452 TALLINNA

POLCTEHNILISE INSTITUUDI
TOIMETISED

452

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

TELIN TALLIN 178

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ
МЕТОДОВ
И ПРИБОРОВ
ИЗМЕРЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ
СЛАБЫХ
СИГНАЛОВ



Труды по радиотехнике. Сборник статей У





TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 621

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ
МЕТОДОВ
И ПРИБОРОВ
ИЗМЕРЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ
СЛАБЫХ
СИГНАЛОВ

Труды по радиотехнике Сборник статей У

Содержание

I.	0. Э. Кангур, П. Э. Мартверк, В. Р. Хейнрихсен.	
	Оценка мощности периодического сигнала произ-	
	вольного периода на фоне щумов	3
2.	0. Э. Кангур. Об оценке параметров, использующих	
	структурные связи сигнала	9
3.	И. Ю. Эйскоп, Х. А. Таммет. Дисперсия при измере-	
	нии среднеквадратичного значения напряжения	
	шума	15
4.	Х.А. Таммет. Схема измерения эквивалентного	
	щумового напряжения биполярного транзистора	19
5.	А.И.Борщевский. Метод синтеза активных цепей	23
6.	Ю.П.Мальцев, А.А.Мейстер, М.Э.Тоомет. Об эф-	
	фективности автоподстройки фазы в электромат-	
	нитном расходомере	27
7.	И.О.Арро, Т.Ю.Суллакатко. Оптимальная обра-	
	ботка интерферирующих радиоимпульсов	33
8	И.О.Арро, Т.Ю.Суллакатко. Оценка параметров	
	интерферирующих радиоимпульсов методом наи-	
	меньших квадратов	39
9.	И.О.Арро, Т.Ю.Суллакатко. Об оценке парамет-	
	ров множества интерферирующих радиоимпульсов	45

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Труды № 452
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОВ И ПРИБОРОВ ИЗМЕРЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ
Труды по радиотехнике. Сборник статей У
Редактор И. Эйскоп. Техн. ред. В. Ранник
Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 2 марта 1978 г.
Подписано к печати 11 авг. 1978 г. Бумага 60х90/16
Печ. л. 3,0 + 0,25 приложение. Уч.—изд. л. 2,7
Тираж 300. МВ—07123
Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9. Зак. № 741
Ц е н а 40 коп.



УДК 621.39I.I

0.Э.Кангур, П.Э.Мартверк, В.Р.Хейнрихсен

ОЦЕНКА МОЩНОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО СИГНАЛА ПРОИЗВОЛЬНОГО ПЕРИОДА НА ФОНЕ ШУМОВ

I. Вывод алгоритмов

Рассматривается задача оценки мощности периодического сигнала s(t) произвольной формы с неизвестным периодом повторения \top_s на фоне аддитивного щума n(t).

Решение этой задачи на основе теории статистических оценок [I] требует оценки коэффициентов разложения сигнала s(t) по некоторой системе базисных функций для всевозможных значений T_s , что приводит к достаточно сложным алгоритмам поискового типа. В данной работе рассматривается класс алгоритмов, в которых поиск отсутствует, нет необходимости оценивать коэффициенты разложения по отдельности и результат — оценка мощности — получается в явном виде (как выходная величина некоторой разомкнутой системы оценки).

Вивод алгоритмов основывается на методике, рассмотренной в [2,3,4], согласно которой исходным является однородное операторное уравнение

$$\Psi[s(t)] = 0, \qquad (I.I)$$

решением которого является заданный сигнал s(t). Оператор ψ может бить назван режектирующим для сигнала s(t). При наличии шума

$$\Psi[x(t)] = \varepsilon(t), \qquad (I.2)$$

где X(t) = S(t) + D(t) — выходная реализация; E(t) — невязка.

Оценка получается путем минимизации нормы невязки, например, по среднеквадратичному критерию.

Предположим, что оператор У линейный и допускает представление в виде сумми:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \theta_{i} M_{i}, \qquad (I.3)$$

где М; - линейные операторы;

 $\mathfrak{b}_{\mathfrak{f}}$ — некоторые коэффициенты, значения которых зависят от периода сигнала T_{S} .

Введем вектор $\vec{\xi}(t) = \{M_{i}[x(t)], \ldots, M_{n}[x(t)]\}$, компонентами которого являются преобразованные сигналы, и квадратичную форму относительно $\vec{\xi}(t)$

 $Q_{\xi}(t) = \xi'(t) B_{\xi}(t),$ (I.4)

где

$$B = \begin{bmatrix} \delta_{1}^{2} & \delta_{1} \delta_{2} \dots & \delta_{1} \delta_{n} \\ \delta_{2} \delta_{1} & \delta_{2}^{2} \dots & \delta_{2} \delta_{n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n} \delta_{4} & \delta_{n} \delta_{2} \dots & \delta_{n}^{2} \end{bmatrix},$$
 (I.5)

симметричная матрица, составленная из произведений коэффициентов вида $b_i b_j$. Тогда среднеквадратичная норма невязки равна

$$\|\epsilon\| = \int_0^\tau Q_{\xi}^{\star}(t) dt, \qquad (I.6)$$

где (0, Т) - интервал наблюдения.

Минимизируя (I.6) по $\mathfrak{b}_{\mathfrak{i}}$, $\mathfrak{i}=\overline{\mathfrak{f},n}$, получаем систему линейных уравнений относительно $\mathfrak{b}_{\mathfrak{i}}$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_i} \int_0^{\infty} Q_{\frac{\pi}{\xi}}(t) dt = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (I.7)$$

матрица коэффициентов которой равна

$$R = \begin{bmatrix} (\xi_{1}, \xi_{1}) & \cdots & (\xi_{1}, \xi_{n}) \\ (\xi_{2}, \xi_{1}) & \cdots & (\xi_{2}, \xi_{n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\xi_{n}, \xi_{1}) & \cdots & (\xi_{n}, \xi_{n}) \end{bmatrix}.$$
(I.8)

Чтобы получить алгоритм оценки, инвариантный к T_s , необходимо исключить все b_i . Для этого в систему (I.7) вводится еще одно уравнение, линейно зависящее от остальных. Соответственно расширяется и матрица коэффициентов (I.8). Так как расширенная система имеет нетривиальное решение, то

$$\det R = 0. \tag{I.9}$$

Допустим, что M_4 — унитарный оцератор (не меняющий энергим сигнала). Тогда при большом отношении сигнала к шуму $T >> T_S$, можно в матрице (I.8) заменить (ξ_1 , ξ_4) на $E_S = P_S T$, где E_S — энергин сигнала; P_S — его мощность. Решая уравнение (I.9) относительно P_S , получаем алгоритм оценки мощности сигнала.

2. Классы алгоритмов оценки мощности гармонического сигнала

В качестве исходных операторных уравнений принимаются уравнения, решением которых является гармонический сигнал [2]:

$$Ls - Re \mathcal{L}(j\omega) S + Im \mathcal{L}(j\omega) \Gamma S = 0 \qquad (2.1)$$

ИЛИ

$$L^{2}s - 2Re \mathcal{L}(j\omega)Ls + |\mathcal{L}(j\omega)|^{2}s = 0$$
, (2.2)

где

Ls =
$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s(t-\tau) d\tau$$
 — результат линейного преобразования сигнала $s(t)$;

 Γ — оператор преобразования Гильберта; $\mathfrak{L}(j\omega)$ — преобразование Фурье от $h(\tau)$ (в дальней—

шем аргумент $j\omega$ опускаем),

Левые части уравнений (2.1) и (2.2) описывают операторы режекции гармонического сигнала. Составляем квадратичную форму (1.4), находим невязку (1.6) и систему уравнений (1.7). Если исходить из (2.1), система уравнений будет иметь вид

$$\begin{aligned} (Lx, Lx) - & \text{Re} \mathcal{L}(Lx, x) + \text{Im} \mathcal{L}(\Gamma x, Lx) = 0 \\ (Lx, x) - & \text{Re} \mathcal{L}(x, x) + \text{Im} \mathcal{L}(x, \Gamma x) = 0 \\ (Lx, \Gamma x) - & \text{Re} \mathcal{L}(x, \Gamma x) + \text{Im} \mathcal{L}(\Gamma x, \Gamma x) = 0 \end{aligned}$$

Согласно (I.9) получаем класс алгоритмов оценки мощности с произвольным линейным оператором [7]:

$$\hat{A}^{2} = \frac{2}{T} \frac{(LX, X)^{2} + (LX, \Gamma X)^{2}}{(LX, LX)} (X, X).$$
 (2.4)

Сонместное применение системы уравнений (2.3) и системы составляемой на базе исходного уравнения (2.2), приводит к классу алгоритмов [8]:

$$\hat{A}^{2} = \frac{2}{T} \left[\sqrt{(L^{2} \times x)^{2} + (L \times x)^{2} - (L^{2} \times x)} \right].$$
 (2.5)

3. Классн алгоритмов оценки мощности полигармонического сигнала

Подходящим выбором оператора L можно уравнение (2.2) для гармонического сигнала свести к виду

$$\forall s = Gs - \lambda Hs = 0, \qquad (3.1)$$

где G и H - многочлены оператора L;

 λ - коэффициент, зависящий от частоты сигнала.

Так как левая часть (3. I) описывает линейное преобразование, то уравнение для полигармонического сигнала, имеющего к составляющих, можно получить, перемножая к операторов вида (3. I):

$$\psi_s = \prod_{i=1}^{K} (G - \lambda_i H) s = 0.$$
 (3.2)

Алгоритмы оценки получаются при подстановке (3.2) вместо (I.3) и выполнении всех операций, описанных в § I.

4. Свойства алгоритмов оценки мощности

Полученные классы алгоритмов оценки мощности периодического сигнала характеризуются следующими свойствами:

- I. Оценки мощности являются асимптотически инвариантными относительно частот ω_1 составляющих сигнала.
- 2. Свойства оценок зависят от типов операторов в операторных многочленах и от характера шума.

Определение оптимального оператора для некоторого класса алгоритмов является нетривиальной задачей.

- 3. В большинстве случаев наименьшую смещенность оценки обеспечивает оператор задержки.
- 4. Алгоритмы по классу (2.4) в случае оператора задержки приводят к автокоррелятору с квадратурными каналами [7].

Литература

- I. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 2. М., "Советское радио", 1975.
- 2. Заездный А.М., Кангур 0.Э. Оптимальное измерение параметров сигналов при малой априорной информации о помехах. Известия вузов. "Приборостроение", 1974, № 3, с.22-27.
- 3. Кангур 0.Э. Структурная модель сигналов в задачах измерения параметров.—"Тр. Таллинск. политехн. инта", 1974, № 358, с.19-20.
- 4. Мартверк П.Э. Вывод классов алгоритмов оценки амплитуды сигнала без оценки дополнительных параметров.—"Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975, № 389, с.3-8.
- 5. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., "Физ-мат." 1958.
- 6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., "Наука", 1973.
- 7. Кангур О.Э., Мартверк П.Э. Автокорреляционный вольтметр. Заявка на авторское свидетельство № 1946641/21, 1973.
- 8. Кангур 0.Э., Мартверк П.Э. Структурно-корреляционный вольтметр. Авт. свид. № 555348, I976 г.

The Frequency Insensitive Estimation Power of the Periodical Signal

Summary

The synthesis of power estimating algorithms is discussed. The estimations are asymtotically inwariant with respect to the frequency of signal, the structures of algorithms are comparatively simple in case of the estimation of sine wave power.

УЛК 621.391.1

0.Э. Кангур

ОБ ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ СТРУКТУРНЫЕ СВЯЗИ СИГНАЛА

Необходимость решения задач приема и обработки сигналов в условиях априорной неопределенности вызвала интенсивное развитие новых методов, требующих малого объема априорных данных [I]. В то же время произошло и возрождение интереса к старейшему методу обработки наблюдений — методу наименьших квадратов [2,9].

Сформулируем задачу оценки следующим образом: пусть $\overline{\lambda}$ — "состояние", т.е. некоторый вектор параметров, n(t) — шум (ошиски наслюдения), x(t) — наслюдаемый сигнал,

 $s(t,\lambda)$ — зависимость сигнала от состояния при отсутствии щума. Пусть щум аддитивен:

$$x(t) = s(t, \overline{\lambda}) + n(t). \tag{I}$$

Задача состоит в оценке $\overline{\lambda}$ или некоторых функций от него. Ссстояние может зависеть от t, т.е. $\overline{\lambda} = \overline{\lambda}(t)$.

Метод наименьших квадратов состоит в получении оценок цутем минимизации по $\tilde{\lambda}$ квадратичного функционала

$$d = \int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^{t_2} K(t,\tau) \left[x(t) - s(t,\overline{\lambda}) \right] \left[x(\tau) - s(\tau,\overline{\lambda}) \right] dt d\tau,$$
 (2)

где $K(t,\tau)$ - положительно определенное симметричное ядро;

 (t_1, t_2) - интервал наблюдения.

Выражения (I) и (2) очевидным образом обобщаются на случай векторных процессов или полей.

При формировании критерия (2) не учитываются какиечибо статистические сведения, поэтому метод наименьних квадратов по существу является нестатистическим и может рассматриваться как один из методов преодоления априорной неопределенности. Если априорные сведения имеются, их можно использовать для улучшения оценок. Так, если шум гауссов и ядро $\mathsf{K}(\mathsf{t},\tau)$ обратно корреляционной функции шума, оценки по методу наименьших квадратов совпадают с максимально правдоподобными оценками. Подробное обсуждение этих вопросов можно найти в [2,3].

Возможно обобщение этого метода, состоящее в том, что вводится некоторый оператор Φ преобразования сигналов:

$$z(\theta, \hat{\lambda}) = \Phi[s(t, \hat{\lambda})],$$

 $y(\theta) = \Phi[x(t)]$
(3)

и метод наименьших квадратов применяется не к исходным, а к преобразованным сигналам у и z. Переменные Θ и t могут иметь разный смысл, например, Φ может быть преобразованием Φ урье или оператором вычисления корреляционной функции.

Целесообразность введения преобразований и их выбор — вопрос нетривиальный и нерешенный. В данной работе рассматривается один класс задач оценки — а именно, задачи с мешающими параметрами, и предлагается вводить преобразования специального вида, позволяющие достичь относительной инвариантности оценок полезных (информационных) параметров к значениям мешающих параметров.

Hyctb
$$\vec{\lambda} = \{\vec{\alpha}, \vec{\chi}\},\$$

где $\vec{\alpha}$ — информационный параметр, подлежащий оценке; $\vec{\gamma}$ — мешающий параметр, не несущий информации.

Введем вектор β , имеющий такую же размерность, как α , и оператор $\Phi[x(t); \beta]$, зависящий от значения β , такой, что

$$\vec{\beta} = \vec{\alpha} \Rightarrow \Phi [s(t, \vec{\alpha}, \vec{\gamma}); \vec{\beta}] \equiv 0, \forall \vec{\gamma}.$$
 (4)

<u>Πρимер:</u> Πусть $s(t, \overline{\lambda}) = A\cos(\omega t + \varphi); \overline{\alpha} = {\omega},$

$$\vec{\ell} = \{A, \phi\}$$
 . Тогда дий ференциальный оператор
$$\Phi[x(t); \vec{\beta}] = \frac{d^2x}{dt^2} + \beta^2x$$
 (5)

обладает свойством (4).

Оператор Φ инвариантен к мешающим параметрам сигнала в том смисле, что при совпадении β и α результат преобразования сигнала не зависит от γ . Наиболее простая форма оператора Φ — это оператор левой части однородного дифференциального уравнения, общим решением которого является сигнал $s(t,\alpha,\gamma)$ с произвольным значением γ . Значение γ 0 определяется начальными условиями. Подобное уравнение может быть записано в виде:

$$\Phi[x(t); \vec{\beta}] = \varphi(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n)}; \vec{\beta}, t) = 0, \qquad (6)$$

где ф - некоторая функция.

Если $s(t,\tilde{\lambda})$ является аналитической функцией, можно найти функцию ϕ , не зависящую от времени t [4].

В более общем случае в (6) в качестве аргументов функции ϕ входят не производные, а операторы L_{κ} более общето вида:

 $\varphi(L_t x, \dots, L_n x; \hat{\beta}, t) = 0. \tag{7}$

Пример: Вместо (5) можно ввести линейный оператор

$$\Phi[x(t); \vec{\beta}] = x - 2\cos\beta\tau \cdot x_{\tau} + x_{2\tau}, \tag{8}$$

где $x_{\kappa\tau}=x(t-\kappa\tau)$. Здесь в качестве L_{κ} выступают операторы сдвига. Выражения (5) и (8) являются частными случаями оператора

$$\Phi\left[x(t); \overline{\beta}\right] = L^{2}x - 2\operatorname{Re}L(i\beta) \cdot Lx + |L(i\beta)|^{2} \cdot x, \qquad (9)$$

где $Lx = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) x(\tau) d\tau$ — произвольное линейное стационарное преобразование, $L^2x = L(Lx)$;

 $l(i\beta)$ - преобразование Фурье от $h(\tau)$.

Уравнение (6) или (7) выражает структурные связи сигнала $s(t,\tilde{\lambda})$, т.е. связи между его различными преобразованиями [5, 6].

Если использовать оператор Φ , обладающий свойством (4), для преобразования сигналов (3), а затем применить метод наименьших квадратов, то критерий (2) примет вид

$$d = \iint_{\Sigma} K(t,\tau) \Phi[x(t); \vec{\beta}] \cdot \Phi[x(\tau); \vec{\beta}] dt d\tau.$$
 (IO)

Величина d минимизируется по β ; найденное значение β является оценкой информационного параметра $\bar{\alpha}$

$$\vec{\alpha}^* = \vec{\beta}^* = \underset{\vec{\beta}}{\text{arg mind}}.$$
 (II)

Смысл критерия (IO) можно пояснить следующим образом. Мы вводим оператор Φ , описывающий гипотетическую систему, свободным колебанием которой является сигнал $s(t, \lambda)$.

При этом значения информационного параметра сигнала α определяются значениями параметра системы β (в сущности β и α совпадают), а значения мещающего параметра γ определяются начальным состоянием системы. Затем применяем метод наименьших квадратов для оценки параметров системы β по наблюдаемому на фоне шума свободному колебанию [3].

Пример: Принимая $K(t,\tau) = \delta(t-\tau)$, получаем из (5) и (10) следующую оценку частоты сигнала:

$$\omega^* = \sqrt{-\frac{\int_{t_2}^{t_2} \ddot{x}(t) x(t) dt}{\int_{t_2}^{t_2} x^2(t) dt}}.$$
 (I2)

Аналогично (8) и (10) дают оценку

$$\omega^* = \frac{1}{\tau} \arccos \frac{\int_{t_1}^{t_2} [x(t) + x(t - 2\tau)] x(t - \tau) dt}{2 \int_{t_1}^{t_2} x^2(t - \tau) dt}.$$
 (I3)

Предлагаемый метод оценки, как и обичный метод наименьших квадратов, не требует никакой априорной статистики.
Если априорные сведения имеются, то их можно использовать
для улучшения оценок примерно так же, как в обичном методе
наименьших квадратов. При этом, однако, свойства статистической оптимальности оценок по методу наименьших квадратов
здесь, в общем случае, не выполняются, так как введение
преобразования ф изменяет статистику шума, а при нелинейном ф шум становится неаддитивным.

Примечательным свойством получаемых оценок является их относительная (асимптотическая) инвариантность к значе-

ниям мешающих параметров $\sqrt[7]{\cdot}$. Чем больше отношение сигнала к шуму, тем меньше зависит оценка $\sqrt[7]{\cdot}$ от значения $\sqrt[7]{\cdot}$; в пределе эта зависимость исчезает. Решения конкретных задач оценки могут обладать и другими привлекательными качествами — так, алгоритмы (I2) и (I3) дают оценку частоты в явном виде, интервал $(^{\dagger}t_1, ^{\dagger}t_2)$ может быть существенно меньше периода колебания $T = 2\pi/\omega$.

Описанный метод оценки применялся для решения различных задач — оценки амплитуды, частоты и фазы гармони ческого колебания, оценки декремента затухания, различения ЧМ сигналов на фоне сосредоточенных помех и др. Некоторне алгоритмы оценки моделировались на ЭЦЕМ, другие выполня лись в аналоговом варианте. Результаты, в общем, показа ли перспективность предложенного метода. Результаты ана лиза и моделирования алгоритмов оценки частоты (I3), (I2) и аналогичных им можно найти в [7, 8].

Литература

- І. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 3, М., "Советское радио", 1976.
- 2. Сверлинг П. Современные методы оценки состояния с точки зрения метода наименьших квадратов. За-рубежная радиоэлектроника, № 9, 1972, с.42-65.
- 3. Эйк хофф П. Основы идентификации систем управления. М., "Мир", 1975.
- 4. Шеннон К.Е. Математическая теория дифференциального анализатора. В сб. "Работы по теории информации и кибернетике". М., ИИЛ, 1963.
- 5. Заездний А.М. Классификация сигналов, распространяющихся в водной среде, на основе их обработки по структурным свойствам. Труди СГ-4, Новосибирск, 1973.
- 6. Заездний А.М., Кангур 0.Э. Оптимальное измерение параметров сигналов при малой априорной информации о помехах. Известия вузов, "Приборостроение", № 3, 1974, с.22-27.
- 7. Кангур 0.Э.Сравнительный анализ влияния помех на точность различных частотомеров. Известия вузов "Приборостроение", № II, 1974, с.12-16.

- 8. Кангур 0.Э., Отс А.Э. Цифровое моделирование измерителей частоты структурно-корреляционного типа.
 "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1975. № 389. 15—18.
- 9. S w e r l i n g, P. Topics in generalized least squares signal estimation. SIAM J. Appl. Math., 1966 Sept., vol. 14, p. 998-1031.

0. Kangur

About Estimation of Parameters Using the Signal Structural Connections

Summary

The synthesis of estimating algorithms of signal parameters, based on the structural properties of signal is discussed. The estimations are asymtotically invariant with respect to the additional parameters. The examples of frequency estimating algorithms are given.

УДК 621.317

И. Ю. Эйскоп, Х. А. Таммет

ДИСПЕРСИЯ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОГО ЗНАЧЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ПУМА

Из теории измерения случайных процессов [I,2] известно, что точность измерения зависит, кроме аппаратурных погрешностей, также от длительности T рассматриваемой реализации процесса и характеризуется дисперсией σ_τ^2 результатов измерения. В литературе (например, [I,2,3]) опубликованы формулы, определяющие дисперсию результатов измерений среднеквадратичного значения напряжения шумя, как случайного процесса, через корреляционную функцию $\mathsf{R}(\tau)$ процесса. Если дано не $\mathsf{R}(\tau)$, а энергетический спектр $\mathsf{G}(\mathsf{f})$ процесса, тогда следует теоремой хинчина—Винера вычислить

 $R(\tau)$ процесса, как обратное преобразование Фурье от G(f), и затем определить ожидаемую дисперсию σ_{τ}^2 результатов измерений. Чтобы упростить вычисления и получить более явную зависимость σ_{τ}^2 от G(f) ниже приведена формула для непосредственного определения σ_{τ}^2 при заданной G(f).

Пусть шумовое напряжение с постоянным энергетическим спектром G_0 пропускается через линейную систему, имеющую модуль коэффициента передачи K(f), а на выходе системы измеряется (например, при помощи квадратичного детектора с идеальным ин-

Go
$$K(\frac{1}{2})$$
 $u(\frac{1}{2})$

тегратором) среднеквадратичное значение u_{τ}^2 одной реализации длительностью T шумового напряжения u(t) (фиг. I).

Для получения зависимости u^2_{τ} от T целесообразно представить u(t) в виде ортонормированного ряда [4]

$$u(t) = \sqrt{\frac{G_0}{T}} \sum_{i=1}^{t/2} \left[K(f_i)(\theta_{2i-t} \sin 2\pi f_i t + \theta_{2i} \cos 2\pi f_i t) \right], \tag{I}$$

где θ — гауссовая центрированная случайная величина с дисперсией $\sigma_{o}^{2}=1$;

l = 2T(f_{màx}-f_{min}) - общее число членов ряда; f_{max} и f_{min} - крайние частоты полосы пропускания системы;

 $\Delta f = \frac{4}{T}$ - mar частотных компонентов f_i .

Среднеквадратичное значение і -го частотного компонента

$$\overline{u_{i}^{2}} = \frac{G_{0}}{T} K^{2}(f_{i}) \cdot \frac{1}{2} (\theta_{2i-1}^{2} + \theta_{2i}^{2}) = \frac{1}{2} \sigma_{i}^{2} (\theta_{2i-4}^{2} + \theta_{2i}^{2}), \qquad (2)$$

где обозначено $G_0K^2(f_i)/T = G(f_i)/T = \sigma_i^2$,

а $G(f_i) = G_0 K^2(f_i)$ - энергетический спектр шума на выходе системы (фиг. I).

Для определения среднеквадратичного значения одной реализацией

 $\overline{U_{\tau}^{2}} = \sum_{i=1}^{l/2} \overline{U_{i}^{2}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{l/2} \sigma_{i}^{2} (\theta_{2i-1}^{2} + \theta_{2i}^{2}),$ (3)

используется предельная теорема Ляпунова [5,6] в виде

$$\sum_{i}^{1/2} \overline{u_{i}^{2}} - \sum_{i}^{1/2} \mathbf{\xi}(\overline{u_{i}^{2}}) = \sqrt{\sum_{i}^{1/2} D(\overline{u_{i}^{2}})} \ \theta = \sigma_{\tau} \theta, \tag{4}$$

где средняя величина u? по реализациям

$$\xi(\vec{u}_{i}^{2}) = \xi\left[\frac{1}{2}\sigma_{i}^{2}(\theta_{2i-1}^{2} + \theta_{2i}^{2})\right] = \frac{1}{2}\sigma_{i}^{2}\left[\xi(\theta_{2i-1}^{2}) + \xi(\theta_{2i}^{2})\right] = \sigma_{i}^{2}, \quad (5)$$

а дисперсия величин $\overline{\cup_{i}^{2}}$ по реализациям

$$D(\overline{u_{i}^{2}}) = D\left[\frac{1}{2}\sigma_{i}^{2}(\theta_{2i-1}^{2} + \theta_{2i}^{2})\right] = \frac{1}{4}\sigma_{i}^{4}\left[D(\theta_{2i-1}^{2}) + D(\theta_{2i}^{2})\right].$$

Дисперсия квадрата гауссовой единичной случайной величины Θ $D(\Theta^2) = \mathbf{\xi} \left[\Theta^2 - \mathbf{\xi}(\Theta^2)\right]^2 = \mathbf{\xi}(\Theta^4 - 2\Theta^2 + 1) = \mathbf{\xi}(\Theta^4) - 1.$

Учитывая, что центральный момент четвертого порядка величины θ [6] $\xi(\theta^4) = 3 \lceil \xi(\theta^2) \rceil^2 = 3$,

получается для дисперсии и? выражение

$$D(\overline{u_i^2}) = \sigma_i^4 = [G_0 K^2(f_i)/T]^2 = [G(f_i)/T]^2$$

а из формул (3), (4) и (5) следует

$$\overline{U_{\tau}^{2}} = \sum_{i=1}^{L/2} \S(\overline{U_{i}^{2}}) + \sigma_{\tau}\Theta = \sum_{i=1}^{L/2} \sigma_{i}^{2} + \sigma_{\tau}\Theta.$$
 (6)

При большом числе частотных компонентов f_i суммирование можно заменить интегрированием (при условии, что $f_{min} > \Delta f$):

$$\sum_{i}^{L/2} \sigma_{i}^{2} = \sum_{i}^{L/2} G(f_{i}) / T = \sum_{i}^{L/2} G(f_{i}) \cdot \Delta f = \int_{f_{min}}^{f_{max}} G(f) df = U_{w,9\phi}^{2},$$
 (7)

$$\sigma_{\tau}^{2} = \sum_{i}^{1/2} D(\overline{u_{i}^{2}}) = \sum_{i}^{1/2} \sigma_{i}^{4} = \sum_{i}^{1/2} \left[G(f_{i}) / T \right]^{2} = \frac{1}{T} \int_{f_{min}}^{mox} G^{2}(f) df.$$
 (8)

Последняя формула выражает дисперсию σ_{τ}^2 при измерении среднеквадратичного значения $\cup_{\omega,\,\mathfrak{d}_{\varphi}}^2$ напряжения щума через энергетический спектр $\mathfrak{G}(\mathfrak{f})$ щума.

Из формул (6) и (7) получается для среднеквадратичного значения $\overline{\mathsf{u}_{\scriptscriptstyle T}^2}$ реализацией длительности Т

$$\overline{U_{\tau}^2} = U_{\omega, 3\phi}^2 + \sigma_{\tau} \Theta. \tag{9}$$

Если щум имеет частотную полосу $f_{max} - f_{min} = B$ и постоянный энергетический спектр G_o в ней, тогда относительная дисперсия результатов измерений \cup_{τ}^2

$$\epsilon^2 = \sigma_T^2 / U_{\omega, 9\Phi}^4 = 1/(BT),$$
 (IO)

что совпадает с аналогичным выражением в [I].

Литература

- І. Бендат Дж., Пирсон А. Измерение и анализ случайных процессов. М., "Мир", 1974, 463 с.
- 2, Мирский Г.Я. Аппаратурное пределение характеристик случайных процессов. М. "Энергия", 1972, 456 с.
- 3. Davenport, W.B. Johnson, R.A., Middlton, D. Statistical errors in measurements on random time functions, "Journ. Appl. Phys.", 1952, Nr. 4.

Русский перевод: сб. "Определение параметров случайных процессов" под ред. В.И.Чайковского, "Гостехиздат", УССР, 1962.

- 4. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.-Л., "ГЭИ", 1956, I5I с.
- 5. Венцель Е.С. Теория вероятностей. М., "Наука", 1969, 576 с.
- 6. Заездный А.М. Основы расчетов по статисти-ческой радиотехнике. М., "Связь", 1969, 448 с.

I. Eiskop, H. Tammet

The Variance of Measured rms Value of Noise

Summary

The representation of noise voltage by an orthonormal series with random gaussian amplitudes is used to derive the dependence of measured rms value variance on noise voltage spectral density.

УДК 621.317.7:621.391.822

X.A. Tammer

СХЕМА ИЗМЕРЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ШУМОВОГО НАЛРЯЖЕНИЯ БИПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

Для описания шумовых свойств усилительных приборов, в том числе и биполярных транзисторов (БТ), часто применяется система приведенных ко входу источников шумового напряжения и тока [I]. При известной спектральной плотности шумовых источников можно рассчитать уровень шума или коэффициент щума усилителя при любых значениях сопротивления входной нагрузки в узкой, либо в широкой частотной полосе, Определение спектральной плотности шумовых источников производится по теоретическим формулам [I]. которые точны в области средних частот, либо посредством эксперимента. Результаты исследований щумовых параметров могут дать полезную информацию об элементах эквивалентной схемы БТ, а также о физических процессах, протекающих в БТ [2]. Например, путем измерения эквивалентного шумового напряжения можно определить объемное сопротивление базн БТ г [3].

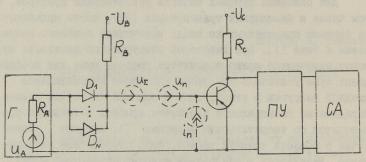
Методика измерения шумовых источников вытекает из их определения [I]: источник тока измеряется при холостом ходе, источник напряжения — при коротком замыкании входа БТ. Однако соблюдение данного условия при измерении эквивалентного шумового напряжения БТ представляет трудности в области низких или инфранизких частот, где требуется применение развязывающих конденсаторов больших значений [4].

Рассматриваем способ выполнения входной цепи БТ при измерении эквивалентного шумового напряжения, которая обеспечивает смещение на переходе база-эмиттер БТ и низкое динамическое сопротивление. Схема (фиг. I) состоит из генератора шумового или гармонического калибровочного напряже-

ния U_A с внутренним сопротивлением R_A , цепи из N параллельно включенных диодов I_I по I_N , резистора смещения R_B , испнтуемого транзистора V_A с резистором нагрузки R_c , предварительного усилителя IIV и спектрального анализатора CA. Если эквивалентные шумовые источники ET обозначить U_n и i_n , то спектральная плотность суммарного напряжения

$$u_{\Sigma}^{2} = u_{n}^{2} + \left[4kTR_{A} + 4kT\frac{(R_{A} + R_{D})^{2}}{R_{B}} + u_{A}^{2} + i_{D}^{2}R_{D}^{2} + i_{n}^{2}(R_{A} + R_{D})^{2}\right] \frac{R_{B}^{2}}{(R_{A} + R_{D} + R_{B})^{2}},$$

где R_D — сопротивление цепи диодов; t_D^2 — шумовой ток диодов, t_D^2 = $2eI_D$.



Фиг. 1. Схема измерения шумового напряжения транзистора.

При совпадающих вольтамперных характеристиках диодов и перехода база-эмиттер испытуемого транзистора (в качестве диодов можно применять переходы база-эмиттер БТ) ток диодов $I_{\rm D}$ зависит от требуемого тока коллектора испытуемого БТ $I_{\rm C}$.

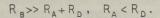
При достаточно большом количестве диодов (N > 10...20) динамическое сопротивление

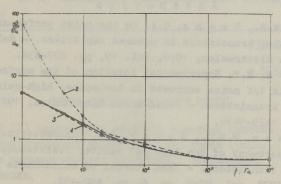
$$R_{D} = \frac{\varphi_{T}}{NI_{c}} + \frac{r_{D}}{N} << r_{\delta}',$$

где $r_{\rm D}$ — объемное сопротивление диода, и влияние шумового тока диодов

$$i_{D}^{2} \cdot R_{D}^{2} = \frac{2eI_{C}}{N} \left(\frac{\phi_{T}}{I_{C}} + r_{D} \right)^{2}$$

окажутся малыми. Существенным является то, что динамическое сопротивление входной цепи не увеличивается при уменьшении частоты. Также нетрудно обеспечить выполнение усло-





Фиг. 2. Спектральная плотность шумового напряжения транзистора КТ352Б, измеренная при помощи рассмотренной схемы (кривая 1) и схемы с развязывающим конденсатором (кривая 2), а также рассчитанная по формуле (1) (кривая 3).

В качестве проверки изложенного была измерена спектральная плотность шумового напряжения транзистора КТЗ52Б, имеющего низкое значение u_n , что повышает чувствительность эксперимента (кривая I на фиг. 2). При эксперименте $R_A=1$ Ом, N=15, $I_C=4$ мА. Для сравнения приведен на фиг. 2 (кривая 2) результат измерения данного транзистора при помощи обычной схемы [4], имеющей шунтирующую емкость цепи смещения значением IOOO мкФ.

Теоретическая зависимость эквивалентного шумового напряжения имеет вид

$$u_n^2 = 4kT(r_g^i + \frac{\varphi_\tau}{2I_c}) + i_n^2(r_g^i + \frac{\varphi_\tau}{I_c})^2$$
 (I)

По данной формуле при значении $u_n=0,50$ нВ/ $\sqrt{\Gamma}u_n$ измеренном на частоте 10 к $1u_n$, можем определить объемное сопротивление базы данного транзистора $v_n=11,8$ См. Била также измерена зависимость шумового тока $u_n=11,8$ См. Била также измерена зависимость шумового тока $u_n=11,8$ См. Била также измерена зависимость шумового тока $u_n=11,8$ См. Била также измерена зависимость по от частоть данного $u_n=11,8$ См. Била также измерена зависимости по $u_n=11,8$ См. Била также измерена зависимости по $u_n=11,8$ См. Била также измерена зависимость по $u_n=11,8$ См. Била также измерена з

Итоги работы показывают, что применение цепи параллельно включенных диодов в схеме измерения эквивалентного щумового напряжения БТ обеспечивает широкий рабочий диа-

Литература

- D a s, M.B., D o g h a, O.A. On the noise performance of bipolar transistors in untuned amplifiers. Solid--State Electronics, 1976, vol. 19, pp. 827-836.
- 2. K n o t t, K.F. Experimental location of the surface and bulk 1/f noise currents in low-noise, high-gain npn planar transistors. - Solid-State Electronics, 1973, vol. 16, pp. 1429-1434.
- 3. Sansen, W.M.C., Meyer, R.G. Characterization and measurement of the base and emitter resistances of bipolar transistors. - IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1972, vol. SC-7, no. 6, pp. 492-498.
- 4. G ü t t l e r, P. Ein Messplatz zur Messung tiefstfrequenten Rauschens von Transistoren. Nachrichtechnik, 1970, B. 20, H.2, S. 69-75.

H. Tammet

A Circuit for Measuring Noise Voltage of Bipolar Transistors

Summary

A method for measuring equivalent noise voltage of bipolar transistors is introduced. A network of parallel diodes is connected to base-emitter junction of the transistor under test for biasing it. Low dynamic resistance of diodes is independent of frequency reducing the measurement error.

УДК 621.372.54

А.И.Борщевский

МЕТОД СИНТЕЗА АКТИВНЫХ ЦЕПЕЙ

В [I] рассмотрены свойства и методы синтеза однородных безынерционных параметрических цепей (ОБПЦ), состоящих из параметрических элементов с одинаковыми законами управления.

Специфика свойств ОБПЦ заключается в формальном совпадении системной функции $T(\rho)^{X}$ ОБПЦ с операторным изображением системных функций $T(\rho)$ обичных цепей (при условии совпадения масштабных коэффициентов элементов и структуры цепей). Однако условия устойчивости ОБПЦ в связи с нулями и полюсами $T(\rho)$ не совпадают с условиями устойчивости обычных цепей (стационарных, инерционных), вследствие чего устойчивнии могут быть БПЦ с полюсами $T(\rho)$ в правой полуплоскости.

Ниже рассматривается метод синтеза, который позволяет синтезировать цепь с системной функцией $T(\rho)$, $T(\zeta)$ или $T(\rho)$ с произвольным расположением полюсов и нулей, в том числе и в правой полуплоскости.

Теорема

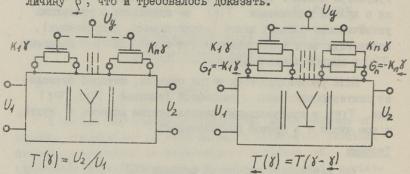
Для реализации системной функции ОБЩ $\underline{T}(Q)(\underline{T}(X))$, у которой все нули и полосов сдвинуты вдоль вещественной оси относительно нулей и полосов некоторой $\underline{T}(Q)(\underline{T}(X))$ на произвольную одинаковую величину Q(X), достаточно последовательно (параллельно) с каждым параметрическим элементом включить резистор с сопротивлением (проводимостью)

х Сопротивление (проводимость) параметрического резистора можно записать в виде $K_n \circ (u_y) (K_n \circ (u_y))$, где $K_n - \text{мас-штабный коэффициент } n-го резистора, <math>\circ (u_y) - \text{закон уп-равления сопротивления } (\circ (u_y) - \text{закон уп-равления про-водимости}), <math>T(\circ) - \text{функция параметрического сопротивления}, <math>T(\circ) - \text{функция параметрической проводимости}.$

Доказательство

Пусть имеется некоторая реализация системной функции $T(\varrho)$. Будем считать, что каждому параметрическому резистору $K_n\varrho$ соответствует одна ветвь цепи. Системная функция цепи есть некоторая функция сопротивлений ветвей, соответствующих параметрическим резисторам $f_c(R_1,\ldots,R_e,\ldots,R_n)$, тогда системная функция исходной цепи $T(\varrho)=f_c(K_1\varrho,\ldots,K_n\varrho)$. При подключении последовательно каждому параметрическому резистору $K_e\varrho$ стационарного резистора $-K_e\varrho$, f_c не меняется, при этом $R_e=K_e\varrho-K_e\varrho=K_n(\varrho-\varrho)$, тогда системная функция новой цепи $T(\varrho)=f_c[K_1(\varrho-\varrho),\ldots,K_e(\varrho-\varrho),\ldots,K_n(\varrho-\varrho)]$,

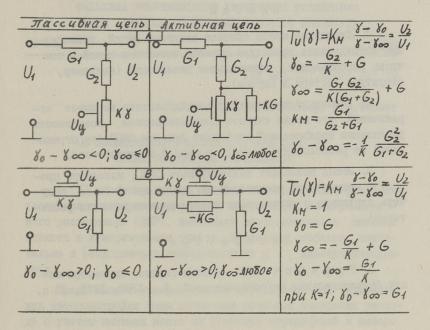
т.е. $T(\rho) = T(\rho - \rho)$ или $T(\rho + \rho) = T(\rho)$, т.е. новая функция $T(\rho)$ есть старая функция $T(\rho)$, смещенная в пространстве аргумента на величину ρ вправо и следовательно, смещены все нули и полюси $T(\rho)$ на одинаковую величину ρ , что и требовалось доказать.



Фиг. 1. Иллюстрация перехода от пассивной цепи к активной.

Для $T(\gamma)$ доказательство аналогично. Из теоремы следует процедура синтеза активной цепи:

А. Нули и полюсы заданной системной функции сдвигаются влево вдоль вещественной оси на некоторую одинаковую величину $-\varrho(-Y)$, при которой новое расположение особенностей удовлетворяет условиям реализуемости в
некотором пассивном базисе.



Фиг. 2. Достаточный набор активных структур для реализации передаточной функции 1-го порядка без ограничений на порядок и место особенностей.

- Б. Известными методами синтеза в пассивном базисе нажодятся структурные цепи и масштабные коэффициенты элементов.
- В. Последовательно (нараллельно) всем параметрическим резисторам $K_n \varrho(K_n \chi)$ подключаются отрицательные резисторы с сопротивлением $-K_n \varrho$ (проводимостью $-K_n \chi$), фиг. I.

На фиг. 2 приведены варианты реализации произвольных передаточных функций по напряжению Т() первого порядка по предлагаемому методу.

Необходимо отметить, что вследствие аналогии между ОЕЩ и инерционными линейными цепями [1] все вышесказанное может бить применено для синтеза активных RLC цепей с использованием процедур синтеза пассивных цепей.

Виводи

- I. Предложен метод синтеза активных цепей, позволяющий использовать процедуры синтеза пассивных цепей, в том числе канонических минимальных реализаций (например, структура Фостера и Кауэра).
- 2. Поскольку предлагаемый метод синтеза не имеет ограничений, его можно считать доказательством возможности реализации произвольной системной функции ОБЩ без ограничений на расположение полюсов в правой полуплоскости.
- 3. Метод позволяет синтезировать ОБШІ, используя процедури минимальной реализации пассивных цепей (т.е. получать структуры с минимальным числом параметрических резисторов).

Литература

І. Гуревич И.В. Основы синтеза параметрических функциональных преобразователей. Л., ЛЭИС, 1971, 33 с.

A. Borshevski

A Method of Synthesis of Active Networks

Summary

A method of synthesis of active networks with negative resistances based on canonical passive networks synthesis methods is presented.

УДК 681.121.8:621.317.79

Ю.П. Мальцев, А.А. Мейстер, М.Э. Тоомет

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОПОДСТРОЙКИ ФАЗЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ РАСХОДОМЕРЕ

В [I] рассмотрены две системы автоподстройки фазы, позволяющие существенно уменьшить погрешность электромагнитного расходомера (ЭМР), вызванную нестабильностью фазовых сдвигов в измерительном тракте. Последняя особенно значительна в расходомерах малопроводящих и диэлектрических сред.

Представляет интерес оценка достижимого при применении автоподстройки фазы повышения точности измерения расхода с учетом имеющих место на практике ограничений в выборе жарактеристик систем автоподстройки.

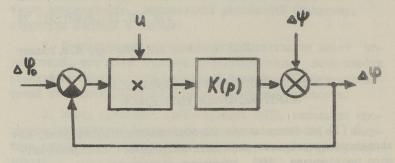
В первой из описанных систем автоподстройка фазы осуществлена косвенно, путем управления частотой питания электромагнита, во второй реализовано непосредственное управление фазой опорного напряжения основного синхронного детектора. Аналогичность принципа действия обеих систем позволяет, однако, при принятии за задающее воздействие и
выходную величину соответственно требуемого и установившегося фазовых сдвигов между входным и опорным сигналами
синхронного детектора, представить их одной обобщенной
структурной схемой замкнутой САР с размерными передачами
звеньев (фиг. I).

Определяющая эффективность автоподстройки передаточная функция для возмущающего воздействия в такой системе имеет вид

$$\frac{\Delta \Psi}{\Delta \Psi} = \frac{1}{1 + U K(p)} = \frac{1}{1 + K_e A(p)}, \quad (I)$$

где Ке - передаточный коэффициент разоминутой системы;

- А(р) нормированная передаточная функция звеньев разомкнутой системн;
 - напряжение модулированной квадратурной помехи.



 $\Phi_{\mathrm{H}\Gamma}$. 1. Обобщенная структурная схема системы автоподстройки фазы ЭМР

Δ 40 - требуемое значение фазового сдвига;

Δ ψ - флуктуация фазового сдвига;

где

Δ Ф - установившееся значение фазового сдвига;

 Ü - напряжение модулированной квадратурной помехи, трактуемое как передаточный коэффициент с размерностью напряжения;

К(р) - передаточная функция основных звеньев с размерностью, обратной напряжению.

Передаточние коэффициенти К_е для обеих исходних систем в аналитическом виде получени в [I].

Если полагать в исходных системах апериодическими звеньями основной и вспомогательный синхронные детекторы и исполнительный элемент — управляемый генератор или управляемый фазовращатель, то условие устойчивости по Гурвицу [2] системы будет иметь вид

$$\frac{T_4}{T_2} + \frac{T_4}{T_3} + \frac{T_2}{T_4} + \frac{T_2}{T_3} + \frac{T_3}{T_2} + \frac{T_3}{T_4} + 2 > K_{e_{max}} > -1,$$
(2)
$$T_4, T_2, T_3 - \text{постоянные времени звеньев.}$$

Левая часть известного неравенства (2) представляет собой сумму функций вида x + 1/x, имеющую для положительных аргументов абсолютный минимум при A = B = 1 и частные минимумы для данного значения AB при A = B, где A, B — отношения между постоянными времени произвольных звеньев. Для повышения $K_{e_{max}}$, очевидно, необходимо увеличение A, B и разности |A - B|, то есть неравномерное распределение полюсов передаточной функции.

В силу противоречия между требованиями уменьшения статической ошибки и обеспечения устойчивости постижимая фективность автоподстройки определяется ограничениями бора постоянных времени звеньев. Для постоянной времени основного синхронного детектора Т, эти ограничения обусловлены структурой исходных систем

$$T_{\Omega} \gg T_{i} \gg T_{\omega}$$
,

Тя - период частоты модуляции; где Т., - период несущей частоты.

Для постоянных времени вспомогательного синхронного детектора Т, и исполнительного элемента Т, действительны условия непрерывности управления

$$T_2 \gg T_{\Omega}; T_3 \gg T_{\omega}.$$

Из размерности передачи звеньев САР витекает ее особенность - зависимость эффективности подавления возмущений (I) и устойчивости (2) от непостоянного в ЭМР напряжения квадратурной помехи. входящего в передаточный коэффициент. Последнее требует для обеспечения устойчивости учета кудшего случая максимального прироста U

(3)

 $\mathsf{K}_{\varrho} = \frac{\alpha\,\mathsf{K}_{\varrho\,\mathsf{max}}}{\beta}, \tag{3}$ где α — принятый коэффициент запаса по устойчивости; $\beta = \frac{U_{\text{max}}}{U}$ - коэффициент прироста квадратурной помехи ходе эксплуатации ЭМР.

также и ограничивает достижимую эффективность автоподстрой-KH.

Поскольку постоянная времени исполнительного элемента, как правило, определена его конструкцией, устойчивость данной САР при требуемой ее эффективности может быть обеспечена выбором наибольшей постоянной времени Т2. При допустимый передаточный коэффициент определяется в основном отношением данной и наименьшей постоянных времени системы, а переходная функция будет близка к 1-exp(-t/T) c постоянной времени $\tau = T_0 / K_0$, то есть ограничение (3) смягчается за счет снижения быстродействия САР.

Выходное напряжение ЭМР с трактом прямого преобразоавтоподстройки фазы составит вания без

$$U_{B} = U_{C}\cos\Delta\psi \pm \frac{U_{C}}{N}(\sin\Delta\psi + \xi),$$

где Uc - напряжение полезного сигнала;

N - отношение сигнал - квадратурная помеха в тракте;

тогда относительная погрешность измерения расхода при $|\Delta\psi| < 30^{\circ}$

$$\delta_1 \approx -\frac{\Delta \psi^2}{2} \pm \frac{1}{N} (\Delta \psi + \chi).$$

Учитывая в аналогичном выражении для ЭМР с автоподстройкой фазы присутствие модулированной квадратурной помехи, можно получить при UK>> 4 достижимий за счет автоподстройки выигрыш в точности

 $\delta_1 - \delta_2 \approx \Delta \psi \left(\frac{\Delta \psi}{2} \pm \frac{1}{N} \right) \pm \frac{U \chi}{U_c}$

то есть для повышения эффективности автоподстройки следует уменьшить напряжение модулированной квадратурной помехи.

Проверка эффективности обеих систем автоподстройки фазы на приборах, снабженных, для использования их в учебном процессе, электрическими эквивалентами преобразователей расхода, показала возможность уменьшения флуктуаций фазовых сдвигов в измерительном тракте в 30-50 раз при сохранении устойчивости систем в условиях значительных импрульсных помех.

Выводы

- I. На устойчивость систем автоподстройки фазы ЭМР влияет напряжение модулированной квадратурной помехи.
- 2. Выигрыш в точности от применения автоподстройки фазы в ЭМР зависит от отношения сигнал — помеха в тракте и уровня модулированной квадратурной помехи.

Литература

- І. Мальцев Ю.П., Мейстер А.А., Тоо-мет М.Э. Автоматическая подстройка фазы в электромаг-нитном расходомере. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", 1976, № 406, с. 39-44.
- 2. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М., "Связь", 1972, 447 с.

Y.Maltsev, A.Meister, M.Toomet

Effektivität der automatischen Phasenabstimmung im elektromagnetischen Durchflussmesser

Hier wird die bei Verwendung der automatischen Phasenabstimmungssysteme mit praktisch existierenden Begrenzungen errungenen Messfehlerverringerung betrachtet. Anbei ist die Formel zur Berechnung des Fehlers dargelegt.

УДК 621.391.1

И.О.Арро, Т.Ю.Суллакатко

XNIIOYYIYIYA ARTOARAO RAHALAMITIIO BOJALYIMIONILA

Радиотехнические и гидроакустические системы передачи и извлечения информации часто функционируют в условиях интерферирующих радиосигналов, образованных прямой и отраженной от раздела двух сред радиоволнами. Поэтому представляет интерес определение оптимального алгоритма обработки принимаемого сигнала в названных условиях.

Пусть принимаемое колебание y(t) представляет смесь полезного сигнала s(t) и аддитивной гауссовой помехи n(t):

$$y(t) = s(t) + n(t), t \in \{0,T\},$$
 (I)

где

$$\overline{n(t)} = 0$$
, $\overline{n(t_4) n(t_2)} = \frac{N_0}{2} \delta(t_2 - t_1)$,

 $N_0 = const;$ черта означает осреднение по множеству реализаций

 $s(t) = s_1(t) + s_2(t) = A_1 \sigma(t - \tau_1) \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \sigma(t - \tau_2) \cos(\omega_0 t + \varphi_2),$ (2)

где A₁, A₂ - неизвестные амплитуды первого и второго радиоимпульсов;

т₄, т₂ - неизвестные времена запаздывания первого и второго радиоимпульсов;

t - время;

Т - интервал анализа:

ω - известная круговая частота;

 φ_4, φ_2 - случайные независимые начальные фазы, распределенные равномерно в интервале $\{0,2\pi\}$ т.е.

$$W(\phi_1) = W(\phi_2) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}; & \phi_1, \ \phi_2 \in \{0,2\pi\} \\ 0 & \phi_1, \ \phi_2 \ \overline{\in} \left\{0,2\pi\right\}; \end{cases}$$

 $\mathtt{d}(\mathsf{t})$ — видеоимпульс единичной амплитуды длительностью $\mathtt{t}_\mathtt{u}$

Для нахождения оптимальных оценок \hat{A}_1 , \hat{A}_2 , $\hat{\tau}_4$ и $\hat{\tau}_2$ воспользуемся методом максимального правдоподобия. Функционал правдоподобия имеет вид [I]:

$$W(y|s) = C_0 \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^T \left[y(t) - s(t) \right]^2 dt = \right.$$

$$= C_0 \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^T \left[y^2(t) + s_1^2(t) + s_2^2(t) - 2y(t) s_1(t) - 2y(t) s_2(t) + 2s_1(t) s_2(t) \right] dt \right\},$$

Со - постоянная, определяемая из условия нормировки.

Для получения безусловного функционала правдоподобия относительно φ_4 и φ_2 необходимо осреднить W(y|s) по названным параметрам. Получающиеся при этом интегралы вычислены по формуле 3.937 [2].

При больших отношениях мощностей сигнала и помехи (практически $\frac{c_1}{n}$ и $\frac{c_2}{n} > 3$ [I]) функционал правдоподобия неизвестных параметров приобретает вид:

$$W(y|A_{4},A_{2},\tau_{4},\tau_{2}) = c_{3} \exp \left[-\frac{(A_{1}^{2}+A_{2}^{2})E_{0}}{2N_{0}}\right] \times I_{0}\left(\frac{2A_{1}B_{1}}{N_{0}})I_{0}\left[\frac{2A_{2}B_{2}}{N_{0}} - \frac{A_{1}A_{2}}{N_{0}}\kappa(\tau_{1},\tau_{2})\cos(\Phi_{1}-\Phi_{2})\right].$$
(3)

Здесь

$$\begin{aligned} c_3 &= C_0 \exp\left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T y^2(t) dt\right], \\ E_\alpha &= \int_0^T \alpha^2(t) dt, \\ B_i &= \sqrt{B_{ic}^2 + B_{is}^2}, \quad i = 1, 2, \\ B_{is} &= \int_0^T y(t) \alpha(t - \tau_i) \sin \omega_0 t dt, \end{aligned}$$

$$\begin{split} \textbf{B}_{\text{ic}} &= \int\limits_{0}^{T} y(t) \, \textbf{a}(t-\tau_{i}) \cos \omega_{0} t \, \text{d}t, \\ \textbf{\Phi}_{i} &= \text{arctg} \, \frac{\textbf{B}_{is}}{\textbf{B}_{ic}}, \\ \textbf{K}\left(\tau_{i},\tau_{2}\right) &= \int\limits_{0}^{T} \textbf{a}(t-\tau_{i}) \, \textbf{a}(t-\tau_{2}) \, \text{d}t, \end{split}$$

I₀ - модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Оценки параметров A_1, A_2, τ_1 и τ_2 находим как решения системы уравнений правдоподобия.

$$\frac{\partial W(y | A_1, A_2, \tau_1, \tau_2)}{\partial A_1} = -\frac{A_1}{N_0} E_{\alpha} I_{0} \left(\frac{2A_1 B_1}{N_0} \right) I_{0} \left[\frac{2A_2 B_2}{N_0} - \frac{A_1 A_2}{N_0} \kappa (\tau_1, \tau_2) \cos(\phi_1 - \phi_2) \right] + \frac{2B_1}{N_0} I_{1} \left(\frac{2A_1 B_1}{N_0} \right) I_{0} \left[\frac{2A_2 B_2}{N_0} - \frac{A_1 A_2}{N_0} \kappa (\tau_1, \tau_2) \cos(\phi_1 - \phi_2) \right] - \frac{A_2}{N_0} \kappa (\tau_1, \tau_2) I_{0} \left(\frac{2A_1 B_1}{N_0} \right) \times I_{1} \left[\frac{2A_2 B_2}{N_0} - \frac{A_1 A_2}{N_0} \kappa (\tau_1, \tau_2) \cos(\phi_1 - \phi_2) \right] = 0.$$

The property when the property $I_{1} = I_{1}(z)$ and $I_{2} = I_{2}(z)$.

Если учесть, что при $z \gg 1$ $\frac{I_1(z)}{I_0(z)} \approx 1$, то

I
$$\hat{A}_1 \simeq \frac{2B_1}{E_a} - \frac{A_2}{E_a} \kappa(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) \cos(\Phi_1 - \Phi_2).$$
 (4)

Аналогично получаем, что

$$\hat{A}_{2} \simeq \frac{2B_{2}}{E_{d}} - \frac{\hat{A}_{1}}{E_{d}} \kappa (\hat{\tau}_{1}, \hat{\tau}_{2}) \cos (\Phi_{1} - \Phi_{2})$$
 (5)

$$\frac{\partial W(y \mid A_1, A_2, \tau_1, \tau_2)}{\partial \tau_4} = \frac{\partial B_1}{\partial \tau_4} - \frac{A_2}{2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \times$$

$$\times \frac{I_{0}\left(\frac{2A_{1}B_{1}}{N_{0}}\right)I_{1}\left[\frac{2A_{2}B_{2}}{N_{0}} - \frac{A_{1}A_{2}}{N_{0}}\kappa(\tau_{1},\tau_{2})\cos(\Phi_{1}-\Phi_{2})\right]}{I_{1}\left(\frac{2A_{1}B_{1}}{N_{0}}\right)I_{0}\left[\frac{2A_{2}B_{2}}{N_{0}} - \frac{A_{1}A_{2}}{N_{0}}\kappa(\tau_{1},\tau_{2})\cos(\Phi_{1}-\Phi_{2})\right]} \cdot \frac{3\kappa(\tau_{1},\tau_{2})}{3\tau_{1}} = 0$$
(6)

$$\mathbb{II} \qquad \frac{\partial B_{1}}{\partial \tau_{1}} \Big|_{\tau_{1} = \hat{\tau}_{1}} \frac{\hat{A}_{2}}{2} \cos(\Phi_{1} - \Phi_{2}) \frac{\partial \kappa(\tau_{1}, \tau_{2})}{\partial \tau_{1}} \Big|_{\substack{\tau_{1} = \hat{\tau}_{1} \\ \tau_{2} = \hat{\tau}_{2}}} \simeq 0$$

$$\mathbb{IV} \qquad \frac{\partial B_{2}}{\partial \tau_{2}} \Big|_{\tau_{2} = \hat{\tau}_{2}} \frac{\hat{A}_{1}}{2} \cos(\Phi_{1} - \Phi_{2}) \frac{\partial \kappa(\tau_{1}, \tau_{2})}{\partial \tau_{2}} \Big|_{\substack{\tau_{1} = \hat{\tau}_{1} \\ \bar{\tau}_{2} = \hat{\tau}_{2}}} \simeq 0$$
(7)

Выражения (4) и (5) можно привести к виду

$$\hat{A}_{4} = \frac{2B_{1}E_{\sigma} - 2B_{2}\kappa(\hat{\tau}_{4}, \hat{\tau}_{2})\cos(\Phi_{1} - \Phi_{2})}{E_{\sigma}^{2} - \kappa^{2}(\hat{\tau}_{4}, \hat{\tau}_{2})\cos^{2}(\Phi_{4} - \Phi_{2})}$$
(8)

$$\hat{A}_{2} = \frac{2B_{2}E_{d} - 2B_{1}\kappa(\hat{\tau}_{1}, \hat{\tau}_{2})\cos(\phi_{1} - \phi_{2})}{E_{d}^{2} - \kappa^{2}(\hat{\tau}_{1}, \hat{\tau}_{2})\cos^{2}(\phi_{1} - \phi_{2})}.$$
(9)

Для одновременной оценки A_4 , A_2 , τ_4 и τ_2 оптимальный измеритель должен совместно решать уравнения (6-9).

Если $\Phi_4 - \Phi_2 = \frac{\pi}{2}$, то оценки \hat{A}_4 и \hat{A}_2 являются независимнии (случай ортогональных импульсов).

При $\Phi_i - \Phi_2 = 0$ [$\cos(\Phi_i - \Phi_2) = 1$] происходит синфазное сложение принимаемых сигналов, при $\Phi_i - \Phi_2 = \pi$ радиоимпульсы вычитаются. В общем случае, по сравнению с обычным алгоритмом оценки амплитуды и задержки неперекрываемых сигналов, требуется дополнительно вычислить $\kappa(\tau_1, \tau_2)$ и $\cos(\Phi_i - \Phi_2)$. Вообще ортогональные компоненты θ_{is} и θ_{ic} , определяющие Φ_i , вычисляются и в случае оценки параметров неперекрываемых сигналов, когда используют активные корреляторы. Следовательно, незначительное усложнение устройств обработки неперекрываемых радиоимпульсов позволяет их использовать и в случае интерферирующих сигналов.

Литература

- І. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. М., "Советское радио", 1972, 448 с.
- 2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., "Наука", 1971, IIO8 с.

Optimum Signal Processing for Interfered Single-frequency Pulses

Summary

Algorithms for estimation of the delay times and the amplitudes of two interfered single-frequency pulses in the presence of additive white gaussian noise are given. Method of maximum likelihood is used in conditions of the rectangularly distributed independent initial phases. Ultimate results are obtained for a great signal-to-noise ratio.

УДК 621.391.1

И.О. Арро, Т.Ю. Суллакатко

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ИНТЕРФЕРИРУКЩИХ РАДИОИМПУЛЬСОВ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАЛРАТОВ

В [I] найден алгоритм оптимальной обработки интерферирующих радиолипульсов при больших отношениях мощностей сигнала и помехи. Полученный алгоритм требует непосредственного определения апостериорных фаз радиоимпульсов. Покажем, что применяя метод наименьших квадратов можно избегать процедур, связанных с оценкой фаз.

Отметим, что метод наименьших квадратов эффективен в тех случаях, когда ошибки измерения подчиняются нормальному закону распределения [2]. Кроме того, оценке подлежат все неизвестные параметры, независимо от того, являются они информационными или нет.

Предположим, что наблюдается процесс

$$y(t) = s(t) + n(t), \quad t \in \{0, T\},$$

$$\overline{n(t)} = 0, \quad \overline{n(t_i) \, n(t_2)} = \frac{N_0}{2} \, \delta(t_2 - t_i), \quad N_0 = \text{const.},$$

черта означает осреднение по множеству реализаций

$$s(t) = s_{1}(t) + s_{2}(t) = \sum_{i=1}^{2} A_{i} a(t - \tau_{i}) \cos(\omega_{0} t - \varphi_{i}) =$$

$$= A_{1} \cos \varphi_{1} a(t - \tau_{1}) \cos \omega_{0} t + A_{1} \sin \varphi_{1} a(t - \tau_{1}) \sin \omega_{0} t +$$

$$+ A_{2} \cos \varphi_{2} a(t - \tau_{2}) \cos \omega_{0} t + A_{2} \sin \varphi_{2} a(t - \tau_{2}) \sin \omega_{0} t.$$
(2)

 A_4 , A_2 — амплитуды первого и второго радиоимпульсов; ϕ_4 , ϕ_2 — случайные, независимые начальные фазы первого и второго радиоимпульсов;

d(t) - видеоимпульс единичной амплитуды длительно-

стью τ_u (a(t) – дифференцируемая функция);

t - время;

ω, - известная круговая частота.

Вводим следующие обозначения:

$$A_{ic} = A_i \cos \varphi_i$$
; $A_{is} = A_i \sin \varphi_i$; $A_i = \sqrt{A_{is}^2 + A_{ic}^2}$, (3)

$$A_{2c} = A_2 \cos \varphi_2$$
; $A_{2s} = A_2 \sin \varphi_2$; $A_2 = \sqrt{A_{2s}^2 + A_{2c}^2}$. (4)

Если ϕ_1 и ϕ_2 распределены равномерно в интервале $\{0,2\pi\}$. то A_{1c},A_{1s} и A_{2c},A_{2s} можно рассматривать как независимые нормально распределенные координаты радиус—вектора точки [3].

Поскольку вся полезная информация содержится в амплитудах ортогональных компонент сигнала, то исключаем из рассмотрения высокочастотную зависимость путем безинерционного детектирования (относительно u(t)), т.е. осуществляем следующую предварительную обработку входной реализации:

$$y_{c}(t) = \int_{0}^{\tau_{0}} y(t) \cdot 2\cos\omega_{0} t dt \simeq$$

$$\simeq A_{tc} \alpha(t-\tau_{1}) + A_{2c} \alpha(t-\tau_{2}) + n_{c}(t), \qquad (5)$$

$$\begin{split} y_{S}(t) &= \int\limits_{0}^{\tau_{0}} y(t) \cdot 2 \sin \omega_{0} t \, dt \simeq \\ &\simeq A_{1S} \left(t - \tau_{1} \right) + A_{2S} \sigma \left(t - \tau_{2} \right) + n_{S}(t), \end{split}$$

$$n_c(t) = 2 \int_0^{\tau_0} n(t) \cos \omega_0 t dt; \quad n_s(t) = 2 \int_0^{\tau_0} n(t) \sin \omega_0 t dt$$

$$\frac{2\pi}{\omega_0} << \tau_0 << \tau_u.$$
 (6)

Теперь, по методу наименьших квадратов находим по $y_c(t)$ и $y_s(t)$ оценки \hat{A}_{ic} , \hat{A}_{2c} , \hat{A}_{is} , \hat{A}_{2s} , $\hat{\tau}_i$ и $\hat{\tau}_2$.

Оценки находятся из условия минимума следующих функционалов:

$$L_{c}(A_{1c}, A_{2c}, \tau_{1}, \tau_{2}) = \int_{0}^{T} \{ y_{c}(t) - [A_{1c}\alpha(t - \tau_{1}) + A_{2c}\alpha(t - \tau_{2})] \}^{2} dt,$$
(7)

$$L_{s}(A_{is}, A_{2s}, \tau_{i}, \tau_{2}) = \int_{0}^{T} \{y_{s}(t) - [A_{is} \alpha(t - \tau_{i}) + A_{2s} \alpha(t - \tau_{2})]\}^{2} dt.$$
(8)

Поскольку $L_{\rm C}$ и $L_{\rm S}$ являются дифференцируемыми относительно искомых параметров, то алгоритмы оценки находятся как решения системы следующих уравнений:

$$\begin{split} \frac{\partial L_c(\vec{x})}{\partial x_i} &= 0 \; ; & \frac{\partial L_s(\vec{y})}{\partial y_i} &= 0 \; ; \\ \vec{x} &= \left\{ A_{ic}, A_{2c}, \tau_i, \tau_2 \right\}; & \vec{y} &= \left\{ A_{4s}, A_{2s}, \tau_i, \tau_2 \right\}. \end{split}$$

Осуществляя необходимые вычисления и математические преобразования, получаем

$$\hat{A}_{tc} = \frac{E_{a_0} \int_{0}^{T} y_c(t) a(t-\tau_1) dt - \kappa(\tau_1, \tau_2) \int_{0}^{T} y_c(t) a(t-\tau_2) dt}{E_{a}^2 - \kappa^2(\tau_1, \tau_2)}, \quad (9)$$

$$\hat{A}_{2c} = \frac{E_{a} \int_{0}^{T} y_{c}(t) a(t-\tau_{2}) dt - \kappa(\tau_{4}, \tau_{2}) \int_{0}^{T} y_{c}(t) a(t-\tau_{4}) dt}{E_{a}^{2} - \kappa^{2}(\tau_{4}, \tau_{2})}, \quad (10)$$

$$\hat{A}_{IS} = \frac{E_{a_0} \int_{0}^{T} y_s(t) a(t-\tau_1) dt - \kappa(\tau_1, \tau_2) \int_{0}^{T} y_s(t) a(t-\tau_2) dt}{E_{a}^2 - \kappa^2(\tau_1, \tau_2)} , \quad \text{(II)}$$

$$\hat{A}_{2s} = \frac{E_{a_0} \int_{0}^{T} y_s(t) \, a(t-\tau_2) \, dt - \kappa(\tau_1, \tau_2) \int_{0}^{T} y_s(t) \, a(t-\tau_1) \, dt}{E_{a}^2 - \kappa^2(\tau_1, \tau_2)}, \quad (I2)$$

$$\begin{cases} \int\limits_{0}^{\tau} y_{c}(t) \frac{\partial \alpha(t-\tau_{1})}{\partial \tau_{1}} dt - \hat{A}_{2c} \frac{\partial \kappa(\tau_{1},\tau_{2})}{\partial \tau_{1}} = 0, \\ \int\limits_{0}^{\tau} y_{s}(t) \frac{\partial \alpha(t-\tau_{1})}{\partial \tau_{1}} dt - \hat{A}_{2s} \frac{\partial \kappa(\tau_{1},\tau_{2})}{\partial \tau_{1}} = 0, \end{cases}$$
(I3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \int\limits_{0}^{T}y_{c}(t)\,\frac{\partial\sigma(t-\tau_{2})}{\partial\tau_{2}}\,dt - \hat{A}_{1c}\,\frac{\partial\kappa(\tau_{1},\tau_{2})}{\partial\tau_{2}} \;=\; 0\;,\\ \int\limits_{0}^{T}y_{s}(t)\,\frac{\partial\sigma(t-\tau_{2})}{\partial\tau_{2}}\,dt - \hat{A}_{1s}\,\frac{\partial\kappa(\tau_{1},\tau_{2})}{\partial\tau_{2}} \;=\; 0\;, \end{array} \right. \eqno(14)$$

где $E_{\alpha} = \int_{0}^{\tau_{\alpha}} a^{2}(t) dt; \quad \kappa(\tau_{4}, \tau_{2}) = \int_{0}^{\tau} a(t - \tau_{4}) a(t - \tau_{2}) dt.$

Решая совместно уравнения (9)—(I4) и учитывая формулы (3) и (4), найдем все искомые величины.

Если сравнивать полученний алгоритм с оптимальным [I], заметим, что количество апостериорно рассчитываемых величин в данном случае почти вдвое больше, но их определение значительно проще. Совсем исключены сложные расчеты, связанные с зависимостями от фазы.

Поэтому можно полагать, что реализация данного алгоритма проще.

Особенно легко найти \hat{A}_1 и \hat{A}_2 при известных τ_4 и τ_2 .

Литература

- I. Арро И.О., Суллакатко Т.Ю. Оптимальная обработка интерферирующих радиоимпульсов. См. наст. сб., с. 33.
- 2. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. М., "Советское радио", 1976, 192 с.
- 3. Левин Б.Р. Теоретические основн статистической радиотехники. М., "Советское радио", 1969, 752 с.

Estimation of the Parameters of the Interfered Single-frequency Pulses by means of Least-squares

Summary

Algorithms for estimation of the delay time and the amplitudes of orthogonal envelopes for two interfered single-frequency pulses in the presence of additive white gaussian noise are given. Ultimate results do not contain any relations of the initial phases.

УДК 621.391.1

И.О. Арро, Т.Ю. Суллакатко

ОБ ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ МНОЖЕСТВА ИНТЕРФЕРИРУКЦИХ РАЛИОИМПУЛЬСОЗ

Вс многих радиотехнических и гидроакустических системах мы встречаемся с задачей оценки параметров множества перекрывающихся радиоимпульсов.

Как правило, начальные фазы этих импульсов считаются случайными и равновероятными в интервале {0-2π}. В случае двух импульсов алгоритмы обработки приведены [1,2].Отметим, что в [3] приведенные алгоритмы оценки амплитуд узкополосных сигналов справедливы только при равенстве начальных фаз и при больших отношениях мощностей сигнала и помехи. Нахождение оптимальных алгоритмов в случае N импульсов в явном виде возможно для больших отношений мощностей каждого радиоимпульса и помехи, если перекрытие между импульсами не превышает половины их длительности. Поставленную задачу однако, можно решить, применяя метод наименьших квадратов относительно детектированных сигналов, аналогично [2]. Согласно [3], получаемые оценки для квадратурных составляющих являются оптимальными в смысле максимума правдоподобия.

Итак, мы имеем входную реализацию

$$y(t) = s(t) + n(t),$$

$$\overline{n(t)} = 0, \quad \overline{n(t_1)n(t_2)} = \frac{N_0}{2}\delta(t_2 - t_1),$$
(2)

 $s(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \alpha_i (t - \tau_i) \cos \left[\omega_0 t - \phi_i\right], \qquad (2)$

 ω_{o} - известная круговая частота;

a_i(t) - известная дифференцируемая функция;

ті - время запаздывания і -го радиоимпульса;

 A_{i} — амплитуда i—го радиомицульса; ϕ_{i} — случайная начальная фаза i—го радиомицульса.

Образуя [2] ортогональные компоненты входного сигнала, получаем:

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^{N} A_{ic} \sigma_i(t - \tau_i) + n_c(t)$$
, (3)

$$y_s(t) = \sum_{i=1}^{N} A_{is} a_i (t - \tau_i) + n_s(t).$$
 (4)

Здесь

$$A_i = \sqrt{A_{ic}^2 + A_{is}^2}$$
; $A_{ic} = A_i \cos \varphi_i$; $A_{is} = A_i \sin \varphi_i$.

Если полагать τ_i известным, можем A_{ic} и A_{is} найти как решения следующих уравнений [3]:

$$\sum_{i=1}^{N} \kappa_{ij} A_{ic}^* = B_{jc}, \quad 1 \leq j \leq N$$
 (5)

$$\sum_{i=1}^{N} \kappa_{ji} A_{is}^* = B_{js}, \tag{6}$$

$$\begin{split} \kappa_{ij} &= \int\limits_0^\tau \alpha_j \left(t - \tau_j\right) \, \alpha_i \left(t - \tau_i\right) dt \,, \quad \kappa_{ii} = 1 \,, \\ B_{jc} &= \int\limits_0^\tau y_c(t) \, \alpha_j (t - \tau_j) \, dt \,, \\ B_{js} &= \int\limits_0^\tau y_s(t) \, \alpha_j (t - \tau_j) \, dt \,, \end{split}$$

Т - интервал анализа.

Если ті неизвестны и подлежат определению, то к уравнениям (5) и (6) следует прибавить еще следующие соотношения:

$$\sum_{i,j=1}^{N} A_{ic}^{*} A_{jc}^{*} \frac{\partial \kappa_{ij}}{\partial \tau_{i}} - 2 \sum_{i=1}^{N} A_{ic}^{*} \frac{\partial B_{ic}}{\partial \tau_{i}} = 0, \qquad (7)$$

$$\sum_{i,j=1}^{N} A_{is}^{*} A_{js}^{*} \frac{\partial \kappa_{ij}}{\partial \tau_{i}} - 2 \sum_{i=1}^{N} A_{is}^{*} \frac{\partial B_{is}}{\partial \tau_{i}} = 0.$$
 (8)

В случае симметричных импульсов

$$\frac{\partial \kappa_{ii}}{\partial \tau_i} = 0$$
.

Совместное решение уравнений (5) и (7), (6) и (8) даже при N=2 и простых $\sigma_i(t)$ является трудоемким. Поэтому при $N\geqslant 2$ для обработки множества интерферирующих импульсов целесообразно воспользоваться итерационными методами. При известных τ_i адаптивные алгоритмы для оценки A_{ic} и A_{is} могут быть непосредственно получены на основе [4].

Например,

$$A_c[n] = A_c[n-1] + H[n](B_c[n] - \kappa A_c^T[n-1]),$$
 (9)

где Ас - вектор амплитуд Аіс;

 A_c^{T} - транспонированный вектор A_c ;

к - матрица с элементами кі;;

Вс - вектор наблюдаемых величин Віс;

$$H[n] = \left[\sum_{\alpha} [m] \cdot a^{\mathsf{T}} [m]\right]^{-1},$$

a - вектор-функция с элементами $a_i(t-\tau_i)$;

п - номер итерации.

В заключение отметим, что при известных т; оценку N квадратурных составляющих амилитуд интерферирующих радиоимпульсов можно осуществить оптимальным образом, причем для решения возникающих систем линейных алгебраических уравнений, естественно, можно применять как классические, так и итерационные методы. В случае неизвестных т; успеха можно достичь применением адаптивных поисковых [5] алгоритмов.

Литература

I. Арро И.О., Суллакатко Т.Ю. Оптимальная обработка интерферирующих радиоимпульсов. См. наст. сб., с. 33.

- 2. Арро И.О., Суллакатко Т.D. Оценка параметров интерферирующих радиоимпульсов методом наименьших квадратов. См. наст. сб., с. 39.
- 3. X е л с т р о м К. Статистическая теория обнаружения сигналов. М., ИЛ, 1963, 432 с.
- 4. Ципкин Я.З. Основы теории обучающихся систем. М., "Наука", 1970, 252 с.
- 5. Растригин Л.А. Случайный поиск в процессах адаптации. Рига, "Зинатне", 1973, I32 с.

I. Arro, T. Sullakatko

On Estimation of the Parameters of a Great

Number of Interfered Single-frequency Pulses

Summary

Algorithms for estimation of the delay time and the amplitudes of orthogonal envelopes for a great number of interfered single-frequency pulses in the presence of additive white gaussian noise are given.

The least-squares criteria are used for this. For practical solution the problem is led to the iterational method of calculus.





Цена 40 коп.