именно поэтому целесообразно исследование этих приборов проводить совместно. Легко убедиться, что схема А является частным случаем схемы В, а схема Б - частным случаем схемы Г. Таким образом, можем рассматривать далее две структурные схемы вместо восьми.

Из структурной схемы В видно, что упругое усилие мягкого взводимого упругого элемента  $F_{упр}$  отличается от усилия  $F$ , которым прибор воздействует на объект, на величину добавочного усилия  $F_{доб}$ . Точно также в случае схемы Г усилие  $F$ , которое возникает на рабочем органе, отличается от усилия  $F_{упр}$ , которое удастся измерить датчиком усилия с жестким упругим элементом, на величину добавочного усилия  $F_{доб}$ . Таким образом  $F_{доб}$  является погрешностью измерения. Для всех приборов для  $F_{доб}$  были выведены свои выражения, которые в общем виде можно записать как

$$F_{доб} = f(F_{тр}, F_{Арх}, F_{ин}), \quad (1)$$

где  $F_{тр}$  - усилие трения;  
 $F_{Арх}$  - Архимедова выталкивающая сила;  
 $F_{ин}$  - силы инерции подвижных частей.

В литературе встречается ряд попыток уменьшить или полностью скомпенсировать влияние этих трех источников погрешности [8, 17, 21-23].

Однако, как это видно из структурных схем, имеется еще один источник погрешности, предложенный по компенсации или уменьшению которого в литературе не встречалось. Это - погрешность в перемещении. Рассмотрим эту погрешность на примере пластометра типа Г (таблица I). Здесь привод с кулачком, составляющие задатчик перемещения ЗП, поднимают стол на величину  $l_{зад}$ . Конус же, висящий на жестком упругом элементе УЭ датчика усилия ДУ вводится в среду лишь на величину  $l$ , меньшую чем  $l_{зад}$  на величину сжатия УЭ -  $l_{упр}$ . Причем желание уменьшить  $l_{упр}$  (сделать пружину жестче) для уменьшения погрешности перемещения лежит в противоречии с требованием увеличения точности измерения усилия датчиком усилия ДУ. В выборе компромиссного решения "потерпевшей

стороной", как правило, является перемещение. Хотя обычно пользуются т.н. "жесткой пружиной" и  $l_{\text{упр}} \ll l$ , т.е.  $l \approx l_{\text{зад}}$ , все же в литературе встречаются случаи, когда эта погрешность в перемещении превышает 5 %.

Дело даже не в погрешности в первой части опыта во время погружения конуса, т.к. эту погрешность можно учесть. Хуже обстоит дело во второй части опыта, когда измеряется релаксация (или ползучесть). В случае измерения релаксации мы считаем, что конус, введенный до какой-то глубины, остается неподвижным и измеряем спад (рассасывание) возникшего к концу погружения напряжения. На самом же деле конус продолжает заглубляться под действием распрямляющейся пружины. Причем, если напряжение релаксирует до нуля, то и конус заглубляется покуда пружина не выпрямится целиком, т.е. в течение всего опыта. В таком случае нельзя даже говорить об измерении релаксации, так как не выполнено ее основное условие - неподвижность конуса. Это влечет за собой погрешности в результатах определения реологических параметров на порядок, превышающие ранее названные.

В описываемом в [24] коническом пластометре КП-1, разработанном на кафедре автоматики ТПИ, эта проблема разрешена благодаря замкнутой следящей системе по перемещению конуса.

## В ы в о д ы

1. Благодаря проведенной классификации имеется наглядный обзор существующих КП и ПВР, а также используемых режимов.

2. Анализ основных погрешностей известных приборов указывает на пути их уменьшения и компенсации.

3. Работа придаст целенаправленность разработкам новых приборов. Так, например, в КП-1 ликвидирована погрешность от прогиба упругого элемента, которая во всех других приборах этого типа имеется.

## Л и т е р а т у р а

1. Гордон Б.И., Эйнер Л.К. Конические пластометры. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, № 474, 1979.

2. Гордон Б.И., Сеппель С.А., Эйнер Л.К. Классификация, функциональные и структурные схемы, основные зависимости приборов Вейлера-Ребиндера и конических пластометров.-Тезисы докладов III Всесоюзного симпозиума "Реология бетонных смесей и ее технологические задачи", Рига, РПИ, 1979.

3. Рандма И.Ю., Куннос Г.Я., Гордон Б.И., Ряни А.Э., Эйнер Л.К. Релаксация пластической прочности в дисперсных композициях.-Тезисы докладов Второй национальной конференции по механике и технологии композиционных материалов, Варна, 1979, Изд-во Болгарской АН, София, 1979.

4. Ребиндер П.А., Семеновко Н.А. О методе погружения конуса для характеристики структурно-механических свойств пластично-вязких тел. ДАН СССР; том 64, № 6, 1949.

5. Сегалова Е.Е., Ребиндер П.А. Исследование структурно-механических свойств и тиксотропии в олеоколлоидных системах.-Коллоидный журнал, том 10, № 3, 1948.

6. Ямпольский Б.Я., Ребиндер П.А. Исследование структурно-механических свойств металлических систем методом конического пластометра.-Коллоидный журнал, том. 10, № 6, 1948.

7. Иванов И.А., Калашников В.И., Костарев И.П., Калашникова И.Г. Пластометр. Авторское свидетельство СССР № 486250 G01n 11/10.

8. Берней И.И. Исследование структурно-механических свойств пластично-вязких сред на конических пластометрах.-Строительные материалы, № 7, 1973.

9. Карилер Р., Суурвяли А.-П. Выбор характера шкалы автоматического пенетрационного прибора.- В сборнике трудов НИПИ силикатобетон, № 10, Таллин, 1976.

10. Эзау Я.Н., Дизер Э.И., Будилов В.Н. Прибор для определения прочности материалов. Авторское свидетельство СССР № 352196 G01n 11/12.

11. Р а н д м а Х.В. Исследование доавтоклавного образования прочностных свойств газосиликата. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Таллин-Рига, 1970. 156 с.

12. В я л ь я м я э Г.Х., П о л а к Т.Х., Р а н д м а Х.В., Р я н и А.Э., С е п п е л ь С.А., Э й н е р Л.К. Способ определения прочностных и релаксационных свойств дисперсной структуры. Заявка № 2313742/33 на авторское свидетельство.

13. Е с и п о в а Л.Н., М и х а й л о в Н.В. Исследование пластической прочности и релаксации напряжений в различных дисперсных структурах с помощью полуавтоматического пластометра. - Коллоидный журнал, т. 31, № 2, 1968.

14. С т р е л е н я Л.С., К р у г л и ц к и й Н.Н., О с и п о в Е.Г., П а л ь ч и к о в А.В., К и я ш к о Д.А., А г а б а л ь я н ц Э.Г., К и й к о Е.К., С и к о р с к и й В.Д. Прибор для определения упругопластичновязких свойств дисперсных систем. Авторское свидетельство СССР № 292102 G01n 11/12.

15. А у з и н ь ш П.П., Ц е д е р с Э.Э., К у н н о с Г.Я., Т е п м а н Л.Н. Стенд для определения механических характеристик строительных материалов. Авторское свидетельство СССР № 372480 G01n 11/10.

16. С т р е л е н я Л.С., О с и п о в Е.Г., К р у г л и ц к и й Н.Н., К а р м о л и н В.Г., А г а б а л ь я н ц Э.Г., К и я ш к о Д.А., С и к о р с к и й В.Д., П а л ь ч и к о в А.В., Т р е т и н н и к В.Ю. Устройство для определения структурно-механических свойств дисперсных систем. Авторское свидетельство СССР № 356527 G01n 11/12.

17. С т р е л е н я Л.С., О с и п о в Е.Г., Г е р м а н В.Т., У л ь я н о в Л.Г., О в ч а р е н к о Ф.Д., К р у г л и ц к и й Н.Н., П а л ь ч и к о в А.В., К а р м о л и н В.Г., А г а б а л ь я н ц Э.Г., К и я ш к о Д.А., Т р е т и н н и к В.Ю., Р я б ч е н к о В.И. Прибор для измерения реологических характеристик жидких сред. Авторское свидетельство СССР № 252723 G01n.

18. В е й л е р С.Я., Р е б и н д е р П.А. Исследование упруго-пластических свойств и тиксотропии дисперсных

систем (суспензии, эмульсии и коллоидные растворы). ИАН СССР, т. 49, № 5, 1945.

19. Лурье В.Л., Прибор для определения реологических свойств полимерных материалов. Авторское свидетельство СССР № 367367 ГОИп II/Ю.

20. Стреленя Л.С., Осипов Е.Г., Герман В.Т., Ульянов Л.Г., Овчаренко Ф.Д., Круглицкий Н.Н., Третинник В.Ю., Агабальянц Э.Г., Пальчиков А.В., Ройтенберг Л.А., Кармолин В.Г., Кияшко Д.А. Прибор для измерения вязкопластичных свойств жидкостей. Авторское свидетельство СССР № 243255 ГОИп.

21. Берней И.И. Влияние режима работы конического пластометра на результаты измерения предельного напряжения сдвига. Тезисы докладов I Всесоюзного симпозиума: "Реология бетонных смесей и ее технологические задачи", Рига, РПИ, 1973.

22. Вяльямяэ Г.Х., Рандма Х.В., Ряни А.Э., Сеппель С.А., Эйнер Л.К. Прибор для определения реологических параметров дисперсных материалов. Авторское свидетельство СССР № 545897 ГОИп 3/24.

23. Важничий Ю.И., Голосовкер А.М. Позднев Ю.Д., Уткин В.Н., Летов В.В. Прибор для определения вязкопластичных материалов. Авторское свидетельство СССР № 274491 ГОИп II/Ю.

24. Вяльямяэ Г.Х., Гордон Б.И., Сеппель С.А., Тильк И.И., Уутма Т.Х., Эйнер Л.К. Автоматический конический пластометр КП-I. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1979, № 474.

Conic Plastometers and Weiler-Rehbinder's Rheometers

Classification, functional and block diagrams, main relations

Summary

For all the types of devices given in the classification suggested by the authors earlier, block diagrams presented in this papers are made according to the functional diagrams of conic plastometers and Weiler-Rehbinder's rheometers. It is shown that the block diagrams of conic plastometers and Weiler-Rehbinder's rheometers of the same type are identical. That explains their joint investigation. According to the adduced relations and block diagrams the main sources of errors are defined. Special attention is paid to the displacement error produced by the deformation of the elastic element of the force sensor. For the first time this error was compensated in the conic plastometer KPI-1 that was designed and made at the Chair of Automation of the TPI with the participation of the authors.



НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ АВТОТРАНСФОРМАТОРНЫХ  
ДЕЛИТЕЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ

## I. Введение

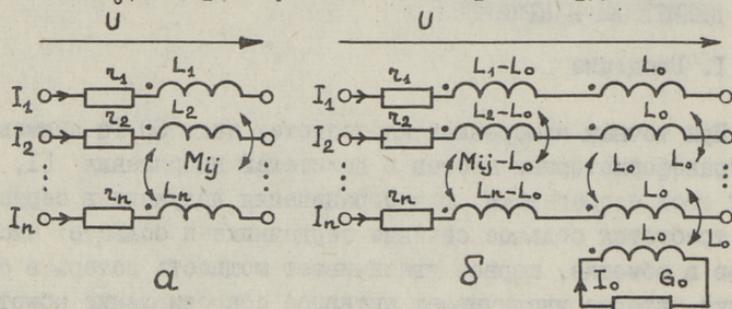
При точных измерениях на частотах ниже 50 Гц применение трансформаторных мостов и делителей напряжения [1, 2] имеет свои особенности: для ограничения индукции в сердечнике требуется большое сечение сердечника и большое число витков в обмотке, первое увеличивает мощность потерь в сердечнике, второе увеличивает активное сопротивление обмоток. Оба они уменьшают добротность  $Q$  обмотки, что приводит к уменьшению точности и входного импеданса индуктивного делителя напряжения (ИДН). В настоящее время точность резистивных делителей достигает 0,001 %, следует требовать от ИДН точности не ниже резистивных, при этом ИДН сохраняет свои основные преимущества: малый выходной импеданс, высокий коэффициент полезного действия и отсутствие прецизионных компонентов.

Анализ компонентов погрешностей передач ИДН в [3] проведен в случае  $Q \geq 2$  с использованием трудно определяемых параметров взаимных индуктивностей между секциями и сердечником. Использование электротехнической стали в качестве материала сердечника или понижение частоты сигнала до единиц Гц создает режим работы ИДН, где  $Q < 1$  и поэтому необходим анализ погрешностей ИДН в широком диапазоне изменения всех ее параметров, а также выбор более подходящих для расчета и легко определяемых характеристик трансформатора.

## 2. Передачи ИДН на основе низкочастотной модели

Рассмотрим трансформатор, имеющий  $n$  равновитковых секций. Каждая секция  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) характеризуется ак-

тивным сопротивлением  $r_i$  и индуктивностью  $L_i$ . Между двумя секциями действует взаимная индуктивность  $M_{ij}$ , емкостями на низких частотах пренебрегаем. Расчетная модель трансформатора приведена на фиг. 1.а. Обозначим в каждой секции через  $L_0$  индуктивность, которая обусловлена общим для всех секций магнитным потоком в сердечнике. Тогда схема замещения на фиг. 1.а преобразуется в схему на фиг. 1.б, в которую добавлена еще приведенная к одной секции проводимость  $G_0$ , которая учитывает потери в сердечнике.



Фиг. 1. Низкочастотная схема замещения многосекционной обмотки трансформатора.

Уравнение для схемы фиг. 1.б равно

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + j\omega L_1 & j\omega M_{12} & \dots & j\omega M_{1n} & j\omega L_0 \\ j\omega M_{12} & r_2 + j\omega L_2 & \dots & j\omega M_{2n} & j\omega L_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ j\omega M_{1n} & j\omega M_{2n} & \dots & r_n + j\omega L_n & j\omega L_0 \\ j\omega L_0 & j\omega L_0 & \dots & j\omega L_0 & G_0^{-1} + j\omega L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_n \\ I_0 \end{bmatrix}$$

откуда после абсорбции контура нагрузки  $L_0, G_0$  получим, что потери в сердечнике можно учитывать добавлением ко всем элементам  $n \times n$  матрицы импеданса схемы (фиг. 1.а) постоянного члена  $\Delta z$ , равного

$$\Delta z = \frac{1}{G_0} \cdot \frac{(\omega L_0 G_0)^2}{1 + (\omega L_0 G_0)^2} - j\omega L_0 \frac{(\omega L_0 G_0)^2}{1 + (\omega L_0 G_0)^2}.$$

В отличие от [3] принимаем равенство всех вносимых импедансов. Взаимные индуктивности  $M_{ij}$  являются неудобными параметрами для точных измерений и их следует выразить через индуктивности секции  $L_i$  и индуктивности встречных

включений секции  $P_{ij}$  (индуктивности двухпроводных линий в шгуповом трансформаторе)

$$M_{ij} = (L_i + L_j - P_{ij})/2.$$

При равенстве витков секции их параметры мало отличаются. Целесообразно использовать средние значения параметров и их малые отклонения от средних

$$r_i = r + \delta r_i, \quad L_i = L + \delta L_i, \quad P_{ij} = P + \delta P_{ij},$$

$$r = \frac{1}{n} \sum_1^n r_i, \quad L = \frac{1}{n} \sum_1^n L_i, \quad P = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n P_{ij}.$$

В случае автотрансформаторного соединения секций токи в них равны и выражение коэффициента передачи напряжения для выхода, охватывающего  $m$  секции ( $m = 1, 2, \dots, n-1$ ), после преобразования получим в виде

$$K_{um} = |K_{um}| e^{j\varphi_m} = \frac{m}{n} \frac{r(1+a_m) + A + j\omega B(1+b_m)}{r + A + j\omega B},$$

откуда выражение для модуля передачи равно

$$|K_{um}| = \frac{m}{n} (1 + \Delta_m) = \frac{m}{n} \sqrt{1 + \frac{2a_m r(r+A) + 2b_m(\omega B)^2}{(r+A)^2 + (\omega B)^2}}.$$

В приведенных выражениях использованы коэффициенты  $A$  и  $B$ , характеризующие величины активных сопротивлений и индуктивностей секции и коэффициенты  $a_m, b_m$ , характеризующие их относительные разбросы

$$A = \frac{n}{G_0} \frac{(\omega L_0 G_0)^2}{1 + (\omega L_0 G_0)^2}, \quad B = nL - \frac{n-1}{2} P - nL_0 \frac{(\omega L_0 G_0)^2}{1 + (\omega L_0 G_0)^2},$$

$$a_m = \frac{1}{m} \sum_1^m \frac{\delta r_i}{r}, \quad b_m = \frac{1}{2m} \left( \sum_1^m \frac{\delta L_i}{L} - \frac{1}{n} \cdot \frac{P}{L} \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\delta P_{ij}}{P} \right).$$

При малой величине амплитудной и фазовой погрешности ( $\Delta_m, \varphi_m \ll 1$ ) они выражаются как

$$\Delta_m \approx a_m \frac{r}{r+A} \frac{1}{1 + (\frac{\omega B}{r+A})^2} + b_m \frac{(\frac{\omega B}{r+A})^2}{1 + (\frac{\omega B}{r+A})^2} = \Delta_{m1} + \Delta_{m2} \quad (1)$$

$$\varphi_m \approx \frac{\frac{\omega B}{r+A} [b_m - \frac{r}{r+A} a_m]}{1 + (\frac{\omega B}{r+A})^2}, \quad (2)$$

где  $\frac{\omega B}{r+A} = Q$  - добротность ИДН.

Полученные выражения действительны для любых величин потерь и частот в пределах низкочастотной модели и пригодны для расчета, пока погрешности передач от емкостных проводимостей [3] существенно меньше.

Потери в сердечнике и средние значения параметров ИДН можно определить путем измерения импеданса  $n$ -секционной обмотки в виде последовательной

$$Z_{bx} = n(r + A) + j\omega B$$

или параллельной схемы замещения

$$Y_{bx} = Z_{bx}^{-1} \approx G_0/n^2 + 1/j\omega n^2 L_0,$$

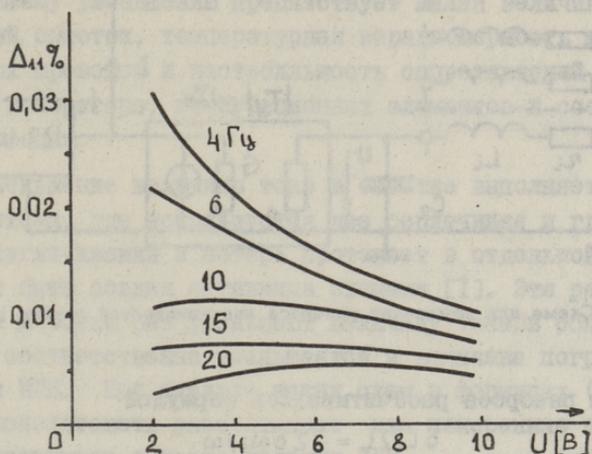
или посредством расчета, исходя из установленных стандартами величин магнитной проницаемости и удельных потерь материала сердечника. Нужно учитывать, что параметры трансформатора  $L_0, G_0$ , следовательно, и величины  $A$  и  $B$ , сложным образом зависят от режима работы сердечника: частоты сигнала  $\omega$  и индукции  $B_m$ , последняя, в свою очередь, зависит от напряжения на обмотке  $U$ .

### 3. Оценка величин погрешностей жгутовой обмотки

Оценим максимальные величины параметров разброса и рассчитаем соответствующие компоненты амплитудной погрешности  $\Delta_{m_1}, \Delta_{m_2}$ .

Измерение величин  $r_i$  и расчет разброса  $\delta r_i/r$  не представляет трудности. Разброс сопротивлений секции возникает из-за колебания диаметра и длины проводов, что обусловлено производственным разбросом и деформацией проводов при изготовлении обмоток и обычно не превышает  $\pm 5\%$ . На фиг. 2 приведены рассчитанные по формуле (I) погрешности  $\Delta_{11}$  (для выхода  $m = I$ ) трансформатора на сердечнике ОЛ 64/100-30 из сплава 79НМ толщиной 0,05 мм, обмотка 200 витков IO проводного жгута. Погрешности рассчитаны при условии 5% разброса ( $a = 0,05$ ) и использованы измеренные величины импеданса трансформатора.

Вторая компонента амплитудной погрешности  $\Delta_{m_2}$  не превышает величину  $b_m$ , которая учитывает разбросы индуктивностей секции и линии. Основную трудность составляет изме-



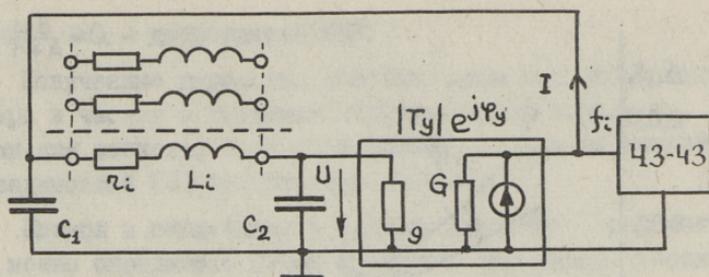
Фиг. 2. Вычисленные величины компоненты  $\Delta_{11}$  амплитудной погрешности ИНД.

рение малых величин разброса индуктивностей секции  $\delta L_i/L$ , требования для точности измерения параметра  $\delta R_{ij}/R$  существенно (в  $R/L \approx 10^4$  раз) меньше. Разброс индуктивностей секций обусловлен разбросом индуктивностей рассеяния и не зависит от магнитного потока в сердечнике, который охватывает все провода, поэтому измерение индуктивностей в макетах ИДН, где ферромагнитный сердечник заменен неферромагнитным телом, должен в  $\mu_{отн}$  раз увеличить относительную величину разброса  $\delta L_i/L$ . Измеряем импеданс одной секции ИДН при холостом ходе всех клемм других секций. Влияние межпроводных емкостей на точность измерения импеданса жгутовой обмотки рассмотрено в [4]. Ввиду отсутствия точных низкочастотных мостов использована схема автогенератора (фиг. 3), содержащая колебательный контур (емкости  $C_1, C_2$  и секция автотрансформатора с импедансом  $r_i + j\omega L_i$ ) и усилитель с коэффициентом усиления

$$I/U = |T_y| e^{j\varphi_y}.$$

Влияние элементов схемы на частоту генерации учитывалось формулой

$$\omega_i = \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L_i} \right)^{1/2} \left[ 1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} G r_i + \frac{\varphi_y}{\omega_i} \left( g_i \frac{C_2}{C_1(C_1 + C_2)} + \frac{r_i}{L_i} \right) \right].$$



Фиг. 3. Схема для измерения разброса индуктивностей секции ИНД.

Величины разброса рассчитывались формулой

$$\delta L_i / L = -2 \delta \omega_i / \omega.$$

При жестком фиксировании концов жгута, термостатированием схемы измерения и вычитанием линейного дрейфа в течение цикла измерения повторяемость результатов измерения была не хуже  $5 \cdot 10^{-6}$ . В результате испытания различных образцов жгутовых трансформаторов найдено, что

$$\max |\delta L_i / L| < 0,5 \%,$$

что с учетом магнитной проницаемости сердечника дает оценку

$$\max |\delta L_i / L| < 0,5 \cdot 10^{-2} / \mu_{\text{отн}}.$$

Вторая компонента в выражении  $b_m: \delta P_{ij} / nL$  того же порядка и поэтому суммарная погрешность амплитуды от разброса индуктивностей  $\Delta_{m_2}$  намного меньше первой компоненты  $\Delta_{m_1}$  от разброса активных сопротивлений секции.

#### 4. Уменьшение погрешностей ИДН

Полученные оценки максимальных разбросов активных и индуктивных компонентов жгутовой обмотки определены ее конструкцией и не подвержены существенному уменьшению. При выборе материала, размера и режима сердечника можно согласно формулам (1), (2) влиять на оценки максимальной погрешности амплитуды и фазы  $K_U$  для ИДН.

Возможными путями уменьшения погрешностей являются уменьшение разброса активных сопротивлений и уменьшение тока в обмотке. Путем индивидуальной подготовки активных сопротивлений секции удастся на порядок уменьшить ее разброс.

Дальнейшему уменьшению препятствует малая величина сопротивлений обмоток, температурная неравномерность медных обмоточных проводов и нестабильность сопротивлений внешней схемы: генератора, коммутационных элементов и соединительных проводов.

Уменьшение величины тока в обмотке выполняется с помощью схемы, где используется два сердечника и где ток для намагничивания и потерь протекает в отдельной обмотке и может быть создан активными схемами [1]. Эти решения в десятки и сотни раз уменьшают величину тока в обмотке деления, соответственно уменьшается и величина погрешности деления ИДН. При анализе таких схем в формулах (1) и (2) нужно использовать рассчитанные или измеренные импедансы, соответствующие обмотке деления ИДН.

Использование разных способов повышения точности передач ИДН при умеренных требованиях на ее величину позволяет выбрать оптимальную конструкцию ИДН и получить выигрыш технологичности изготовления (при замене катушечной обмотки рядовой) или в ее стоимости (при использовании электротехнической стали вместо прецизионных сплавов).

#### Л и т е р а т у р а

1. E m s c h e r m a n n, H., F u h r m a n n, B. Low-frequency one-step inductive voltage divider with ratio up to 1:1000. - IEEE Trans., 1975, December, vol. IM-24, N 4, pp. 349-352.

2. F u h r m a n n, B. Resistance measurements at frequencies below 10 Hz. - Precision Electromagnetic Measurements, 1974, pp. 173-174.

3. Б а й к о в В.М. Анализ погрешностей трансформаторных делителей напряжения. - Труды метрологических институтов СССР, вып. 98/158, 1968, с. 125-143.

4. И н е р с Р.О. О точности измерения параметров катушечного трансформатора. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, № 409, 1976, с. 55-61.

Voltage Ratio Errors of the Inductive Voltage Dividers

## Summary

The voltage ratio error of one step inductive voltage divider at low frequencies, i.e., frequencies below 50 Hz, is discussed. The maximal possible ratio-errors are estimated. Measured values of section-impedances are presented.

## ВХОДНОЙ ЯЗЫК СИСТЕМЫ SPADE

## I. Введение

Система SPADE предназначена для решения задач анализа электронных цепей и систем управления. По своей структуре она делится на системную часть и прикладные программы, выполняющие необходимые расчеты. Дополнение системы новыми прикладными программами не вызывает затруднений, это позволяет разделить пользователей на две категории: инженеров, пользующихся системой в целом, и программистов, разрабатывающих прикладные программы и использующих системную часть для подготовки данных. В настоящей статье обсуждаются требования пользователей к языку и транслятору системы, решающей задачи анализа цепей и систем управления, и предлагается краткая характеристика входного языка и транслятора системы SPADE.

## 2. Требования к языку и транслятору

Здесь приведем перечень основных требований, которые учтены при разработке языка и транслятора системы SPADE.

## Требования инженера:

- простота языка: мало правил и различных обозначений;
- наглядность текста: по тексту легко восстанавливается поставленная задача, описание задается в привычных терминах;
- решение нескольких задач с использованием одних исходных данных.

## Требования программиста:

- возможность описания исходных данных прикладной программы на входном языке;
- выходная информация транслятора должна быть пред-

ставлена так, чтобы в программе не возникало необходимости в манипулировании данными;

– транслятор должен обеспечить правильность выходных данных, чтобы отпала необходимость в их проверке внутри программы.

### 3. Принцип построения языка

Входной язык системы делится на две части: структуру и содержание. Структура – постоянная часть языка, состоящая из правил написания исходного текста. Содержание – это управляющие данные, применяемые для обработки текста. Сюда входят данные как для синтаксического анализа (набор слов, используемых в тексте), так и для семантического (тип и область допустимых значений величин в исходных данных и др.). Все они собраны в иерархические структуры, которые в дальнейшем будем называть управляющими. Каждому виду системы исходных данных (электронной схеме, системе управления) соответствует своя структура, ее имя указывается в тексте описания задачи.

Результатом работы транслятора является иерархическая структура с обработанными исходными данными, причем порядок их расположения задается также в управляющей структуре.

Хорошая расширяемость языка обеспечивается тем, что для описания нового вида исходных данных нужно лишь создать новую управляющую структуру. Наиболее полно возможности языка используются при описании исходных данных, представляющих из себя связанную систему, но язык подходит и для описания отдельных характеристик.

При работе с системой SPADE деятельность каждой из вышеупомянутых категорий пользователей заключается в следующем.

Инженеру необходимо подобрать подходящую для данной задачи управляющую структуру и прикладную программу и описать на входном языке исходные данные. Для того, чтобы прикладную программу можно было использовать в системе, программист выдвигает требования к исходным данным и создает соответствующую им управляющую структуру или использует имеющуюся.

Как несколько программ могут использовать одну управляющую структуру, так и одна программа может использовать данные, обработанные с помощью разных управляющих структур. Например, для анализа механической системы с помощью электрических эквивалентов и для анализа электронной схемы нужна одна программа и две управляющие структуры, чтобы описать задачи в терминах соответствующей предметной области.

#### 4. Некоторые особенности структуры языка

Описание исходных данных отделено от программной части, которая заключается в указании выполняемой прикладной программы и в задании величин, которые необходимо вычислить. Описание исходных данных может быть сохранено в архиве и использовано впоследствии для других задач. Любые величины в описании могут быть определены как переменные, конкретные значения им присваиваются в программной части текста.

Существует возможность описания схем замещения, т.е. системы исходных данных с внешними переменными. При обращении к схеме замещения из другого описания данных внешним переменным присваиваются конкретные значения.

Существуют пути сокращения текста описания задачи. Сперва рекомендуется составлять более подробные описания и только после приобретения некоторого опыта — сокращенные. В примере приведено описание задачи: подробный и сокращенный вариант описания цепи и схемы замещения.

#### 5. Связь исходного текста с управляющими данными

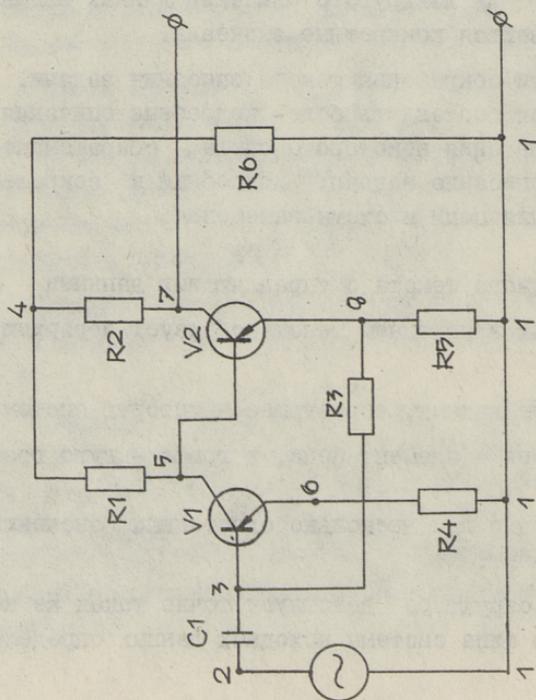
Описание данных в исходном тексте образует иерархию с тремя уровнями.

1. Все описание данных, образующее некоторую систему.

2. Объект (в цепи — элемент цепи, в графе — дуга графа и т.д.).

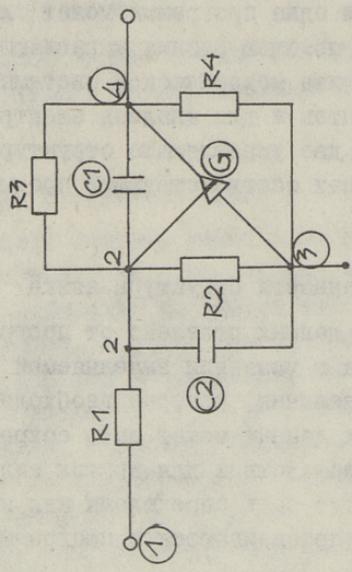
3. Параметр, одно или несколько однотипных значений, характеризующих объект.

В управляющей структуре действует точно такая же иерархия. Для каждого типа системы исходных данных определен



Р1 = 24. кОм, R2 = 2.2 кОм, R3 = 100. кОм, R4 = 130. кОм, R5 = 160. кОм,  
 R6 = 1.6 кОм, R7 = 1. кОм, R8 = 1. кОм, R9 = 0.1 мкФ

Фиг. 1. Основная схема.



R1 = 100. Ом, R2 = 1. кОм, R3 = 5. МОм,  
 R4 = 200. кОм, C1, C2, G - переменные

Фиг. 2. Схема замещения транзисторов  
 V1, V2.



```

R6 R NODES=4,1 R=1.0;
Y1 '1T308B' NODES=3,6,5 CBE=12.5PF
CK=4.56PF G=20.;
X2 '1T308B' NODES=5,8,7 CBE=12.5PF
CK=4.56PF G=100.;
T1 VOLTGAIN INPUT=2,1 OUTPUT= &N,1
REP=FR,SR;
FR FREQRESP FREQ=SET1;
SR STEPRESP TIME=SET2;
SET1 LOG INIT=0.01 LOGSTEP=0.05
FINAL=25.;
SET2 SEQ VALUES=0.,0.5,1.,1.5,2.,
2.5,3.;
SET3 SEQ VALUES=0.1MGO,0.13MGO,0.16MGO;
SET4 SEQ VALUES=7,5;
EXAMPLE NET ORDERS;
FOR &N=SET4;
FOR RES3=SET3;
PRINT T1 LIST=INPUT,OUTPUT,FREQ,AMPL,
TIME,RESP;
END;
END;
END OF TEXT;

```

обращение к схеме замещения '1T308B',

вычисляемая передача по напряжению, пред-  
ставленная частотной и переходной характе-  
ристиками, один из выходных узлов - пере-  
менная

заказы для схемы

вычисляется передача и печатаются значения  
узлов, АЧХ и переходная характеристика

сокращены ключевые слова

тип предложения определяется по первым буквам имени, имена параметров не заданы, сохранен порядок следования значений

```

TRANSISTOR NET DSCN;
'1T308E' MODEL NODES= 1, 2, 3, 4
CBE= 1CB CK= 1CK G= 1G;
UNITS MGO,MS;
R1 1,2 100.0;
R2 2, 3 1.HO;
R3 2, 4 5.;
R4 4, 3 200.HO;
C1 2, 4 CK;
C2 2, 3 CB;
G YCCS 2, 3, 4 1G;

```

EXAMPLE NET DSCN;

```

UNITS HO,MKF,MS,MHZ,MKSEC;
R1 4,5 24.;
R2 4,7 2.2;
R3 3,8 & RES3;
R4 1,6 1.6;
R5 1,8 1.;
C1 2,3 0.1;

```

```

R6 4,1 1.0;
Y1 'IT308B' 3,6,5 12.5PF
4.56PF 20.;
Y2 'IT308B' 5,8,7 12.5PF
4.56PF 100.;
T1 VOLTGAIN 2,1 &N,1
(FREQRESP(LOC 0.01 0.05 25.)),
(STEPRESP(SEQ 0.,0.5,1.,1.5,2.,
2.5,3.));
ORDERS;
FOR &N=(SEQ 7,5);
FOR RES3=(SEQ 0.1MCO,0.12MCO,0.16MCO)
PRINT T1 LIST=INPUT,OUTPUT,FREQ,AMPL,
TIME,RESP;
END;
END;
EOT;

```

вместо ссылок в скобках записывается пред-  
ложение, на которое ссылаются

набор объектов, которые могут быть использованы при описании этой системы, а для каждого типа объекта задан набор параметров и величины для проверки правильности значений этих параметров.

В начале текста указывается имя управляющей структуры, все дальнейшее описание выполняется в терминах и с учетом требований этой структуры.

## 6. Пример использования языка

Задана схема (фиг. 1). Схема замещения транзисторов приведена на фиг. 2. Необходимо вычислить передачу по напряжению между узлами 2, I и 7, I, а также между узлами 2, I и 5, I в виде амплитудной частотной и переходной характеристик. Приводится два варианта описания задачи: в примере 1 - наиболее подробное, в примере 2 - наиболее краткое.

## 7. Заключение

Обработка текста с помощью управляющих данных на практике полностью оправдала себя. Использование управляющих данных значительно упрощает логику транслятора и повышает универсальность языка, не усложняя описания исходных данных. Четкое разделение деятельности инженеров и программистов облегчает общение с системой как тем, так и другим.

Структура языка составлена в результате анализа входных языков систем проектирования электронных схем [1, 2, 5, 6, 7]. В примере использована вторая версия этого языка, подробное описание обеих версий приведено в [3, 4].

## Л и т е р а т у р а

1. А рай с Е.А., Д м и т р и е в В.М., Ш у т е н к о в А.В. Система "Марс". Томский университет, 1976.

2. Д е р т у з о с М., Д ж е с с е л П., С т и н д ж е р Дж. CIRCAL-2 - программа общего назначения для проектирования схем, работающая в реальном времени. - В кн.: Автоматизация в проектировании. М., Мир, 1972, с. 162-176.

3. Создание комплекса программ моделирования технических систем, технологических операций и экономических ситуаций: отчет о НИР/ ТПИ. Отв. исп. В. Кукк, РА-639, Таллин, 1978.

4. Совмещение алгоритмов расчета аналоговых цепей с интегрированной системой программирования. Разработка программной части входного языка: отчет о НИР/ ТПИ. Отв. исп. В. Кукк. РА-7008, Таллин, 1979.

5. B o w e r s, J.C., S e d o r e, S.R. SCEPTRE a computer program for circuit and systems analysis. McGraw-Hill, 1971. 240 p.

6. J e n s e n, R.W., L i e b e r m a n n, M.D. IBM electronic circuit analysis program. Prentice-Hall, 1968. 312 p.

7. R u b n e r-P e t e r s e n, Th. NAP2 a nonlinear analysis program for electronic circuits. Users manual 16/5-73. Technical University of Denmark, 1973. 320 p.

E. Vendelin

### Input Language for System SPADE

#### Summary

Some basic features of an input language oriented to the description of objects in system and circuit analysis are provided. The language has a very simple syntax. The semantics is determined by special control data stored in the system library. Modification of control data files makes possible the use of the same computation programs without any previous transformation for the analysis of systems of different nature (electrical, mechanical etc).

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ХТС

## I. Введение

Химико-технологическая система (ХТС) представляет собой совокупность взаимосвязанных технологическими потоками и действующих как одно целое подсистем – аппаратов и емкостей, в которых осуществляется определенная последовательность технологических операций [1]. Управление ХТС происходит на основе ее текущего состояния, которое оценивается по данным измерений, а также опыта и интуиции управленческого персонала. Получение достоверной информации о состоянии системы является решающим условием успешного функционирования АСУ ТП. С этой целью результаты технологических измерений подвергаются сглаживанию путем статистической обработки. При этом часто игнорируется системный характер этой информации, обусловленный тем, что все входящие и выходящие потоки подсистем удовлетворяют динамическим уравнениям материального и энергетического баланса.

В работе [2] была введена динамическая модель материального баланса ХТС в виде стохастической линейной системы:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Aq + Bu + v^x \\ \dot{q} &= V^q \\ y^x &= C_x(t)x + w^x \\ y^q &= C_q(t)q + w^q \end{aligned} \quad (I)$$

связывающей накопленные в подсистемах массы  $x$  с входящими и выходящими материальными потоками (восстанавливаемыми  $q$  и невозстанавливаемыми  $u$ ), а также измеренными уровнями  $y^x$  и расходами  $y^q$ . Матрица  $(A \ ; \ B)$  является матрицей инцидентий материального потокового графа ХТС. В каждой строке матриц  $C_x$  и  $C_q$  ровно один ненулевой элемент – обратное значение

коэффициента пересчета измеряемой величины в соответствующий компонент вектора  $x$  или  $q$ , причем эти коэффициенты могут изменяться во времени. Векторные случайные процессы  $w^x$  и  $w^q$  моделируют ошибки измерений, а  $v^x$  — неопределенность невозстанавливаемых потоков. Случайный процесс  $v^q$  описывает скорость изменения восстанавливаемых потоков. Не снижая общности, математические ожидания перечисленных случайных процессов можно считать равными нулю.

Анализом наблюдаемости модели (I) были получены условия на структуру материальных потоков ХТС и распределение точек измерения расходов и уровней, обеспечивающих оцениваемость компонентов вектора состояния  $\tilde{x} = (x, q)$  равномерности  $n_x + n_q$  с помощью фильтра Калмана, где  $n_x$  — число подсистем ХТС, а  $n_q$  — число восстанавливаемых потоков.

В автоматизированных или автоматических системах управления ХТС обработка измерительной информации происходит на ЭВМ и поэтому естественно применять дискретный вариант модели (I) с соответствующим фильтром Калмана. Настоящая статья посвящена исследованию особенностей дискретной модели материального баланса ХТС и свойств получаемых оценок вектора состояния.

## 2. Дискретная форма модели ХТС

Для перехода от непрерывной модели материального баланса ХТС (I) к соответствующей дискретной форме:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1) &= \mathcal{A}(k)\tilde{x}(k) + \mathcal{B}(k)u(k) + \tilde{v}(k) \\ \tilde{y}(k) &= \mathcal{C}(k)\tilde{x}(k) + \tilde{w}(k), \end{aligned} \quad (2)$$

необходимо выяснить соотношения между матрицами  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  и  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}_x$ ,  $\mathcal{C}_q$  и  $\mathcal{C}$ , а также векторами  $\tilde{u}$  и  $u(k)$ ,  $\tilde{v} = (v^x, v^q)$  и  $\tilde{v}(k)$ ,  $\tilde{w} = (w^x, w^q)$  и  $\tilde{w}(k)$ . Из общей теории линейных систем известно [3], что:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(k) &= e^{F\tau_k} & \mathcal{B} &= \begin{pmatrix} -B \\ 0 \end{pmatrix} \\ u(k) &= \int_{t_k}^{t_{k+1}} \tilde{u}(\tau) d\tau & \mathcal{C}(k) &= \begin{pmatrix} C_x(t_k) & 0 \\ 0 & C_q(t_k) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

где  $F = \begin{pmatrix} 0 & A \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\tilde{u} = (u, 0)$ ,  $\tau_k$  — длительность  $k$ -го такта,  $t_k$  и  $t_{k+1}$  — моменты начала и конца  $k$ -го такта.

Используя разложение матричной экспоненты в ряд Тейлора и

учитывая, что  $F_i = 0$  для всех  $i \geq 2$  получим:

$$\alpha(k) = I + F\tau_k, \quad (4)$$

где  $I$  — единичная матрица размерности  $(n_x + n_q)$ .

Значение вектора  $u(k)$  может быть получено на основе априорной информации (например, отсутствие  $i$ -го невозстановливаемого потока в течение  $k$ -го такта) или же вычислено по измеренным значениям расходов, соответствующих компонентам вектора  $u(t)$ . Можно применять как аппаратное (с помощью счетчика), так и численное интегрирование расхода.

Аналогично обстоит дело с измеряемыми восстанавливаемыми потоками. В течении  $k$ -го такта может быть проведено  $m_k$  измерений расхода или же непрерывное интегрирование расхода. В случае применения  $m_k$  отсчетов  $i$ -го расхода под измеренным значением  $y_i^q(k)$  будем понимать средний расход  $k$ -го интервала:

$$y_i^q(k) = \frac{\sum_{l=0}^{m_k-1} y_i^q(t_k + \theta_l) [\theta_{l+1} - \theta_l]}{\tau_k \cdot C_{qi}(t_k)}. \quad (5)$$

При непрерывном интегрировании  $i$ -го расхода в качестве измеренного значения  $y_i^q(k)$  используем:

$$y_i^q(k) = \frac{y_{iZ}^q(t_{k+1}) - y_{iZ}^q(t_k)}{\tau_k \cdot C_{qi}(t_k)}, \quad (6)$$

где  $y_{iZ}^q(\cdot)$  — показания интегрирующего расходомера.

После таких преобразований все строки нижнего диагонального блока матрицы  $\mathcal{C}(k)$  становятся единичными векторами. Важно отметить, что в обоих рассмотренных случаях значение  $y_i^q(k)$  становится доступным только к моменту  $t_{k+1}$ , а не  $t_k$ , как предполагается при построении дискретной модели (2). Поэтому будем различать два типа дискретных моделей материального баланса ХТС: модель с "короткими" интервалами и модель с "длинными" интервалами, причем признаком "длинного" интервала является наличие в системе измерений расхода с числом подинтервалов  $m_k > 1$  или же интегрального измерения расхода.

Модель с "короткими" интервалами имеет вид:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + A\tau_k q(k) + B u^x(k) + v^x(k) \\ q(k+1) &= q(k) + v^q(k) \end{aligned} \quad (7)$$

$$y^x(k) = C_x(k)x(k) + w^x(k)$$

$$y^q(k) = C_q(k)q(k) + w^q(k),$$

а модель с "длинными" интервалами отличается от нее наличием сдвинутых на один такт измеряемых потоков  $\bar{q}(k)$ :

$$x(k+1) = x(k) + A\tau_k q(k) + Bu^x(k) + v^x(k)$$

$$q(k+1) = q(k) + v^q(k)$$

$$p(k+1) = \bar{q}(k) \tag{8}$$

$$y^x(k) = C_x(k)x(k) + w^x(k)$$

$$y^q(k) = C_q(k)p(k) + w^q(k),$$

где для упрощения записи предположено, что все измеренные потоки относятся к одному из двух вышеописанных типов и их число равно  $n_p$ . О связи между случайными компонентами непрерывной и дискретной модели будет сказано ниже.

### 3. Анализ наблюдаемости дискретных моделей ХТС

Можно доказать, что в случае знакоопределенности ненулевых элементов матриц  $\mathcal{O}(k)$  и  $\mathcal{E}(k)$  анализ наблюдаемости нестационарных систем (7) и (8) равносильен анализу наблюдаемости стационарных систем, получаемых "замораживанием" ненулевых элементов соответствующих матриц или заменой этих матриц на булевы матрицы той же структуры. В работе [4] предложен следующий критерий наблюдаемости:

$$\text{rank}(\mathcal{E}^T, (\lambda_i I - \mathcal{O})^T) = n_{\bar{x}}, \tag{9}$$

где  $\mathcal{O}$  и  $\mathcal{E}$  обозначают соответствующие "замороженные" матрицы уравнений состояния и выхода моделей (7) и (8),

$\lambda_i$  - собственные значения матрицы  $\mathcal{O}$ ,  $i = 1, \dots, n_{\bar{x}}$ .

В модели с "короткими" интервалами (7) матрицы  $\mathcal{O}$  и  $\mathcal{E}$  имеют вид:

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} I_1 & A \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E} = \begin{pmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_q \end{pmatrix}$$

а матрица  $\mathcal{O}$  имеет  $n_{\bar{x}}$ -кратное собственное значение  $\lambda = 1$ . Условие наблюдаемости (9) сводится к

$$\text{rank} \begin{pmatrix} C_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_q & A & 0 \end{pmatrix} = n_x + n_q, \tag{10}$$

которое с точностью до знака матрицы  $A$  совпадает с услови-

ем наблюдаемости непрерывной модели (I), полученным в [2], и распадается на два условия:

$$\begin{aligned} \text{rank } C_x &= n_x \\ \text{rank } A_2 &= n_q - n_p, \end{aligned} \quad (\text{II})$$

где  $A_2$  - матрица, образованная из столбцов матрицы  $A$ , соответствующих неизмеряемым потокам.

В модели с "длинными" интервалами (8) матрицы  $\mathcal{O}$  и  $e$  имеют вид:

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} I_1 & A_1 & A_2 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad e = \begin{pmatrix} C_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2 \end{pmatrix}$$

Матрица  $\mathcal{O}$  имеет  $(n_x + n_q)$ -кратное собственное значение  $\lambda_1 = 1$  и  $n_p$ -кратное собственное значение  $\lambda_2 = 0$ . Анализ блочных матриц наблюдаемости (9), соответствующих двум собственным значениям матрицы  $\mathcal{O}$ , показывает, что условия наблюдаемости модели с "длинными" интервалами совпадают с условиями (II), полученными для модели с "короткими" интервалами, т.е. наличие временного сдвига измерений расхода не влияет на наблюдаемость модели.

#### 4. Фильтр Калмана для дискретной модели ХТС и свойства оценок

Оценка состояния дискретной системы (2) с помощью фильтра Калмана сводится к рекурсивному выполнению алгоритма [5]:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \mathcal{O}(k) \hat{x}(k) + \tilde{u}(k) + K(k+1) [y(k+1) - \\ &- e(k+1) \mathcal{O}(k) \hat{x}(k) - e(k+1) u(k)], \end{aligned} \quad (\text{I2})$$

где матрица коэффициентов  $K(k+1)$  вычисляется независимо на основе данных о статистических характеристиках случайных векторов  $\tilde{v}(k)$  и  $\tilde{w}(k)$ , имеющих нулевое математическое ожидание и ковариационные матрицы  $\tilde{V}(k)$  и  $\tilde{W}(k)$ :

$$\begin{aligned} K(k+1) &= P_x(k+1) e^T(k+1) \tilde{W}^{-1}(k+1) \\ P_x(k+1) &= Q(k+1) - Q(k+1) e^T(k+1) [e(k+1) Q(k+1) \cdot \\ &\cdot e^T(k+1) + \tilde{W}(k+1)]^{-1} e(k+1) \cdot Q(k+1) \end{aligned} \quad (\text{I3})$$

$$Q(k+1) = Q(k) P_{\tilde{x}}(k) Q^T(k) + \tilde{V}(k),$$

где  $Q(k)$  и  $P_{\tilde{x}}(k)$  — ковариационные матрицы априорных и апостериорных оценок вектора  $\tilde{x}(k)$ .

При определении ковариационной матрицы  $\tilde{V}(k)$  необходимо учитывать, что если  $v_j(t)$  — чисто случайный гауссовский процесс с дисперсией  $\sigma^2_j$ , то случайная последовательность  $v_j(k)$  имеет дисперсию  $s \cdot \tau_k \sigma^2_j$ , где  $s$  — некоторая положительная константа [6]. Отсюда также следует, что увеличение длительности такта равносильно увеличению "шумов объекта", что, в свою очередь, приводит к ухудшению точности оценок вектора состояния.

С учетом блочной структуры модели (7) формулу (12) можно переписать как:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + A \tau_k \hat{q}(k) + u(k) + K_x(k+1) \{y(k+1) - e(k+1) [\alpha(k) \hat{x}(k) + \beta u(k)]\} \quad (14)$$

$$q(k+1) = \hat{q}(k) + K_q(k+1) \{y(k+1) - e(k+1) \cdot [\alpha(k) \hat{x}(k) + \beta u(k)]\}$$

где  $K(k+1) = (K_x^T(k+1) \parallel K_q^T(k+1))^T$ .

При преобразовании первого уравнения из (14) получим:

$$\hat{x}(k+1) - \hat{x}(k) - A \hat{q}(k) - Bu(k) = d(k) = K_x(k+1) \{y(k+1) - e(k+1) [\alpha(k) \hat{x}(k) + \beta u(k)]\}, \quad (15)$$

где алгебраическая сумма слева  $d(k)$  представляет собой вектор материальных разбалансов вокруг подсистем в  $k$ -ом такте. Поскольку обновляющий процесс  $\delta(k) = \{y(k+1) - e(k+1) [\alpha(k) \hat{x}(k) + \beta u(k)]\}$  не может тождественно равняться нулю, то отсутствие разбалансов может быть достигнуто только при  $K_x(k+1) = 0$ . Из асимптотических свойств фильтра Калмана [5] известно, что  $\lim_{k \rightarrow \infty} K(k) = 0$  только при  $\tilde{V}(k) = 0$ , т.е. при отсутствии "шумов объекта".

Поэтому существование разбаланса является естественным свойством оценок накопленных в подсистемах масс и материальных потоков между ними, полученных из динамической модели ХТС с применением фильтра Калмана. Приведенное не означает, что наша модель ошибочна, поскольку математическое ожидание вектора разбаланса равно нулю:  $\xi \{d(k)\} = 0$ , т.е. оценки вектора состояния  $\tilde{x}(k)$  удовлетворяют уравнениям материального баланса в статистическом смысле. Этим оцен-

ки потоков, полученные из динамической модели принципиально отличаются от оценок, полученных из статической модели материального баланса ХТС [7], причем это различие обусловлено совместным оцениванием двух разноименных групп переменных состояния (накопленные массы и потоки), связанных динамическими соотношениями материального баланса.

Векторы обновляющего процесса  $\delta(k)$  и разбаланса  $\alpha(k)$  имеют нулевое математическое ожидание и известные ковариационные матрицы:

$$\begin{aligned} P_{\delta}(k) &= \tilde{W}(k) + \varrho(k) Q(k) C^T(k) \\ P_d(k) &= P_{xx}(k) + Q_{xx}(k), \end{aligned} \quad (I6)$$

где  $P_{xx}(k)$  и  $Q_{xx}(k)$  верхние диагональные блоки матриц  $P_x(k)$  и  $Q(k)$  размерности  $n_x$ .

Это обстоятельство можно использовать для проверки гипотезы о наличии систематических ошибок измерения (соответствующий компонент вектора  $\delta(k)$  статистически значимо отклоняется от нуля) и/или потоков, не учтенных в исходной модели (I). Для этого заметим, что величины:

$$\begin{aligned} S_{\delta i}^{(k)} &= \delta_i^2(k) / P_{\delta}^{ii}(k) \\ S_{d j}^{(k)} &= d_j^2(k) / P_d^{jj}(k) \end{aligned} \quad (I7)$$

имеют  $\chi^2$  - распределение с одной степенью свободы, где  $P_{\delta}^{ii}(k)$  и  $P_d^{jj}(k)$  - соответственно  $i$ -ый и  $j$ -ый диагональные элементы матриц  $P_{\delta}(k)$  и  $P_d(k)$ . Если выбран уровень значимости  $\alpha$ , то по соответствующей квантиле  $\chi^2$ -распределения  $k_{\alpha}$  можно проверить, можно ли  $S_{\delta i}(k)$  и  $S_{d j}(k)$  считать значимо отличающимися от нуля ( $S(k) > k_{\alpha}$ ). Измерения, для которых  $S_{\delta i}(k) > k_{\alpha}$  являются "подозрительными", и их лучше исключить из рассмотрения.

В работе [9] предложен более чувствительный последовательный тест, использующий не одиночные значения  $\delta_i(k)$  и  $d_j(k)$ , а из последовательности  $k=1, \dots, N$ . Предположим, что конкурирующими гипотезами являются:  $H_0$  - случайная последовательность  $\delta(k)$  (или  $d(k)$ ) представляет собой чисто случайную гауссовскую последовательность с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $P_{\delta}(k)$ , (или  $P_d(k)$ ),  $H_1$  - случайная последовательность  $\delta(k)$  (или  $d(k)$ ) представляет собой чисто случайную гауссовскую последова-

тельность с математическим ожиданием  $\delta^{\delta}$  (или  $\delta^d$ ) и ковариационной матрицей  $P_{\delta}(k)$  (или  $P_d(k)$ ). Тогда отношение правдоподобия  $\Lambda(\delta(1), \dots, \delta(N)) = P(\delta(1), \dots, \delta(N)/N_1) / P(\delta(1), \dots, \delta(N)/N_0)$  легко рекурсивно вычисляется из соответствующих многомерных нормальных распределений:

$$\ln \Lambda(\delta(1), \dots, \delta(N)) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\|\delta(k) - \delta^{\delta}\|^2 P_{\delta}^{-1}(k) - \|\delta(k)\|^2 P_{\delta}^{-1}(k)]. \quad (18)$$

Пусть  $\alpha$  – вероятность принятия гипотезы  $N_1$ , если  $N_0$  верна, а  $\beta$  – вероятность отвержения  $N_1$ , если  $N_1$  верна. Эти вероятности определяют два порога:

$$\Pi_1 = (1 - \beta) / \alpha, \quad \Pi_2 = \beta / (1 - \alpha), \quad (19)$$

используемые при принятии решений:

$$\Lambda \geq \Pi_1 \quad - \text{принять } N_1$$

$$\Pi_2 < \Lambda < \Pi_1 \quad - \text{сделать еще одно измерение}$$

$$\Lambda \leq \Pi_2 \quad - \text{принять } N_0.$$

Описанный последовательный тест можно использовать и скалярно для проверки гипотез относительно компонентов векторов  $\delta(k)$  (или  $d(k)$ ).

## 5. Некоторые численные результаты

Простейшей моделью типа (7) является модель случайно флуктуирующего потока, который непосредственно измеряется

$$q_1(k+1) = q_1(k) + v_1(k) \quad (20)$$

$$y_1(k) = q_1(k) + w_1(k).$$

Для моделей с "короткими" интервалами можно предполагать, что в течение большей части времени работы фильтр Калмана находится в стационарном состоянии, соответствующем  $k \rightarrow \infty$ . Поэтому представляет интерес выявление зависимости точности оценок  $\hat{q}_1(k)$  из стационарного фильтра Калмана от статистических характеристик случайных процессов  $v_1(k)$  и  $w_1(k)$ . Нетрудно показать, что дисперсия  $p_q$  оценок потока  $\hat{q}_1(k)$  выражается как:

$$p_q = -V/2 + \sqrt{(V/2)^2 + VW}, \quad (21)$$

где  $V$  и  $W$  – дисперсии случайных процессов  $v_1(k)$  и  $w_1(k)$  соответственно.

Эта зависимость показана на фиг. 1, где отчетливо видно существование двух асимптот:  $p_q \rightarrow w$  при  $(V/w) \rightarrow \infty$  и  $p_q \rightarrow 0$  при  $V \rightarrow 0$ . Уже при  $V/w = 100$  дисперсия рекурсивных оценок фильтра Калмана только на 1 % выше точности одиночного измерения, что ставит под сомнение целесообразность применения в таких случаях столь сложных алгоритмов обработки измерений. С другой стороны, если задана желаемая точность оценок и точность измерения  $w$ , то приведенную характеристику можно использовать для нахождения подходящей длительности интервала  $\tau_k$ , обеспечивающей нужное отношение "шум объекта - шум измерений". При уменьшении этого отношения точность оценок монотонно улучшается. Теперь рассмотрим простейшую ХТС, состоящую из одной наблюдаемой подсистемы и выходящего из нее измеряемого потока. В предположении постоянства длины интервала и равенства  $\tau_k = 1$  модель с "короткими" интервалами имеет вид:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) - q_1(k) \\ q_1(k+1) &= q_1(k) + v_1(k) \\ y_1(k) &= x_1(k) + w_1(k) \\ y_2(k) &= q_1(k) + w_2(k) \end{aligned} \quad (22)$$

а модель с "длинными" интервалами

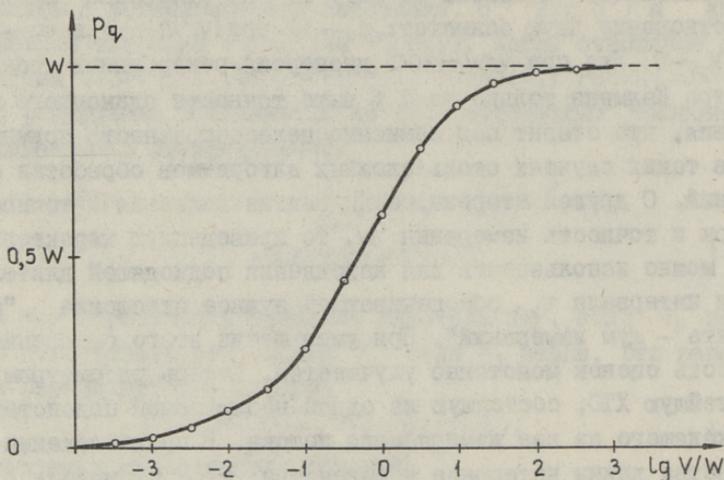
$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) - q_1(k) \\ q_1(k+1) &= q_1(k) + v_1(k) \\ p_1(k+1) &= q_1(k) \\ y_1(k) &= x_1(k) + w_1(k) \\ y_2(k) &= p_1(k) + w_2(k), \end{aligned} \quad (23)$$

где для простоты коэффициенты уравнений выхода также приняты равными единице.

Модели (22) и (23) были исследованы со следующими значениями стандартных отклонений случайных процессов  $v_1(k)$ ,  $w_1(k)$  и  $w_2(k)$ :  $\sigma_{v_1}(k) = 0,1$ ;  $\sigma_{w_1}(k) - \sigma_{w_2} = 0,31622$ .

При расчетах использовался разработанный нами для ЭВМ ЕС-1020, 1022 пакет программ анализа динамических моделей ХТС типа (7) и (8), включающий перестраиваемый генератор "результатов измерений" и собственно фильтр Калмана.

Вычисления показали, что фильтр Калмана достигает практически стационарного состояния (с точностью 1 %) при данных параметрах случайных процессов за первые 5 шагов. При



Фиг. 1.

отношении "шум объекта - шум измерений" равном 10 установившиеся значения дисперсий оценок были в 2,19 раза ниже дисперсии одиночного измерения расхода. Из фиг. 1 получим для отдельно оцениваемого потока уменьшение дисперсии в 3,7 раза. Улучшение точности оценок потоков, полученных из модели (22), можно отнести за счет совместного использования результатов измерения расхода и уровня. В модели с "длинными" интервалами уменьшение дисперсии оценок по сравнению с одноименными измерениями имело следующие значения: 2,09 раза для  $\hat{\lambda}_1$ , 4,28 раза для  $\hat{q}_1$  и 7,49 раза для  $\hat{r}_1$ . Следует подчеркнуть, что по отношению к измеренным расходам оценки  $\hat{q}_1$  являются результатом экстраполяции на один шаг. Поэтому высокую точность оценок  $\hat{q}_1$  опять следует отнести к заслугам совместного использования результатов измерения расхода и уровня.

Исследование свойств и чувствительности тест-функций (I7), (I8) выходит за рамки данной работы, но имеет безусловно первостепенное значение для разработки практических систем сглаживания измерительной информации в ХТС. Проведенное исследование показывает, что вопрос о целесообразности применения динамической модели материального баланса ХТС необходимо рассматривать как выбор рационального компромисса между сложностью вычислений и достигаемой точности оценок вектора состояния, причем в некоторых случаях имеется возможность воздействовать на последний выбором интервала дискретности.

## Л и т е р а т у р а

1. Кафаров В.В., Перов В.Л., Мешалкин В.П. Принципы математического моделирования химико-технологических систем. М., Химия, 1974.

2. А а г н а, О. Dynamic chemical plant model and its application. - Preprints of the 7th Triennial IFAC World Congress, v. 2., Helsinki, 1978, p. 279-286.

3. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем. Методы пространства состояний. М., Наука ФМ, 1970.

4. Н а u t u s, M.L.I. Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. - Proc. Kon. Ned. Akad. LXXII, 1969, N 5, p. 443-448.

5. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М., Связь, 1976, с. 495.

6. Карлин С. Основы теории случайных процессов. М., Мир, 1971.

7. M a h, R.S., S t a n l e y, G.M., D o w n i n g, D.M. Reconciliation and Rectification of process flow and inventory data. - Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev., 1976, N 1, v. 15, p. 175-183.

8. R o o n e y, T.B. et al. Estimating plant flows and inventories using material balance relations. - Preprints of the 7th Triennial IFAC World Congress, v. 2. Helsinki, 1978, p. 423-429.

A Survey of Chemical Plant Dynamic  
Model

Summary

In this paper discrete dynamic material balance models of chemical plants and their application for estimating plant technological parameters are considered. Kalman filter is used for smoothing measurement results and estimating the plant state. To analyse the plant discrete models a program package has been developed for ES-1020 computer. Numerical results of modelling and analysis are given.

## ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОДНОГО ТИПА МОДЕЛЕЙ

## I. Введение

В статье рассматриваются вопросы, возникающие при создании машинной модели технологического процесса. В данном случае был выбран имитационный метод моделирования и создание математического описания технологического процесса (ТП), в основном, сводилось к получению описания законов распределения случайных параметров процесса и описания связей между этими параметрами. При составлении математического описания использовалось сочетание двух подходов: аналитического и экспериментально-статистического (раскрытие серого ящика [1]). Для получения возможности применения имеющегося аналитического описания в имитационной модели требуется провести оценивание неизвестных параметров зависимостей на базе экспериментальных данных. При создании модели реального технологического процесса часто возникают трудности в получении экспериментального материала в нужном виде, удобном для проведения оценивая параметров имеющихся зависимостей.

В настоящей статье рассматриваются два вопроса: модели для оценивания параметров нелинейных функциональных зависимостей и применение выборочных характеристик для оценивания параметров нелинейных функциональных зависимостей.

## 2. Структура математического описания ТП

Рассматривается многостадийный технологический процесс с групповой обработкой полуфабрикатов. Структура математического описания представляет собой последовательность моделей отдельных стадий [2]. Модель  $K$ -ой стадии

$$\begin{cases} U_k = B_k(T_k) + H_k, \\ S_k = A_k(S_{k-1}, U_k) + F_k, \\ R_k = C_k(S_k) + G_k, \end{cases} \quad (I)$$

где  $T$  - вектор наблюдаемого входа;

$R$  - вектор наблюдаемого выхода;

$S$  - вектор состояния;

$B, A$  и  $C$  - операторы регулятора, агрегата и измерения соответственно;

$H, F$  и  $G$  - векторы шума и регулятора, агрегата и измерения соответственно.

Все векторы являются случайными, кроме детерминированного вектора  $T$ .

### 3. Модели оценивания параметров

Модель стадии в детерминированном виде представляет собой функциональные зависимости

$$Y_j = f_j(X_1, \dots, X_k; \alpha_1, \dots, \alpha_r), \quad j = \overline{1, p}, \quad (2)$$

где  $X_1, \dots, X_k$  - независимые переменные,

$\alpha_r$  - параметры,  $r = \overline{1, e}$ ,

$Y_j$  - зависимая переменная,

$p$  - число зависимостей в модели.

В реальном случае мы не можем наблюдать значение переменных  $X$  и  $Y$  без ошибок, т.е. наблюдаемыми переменными являются случайные величины:

$$\begin{cases} \xi_i = X_i + \delta_i, \\ \eta_j = Y_j + \varepsilon_j, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\delta$  и  $\varepsilon$  - ошибки наблюдения,

$\xi$  и  $\eta$  - случайные величины,

$X$  и  $Y$  - детерминированные величины.

Для дальнейшего рассмотрения введем некоторые ограничения:

$$\begin{cases} M(\delta_j) = M(\varepsilon_j) = 0, \\ D(\delta_i) = \sigma_\delta^2, \quad D(\varepsilon_j) = \sigma_\varepsilon^2, \quad \text{для всех } i \text{ и } j, \\ \text{cov}(\delta_i, \delta_m) = \text{cov}(\varepsilon_j, \varepsilon_m) = 0; \quad i \neq m, \quad j \neq m, \\ \text{cov}(\delta_i, \varepsilon_j) = 0, \quad \text{для всех } i, j. \end{cases} \quad (4)$$

т.е. требуется равенство нулю средних значений ошибок и некоррелированность ошибок. Через  $\sigma_{\delta}^2$  и  $\sigma_{\varepsilon}^2$  обозначены дисперсии  $\delta$  и  $\varepsilon$ .

Далее рассмотрим некоторые частные случаи для модели (I). Во-первых случай, когда нет влияния вектора наблюдаемого входа:

$$\begin{cases} R_k = C_k(S_k) + G_k, \\ S_k = A_k(S_{k-1}) + F_k. \end{cases} \quad (5)$$

в то же время для предыдущей стадии

$$R_{k-1} = C_{k-1}(S_{k-1}) + G_{k-1}. \quad (6)$$

В (5) и (6)  $R_k$  и  $R_{k-1}$  векторы измеряемых (наблюдаемых) переменных. Если есть возможность пренебречь шумом  $F_k$ , то

$$R_k + G_k = C_k A_k C_{k-1}^{-1} (R_{k-1} + G_{k-1}). \quad (7)$$

Для (7) характерно (для рассмотренного автором ТП [2]) линейное уравнение (согласно обозначениям (2) и (3)):

$$\begin{cases} Y = \alpha_0 + \alpha_1 X, \\ \xi = X + \delta, \\ \eta = Y + \varepsilon \end{cases} \quad (8)$$

которое сводится к структурному соотношению [3]

$$\eta = \alpha_0 + \alpha_1 \xi + (\varepsilon - \alpha_1 \delta) \quad (9)$$

параметры которого и подлежат оцениванию.

Второй частный случай состоит в том, что состояние после  $k$ -той стадии зависит только от вектора входа; т.е.:

$$\begin{cases} R_k = C_k(S_k) + G_k, \\ S_k = A_k(U_k) + F_k, \\ U_k = B_k(T_k) + H_k. \end{cases} \quad (10)$$

При пренебрежении шумом  $F_k$  выражение (10) сводится к выражению (7) с той разницей, что вместо  $R_{k-1}$  будет  $T_k$ , а вместо  $C_{k-1}$  будет  $B_k$ . Но здесь следует отметить случай, когда  $H_k \equiv 0$ , т.е.  $\sigma_{\delta}^2 = 0$ . В таком случае мы имеем модель с детерминированными входами и процедура оценивания сводится к обычному регрессионному анализу.

Третий частный случай описывается уравнениями (I), но  $H_k \equiv 0$  и, как прежде, мы пренебрегаем шумом  $F_k$ . Тогда мы имеем выражение

$$\begin{cases} R_k = C_k(S_k) + G_k, \\ S_k = A_k(S_{k-1}, U_k), \\ U_k = B_k(T_k). \end{cases} \quad (II)$$

Для (II) в рассмотренном ТП [2], употребив некоторые упрощения, имеем

$$\begin{cases} \ln \xi = \ln X + \delta \\ \eta^2 = Y^2 + \varepsilon \\ l - \text{детерминированный вход,} \\ Y^2 = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t \ln X, \end{cases} \quad (I2)$$

что сводится к структурному соотношению

$$\eta^2 = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t \ln \xi + \alpha_2 t \delta + \varepsilon. \quad (I3)$$

Для оценивания параметров структурных соотношений (9) и (I3) необходимо знать дисперсии ошибок.

Во всех рассмотренных частных случаях мы пренебрегали шумом  $F_k$ , что часто возможно в реальных случаях. Если же это невозможно, то для получения корректных оценок желательно наблюдать вектор состояния  $S$ .

#### 4. Применение выборочных характеристик

Для оценивания параметров функциональных зависимостей желательно иметь реализации входов и выходов для каждого отдельного полуфабриката. В таком случае не возникает особых (во всяком случае дополнительных) трудностей в оценивании [3, 4]. Но при групповой обработке, применяемой в многостадийных ТП, часто приходится сталкиваться с ситуацией, когда полуфабрикаты в группе перемешиваются на каждой стадии и измерение параметров производится для случайной выборки, взятой из группы после очередной стадии (в частном случае объем выборки может равняться объему группы). В такой ситуации для регрессионного анализа применяются средние значения выборок. Для оценивания параметров нелинейных функциональных зависимостей применение выборочных средних привело бы к получению смещенных оценок. В такой ситуации предлагается применять: упорядоченные выборки (при равных объемах выборок), упорядоченные выборки и квантили распределений или только квантили (при неравных объемах выборок)

и медианы, как частный случай квантиля, например, для метода наименьших квадратов производится минимизация сумм:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{|x_i})^2, \quad \text{где } i - \text{ порядковый номер в упорядоченной выборке объемом } n.$$

$$\sum_{p=1}^m (Y_p - \hat{Y}_{|X_p})^2, \quad \text{где } Y_p \text{ и } X_p - \text{ выборочные } p\text{-квантили распределения } y \text{ и } x \text{ соответственно.}$$

$$\sum_{k=1}^N (Y_{0,5,k} - \hat{Y}_{|X_{0,5,k}})^2, \quad \text{где } Y_{0,5} \text{ и } X_{0,5} - \text{ выборочные значения медианы для } y \text{ и } x. \\ N - \text{ число выборок (групп).}$$

В заключение отметим, что оценивание параметров функциональных зависимостей для моделей вида (I) сводится к оцениванию параметров структурных соотношений, которое возможно проводить в условиях моделирования многостадийного ТП с групповой обработкой (при которой происходит перемешивание элементов групп на каждой стадии) на основе применения упорядоченных выборок или выборочных значений квантилей (в частном случае медианы).

#### Л и т е р а т у р а

1. К о г а н Б.В., Т е т е л ь б а у м И.М. Методы моделирования в научных исследованиях. - Автоматика и телемеханика, № 6, 1979, с. 171-180.
2. Б а х в е р к А. Идентификация последовательности термических операций диффузионной технологии производства силовых полупроводниковых приборов. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, № 432, 1977, с. 135-142.
3. К е н д а л л М., С т ь ю а р т А. Статистические выводы и связи. - М., Наука, 1973, с. 899.
4. Б а р д Й. Нелинейное оценивание параметров. - М., Статистика, 1979, с. 349.

A. Bachverk

Estimation of Parameters for Models  
of Certain Type

Summary

Estimation of parameters of functional dependencies for constructing a model of multistage technological process with group treatment is considered. Practical types of structural dependencies are presented. Estimation of parameters for those structural dependencies enables us to gain estimates of parameters for original functional dependencies. Estimation is based on sample characteristics of location.

В. Кукк, В.Х. Леппиксон

ИДЕНТИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЙ С ПОМОЩЬЮ  
ЛАГЕРРОВСКИХ РАЗЛОЖЕНИЙ

## I. Постановка задачи

В статье рассматривается задача идентификации линейной стационарной системы, описываемой уравнениями состояния

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (I)$$

т.е. определения матриц  $A$  и  $B$ . Предполагается, что известны все передачи от  $m$  входов на  $n$  состояний и они представлены разложениями Лагерра

$$h_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_k^{ij} l_k(t), \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots m, \quad (2)$$

соответствующих импульсных характеристик  $h_{ij}(t)$ .

Коэффициенты разложения могут быть определены различными путями, в частности, из экспериментальных данных [1,2].

Обозначим через  $H(t)$  матрицу импульсных характеристик  $\{h_{ij}\}$ , которая является решением уравнения

$$\dot{H}(t) = AH(t) + B\delta(t), \quad (3)$$

а через  $X_k$  матрицу  $k$ -ых членов разложения  $H(t)$  по функциям Лагерра

$$H(t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_k l_k(t). \quad (4)$$

Задача заключается в определении матриц  $A$  и  $B$  по известным матрицам  $X_0, X_1, X_2, \dots$ .

## 2. Основные соотношения и решение задачи

Как показано в [3], уравнение (I) при использовании разложений Лагерра

$$x(t) = \sum_0^{\infty} x_k l_k(t), \quad u(t) = \sum_0^{\infty} u_k l_k(t)$$

принимает вид

$$x_0 = \left(\frac{1}{2}I - A\right)^{-1} B u_0.$$

$$x_{k+1} = \left(\frac{1}{2}I - A\right)^{-1} \left(\frac{1}{2}I - A\right) x_k + B(u_{k+1} - u_k), k \geq 0. \quad (5)$$

Так как  $\delta(t) = \sum_0^{\infty} \delta_k(t)$ , уравнение (3) преобразуется в

$$x_0 = \left(\frac{1}{2}I - A\right)^{-1} B \quad (6)$$

$$x_{k+1} = \left(\frac{1}{2}I - A\right)^{-1} \left(\frac{1}{2}I + A\right) x_k, k \geq 0. \quad (7)$$

Из уравнений (6) и (7) очевидно, что матрицу  $A$  нужно определить из (7), после чего можно из (6) определить матрицу  $B$ .

Основную проблему составляет определение  $A$ . Если  $m = n$  в принципе можно решить одно матричное уравнение, содержащее  $X_1$  и  $X_0$ :

$$(X_1 - X_0)A = \frac{1}{2}(X_1 + X_0). \quad (8)$$

Как видно, в этом случае разрешимость задачи сводится к неособенности матрицы  $X_1 - X_0$ . Сингулярность матрицы  $(X_1 - X_0)$  указывает на чрезмерно большую размерность  $n$ .

Если  $n \neq m$ , то систему (7), которая может быть представлена в виде

$$\begin{bmatrix} X_1 - X_0 \\ X_2 - X_1 \\ X_3 - X_2 \\ \vdots \end{bmatrix} A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} X_1 + X_2 \\ X_2 + X_1 \\ X_3 + X_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (9)$$

можно решить, например, методом наименьших квадратов. Это может быть полезным и при  $m = n$ , т.к. позволяет сглаживать погрешности определения  $X_k$ .

### 3. Определение лагерровского разложения из экспериментальных данных

Отличительной особенностью лагерровских разложений является возможность определения коэффициентов разложения из реакции системы на различные возмущения без методической ошибки [4]. Это связано с тем, что для определения первых  $k$  ( $k=1,2,3,\dots$ ) членов разложения импульсной характеристики достаточно определить  $k$  членов входного и выходного сигнала, отношение которых и дает искомый результат.

Разработаны алгоритмы, которые позволяют определить лагерровские разложения из частотных и временных функций [1,2]. Эти операции сводятся к вычислению некоторых определенных интегралов. Указанные алгоритмы, естественно, не являются единственно возможными, и для конкретных условий можно разработать специальные алгоритмы.

Например, для идентификации линейной системы на базе временных функций был разработан алгоритм, базирующийся на аппроксимации с помощью кубических сплайнов.

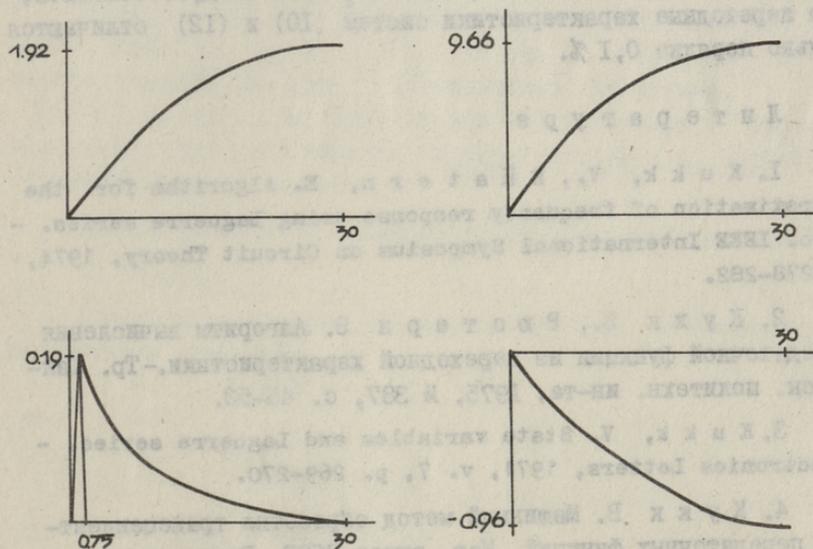
Из сплайна вычисляется лагерровское разложение по алгоритму, не обладающему методической погрешностью.

#### 4. Пример

Рассмотрим систему, заданную матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,5 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

имеющую собственные значения  $\lambda_1 = -4.8979$  и  $\lambda_2 = -0.1021$ .



Фиг. 1. Переходные характеристики идентифицируемой системы.

Переходные характеристики этой системы (фиг. 1) были исходными данными (примерно 40 точек для каждой характеристики). Вычисленные из сплайн-аппроксимации матрицы лагерровских коэффициентов оказались равными

$$X_0 = \begin{pmatrix} 0,3086 & 1,6923 \\ 0,1531 & -0,154 \end{pmatrix}, \quad X_1 = \begin{pmatrix} -0,2577 & -1,1245 \\ 0,1756 & 0,1289 \end{pmatrix}. \quad (II)$$

В то же время рассчитанные непосредственно из (10) матрицы имеют вид

$$X_0 = \begin{pmatrix} +0,3076 & 1,6923 \\ 0,1531 & -0,1543 \end{pmatrix}, \quad X_1 = \begin{pmatrix} -0,2604 & -1,1245 \\ 0,1302 & 0,1302 \end{pmatrix}.$$

Наибольшая погрешность, наблюдаемая в  $X_1$  (подчеркнуто) объясняется острым максимумом в соответствующей переходной характеристике, которая недостаточно точно отображалась выбранным набором точек.

Рассчитанные из (II) матрицы A и B имели вид:

$$A = \begin{pmatrix} -0,0093 & 0,9104 \\ -0,4777 & -4,796 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0,0178 & 1,002 \\ 0,9581 & -0,0087 \end{pmatrix} \quad (I2)$$

с собственными значениями  $\lambda_1 = -4,7034$ ,  $\lambda_2 = -0,1019$ . Следует отметить, что переходные характеристики систем (10) и (12) отличаются только порядком 0,1 %.

#### Л и т е р а т у р а

1. К у к к, В., Р ю с т е р н, Э. Algorithm for the approximation of frequency response using Laguerre series. - Proc. IEEE International Symposium on Circuit Theory, 1974, p. 278-282.

2. К у к к В., Р ю с т е р н Э. Алгоритм вычисления передаточной функции из переходной характеристики. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1975, № 387, с. 45-53.

3. К у к к, В. State variables and Laguerre series. - Electronics Letters, 1971, v. 7, p. 269-270.

4. К у к к В. Машинный метод обработки трансцендентных передаточных функций. Изв. вузов СССР. Радиоселектроника, Т. ХУП, 1974, № 6, с. 26-29.

Identification of Linear Systems Using  
Laguerre Expansions

Summary

An algorithm for the identification of linear continuous systems is presented. The mathematically unknown system is supposed to be described by state responses to arbitrary input signals. The state equation matrices A and B are determined from the Laguerre expansions of the responses. Some application problems are discussed and a numerical example is given.



## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА

## I. Введение

В статье предлагается эффективный итеративный метод решения уравнения Ляпунова

$$AX + XA^T = -C, \quad (I)$$

где  $A - n \times n$  - матрица,

$C - n \times n$  - симметричная матрица и решение,

$X - n \times n$  - симметричная матрица.

Метод является обобщением метода, предложенного в работе [1].

Известно [2], что уравнение (I) имеет единственное решение, если  $\lambda_i + \lambda_j \neq 0$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ , где  $\lambda_i$  обозначают собственные значения матрицы. Дополнительно допустили, что  $\operatorname{Re}(\lambda_i) < 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Такие задачи возникают при решении матричного уравнения Риккати методом Ньютона и в линейном стохастическом управлении.

Предлагаемый метод базируется на следующей теореме.

## 2. Теорема.

Решением уравнения (I) является решение эквивалентного дискретного уравнения

$$EXE^T - X = -Q, \quad (2)$$

где

$$E = e^{Ah}, \quad (3)$$

$$Q = P(h), \quad (4)$$

$$P(h) = \int_0^h e^{At} C e^{A^T t} dt, \quad (5)$$

$h$  - интервал дискретности.

## 3. Доказательство

В предположении, что уравнение (I) имеет решение и все собственные значения матрицы  $A$  лежат в левой полуплоскости,

решение  $X$  представляется в виде [2]

$$X = \int_0^{\infty} e^{At} C e^{A^T t} dt. \quad (6)$$

Рассмотрим (6) как сумму интегралов

$$X = \sum_{i=0}^{\infty} \int_{ih}^{(i+1)h} e^{At} C e^{A^T t} dt. \quad (7)$$

Далее, 
$$\int_{ih}^{(i+1)h} e^{At} C e^{A^T t} dt = \int_0^h e^{A(ih+s)} C e^{A^T(ih+s)} ds =$$

$$= (e^{Ah})^i \left( \int_0^h e^{As} C e^{A^T s} ds \right) (e^{A^T h})^i =$$

$$= E^i P(h) (E^T)^i. \quad (8)$$

Из (7) и (8) получаем

$$X = \sum_{i=0}^{\infty} E^i P(h) (E^T)^i. \quad (9)$$

С другой стороны, решением уравнения (2) является

$$X = \sum_{i=0}^{\infty} E^i Q (E^T)^i, \quad (10)$$

что вместе с (3), (4) и (9) доказывает теорему.

#### 4. Вычисление $P(h)$ .

Рассмотрим произведение  $e^{At} C e^{A^T t}$  в виде степенного ряда. Используя равенство

$$e^{At} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i t^i}{i!}, \quad (11)$$

получаем

$$e^{At} C e^{A^T t} = C + (AC + CA^T) \frac{t}{1!} + (A^2 C + 2ACA^T + CA^T{}^2) \frac{t^2}{2!} +$$

$$+ (A^3 C + 3A^2 CA^T + 3ACA^T{}^2 + CA^T{}^3) \frac{t^3}{3!} + \dots =$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} G_i \frac{t^i}{i!}. \quad (12)$$

Матрицы  $G_i$  выражаются рекуррентно [3]

$$G_0 = C, \quad (13)$$

$$G_{i+1} = AG_i + G_i A^T, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Интегрируя ряд (12), получаем

$$P(h) = \sum_{i=0}^{\infty} G_i \frac{h^{i+1}}{(i+1)!}. \quad (14)$$

При практических расчетах в разложении (I4) берется конечное число членов,

$$P(h) \cong \sum_{i=0}^N G_i \frac{h^{i+1}}{(i+1)!}. \quad (I5)$$

Обозначим

$$\alpha = \|A\| + \|A^T\|. \quad (I6)$$

Тогда

$$\|G_i\| \leq \alpha^i \|C\| \quad (I7)$$

и

$$\|P(h)\| \leq \|C\| h \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\alpha^i h^i}{(i+1)!}. \quad (I8)$$

Число слагаемых  $N$  в разложении (I5) выбирается из условия

$$\frac{S_{N+1}}{\sum_{i=0}^N S_i} < \varepsilon, \quad (I9)$$

где  $\varepsilon$  - заданное малое число

$$S_i = \frac{\alpha^i h^i}{(i+1)!}. \quad (20)$$

Если выбирать  $h$  так, чтобы  $\alpha \cdot h < 1$ , то при  $\varepsilon = 10^{-6}$  достаточно брать  $N = 8$ .

#### 5. Вычисление $e^{Ah}$

Если выбирать  $h$  из условия  $\alpha \cdot h < 1$ , тогда  $\|Ah\| < 1$  и матричную экспоненту можно вычислить прямо по формуле (II),

$$e^{Ah} \cong \sum_{i=0}^L \frac{A^i h^i}{i!}. \quad (2I)$$

Для достижения относительной точности  $10^{-6}$ , достаточно брать 9 членов разложения (2I)

#### 6. Решение уравнения (2)

Уравнение (2) можно решать по формуле (IO), ограничиваясь конечным числом членов ряда. Однако сходимость ряда (IO) медленная. Используем итеративную схему [4]

$$\begin{aligned} H_0 &= Q, \\ H_i &= E^{2^i} H_{i-1} (E^T)^{2^i} + H_{i-1}, \quad i=1, 2, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

По схеме (22)  $i$  итераций соответствуют  $2^i$  членам в разложении (IO). Обычно для получения решения необходимо не более 10 итераций.

## 7. Алгоритм решения уравнения (I)

- а) найти  $h$  из условия  $a \cdot h < 1$ ;
- б) вычислить  $P(h)$  по формуле (I5), используя формулу (I3);
- в) вычислить  $e^{Ah}$  по формуле (2I);
- г) решить уравнение (2) по формуле (22).

## 8. Заключение

Требуемый объем памяти имеет порядок  $7n^2$  и число умножений равняется  $(N+L+3K)n^3$ , где  $K$  - число итераций в (22), Если  $N = 8$ ,  $L = 9$  и  $K = 7$ , то числом умножений будет  $38n^3$ .

Алгебраические методы решения уравнения (I) требуют порядка  $n^4$  слов памяти, а число умножений пропорционально  $n^4$  [5]. Отсюда следует, что предложенный метод более экономичен для решения уравнения (I) высокой размерности ( $n > 15$ ).

Метод, предложенный в работе [I], является частным случаем вышеописанного метода с  $L = 4$  и  $N = 0$ .

Практические расчеты показали применимость предложенного в статье метода для решения уравнения (I) с плохо обусловленной матрицей  $A$ .

## Л и т е р а т у р а

1. D a v i s o n, E.J., M a k i, M.C. The numerical solution of the matrix riccati differential equation. - IEEE Trans. Autom. Contr., 1973, Feb., v. AC-18, p. 71-73.
2. Б е л л м а н Р. Введение в теорию матриц. М., Наука, 1976.
3. L u p a s, L. Power series solution of the matrix linear differential equation. - Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. et Energ., 1974, 1, T. 19, p. 137-152.
4. B e r g e r, C.S. A numerical solution of the matrix equation  $P = \Phi P \Phi^T + S$ . - IEEE Trans. Autom. Contr., 1971, aug., v. AC-16, p. 381-382.
5. К о у р а н, А., М ü l l e r, P.C. Numerical methods for solving the Ljapunov matrix equation  $A^T P + P A = -Q$ . - Regelungstechnik, 1976, May, v. 24, p. 167-169.

Numerical Solution of the  
Lyapunov Matrix Equation

Summary

In the paper an efficient iterative procedure for solving the Lyapunov matrix equation is proposed. The method is based on transforming the equation to be solved into an equivalent discrete one.



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЗВЕЗДА-СЕТЬ ДЛЯ РАСЧЕТА  
АКТИВНЫХ АДМИТАНСНЫХ ЦЕПЕЙ

## I. Введение

При решении линейных узловых уравнений цепей прямые матричные методы могут привести к утере специфических особенностей элементов, играющих ключевую роль в поведении цепей, и к большим погрешностям [1, 2]. В [1] отмечено, что этим методам следовало бы предпочитать метод редукции цепи, который:

- а) обеспечивает более точное соответствие исходной цепи и ее модели;
- б) позволяет избегать операции вычитания.

Таким путем удастся (в ряде случаев значительно) повысить точность расчетов.

Метод редукции цепи основан на применении преобразования звезда-сеть. Для цепей, содержащих пассивные элементы и независимые источники, правила этого преобразования просты и давно известны [3]. В последнее время предложены и правила преобразования звезда-сеть для цепей с зависимыми источниками [4, 5], но, несмотря на это, нет сведений о применении метода редукции цепи в программах анализа активных цепей, хотя и узловые уравнения решаются во многих программах [6, 7, 8, 9].

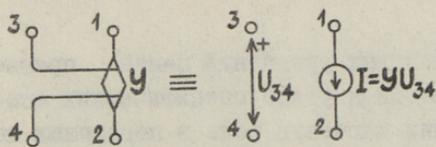
Такое положение можно объяснить тем, что

- а) нужны более простые формализованные правила преобразования звезда-сеть для цепей с зависимыми источниками;
- б) требуется найти способы организации вычислений методом редукции цепи, которые обеспечивают скорость расчета, сравнимую со скоростью матричных методов.

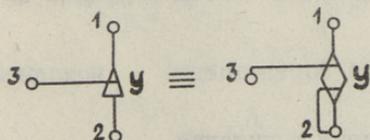
Учитывая эти требования, в настоящей статье предлагается алгоритм преобразования звезда-сеть для активных адмитансных цепей. При этом применяется унифицированная форма описания элементов цепи, благодаря которой правила преобразования звезда-сеть получены в простой и удобной для ЭВМ форме.

## 2. Элементы цепи и их описания

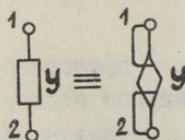
Элементы цепи. Рассматриваем цепи, элементами которых являются динзоры, транзоры, дисторы и независимые источники тока. Графические изображения этих элементов приведены на фиг. 1, где зажимы



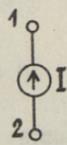
а)



б)



в)



г)

Фиг. 1. Динзор (а), транзор (б), дистор (в) и независимый источник тока (г).

на фиг. 1, где зажимы элементов для их идентификации пронумерованы и к элементам приписаны их параметры.

Динзор — это четырехполюсный источник тока, управляемый напряжением, узловые уравнения которого следующие:

$$\begin{cases} I_1 = Y(U_3 - U_4) \\ I_2 = Y(U_4 - U_3) \\ I_3 = 0 \\ I_4 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

где  $I_l$  и  $U_l$  ( $l = 1, 2, 3, 4$ ) ток и напряжение  $l$ -го зажима элемента и проводимость,

$Y$  — единственный параметр элемента.

Зажим 1 элемента называют стоком и зажим 3 соответствующим ему затвором. Зажимы 2 и 4 образуют такую же пару сток-затвор.

Транзор (т.е. трехполюсный источник тока, управляемый напряжением) и дистор с проводимостью  $Y$  можно рассматривать как динзоры (или их можно заменить эквивалентными динзорами) с проводимостью  $Y$ , у которых соответствен-

но одна пара (см. фиг. I,б) и обе пары (см. фиг. I,в) зажимов сток-затвор закорочены.

Независимый источник тока с параметром  $I$  имеет узловые уравнения

$$\begin{cases} I_1 = -I \\ I_2 = I. \end{cases} \quad (2)$$

Описания элементов. Каждый рассмотренный элемент и его место в структуре цепи можем полностью описать с помощью упорядоченной пары  $\{P; X\}$ , где  $P$  — параметр элемента и  $X$  — кортеж, где в возрастающем порядке номеров зажимов элементы  $k = 1, 2, \dots$  заданы номера  $x_k$  узлов, соединенных с соответствующими зажимами.

Динзор описываем с помощью пары  $\{Y; (x_1, x_2, x_3, x_4)\}$ .

Транзор и дистор описываем как эквивалентные им динзоры:

а) описание транзора —  $\{Y; (x_1, x_2, x_3, x_2)\}$ ,

б) описание дистора —  $\{Y; (x_1, x_2, x_1, x_2)\}$ .

Независимый источник тока описываем парой  $\{I; (x_1, x_2)\}$ .

Эквивалентные описания. Из (1) и (2) следует, что уравнения цепи инвариантны относительно следующих изменений в цепи:

а) взаимная замена пар зажимов сток-затвор динзора;

б) изменение знака проводимости динзора вместе с одновременной взаимной заменой стоков или затворов динзора;

в) взаимная замена зажимов независимого источника тока вместе с одновременным изменением направления тока в источнике.

На основе этого получим следующие эквивалентные описания (описания эквивалентных элементов):

а) для неавтономных элементов:

$$\begin{aligned} \{Y; (x_1, x_2, x_3, x_4)\} &\equiv \{Y; (x_2, x_1, x_4, x_3)\} \\ &\equiv \{-Y; (x_1, x_2, x_4, x_3)\} \equiv \{-Y; (x_2, x_1, x_3, x_4)\}, \end{aligned} \quad (3)$$

б) для независимого источника тока:

$$\{I; (x_1, x_2)\} \equiv \{-I; (x_2, x_1)\}. \quad (4)$$

Предпочитаемые описания. Рассматриваем в цепи звезду, которую образуют инцидентные к узлу  $s$  элементы.

Предпочитаемым или П-описанием элемента этой звезды называем такое (не обязательно единственное) его описание  $\{P; X\}$ , где номер центрального узла звезды  $s$  не встречается в кортеже  $X$  на втором и четвертом месте.

По месторасположению номера центрального узла звезды в  $X$  и по длине  $X$  различаем четыре типа П-описания:

а) T1 -  $\{Y; (c, x_2, x_3, x_4)\}$ ,

б) T2 -  $\{Y; (x_1, x_2, c, x_4)\}$ ,

в) T3 -  $\{Y; (c, x_2, c, x_4)\}$ ,

г) T4 -  $\{Y; (c, x_2)\}$ .

### 3. Алгоритм преобразования звезда-сеть

Эквивалентной сетью (ЭС) можно заменить в цепи любую звезду с исключаемым центральным узлом  $s$ , если собственная проводимость этого узла  $Y^c \neq 0$ . Для этого следует:

а) используя (3) и (4) найти П-описания всех  $s$  элементов звезды;

б) найти  $Y^c$  как сумму проводимостей, указанных в тех П-описаниях элементов звезды, тип которых T3;

в) просматривать П-описания всех неупорядоченных пар элементов звезды  $\{P_i; X_i\}$  и  $\{P_j; X_j\}$ ,  $i=1, 2, \dots, s-1, j=i, i+1, \dots, s$ , находя по приведенным ниже правилам описания элементов ЭС и вводя эти элементы в цепь (если  $s = 1$ , то ЭС пустая);

г) удалить из цепи элементы звезды.

В ЭС нет элементов, которые соответствовали бы парам из элементов звезды, типы П-описаний которых 1) T1 и T1, 2) T2 и T2, 3) T1 и T4, 4) T4 и T4. Остальным парам элементов с П-описаниями  $\{P_i; X_i\}$  и  $\{P_j; X_j\}$  соответствует в ЭС один или два элемента. Параметры этих элементов вычисляются по формуле

$$P_k = \frac{P_i P_j}{Y^c}, \quad (5)$$

а их кортежи  $X_k$  определяются на основе  $X_i$  и  $X_j$  согласно типам П-описаний соответствующих элементов. Правила формирования  $X_k$  представлены в виде таблицы I, где в строке

приведены типы пары П-описаний, соответствующие кортежи  $\mathfrak{X}_i$  и  $\mathfrak{X}_j$  и образованный (образованные) на основе их  $\mathfrak{X}_k$ .

Элемент ЭС с найденным описанием  $\{\mathcal{P}_k; \mathfrak{X}_k\}$  может оказаться вырожденным, т.е. в  $\mathfrak{X}_k = (x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, x_{4k})$   $x_{1k} = x_{2k}$  (источник тока замкнут) или  $x_{3k} = x_{4k}$  (замкнуты управляющие зажимы источника). Такой элемент отбрасывается.

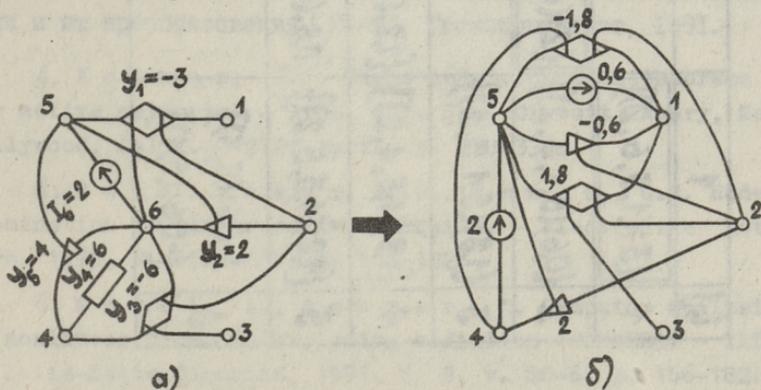
Т а б л и ц а I

| ПРА-ВИЛО | ТИПЫ   | $\mathfrak{X}_i$              | $\mathfrak{X}_j$              | $\mathfrak{X}_k$                        |
|----------|--------|-------------------------------|-------------------------------|---|
| П1       | T1, T2 | $(c, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i})$ | $(x_{1j}, x_{2j}, c, x_{4j})$ | $(x_{2j}, x_{1j}, x_{3i}, x_{4i})$      |
| П2       | T1, T3 | $(c, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i})$ | $(c, x_{2j}, c, x_{4j})$      | $(x_{2j}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i})$      |
| П3       | T2, T3 | $(x_{1i}, x_{2i}, c, x_{4i})$ | $(c, x_{2j}, c, x_{4j})$      | $(x_{1i}, x_{2i}, x_{4j}, x_{4i})$      |
| П4       | T3, T3 | $(c, x_{2i}, c, x_{4i})$      | $(c, x_{2j}, c, x_{4j})$      | $(x_{2j}, x_{2i}, x_{4j}, x_{4i})$      |
| П5       | T4, T2 | $(c, x_{2i})$                 | $(x_{1j}, x_{2j}, c, x_{4j})$ | $(x_{2j}, x_{2i})$ и $(x_{2i}, x_{1j})$ |
| П6       | T4, T3 | $(c, x_{2i})$                 | $(c, x_{2j}, c, x_{4j})$      | $(x_{2j}, x_{2i})$                      |

#### 4. Пример

Рассматриваем преобразование звезды, изображенной на фиг. 2, а.

Найдем для всех элементов звезды их П-описания, которые приведены в матричной таблице 2 на главной диагонали так, что описание элемента с параметром  $\mathcal{P}_i$  (см. фиг. 2, а) находится в строке  $i$ .



Фиг. 2. Преобразование звезда-сеть.

Таблица 2.

| $i, j$ | 1  | 2                        | 3                        | 4                        | 5                     | 6                |
|--------|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|------------------|
| 1      | $\{3; (1, 5, 6, 2)\}$                    | П1                       | П1                       | П3                       | П3                    | П5               |
| 2      | $\{0, 6; (5, 1, 5, 2)\}$                 | $\{2; (6, 2, 5, 2)\}$    |                          | П2                       | П2                    |                  |
| 3      | $\{1, 8; (5, 1, 3, 2)\}$                 |                          | $\{6; (6, 4, 3, 2)\}$    | П2                       | П2                    |                  |
| 4      | $\{1, 8; (1, 5, 4, 2)\}$                 | $\{1, 2; (4, 2, 5, 2)\}$ | $\{3, 6; (4, 4, 3, 2)\}$ | $\{6; (6, 4, 6, 4)\}$    | П4                    | П6               |
| 5      | $\{1, 2; (1, 5, 5, 2)\}$                 | $\{0, 8; (4, 2, 5, 2)\}$ | $\{2, 4; (4, 4, 3, 2)\}$ | $\{2, 4; (4, 4, 4, 5)\}$ | $\{4; (6, 4, 6, 5)\}$ | П6               |
| 6      | $[-0, 6; (5, 5)]$<br>$\{-0, 6; (5, 1)\}$ |                          |                          | $\{-1, 2; (4, 5)\}$      | $\{-0, 8; (4, 5)\}$   | $\{-2; (6, 5)\}$ |

Определяем собственную проводимость центрального узла звезды 6:

Просматриваем все пары П-описаний элементов звезды, находя по приведенным выше правилам описания элементов ЭС. Если рассматривается пара описаний со строк  $i$  и  $j$  таблицы 2 и  $i < j$ , то применяемое правило определения кортежа  $\mathcal{X}$  элемента ЭС указано в той же таблице на месте  $ij$  и полученное описание элемента ЭС приведено на месте  $ji$ . Если какой-то паре не соответствует ни один элемент ЭС, то соответствующие места  $ij$  и  $ji$  таблицы пусты. В описаниях полученных вырожденных элементов применяются в таблице 2 вместо фигурных скобок квадратные.

Складывая параллельные элементы ЭС (т.е. элементы, для которых найдутся описания, где кортежи  $\mathcal{X}$  совпадают), получим результирующую ЭС, изображенную на фиг. 2,б.

#### Л и т е р а т у р а

1. К а л а х а н Д. Методы машинного расчета электронных схем. М., Мир, 1970.
2. Н е п л е х о в и ч В.И., И л ь и н В.Н. Решение разреженных уравнений электронных схем методом контуров и узлов.-Известия вузов СССР. Радиотехника, т. XX, № 6, 1977, с. 19-30.
3. М а к с и м о в и ч Н.Г. Линейные электрические цепи и их преобразования. М.-Л., Госэнергоиздат, 1961.
4. К а л ш а н, R.E. Three node reduction theorems for active networks. - Proc. Int. Sym. Circuit Theory, North Hollywood, Calif., 1972, April, p. 333-338.
5. R e z a i-F a k h r, M.G., T e m e s, G.C. Node elimination in linear active circuits. - Electronics Letters, 1975, N. 6, v. 11, p. 121-122.
6. N a g e l, L., R o h r e r, R. Computer analysis of nonlinear circuits excluding radiation (CANCER). - IEEE J. Solid-State Circuits, 1971, N. 8, v. SC-6, p. 166-182.

7. Chung-Wen Ho, Rueli, A.E., Brennan, P.A. The modified nodal approach to network analysis. - IEEE Trans. Circuits and Systems, 1975, N. 6, v. CAS-22, p. 504-509.

8. Курм М.Ю., Кукк В.А. Анализ линейных цепей с помощью лагерровских разложений. - Тр. Таллинск. политехн. ин-та, № 387, 1975, с. 33-43.

9. Глориезов Е.Л., Ссорин В.Г., Сыпчук П.П. Программа анализа электронных схем, основанная на узловом методе. Электронная техника. Сер. 3. Микроэлектроника, вып. 2(56), 1975, с. 25-32.

V. Kukk, A. Ronk

Star-Mesh Transformations for Nodal Analysis  
of Active Circuits

Summary

Star-mesh transformations of admittant active circuits are presented in terms of unified descriptions of circuit elements, which are suitable for computer implementations. An algorithm of circuit reduction for computer-aided analysis of active circuits, based on these transformations, is proposed.

## МЕТОД СИНТЕЗА СБАЛАНСИРОВАННЫХ ЦЕПЕЙ

Сбалансированные многополюсные резистивные, индуктивные и емкостные цепи входят в состав различных электрических и электронных устройств техники СВЧ и проводной связи, а также измерительной техники. Предложенный ниже метод синтеза таких цепей позволяет непосредственно (без решения систем нелинейных компонентных уравнений) определить значения "настраиваемых" элементов цепей и может быть применен также при практической балансировке мостовых цепей, состоящих из однотипных ( $R, L$  или  $C$ ) элементов.

Метод основывается на свойствах функций  $RC$ -цепи с  $n$ -кратным отрицательным вещественным нулем  $s_e$  в определителе определенной матрицы проводимостей, реализованном по  $n(n+1)/2$  условиям [1]. Резистивный эквивалент такой цепи при комплексной частоте  $s_e$ , полученный при замене емкостей  $C_i$  на отрицательные проводимости  $g_i = s_e \cdot C_i$ , имеет дефект  $n$  матрицы проводимостей, причем его произвольно выбранные  $n+1$  узлов окажутся изолированными друг от друга. Поэтому для синтеза сбалансированного резистивного моста с  $n$  независимыми и  $m$  ( $1 \leq m \leq n$ ) базисными входными узлами (клеммами), имеющего нулевые входные проводимости, достаточно абсорбировать (исключить) все узлы цепи, кроме выбранных  $(n+1)$  узлов, а проводимости  $g_{ij}$  резисторов между узлами (их всего  $n(n+1)/2$ ) выбирать (настраивать) по простому условию [2]:

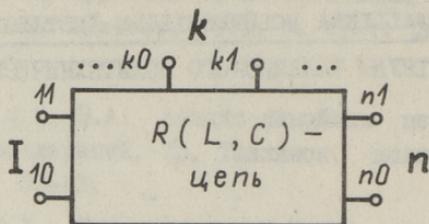
$$g_{ij} = -y_{ij}, \quad (I)$$

где  $y_{ij}$  - эквивалентная проводимость, возникающая между узлами  $i$  и  $j$  после абсорбирования отмеченных выше узлов.

Следовательно, настройка отдельных элементов независимо друг от друга, причем отсутствуют обычные требования о сим-

метрии [3]. Как показано ниже, при синтезе можно получить и любые ненулевые значения входных проводимостей.

Рассмотрим процедуру синтеза (реализации) сбалансированного резистивного моста, каждый вход которого состоит из базисного и одного независимого углов (фиг.1).



Фиг. 1. Мостовая цепь с  $n$  входами.

В таком случае необходимо задаться значениями входных проводимостей для  $l$  входов, причем нетрудно показать, что

$$\frac{n}{2} \leq l \leq n, \text{ если } n - \text{ четный}; \quad (2)$$

$$\frac{n-1}{2} \leq l \leq n, \text{ если } n - \text{ нечетный.}$$

Предположим, что в исходной структуре моста имеются резистивные элементы между любой парой узлов (исключения из этого правила приведены ниже). В окончательной структуре некоторые из этих элементов могут отсутствовать.

Процедура состоит из следующих шагов.

1. Зададимся входными проводимостями  $g_1, \dots, g_l$  для  $l$  входов  $1, \dots, l$  и подключаем к этим входам (фиктивные) элементы с проводимостями

$$x_k = -(g_k + g_{ij}), \quad k=1, \dots, l, \quad (3)$$

где  $i$  и  $j$  - узлы входа  $k$ .

2. Выберем из  $p$  узлов цепи ( $p$  - общее число внешних и внутренних узлов)  $n + 1$  узлов и зададимся значениями всех элементов цепи, кроме элементов между упомянутыми узлами (значения элементов между узлами входов  $l+1, \dots, n$  можно выбирать нулевыми). В число отмеченных  $n + 1$  узлов целесообразно выбирать только один узел из каждого входа с заданной входной проводимостью (такой выбор невозможен только в случае  $l = n = p/2$ ), причем проводимости  $g_{ij}$  в (3) для этих входов можно тогда выбирать нулевыми.

3. Абсорбируем все узлы цепи, кроме выбранных  $n + 1$  узлов.

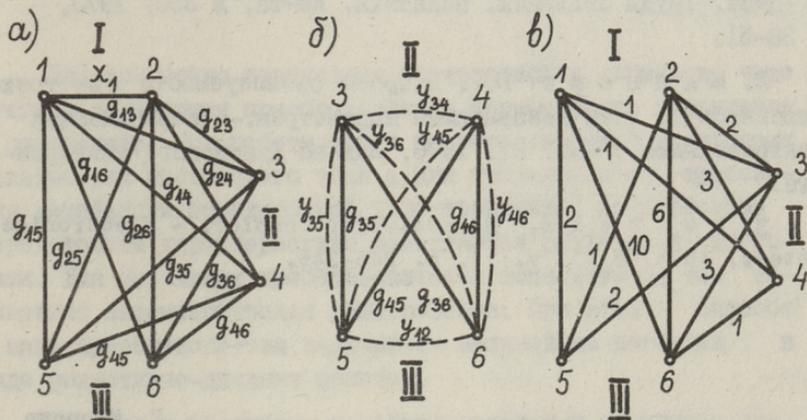
4. Выберем (настроим) проводимости всех элементов между выбранными  $n + 1$  узлами (кроме элементов, соединенных параллельно к входам  $l+1, \dots, n$ ) согласно (1). Тогда мост

будет сбалансирован (уравновешен), а входы I, ..., l получат нулевые входные проводимости.

5. Отключим (фиктивные) элементы  $x_1, \dots, x_l$ . Тем самым входные проводимости входов I, ..., l получат требуемые значения.

Совершенно аналогично можно реализовать емкостные и индуктивные мосты, заменяя лишь в приведенной процедуре проводимости на емкости или на обратные величины индуктивностей соответственно.

По такому же принципу можно реализовать и общие M-входные сбалансированные резистивные, емкостные или индуктивные цепи [2]. Однако нужно отметить, что балансировка мостов при  $m < M \leq n$  возможна только при наличии в этих мостах и отрицательных элементов.



Фиг. 2. Этапы балансировки 3-входного резистивного моста.

Пример.

Рассмотрим балансировку резистивного 3-входного моста, исходная структура которого представлена на фиг. 2а (сплошные линии на фиг. 2 обозначают реальные резистивные элементы, а пунктирные линии - элементы, возникающие при абсорбировании узлов). Согласно (2)  $I \leq l \leq 3$ .

1. Зададимся входной проводимостью входа I (в относительных единицах):  $g_1 = 4$ . Из (3) получим:  $x_1 = -4$ .

2. Выберем в число  $n + I$  узлов узлы 3, 4, 5 и 6, задава-

ясь следующими значениями элементов:  $g_{13} = 1$ ;  $g_{14} = 1$ ;  $g_{15} = 2$ ;  
 $g_{16} = 1$ ;  $g_{23} = 2$ ;  $g_{24} = 3$ ;  $g_{25} = 10$ ;  $g_{26} = 6$ .

3. После абсорбирования узлов 1 и 2 получим (см. фиг. 2б):  $y_{34} = 3$ ;  $y_{35} = -2$ ;  $y_{36} = -3$ ;  $y_{45} = 0$ ;  $y_{46} = -1$ ;  $y_{56} = 6$ .

4. По (1) выберем:  $g_{35} = 2$ ;  $g_{36} = 3$ ;  $g_{45} = 0$ ;  $g_{46} = 1$ .

5. Отключим элемент  $x_1$ . Мост уравновешен, причем входные проводимости следующие:  $g_1 = 4$ ;  $g_2 = g_{34} = 3$ ;  $g_3 = g_{56} = 6$ .

Структура сбалансированного моста вместе со значениями элементов представлена на фиг. 2в.

### Л и т е р а т у р а

1. М я н н а м а В.Р. Кратные нули в определителе RC-цепи.-Труды Таллинск. политехн. ин-та, № 350, 1973, с. 39-51.

2. М я н н а м а В.Р. Вопросы реализуемости RC-трехполусников по трем независимым параметрам.- Теоретическая электротехника, вып. 21. 1976, Изд-во Львовского университета.

3. R o t h o l z, E. Resistive coupler. - Electronics Letters, 1975, N 11, v. 11, p. 245-246.

V. Männama

### Balanced Circuits Synthesis Method

#### Summary

A simple method and algorithm for the synthesis of balanced resistive, capacitive or inductive multipoles has been described.

### О СТЕПЕНИ НЕЛИНЕЙНОСТИ СЛОЖНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ СРЕДНЕВЫПРЯМЛЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

В работе исследуется нелинейная зависимость коэффициента передачи сложного преобразователя средневывпрямленных значений [1] от различных форм напряжений на его входе. Приводятся результаты машинного анализа.

Для изменения переменных электрических сигналов чаще всего используются преобразователи переменного напряжения в постоянное. При работе таких преобразователей в цифровых вольтметрах постоянного тока к ним предъявляются требования линейности передаточной характеристики. Линеаризация передаточной характеристики достигается различными способами. Для пассивных преобразователей используется так называемая параметрическая линеаризация. При этом способе в цепь преобразователя включаются нелинейные нагрузки в виде резистивно-диодных цепочек.

Интерес к пассивным преобразователям в настоящее время значительно возрос. Это связано с тем, что они позволяют преобразовывать сигналы переменного напряжения в постоянное в значительно более широкой полосе частот, нежели активные преобразователи. Схема линейного пассивного преобразователя средневывпрямленных значений, заслуживающая определенного внимания, предложена в [1], где говорится о высокой линейности передаточной характеристики преобразователя, т.е. о линейной зависимости выпрямленного постоянного напряжения от величины средневывпрямленного значения входного переменного напряжения.

Цель настоящей работы — оценить нелинейность коэффициента передачи сложного преобразователя (фиг. 1) для сим-

метричных и несимметричных прямоугольных форм входного сигнала с периодом  $T$ , длительностью отрицательной полуволны  $t_2$  и ее амплитудой  $U_{m-}$ , длительностью положительной полуволны  $t_1$  и ее амплитудой  $U_{m+}$ . При этом входной сигнал не содержит постоянную составляющую, т.е.  $t_1 U_{m+} = t_2 U_{m-}$ .

Преобразователь состоит из двух диодно-резисторных цепочек  $D_1 R_1 D_2 R_2$  и  $D_3 R_3 D_3' R_3' D_4 R_4$ , причем  $R_1 = R_2 = \dots = R$  и диоды предполагаются идентичными. Выпрямленное постоянное напряжение снимается с параллельного соединения диодно-резистивных элементов  $D_2 R_2 D_4 R_4$ . Характеристику диодов можно аппроксимировать выражениями [2]:

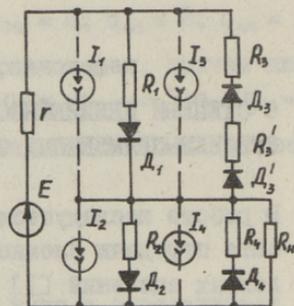
$$\begin{aligned} i &= I_s (e^{\frac{U}{\varphi_T}} - 1) & \text{при } U > \varphi_T \\ i &= I_s (e^{\frac{U}{\varphi_T}} - 1) + \frac{U}{R_{\text{обр}}} & \text{при } U < 0, \end{aligned} \quad (I)$$

где учитывается зависимость тока от напряжения при обратном смещении диода. В выражении (I)  $R_{\text{обр}}$  - обратное сопротивление диода,  $I_s$  - тепловой ток,  $\varphi_T = 26$  мВ при  $300^\circ\text{K}$  - температурный потенциал,  $U$  - напряжение на диоде.

Учет зависимости тока от напряжения при обратном смещении и приводит в конечном счете к нелинейной зависимости коэффициента передаточной характеристики от входного сигнала. Действительно, в случае положительной полярности входного напряжения на выход схемы поступает меньше половины приложенного напряжения из-за большой величины сопротивления верхнего плеча  $R_1 D_1 \parallel D_3 R_3 D_3' R_3'$  по сравнению с нижним

$R_2 D_2 \parallel D_4 R_4$ . При отрицательной полярности входного напряжения, выходное напряжение по аналогичным причинам будет отличаться от трети приложенного. Итак, величина передаточной характеристики  $K$  не будет равна  $K_0 = 1/12$  как об этом говорится в [1].

Рассчитать величину  $K$  и отклонение  $K$  от  $K_0$  можно только численными методами для конкретных значений элементов цепи, параметров диодов и величины приложенного напряжения.



Фиг. 1. Схема преобразователя средневыпрямленных значений.

На фиг. 1  $r$  - сопротивление источника сигнала,  $R_n$  - сопротивление нагрузки,  $E$  - амплитуда входного напряжения. Для расчета диоды вместе с сопротивлениями могут быть представлены в виде генераторов тока, управляемых напряжениями  $U_1$  и  $U_2$ . На схеме эти генераторы токов показаны пунктирами в виде  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и  $I_4$ . Тогда, исходные уравнения для схемы можно представить в виде:

$$\begin{cases} U_1 = E - (I_3 - I_1)r \\ U_2 = (I_1 + I_3 - I_2 - I_4)R_n. \end{cases} \quad (2)$$

Для положительной полуволны:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_s \left( e^{\frac{U_1 - U_2 - I_1 R}{\varphi_T}} - 1 \right) \\ I_2 &= I_s \left( e^{\frac{U_2 - I_2 R}{\varphi_T}} - 1 \right) \\ I_3 &= I_s \left( e^{\frac{U_2 - U_1 + I_3 2R}{2\varphi_T}} - 1 \right) + \frac{U_2 - U_1 + I_3 2R}{R_{обр}} \\ I_4 &= I_s \left( e^{\frac{-U_2 + I_4 R}{\varphi_T}} - 1 \right) + \frac{-U_2 + I_4 R}{R_{обр}} \end{aligned} \quad (3)$$

Для отрицательной полуволны:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_s \left( e^{\frac{U_1 - U_2 - I_1 2R}{2\varphi_T}} - 1 \right) \\ I_2 &= I_s \left( e^{\frac{U_2 - I_2 R}{\varphi_T}} - 1 \right) \\ I_3 &= I_s \left( e^{\frac{U_2 - U_1 + I_3 R}{\varphi_T}} - 1 \right) + \frac{U_2 - U_1 + I_3 R}{R_{обр}} \\ I_4 &= I_s \left( e^{\frac{-U_2 + I_4 R}{\varphi_T}} - 1 \right) + \frac{-U_2 + I_4 R}{R_{обр}} \end{aligned} \quad (4)$$

где  $I_5 = I_{s1} = I_{s2} = I_{s3} = I_{s4}$  - тепловые токи диодов.

Средневыпрямленное значение входного напряжения определяется выражением:

$$U_{ср.в.} = \frac{t_1}{T} U_{m+} + \frac{t_2}{T} U_{m-} \quad (5)$$

Средневыпрямленное значение выходного напряжения равно:

$$U_{вых.ср.в.} = \frac{t_1}{T} U_{2+} - \frac{t_2}{T} U_{2-} \quad (6)$$

где  $U_1$  и  $U_2$  - амплитуды выходного напряжения положительной и отрицательной полуволны соответственно.

Будем искать отклонение коэффициента передачи  $K$  от  $K_0 = I/I_2$  по формуле:

$$\delta = \frac{K - K_0}{K_0} \cdot 100\% = \frac{12 U_{\text{вых.ср.в.}} - U_{\text{ср.в.}}}{U_{\text{ср.в.}}} \cdot 100\%, \quad (7)$$

где  $K = \frac{U_{\text{вых.ср.в.}}}{U_{\text{ср.в.}}}$ .

В соответствии с формулами (I) - (7) была составлена программа для расчета  $\delta$  на ЭВМ. Для решения заданных в неявном виде уравнений (3) и (4) использовался метод последовательного приближения, причем в качестве нулевых приближений было принято:  $U_{2+} = \frac{1}{2} E_+$  и  $U_{2-} = \frac{1}{3} E_-$ . Отметим, что сопротивление нагрузки при расчетах принималось в 5-10 раз большим обратного сопротивления диода, а диоды считались идентичными.

На основании анализа результатов расчета на ЭВМ можно сделать следующие полезные для практики выводы:

1. Преобразователь на кремниевых диодах для средневывпрямленных значений входного сигнала  $U_{\text{ср.в.}} < 3\text{В}$  имеет величину  $\delta$  в 5-10 раз большую, чем преобразователь на германиевых диодах, поэтому в данном случае особого практического интереса не представляет.

2. При изменении  $R$  от 5 Ом до 5 кОм величина  $\delta$  для входного сигнала с  $U_{\text{ср.в.}} > 0,3\text{В}$  изменяется не более чем на 20 %.

3. Отклонение коэффициента передачи от  $K_0 = 1/12$  для несимметричного сигнала уменьшается с ростом величины средневывпрямленного значения входного сигнала, для симметричного - с ростом амплитуды приложенного сигнала.

4. Для симметричного сигнала с амплитудой  $U_m > 0,3\text{В}$  и для несимметричного сигнала со средневывпрямленным значением  $U_{\text{ср.в.}} > 0,3\text{В}$  можно получить  $\delta < 1\%$ .

#### Л и т е р а т у р а

1. С к р и п н и к Ю.А., Н и ж е н с к и й А.Д. Авторское свидетельство СССР № 197749, опубл. 9.4.1967.

2. С т е п а н е н к о И.П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М., Энергия, 1967.

A Degree of Nonlinearity of the Converter of  
Absolute Average Value

Summary

A degree of nonlinearity of the complex converter of absolute average value in case of different input signal waveforms is investigated. The results of the computer calculations are also given.



### АПРОКСИМАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА $h_{21E}$ ПРИ НИЗКИХ НАПРЯЖЕНИЯХ КОЛЛЕКТОР-БАЗА

В современной микросхемотехнике линейных усилителей ряд транзисторов работает при внешнем напряжении коллектор-база ( $U_{CB}$ ), близким или равном нулю [1]. Так как транзистор в интегральном исполнении имеет относительно большое сопротивление тела коллектора  $r_{sc}$ , то при определенных рабочих токах коллектора, напряжение непосредственно на переходе коллектор-база ( $U'_{CB}$ ) может стать положительным — плюс на базе для  $n-p-n$  транзистора, что может вызвать резкую зависимость дифференциального коэффициента передачи по току  $h_{21E}$  от тока коллектора  $I_K$ .

Представляет интерес для такого случая найти аппроксимирующую зависимость  $h_{21E}$  от тока коллектора, что позволит определить область рабочих токов коллектора, при которых с эффектом наличия  $r_{sc}$  можно не считаться.

На основании модели Эберса-Молла, учитывая также сопротивление базы  $-r_B$ , сопротивление тела коллектора  $r_{sc}$  имеют [2]

$$I_K = \alpha_N I_E - I_{K0} \left( e^{U_{CB} - I_B r_B - I_K r_{sc}} - 1 \right), \quad (1)$$

где  $\alpha_N$  — интегральный коэффициент передачи тока,  
 $I_{K0}$  — тепловой ток коллектора.

Из (1) нетрудно получить аппроксимирующую зависимость  $h_{21E}$  в функции тока коллектора и сопротивления  $r_{sc}$  при низких напряжениях  $U_{CB}$

$$h_{21E} = \frac{1}{\frac{1 - \alpha_N}{\alpha_N} + \frac{K}{\alpha_N}} \approx \frac{1}{1 - \alpha_N + K}, \quad (2)$$

где

$$K = I_{K0} \frac{r_{sc}}{\varphi_T} e^{\frac{U_{CB} - I_B r_B + I_K r_{sc}}{\varphi_T}}. \quad (3)$$

Из (3) видно, что при напряжении, близком к нулю, показатель при степени  $e$  (слагаемое  $K$ ) из-за преобладания члена  $I_c r_{sc}$  есть величина положительная. Если положить в (3)  $K = 0$ , то получим известную зависимость  $h_{21E}$  от  $\alpha_N$ . При  $K \neq 0$   $h_{21E}$  может быть существенно меньше. На фиг. 1 представлена экспериментально снятая кривая  $h_{21E}$  для малоомощного интегрального транзистора микросхемы КИИТ984 (кривая 1) и рассчитанная кривая 2 по формуле (2). При расчете было принято:  $r_{\delta} = 100 \text{ Ом}$ ,  $r_{sc} = 40 \text{ Ом}$ ,  $U_{CB} = 0 \text{ В}$ ,  $I_{K0} = 10^{-8} \text{ А}$ ,  $\alpha_N$  и  $I_{\delta}$  в зависимости от  $I_K$  измерялись. Из фиг. 1 видно хорошее согласование кривых 1 и 2. Для сравнения на фиг. 1 приведена также кривая 3, снятая при  $U_{CB} = 5 \text{ В}$ , когда с наличием  $r_{sc}$  можно практически не считаться.

В заключение найдем ток  $I_{C07}$ , при котором параметр  $h_{21E}$  уменьшится до уровня 0,7 от  $h_{21E}$  при  $K = 0$ . Из аппроксимирующей зависимости (2) можно при этом получить -

$$I_{C07} = \frac{\varphi_T}{r_{sc}} \ln 0,4(1 - \alpha_N) \frac{\varphi_T}{I_{K0} r_{sc}} - \frac{U_{CB} - r_{\delta} I_{\delta}}{r_{sc}} \quad (4)$$

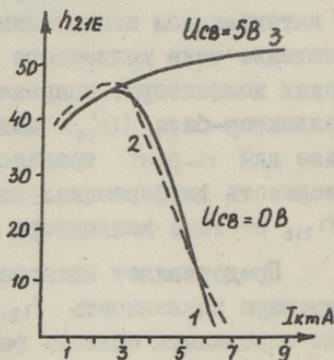
Пренебрегая при  $U_{CB} = 0$  вторым слагаемым, получим, что при  $r_{sc} = 100 - 40 \text{ Ом}$  и  $\alpha_N = 0,9 - 0,999$  ток коллектора  $I_{C07}$  лежит в пределах 2 - 5 мА.

Таким образом, при низких напряжениях  $U_{CB}$  рекомендуемый коллекторный ток для малоомощных интегральных транзисторов не должен превышать 2-5 мА.

#### Л и т е р а т у р а

1. Я к у б о в с к и й С.В., Аналоговые и цифровые интегральные схемы. М., Советское радио, 1979.

2. С т е п а н е н к о И.П., Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М., Энергия, 1967.



Фиг. 1. Зависимость  $h_{21E}$  от коллектора при  $U_{CB} = 5 \text{ В}$  и  $U_{CB} = 0 \text{ В}$ .

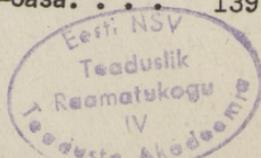
An Approximation of  $h_{fe}$  Parameter in Case of  
Small Collector-to-Base Voltage

Summary

An approximation of  $h_{fe}$  parameter describing its dependence on current the collector-to-base voltage being small is given.

## С о д е р ж а н и е

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| I.  | Р. Убар. Описание неисправностей цифровых устройств. . . . .   | 3   |
| 2.  | Р. Убар. Описание ЦВМ моделью векторных альтернативных графов с целью синтеза диагностических микропрограмм. . . . .   | II  |
| 3.  | К. Григорьева. Метод построения парных диагностических тестовых последовательностей для последовательных схем. . . . .   | 2I  |
| 4.  | М. Плакк. Табличный способ синтеза тестов для комбинационных блоков ЦУ. . . . .  | 3I  |
| 5.  | П. Лейс, А. Судницн. Метод декомпозиции микропрограммных автоматов с учетом ограничений на число входных переменных. . . . .   | 4I  |
| 6.  | Т. Парве, Т. Трумм. Автокомпенсационный процентометрический измеритель комплексной проводимости с преобразователями дискретного действия. . . . .                      | 49  |
| 7.  | Б. Гордон, С. Сешель, Л. Эйнер. Конические пластометры и приборы Вейлера-Ребиндера. (Классификация, функциональные и структурные схемы, основные зависимости). . . . . | 57  |
| 8.  | Р. Инерс. Низкочастотные погрешности автотрансформаторных делителей напряжения. . . . .  | 73  |
| 9.  | Е. Венделин. Входной язык системы SPADE. . . . .   | 8I  |
| 10. | О. Аарна, К. Йнерс. Исследование динамической модели ХТС. . . . .  | 9I  |
| 11. | А. Бахверк. Оценивание параметров одного типа моделей. . . . .   | 103 |
| 12. | В. Кукк, В. Леппиксон. Идентификация уравнений состояний с помощью лагерровских разложений. . . . .  | 109 |
| 13. | К. Райенд. Численное решение матричного уравнения Ляпунова. . . . .  | 115 |
| 14. | В. Кукк, А. Ронк. Преобразование звезда-сеть для расчета активных адмитансных цепей. . . . .   | 121 |
| 15. | В. Мяннама. Метод синтеза сбалансированных цепей. . . . .  | 129 |
| 16. | Б. Гурьянов. О степени нелинейности сложного преобразователя средне-выпрямленных значений. . . . .   | 133 |
| 17. | Б. Гурьянов. Аппроксимация коэффициента $n_{21E}$ при низких напряжениях коллектор-база. . . . .   | 139 |



ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Труды № 497

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРИБОРОВ, УСТРОЙСТВ  
И СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

Электротехника и автоматика ХУП

Редактор А. Лаансоо. Техн. ред. М. Тамме

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 30. 05. 80.

Подписано к печати 13. 11. 80.

Бумага 60x90/16. Печ. л. 9,0 + 0,5 приложение

Уч.-изд. л. 7,7. Тираж 300. МВ-09030

Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла 2/8. Зак. № 599.

Цена 1.15





руб. 1.15