

Л. А. Крумм

**Методы решения общих уравнений стационарного режима  
электрической системы с учетом статических  
характеристик нагрузок и генераторов при автоматическом  
регулировании частоты, напряжения и мощности**



Ер. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО  
ИНСТИТУТА

Серия А

№ 124

1957

Л. А. Крумм

**Методы решения общих уравнений стационарного режима  
электрической системы с учетом статических  
характеристик нагрузок и генераторов при автоматическом  
регулировании частоты, напряжения и мощности**

Ер. 980

ENSV Teaduste Akadeemia  
Keskraamatukogu

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
ТАЛЛИН, 1957

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение . . . . .	3
A. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА	3
B. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ПРИ ЛЮБЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ СИММЕТРИЧНОГО ХАРАКТЕРА . . . . .	6
I. Учет возмущений . . . . .	6
а. Возмущения в узловых точках . . . . .	7
в. Возмущения в электрической сети . . . . .	10
II. Использование метода последовательных приближений Ньютона-Рафсона . . . . .	12
III. Метод последовательных интервалов . . . . .	14
Выводы . . . . .	19
Литература . . . . .	20
Резюме на английском языке . . . . .	20

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЩИХ УРАВНЕНИЙ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗОК И ГЕНЕРАТОРОВ ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОМ РЕГУЛИРОВАНИИ ЧАСТОТЫ, НАПРЯЖЕНИЯ И МОЩНОСТИ

\*

Издательство  
Таллинского Политехнического Института

Редактор Б. Тамм

Технический редактор А. Тамм

Корректор О. Терно

Подписано к печати 04 XII 1957. Бумага  $54 \times 84^{1/16}$ . Печатных листов 1,25. По формату  $60 \times 92$  печатных листов 1,03. Учетно-издательских листов 0,98. Тираж 800. Заказ № 755. МВ-08906.

Типография Управления Делами СМ ЭССР, Таллин.

Цена 70 коп.

## ВВЕДЕНИЕ

В статье автора [1] была обоснована необходимость разработки общей методики расчета стационарных режимов электрических систем с учетом статических характеристик нагрузок и генераторов при автоматическом регулировании частоты, напряжения и мощности, а также приведены соответствующие общие уравнения стационарного режима.

В настоящей статье рассматриваются методы решения этих уравнений.

Методы решения общих уравнений должны обеспечить определение стационарного режима системы при заданных уравнениях режима, а также изменений стационарного режима системы при любых возмущениях симметричного характера [1]. Определение изменения стационарного режима вслед за каким-либо возмущением позволяет проще определить стационарный режим, установившийся после возмущения.

Ниже рассматриваемые методы были разработаны в основном еще в Томском политехническом институте под руководством проф. д. т. н. В. К. Щербакова [2]. В Таллинском политехническом институте эти методы получили дальнейшее развитие, в особенности в части учета возмущений в виде изменения параметров уже включенных на работу элементов системы (генераторы, нагрузки и электрические связи).

### А. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА

Стационарный режим электрической системы и ее отдельных элементов определяется полностью параметрами режима, которые являются неизвестными нелинейных общих уравнений первой и второй формы [1]. Для решения этих уравнений можно использовать только разные методы последовательных приближений.

Сходимость и, тем более, достаточно быстрая сходимость **итерационного вычислительного процесса** общих уравнений электрической системы очень трудно обеспечивается. Использование этого метода для решения вышеприведенных уравнений первой и второй формы вообще невозможно. Этот метод используется в работе [3] для решения общих уравнений (хотя другой формы) только при первичном автоматическом регулировании частоты, без учета влияния изменения напряжения на генерируемую активную мощность и частоты на генерируемую реактивную мощность. При этих условиях сходимость обеспечивается не в общем случае в смысле возможных конфигураций и режимов системы.

Более перспективным для решения общих уравнений первой и второй формы является **метод последовательных приближений Ньютона-Рафсона** [4].

В дальнейшем рассмотрим использование этого метода применительно к решению общих уравнений второй формы (уравнения небаланса мощностей узловых точек) при первичном автоматическом регулировании частоты (см. [1] форм (20)):

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{нбгi}}(f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) &= 0 \\ Q_{\text{нбгi}}(f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \quad (1)$$

$$i = 1, \dots, M$$

Во всех остальных случаях общих уравнений решение остается совершенно аналогичным.

Схема вычисления параметров режима представлена нами в векторно-матричной форме, которая является более наглядной и компактной для анализа и практических вычислений.

Обозначим совокупность параметров режима как вектор параметров режима:

$$X = (f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}). \quad (2)$$

Далее, вектор параметров режима приближения № j:

$$X_j = X_{(j-1)} + dX_j, \quad (3)$$

где  $X_{(j-1)}$  — вектор параметров режима приближения № (j-1),  $dX_j = (df, dU_1, \dots, dU_M, d\delta_{12}, \dots, d\delta_{1M})$  — поправка вектора параметров режима в приближении № j.

Поправка вектора параметров режима  $dX_j$  определяется векторно-матричным уравнением:

$$A_{(j-1)} dX_j = F_{(j-1)}, \quad (4)$$

где матрица

$$A_{(j-1)} = \left\{ \begin{array}{ccccc} \frac{\partial P_{нбг1}}{\partial f} & \frac{\partial P_{нбг1}}{\partial U_1} & \frac{\partial P_{нбг1}}{\partial U_M} & \frac{\partial P_{нбг1}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_{нбг1}}{\partial \delta_{1M}} \\ \frac{\partial Q_{нбг1}}{\partial f} & \frac{\partial Q_{нбг1}}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_{нбг1}}{\partial U_M} & \frac{\partial Q_{нбг1}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial Q_{нбг1}}{\partial \delta_{1M}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{нбгi}}{\partial f} & \frac{\partial P_{нбгi}}{\partial U_1} & \frac{\partial P_{нбгi}}{\partial U_M} & \frac{\partial P_{нбгi}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_{нбгi}}{\partial \delta_{1M}} \\ \frac{\partial Q_{нбгi}}{\partial f} & \frac{\partial Q_{нбгi}}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_{нбгi}}{\partial U_M} & \frac{\partial Q_{нбгi}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial Q_{нбгi}}{\partial \delta_{1M}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{нбгM}}{\partial f} & \frac{\partial P_{нбгM}}{\partial U_1} & \frac{\partial P_{нбгM}}{\partial U_M} & \frac{\partial P_{нбгM}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_{нбгM}}{\partial \delta_{1M}} \\ \frac{\partial Q_{нбгM}}{\partial f} & \frac{\partial Q_{нбгM}}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_{нбгM}}{\partial U_M} & \frac{\partial Q_{нбгM}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial Q_{нбгM}}{\partial \delta_{1M}} \end{array} \right\}, \quad (5)$$

элементами которой являются частные производные функций небалансов мощностей (см. [1] ф. (19)):

$$\left. \begin{array}{l} P_{нбгi} (f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) = \\ \quad \quad \quad = P_{гi} - P_{нi} - P_i \\ Q_{нбгi} (f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) = \\ \quad \quad \quad = Q_{гi} - Q_{нi} - Q_i \end{array} \right\}, \quad (6)$$

по параметрам режима, определяется при  $X_{(j-1)}$ ;

т. н. вектор небалансов мощностей:

$$F_{(j-1)} = (P_{нбн1}, Q_{нбн1}, \dots, P_{нбнi}, Q_{нбнi}, \dots, P_{нбнM}, Q_{нбнM}), \quad (7)$$

компонентами которого являются значения функций небалансов мощностей:

$$\left. \begin{array}{l} P_{нбнi} = -P_{нбгi} = P_{нi} + P_i - P_{гi} \\ Q_{нбнi} = -Q_{нбгi} = Q_{нi} + Q_i - Q_{гi} \end{array} \right\}, \quad (8)$$

определяемые при  $X_{(j-1)}$ .

Признаком сходимости вычислительного процесса последовательных приближений является приближение по-

правки  $dX_j$  или вектора небалансов мощностей  $F_{(j-1)}$  к нулю, т. е.

$$\left. \begin{array}{l} dX_j \\ F_{(j-1)} \end{array} \right\} \rightarrow 0. \quad (9)$$

Одновременно,

$$X_j \rightarrow X_n, \quad (10)$$

где  $X_n$  — вектор параметров определяемого режима (его компоненты являются решением системы уравнений (1)).

Признаком желаемой точности вычисления  $X_n$  служит вектор  $F_{(j-1)}$ , определяющий достигнутую точность удовлетворения баланса узловых мощностей при  $X_{(j-1)}$ .

Для ускорения сходимости процесса последовательных приближений при желаемой точности определения  $X_n$  следует выбрать вектор исходного приближения  $X_0$  по возможности ближе к вектору  $X_n$ . Таким вектором  $X_0$  можно брать вектор параметров известного из практики режима, который по характеристикам мощностей отдельных элементов системы меньше всего отличается от определяемого режима, или приближенное значение вектора  $X_n$ , определяемого какими-либо упрощенными методами расчета. При таких условиях метод Ньютона—Рафсона обеспечивает весьма быструю сходимость, обычно только одним или несколькими приближениями.

Если  $X_0$  очень много отличается от  $X_n$ , то процесс последовательных приближений может оказаться медленным или совсем не обеспечивается. В таком случае достаточно быстрая сходимость обеспечивается методом последовательных интервалов (см. п. В. III).

## **В. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ПРИ ЛЮБЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ СИММЕТРИЧНОГО ХАРАКТЕРА**

### **1. УЧЕТ ВОЗМУЩЕНИЙ**

Любые симметричные возмущения обуславливают изменения функций небалансов мощностей узловых точек.

Так например, возмущение в виде включения генери-



руемой мощности отдельного генератора \*) или группы параллельно работающих генераторов или целой станции с функциями мощностей  $P'_g$  и  $Q'_g$ , определяемые с учетом автоматического регулирования напряжения и первичного автоматического регулирования частоты, учитывается добавлением функций  $P'_g$  и  $Q'_g$  как дополнительных генерируемых мощностей в функциях (6) и в уравнениях небаланса мощностей (1) соответствующей узловой точки.

Легко доказать, что все остальные виды возмущений симметричного характера в узловых точках и в электрической сети можно учитывать всегда включением **фиктивных генераторов** с функциями мощностей  $P'_{гф}$  и  $Q'_{гф}$ .

Рассмотрим определение функций  $P'_{гф}$  и  $Q'_{гф}$  в зависимости от вида возмущения.

## а. Возмущения в узловых точках

### 1. Возмущения в виде изменения генерируемой мощности

#### а) При первичном автоматическом регулировании частоты

Из предыдущего известно, что при **включении** генераторов с функциями мощностей  $P'_g(f, U)$  и  $Q'_g(f, U)$  функции мощностей фиктивного генератора:

$$P'_{гф} = P'_g(f, U); Q'_{гф} = Q'_g(f, U). \quad (11)$$

При **отключении** генераторов с функциями мощностей  $P'_g(f, U)$  и  $Q'_g(f, U)$  функции мощностей фиктивного генератора:

$$P'_{гф} = -P'_g(f, U); Q'_{гф} = -Q'_g(f, U), \quad (12)$$

так как этим компенсируется влияние функций  $P'_g$  и  $Q'_g$  в (6) и (1).

В случае возмущения в виде **изменения параметров включенных на работу генераторов**, например, в виде

---

\* Под термином «генератор» в данной работе понимается не только генератор, но в общем случае блочная схема, состоящая из котла, турбины, генератора (вместе с возбудителем и аппаратурой автоматического регулирования частоты, напряжения и мощности), трансформатора и линии электропередачи и присоединенная к данной узловой точке.

изменения параметров автоматических регуляторов скорости и напряжения функции мощностей фиктивного генератора:

$$\left. \begin{aligned} P'_{гф} &= P'_г (f, U) - P_г (f, U) \\ Q'_{гф} &= Q'_г (f, U) - Q_г (f, U) \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

где:

$P_г$  и  $Q_г$  — функции мощностей генераторов до возмущения;

$P'_г$  и  $Q'_г$  — функции мощностей генераторов после возмущения.

Добавление функций мощностей фиктивного генератора (13) в (6) и (1) означает компенсацию влияния функций мощностей  $P_г$  и  $Q_г$  до возмущения и замена их функциями  $P'_г$  и  $Q'_г$  после возмущения.

### в) При вторичном автоматическом регулировании частоты

**Включение и отключение** генераторов, принимающих участие во вторичном автоматическом регулировании частоты, обуславливает изменение функций генерируемых мощностей не только данной станции, но обычно и еще некоторых или всех регулирующих станций в зависимости от метода регулирования и режима системы.

Так например, в случае отключения одной станции, принимающей участие во вторичном автоматическом регулировании частоты по комбинированным критериям, изменяются функции мощностей всех регулирующих станций (см. [1] ф. (6) и (3)):

$$\left. \begin{aligned} P_{гi} &= P_{гzi} - \frac{K_{Pi}}{K_{ti}} P_{гni} \frac{\sum_{i=1}^n P_{гzi} - P_{г\sigma}}{\sum_{i=1}^n \frac{K_{Pi}}{K_{ti}} P_{гni}} = P_{гi}(P_{г\sigma}) \\ Q_{гi} &= Q_{гi}(U, P_{гi}) = Q_{гi}(U, P_{г\sigma}) \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

так как в суммах  $\sum_{i=1}^n P_{гzi}$  и  $\sum_{i=1}^n \frac{K_{Pi}}{K_{ti}} P_{гni}$  соответствующие

отключаемой станции слагаемые превращаются в нуль.

Изменения функций мощностей всех регулирующих станций обуславливаются обычно также возмущениями в виде **изменения параметров критериев регулирования** (например,  $P_{гzi}$ ,  $K_{Pi}$  и  $K_{ti}$  в случае регулирования по

комбинированным критериям). Эти изменения вызваны нормальными эксплуатационными соображениями и неполадками в устройствах автоматического регулирования.

Возмущения в виде **изменения параметров отдельных генераторов** (например, изменение параметров системы автоматического регулирования напряжения) обычно вызывают изменение только функции реактивной генерируемой мощности одного генератора или одной регулирующей станции.

Все виды этих возмущений можно учитывать, — также как при первичном автоматическом регулировании частоты, — включением фиктивных генераторов во все узловые точки, где произошло изменение функций генерируемых мощностей.

Функции мощностей фиктивных генераторов определяются по формуле (13), где вместо или кроме  $f$  и  $U$  появляются новые параметры режима. Обычно функции мощностей регулирующих генераторов и станций имеют вид (14) и, следовательно, функции мощностей фиктивных генераторов:

$$\left. \begin{aligned} P'_{гф} &= P'_г (P_{г\Sigma}) - P_г (P_{г\Sigma}) \\ Q'_{гф} &= Q'_г (U, P_{г\Sigma}) - Q_г (U, P_{г\Sigma}) \end{aligned} \right\}. \quad (15)$$

## 2. Возмущения в виде изменения нагрузочных мощностей

Поскольку в (6) и (1) нагрузочные мощности отличаются от генерируемых только знаком, то при включении, отключении и изменении параметров нагрузки являются правильными соответственно формулы (11), (12) и (13), если под генерируемыми мощностями менять знак.

Следовательно, функции мощностей фиктивного генератора имеют вид:

при включении нагрузки с функциями мощностей  $P'_н (f, U)$  и  $Q'_н (f, U)$

$$P_{гф} = -P'_н (f, U), \quad Q'_{гф} = -Q'_н (f, U); \quad (16)$$

при отключении нагрузки с функциями мощностей  $P'_н (f, U)$  и  $Q'_н (f, U)$

$$P'_{гф} = P'_н (f, U), \quad Q'_{гф} = Q'_н (f, U); \quad (17)$$

при изменении параметров включенной на работу нагрузки

$$\left. \begin{aligned} P'_{гф} &= P_n(f, U) - P'_n(f, U) \\ Q'_{гф} &= Q_n(f, U) - Q'_n(f, U) \end{aligned} \right\}, \quad (18)$$

где:

$P_n$  и  $Q_n$  — функции мощностей нагрузки до возмущения,

$P'_n$  и  $Q'_n$  — функции мощностей нагрузки после возмущения.

## в. Возмущения в электрической сети

### 1. Возмущения в электрической сети переменного тока

Возмущение в виде изменения параметров какой-либо электрической связи между узлами  $k$  и  $l$  вызывает изменение всех взаимных и собственных импедансов системы и, следовательно, изменение функций всех сетевых узловых мощностей (см. [1] ф. (12)).

Рассматривая сетевые узловые мощности как дополнительные нагрузочные мощности узлов, можно констатировать, что возмущения в электрической сети учитываются включением фиктивных генераторов во все узловые точки системы.

Функции мощностей фиктивного генератора, включаемого в узел №  $i$ , определяется аналогично (18):

$$\left. \begin{aligned} P'_{гфи} &= P_i(f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) - \\ &- P_i(f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) \\ Q'_{гфи} &= Q_i(f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) - \\ &- Q_i(f, U_1, \dots, U_M, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}) \end{aligned} \right\}, \quad (19)$$

где:

$P_i$  и  $Q_i$  — функции сетевых узловых мощностей до возмущения,

$P'_i$  и  $Q'_i$  — функции сетевых узловых мощностей после возмущения.

Определение изменения всех взаимных и собственных импедансов и далее всех сетевых узловых мощностей является аналитически весьма трудоемким.

Гораздо проще можно учитывать изменение параметров электрической связи между узлами  $k$  и  $l$  отдельными

уравнениями, определяющими передаваемые мощности из узловых точек  $k$  и  $l$  в данную электрическую связь как функции параметров режима.

Передаваемые мощности из узловой точки  $k$ :

$$\left. \begin{aligned} P_{kl} &= P_{kl}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) = \\ &= \frac{U_k^2}{Z_{kk}} \sin \alpha_{kk} + \frac{U_k U_l}{Z_{kl}} \sin(\delta_{l1} - \delta_{lk} - \alpha_{kl}) \\ Q_{kl} &= Q_{kl}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) = \\ &= \frac{U_k^2}{Z_{kk}} \cos \alpha_{kk} - \frac{U_k U_l}{Z_{kl}} \cos(\delta_{l1} - \delta_{lk} - \alpha_{kl}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Аналогично, передаваемые мощности из узловой точки  $l$ :

$$\left. \begin{aligned} P_{lk} &= P_{lk}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) = \\ &= \frac{U_l^2}{Z_{ll}} \sin \alpha_{ll} + \frac{U_k U_l}{Z_{kl}} \sin(\delta_{lk} - \delta_{l1} - \alpha_{kl}) \\ Q_{lk} &= Q_{lk}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) = \\ &= \frac{U_l^2}{Z_{ll}} \cos \alpha_{ll} - \frac{U_k U_l}{Z_{kl}} \cos(\delta_{lk} - \delta_{l1} - \alpha_{kl}) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

В этом случае функции сетевых узловых мощностей всей системы определяются без учета существования электрической связи  $k-l$ , где произошло возмущение. Влияние электрической связи  $k-l$  учитывается дополнительными фиктивными нагрузочными мощностями в узловых точках  $k$  (20) и  $l$  (21).

Изменение функций фиктивных нагрузочных мощностей при возмущении в электрической связи  $k-l$  учитывается далее включением фиктивных генераторов в узловые точки  $k$  и  $l$  с функциями мощностей:

$$\left. \begin{aligned} P'_{гfk} &= P_{kl}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) - \\ &- P'_{kl}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) \\ Q'_{гfk} &= Q_{kl}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) - \\ &- Q'_{kl}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) \end{aligned} \right\}, \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} P'_{гfl} &= P_{lk}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) - \\ &- P'_{lk}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) \\ Q'_{гfl} &= Q_{lk}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) - \\ &- Q'_{lk}(f, U_k, U_l, \delta_{l1}, \delta_{lk}) \end{aligned} \right\}, \quad (23)$$

где:

$P_{к1}, Q_{к1}, P_{1к},$  и  $Q_{1к}$  — функции мощностей до возмущения,  
 $P'_{к1}, Q'_{к1}, P'_{1к},$  и  $Q'_{1к}$  — функции мощностей после возмущения.

## 2. Возмущения в электрических связях постоянного тока

Изменение параметров электрической связи постоянного тока вызывает изменение функций мощностей начала и конца связи (см. [1] ф. (10), (11)). Это возмущение учитывается также включением фиктивных генераторов в обе узловые точки, к которым присоединена электрическая связь постоянного тока. Однако, в этом случае функции мощностей начала связи следует рассматривать как фиктивные нагрузочные мощности, а функции мощностей конца связи — как фиктивные генерируемые мощности.

### II. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ НЬЮТОНА-РАФСОНА

Как известно из пункта I, все виды возмущения симметричного характера учитываются включением в соответствующие узловые точки фиктивных генераторов с функциями мощностей, зависящими от комбинаций всех возможных параметров режима в зависимости от вида и места возмущения.

Изменение режима при этом определяется изменением вектора параметров режима при данном возмущении.

Предположим, что вектор параметров исходного до возмущения режима  $X_{п1}$  известен.

Определим методом Ньютона-Рафсона новый режим системы, установившийся после включения фиктивных генераторов, принимая вектором параметров режима исходного приближения  $X_0 = X_{п1}$ .

Первая поправка вектора параметров режима определяется по (4), т. е.

$$A_0 dX_1 = F_0, \quad (24)$$

где  $A_0$  и  $F_0$  определяются при  $X_{п1}$  с учетом добавления функций мощностей фиктивных генераторов в функции и уравнениях небаланса мощностей (см. например (6) и (1)).

При этом вычисление первой поправки  $dX_1$  значительно упрощается, поскольку функции небалансов мощностей до возмущения (8) при  $X_{n1}$  равны нулю и, следовательно, элементами вектора небалансов мощностей являются только значения функций генерируемых мощностей фиктивных генераторов, определяемых при  $X_{n1}$ .

Предположим, что фиктивные генераторы включаются в узловые точки  $k$  и  $l$ , например, при изменении параметров электрической связи между узлами  $k$  и  $l$ , и тогда вектор небаланса мощностей имеет вид:

$$F_0 := - (0, \dots, 0, P'_{гфк}, Q'_{гфк}, P'_{гфl}, Q'_{гфl}, 0, \dots, 0). \quad (25)$$

При возмущении в одной узловой точке только два компонента вектора  $F_0$  отличаются от нуля, а в более общем случае возмущения в регулирующих станциях любое число компонентов вектора  $F_0$  может отличаться от нуля. Во всех случаях методика остается аналогичной и поэтому в дальнейшем рассмотрим общий случай на примере возмущения только в двух узловых точках.

Первая поправка вектора параметров режима  $dX_1$  при рассмотренных условиях, когда  $X_0 := X_{n1}$ , окажется уже первым приближением изменения вектора параметров режима при данном возмущении.

При небольшом возмущении, т. е. при небольших мощностях фиктивных генераторов в (25), сходимость процесса последовательных приближений Ньютона-Рафсона обеспечивается с достаточной точностью практически только первым приближением.

Следовательно, при небольших возмущениях формула (24) при  $X_0 := X_{n1}$  дает непосредственно изменение вектора параметров режима при данном возмущении.

Вектор небалансов мощностей, компонентами которого являются возмущающие мощности фиктивных генераторов, называется вектором возмущения.

**Результат анализа** можно сформулировать так: изменение вектора параметров режима  $dX$  при небольшом векторе возмущения  $F$  (25), определяется векторно-матричным уравнением (24), где матрица  $A$  (5) определяется с учетом функций возмущающих фиктивных генераторов при векторе параметров исходного до возмущения режима  $X_{n1}$ , также как и вектор  $F$ .

Необходимо отметить, что небольшие возмущения, при которых сходимость процесса последовательных приближений обеспечивается практически одним приближением, встречаются именно в большинстве случаев.

Если возмущение настолько большое, что первое приближение  $dX$ , недостаточно точно, то можно вычислить к этому второе и в крайнем случае третье приближение  $dX_2$  и  $dX_3$ , используя вместо вектора возмущения уже вектор небаланса мощностей.

Изменение вектора параметров режима при этом:

$$dX = dX_1 + dX_2 + dX_3. \quad (26)$$

### III. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ.

При больших возмущениях сходимость процесса последовательных приближений Ньютона-Рафсона может оказаться медленной или совсем не обеспечиваться.

Для этого случая разработан метод последовательных интервалов, сущность которого заключается в том, что данное большое возмущение заменяется рядом небольших возмущений, следующих один за другим, — таких, что при каждом из них сходимость процесса последовательных приближений Ньютона-Рафсона была бы обеспечена практически только одним приближением.

Все виды больших возмущений учитываются одновременным включением больших фиктивных генераторов в соответствующие узловые точки.

По этому методу включение большого фиктивного генератора с функциями мощностей  $P'_{гф}$  и  $Q'_{гф}$  в какую-либо узловую точку заменяется последовательным включением  $n$  небольших фиктивных генераторов с такими функциями мощностей:

$$P_{г1}, Q_{г1}; P_{г2}, Q_{г2}; \dots; P_{гi}, Q_{гi}; \dots; P_{гn}, Q_{гn}, \text{ чтобы} \\ \sum_{i=1}^n P_{гi} = P'_{гф} \text{ и } \sum_{i=1}^n Q_{гi} = Q'_{гф}, \quad (27)$$

так как при этом конечный результат не меняется.

Число небольших фиктивных генераторов  $n$  можно рассматривать как число последовательных интервалов, а



порядковый номер  $i$  как номер последовательного интервала.

Удобнее и проще выбрать функции мощностей небольших фиктивных генераторов равными:

$$\left. \begin{aligned} p_{r1} = p_{r2} = \dots = p_{ri} = \dots = p_{rn} = p_r \\ q_{r1} = q_{r2} = \dots = q_{ri} = \dots = q_{rn} = q_r \end{aligned} \right\}, \quad (28)$$

тогда на основе (27):

$$p_r = P'_{r\phi} \text{ и } p_{q_r} = Q'_{r\phi}. \quad (29)$$

Из (29) следует, что функции мощностей небольших фиктивных генераторов:

$$p_r = \frac{P'_{r\phi}}{n} \text{ и } q_r = \frac{Q'_{r\phi}}{n}. \quad (30)$$

В общем случае, когда включаются большие фиктивные генераторы в узловые точки  $k$  и  $l$  (как уже раньше было отмечено в пункте II) функции мощностей небольших фиктивных генераторов узлов  $k$  и  $l$  на основе (30):

$$\left. \begin{aligned} p_{rk} = \frac{P_{r\phi k}}{n}, \quad q_{rk} = \frac{Q_{r\phi k}}{n} \\ p_{rl} = \frac{P_{r\phi l}}{n}, \quad q_{rl} = \frac{Q_{r\phi l}}{n} \end{aligned} \right\}. \quad (31)$$

Далее изменение вектора параметров режима  $dX$  при данном большом возмущении определяется на основе следующей **вычислительной схемы метода последовательных интервалов**.

Изменение вектора параметров режима в интервале № 1  $dX_1$  в результате включения небольших фиктивных генераторов с порядковым номером 1 в узловые точки  $k$  и  $l$  определяется на основе (24), т. е. уравнением:

$$A_0 dX_1 = F_0, \quad (32)$$

где матрица  $A_0$  определяется с учетом включения небольших фиктивных генераторов с порядковым номером 1 и с функциями мощностей (31) при  $X_0 = X_{n1}$ , а вектор возмущения на основе (25) и (31):

$$F_0 = -\frac{1}{n} (0, \dots, 0, P'_{r\phi k}, Q'_{r\phi k}, P'_{r\phi l}, Q'_{r\phi l}, 0, \dots, 0), \quad (33)$$

также при  $X_0 = X_{n1}$ .

Изменение вектора параметров режима в интервале № 2  $dX_2$  в результате включения небольших фиктивных генераторов с порядковым номером 2 определяется аналогичным уравнением:

$$A_1 dX_2 = F_1, \quad (34)$$

где матрица  $A_1$  определяется с учетом суммы функций мощностей небольших фиктивных генераторов, включенных в интервалах 1 и 2:

$$\left. \begin{aligned} p_{\Gamma \Sigma k} &= \frac{2}{n} P'_{\Gamma \Phi k}, & q_{\Gamma \Sigma k} &= \frac{2}{n} Q'_{\Gamma \Phi k} \\ p_{\Gamma \Sigma 1} &= \frac{2}{n} P'_{\Gamma \Phi 1}, & q_{\Gamma \Sigma 1} &= \frac{2}{n} Q'_{\Gamma \Phi 1} \end{aligned} \right\}, \quad (35)$$

при векторе параметров режима в конце интервала № 1:

$$X_1 = X_0 + dX_1. \quad (36)$$

Вектор возмущения  $F_1$  определяется также на основе (33), но при  $X_1$ .

Продолжая это рассуждение, получим, что изменение вектора параметров режима в интервале №  $i$   $dX_i$  в результате включения небольших фиктивных генераторов с порядковым номером  $i$  определяется уравнением:

$$A_{(i-1)} dX_i = F_{(i-1)}, \quad (37)$$

где матрица  $A_{(i-1)}$  определяется с учетом суммы функций мощностей небольших фиктивных генераторов, включенных в интервалах 1, 2, ...,  $i$ :

$$\left. \begin{aligned} p_{\Gamma \Sigma k} &= \frac{i}{n} P'_{\Gamma \Phi k}, & q_{\Gamma \Sigma k} &= \frac{i}{n} Q'_{\Gamma \Phi k} \\ p_{\Gamma \Sigma 1} &= \frac{i}{n} P'_{\Gamma \Phi 1}, & q_{\Gamma \Sigma 1} &= \frac{i}{n} Q'_{\Gamma \Phi 1} \end{aligned} \right\}, \quad (38)$$

при векторе параметров режима в конце интервала №  $(i-1)$ :

$$X_{(i-1)} = X_{(i-2)} + dX_{(i-1)}. \quad (39)$$

Вектор возмущения  $F_{(i-1)}$  определяется на основе (33) при  $X_{(i-1)}$ .

Изменение вектора параметров режима в результате большого возмущения определяется на основе формул:

$$\left. \begin{aligned} dX &= \sum_{i=1}^n dX_i \\ \text{или} \\ dX &= X_{n2} - X_{n1} \end{aligned} \right\}, \quad (40)$$

где:

$X_{n1}$  — вектор параметров режима до возмущения,  
 $X_{n2}$  — вектор параметров режима после возмущения.

В ходе вычислительного процесса вектора  $X_i$  на основе метода последовательных интервалов обычно постоянно увеличивается ошибка определения  $X_i$  при увеличении порядкового номера  $i$ , что выражается во все большем отклонении вектора небалансов мощностей (30) от нуля.

Точность конечного результата расчета, вектора  $X_{n2}$ , будет тем выше, чем больше число последовательных интервалов  $n$  при данном большом возмущении. При приближении  $n \rightarrow \infty$  ошибка определения  $X_{n2}$  приближается к нулю. Однако при увеличении  $n$  увеличивается практически пропорционально этому и трудоемкость вычислительной работы.

Поэтому, при желаемой точности определения  $X_{n2}$ , необходимо выбрать число последовательных приближений  $n$  меньше того его значения  $n_0$ , при котором можно было бы достичь желаемой точности только на основе метода последовательных интервалов, используя метод последовательных приближений Ньютона—Рафсона для уточнения конечного результата или даже при большом  $n$  некоторых промежуточных результатов, через некоторое определенное число интервалов. При этом суммарное число последовательных интервалов  $n$  и последовательных приближений  $m$ , т. е.

$$r = n + m < n_0. \quad (41)$$

Так как при данном большом возмущении и при желаемой точности результата  $m$  зависит от  $n$ , т. е.

$$m = F(n), \quad (42)$$

то существует такое оптимальное число  $n = n_{\text{опт}}$ , при котором  $r$  имеет минимум. Действительно, если  $n = 0$ , то  $m$  имеет максимум, которое может достичь бесконечности, если сходимость не обеспечивается. Если  $n \rightarrow \infty$ , то  $m \rightarrow 0$ . При увеличении  $n$  число  $m$  быстро уменьшается

и потом при малом  $m$  убавляется медленно. Следовательно,  $g$  имеет минимум при небольшом числе  $p := p_{\text{опт}}$ .

$p_{\text{опт}}$  можно установить только в ходе практического расчета. Как показала наша расчетная практика,  $p_{\text{опт}}$  небольшое даже при маловероятных очень больших возмущениях. Так, например, в случае двух систем, связанных слабой связью и имитированных на электродинамической модели при первичном автоматическом регулировании частоты, требовалось только  $p_{\text{опт}} := 2$  и  $m = 1$  при возмущении в обеих системах, в результате которого генерируемые мощности обеих систем изменялись 2÷3 раза. При этом ошибки определения параметров режима были меньше 1÷0,5%.

Отсюда ясно, что при обычных т. н. небольших возмущениях, которые обуславливают изменение эквивалентной генерируемой мощности только на несколько десятков процентов, приемлемую точность можно обеспечить только одним интервалом уточнения результата.

Эти практические результаты не могут охватить, несомненно, всех возможных крайних случаев, поскольку в общем случае еще не исследована зависимость  $p_{\text{опт}}$  от режима и конфигурации системы, но нет сомнения, что обычно  $p_{\text{опт}}$  небольшое число.

Метод последовательных интервалов можно использовать и для **определения стационарного режима** при заданных уравнениях, если нет возможности вектор исходного приближения  $X_0$  заведомо выбрать достаточно близким к искомому вектору  $X_n$  так, чтобы была обеспечена достаточно быстрая сходимости процесса последовательных приближений Ньютона—Рафсона. Для этого необходимо брать вектором исходного приближения  $X_0$  вектор какого-либо известного режима  $X_n$ . Переход от данного известного режима к определяемому режиму можно рассматривать как результат ряда больших возмущений. Далее вектор параметров определяемого режима  $X_n$  можно определить методом последовательных интервалов.

Вопросы упрощения и автоматизации вычислительного процесса рассматриваются в отдельной статье.

\* \* \*

## ВЫВОДЫ

1. Решение общих уравнений для определения стационарного режима можно осуществить только на основе метода последовательных приближений Ньютона—Рафсона. Он обеспечивает весьма быструю сходимость, если исходный с точки зрения метода последовательных приближений режим отличается мало от исследуемого режима. Это условие обычно обеспечено.

2. Все виды симметричных возмущений в электрической системе можно заменить включением фиктивных генераторов в соответствующие узловые точки системы.

3. Для определения изменения стационарного режима при любых симметричных возмущениях разработан метод последовательных интервалов, обеспечивающий определение изменения режима при обычных небольших возмущениях только одним или несколькими интервалами.

4. Для уменьшения трудоемкости вычислительного процесса при больших возмущениях необходимо использовать последовательно метод последовательных интервалов и последовательных приближений Ньютона—Рафсона.

5. При оптимальном числе последовательных интервалов сходимость вычислительного процесса в случае 4 окажется даже при маловероятных больших возмущениях быстрой.

6. Если выбранный исходный, с точки зрения метода последовательных приближений, режим отличается много от определяемого режима и, следовательно, сходимость процесса последовательных приближений Ньютона—Рафсона является медленной, то исследуемый режим можно определить как результат изменения режима вследствие большого возмущения.

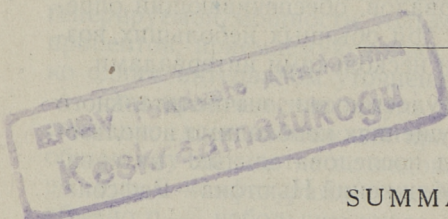
## ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Крумм. Уравнения стационарного режима электрической системы с учетом статических характеристик нагрузок и генераторов при автоматическом регулировании частоты, напряжения и мощности. «Труды Таллинского политехнического института» № 123, 1957.

2. Л. А. Крумм. Методы расчета стационарных режимов электрических систем при первичном и вторичном автоматическом регулировании частоты и о влиянии электрических связей на регулирование частоты. Кандидатская диссертация. Томский политехнический институт, 1955.

3. Х. Ф. Фазылов. Теория и методы расчета электрических систем. Изд. АН Уз ССР, 1953.

4. Дж. Скарборо. Численные методы математического анализа. Гос. Техн. Теорет. Изд., 1934.



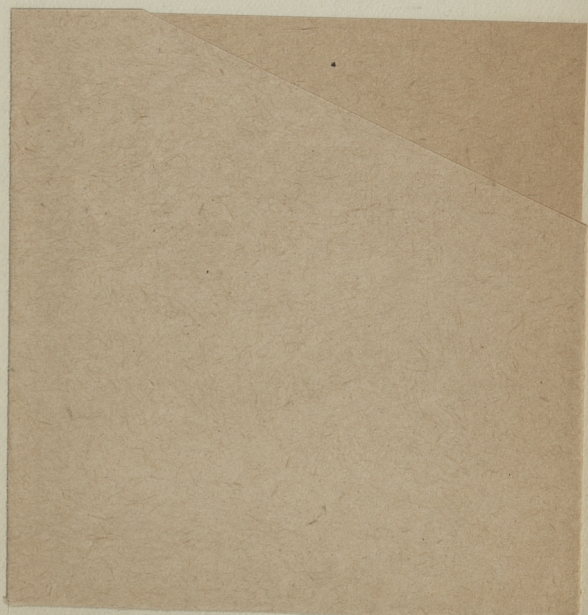
## SUMMARY

This paper discusses the utilization of the Newton-Rafson successive approaching method for solving the universal equations of the electrical system stationary regime.

A method of successive intervals for defining the variations of the stationary regime by any symmetrical indignation is given.

By using jointly these methods a quick approximation of the calculating process is secured in all practical cases.

The universal equations take into account the load and generator static characteristics at the automatic control of frequency, tension and power.



Цена 70 коп.